МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения»

Кафедра №23 Кафедра конструирования и технологии электронных и лазерных средств

РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ

Часть 1. «Теория сигналов. Линейные цепи»

Программа, контрольные задания, методические указания

Санкт-Петербург
2016 год

Составили: доктор технических наук, профессор П.Н. Петров,
кандидат технических наук, доцент О.Л. Балышева.

Настоящие методические указания содержат программу по разделам «Теория сигналов. Линейные цепи», курса «Радиотехнические цепи и сигналы», являющегося одним из фундаментальных курсов в подготовке бакалавров и специалистов радиотехнических специальностей. В указаниях содержатся вопросы для самопроверки, контрольные задания и приложения со справочным материалом. В контрольных работах студенты исследуют спектральные характеристики периодических и непериодических сигналов, частотные и временные характеристики линейных цепей, а также выполняют расчет прохождения этих сигналов через линейные цепи спектральным и временным методами. Методические указания предназначены для студентов заочной формы обучения. Они могут быть также полезны студентам других технических специальностей, как заочной формы обучения, так и дневной.

Подготовлены к публикации кафедрой конструирования и технологии электронных и лазерных средств. Рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

Оглавление

Общие методические указания

Курс «Радиотехнические цепи и сигналы» является одним из фундаментальных курсов в подготовке бакалавров и специалистов. Курс основан на знаниях, полученных при изучении таких дисциплин как математике, физике, основы теории цепей.

Студенты заочного факультета соответствующих направлений и специальностей изучают этот курс в течение четвертого и пятого семестров. Усвоение курса облегчается выполнением лабораторных и контрольных работ в каждом семестре.

В данном методическом пособии дается подробная программа курса, контрольные вопросы для самопроверки, задания к контрольным работам и краткие методические указания. При выполнении контрольных работ можно воспользоваться специальными методическими разработками, где приводятся основные соотношения и конкретные примеры решения типовых задач. Для изучения курса рекомендуется основная и дополнительная литература.

Библиографический список

Основной

1. Баскаков, С. И.. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник/ С. И. Баскаков. - 5-е изд., стереот.. - М.: Высш. шк., 2005. - 462 с. (ранние издания 1983-2002 гг.).
2. Нефедов, В. И.. Основы радиоэлектроники и связи: учебное пособие/ В. И. Нефедов, А. С. Сигов; ред. В. И. Нефедов. - М.: Высш. шк., 2009. - 735 с.
3. Гоноровский, И. С.. Радиотехнические цепи и сигналы: учебное пособие/ И. С. Гоноровский. - 5-е изд., перераб. и испр.. - М.: Дрофа, 2006. - 717 с. (ранние издания 1963-1994 гг.).

Дополнительный

1. Радиотехнические цепи и сигналы. Теория сигналов. Линейные цепи: методические указания к выполнению лабораторных работ № 1 - 4/ С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения; сост.: О.Л. Балышева, Ю.Г. Смирнов. - СПб.: ГОУ ВПО "СПбГУАП", 2008. - 46 с.
2. Радиотехнические цепи и сигналы: методические указания к выполнению курсовой работы/ С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения; сост.: О. Л. Балышева, Ю. Г. Смирнов. - СПб.: РИО ГУАП, 2005. - 27 с.

ПРОГРАММА

Введение

Краткая история развития радиотехники. Значение радиотехники в современном мире. Диапазоны частот в радиотехнике. Предмет и задачи дисциплины. Структура и порядок изучения дисциплины. Ознакомление с учебной литературой по курсу.

Раздел 1. Основы теории сигналов

Тема 1.1. Элементы общей теории радиотехнических сигналов.

Основные понятия: сигнал, помеха, сообщение, информация. Классификационные признаки и классификация сигналов. Детерминированные и случайные сигналы. Математические модели сигналов. Ортогональные сигналы. Гармоническое колебание, дельта-функция, функция включения.

Вопросы для самопроверки

1. Что понимают под сигналом, какой сигнал может нести полезную информацию?
2. Чем отличается детерминированный сигнал от случайного?
3. Что понимают под управляющим сигналом; что понимают под модулированным сигналом?
4. Для чего сигнал представляют в виде ряда по системе ортогональных функций?
5. Какие Вы знаете системы функций, обладающие свойством ортогональности?
6. Чем мотивируется выбор той или иной системы ортогональных функций, по которой раскладываю сигнал?

Тема 1.2. Спектральное и корреляционное представление сигналов.

Разложение периодических сигналов в ряд Фурье. Различные формы представления рядов Фурье. Понятие спектра. Графическое представление спектров. Примеры разложения периодических сигналов в спектр. Спектральный анализ непериодических сигналов. Преобразование Фурье и условия его применения. Свойства преобразования Фурье: линейность, спектр смещенного во времени сигнала, спектр при дифференцировании, интегрировании, масштабировании сигналов, спектральная плотность произведения сигналов. Понятие ширины спектра. Распределение средней мощности в спектре периодических сигналов. распределение энергии в спектре непериодических сигналов. Энергетический спектр сигнала. Сигналы с ограниченным спектром. Представление сигналов в виде ряда Котельникова. Теорема отсчетов. Корреляционный анализ сигналов. Понятие авто - и взаимнокорреляционной функции. Свойства корреляционных функций.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое обобщенный ряд Фурье, чем он отличается от тригонометрического ряда Фурье?
2. Что такое амплитудный и фазовый спектры периодического сигнала; почему речь идет о двух видах спектров периодического сигнала?
3. Почему для непериодических сигналов используется понятие спектральной плотности?
4. В чем состоит отличие спектров непериодического и периодического сигналов?
5. Как изменится спектральная плотность сигнала, если его сдвинуть во времени, сжать или растянуть во времени?
6. Что такое единичный импульс и чему равна его спектральная плотность?
7. Что такое функция включения и чему равна ее спектральная плотность?
8. Как связаны между собой спектры одиночного импульса и периодической последовательности таких же импульсов?
9. Существует ли связь между длительностью сигнала и шириной его спектра?
10. Каким условиям должна удовлетворять функция, чтобы к ней модно было бы применить преобразование Фурье, преобразование Лапласа?
11. В чем физический смысл теоремы отсчетов?
12. Какая связь существует между интервалом дискретизации и шириной спектра сигнала?
13. Чем отличается спектр дискретного сигнала от спектра непрерывного сигнала?
14. Что такое дискретное преобразование Фурье?
15. Что характеризует функция корреляции детерминированного сигнала?
16. Чему равна корреляционная функция прямоугольного импульса, пачки прямоугольных импульсов, периодической последовательности?

Тема 1.3. Модулированные сигналы.

Назначение модуляции, понятие несущего колебания и виды модуляции. Амплитудная модуляция (АМ), ее разновидности, временное и спектральное представление. Условия неискаженной АМ. Энергетические характеристики. Угловая модуляция, сравнение частотной модуляции (ЧМ) и фазовой модуляции (ФМ). Комплексное представление узкополосных сигналов: огибающая, частота, фаза. Преобразование Гильберта. Аналитический сигнал.

Вопросы для самопроверки

1. Что такое радиосигнал?
2. Как понимать радиосигнал - узкополосный сигнал?
3. Каким выражением описывается радиосигнал с амплитудной и угловой модуляцией?
4. Что такое полная фаза колебания?
5. Что такое коэффициент модуляции, в каких пределах он изменяется?
6. Чем определяется ширина спектра радиосигнала с амплитуда ей модуляцией?
7. Что такое индекс модуляции, девиация частоты, как они связаны?
8. Чем отличается спектр радиосигнала с тональной угловой модуляцией от спектра радиосигнала с тональной амплитудной модуляцией?
9. Чему равна ширина спектра радиосигнала с угловой модуляцией при индексе модуляции меньше единицы и при индексе модуляции много больше единицы?
10. Как изменится спектр радиосигнала, модулированного по частоте, если при неизменной амплитуде управляющего сигнала возрастет его частота?
11. Как изменится спектр радиосигнала модулированного по фазе, если при неизменной амплитуде управляющего сигнала возрастет его частота?
12. Какие виды импульсной модуляции знаете?
13. Как связаны между собой спектры управляющего сигнала и сигнала с амплитудно-импульсной модуляцией?
14. В чем отличие простого радиосигнала от сложного?
15. Почему вводится понятие аналитического сигнала?
16. Как определяется огибающая, частота и фаза радиосигнала?
17. Как связана корреляционная функция радиосигнала о амплитудной модуляцией с корреляционной функцией управляющего сигнала?

Тема 1.4. Основы теории случайных сигналов.

Понятие случайного сигнала. Вероятность. Характеристики случайной величины. Функция распределения и числовые характеристики. Случайные процессы. Свойство стационарности и эргодичности. Гауссовы случайные процессы. Корреляционный анализ случайных сигналов. Энергетический спектр. Теорема Винера-Хинчина. Коэффициент корреляции и интервал корреляции. Белый шум.

Вопросы для самопроверки

1. Какова роль случайных процессов в радиотехнике?
2. Как можно рассматривать случайный процесс, используя понятие случайной величины?
3. В чем состоит свойство стационарности случайного процесса?
4. Как определить интегральный закон распределения случайной величины, используя понятие "вероятность"?
5. Каков смысл дифференциального закона распределения?
6. Какую размерность имеют законы распределения?
7. Как связаны между собой законы распределения, каковы их основные свойства?
8. Какой физический смысл имеют числовые характеристики случайной величины?
9. В чем состоит свойство эргодичности случайного процесса?
10. Как определяется корреляционная функция эргодического процесса; каковы ее основные свойства?
11. Как определяется спектр случайного процесса?
12. Как связаны между собой энергетический спектр и корреляционная функция случайного

процесса?
13. Что такое "белый" шум; какую он имеет корреляционную функцию?

Раздел 2. Линейные радиотехнические цепи и преобразования сигналов в них.

Тема 2.1. Общие характеристики линейных стационарных цепей.

Понятие физической системы. Системный оператор. Линейные и нелинейные системы. Принцип суперпозиции. Характеристики систем: частотный коэффициент передачи, амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) и фазочастотная характеристика (ФЧХ), импульсная и переходная характеристики. Условие физической реализуемости цепи.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется активной линейной цепью?
2. Чем отличается активная линейная цепь от пассивной линейной цепи?
3. Что такое частотный коэффициент передачи цепи?
4. Что такое амплитудно-частотная характеристика цепи?
5. Что такое фазочастотная характеристика цепи?
6. Что такое импульсная характеристики цепи?
7. Что такое переходная характеристики цепи?
8. Что такое частотный коэффициент передачи цепи?

Тема 2.2. Анализ линейных цепей

Задача анализа. Методы анализа. Спектральный метод для периодических и непериодических сигналов. Условие неискаженной передачи сигналов через линейные цепи. Частотно-избирательные цепи. Прохождение детерминированных сигналов через частотно-избирательные цепи. Операторный метод. Преобразование Лапласа и его свойства. Временной метод. Интегралы Дюамеля.

Вопросы для самопроверки

1. Какой принцип лежит в основе методов анализа линейных цепей?
2. В виде каких простейших сигналов представляется сложный входной сигнал в спектральном методе анализа, во временном методе анализа?
3. В чем состоит приближенный спектральный метод анализа? В чем состоит приближенный метод интеграла наложения?
4. Как искажаются радиосигналы с непрерывной амплитудной модуляцией при прохождении через избирательные цепи?
5. Как искажаются частотно-модулированные колебания при прохождении через избирательные цепи?
6. Как связаны корреляционные функции входного и выходного сигналов в линейной цепи?
7. Чем определяется передаточная функция активной линейной цепи?
8. В каком режиме, и при какой форме воздействия определяется передаточная характеристика активной линейной цепи?
9. Какого вида бывает обратная связь?

Тема 2.3. Элементы теории синтеза линейных цепей.

Задача синтеза. Синтез цепи по частотному коэффициенту передачи. Дифференцирующие и интегрирующие цепи.

Перечень лабораторных работ по первой части курсу

1. Исследование амплитудных спектров периодических радиосигналов.
2. Исследование частотных характеристик линейных цепей. Спектральный метод анализа.
3. Исследование переходных характеристик линейных цепей.

4. Исследование законов распределения случайных сигналов.

Методические указания к работе №1

Периодические сигналы

Электрические колебания, представляющие собой изменение во времени тока, напряжения, заряда или другой величины, отображающие сообщение, называются радиотехническими сигналами.

Наиболее важным классом непрерывных детерминированных сигналов являются периодические сигналы. Периодические сигналы при $-\infty < t < +\infty$ удовлетворяют условию

$$s(t) = s(t + kT), \tag{1}$$

где k – любое целое число; T – период сигнала.

Простейшим из периодических сигналов, широко используемым в радиотехнике в качестве измерительного, является гармоническое колебание

$$s(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \tag{2}$$

где A_0 – амплитуда колебания; $\omega_0 = 2\pi f_0$ – угловая частота, f_0 – циклическая частота; φ_0 – начальная фаза колебания.

Периодический сигнал $s(t)$ можно разложить в ряд Фурье по системе тригонометрических функций вида

$$1,\ \cos\Omega t,\ \sin\Omega t,\ \cos 2\Omega t,\ \sin 2\Omega t,\ \cos 3\Omega t \ldots \tag{3}$$

Тригонометрический ряд Фурье определяется выражением

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t)\,. \tag{4}$$

Коэффициенты $a_0/2$ (*постоянная составляющая*), a_n (*косинусные составляющие*, b_n (*синусные составляющие*)***Ошибка! Закладка не определена.*** рассчитываются по формулам

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)dt\,; \tag{5}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\cos n\Omega t dt\,; \tag{6}$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} s(t)\sin n\Omega t dt\,. \tag{7}$$

Совокупность коэффициентов a_n и b_n называется *спектром* периодического сигнала.

Тригонометрический ряд Фурье может быть записан и в другой форме

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \theta_n)\,; \tag{8}$$

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}\,; \tag{9}$$

$$\theta_n = -arctg\,\frac{b_n}{a_n}\,. \tag{10}$$

Формулы (9) и (10) показывают, что коэффициенты A_n и θ_n являются соответственно модулем и аргументом комплексных чисел вида (a_n+jb$_n$), поэтому при вводе формул, например, в системе *Mathcad,* целесообразно использовать функции модуля и аргумента комплексного числа и записывать формулы (9) и (10) в виде

$$A_n = |a_n - jb_n|; \tag{11}$$

$$\theta_n = \arg(a_n - jb_n). \tag{12}$$

Коэффициенты A_n, θ_n, a_n, b_n связаны соотношениями

$$a_n = A_n \cos\theta_n, \qquad b_n = -A_n \sin\theta_n. \tag{13}$$

Совокупность коэффициентов A_n называется *амплитудно-частотным спектром*, а совокупность коэффициентов θ_n называется *фазочастотным спектром* периодического сигнала $s(t)$.

Ряды (4) и (8) представляют собой разложение сигнала $s(t)$ по гармоническим функциям. Сами функции вида

$$s_1(t) = A_1 \cos(n\Omega t + \theta_1);$$
$$s_2(t) = A_2 \cos(n\Omega t + \theta_2); \tag{14}$$
$$s_n(t) = A_n \cos(n\Omega t + \theta_n);$$

называются первой, второй и n-й гармониками соответственно, A_1, A_2, ...A_n – амплитудами, а $\theta_1, \theta_2, ..., \theta_n$ – начальными фазами гармоник.

Как следует из формул (4-10), частотный спектр периодических сигналов является *дискретным* или *линейчатым*. Поэтому при построении амплитудных и фазовых спектральных диаграмм необходимо отмечать значения амплитуд и фаз только на частотах 0, Ω, 2Ω, ...$n\Omega$. Спектральные диаграммы имеют вид совокупности линий ("палочек"), высоты которых равны соответствующим значениям амплитуд и фаз.

Приведенные выше формулы являются общими и справедливы для периодических сигналов любого вида. В том случае, если периодический сигнал $s(t)$ четный или нечетный приведенные формулы для расчета амплитудного и фазового спектров значительно упрощаются и имеют следующий вид.

Для четного сигнала

$$\frac{a_0}{2} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} s(t)dt; \tag{15}$$

$$a_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} s(t)\cos n\Omega t dt, \qquad b_n = 0; \tag{16}$$

$$A_n = |a_n|, \qquad \theta_n = \arg(a_n). \tag{17}$$

Для нечетного сигнала

$$b_n = \frac{4}{T}\int_0^{T/2} s(t)\sin n\Omega t dt, \qquad a_0 = a_n = 0; \tag{18}$$

$$A_n = |b_n|, \qquad \theta_n = \arg(-jb_n). \tag{19}$$

Формулы ряда Фурье (4) и (8) позволяют точно синтезировать (восстановить) сигнал по его спектру, однако, в этих формулах выполняется суммирование бесконечно большого числа слагаемых. На практике для синтеза сигнала используют формулу с конечным числом слагаемых

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N} A_n \cos(n\Omega t + \theta_n), \tag{20}$$

где N – выбранное число.

Для четных сигналов формула (20) имеет вид

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N} a_n \cos(n\Omega t), \tag{21}$$

для нечетных:

$$s(t) = \sum_{n=1}^{N} b_n \sin(n\Omega t). \tag{22}$$

Основными энергетическими характеристиками вещественного сигнала $s(t)$ являются его мощность и энергия. *Мгновенная мощность* сигнала

$$P(t) = s^2(t). \tag{23}$$

Энергия периодического сигнала определяется по формуле

$$Э = \int_{-T/2}^{T/2} P(t)dt = \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt. \tag{24}$$

Средняя за период мощность периодического сигнала

$$Pcp = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s^2(t)dt \tag{25}$$

Эффективной (или *активной*) *шириной спектра* периодического сигнала называется область частот, в которой сосредоточена большая часть (не менее 90%) средней мощности сигнала. Обычно активная ширина спектра определяется по выбранному уровню. Чтобы найти активную часть спектра, например, по уровню 0,05 необходимо на построенной амплитудной спектральной диаграмме провести уровень, соответствующий 0,05 от значения амплитуды максимальной гармоники и определить номер последней гармоники Na, величина которой превышает выбранный уровень. И, наконец, зная частоту первой гармоники и число гармоник, содержащихся в активной частоте, определить активную ширину спектра сигнала.

Мощность, содержащаяся в активной части спектра, находится по формуле

$$Pa = \left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + \sum_{n=1}^{Na} \frac{A_n^2}{2}. \tag{26}$$

При синтезе сигнала по активной части спектра суммирование в выражениях (20, 21, 22) выполняется до значения $N \geq Na$.

Различие между исходным сигналом $s(t)$ и сигналом, синтезированным по активной части спектра $sa(t)$ можно оценить численно с помощью среднеквадратической ошибки

$$\Delta = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [s(t) - sa(t)]^2 dt. \tag{27}$$

Непериодические сигналы

Для непериодических сигналов (одиночных импульсов) условие (1) не выполняется. Непериодический сигнал может быть описан некоторой функцией $s(t)$ на участке времени $t_1 < t < t_2$ и равен 0 за пределами этого участка.

Понятие спектральной функции для непериодических сигналов вводится аналогично понятию спектральной функции периодических сигналов. Также как и для периодических сигналов, спектр представляет собой совокупность гармоник. Однако, в отличие от периодических сигналов, амплитудный спектр непериодических сигналов показывает не сами амплитуды, а плотность амплитуд (т.е. амплитуду, приходящуюся на единицу частотного диапазона).

Комплексная спектральная функция непериодического сигнала $S(\omega)$ определяется по формуле

$$S(\omega) = |S(\omega)| \exp\{j\theta(\omega)\} = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \exp\{-j\omega t\} dt, \tag{28}$$

где $|S(\omega)|$ – модуль спектральной функции или амплитудный спектр; $\theta(\omega)$ – аргумент спектральной функции или фазовый спектр.

Как видно из формулы (28), спектральная функция непериодических сигналов, в отличие от спектральной функции периодических сигналов, является функцией непрерывного аргумента (частоты $\omega = 2\pi f$) и представляет собой спектральную плотность.

Для четных сигналов спектральная функция – действительная функция

$$S(\omega) = 2\int_0^\infty s(t)\cos\omega t dt, \qquad (29)$$

а для нечетного – мнимая функция

$$S(\omega) = -2j\int_0^\infty s(t)\sin\omega t dt. \qquad (30)$$

Амплитудный и фазовый спектры непериодических сигналов можно рассчитать как модуль и аргумент комплексной спектральной функции $S(\omega)$.

Для построения спектральных диаграмм необходимо построить графики модуля и аргумента функции $S(\omega)$, откладывая по оси X значения круговой (ω) или циклической (f) частоты. Активная ширина спектра определяется по амплитудной спектральной диаграмме по уровню, выбранному для спектральной диаграммы периодического сигнала.

Модулированные колебания

Наглядное представление о спектре дают амплитудная и фазовая спектральные диаграммы, показывающие множество частот, амплитуд и начальных фаз гармоник. Периодические сигналы состоят из гармоник с кратными частотами, поэтому их спектр является дискретным (линейчатым). На рис.1 представлены графики различных сигналов и соответствующие им амплитудные спектральные диаграммы (АСД).

Амплитудный спектр гармонического колебания содержит только одну спектральную линию на частоте f_0 (рис.1.1а.).

Управляющие периодические сигналы сложной формы состоят из низкочастотных гармоник, их АСД представляет собой ряд линий, группирующихся вблизи нулевой частоты. Для последовательности прямоугольных импульсов (рис.1.1в.) постоянная составляющая и амплитуды гармоник определяются формулами:

$$\frac{S_0}{2} = A_И \frac{t_И}{T}, \qquad S_n = \frac{2A_И}{n\pi}\left|\sin(n\pi\frac{t_И}{T})\right|. \qquad (31)$$

Модулированные колебания (радиосигналы) могут быть получены в результате принудительного изменения одного из параметров (амплитуды, частоты или начальной фазы) гармонического несущего сигнала в соответствии с управляющим сигналом $s_у(t)$. Так, при амплитудной модуляции (АМ) по закону управляющего сигнала изменяется амплитуда радиосигнала:

$$s(t) = [A_0 + ks_y(t)]\cos 2\pi f_0 t = A(t)\cos 2\pi f_0 t. \qquad (32)$$

Аналитически выражение АМ радиосигнала представляет собой произведение низкочастотной огибающей $A(t)$ и высокочастотного гармонического колебания $\cos 2\pi f_0 t$.

В частности, при гармоническом управляющем сигнале

$$s_y(t) = E\cos\frac{2\pi}{T_y}t = E\cos 2\pi F t \tag{33}$$

формируется радиосигнал с тональной АМ. Такой радиосигнал можно представить в виде суммы трех гармонических колебаний:

$$\begin{aligned} s(t) &= A_0(1+M\cos 2\pi F t)\cos 2\pi f_0 t = \\ &= A_0\cos 2\pi f_0 t + \frac{1}{2}A_0 M\cos 2\pi(f_0 - F)t + \frac{1}{2}A_0 M\cos 2\pi(f_0 - F)t, \end{aligned} \tag{34}$$

где M – коэффициент амплитудной модуляции, определяемый из соотношения

$$M = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}; \qquad A_0 = \frac{A_{\max} + A_{\min}}{2}. \tag{35}$$

В состав АМ колебания входят три гармонических колебания (1.7) и его амплитудный спектр состоит из трёх линий (рис.1.1*б*.).

Последовательность прямоугольных радиоимпульсов (рис.1.1*г*.) может быть сформирована путём умножения гармонического сигнала (рис.1.1*а*.), являющегося несущим колебанием, на периодическую последовательность прямоугольных импульсов (управляющий сигнал) (рис.1.1в.), которая является огибающей радиоимпульсов:

$$\begin{aligned} s(t) &= \left[\frac{S_0}{2} + S_1\cos(2\pi F t + \Theta_1) + S_2\cos(4\pi F t + \Theta_2) + \ldots\right]\cos 2\pi f_0 t = \\ &= A_0\cos 2\pi f_0 t + A_1\cos[2\pi(f_0 + F)t + \Theta_1] + A_1\cos[2\pi(f_0 - F)t - \Theta_1] + \\ &+ A_2\cos[2\pi(f_0 + 2F)t + \Theta_2] + A_2\cos[2\pi(f_0 - 2F)t - \Theta_2] + ., \end{aligned} \tag{36}$$

где $A_0 = S_0/2$, $A_1 = S_1/2$, $A_2 = S_2/2$, $A_n = S_n/2$.

Таким образом, радиосигналы содержат в своём спектре гармоники, частоты которых группируются около частоты несущего колебания f_0. АСД радиосигнала получается путём переноса спектра огибающей вправо по оси частот на величину f_0, при этом колебание на несущей частоте имеет амплитуду A_0=S_0/2, а амплитуды боковых составляющих определяются выражением

$$A_n = \frac{1}{2}S_n, \tag{37}$$

где S_n – амплитуды гармоник огибающей.

Кроме того, АСД АМ радиосигнала симметрична относительно частоты несущего колебания f_0, поэтому спектр радиосигнала вдвое шире спектра его огибающей.

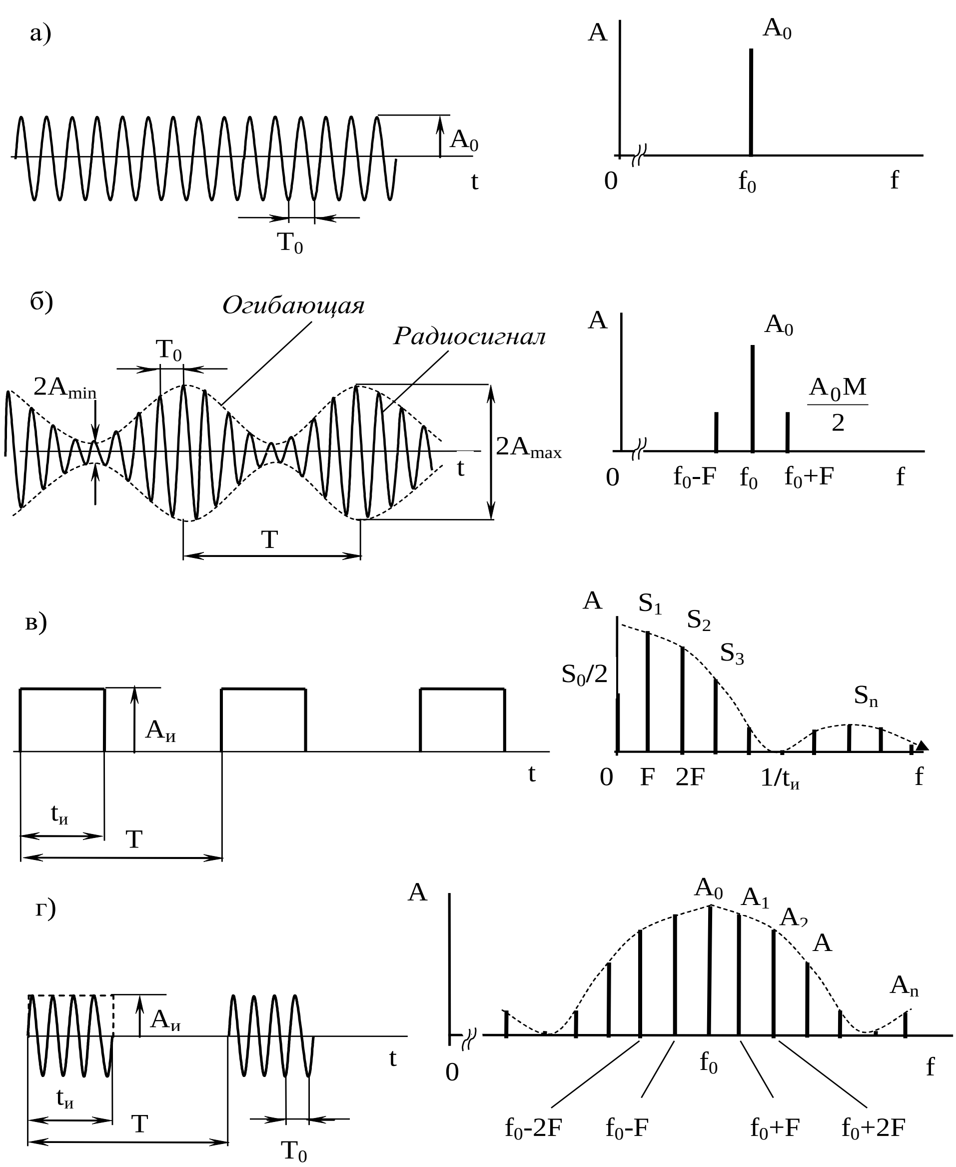


Рис.1. Сигналы и соответствующие им амплитудные спектральные диаграммы: а) гармоническое колебание; б) АМ колебание; в) последовательность прямоугольных импульсов; г) последовательность прямоугольных радиоимпульсов.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № I

Задача 1

Дан периодический сигнал (табл.1).

Требуется.

1. Описать сигнал аналитически.
2. Определить выражения для амплитуд и начальных фаз гармонических составляющих сигнала.
3. Вычислить амплитуды и начальные фазы первых семи гармоник.
4. Построить амплитудный и фазовый спектры.
5. Что изменится в спектре сигнала при изменении какого-либо из ее параметров?

Задача 2

Дан непериодический сигнал (табл.2).

Требуется.

1. По аналитическому выражению построить график сигнала.
2. Определить спектральную плотность сигнала.
3. Построить графики нормированного модуля и аргумента спектральной плотности.

Задача 3

Варианты 1-4.

Амплитудно-модулированный сигнал получается при модуляции несущего колебания заданным управляющим сигналом (табл.3).

Требуется.

1. Написать аналитическое выражение амплитудно-модулированного сигнала, если парциальные коэффициенты модуляции пропорциональны амплитудам гармоник управляющего сигнала.
2. Построить амплитудную спектральную диаграмму.

Варианты 5-7.

Несущее колебание модулируется по частоте или фазе гармоническим сигналом (табл.4).

Требуется.

1. Написать аналитическое выражение сигнала.
2. Вычислить амплитуды гармонических составляющих (вычислять только амплитуды тех составляющих, которые не менее 0,05 амплитуды немодулированной несущей).
3. Построить амплитудную спектральную диаграмму и определить ширину спектра сигнала.
4. Пояснить, как изменится ширина спектра сигнала при изменении какого-либо параметра согласно табл.4.

Варианты 8-10.

Дан непериодический радиоимпульс (табл.5).

Требуется.

1. По аналитическому выражению построить график.
2. Определить спектральную плотность радиоимпульса.
3. Построить графики зависимости нормированного модуля спектральной плотности и аргумента спектральной плотности.
4. Пояснить, как изменится спектральная плотность сигнала при изменении какого-либо параметра согласно табл.5.

Варианты сигналов

Таблица 1

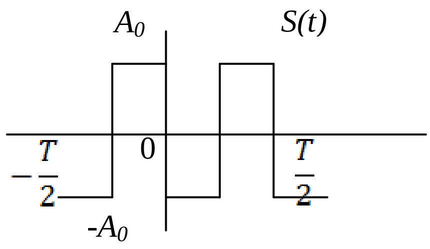
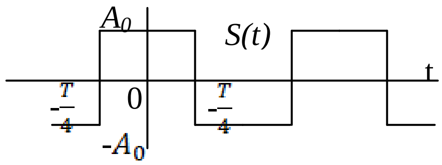
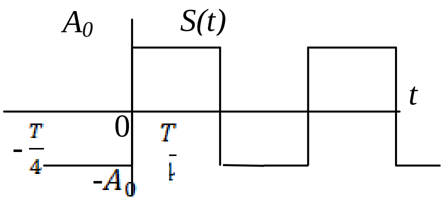
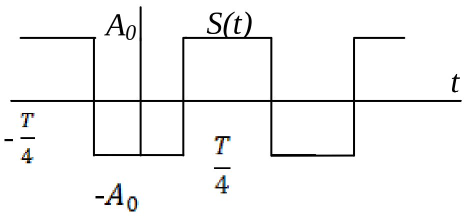
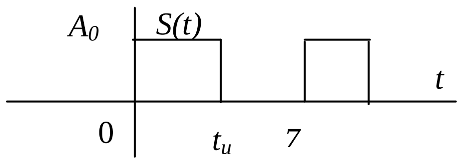
Вариант	*Сигнал*	A_0, *В*	*T, с*	*Изменение параметра сигнала*	*Примечание*
1		*5*	$20 * 10^{-3}$	$T_2 = 10 * 10^{-3} c$	
2	*То же, что вариант 1*	*10*	$40 * 10^{-3}$	$A_{02} = 5\text{В}$, $T_2 = 20 * 10^{-3} c$	
3		*8*	$5 * 10^{-3}$	$T_2 = 5 * 10^{-3} c$	
4	*То же, что вариант 3*	*20*	$5 * 10^{-3}$	$A_{02} = 10\text{В}$,	
5		*15*	$30 * 10^{-3}$	$S_2(t) = -S(t)$	
6	*То же, что вариант 5*	*3*	$2 * 10^{-3}$	$A_{02} = 6\text{В}$,	
7		*6*	$4 * 10^{-3}$	$T_2 = 12 * 10^{-3} c$	
8	*То же, что вариант 7*	*12*	$10 * 10^{-3}$	$T_2 = 20 * 10^{-3} c$	
9		*2*	$10 * 10^{-3}$	$t_{u2} = \frac{T}{5}$	$t_u = \frac{T}{2}$
10	*То же, что вариант 9*	*4*	$5 * 10^{-3}$	$t_{u2} = \frac{T}{2}$	$t_u = \frac{T}{5}$

Таблица 2

Вариант	*Аналитические выражения*
1,2	$S(t) = \begin{cases} -A_0, \text{при } -\frac{t_u}{2} \le t \le 0 \\ A_0, \text{при } 0 \le t \le \frac{t_u}{2} \end{cases}$
3,4	$S(t) = \begin{cases} A_0, \text{при } 0 \le t \le \frac{t_u}{2} \\ -A_0, \text{при } \frac{t_u}{2} \le t \le t_u \end{cases}$
5,6	$S(t) = \begin{cases} A_0 e^{\alpha t}, & \text{при } t \le 0 \\ 0\ , & \text{при } t > 0 \end{cases}$
7,8	$S(t) = \begin{cases} A_0 e^{-\alpha t}, & \text{при } t \ge 0 \\ 0, & \text{при } t < 0 \end{cases}$
9,10	$S(t) = A_0 e^{-\alpha(t)}$

Таблица 3

Вариант	*Управляющий сигнал*	f_0, *Гц*	A_0, *В*	M_n
1	$8cos4\pi10^3 t + 6cos6\pi10^3 t + 2cos8\pi10^3 t$	10^5	*10*	$M_2 = 0{,}2$
2	$12{,}5cos2\pi10^3 t + 10cos4\pi10^3 t + 5cos\pi10^4 t$	$3 * 10^6$	*20*	$M_3 = 0{,}1$
3	$6cos2\pi10^3 t + 2cos4\pi10^3 t + 3cos7\pi10^3 t$	$2 * 10^5$	*30*	$M_1 = 0{,}4$
4	$12cos1{,}6\pi10^4 t + 4cos2{,}4\pi10^4 t$	$4 * 10^5$	*40*	$M_1 = 0{,}6$

Таблица 4

Вариант	f_0, *Гц*	A_0, *В*	F, *Гц*	*Вид модуляции*	Δf_0, *Гц*	*m*	*Примечание*
5	$2 * 10^5$	*40*	10^3	*ФМ*		*0,8*	$m_2 = 2{,}4$
6	10^6	*10*	10^3	*ФМ*		*4*	$F_2 = 2 * 10^3$ Гц
7	10^7	*30*	$4 * 10^3$	*ЧМ*	$2 * 10^4$		$F_2 = 5 * 10^3$ Гц

Таблица 5

Вариа нт	*Аналитическое выражение*	*Параметры сигнала*	*Примечание*
8	$S(t) = \begin{cases} A_0 cosw_0 t, \text{при } -\frac{t_u}{2} \leq t \leq \frac{t_u}{2} \\ 0, \quad \text{при } t < -\frac{t_u}{2}, t > \frac{t_u}{2} \end{cases}$	$A_0 = 10\text{В}$ $t_u = 10^{-5}$ $w_0 t_u = 30\pi$	$t_{u2} = 2 * 10^{-5} c$
9	*То же, что вариант 8*	$A_0 = 10\text{В}$ $t_u = 2 * 10^{-6}$ $w_0 t_u = 40\pi$	$w_0 t_{u2} = 20\pi$
10	$S(t) = \begin{cases} A_0 e^{-\alpha t} cosw_0 t, & \text{при } t > 0 \\ 0, & \text{при } t < 0 \end{cases}$	$A_0 = 20\text{В}$ $\alpha = 5 * 10^{-5} c^{-1}$ $w_0 = 30\pi\alpha$	$\alpha_2 = 10^6 c^{-1}$

Таблица 6

Вариант	*Аналитическое выражение сигнала*	*Параметры сигнала*
1	S(t)= $\begin{cases} A_0 \text{ при } 0 \leq t \leq t_u, T \leq t \leq T + t_u \\ 0 \text{ при } t < 0, t_u \leq t \leq T, t > T + t_u \end{cases}$	$A_0 = 10B,\ t_u = 10^{-5}\text{с}, T = 2\ t_u$
2	*То же, что вариант 1*	$A_0 = 20B,\ t_u = 2 * 10^{-3}\text{с}, T = 3\ t_u$
3	S(t)= $\begin{cases} \frac{A_0}{t_u} t \text{ при } 0 \leq t \leq t_u \\ 0 \text{ при } t < 0, t > t_u \end{cases}$	$A_0 = 5B,\ t_u = 5 * 10^{-3}\text{с},$
4	*То же, что вариант 3*	$A_0 = 8B,\ t_u = 10^{-4}\text{с},$
5	S(t)= $\begin{cases} A_0 * e^{-\alpha t} \text{ при } t \geq 0 \\ 0 \text{ при } t < 0, \end{cases}$	$A_0 = 12B, \alpha = 10^{-2}\ \text{с}^{-1},$
6	*То же, что вариант 5*	$A_0 = 6B, \alpha = 5 * 10^{-2}\ \text{с}^{-1},$
7	S(t)= $\begin{cases} A_0 cos\frac{\pi}{2\,t_u} t \text{ при } 0 \leq t \leq t_u \\ 0 \text{ при } t < 0, t > t_u \end{cases}$	$A_0 = 4B,\ t_u = 2 * 10^{-3}\text{с},$
8	*То же, что вариант 7*	$A_0 = 8B,\ t_u = 10^{-3}\text{с},$
9	S(t)= $\begin{cases} A_0 cosw_0 t \text{ при } 0 \leq t \leq t_u \\ 0 \text{ при } t < 0, t > t_u, \end{cases}$	$A_0 = 10B,\ t_u = 10^{-3}\text{с}, f_0 = 10^5\text{Гц}$
10	*То же, что вариант 9*	$A_0 = 5B,\ t_u = 3 * 10^{-3}\text{с}, f_0 = 10^4\text{Гц}$

Задача 4

Дан непериодический сигнал (табл.6).

Требуется.

1. По аналитическому выражению построить график.
2. Вывести выражение для корреляционной функции сигнала.
3. Построить график корреляционной функции. Чем определяется длительность корреляционной функции?

Методические указания к работе №2

Анализ линейных радиотехнических цепей

Анализ радиотехнической цепи сводится к нахождению сигнала на выходе цепи при известном сигнале на входе цепи и принципиальной схеме цепи.

В радиотехнике широко используются три метода анализа цепей: спектральный, операторный и временной. Спектральный метод анализа основан на использовании частотных характеристик цепи, операторный – на использовании операторных характеристик, а во временном - применяются временные характеристики цепи. При этом в процессе анализа не интересуются зависимостью между токами и напряжениями в каждом из элементов цепи, а находят связь между входным воздействием $s_1(t)$ и выходной реакцией цепи $s_2(t)$.

Спектральный метод анализа

Спектральный метод анализа основан на представлении входного сигнала в виде суммы гармонических колебаний с различными частотами, амплитудами и начальными фазами. При этом выходной сигнал цепи в силу принципа суперпозиции, справедливого для любой линейной цепи, находится в виде суммы откликов цепи на каждое из гармонических колебаний. Отклик цепи на гармоническое колебание находится с помощью частотных характеристик цепи.

Частотной характеристикой линейной цепи называется отношение комплексной амплитуды отклика к комплексной амплитуде воздействия при условии, что входное воздействие является гармоническим колебанием. Если в качестве входного воздействия и выходной реакции рассматриваются напряжения, то частотная характеристика имеет смысл передаточной функции (или коэффициента передачи) по напряжению.

Передаточной частотной характеристикой по напряжению (или *комплексным коэффициентом передачи*) $K(\omega)$ называется отношение комплексной амплитуды выходного гармонического сигнала $s_2(t)=S_2\cos(\omega t+\varphi_2)$ к комплексной амплитуде входного гармонического сигнала $s_1(t)= S_1\cos(\omega t+\varphi_1)$.

$$K(\omega) = \frac{S_2}{S_1}\exp[\, j\{\varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega)\}], \tag{38}$$

где модуль комплексного коэффициента передачи $K(\omega)=S_2/S_1$ называется *амплитудно-частотной характеристикой* (АЧХ) цепи, а его аргумент $\varphi(\omega)=\varphi_2(\omega)-\varphi_1(\omega)$ называется *фазочастотной характеристикой* (ФЧХ) цепи.

Для нахождения входного и выходного комплексных сопротивлений цепи необходимо вспомнить правила расчета общего сопротивления при последовательном и параллельном соединении элементов, а также величины комплексных сопротивлений емкости и индуктивности.

Определение АЧХ и ФЧХ исследуемой цепи сводится к нахождению модуля и аргумента комплексного коэффициента передачи $K(\omega)$.

Полосой пропускания радиотехнической цепи называется область частот, в пределах которой значение модуля коэффициента передачи превышает величину $1/\sqrt{2}$ от максимального значения.

Используя спектральный метод анализа, периодический сигнал на выходе линейной цепи записывается следующим образом

$$s_2(t) = \frac{a_0}{2}\left|K(0)\right| + \sum_{n=1}^{N} A_n \left|K(n\Omega)\right| \cos\{n\Omega t + \theta_n + \arg(K(n\Omega))\}, \qquad (39)$$

где $|K(0)|$ - значение АЧХ цепи на нулевой частоте, $a_0/2$, A_n и θ_n – соответственно постоянная составляющая, значения амплитуд и начальных фаз гармоник входного периодического сигнала, рассчитанные в контрольной работе №1 задания, $K(n\Omega)$ – значение коэффициента передачи цепи на частоте n-й гармоники сигнала, N – выбранное число суммируемых гармоник. При вычислениях рекомендуется принять $N >> Na$.

Если сигнал является четным, то формула (39) упрощается и имеет вид

$$s_2(t) = \frac{a_0}{2}\left|K(0)\right| + \sum_{n=1}^{N} a_n \left|K(n\Omega)\right| \cos\{n\Omega t + \arg(K(n\Omega))\}, \qquad (40)$$

а если сигнал нечетный, то следующий:

$$s_2(t) = \sum_{n=1}^{N} b_n \left|K(n\Omega)\right| \sin\{n\Omega t + \arg(K(n\Omega))\}. \qquad (41)$$

Временной метод анализа

Кроме частотных характеристик для анализа цепей используются временные характеристики. Временной метод анализа цепей основан на применении в качестве стандартных - тестовых входных сигналов: δ-импульса и единичного скачка (функции включения).

δ-импульс представляет собой функцию, отличную от нуля только при $t=0$, значение которой бесконечно велико, а площадь равна 1 (т.е. $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$).

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0; \\ 0, & t \neq 0. \end{cases} \qquad (42)$$

Эту функцию можно задать как прямоугольник с основанием dt, стремящимся к нулю, и высотой $1/dt$ (так, чтобы площадь равнялась 1). Для расчетов в *Mathcad* достаточно выбрать величину dt конечную, но очень малую (равную шагу изменения переменной t).

Единичным скачком $1(t)$ называется функция, равная 1 при положительных значениях времени и равная 0 при отрицательных значениях времени.

$$1(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases} \qquad (43)$$

Для задания в *Mathcad* единичного скачка используется специальная встроенная функция $\Phi(t)$ - функция Хэвисайда.

Импульсной характеристикой цепи $h(t)$ называется временная функция, по форме совпадающая с выходным напряжением цепи при подаче на вход цепи напряжения в виде δ-

импульса. Так как δ-импульс имеет размерность частоты (1/с), то и импульсная характеристика имеет размерность частоты.

Переходной характеристикой цепи $g(t)$ называется временная функция, по форме совпадающая с выходным напряжением цепи при подаче на вход цепи напряжения в виде единичного скачка.

Учитывая то, что δ-импульс и единичный скачок связаны между собой следующим соотношением

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}, \tag{44}$$

для импульсной и переходной характеристик справедливо

$$h(t) = \frac{dg(t)}{dt}; \tag{45}$$

$$g(t) = \int_0^t h(t)dt. \tag{46}$$

Для нахождения импульсной и переходной характеристик цепи можно использовать операторный коэффициент передачи цепи и преобразование Лапласа. Импульсная характеристика является обратным преобразованием Лапласа от операторного коэффициента передачи

$$h(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{\alpha - j\infty}^{\alpha + j\infty} K(p)\exp(pt)dp. \tag{47}$$

Для расчета в *Mathcad* импульсной характеристики удобно использовать символьные вычисления. Для этого, записав выражение операторного коэффициента передачи (подставив в комплексном коэффициенте передачи p вместо $j\omega$), необходимо поставить курсор на переменную p в записанном выражении и выбрать "Обратное преобразование Лапласа" (*Inverse Laplace Transform*) в меню "Символьные вычисления" (*Symbolic*). Полученная временная функция $hh(t)$ совпадает с импульсной характеристикой при положительных значениях времени. Для ограничения переменной t только положительными значениями функцию $hh(t)$ нужно умножить на функцию Хевисайда $\Phi(t)$, записав

$$h(t) = hh(t)\Phi(t). \tag{48}$$

Входной сигнал произвольной формы можно представить в виде

$$S1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S1(\tau)\delta(t-\tau)d\tau. \tag{49}$$

Учитывая определение импульсной характеристики и принцип суперпозиции, выходной сигнал цепи определяется интегралом

$$S2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S1(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad \text{или} \tag{50}$$

$$S2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S1(t-\tau)h(t)d\tau. \tag{51}$$

Интегралы (50) и (51) представляют собой свертку входного сигнала и импульсной характеристики цепи и называются интегралами свертки или *интегралами Дюамеля*. Пользуясь формулой (45) можно получить еще две формы записи интеграла Дюамеля

$$S2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{d\tau} S1(\tau) g(t-\tau) d\tau \qquad (52)$$

$$S2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{d\tau} S1(t-\tau) g(t) d\tau \,. \qquad (53)$$

При расчете выходного сигнала по какой-либо из формул (50-53) необходимо учитывать то, что импульсная и переходная характеристики равны нулю при отрицательных значениях их аргументов (т.е. $h(t\text{-}\tau)=0$ при $t<\tau$). Кроме того, если входной сигнал представляет собой импульс, то пределы интегрирования в формулах (50-53) должны быть выбраны соответствующим образом. Например, при расчете выходного сигнала по формуле (50) интеграл будет записываться следующим образом

$$S2(t) = \int_{t1}^{t} S1(\tau) h(t-\tau) d\tau \,, \qquad (54)$$

где $t1$-момент начала входного сигнала.

Если импульсная характеристика цепи содержит δ-импульс с коэффициентом m, то при расчете выходного сигнала к интегралу добавляется входной сигнал, умноженный на коэффициент m, при этом стоящая под интегралом функция $h(t)$ является импульсной характеристикой без δ-импульса и формула (54) приобретает вид

$$S2(t) = \int_{t1}^{t} S1(\tau) h(t-\tau) d\tau + mS1(t) \,. \qquad (55)$$

При расчете выходного сигнала с помощью интеграла Дюамеля в *Mathcad* иногда возникает ситуация, в которой интеграл не сходится (появляется соответствующее сообщение об ошибке). В этом случае может помочь изменение точности расчетов или пределов интегрирования.

При прямоугольном входном сигнале выходной сигнал можно вычислить проще, без расчета интеграла Дюамеля. Для этого нужно представить входной сигнал в виде суммы двух (в случае одиночного импульса) или нескольких (в случае более сложного импульса) единичных скачков. В таком случае выходной сигнал можно рассчитать как сумму

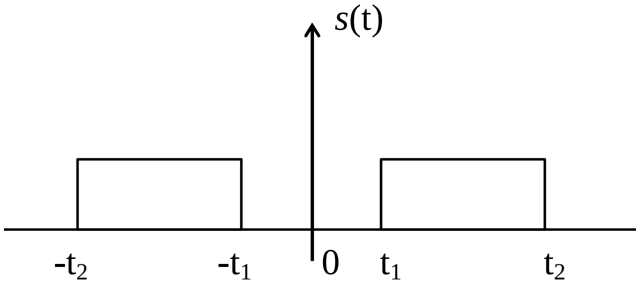


Рис.2 Непериодический сигнал в виде двух прямоугольных импульсов

переходных характеристик цепи с соответствующими аргументами.

Например, сигнал, представленный на рис.2, можно записать в виде суммы четырех единичных скачков

$$S1(t) = E(1(t+t_2) - 1(t+t_1) + 1(t-t_1) - 1(t-t_2)), \tag{56}$$

а выходной сигнал имеет вид

$$S2(t) = E(g(t+t_2) - g(t+t_1) + g(t-t_1) - g(t-t_2)). \tag{57}$$

После расчета выходных сигналов цепи спектральным и временным методами для сравнения сигналов целесообразно построить их на одном графике и сравнить.

После расчета выходных сигналов цепи спектральным и временным методами для сравнения сигналов целесообразно построить их на одном графике и сравнить.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Задача I

Дана цепь (табл.7).

Требуется.

1. Определить коэффициент передачи цепи.
2. Определить выражения для амплитудно-частотной и фазочастотной характеристик. Построить их графики.
3. Объяснить физически ход аплитудно-частотной характеристики цепи.

Задача 2

Дана цепь (табл.7).

Требуется.

1. Операторным методом определить импульсную и переходную характеристики цепи. Построить их графики.
2. Операторным методом определить выходной сигнал, если на вход цепи воздействует прямоугольный видеоимпульс. Построить графики входного и выходного сигналов.

Задача 3

Дана цепь с параметрами (табл.7 п.4).:

Воздействует сигнал $S_1(t)=A_1 \cos 2\pi f_1 t + A_2 \cos 2\pi f_2 t$.

Параметры сигнала приведены в таблице 8.

Требуется.

1. Найти выражение для выходного сигнала, используя спектральный метод анализа.

Задача 4

Варианты 1-5.

На вход цепи, коэффициент передачи которой задан в таблице 9, подан белый шум с энергетическим спектром $N_1(\omega)=N_0/2$ при $-\infty < \omega < \infty$.

Требуется.

1. Определить энергетический спектр на выходе цепи.
2. Определить корреляционную функцию выходного сигнала и построить ее график.

Таблица 7

Варианты цепей, параметры элементов

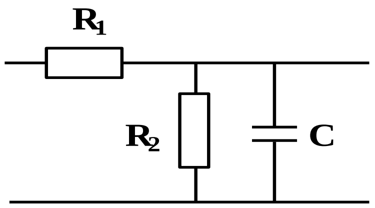
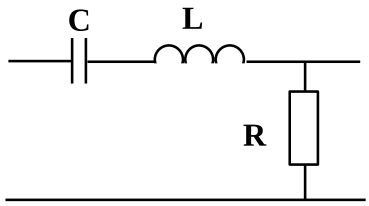
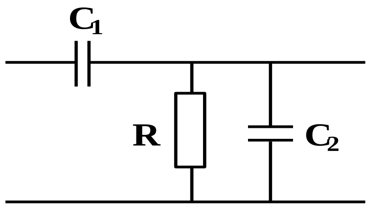
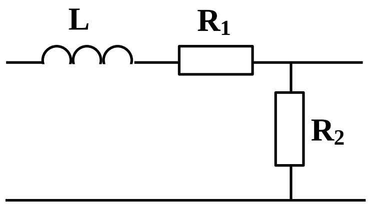
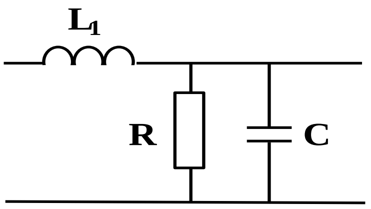
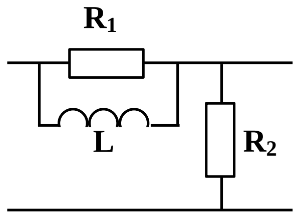
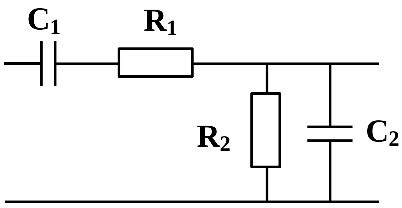
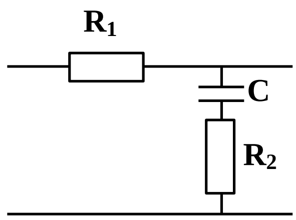
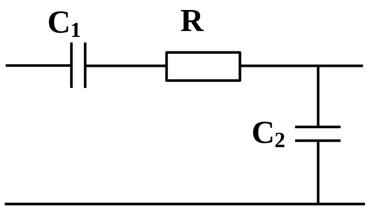
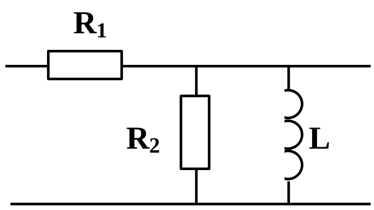
1	 R1=10 кОм; C=1нФ; R2=R1	6	 R=5 кОм; C=2,5 нФ; L= 10 мГн
2	 R=5 кОм; C1=2нФ; C2=0,2C1	7	 R1=1,5 кОм; R2=6 кОм; L=8 мГн
3	 R=2 кОм; L=10 мкГн; C=6 пФ	8	 R1= 2 кОм; R2=3 кОм; L=5 мГн
4	 C1=1 нФ; R1= 2 кОм; C2=C1; R2=R1	9	 R1=3 кОм; R2=5 кОм; C=1нФ
5	 R=5 кОм; C1=5 нФ; C2=1нФ	10	 R1=3 кОм; R2=5 кОм; L=5мГн

Таблица 8

Вариант	A_1, *В*	A_2, *В*	f_1, *мГц*	f_2, *мГц*
1	*1*	*1,5*	*0,5*	*2*
2	*1,5*	*2*	*0,7*	*2,5*
3	*1*	*0,5*	*1*	*3*
4	*2*	*2,5*	*2*	*4*
5	*0,5*	*1*	*1,5*	*3,5*
6	*3*	*2*	*0,6*	*2*
7	*1*	*2*	*1*	*2,5*
8	*2*	*1,5*	*0,5*	*3*
9	*2,5*	*2*	*2*	*4*
10	*1,5*	*1*	*0,6*	*2,5*

Таблица 9

Вариант	*Аналитическое выражение K(ω)*
1	$K(\omega)=\begin{cases} K_0, & \text{при } 0 \le \omega \le \omega_m \\ 0, & \text{при } \omega > \omega_m \end{cases}$
2	$K(\omega)=K_0\, e^{\frac{-\alpha\omega^2}{2}}$
3	$K(\omega)=K_0\, \frac{1}{\sqrt{1+(\alpha\omega)^2}}$
4	$K(\omega)=\begin{cases} K_0, & \text{при } \omega_0-\frac{\Delta\omega}{2} \le \omega \le \omega_0+\frac{\Delta\omega}{2},\ \Delta\omega \ll \omega_0 \\ 0, & \text{при } \omega > \omega_{0+}\frac{\Delta\omega}{2},\ \omega < \omega_0-\frac{\Delta\omega}{2} \end{cases}$
5	$K(\omega)=K_0\, e^{\frac{-\alpha(\omega-w_0)^2}{2}},\ \frac{1}{\sqrt{a}} \ll\ \omega_0$

Примеры расчетов можно найти в литературе «Радиотехнические цепи и сигналы: методические указания к выполнению курсовой работы/ С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения; сост.: О. Л. Балышева, Ю. Г. Смирнов. - СПб.: РИО ГУАП, 2005. - 27 с».

Приложение 1

ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ

1. $\int \cos ax \cos bx\, dx = \frac{\sin(a-b)x}{2(a-b)} + \frac{\sin(a+b)x}{2(a+b)}$

2. $\int x\, e^{ax}\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax - 1)$

3. $\int e^{ax} \sin bx\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a \sin bx - b \cos bx)$

4. $\int e^{ax} \cos bx\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}(a \cos bx + b \sin bx)$

5. $\int x \sin ax\, dx = \frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x \cos ax}{a}$

6. $\int x \cos ax\, dx = \frac{\cos ax}{a^2} - \frac{x \sin ax}{a}$

7. $\int_0^\infty \frac{\sin ax}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ при $a > 0$

8. $\int_0^\infty \frac{\cos ax}{x} dx = \frac{\pi}{2}\, e^{-|a|}$

9. $\int_0^\infty \frac{\cos ax}{b^2+x^2} dx = \frac{\pi}{2b}\, e^{-i|a|}$

ФОРМУЛЫ ЭЙЛЕРА

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha\ ; \quad e^{-j\alpha} = \cos\alpha - j\sin\alpha\ ;$$

$$\sin\alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j}\ ; \quad \cos\alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2}\ ;$$

Приложение 2

ТАБЛИЦА ИЗОБРАЖЕНИЙ ФУНКЦИЙ ПО ЛАПЛАСУ

1. $\delta(t) = 1$
2. $1(t) = \frac{1}{p}$
3. $e^{-\alpha t} = \frac{1}{\rho+\alpha}$
4. $t = \frac{1}{\rho^2}$
5. $t^n = \frac{n!}{\rho^{n+1}}$
6. $1\text{-}e^{-\alpha t} = \frac{\alpha}{\rho(\rho+\alpha)}$
7. $\delta(t) - \alpha e^{-\alpha t} = \frac{\rho}{\rho+\alpha}$
8. $\sin \omega_0 t = \frac{\omega_0}{\rho^2+\omega_0^2}$
9. $\cos \omega_0 t = \frac{\rho}{\rho^2+\omega_0^2}$
10. $e^{-\alpha t}\sin \omega_0 t = \frac{\omega_0}{(\rho+\alpha)^2+\omega_0^2}$

Приложение 3

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

1. $cos^2\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} cos\, 2\alpha$
2. $cos^3\alpha = \frac{3}{4}\, cos\alpha + \frac{1}{4}\, cos3\alpha$
3. $cos^5\alpha = \frac{1}{16} cos\, 5\alpha + \frac{5}{16} cos\, 3\alpha + \frac{5}{8} cos\alpha$
4. $\sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}[cos(\alpha+\beta) - cos(\alpha+\beta)]$
5. $cos\,\alpha\, cos\,\beta = [cos(\alpha-\beta) + cos(\alpha+\beta)]$
6. $\sin\alpha\, cos\,\beta = \frac{1}{2}[sin(\alpha-\beta) + sin(\alpha+\beta)]$