

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕХОДНЫЕ РЕЖИМЫ

Методические указания к практическим занятиям
и домашним заданиям № 3, 4, 5

Задание 3

РАСЧЕТ НАЧАЛЬНЫХ И УСТАНОВИВШИХСЯ РЕАКЦИЙ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ

Задача 3.1. Расчет цепи первого порядка

Для заданного варианта (см. Прил.1) выполнить следующее:

- рассчитать токи и напряжения в схеме до коммутации;
- определить начальные условия;
- рассчитать установившиеся токи и напряжения в схеме после коммутации;
- составить таблицу начальных и установившихся значений.

Пример 3.1. На рис. 3.1 дана схема.

Параметры цепи: $E=60\text{ В}$, $C = 12,5\text{ мкФ}$, $R_0=R_2 = 200\text{ Ом}$, $R_1=100\text{ Ом}$.

Определить начальные и установившиеся значения

токов i_1, i_2, i_3 , напряжение U_C записать их в таблицу.

Решение. Расчет установившегося режима

до коммутации проводим для схемы рис.3.2. Ток $i_3^- = 0$, так как в ветви с емкостью постоянный ток не проходит. Тогда

$$i_1^- = i_2^- = \frac{E}{R_1 + R_2} = 0,2\text{ А}$$

и по закону напряжений

Кирхгофа

$$R_2 i_2^- - U_C^- = 0,$$

откуда

$$U_C^- = R_2 i_2^- = 40\text{ В}.$$

В соответствии с законом коммутации независимое начальное условие

$$U_C^+ = U_C^- = 40\text{ В}.$$

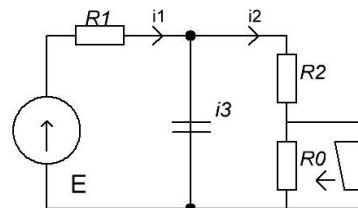


Рис.3.1

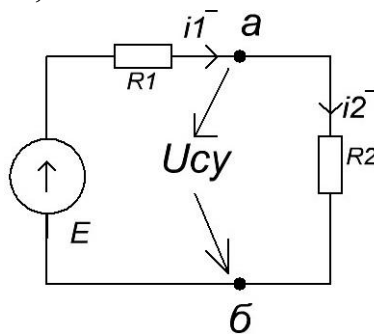
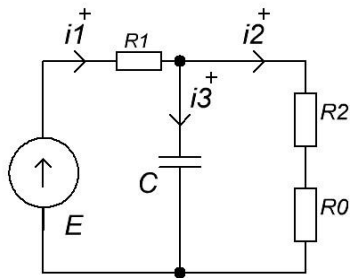


Рис.3.2

Определяем остальные реакции в начальный момент времени $t=0^+$ по схеме (рис.3.3), образующейся после коммутации. По закону Кирхгофа



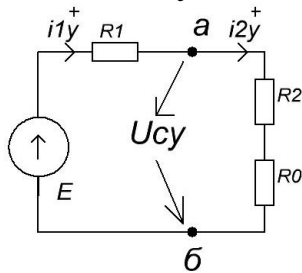
$$U_C^+ - (R_0 + R_2)i_2^+ \rightarrow i_2^+ = \frac{U_C^+}{R_0 + R_2} = 0,1 \text{ A}$$

$$i_3^+ + i_1^+ - i_2^+ = 0,1 \text{ A}$$

откуда

Рис.3.3

Расчет установившихся реакций в цепи после коммутации проводим для



схемы рис. 3.4.

Рис.3.4

$$i_{3y} = 0$$

$$i_{1y} = i_{2y} = \frac{E}{R_0 + R_1 + R_2} = 0,12 \text{ A}$$

$$U_{cy} = (R_0 + R_2)i_{2y} = 48 \text{ B}$$

Составим таблицу начальных и установившихся значений.

Таблица 3.1

Искомая величина	$T=0$	$t=0^+$	$t=\infty$
$U_c(t), \text{B}$	40	40	48
$i_1(t), \text{A}$	0,2	0,2	0,12
$i_2(t), \text{A}$	0,2	0,1	0,12
$i_3(t), \text{A}$	0	0,1	0

Задача 3.2. Расчет цепи второго порядка

Для заданного варианта (см. Прил.2) выполнить следующее:

- рассчитать токи и напряжения в схеме до коммутации;
- определить начальные условия;
- рассчитать установившиеся токи и напряжения в схеме после коммутации;
- составить таблицу начальных и установившихся значений.

Пример 3.2. На рис.3.5 дана схема с параметрами: $E = 140 \text{ В}$, $C = 20 \text{ мкФ}$, $L = 0,1 \text{ Гн}$, $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$, $R_0 = 50 \text{ Ом}$. Определить токи ветвей U_C , U_I в начальный момент и в установившемся режиме, записать их в таблицу.

Решение. Выполняем расчет установившихся реакций в цепи до коммутации. Учитывая, что для постоянного тока емкость представляет собой разрыв, а индуктивность - короткое замыкание ветви, получаем эквивалентную схему рис. 3.6, для момента $t=0^-$ по которой имеем

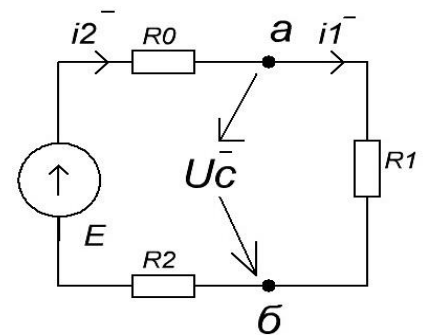


Рис.3.5

$$i_3^- = 0, \quad U_i^- = 0,$$

$$i_1^- = i_2^- = \frac{E}{R_0 + R_1 + R_2} = 2 \text{ А},$$

$$U_C^- = R_1 i_1^- = \frac{R_1 E}{R_0 + R_1 + R_2} = 20 \text{ В}.$$

В соответствии с законом коммутации независимые начальные условия

$$i_1^+ = i_1^- = 2 \text{ А}, \quad U_C^+ = U_C^- = 20 \text{ В}$$

Определяем остальные реакции в начальный момент времени в цепи, образующейся после коммутации. На основании законов Кирхгофа (см. рис.3.7) при $t=0^+$

$$R_2 i_2^+ + U_C^+ = E \rightarrow i_2^+ + \frac{E - U_C^+}{R_2} = 12 \text{ A,}$$

$$i_1^+ - i_2^+ + i_3^+ = 0 \rightarrow i_3^+ = i_2^+ - i_1^+ = 10 \text{ A,}$$

$$U_L^+ + R_1 i_1^+ - U_C^+ = 0 \rightarrow U_L^+ = U_C^+ - R_1 i_1^+ = 0 \text{ B.}$$

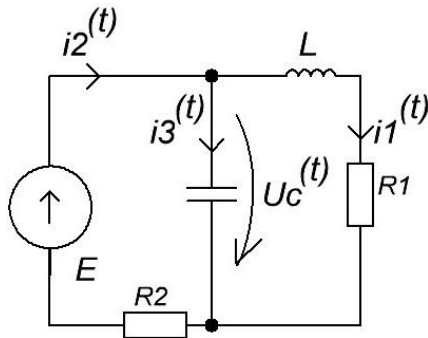


Рис.3.6

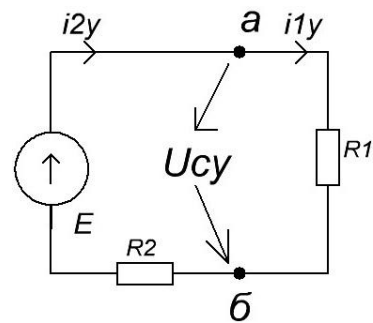


Рис.3.7

Расчет установившихся реакций в цепи после коммутации проводим для схемы рис.3.8.

$$i_{3y} = 0$$

$$i_{1y} = i_{2y} = \frac{E}{R_0 + R_1 + R_2} = 0,12 \text{ A}$$

$$U_{cy} = (R_0 + R_2) i_{2y} = 48 \text{ B}$$

Составим таблицу начальных и установившихся значений.

Таблица 3.2

Искомая величина	$t=0^-$	$t=0^+$	$t=\infty$
$i_1(t), \text{A}$	2	2	7
$U_C(t), \text{B}$	20	20	70
$i_2(t), \text{A}$	2	12	7
$i_3(t), \text{A}$	0	10	0
$U_L(t), \text{B}$	0	0	0

Задание 4

АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Таблица 4.1

Обозначение элементов	$U(i)$	$I(U)$
R, G	$U = R i$	$i = G U$
L	$U_L = L \frac{di_L}{dt}$	$i_L = \frac{1}{L} \int_{0^+}^t U_L dt + i_L(0^+)$
C	$U_C = \frac{1}{C} \int_{0^+}^t i_C dt + U_C(0^+)$	$i_C = C \frac{dU_C}{dt}$

Расчет переходных процессов классическим методом в цепи любого порядка целесообразно разделить на 6 этапов.

Этап 1. Составление системы дифференциальных уравнений. На основании законов Кирхгофа записываем систему уравнений для схемы, образующейся после коммутации. Затем, используя уравнения элементов, приведенные в таблице 4.1, получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно выбранных переменных - токов или напряжений [I].

Этап 2. Формулировка начальных условий. В приведенных заданиях рассматриваем цепи без топологических вырождений, поэтому определение начальных условий базируется на законах коммутации. Для этого в цепи, имевшей место до коммутации, рассчитываем установившийся ток в индуктивности i_L^- , и напряжение на емкости U_C^- момент, непосредственно предшествовавший коммутации, затем находим независимые начальные условия i_L^+ , U_C^+ в момент коммутации $t=0^+$, используя законы коммутации $i_L^+ = i_L^-$; $U_C^+ = U_C^-$. Все остальные токи и напряжения в момент коммутации могут изменяться скачком (зависимые начальные условия). Они

определяются из уравнений составленных по законам Кирхгофа , для схемы после коммутации при $t=0^+$ с учетом i_L^+, U_C^+ .

Этап 3. *Расчет корней характеристического уравнения.* Для этого составим характеристическое уравнение либо приводя систему уравнений, полученную на первом этапе расчета, к одному дифференциальному уравнению, либо выделяя главный характеристический определитель, который формируется следующим образом. Каждый столбец определителя содержит коэффициенты при соответствующей переменной (напряжение или токе): один - при x_1 , другой - при x_2 , третий - при x_3 и т.д.

При этом первая производная d/dt заменяется на переменную характеристического уравнения α , вторая - на α^2 и т.д. Например если электрическая цепь, образуется после коммутации, описывается системой дифференциальных уравнений

$$d_{11} \frac{dx_1}{dt} + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_{11}g_1 + \dots + b_{1n}g_n,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_{21}g_1 + \dots + b_{2n}g_n,$$

$$a_{31}x_1 + d_{32} \frac{dx_2}{dt} + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_{31}g_1 + \dots + b_{3n}g_n,$$

где x_1, x_2, x_3 – переменные, которые выбираются согласно табл.4.1 таким образом, чтобы система уравнений не содержала интегралов; g_1, g_2, \dots, g_n – Возмущения (источники напряжения или тока). Тогда ее главный характеристический определитель имеет вид.

$$\Delta = \begin{vmatrix} d_{11}\alpha + a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & d_{32}\alpha + a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Следует обратить внимание, что главный определитель системы учитывает только коэффициенты при неизвестных, и в него никогда не входят параметры известной правой части.

Раскрывая этот определитель и приравнявая к нулю, $\Delta=0$, получаем характеристическое уравнение, которое записываем в приведенной форме

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0$$

где δ и ω_0 – коэффициенты, зависящие от параметров цепи и ее топологии.

Корни характеристического уравнения $a_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ при $\delta > \omega_0$

вещественные, а при $\delta < \omega_0$ – комплексно сопряженные, где $a_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{cd}$, где

$$\omega_{cd} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

Этап 4. *Решение системы уравнений.* Из курса математики известно, что решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений имеет вид $x(t) = x_y(t) + x_{ce}(t)$. Здесь установившаяся составляющая $X_y(t)$ – это значение тока или напряжения в цепи после завершения переходного процесса i_y, U_y , которые определяются источниками и параметрами самой цепи.

Их расчет проводится для схемы, образующейся после коммутации при $t = \infty$, а свободная составляющая $x_{ce}(t)$ является решением соответствующей системы однородных дифференциальных уравнений и при вещественных простых корнях находится в виде функций

$$x_{ce}(t) = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}, \quad (4.1)$$

где количество слагаемых равно числу корней характеристического уравнения, а значит его порядку. При комплексных корнях свободную составляющую можно выразить через тригонометрические функции.

Действительно

$$x_{ce}(t) = A_1 e^{(-\delta - j\omega_{ce})t} + A_2 e^{(-\delta + j\omega_{ce})t},$$

Поэтому вынося за скобки общий множитель $e^{-\delta t}$ и применяя формулу Эйлера

$$e^{\pm j\omega_{ce}t} = \cos \omega_{ce}t \pm j \sin \omega_{ce}t$$

имеем

$$x_{ce}(t) = e^{-\delta t} [(A_1 + A_2) \cos \omega_{ce}t + j(A_1 - A_2) \sin \omega_{ce}t],$$

где, переобозначив постоянные интегрирования $A_1 + A_2 = B_1$, $j(A_1 - A_2) = B_2$,

получаем

$$x_{c\delta}(t) = e^{-\delta t} [B_1 \cos \omega_{c\delta} t + jB_2 \sin \omega_{c\delta} t] \quad (4.2)$$

Свободную составляющую можно выразить через синус аргумента $\omega_{c\delta} t + \theta$ следующим образом

$$x_{c\delta}(t) = D e^{-\delta t} \sin(\omega_{c\delta} t + \theta) \quad (4.3)$$

в силу того, что раскрывая синус суммы

$$e^{-\delta t} D \sin(\omega_{c\delta} t + \theta) = e^{-\delta t} (D \sin \theta \cos \omega_{c\delta} t + D \cos \theta \sin \omega_{c\delta} t)$$

и сравнивая полученное выражение с (4.2), видим, что $B_1 = D \sin \theta$, $B_2 = D \cos \theta$, откуда D и θ можно выразить через B_1 и B_2

$$\theta = \operatorname{arctg} \frac{B_1}{B_2}, \quad D = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}. \quad (4.4)$$

В выражениях для свободной составляющей (4.1)-(4.3) коэффициенты A_1 , A_2 , B_1 , D , θ - произвольные постоянные интегрирования. Таким образом общее решение системы уравнений для цепи первого порядка будет (τ - постоянная времени)

$$x(t) = x_y(t) + A_1 e^{a_1 t} = x_y(t) + A_1 e^{-\frac{1}{\tau} t} \quad (4.5)$$

для цепи второго порядка при вещественных разных корнях

$$x(t) = x_y + A_1 e^{a_1 t} + A_2 e^{a_2} \quad (4.6)$$

для цепи второго порядка при комплексных корнях

$$\begin{aligned} x(t) &= x_y(t) + e^{-\delta \cdot t} (B_1 \cos \omega_{c\delta} t + B_2 \sin \omega_{c\delta} t) = \\ &= x_y(t) + D e^{-\delta \cdot t} \sin(\omega_{c\delta} t + \theta). \end{aligned} \quad (4.7)$$

Этап 5. *Определение постоянных интегрирования.* Для вычисления A_1 , A_2 , или B_1 , B_2 , или D , θ составляем алгебраические уравнения, используя начальные условия, полученные на этапе 2.

$$\text{Если } x=i_L, \text{ то } x^+ = i_L^+, \frac{dx}{dt} |_{t=0^+} = \frac{u_L^+}{L}$$

$$\text{при } x=u_C, \quad x^+ u_C^+, \frac{dx}{dt} |_{t=0^+} = \frac{i_C^+}{C}$$

где i_L^+ , u_C^+ , i_C^+ - начальные условия, которые были определены на этапе 2. В цепи первого порядка постоянную интегрирования A_1 находим из

соотношения (4.5) при $t=0^+$ по известному начальному значению $x^+ - x_y^+ + A_1 = x^+$, значит, $A_1 = x^+ - x_y^+$.

Тогда выражение 4.5 приобретает вид

$$x(t) = x_y(t) + (x^+ - x_y^+)e^{a_1 t} \quad (4.8)$$

В цепи второго порядка для определения постоянных интегрирования используем известные начальные значения функции и ее производной x^+ и $\frac{dx}{dt}|_{t=0^+}$. При простых вещественных корнях из выражения (4.6) при $t=0^+$ имеем

$$x_y^+ + A_1 + A_2 = x^+ \quad (4.9)$$

а взяв производную от (4.6) положив $t=0^+$, получаем

$$\frac{dx_y}{dt}|_{t=0^+} + a_1 A_1 + a_2 A_2 = \frac{dx}{dt}|_{t=0^+} \quad (4.10)$$

Уравнения (4.9), (4.10) с известными правыми частями образуют систему, из решения которой определяем постоянные интегрирования A_1 , A_2 . При комплексных корнях из выражения (4.7) при $t=0^+$ записываем

$$x_y^+ + B_1 = x^+ \quad (4.11)$$

и взяв производную от (4.7) и положив $t=0^+$, получаем

$$\frac{dx_y}{dt}|_{t=0^+} - \delta B_1 + \omega_{св} B_2 = \frac{dx}{dt}|_{t=0^+} \quad (4.12)$$

B_1 и B_2 определяем из решения уравнений (4.11), (4.12), правые части которых известны из начальных условий, а значения D и θ вычисляем по формулам (4.4).

Этап 6. Построение графиков временных зависимостей токов или напряжений. При выполнении всех задач по анализу переходных процессов требуется построение графиков изменения токов и напряжений во времени. Для этого вначале записываем рабочие формулы $i(t)$, $U(t)$ вида (4.5)-(4.7), в которые подставляем численные значения всех коэффициентов.

После этого кривые могут быть построены точно или приближенно. При точном построении графиков рассчитывается определенное количество точек, принадлежащих кривым через заданные интервалы времени (шаг расчета). Для построения экспоненциальных функций обычно задают

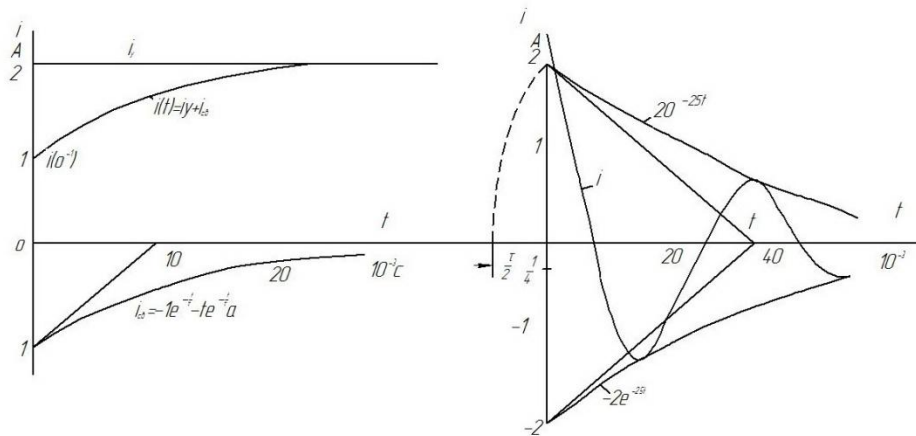
значения времени $t=0\tau, 2\tau, 3\tau, 4\tau$. Этим значений вполне достаточно, так как при $t=4\tau$ имеем $e^{-4} = 0,02$, т.е. свободная реакция уменьшается примерно в 50 раз по сравнению с начальным значением.

Если же строится кривая колебательного процесса, то выбирается 10+15 точек с шагом
$$\Delta t = \frac{T_{св}}{10+15} = \frac{2\pi}{\omega(10+15)}$$

Приближенное построение кривых состоит в том, что вначале строят отдельно установившуюся и свободную реакции, и затем их суммируют координатно в соответствии с равенством $x(t) = x_n(t) + x_{св}(t)$.

Если $x_{св}$ определяется экспоненциальными функциями (корни вещественные), то с достаточной для практики точностью кривую можно построить, используя свойство экспоненты, состоящее в том, что отрезок подкасательной к любой точке кривой равен τ .

На рис. 4.1. для примера приведена кривая точка, построенного по рабочей формуле $i(t) = 2 - 1e^{-t/0,01} A$.



Если же процесс колебательный (корни комплексные) свободную реакцию приводим к виду $x_{св}(t) = D e^{-\delta t} \sin(\omega_{св}t + \theta)$, см. (4.3), и вначале строим две экспоненциальные кривые по равенствам $D e^{-\delta t}$ и $-D e^{-\delta t}$ (см рис.4.2). Затем между ними изображаем затухающую синусоидальную кривую с учетом сдвига по фазе θ . На рис.4.2 приведена кривая, построенная по равенству $i = 2e^{-25t} \sin(2\pi 100t + \pi/2)$.

Задача 4.1. Расчет переходного процесса в линейной цепи первого

порядка

Для заданного варианта (см. Прил. 1) выполнить следующее:

- составить систему дифференциальных уравнений цепи после коммутации;
- определить начальное и установившееся значение искомой функции,
- определить корень характеристического уравнения и постоянную времени;
- найти решение системы уравнений для $i_L(t)$ или $U_C(t)$;
- определить постоянную интегрирования;
- построить кривую переходного процесса для тока в индуктивности или напряжения на емкости.

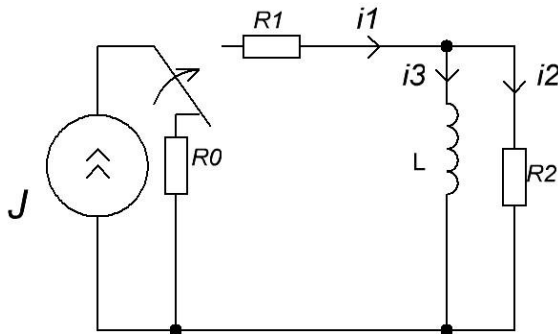


Рис 4.3

Пример 4.1. На рис.4.3. дана схема с параметрами

$J=6 \text{ А}, R_1=10 \text{ Ом}, R_2=5 \text{ Ом}, L=10 \text{ мГ.}$

Определить классическим методом

$i_3(t)$ и построить его график.

Решение. Расчет выполняется по

приведенным этапам.

Этап 1. Составляем систему уравнений для схемы после коммутации

$$\left. \begin{aligned} -i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) &= 0 \\ U_L(t) - R_2 i_2(t) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Выражаем напряжение U_L через i_3 , $U_L = L \frac{di_3(t)}{dt}$ (см. табл.4.1) и, учитывая, что $i_1(t)=J$, получаем систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} i_2(t) + i_3(t) &= J \\ L \frac{di_3(t)}{dt} - R_2 i_2(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

Этап 2. Определяем начальное и установившееся значения тока в индуктивности. До коммутации ($t=0^-$) цепь к источнику не подключена, ток в индуктивности равен нулю $i_3^-=0$, и по закону коммутации ток в индуктивности не изменяется $i_3^+=i_3^-=0$.

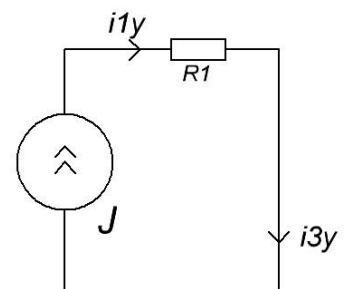


Рис 4.4

В установившемся режиме при $t \rightarrow \infty$ имеем эквивалентную схему рис.4.4 из которой получаем $i_{1y} = i_{3y} = J = 6 \text{ A}$.

Этап 3. Формируем главный характеристический определитель системы уравнений (4.13), где первый столбец – коэффициенты при i_2 , второй – при i_3

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -R_2 & L_a \end{vmatrix}$$

Раскрывая определитель и приравнявая его к нулю, получаем $L\alpha + R_2 = 0$. Откуда корень характеристического уравнения равен

$$a_1 = -\frac{R_2}{L} = \frac{5}{10 \cdot 10^{-3}} = 0,5 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{с}}$$

а постоянная времени цепи

$$\tau = \left| \frac{1}{a_1} \right| = \frac{L}{R_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с.}$$

Этап 4. Находим решение системы дифференциальных уравнений (4.13) в соответствии с (4.5)

$$i_3(t) = i_{3y}(t) + A_1 e^{a_1 t} = J + A_1 e^{-\frac{R_2}{L} t}$$

Этап 5. Применяя формулу (4.8), где согласно этапу 2 $x^+ = i_3^- = 0$, получаем выражение для тока

$$i_3(t) = i_{3y}(t) + (i_3^+ - i_{3y}^+) e^{a_1 t} = J \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = 6 \left(1 - e^{-\frac{t}{2 \cdot 10^{-3}}} \right) \text{ A} \quad (4.14)$$

Этап 6. График изменения тока $i_3(t)$ построен по рабочей формуле (4.14) в соответствии с изложенным выше и изображен на рис.4.5.

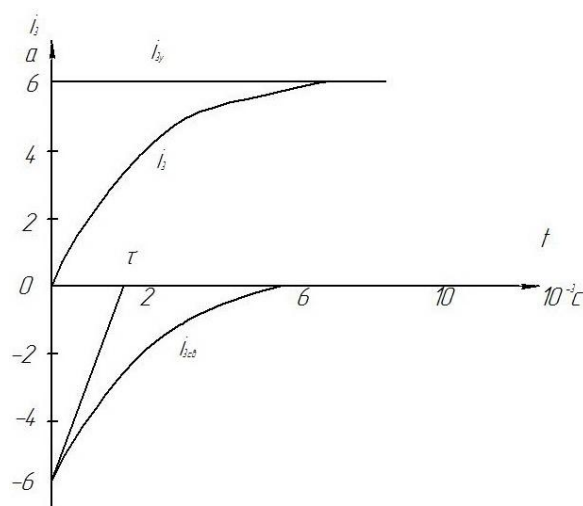


Рис 4.5

Задача 4.2. Расчет переходного процесса в цепи второго порядка

Для заданного варианта (Прил. 2) выполнить следующее:

- составить систему дифференциальных уравнений для цепи после коммутации;
- рассчитать начальные и установившиеся реакции;
- составить характеристический определитель и найти его корни;
- найти решение системы уравнений для $i_L(t)$ или $U_C(t)$ по указанию преподавателя;
- определить постоянные интегрирования;
- построить кривую переходного процесса для заданной функции.

Пример 4.2. На рис. 3.5 дана схема с параметрами:

Вариант «а» $E=140$ В, $L=0,1$ Гн, $C=20$ мкФ, $R_0=50$ Ом, $R_1=R_2=10$ Ом;

Вариант «б» $E=140$ В, $L=1 \times 10^{-4}$ Гн, $C=10$ мкФ, $R_0=38$ Ом, $R_1=2$ Ом,
 $R_2=100$ Ом.

Определить $U_C(t)$ классическим методом и построить его график.

Решение. Расчет выполняем в соответствии с этапами, приведенные в задаче 4.1.

Этап 1. Составляем систему уравнений для схемы, образующейся после коммутации (рис.3.7)

$$\left. \begin{aligned} i_1(t) - i_2(t) + i_3(t) &= 0 \\ R_2 i_2(t) + U_C(t) &= E \\ U_L(t) + R_1 i_1(t) - U_C(t) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Выражаем ток в емкости через напряжение емкости U_C , а напряжение U_L на индуктивности через ток (см. табл. 4.1)

$$i_3(t) = C \frac{dU_C(t)}{dt}, U_L(t) = L \frac{di_1(t)}{dt}$$

И получаем систему неоднородных дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} i_1(t) - i_2(t) + C \frac{dU_c(t)}{dt} &= 0 \\ R_2 i_2(t) + U_c(t) &= E \\ L \frac{di_1(t)}{dt} + R_1 i_1(t) - U_c(t) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Этап 2. Расчет начальных и установившихся реакций произведен в примере 3.2.

Численные значения для варианта «а» см. табл. 3.2.

Этап 3. Составляем главный характеристический определитель системы (4.15)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & C\alpha \\ 0 & R_2 & 1 \\ L\alpha + R_1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

раскрывая его и приравнявая к нулю, получаем характеристическое уравнение

$$\alpha^2 + \frac{L + R_1 R_2 C}{L R_2 C} \alpha + \frac{R_1 + R_2}{L R_2 C} = 0$$

или в общем виде $\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega^2 = 0$, где $\delta = \frac{L + R_1 R_2 C}{2L R_2 C}$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{L R_2 C}}$

Для исходных данных по варианту «а» корни вещественные, равные

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = (-2,550 \pm 2,346) \cdot 10^3 \text{ 1/с},$$

$$\delta = 2,55 \cdot 10^3 \frac{1}{\text{с}}, \omega_0 = 10^3 \frac{1}{\text{с}}, \alpha_1 = 204 \frac{1}{\text{с}}, \alpha_2 = 4896 \frac{1}{\text{с}}.$$

Для исходных данных по варианту «б» корни комплексно-сопряженные

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{св} = (-1 \pm j3) \cdot 10^4 \text{ 1/с}$$

$$\delta = 1 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{с}}, \omega_0 = 3,16 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{с}}, \omega_{св} = 3 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{с}}$$

Этап 4. Находим решение системы дифференциальных уравнений.

Для варианта «а» см. (4.6)

$$U_C(t) = U_{C_y} + A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} = 70 + A_1 e^{-t \cdot 204} + A_2 e^{-t \cdot 489},$$

Для варианта «б» см (4.7) , где $U_{C_y}=2.74$ В

$$\begin{aligned} U_C(t) &= U_{C_y}(t) + e^{-\delta t}(B_1 \cos \omega_{c\delta} t + B_2 \sin \omega_{c\delta} t) = \\ &= 2,74 + e^{-10^4 t}(B_1 \cos 3 \cdot 10^4 t + B_2 \sin 3 \cdot 10^4 t) \text{ В} \end{aligned}$$

Этап 5. Определяем постоянную интегрирования. Для варианта «а»

используя систему (4.9), (4.10), где $x(t) = U_C(t)$, $\frac{dx(t)}{dt} = \frac{i_3(t)}{C}$

$$\left. \begin{aligned} U_{C_y}^+ + A_1 + A_2 &= U_C^+ \\ \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 &= \frac{i_3^+}{C} \end{aligned} \right\}$$

и подставляя численные значения из табл.3.2

$$\left. \begin{aligned} 70 + A_1 + A_2 &= 20, \\ -204 A_1 - 4896 A_2 &= \frac{10}{20 \cdot 10^{-6}} = 5 \cdot 10^5 \end{aligned} \right\}$$

получаем решение $A_1=54,4$ В, $A_2=-104,4$ В

Для варианта «б» используем уравнения (4.11), (4.12)

$$\left. \begin{aligned} U_{C_y}^+ + B_1 &= U_C^+, \\ -\delta B_1 + \omega_{c\delta} B_2 &= \frac{i_3^+}{C} \end{aligned} \right\}$$

Или в численном виде, после вычисления $U_C^+=2$ В, $i_3^+=0,38$ А

$$\left. \begin{aligned} 2,74 + B_1 &= 2 \\ -1 \cdot 10^4 B_1 + 3 \cdot 10^4 B_2 &= \frac{0,32}{10 \cdot 10^{-6}} = 3,8 \cdot 10^4 \end{aligned} \right\}$$

Откуда $B_1=-0,74$ В, $B_2=1,02$ В

В результате получаем рабочие формулы

«а»
$$U_C(t) = 70 + 54,4e^{-204t} - 104,4e^{-4896t} \text{ В},$$

(4.16)

«б»
$$U_C(t) = 2,74 + e^{10^4 t}(-0,74 \cos 3 \cdot 10^4 t - 1,02 \sin 3 \cdot 10^4 t), \text{ В}$$

или используя формулы (4.4) имеем

$$U_c(t) = 2,74 + 1,26e^{-10^4 t} \sin(3 \cdot 10^4 t - 36^\circ), B$$

(4.17)

Проверка: $t=0$ $U_c^+ = 2,74 - 0,74 = 2B,$
 $t=\infty$ $U_{cy} = 2,74B$

Этап 6. Кривые переходного процесса для вариантов "а" и "б" построены по формулам (4 16), (4 17) в соответствии с изложенным выше и изображены на рис.4.6, 4.7.

Характеристиками переходного процесса (рис.4.7) являются период свободных колебаний и логарифмический декремент колебаний. Период определяем как

$$T_{св} = \frac{2\pi}{\omega_{св}} = \frac{6,28}{3 \cdot 10^4} = 2,09 \cdot 10^{-4} c .$$

Логарифмический декремент колебаний ν представляет собой логарифм отношения двух амплитуд, разделенных временем, равным периоду. Отношение амплитуд Δ связано с $\delta, T_{св}$.

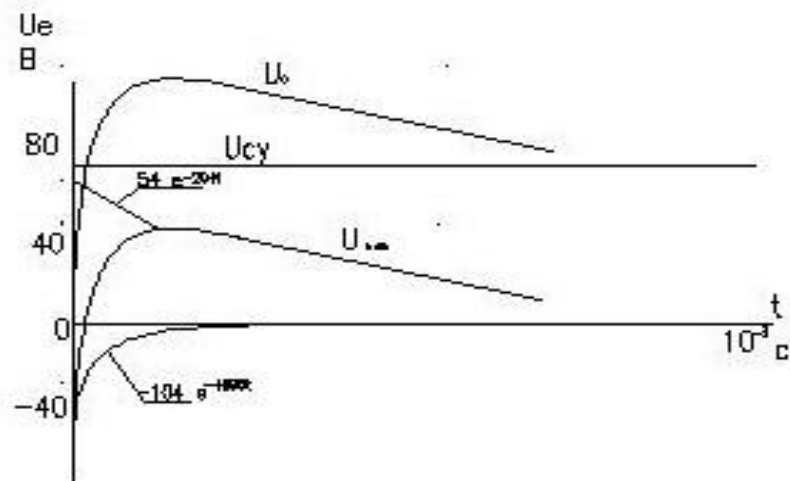


Рис 4.6

$$\Delta = \left| \frac{D_1}{D_2} \right| = \left| \frac{De^{-\delta t}}{De^{-\delta(t+T_{св})}} \right| = e^{\delta T_{св}}$$

ПОЭТОМУ

$$\nu = \ln \left| \frac{D_1}{D_2} \right| = \delta T_{св}$$

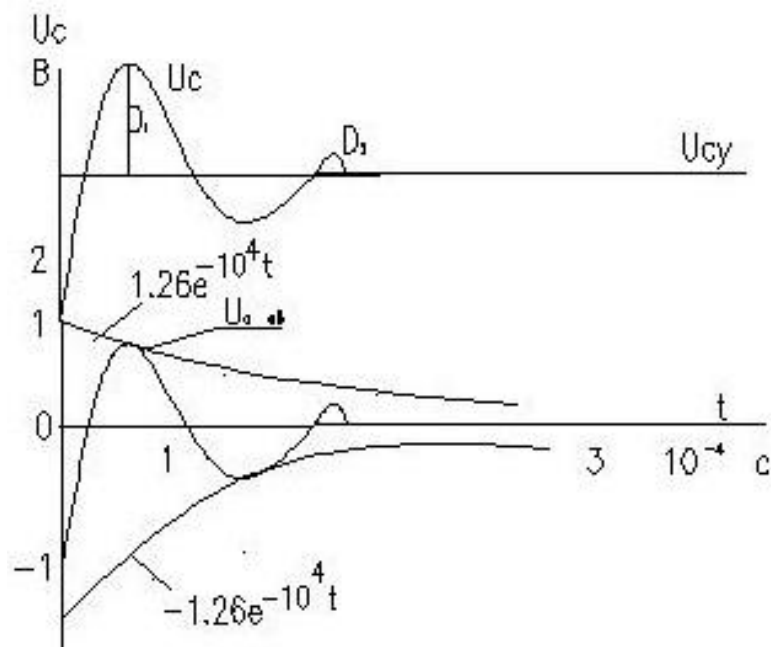


Рис. 4.7

Используя первую часть формулы из рис.4.7, определяем

$$\vartheta = \ln \frac{0,75}{0,09} = 2,09$$

и, применяя вторую часть формулы, для ϑ получаем из расчетных величин δ , $T_{св}$ то же значение (для проверки)

$$\vartheta = \delta T_{св} = 10^4 2,09 \cdot 10^{-4} = 2,09.$$

Задача 4.3. Анализ уравнений состояния для цепи второго порядка

Для анализа переходных процессов часто используется ЭВМ. В этом случае уравнения цепей рационально представить в форме, имеющей наибольшую совместимость с аналоговыми и цифровыми вычислительными машинами. В частности, эти уравнения должны быть представлены в нормальной форме и не содержать интегралов. Этим требованиям удовлетворяют уравнения состояния [1].

При формировании этих уравнения в качестве переменных выбираются только напряжения на емкостях U_C (или заряды Q) и токи в индуктивностях i_L (или потокосцепления ψ). Уравнения состояния записываются так, чтобы в левой части каждого уравнения содержалась только первая производная переменной состояния, а в правой - только переменные состояния и независимые источники напряжения и тока. Общее число уравнений состояния равно порядку цепи N [1].

Например, для цепи второго порядка уравнения состояния имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_{11}g_1 + \dots + b_{1s}g_s, \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_{21}g_1 + \dots + b_{2s}g_s \end{aligned} \right\}$$

где x_1 и x_2 – переменные состояния, a и b – постоянные коэффициенты, зависящие от параметров цепи и ее топологии; g_1, g_2, \dots, g_s – независимые источники.

В матричной форме уравнения состояния записываются в следующем виде:

$$\frac{d}{dt}X = AX + Bg$$

$$y = CX + Dg$$

где $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ – вектор переменных состояния, A – квадратная матрица размером $N \times N$, B – матрица источников размером $N \times S$, g – вектор независимых возмущений, $y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$ – вектор входных функций ($m \leq N$); C и D – матрицы, зависящие от топологии цепи.

Для решения уравнений состояния задается также матрица начальных условий $X^+ = [x_1^+, x_2^+, \dots, x_n^+]^T$. Характер переходного процесса по уравнениям состояния определяется значениями собственных чисел матрицы A , которые находятся из характеристического уравнения

$$\det(\alpha I - A) = 0$$

Для формирования уравнений состояния вначале записывают систему уравнений Кирхгофа, затем используют табл. 4.1 приводят ее к виду уравнений состояния.

Если в цепи имеются ветви, содержащие последовательно соединенные емкость и активное сопротивление, то при выделении первых производных переменных состояния возникают затруднения, связанные с произвольным выбором узлов и контуров при составлении уравнений по законам Кирхгофа. В этом случае необходимо воспользоваться графом цепи. При

этом ветви дерева не должны содержать индуктивностей, ветви связей - емкости, т.е. выбирают емкостное дерево. Затем составляют уравнения Кирхгофа для главных сечений и контуров (см. пример 4.4),

При выполнении задачи 4.3 для заданного варианта задачи (см. Прил. 2) выполнить следующее:

- определить вектор начальных условий;
- записать уравнения состояния, принимая за выходы напряжения на двух сопротивлениях схем;
- рассчитать собственные числа матрицы A и логарифмический декремент колебаний;
- рассчитать кривые переменных состояния в переходном процессе,
- построить по точкам кривые переменных состояния и проверить правильность решения по декременту колебаний.

Пример 4.3. Дана схема (рис.3.5.) с параметрами, указанными в варианте «б» задачи 4.2.

Выполнить указанные выше условия задачи.

Находим начальные условия

$$i_1^+ = i_1^- = \frac{E}{R_0 + R_1 + R_2} = 1A, \quad U_c^+ = U_c^- = \frac{ER_1}{R_0 + R_1 + R_2} = 2B$$

и записываем вектор начальных условий

$$X = [U_c^+ i_1^+]^T = [2 \ 1]^T$$

Записываем уравнения состояния. Для этого вначале запишем систему уравнений цепи, приведенную в задаче 4.2. (4.15), в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU_c}{dt} &= -\frac{1}{C}i_1 + \frac{1}{C}i_2 \\ R_2i_2 + U_c &= E \\ \frac{di_1}{dt} &= -\frac{R_1}{L}i_1 + \frac{1}{L}U_c \end{aligned} \right\}$$

и исключим из нее пере i_2 , не являющуюся переменной состояния, при помощи второго уравнения. После этого получим уравнения состояния

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU_c}{dt} &= -\frac{1}{C}i_1 - \frac{1}{R_1C}U_c + \frac{1}{R_2C}E = -10^3U_c - 10^5i_1 + 10^3E \\ \frac{di_1}{dt} &= -\frac{R}{L}i_1 + \frac{1}{L}U_c = 10^4U_c - 2 \cdot 10^4i_1 \end{aligned} \right\}$$

В матричной форме

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} U_c \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{CR_2} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R_1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{CR_2} \\ 0 \end{bmatrix} E$$

Итак, для заданной схемы

$$X = \begin{bmatrix} U_c \\ i_1 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -1/R_2C & -1/C \\ 1/L & -R_1/L \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1/R_2C \\ 0 \end{bmatrix}$$

Определяем собственные числа матрицы A

$$\det\left(a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1/R_2C & -1/C \\ 1/L & -R_1/L \end{bmatrix}\right) = \det \begin{bmatrix} \alpha + \frac{1}{R_2C} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & \alpha + \frac{R_1}{L} \end{bmatrix}$$

$$= \alpha^2 + \left(\frac{R_1}{L} + \frac{1}{R_2C}\right)\alpha + \frac{R_1 + R_2}{R_2LC} = 0$$

Отметим, что характеристическое уравнение получилось такое же, как и в задаче 4.2. При заданных параметрах получим $\alpha_{1,2} = -10^4 \pm j3 \cdot 10^4 \frac{1}{C}$

Логарифмический декремент колебаний

$$\vartheta = \delta T_{cb} = \frac{2\pi\delta}{\omega_{cb}} = \frac{2\pi \cdot 10^4}{3 \cdot 10^4} = 2,09$$

На рис 4.8 приведены графики переменных состояния, рассчитанные на основе численного интегрирования систем уравнений переменных состояний по методу Эйлера.

Логарифмический декремент колебаний, вычисленный по эти графикам

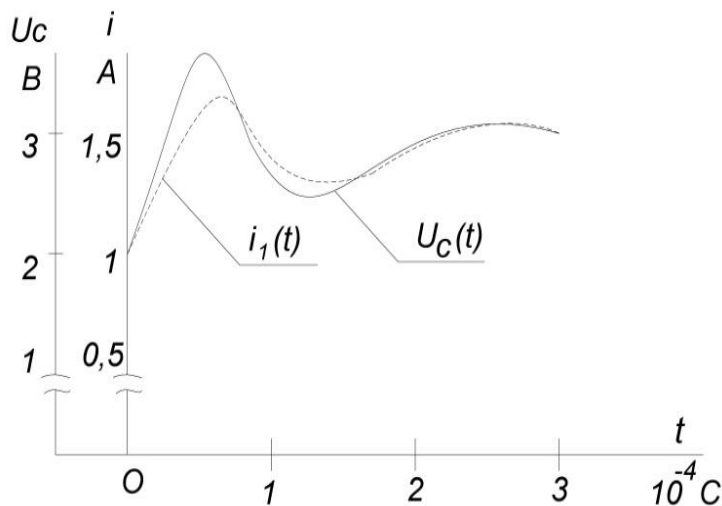


Рис.4.8

$$\vartheta = \ln \frac{D_1}{D_2} = 2,09$$

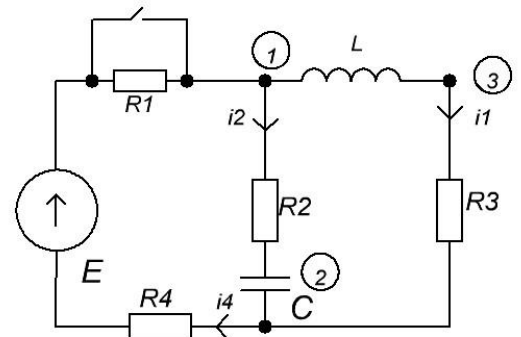


Рис.4.9

Пример 4.4. Дана схема (рис 4.9) с параметрами $E=140 \text{ В}$, $R_0=38 \text{ Ом}$, $R_4=100 \text{ Ом}$, $R_2=R_5= 2 \text{ Ом}$, $L=0,0001 \text{ Г}$, $C=10 \text{ мкФ}$.

Выполнить указанные выше условия задачи. Находим начальные условия

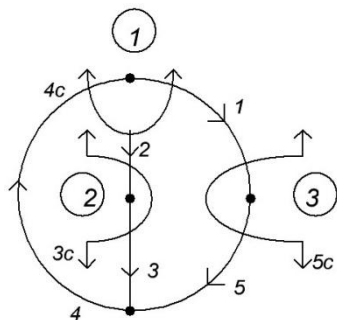


Рис 4.10

$$i_1^+ = i_1^- = \frac{E}{R_0 + R_4 + R_5} = 1 \text{ А}$$

$$U_C^+ = U_C^- = \frac{ER_5}{R_0 + R_4 + R_5} = 2 \text{ В}$$

Записываем вектор начальных условий

$$X^T(0^+) = [U_C^+ U_1^+] = [2 \ 1]^T$$

Для составления уравнений по законам Кирхгофа, рисуем граф цепи (см. рис. 4.10); выбираем емкостное дерево, затем составляем уравнения для главных сечений контуров

$$3C \quad i_3 - i_2 = 0 \quad (4.18)$$

$$4C \quad i_4 - i_2 - i_1 = 0 \quad (4.19)$$

$$5C \quad i_5 - i_1 = 0 \quad (4.20)$$

$$1K \quad U_L + i_5 R_5 + i_4 R_4 = E \quad (4.21)$$

$$2K \quad i_2 R_2 + U_C + i_4 R_4 = E \quad (4.22)$$

Решим 4.18 и 4.2.1 относительно производных от переменных состояния, т.е. тока емкости i_3 и напряжения индукции U_L .

$$i_3 = C \frac{dU_c}{dt} = i_2 \quad (4.23)$$

$$U_l = L \frac{di}{dt} = -i_5 R_5 - i_4 R_4 + E \quad (4.24)$$

Исключим переменные i_2, i_4, i_5 не являющиеся переменными состояния.

Выражая i_2 из 4.19 $i_2 = i_4 - i_1$ подставляя в 4.22, получим $(i_4 - i_1) * R_4 + U_c + i_4 * R_4 = E$, откуда

$$i_4 = -\frac{U_c}{R_2 + R_4} + \frac{R_2 * i_1}{R_2 + R_4} + \frac{E}{R_2 + R_4} \quad (4.25)$$

Подставляя 4.25, 4.20 в выражения 4.23 и 4.24, получим уравнения состояния

$$\left. \begin{aligned} \frac{dU_c}{dt} &= -\frac{R_4}{C(R_2 + R_4)} - \frac{1}{C(R_2 + R_4)} + \frac{1}{C(R_2 + R_4)} E \\ \frac{di_1}{dt} &= -\frac{\left(\frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} + R_5\right)}{L} + \frac{R_4}{L(R_2 + R_4)} + \frac{ER_2}{L(R_2 + R_4)} E \end{aligned} \right\}$$

или в матричной форме

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} U_c \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C(R_2 + R_4)} & -\frac{R_4}{C(R_2 + R_4)} \\ \frac{R_4}{L(R_2 + R_4)} & -\frac{1}{L} \left(\frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} + R_5 \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C(R_2 + R_4)} \\ \frac{R_2}{L(R_2 + R_4)} \end{bmatrix} E$$

Для данной схемы

$$X = \begin{bmatrix} U_c \\ i_L \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C(R_2 + R_4)} & -\frac{R_4}{C(R_2 + R_4)} \\ \frac{R_4}{L(R_2 + R_4)} & -\frac{1}{L} \left(\frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} + R_5 \right) \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{C(R_2 + R_4)} \\ \frac{R_2}{L(R_2 + R_4)} \end{bmatrix}$$

Определяем собственные числа матрицы A

$$\begin{aligned} \det \left\{ a \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} - \begin{bmatrix} -\frac{1}{C(R_2 + R_4)} & -\frac{R_4}{C(R_2 + R_4)} \\ \frac{R_4}{L(R_2 + R_4)} & -\frac{1}{L} \left(\frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} + R_5 \right) \end{bmatrix} \right\} \\ = \det \begin{bmatrix} \frac{1}{C(R_2 + R_4)} + \alpha & \frac{1}{C(R_2 + R_4)} \\ \frac{R_4}{L(R_2 + R_4)} & \frac{R_4}{L(R_2 + R_4)} + \alpha \end{bmatrix} \\ = \alpha^2 + \left[\frac{1}{L} \left(\frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} + R_5 \right) + \frac{1}{C(R_2 + R_4)} \right] \alpha + \frac{R_4 + R_5}{LC(R_2 + R_4)} = 0 \end{aligned}$$

Решая характеристическое уравнение при заданных параметрах, получим

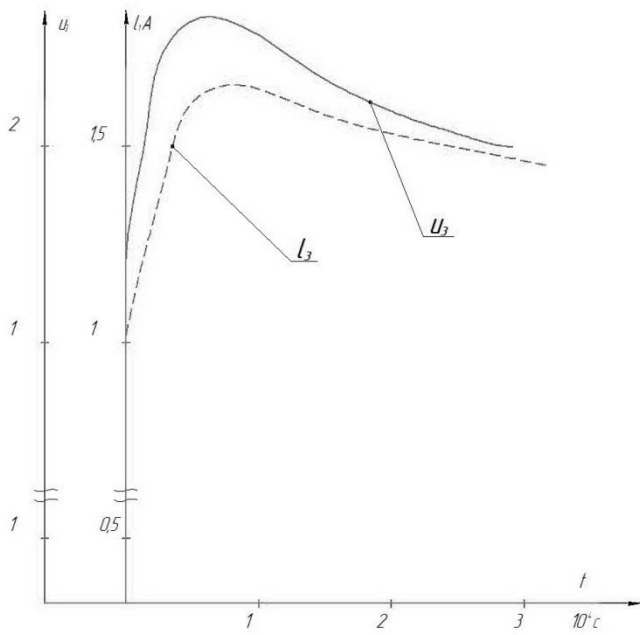


Рис 4.11

$\alpha_{1,2} = -2.03 \cdot 10^4 \pm j2.42 \cdot 10^4 \frac{1}{c}$ и
логарифмический декремент затуханий
(рис. 4.11)

$$\vartheta = \delta T_{cb} = \frac{2\pi\delta}{w_{cb}} = \frac{2\pi \cdot 2}{2.42 \cdot 10^4} = 5.26$$

Задание 5

РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ ОПЕРАЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Операционный метод расчета переходных процессов состоит из четырех этапов.

Этап 1. Составляем операционную схему замещения. При этом все переменные величины заменяем на их операционные изображения

$$e(t) \rightarrow E(p), \quad U(t) \rightarrow U(p), \quad i(t) \rightarrow I(p)$$

В схеме замещения (рис. 5.1) индуктивность заменяем последовательным соединением операционного сопротивления pL и источника напряжения с ЭДС Li_L^+ , направление действия которого противоположно положительному направлению тока $I_L(p)$. Емкость заменяем последовательным соединением операционного сопротивления $\frac{1}{pC}$ и источника напряжения с ЭДС $\frac{U_C^+}{p}$, направления действия которого противоположно положительному направлению тока $I_C(p)$.

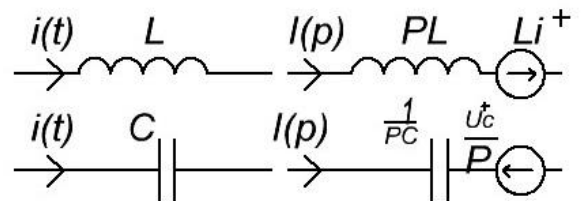


Рис. 5.1

Этап 2. По законам коммутации рассчитываем начальные условия, определяем ток в индуктивности i_L^+ , или U_C^+ - напряжение на емкости.

Этап 3. По схеме замещения составляем операционные уравнения в соответствии с законами Кирхгофа, или по методу узловых напряжений, или по методу контурных токов (токов ветвей связи).

Этап 4. Изображение тока или напряжения, полученное в результате решения операционных уравнений (этап 3), переводим в соответствующий

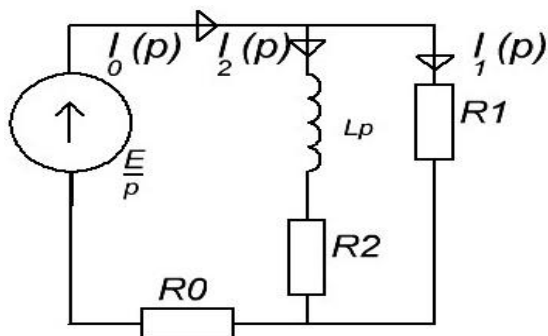
оригинал. Выполняем это с помощью теоремы разложения или таблицы, связываем оригиналы и их изображения по Лапласу (см.Табл.5.1).

Задача 5.1 Расчет переходного процесса в цепи первого порядка

Для заданного варианта (Прил. 1) выполнить следующее:

- составить схему замещения;
- рассчитать начальные условия;
- составить операционные уравнения для изображения тока в индуктивности или напряжения на емкости;
- найти оригинал $i_L(t)$ или $U_c(t)$

Пример 5.1. Дана схема из варианта 12 (Прил.1) с параметрами $E=200В$
 $L=40 мГн$, $R_0=100 Ом$, $R_1=50 Ом$, $R_2=100 Ом$.



Определить $i_2(t)$

Решение.

1. Составляем операционную схему замещения (рис.5.2).

2. Сформируем независимые начальные условия $i_2^+ = i_2^- = 0$

3. Составляем операционные уравнения.

Схема замещения (рис.5.2) содержит один источник, поэтому

применяем метод преобразования: находим $Z_{\Sigma} = R_0 + \frac{R_1(R_2+Lp)}{R_1+R_2+Lp}$

и по закону Ома определяем ток $I_0 = \frac{E/p}{Z_{\Sigma}(p)}$. Затем находим $U_{ab}(p)$ и далее

ток $I_2(p)$.

Рис.5.2

$$I_2(p) = \frac{U_{ab}(p)}{R_2 + L_p} = I_0(p) \frac{R_1(R_2 + L_p)}{R_1 + R_2 + L_p} \cdot \frac{1}{R_2 + L_p}$$

$$= \frac{E/p}{R_0 + \frac{R_1(R_2 + L_p)}{R_1 + R_2 + L_p}} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + L_p}$$

4. Подставляя изображение $I_2(p)$ в виде отношения двух многочленов

$$I_0 = \frac{ER_1}{p((R_0 + R_1)L_p + R_0R_1 + R_0R_2 + R_1R_2)} = \frac{10^4}{p(6p + 2 \cdot 10^4)}$$

где $A(p)=10^4$; $B(p)=6p^2+2 \cdot 10^4p$.

По теореме разложения [1] оригинал функции определяется как

$$i_2(t) = \frac{A(p_1)}{B(p_1)} \cdot e^{p_1 t} + \frac{A(p_2)}{B(p_2)} \cdot e^{p_2 t}$$

где $B(p)=\frac{dB}{dp} = 12p + 2 \cdot 10^4$; $p_1 = 0, p_2 = -\frac{1}{3 \cdot 10^{-4}}$

Постоянная времени $\tau = \left| \frac{1}{p_2} \right| = 3 \cdot 10^4$.

Подставляя значения $A(p_1), A(p_2), B(p_1), B(p_2)$ в формулу теоремы разложения получаем $i_2(t) = 0.5(1 - e^{\frac{t}{3 \cdot 10^{-4}}})$ А.

Задача 5.2. Расчет переходного процесса в цепи второго порядка

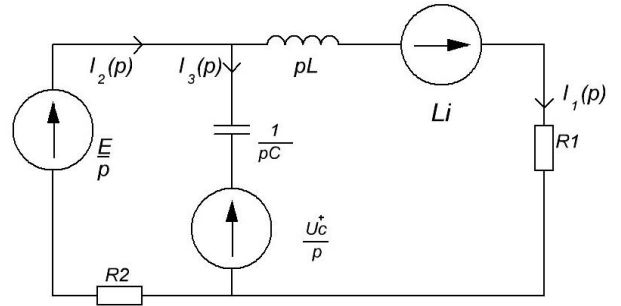
Для данного варианта (Прил.2) выполнить следующее:

- составить операционную схему замещения;
- рассчитать начальные условия;
- составить операционное уравнение по методу узловых напряжений;
- найти оригинал $U_{10}(t)$.

Пример 5.2. Дана схема рис. 3.5 с параметрами варианта «б» из задачи 4
 2. Определить $U_{10}(t)$.

Решение.

1. Составляем операционную схему замещения (рис.5.3)



2. Рассчитываем независимые начальные условия

Рис.5.3

$$i_1^+ = i_1^- =$$

$$\frac{E}{R_0 + R_1 + R_2} = 1 \text{ A,}$$

$$U_c^+ = U_c^- = \frac{ER_1}{R_0 + R_1 + R_2} = 2 \text{ B}$$

3. Составляем операционное уравнение по методу узловых напряжений

$$\left(\frac{1}{R_2} + pC + \frac{1}{R_1 + pL} \right) U_{10}(p) = \frac{E}{p} \cdot \frac{1}{R_2} + \frac{U_c^+}{p} pC - \frac{Li_1^+}{R_1 + pL}$$

Подставляя численные значения параметров, получаем

$$U_{10}(p) = \frac{2 \cdot 10^{-7} p^2 + 8 \cdot 10^{-3} p + 274}{p(10^{-7} p^2 + 2 \cdot 10^{-3} p + 100)} \frac{\text{B}}{\text{C}}$$

Определяем корни характеристического уравнения

$$p \cdot 10^{-7} (p^2 + 20 \cdot 10^3 p + 1,0 \cdot 10^9) = 0,$$

$$p_1 = 0, p_{2,3} = -1 \cdot 10^4 \pm j \cdot 3 \cdot 10^4; \delta = 10^4 \frac{1}{\text{с}}, \omega = 3 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{с}}$$

№	Изображение	Оригинал
1	$1/p$	$1(t)$
2	$1/(p + \alpha)$	$e^{-\alpha \cdot t}$
3	$1/p(p + \alpha)$	$1 - e^{-\alpha \cdot t} / \alpha$
4	$1/(p + \alpha) \cdot (p + \beta)$	$(e^{-\alpha \cdot t} - e^{-\beta \cdot t}) / (\beta - \alpha)$
5	$\frac{1}{p(p + \alpha) \cdot (p + \beta)}$	$\frac{1}{\alpha + \beta} + \frac{\beta \cdot e^{-\alpha \cdot t} - \alpha \cdot e^{-\beta \cdot t}}{\alpha \cdot \beta \cdot (\alpha - \beta)}$
6	$\frac{1}{(p + \delta)^2 + \omega^2}$	$\frac{1}{\omega} \cdot e^{-\delta \cdot t} \sin \omega \cdot t$
7	$\frac{1}{p[(p + \delta)^2 + \omega^2]}$	$\frac{1}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega_0 \omega} e^{-\beta \cdot t} \sin(\omega \cdot t - \varphi)$ где $\varphi = \arctg \frac{\omega}{-\delta}$, $\omega_0^2 = \delta^2 - \omega^2$
8	$\frac{p + a}{(p + \delta)^2 + \omega^2}$	$\frac{1}{\omega} \sqrt{(a - \delta)^2 + \omega^2} e^{-\delta \cdot t} \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ где $\varphi = \arctg \frac{\omega}{a - \delta}$
9	$\frac{p + a}{p[(p + \delta)^2 + \omega^2]}$	$\frac{a}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega \omega_0} \sqrt{(a - \delta)^2 + \omega^2} e^{-\delta \cdot t} \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ где $\varphi = \arctg \frac{\omega}{a - \delta} - \arctg \frac{\omega}{-\delta}$ $\omega_0^2 = \delta^2 + \omega^2$
10	$\frac{p^2 + a_1 p + a_0}{p[(p + \omega)^2 + \omega^2]}$	$\frac{a}{\omega_0^2} + \frac{1}{\omega \omega_0} \sqrt{(\delta^2 - \omega^2 - a_1 \delta + a_0)^2 + \omega^2 (a_1 - 2\delta)^2} e^{-\delta \cdot t} \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ где $\varphi = \arctg \frac{\omega^2 (a_1 - 2\delta)}{\delta^2 - \omega^2 - a_1 \delta + a_0} - \arctg \frac{\omega}{-\delta}$ $\omega_0^2 = \delta^2 + \omega^2$

4. Приведем выражение для $U_{10}(p)$ к табличной форме

$$U_{10}(p) = \frac{2(p^2 + 4 \cdot 10^4 p + 1,37 \cdot 10^9) B}{p[(p + 10^4)^2 + 0,9 \cdot 10^9] C}$$

Используем формулу 10 табл.5.1 и определяем оригинал функции

$$\begin{aligned} U_{10}(t) &= U_c(t) \\ &= 2 \left[\frac{a}{\omega_0^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\omega \omega_0} \sqrt{(\delta^2 - \omega^2 - a_1 \delta + a_0)^2 + \omega^2 (a_1 - 2\delta)^2} e^{-\delta \cdot t} \sin(\omega \cdot t \right. \\ &\quad \left. + \varphi) \right] \end{aligned}$$

где $\delta = 10^4 \frac{1}{c}$, $\omega = 3 \cdot 10^4 \frac{1}{c}$, $\omega_0^2 = \delta^2 + \omega^2 = 10^9 \frac{1}{c}$, $a_0 = 1,37 \cdot 10^9$, $a_1 = 4 \cdot 10^4$,

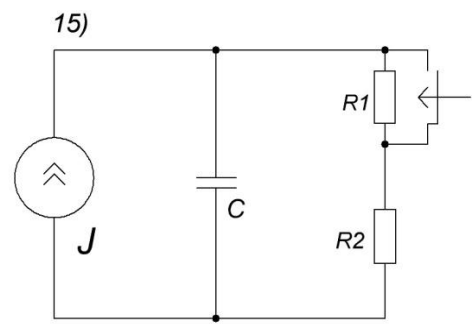
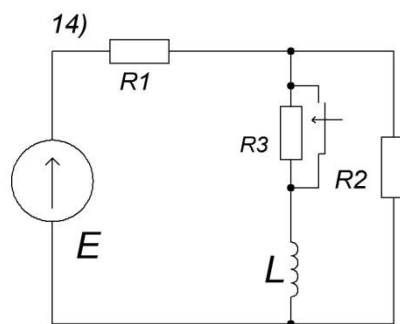
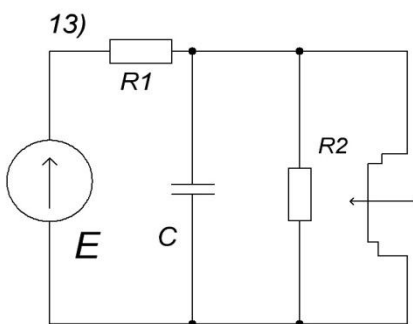
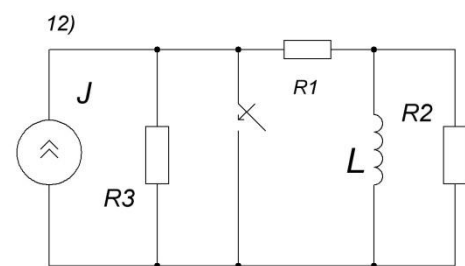
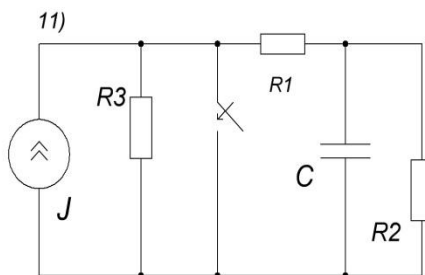
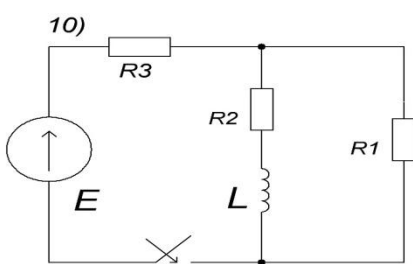
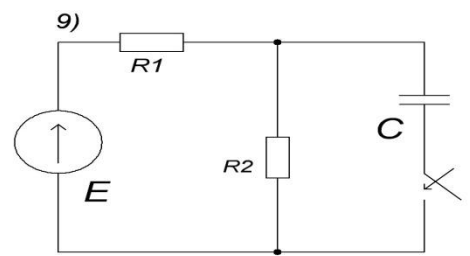
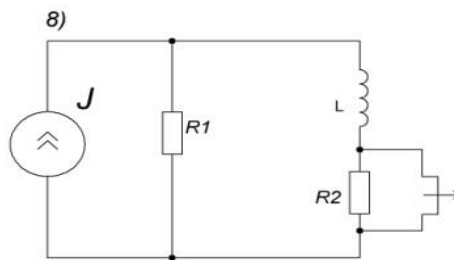
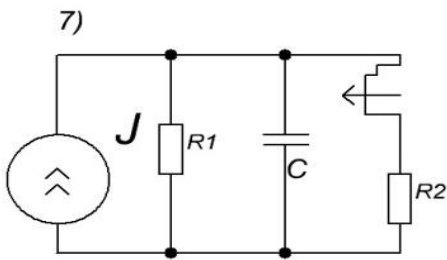
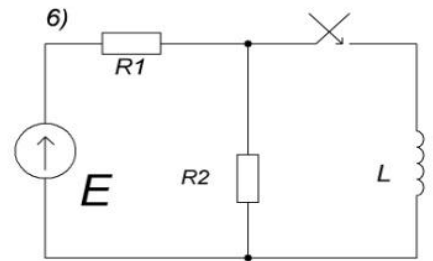
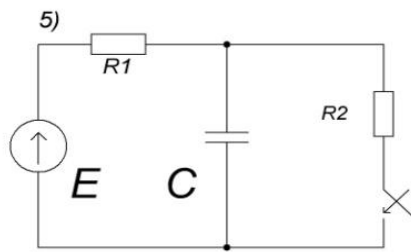
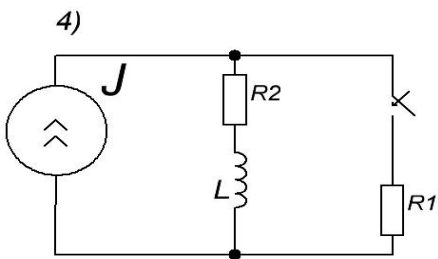
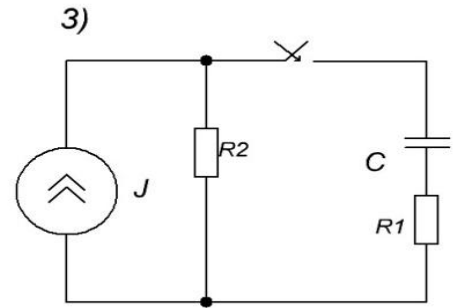
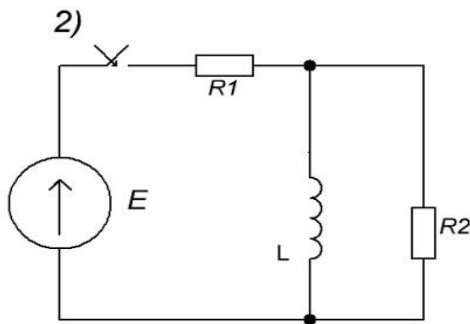
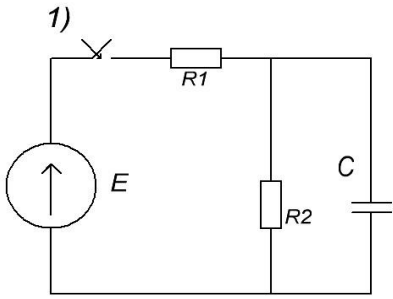
$$\varphi = \arctg \frac{\omega(a_1 - 2\delta)}{\delta^2 - \omega^2 - a_1 \delta + a_0} - \arctg \frac{\omega}{-\delta}$$

Подставляя численные значения, получаем

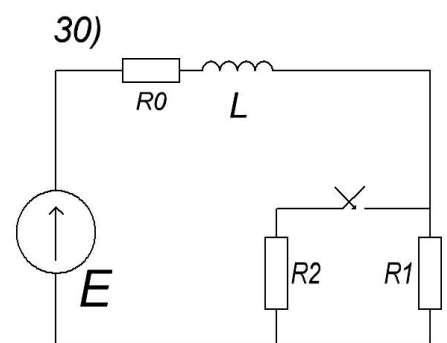
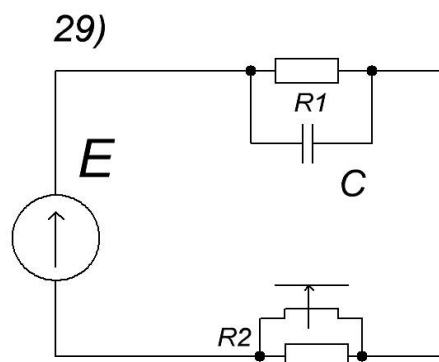
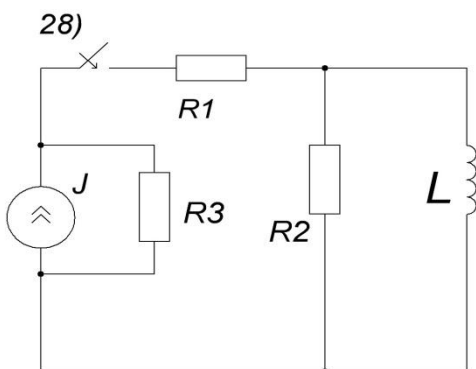
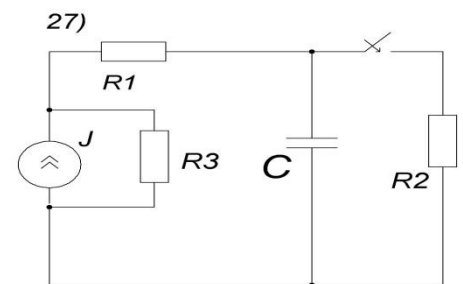
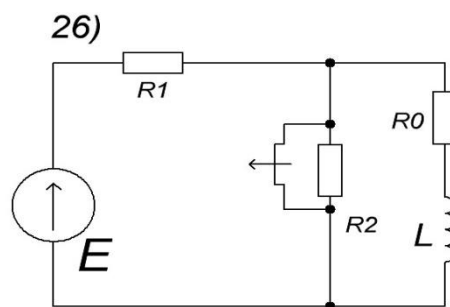
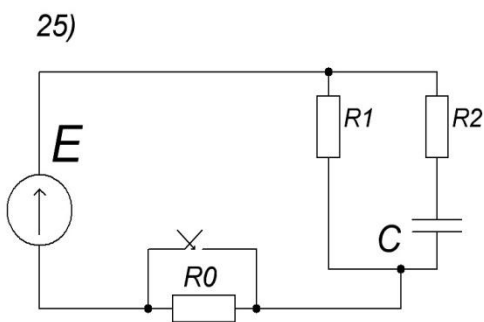
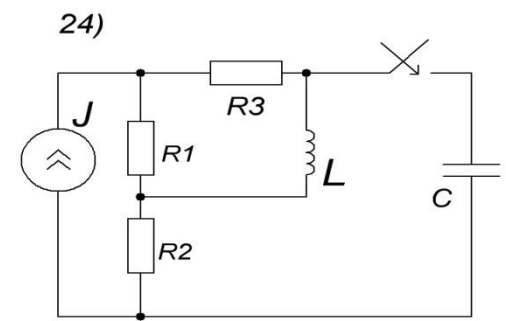
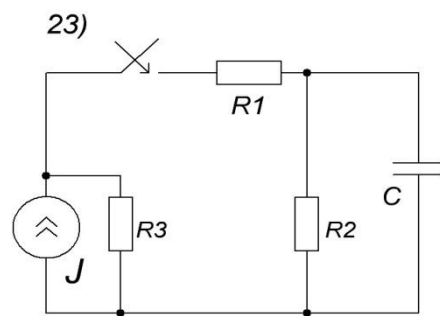
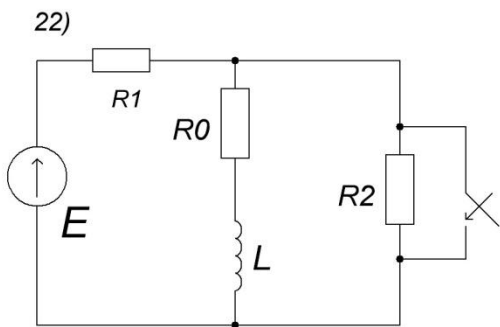
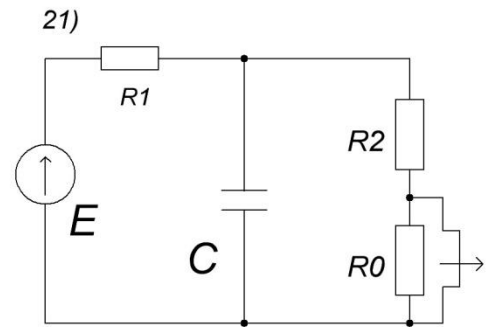
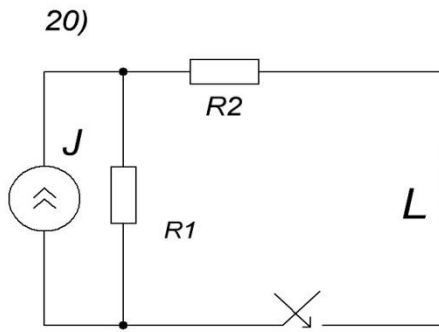
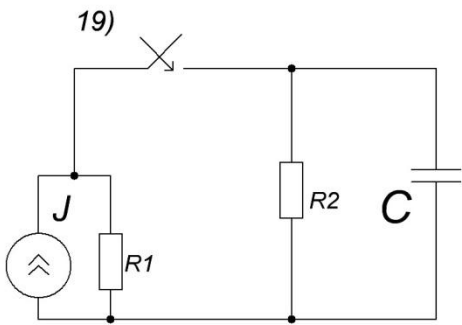
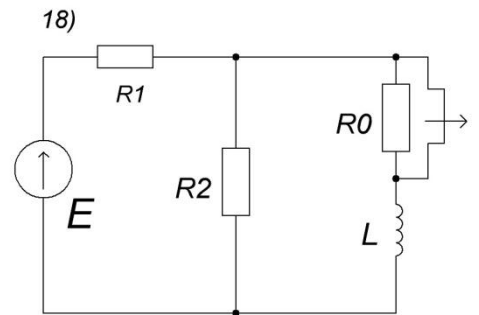
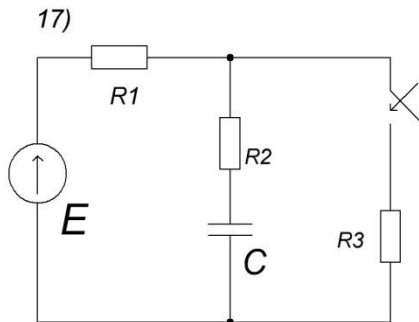
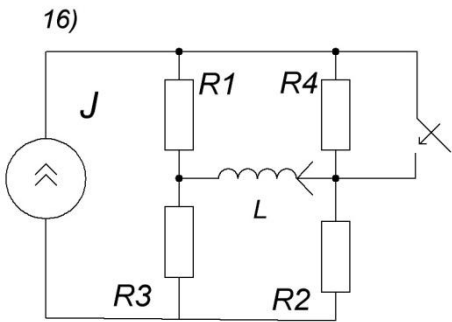
$$U_{10}(t) = U_c(t) = 2,74 + 1,26e^{-10^4 t} \sin(3 \cdot 10^4 t - 36^\circ), B$$

Выражение совпадает с найденным классическим методом.

Варианты	Номер схемы	Данные электрической схемы						
		E, В	I, А	R ₁ , Ом	R ₂ , Ом	R ₃ , Ом	C, мкФ	L, мГн
1	1	100	-	20	20	20	100	-
2	2	180	-	-	15	30	50	-
3	3	50	-	-	100	20	1	-
4	4	100	-	-	100	100	1	-
5	5	40	-	-	20	60	1	-
6	6	80	-	-	400	400	10	-
7	7	-	2	4	4	5	40	-
8	8	100	-	100	100	50	1	-
9	9	--	1	-	10	10	50	-
10	10	100	-	-	200	40	-	10
11	11	-	1,2	6	-	4	-	10
12	12	200	-	100	50	100	-	20
13	13	50	-	-	100	50	-	20
14	14	100	-	-	12	8	-	16
15	15	-	3	50	100	100	-	15
16	16	30	-	20	20	20	-	0,3
17	17	50	-	-	10	10	-	0,05
18	18	30	-	100	100	100	-	0,5
19	19	30	-	60	60	120	-	1,8
20	20	-	1	50	50	50	-	0,25
21	21	-	0,8	10	10	20	-	0,1
22	22	100	-	100	50	100	-	1
23	23	75	-	100	100	100	-	1,5
24	24	-	0,2	-	200	200	5	-
25	25	100	-	-	500	500	4	-
26	26	50	-	300	100	100	20	-
27	27	60	-	200	100	200	12,5	-
28	28	-	0,2	50	50	100	20	-
29	29		2	50	50	100	20	-
30	30	-	0,3	100	100	100	20	-

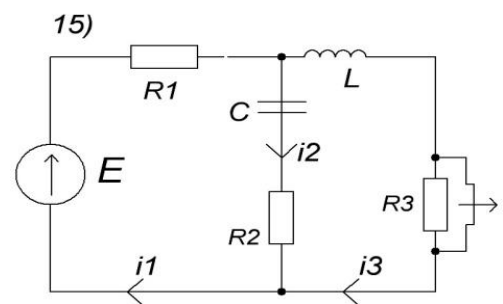
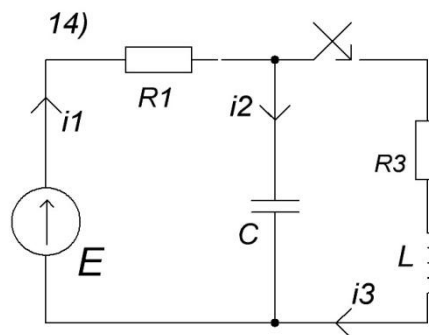
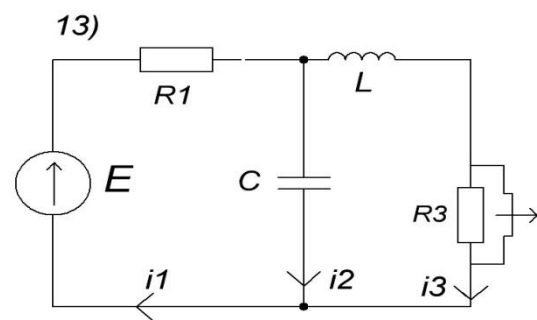
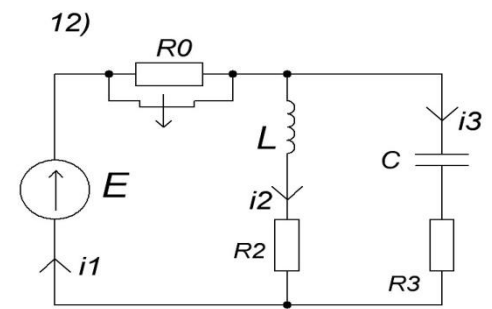
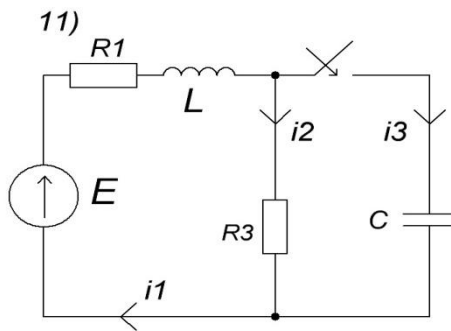
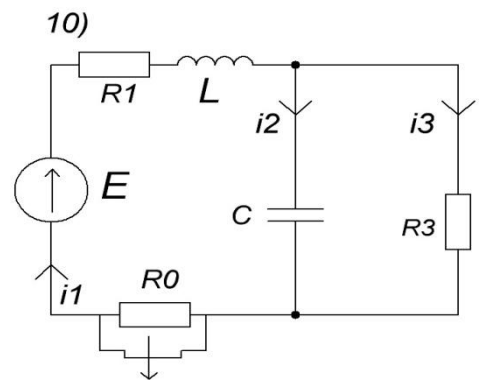
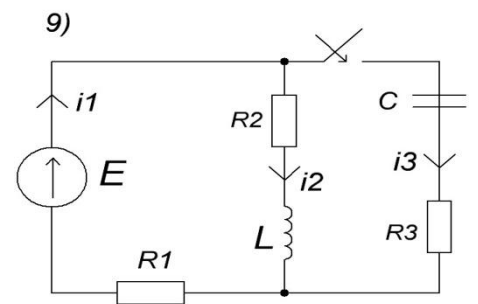
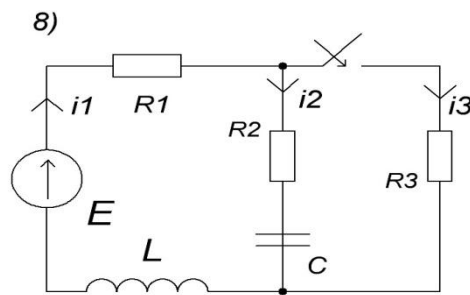
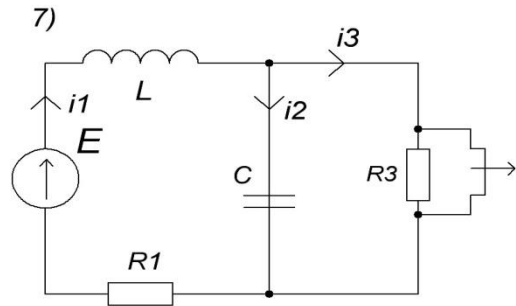
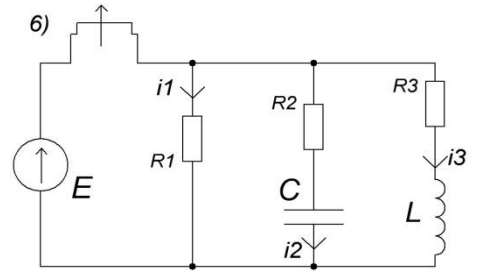
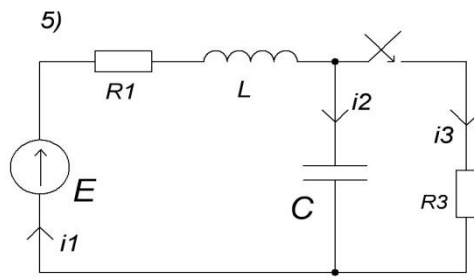
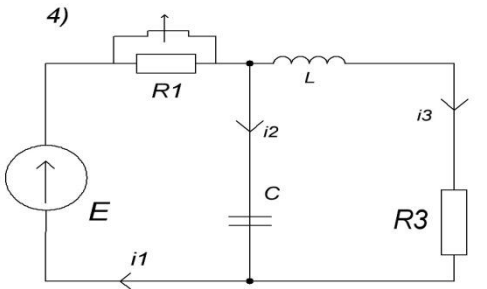
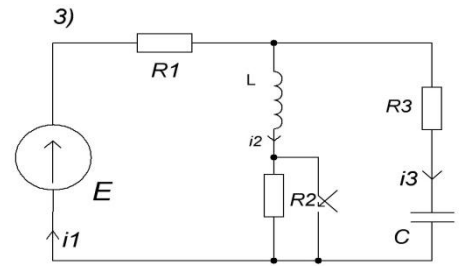
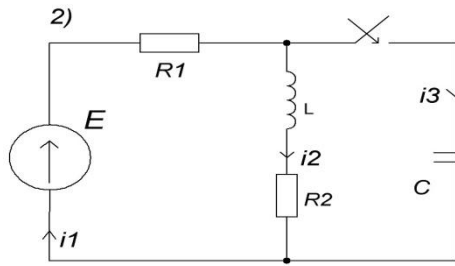
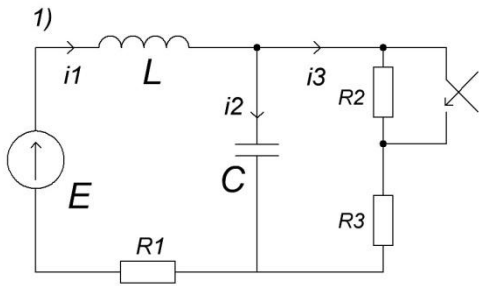


Продолжение прил. 1



Приложение 2

Варианты	Номер схемы	Данные электрической схемы						
		$E, В$	$R_0,$ Ом	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R_3,$ Ом	$C,$ мкФ	$L,$ мГн
1	1	90	30	30	-	30	0,001	10
2	1	82	4000	200	-	4000	1	1
3	2	60	-	400	800	0	0,2	5
4	2	100	-	5000	50	0	2	20
5	3	40	-	10	10	10	0,5	100
6	3	80	-	400	400	20	1	100
7	4	100	-	50	-	50	0,001	10
8	4	105	-	2000	-	100	1	10 .
9	5	200		1000	-	1000	0,1	5
10	5	200	-	10	-	1000	0,1	5
11 -	6	20	-	20	20	20	0,01	500
12	6	20	-	500	5	5	2	50
13	7	100	-	10		40	2	100
14	7	120	-	20	-	1000	2	100
15	8	22	-	20	20 .	2	0,1	100
16	8	100	-	10	10	100	0,5	20
17	9	50	-	40	10	40	0,01	100
18	9	50	-	500	10	10	1	40
19	10	225	200	200	-	50	0,02	50
20	10	84	20	20	-	800	0,1	5
21	11	60	-	30	30	0	0,3	50
22	11	100	-	50	1000	0	0,1	2
23	12	50	40	-	10	40	0,01	100
24	12	81	800	-	10	10	1	10
25	13	80	-	100	-	100	0,01	10
26	13	84	-	2000	-	100	1	5
27	14	100	-	400	-	600	0,1	5
28	14	100	-	4000	-	40	0,2	2
29	15	140		40	40	100	0,01	10
30	15	200	-	2000	20	20	1	5



Содержание

Задание 3. РАСЧЕТ НАЧАЛЬНЫХ И УСТАНОВИВШИХСЯ РЕАКЦИЙ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ	3
Задача 3.1. Расчет цепи первого порядка	3
Задача 3.2. Расчет цепи второго порядка	4
Задание 4. АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ КЛАССИЧЕСКИМ МЕТОДОМ	6
Задача 4.1. Расчет переходного процесса в цепи первого порядка	12
Задание 4.2. Расчет переходного процесса в цепи второго порядка	14
Задание 4.3. Анализ уравнений состояний для цепи второго порядка	18
Задание 5. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ ОПЕРАЦИОННЫМ МЕТОДОМ	25
Задача 5.1. Расчет переходного процесса в цепи первого порядка	25
Задание 5.2. Расчет переходного процесса в цепи второго порядка	27
Библиографический список.....	29
Приложение 1	30
Приложение 2	33
Приложение 3	35