МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»
(СПбГТИ(ТУ))

Кафедра математики

Состав контрольных работ по математике для студентов заочной формы обучения

Первый семестр

Санкт-Петербург
2012

Введение

Дисциплина «Математика» относится к циклу общенаучных дисциплин. Цель курса — формирование научного мировоззрения у студентов, приобретение ими математических знаний, умений и навыков, необходимых для изучения других общенаучных и специальных дисциплин, а также самостоятельного изучения специальной литературы. Изучение курса необходимо для формирования способности математического исследования прикладных задач, правильного истолкования и оценки получаемых результатов, а также формирования навыков самостоятельной исследовательской работы.

Дисциплина «Математика» для студентов заочной формы обучения читается на первом и втором курсах. В первом семестре студенты выполняют четыре контрольных работы и сдают экзамен.

Контрольная работа может быть написана от руки на листах формата А4 или представлена в распечатанном виде. Листы должны быть скреплены степлером, причем каждая контрольная работа сдается отдельно. Работа может быть написана от руки в тетради. В этом случае каждая работа сдается в отдельной тетради.

На титульном листе указывается полное название университета, факультет, кафедра, фамилия, имя, отчество студента, номер учебной группы, номер контрольной работы, номер варианта, фамилия и инициалы преподавателя, проверяющего работу, год и ставится личная подпись студента.

Работа засчитывается преподавателем, если все задачи решены верно. Если в решении какой-либо задачи допущена ошибка, то студент должен сделать работу над ошибками (заново решить задачу). Работа над ошибками должна располагаться после записи решения последней задачи контрольной работы.

Студент самостоятельно выбирает вариант контрольной работы в соответствии с начальной буквой своей фамилии.

Буква	Номер варианта
А	1
Б	2
В	3
Г	4
Д	5
Е, Ё	6
Ж	7
З	8
И, Й	9
К	10
Л	11
М	12
Н	13
О	14
П	15
Р	16
С	17
Т	18
У	19
Ф	20
Х	21
Ц, Ю	22
Ч	23
Ш,Щ	24
Э, Я	25

Контрольная работа № 1

Содержание контрольной работы № 1

Задание № 1 для нечетных вариантов (1, 3, 5,. . . , 25)

Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_0 и перпендикулярной прямой L.

Задание № 1 для четных вариантов (2, 4, 6,. . . , 24)

Написать уравнение плоскости, проходящей через точки M_1, M_2, M_3.

Задание № 2 для нечетных вариантов

Написать уравнение прямой, проходящей через точки M_1 и M_2.

Задание № 2 для четных вариантов

Написать уравнение прямой, проходящей через точку M_0 и перпендикулярной плоскости α.

Задание № 3

Даны матрицы A, B и C. Найти, если возможно, $A + 2B$, $B + 2C$, AB, BC.

Задание № 4

Решить систему линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера.

Задание № 5

Исследовать и решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. О.В. Шаляпина, Т.А. Уланова Векторная алгебра. Аналитическая геометрия (справочные материалы): методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2008.— 22 с.

2. О.В. Шаляпина, Т.А. Уланова Линейная алгебра (справочные материалы): методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2008.— 20 с.

3. Т.В. Слободинская, В.Л. Устинов, Ю.А. Необердин Типовые варианты контрольной работы по теме «Линейная алгебра» для студентов вечернего отделения факультета экономики и менеджмента: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2010.— 18 с.

4. Т.В. Слободинская, В.Л. Устинов, Н.М. Климовицкая, А.А. Груздков Типовые варианты контрольной работы по теме «Аналитическая геометрия» для студентов вечернего отделения факультета экономики и менеджмента: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2010.— 21 с.

5. О.В. Шаляпина, Н.Н. Гизлер, В.С. Капитонов Типовые варианты контрольной работы по теме «Векторная алгебра и аналитическая геометрия»: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2009.— 23 с.

Условия задач контрольной работы № 1

Вариант № 1.

1. $M_0(2;0;1), \qquad L: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{3}.$

2. $M_1(2;0;1),\ M_2(3;2;-1).$

3. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 2x+3y+5z=10, \\ 3x+7y+4z=3, \\ x+2y+2z=3. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1+2x_2-2x_3-3x_4=4, \\ 2x_1+5x_2-x_3-4x_4=9, \\ x_1+3x_2+x_3-x_4=5. \end{cases}$

Вариант № 2.

1. $M_1(1;1;1),\ M_2(2;2;2),\ M_3(2;0;1).$

2. $M_0(1;1;1), \quad \alpha:\ -x+2y+z=4.$

3. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 5x-6y+4z=3, \\ 3x-3y+2z=2, \\ 4x-5y+3z=2. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-4x_2+2x_3+3x_5=5, \\ 2x_1-7x_2+4x_3+x_4=9, \\ x_1-3x_2+2x_3+x_4-3x_5=4. \end{cases}$

Вариант № 3.

1. $M_0(2;1;1), \qquad L:\ \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{2}\,.$

2. $M_1(2;1;1),\ M_2(3;3;-1).$

3. $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 4x-3y+2z=-4, \\ 6x-2y+3z=-1, \\ 5x-3y+2z=-3. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3-4x_4=1, \\ 3x_1+7x_2-2x_3-x_4=4, \\ 2x_1+5x_2+x_3+3x_4=3. \end{cases}$

Вариант № 4.

1. $M_1(1;2;1),\ M_2(2;3;2),\ M_3(2;1;1).$

2. $M_0(1;2;1), \quad \alpha:\ -x+2y+2z=8.$

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 5x+2y+3z=-2, \\ 2x-2y+5z=0, \\ 3x+4y+2z=-10. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-5x_2+3x_3+4x_4=4, \\ 2x_1-9x_2+2x_3+x_5=7, \\ x_1-4x_2-x_3-4x_4+x_5=3. \end{cases}$

Вариант № 5.

1. $M_0(2;1;2), \qquad L: \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-1}{3}$.

2. $M_1(2;1;2),\ M_2(3;3;0)$.

3. $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{cases} x + 2y + 3z = 2, \\ 3x + y + 2z = 3, \\ 2x + 3y + z = 1. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2. \end{cases}$

Вариант № 6.

1. $M_1(1;1;2),\ M_2(2;2;3),\ M_3(2;0;2)$.

2. $M_0(1;1;2), \quad \alpha:\ -x + 2y + z = 11$.

3. $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{cases} 2x + y + 2z = 1, \\ x + 2y + 2z = 2, \\ 2x + 2y + z = 1. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + 3x_4 - 2x_5 = 1. \end{cases}$

Вариант № 7.

1. $M_0(2;2;1), \qquad L: \dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{1}$.

2. $M_1(2;2;1),\ M_2(3;4;-1)$.

3. $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{cases} x + 2y + z = 2, \\ 2x + y + z = 1, \\ x + y + 2z = 2. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 1, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1. \end{cases}$

Вариант № 8.

1. $M_1(1;2;2)$, $M_2(2;3;3)$, $M_3(2;1;2)$.

2. $M_0(1;2;2)$, $\alpha:\ -x+y+z=21$.

3. $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{cases} 2x+2y+3z=3, \\ 4x+5y+6z=7, \\ 7x+8y+9z=13. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-x_2+4x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-2x_2+x_3+2x_5=1, \\ 2x_1-x_2-3x_3-3x_4+2x_5=1. \end{cases}$

Вариант № 9.

1. $M_0(1;1;1)$, $L:\ \dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{2}$.

2. $M_1(1;1;1)$, $M_2(2;3;-1)$.

3. $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{cases} x+2y+3z=5, \\ 3x+y+2z=6, \\ 2x+3y+z=1. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-5x_2+x_3+4x_4=1, \\ 2x_1-3x_2-x_3+x_4=1. \end{cases}$

Вариант № 10.

1. $M_1(1;1;1)$, $M_2(2;2;2)$, $M_3(2;0;1)$.

2. $M_0(1;1;1)$, $\alpha:\ -x+3y+2z=15$.

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{cases} x+2y+2z=3, \\ 4x-2y-5z=5, \\ 6x-y+3z=1. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-3x_2+4x_3+3x_5=2, \\ 3x_1-8x_2+x_3+2x_4=5, \\ 2x_1-5x_2-3x_3+2x_4-3x_5=3. \end{cases}$

Вариант № 11.

1. $M_0(0;1;1), \qquad L: \ \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{3}\,.$

2. $M_1(0;1;1),\ M_2(1;3;-1).$

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 2x+y+3z=3, \\ 4x+2y+5z=5, \\ 3x+4y+7z=2. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-3x_2+x_3+2x_4=4, \\ 2x_1-5x_2+4x_3+3x_4=7, \\ x_1-2x_2+3x_3+x_4=3. \end{cases}$

Вариант № 12.

1. $M_1(0;1;1),\ M_2(1;2;2),\ M_3(1;0;1).$

2. $M_0(0;1;1), \quad \alpha: \ x+2y+3z=4.$

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 3x+4y+2z=8, \\ x+5y+2z=5, \\ 2x+3y+4z=3. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-x_2+3x_3+4x_4=0, \\ 4x_1-3x_2+x_3+2x_5=1, \\ 3x_1-2x_2-2x_3-4x_4+2x_5=1. \end{cases}$

Вариант № 13.

1. $M_0(0;2;1), \qquad L: \ \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{2}\,.$

2. $M_1(0;2;1),\ M_2(1;4;-1).$

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} x+3y+2z=4, \\ 2x+6y+z=2, \\ 4x+8y-z=2. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1+4x_2-2x_3-3x_5=2, \\ 2x_1+9x_2-x_3-4x_4=5, \\ x_1+5x_2+x_3-x_4=3. \end{cases}$

Вариант № 14.

1. $M_1(0;2;1),\ M_2(1;3;2),\ M_3(1;1;1).$

2. $M_0(0;2;1), \quad \alpha: \ x+2y+2z=11.$

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} x+y+z=4, \\ 2x-3y+4z=-4, \\ 5x-7y+8z=-7. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1+4x_2-2x_3-3x_5=2, \\ 2x_1+9x_2-x_3-4x_4=5, \\ x_1+5x_2+x_3-4x_4+3x_5=3. \end{cases}$

Вариант № 15.

1. $M_0(0;2;1), \qquad L: \ \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{1}.$

2. $M_1(0;2;1),\ M_2(1;4;-1).$

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 2x+y+z=0, \\ 2x-3y+4z=5, \\ 4x-11y+10z=11. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-x_2+3x_3+4x_4=0, \\ 2x_1-x_2+2x_3+x_4=1, \\ 4x_1-3x_2+8x_3+9x_4=1. \end{cases}$

Вариант № 16.

1. $M_1(0;2;2),\ M_2(1;3;3),\ M_3(1;1;2).$

2. $M_0(0;2;2), \quad \alpha: \ x+2y+z=18.$

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} x+y+z=1, \\ 6x+3y+z=-9, \\ 8x-4y+2z=5. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1+x_2-3x_3-4x_4=1, \\ 4x_1+5x_2-2x_3-x_5=3, \\ 3x_1+4x_2+x_3+4x_4-x_5=2. \end{cases}$

Вариант № 17.

1. $M_0(0;2;3)$, $\qquad L: \ \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

2. $M_1(0;2;3)$, $M_2(1;4;1)$.

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; $\quad B=\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; $\quad C=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{cases} x+y=1, \\ x-2y+z=1, \\ x-2z=2. \end{cases}$ $\qquad$ 5. $\begin{cases} x_1-4x_2+2x_3+3x_4=5, \\ 2x_1-7x_2+4x_3+x_4=9, \\ x_1-3x_2+2x_3-2x_4=4. \end{cases}$

Вариант № 18.

1. $M_1(0;2;3)$, $M_2(1;3;4)$, $M_3(1;1;3)$.

2. $M_0(0;2;3)$, $\quad \alpha: \ x+y+2z=5$.

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$; $\quad B=\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$; $\quad C=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{cases} 2x-3y+z=2, \\ x+5y-4z=-5, \\ 4x+y-3z=-4. \end{cases}$ $\qquad$ 5. $\begin{cases} x_1+2x_2-2x_3-3x_5=4, \\ 2x_1+5x_2-x_3-4x_4=9, \\ x_1+3x_2+x_3-4x_4+3x_5=5. \end{cases}$

Вариант № 19.

1. $M_0(1;2;3)$, $\qquad L: \ \dfrac{x-7}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-14}{1}$.

2. $M_1(1;2;3)$, $M_2(2;4;1)$.

3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$; $\quad B=\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$; $\quad C=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{cases} 2x-4y+3z=1, \\ x-2y+4z=3, \\ 3x-y+5z=2. \end{cases}$ $\qquad$ 5. $\begin{cases} x_1-5x_2+3x_3+4x_4=4, \\ 2x_1-9x_2+2x_3+x_4=7, \\ x_1-4x_2-x_3-3x_4=3. \end{cases}$

Вариант № 20.

1. $M_1(1;2;3),\ M_2(2;3;4),\ M_3(2;1;3).$

2. $M_0(1;2;3), \quad \alpha: \ 2x+y+z=16.$

3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ -1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 2x-y+z=2, \\ 3x+2y+2z=-2, \\ x-2y+z=1 \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3-4x_4=1, \\ 3x_1+7x_2-2x_3+x_5=4, \\ 2x_1+5x_2+x_3+4x_4+x_5=3. \end{cases}$

Вариант № 21.

1. $M_0(2;2;1), \qquad L: \ \dfrac{x+6}{2} = \dfrac{y-5}{2} = \dfrac{z+3}{1}.$

2. $M_1(2;2;1),\ M_2(3;4;-1).$

3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} x+2y+3z=5, \\ 2x-y-z=1, \\ x+3y+4z=6. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1+x_2+4x_3+2x_4=0, \\ 3x_1+4x_2+x_3+3x_4=1, \\ 2x_1+3x_2-3x_3+x_4=1. \end{cases}$

Вариант № 22.

1. $M_1(2;2;1),\ M_2(3;3;2),\ M_3(3;1;1).$

2. $M_0(2;2;1), \quad \alpha: \ 2x+2y+z=18.$

3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} x+y-z=36, \\ x-y+z=13, \\ -x+y+z=7. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3-2x_5=1, \\ 2x_1+7x_2-4x_3-3x_4=3, \\ x_1+4x_2-3x_3+2x_5=2. \end{cases}$

Вариант № 23.

1. $M_0(2;1;3), \qquad L: \ \dfrac{x+4}{2}=\dfrac{y-6}{2}=\dfrac{z+1}{3}\,.$

2. $M_1(2;1;3),\ M_2(3;3;1).$

3. $A=\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} x+2y+z=4, \\ 3x-5y+3z=1, \\ 2x+7y-z=8. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-x_2+4x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-2x_2+x_3+2x_4=1, \\ 2x_1-x_2-3x_3-x_4=1. \end{cases}$

Вариант № 24.

1. $M_1(2;1;3),\ M_2(3;2;4),\ M_3(3;0;3).$

2. $M_0(2;1;3), \quad \alpha: \ 2x+2y+3z=11.$

3. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 2x-4y+9z=28, \\ 7x+3y-6z=-1, \\ 7x+9y-9z=5. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-2x_2+2x_3+3x_4=0, \\ 2x_1-3x_2+x_3+4x_5=1, \\ 3x_1-5x_2+3x_3+3x_4+4x_5=1. \end{cases}$

Вариант № 25.

1. $M_0(2;2;3), \qquad L: \ \dfrac{x+7}{2}=\dfrac{y-4}{3}=\dfrac{z}{3}\,.$

2. $M_1(2;2;3),\ M_2(3;4;1).$

3. $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}; \quad C=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$

4. $\begin{cases} 2x+y=5, \\ x+3z=16, \\ 5y-z=10. \end{cases}$ 5. $\begin{cases} x_1-3x_2+4x_3+3x_4=2, \\ 3x_1-8x_2+x_3+2x_4=5, \\ 2x_1-5x_2-3x_3-x_4=3. \end{cases}$

Контрольная работа № 2

Содержание работы

Задание № 1.

Изобразите на комплексной плоскости точки, соответствующие числам z_1, z_2, z_3, z_4.

Задание № 2

Найдите в алгебраической форме $\dfrac{z_1^2 + 5i}{z_2}$.

Задание № 3

Переведите число z_3 в тригонометрическую форму и найдите $(z_3 \cdot z_4)^{20}$ (ответ дать в тригонометрической и показательной форме).

Задание № 4

Решите квадратные уравнения.

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. А. Ф. Крючков, Т. В. Слободинская Комплексные числа и многочлены: методические указания к решению задач для дневных и вечерних факультетов.— Л.: ЛТИ, 1988.— 33 с.

2. Н. М. Климовицкая Л. В. Нечаева, Л. Н. Романовская Комплексные числа. Индивидуальные задания: методические указания.— СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2001.— 14 с.

Условия задач контрольной работы № 2

Вариант № 1.

$$z_1 = 2 + 3i, \quad z_2 = 3 - i, \quad z_3 = 1 - i, \quad z_4 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right).$$

$$x^2 - 2x + 2, \qquad 4x^2 + 9 = 0.$$

Вариант № 2.

$$z_1 = 1 - 4i, \quad z_2 = 2 + i, \quad z_3 = 1 + i\sqrt{3}, \quad z_4 = \sqrt{8}\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right).$$

$$x^2 - 2x + 4, \qquad 5x^2 + 1 = 0.$$

Вариант № 3.

$$z_1 = -3 + 2i, \quad z_2 = 1 - 2i, \quad z_3 = \sqrt{3} + i, \quad z_4 = 2\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right).$$

$$x^2 + 2x + 17, \qquad 9x^2 + 4 = 0.$$

Вариант № 4.

$$z_1 = 2 - 3i, \quad z_2 = 5 + i, \quad z_3 = -1 - i\sqrt{3}, \quad z_4 = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right).$$

$$x^2 - 6x + 13, \qquad 3x^2 + 2 = 0.$$

Вариант № 5.

$$z_1 = 4 + i, \quad z_2 = 1 - 3i, \quad z_3 = -1 + i, \quad z_4 = 3\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

$$x^2 - 4x + 5, \qquad 6x^2 + 5 = 0.$$

Вариант № 6.

$$z_1 = 3 - i, \quad z_2 = 2 + 2i, \quad z_3 = \sqrt{3} - i, \quad z_4 = 4\left(\cos\frac{3\pi}{8} + i\sin\frac{3\pi}{8}\right).$$

$$x^2 + 6x + 10, \qquad 2x^2 + 5 = 0.$$

Вариант № 7.

$$z_1 = 1 + i, \quad z_2 = 4 - 3i, \quad z_3 = -1 + i\sqrt{3}, \quad z_4 = 2\left(\cos\frac{\pi}{9} + i\sin\frac{\pi}{9}\right).$$

$$x^2 - 8x + 25, \qquad 3x^2 + 8 = 0.$$

Вариант № 8.

$$z_1 = 2 - 4i, \quad z_2 = 3 + 2i, \quad z_3 = 2i, \quad z_4 = 3\left(\cos\frac{\pi}{10} + i\sin\frac{\pi}{10}\right).$$

$$x^2 + 6x + 25, \qquad 4x^2 + 7 = 0.$$

Вариант № 9.

$$z_1 = -3 + 4i, \quad z_2 = 2 - i, \quad z_3 = -\sqrt{3} + i, \quad z_4 = 5\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

$$x^2 - 6x + 12, \qquad 7x^2 + 9 = 0.$$

Вариант № 10.

$$z_1 = 5 - i, \quad z_2 = 1 + 2i, \quad z_3 = 3 + i\sqrt{3}, \quad z_4 = 2\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right).$$

$$x^2 - 8x + 17, \qquad 5x^2 + 6 = 0.$$

Вариант № 11.

$$z_1 = -6 + i, \quad z_2 = 2 - 3i, \quad z_3 = 3 + 3i, \quad z_4 = 4\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right).$$

$$x^2 - 4x + 29, \qquad 6x^2 + 1 = 0.$$

Вариант № 12.

$$z_1 = 1 - 2i, \quad z_2 = 1 + 5i, \quad z_3 = -2 + 2i, \quad z_4 = 3\left(\cos\frac{2\pi}{7} + i\sin\frac{2\pi}{7}\right).$$

$$x^2 + 4x + 8, \qquad 8x^2 + 9 = 0.$$

Вариант № 13.

$$z_1 = 3 + 2i, \quad z_2 = 4 - i, \quad z_3 = -3i, \quad z_4 = \sqrt{6}\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right).$$

$$x^2 - 10x + 29, \qquad 4x^2 + 1 = 0.$$

Вариант № 14.

$$z_1 = 1 - 5i, \quad z_2 = 3 + i, \quad z_3 = 1 + i\sqrt{3}, \quad z_4 = \sqrt{7}\left(\cos\frac{2\pi}{9} + i\sin\frac{2\pi}{9}\right).$$

$$x^2 + 2x + 10, \qquad 5x^2 + 3 = 0.$$

Вариант № 15.

$$z_1 = 4 + 3i, \quad z_2 = 3 - i, \quad z_3 = 2 - 2i, \quad z_4 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right).$$

$$x^2 - 6x + 10, \qquad 6x^2 + 10 = 0.$$

Вариант № 16.

$$z_1 = 2 - 3i, \quad z_2 = 4 + i, \quad z_3 = 3 - i\sqrt{3}, \quad z_4 = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right).$$

$$x^2 + 2x + 2, \qquad 7x^2 + 2 = 0.$$

Вариант № 17.

$$z_1 = -5 + 2i, \quad z_2 = 1 - 3i, \quad z_3 = -2 + 2i, \quad z_4 = \sqrt{5}\left(\cos\frac{2\pi}{5} + i\sin\frac{2\pi}{5}\right).$$

$$x^2 + 2x + 4, \qquad 7x^2 + 3 = 0.$$

Вариант № 18.

$$z_1 = 3 - 4i, \quad z_2 = 2 + i, \quad z_3 = -\sqrt{3} - i\sqrt{3}, \quad z_4 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right).$$

$$x^2 - 2x + 17, \qquad 3x^2 + 8 = 0.$$

Вариант № 19.

$z_1 = 1 + i, \quad z_2 = 5 - 3i, \quad z_3 = -2 - 2\sqrt{3}i, \quad z_4 = 3\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right).$

$x^2 + 6x + 13, \qquad 4x^2 + 5 = 0.$

Вариант № 20.

$z_1 = 2 - 5i, \quad z_2 = 3 + i, \quad z_3 = 1 - i\sqrt{3}, \quad z_4 = 2\left(\cos\frac{\pi}{7} + i\sin\frac{\pi}{7}\right).$

$x^2 + 4x + 5, \qquad 5x^2 + 7 = 0.$

Вариант № 21.

$z_1 = -2 + i, \quad z_2 = 4 - 3i, \quad z_3 = -2 + 2i, \quad z_4 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}\right).$

$x^2 + 8x + 25, \qquad 6x^2 + 4 = 0.$

Вариант № 22.

$z_1 = 3 - 4i, \quad z_2 = 1 + 2i, \quad z_3 = 3i, \quad z_4 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{8} + i\sin\frac{5\pi}{8}\right).$

$x^2 - 6x + 25, \qquad 7x^2 + 11 = 0.$

Вариант № 23.

$z_1 = 4 + i, \quad z_2 = 2 - 3i, \quad z_3 = -1 - i, \quad z_4 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right).$

$x^2 + 6x + 12, \qquad 2x^2 + 3 = 0.$

Вариант № 24.

$z_1 = 1 - 3i, \quad z_2 = 3 + 5i, \quad z_3 = 2 - 2i, \quad z_4 = 3\left(\cos\frac{3\pi}{7} + i\sin\frac{3\pi}{7}\right).$

$x^2 + 8x + 17, \qquad 3x^2 + 4 = 0.$

Вариант № 25.

$z_1 = 2 + 6i, \quad z_2 = 1 - i, \quad z_3 = \sqrt{3} + i, \quad z_4 = 2\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right).$

$x^2 + 4x + 29, \qquad 4x^2 + 3 = 0.$

Контрольная работа № 3

Содержание работы

Задания №№ 1, 2, 3

Вычислите пределы.

Задания №№ 4,5

Вычислите производные.

Задание № 6

Исследуйте функцию и постройте ее график.

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. Груздков А.А., Купчиненко М.Б. Элементы теории пределов: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2010.— 64 с.

2. Слободинская Т.В., Груздков А.А., Купчиненко М.Б. Пределы. Рекомендации к решению задач контрольной работы: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2010.— 29 с.

3. О.В. Шаляпина, Т.А. Уланова, В.С. Капитонов Предел и непрерывность функции: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2012.— 22 с.

4. О.В. Шаляпина, Т.А. Уланова, В.С. Капитонов Производные и дифференциалы. Справочные материалы: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2012.— 18 с.

5. П.Е. Баскакова, Т.В. Винник, Н.Н. Гизлер, А.Д. Бабаев Решение типовых вариантов контрольной работы по теме «Производная функций одной переменной»: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2011.— 16 с.

6. Т.В. Слободинская, Н.Н. Гизлер, П.Е. Баскакова, М.В. Культина Исследование функций и построение графиков: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2001.— 20 с.

Условия задач контрольной работы № 3

Вариант № 1.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+3x^3+8}{3x^4+2x^2+5}$. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+6x-16}{x^2-4}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 4x}{8x^2}$.

4. $y=\dfrac{(2^x-1)^6}{\log_2 2x}$. 5. $y=(2\sin 3x+3\cos 3x)\cdot\operatorname{arctg}\dfrac{4x+1}{2x-1}$.

6. $y=\dfrac{x^2}{3x+5}$.

Вариант № 2.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5+2x^2+7}{5x^4+3x^2+1}$. 2. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^3+7x^2+16x+12}{x^3+8x^2+21x+18}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^2 3x}{6x^2}$.

4. $y=\dfrac{\sin 3x}{2x^2+3}$. 5. $y=\left(3e^{2x}+\ln 2x\right)\cdot\arccos\dfrac{2x+1}{x+2}$.

6. $y=\dfrac{x^2}{x+1}$.

Вариант № 3.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{14x^3+8x^2+5x}{7x^3+2x+4}$. 2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^4+2x^3-x^2+5x+5}{x^3+1}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2 5x}{10x^2}$.

4. $y=\dfrac{(3^x-1)^5}{\log_3 3x}$. 5. $y=(4\cos 2x-5\sin 2x)\cdot\operatorname{arcctg}\dfrac{3x+1}{3x-1}$.

6. $y=\dfrac{1}{x}-x$.

Вариант № 4.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^4+3x^3+1}{4x^5+2x^2+3}$. 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{x^4-1}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}^2 4x}{8x^2}$.

4. $y=\dfrac{\cos 5x}{4x^3+3}$. 5. $y=\left(3e^{4x}+\log_2 3x\right)\cdot\arcsin\dfrac{4x+1}{3x-1}$.

6. $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$.

Вариант № 5.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3+x^2+11}{x^3+2x+4}$. 2. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^3+4x^2+5x+2}{x^3-3x-2}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{3x^2}-1}{9x^2}$.

4. $y = \dfrac{(4^x-2)^3}{\log_4 4x}$. 5. $y = (2\cos 3x - 3\sin 3x)\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{x+1}{x-1}$.

6. $y = \dfrac{x^2+5}{x-2}$.

Вариант № 6.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^6+8x+5}{2x^6+3x^2+x}$. 2. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-8x+12}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln^2(1+3x)}{3x^2}$.

4. $y = \dfrac{4x^2+1}{\operatorname{arctg} 2x}$. 5. $y = (5\sin 5x - 4\cos 5x)\cdot \operatorname{ctg}\dfrac{x+1}{x+2}$.

6. $y = \dfrac{x^3}{(x+1)^2}$.

Вариант № 7.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^5+2x^3+1}{9x^5+11x+2}$. 2. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2-x-2}{x^3+1}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\left(3^{2x}-1\right)^2}{4x^2}$.

4. $y = \dfrac{\ln^6 x}{x^2+x}$. 5. $y = \left(4\cdot 3^{2x}+2^{3x}\right)\cdot \arccos\dfrac{x-2}{x+2}$.

6. $y = \dfrac{x^2-x-6}{x-2}$.

Вариант № 8.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^6+x^2+1}{2x^5+2x-1}$. 2. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{3x+6}{x^3+8}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin^2 6x}{36x^2}$.

4. $y = \dfrac{e^{3x}-1}{\ln 3x}$. 5. $y = (5\operatorname{tg} 5x - 3\operatorname{ctg} 5x)\cdot \arcsin\dfrac{x+3}{x-1}$.

6. $y = \dfrac{x^2}{x-2}$.

Вариант № 9.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^5+11x-1}{2x^6+x+2}$. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{12}{x^3-8}\right)$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin^2 4x}{3x^2}$.

4. $y=\dfrac{\sin 4x}{4x^2+x}$. 5. $y=\left(3e^{2x}-22\ln 2x\right)\cdot\operatorname{arctg}\dfrac{x-2}{x+1}$.

6. $y=\dfrac{x^3-5x}{5-3x^2}$.

Вариант № 10.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^4+2x^2+11}{2x^4+x-1}$. 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-4x}{x^4+3x^2-x}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg}^3 2x}{3x^3}$.

4. $y=\dfrac{4^{2x}-1}{\log_4 2x}$. 5. $y=(2\operatorname{ctg}2x-3\operatorname{tg}3x)\cdot\arcsin\dfrac{x+1}{x+2}$.

6. $y=\dfrac{4-x^2}{2x-1}$.

Вариант № 11.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^5+3x^4+2}{5x^5+x-1}$. 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x^2-3x}{2x^2-9x}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln^2(1+9x)}{81x^2}$.

4. $y=\dfrac{\log_3 3x}{3^{2x}-1}$. 5. $y=(3\cos 4x-4\sin 4x)\cdot\operatorname{arctg}\dfrac{2x+1}{2x-1}$.

6. $y=\dfrac{x^2+2x-1}{x}$.

Вариант № 12.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{12x^4+2x^2+5}{6x^4+x-3}$. 2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-3x-2}{x+x^2}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{5x^2}-1}{10x^2}$.

4. $y=\dfrac{\cos 5x}{3x^2+x}$. 5. $y=\left(2\cdot 3^{4x}-\ln 3x\right)\cdot\arcsin\dfrac{x-3}{x+4}$.

6. $y=\dfrac{(x+1)^2}{x-2}$.

Вариант № 13.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^7+2x^4+3}{3x^6+x^2+x}$. 2. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{\left(x^2+3x+2\right)^2}{x^3+2x^2-x-2}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln^2(1+6x)}{3x^2}$.

4. $y=\dfrac{\operatorname{ctg} 2x}{\sin 4x}$. 5. $y=\left(3\cdot 4^{3x}-\log_4 3x\right)\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{2x-1}{2x+2}$.

6. $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$.

Вариант № 14.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^7+2x+1}{2x^7+4x+3}$. 2. $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{\left(x^3+2x^2-1\right)^2}{x^4+2x+1}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\left(e^{3x}-1\right)^2}{6x^2}$.

4. $y=\dfrac{4^{3x}}{\cos 3x}$. 5. $y=(2\sin 5x-\ln 5x)\cdot \arccos\dfrac{3x-1}{3x+1}$.

6. $y=\dfrac{x}{4\,(x^2+1)}$.

Вариант № 15.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^7+3x^2+1}{5x^8+2x+3}$. 2. $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{\left(x^2+2x-3\right)^2}{x^3+4x^2+3x}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2^{3x}-1}{\log_2(1+3x)}$.

4. $y=\dfrac{\operatorname{ctg} 11x}{x^2+3x}$. 5. $y=(4\cos 8x+8\sin 4x)\cdot \operatorname{arcctg}\dfrac{5x+1}{5x-1}$.

6. $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$.

Вариант № 16.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{12x^{12}+2x^5+x}{6x^{12}+x^4+6}$. 2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-2x+1}{2x^2-x-1}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 4x}{8x^2}$.

4. $y=\dfrac{7^{3x}-1}{\log_7 3x}$. 5. $y=(8\operatorname{ctg} 2x+3\operatorname{tg} 2x)\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{3x+2}{3x-2}$.

6. $y=\dfrac{x^2}{1-x}$.

Вариант № 17.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{10x^4+3x+2}{10x^3+3x^2+2}$. 2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+x)^3-(1+3x)}{x+x^5}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}^2 3x}{\arcsin 3x^2}$.

4. $y = \dfrac{x^2+6x}{\sqrt{x+3}}$. 5. $y = \left(6^{3x}+2\sin 4x\right)\cdot \arccos\dfrac{3x-1}{3x+1}$.

6. $y = \dfrac{x^3+4}{x^2}$.

Вариант № 18.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{9x^9+3x^3+x}{3x^9+9x^3+1}$. 2. $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3-3x-2}{x^2-x-2}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg}^2 4x}{4x^2}$.

4. $y = \dfrac{(x+1)^2}{\sqrt{e^x+2}}$. 5. $y = (9\cos 2x+2\sin 2x)\cdot \operatorname{arcctg}\dfrac{5x+2}{5x-2}$.

6. $y = \dfrac{2}{x^2+2x}$.

Вариант № 19.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^9+3x^3+x}{3x^{10}+3x+1}$. 2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^3+x^2-5x+3}{x^3-x^2-x+1}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin^2 10x}{5x^2}$.

4. $y = \dfrac{2^{5x}-1}{\log_2(1+5x)}$. 5. $y = (4\cos 3x+3\sin 4x)\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{4x+3}{4x-3}$.

6. $y = \dfrac{4-x^3}{x^2}$.

Вариант № 20.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^8+x^4+2}{x^6+x^3+1}$. 2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos 6x}{3x^2}$.

4. $y = \dfrac{6^{2x}-1}{\log_6 2x}$. 5. $y = \left(4\cos\dfrac{x}{4}+2\sin\dfrac{x}{2}\right)\cdot \operatorname{arctg}\dfrac{5x+2}{5x-2}$.

6. $y = \dfrac{x^2}{(x-1)^2}$.

Вариант № 21.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^8+x+11}{2x^8+x^2+2}$. 2. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+3x^2-4}$. 3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2 7x}{7x^2}$.

4. $y=\dfrac{\log_9 8x}{9^{8x}-1}$. 5. $y=\left(3\sin\dfrac{x}{3}+6\cos\dfrac{x}{3}\right)\cdot\operatorname{arcctg}\dfrac{2x+5}{2x-5}$.

6. $y=\dfrac{4x^2}{3+x^2}$.

Вариант № 22.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+x+1}{3x^3+2x^2+x}$. 2. $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^3-3x-2}{(x^2-x-2)^2}$. 3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{arctg}^2 6x}{3x^2}$.

4. $y=\dfrac{10^{3x}-1}{\lg 3x}$. 5. $y=\left(5\sin\dfrac{x}{5}+2\cos\dfrac{x}{2}\right)\cdot\arcsin\dfrac{4x+3}{4x-3}$.

6. $y=\dfrac{12-3x^2}{x^2+12}$.

Вариант № 23.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-6x^2+12x-8}{x^3-3x^2+4}$. 2. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-6x^2+12x-8}{x^3-3x^2+4}$. 3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 8x}{4x^2}$.

4. $y=\dfrac{\sin 2x}{\sqrt{x^2+x}}$. 5. $y=\left(3\cos\dfrac{x}{3}+2\operatorname{ctg}\dfrac{x}{2}\right)\cdot\arcsin\dfrac{2x-3}{2x+3}$.

6. $y=\dfrac{-8x}{x^2+4}$.

Вариант № 24.

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-3x-2}{x-2}$. 2. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^3-3x-2}{x-2}$. 3. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\operatorname{arctg}^2 8x}{4x^2}$.

4. $y=\dfrac{3^{5x}-1}{\log_3 5x}$. 5. $y=\left(4\operatorname{ctg}\dfrac{x}{4}+3\operatorname{tg}\dfrac{x}{3}\right)\cdot\arccos\dfrac{3x-2}{3x+2}$.

6. $y=\dfrac{2x^3+1}{x^2}$.

Вариант № 25.

1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x^2-x+1}$. 2. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x^2-x+1}$. 3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\arcsin^2 \dfrac{x}{2}}{3x^2}$.

4. $y = \dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$. 5. $y = \left(3\operatorname{ctg}\dfrac{x}{3} + 2\cos\dfrac{x}{2}\right) \cdot \ln\left(1+\dfrac{2x+1}{2x-1}\right)$.

6. $y = \dfrac{-x^2}{(x+2)^2}$.

Контрольная работа № 4

Содержание работы

Задания №№ 1, 2, 3

Вычислите определенные интегралы.

Задание № 4

Вычислите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями.

Задание № 5

Вычислите длину дуги кривой.

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. Груздков А.А. Техника вычисления определенных интегралов: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2012.— 64 с.

2. Т.В. Слободинская, В.В. Березникова, П.Е. Баскакова, Н.М. Климовицкая, А.Н. Паульсен Индивидуальные задания по теме «Приложения определенного интеграла»: методические указания. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2006.— 52 с.

Условия задач контрольной работы № 4

Вариант № 1.

1. $\displaystyle\int\limits_0^1 3^{2-3x}\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1)\cos 2x\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_1^6 \frac{dx}{2+\sqrt{x+3}}.$

4. $y=\dfrac{x^2}{2},\ y=\dfrac{1}{1+x^2}$. 5. $\begin{cases} x=\left(t^2-2\right)\cdot\sin t+2t\cos t,\\ y=\left(2-t^2\right)\cdot\cos t+2t\sin t.\end{cases}$

Вариант № 2.

1. $\displaystyle\int\limits_0^1 \frac{x\,dx}{x^4+1}.$ 2. $\displaystyle\int\limits_0^1 (x+1)\,e^{2x}\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_1^5 \frac{dx}{2+\sqrt{x-1}}.$

4. $\begin{cases} x=\cos t,\\ y=2\sin t,\end{cases}$ $y\geqslant 1.$ 5. $y=\ln\left(x^2-1\right),\ x\in[2;3].$

Вариант № 3.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1+x^2}\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_1^e x\ln x\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_{-1}^2 \frac{dx}{3+\sqrt{x+2}}.$

4. $y^2=x^3; x=2.$ 5. $\begin{cases} x=3\left(\cos t+t\sin t\right),\\ y=3\left(\sin t-t\cos t\right),\end{cases}$ $t\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

Вариант № 4.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x}\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (1-5x)\sin x\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_3^8 \frac{dx}{1-\sqrt{x+1}}.$

4. $\begin{cases} x=2\left(t-\sin t\right),\\ y=2\left(1-\cos t\right),\end{cases}$ $y\geqslant 3.$ 5. $y=\ln\cos x,\ x\in\left[0;\dfrac{\pi}{3}\right].$

Вариант № 5.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_0^1 (3x-1)e^{3x}\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_0^5 \frac{dx}{2+\sqrt{x+4}}.$

4. $y = \dfrac{x^2}{4};\quad y = \dfrac{8}{x^2+4}.$ 5. $\begin{cases} x = \dfrac{t^3}{3} - t, \\ y = t^2 + 2, \end{cases}$ $t \in [0;3]$

Вариант № 6.

1. $\displaystyle\int\limits_1^{e} \frac{1+\ln x}{x}\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_{-2}^0 (x+2)\cos x\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_3^6 \frac{dx}{2+\sqrt{x-2}}.$

4. $\begin{cases} x = 3\cos^3 t, \\ y = 3\sin^3 t, \end{cases}$ $t \in \left[0;\dfrac{\pi}{4}\right].$ 5. $y = \dfrac{\ln x}{2} - \dfrac{x^2}{4},\ x \in [1;2]\,.$

Вариант № 7.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x}\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_0^1 \operatorname{arctg} x\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_2^7 \frac{dx}{\sqrt{x+2}-1}.$

4. $y = e^x;\ x + y = 1;\ x = 2.$ 5. $\begin{cases} x = 8\sin t + 6\cos t, \\ y = 6\sin t - 8\cos t, \end{cases}$ $t \in \left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$

Вариант № 8.

1. $\displaystyle\int\limits_1^{\ln 2} \frac{e^x\,dx}{1+e^{2x}}\,.$ 2. $\displaystyle\int\limits_1^{\frac{\pi}{8}} (x-1)\sin 4x\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_0^7 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}.$

4. $\begin{cases} x = 2\cos t, \\ y = \sin t, \end{cases}$ $x \leqslant 1.$ 5. $y = \sqrt{x-x^2} - \arccos\sqrt{x},\ x \in \left[\dfrac{1}{9};\dfrac{1}{4}\right].$

Вариант № 9.

1. $\displaystyle\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2+\operatorname{ctg} x)^2}{\sin^2 x}\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_0^1 xe^{-x}\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_0^1 \frac{x\,dx}{1+\sqrt{x}}.$

4. $y=2^x;\ y=2^{-x};\ y=2.$ 5. $\begin{cases} x=e^t\left(\cos t+\sin t\right), \\ y=e^t\left(\cos t-\sin t\right), \end{cases}\quad t\in[0;\pi]\,.$

Вариант № 10.

1. $\displaystyle\int\limits_1^{e^2}\frac{(2+\ln x)^2}{x}\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_1^{e}(x+1)\ln x\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_0^{3}\frac{x}{1+\sqrt{x+1}}\,dx.$

4. $\begin{cases} x=5\cos t, \\ y=4\sin t, \end{cases}\quad y\geqslant 2.$ 5. $y=\ln\sin x,\ x\in\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right].$

Вариант № 11.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\sin x\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_{-3}^{0}(x+3)\sin x\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_0^{1}\frac{dx}{2+\sqrt[3]{x}}.$

4. $y=\dfrac{1}{x};\ y=x;\ y=\dfrac{x}{9}$ (в I четверти). 5. $\begin{cases} x=2\cos^3 t, \\ y=2\sin^3 t, \end{cases}\quad t\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right].$

Вариант № 12.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{1}e^{x^2}x\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_{-4}^{0}(x+4)\cos 2x\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_8^{27}\frac{dx}{1-\sqrt[3]{x}}\,.$

4. $\begin{cases} x=5\left(t-\sin t\right), \\ y=5\left(1-\cos t\right), \end{cases}\quad y\geqslant 5.$ 5. $y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x,\ x\in\left[-\frac{5}{9};0\right].$

Вариант № 13.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^3 x\cos x\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_0^{1}(1-3x)e^{3x}\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_1^{9}\frac{dx}{3+\sqrt[3]{x-1}}.$

4. $\begin{matrix} y=x^2; & y=-(x-3)(x-5); \\ y=0; & y=1. \end{matrix}$ 5. $\begin{cases} x=e^t\cos t, \\ y=e^t\sin t, \end{cases}\quad t\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right].$

Вариант № 14.

1. $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3\,dx}{1+x^4}$. 2. $\displaystyle\int_1^e \ln x\,dx$. 3. $\displaystyle\int_0^7 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$.

4. $\begin{cases} x = 4\cos t, \\ y = 5\sin t, \end{cases}$ $x \geqslant 2\sqrt{2}$. 5. $y = -\arcsin\sqrt{x} - \sqrt{x-x^2}$, $x \in \left[-\dfrac{1}{4}; 1\right]$.

Вариант № 15.

1. $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^2dx}{1+x^6}$. 2. $\displaystyle\int_0^\pi (2-3x)\sin 3x\,dx$. 3. $\displaystyle\int_6^{25} \frac{dx}{2+\sqrt[3]{x+2}}$.

4. $y = \dfrac{2}{x}$; $y = 2x$; $y = \dfrac{x}{2}$ (в I четверти). 5. $\begin{cases} x = e^t(\cos t + \sin t), \\ y = e^t(\cos t - \sin t), \end{cases}$ $t \in \left[0; \dfrac{\pi}{3}\right]$.

Вариант № 16.

1. $\displaystyle\int_0^1 \frac{x\,dx}{\sqrt{1+x^2}}$. 2. $\displaystyle\int_0^1 (3x+1)e^{3x}\,dx$. 3. $\displaystyle\int_0^3 \frac{\sqrt{x+1}}{3+\sqrt{x+1}}\,dx$.

4. $\begin{cases} x = 3\cos t, \\ y = 4\sin t, \end{cases}$ $y \geqslant 2\sqrt{3}$. 5. $y = \dfrac{\ln 3x}{2} - \dfrac{x^2}{4}$, $x \in \left[\dfrac{1}{2}; 1\right]$.

Вариант № 17.

1. $\displaystyle\int_e^{e^2} \frac{dx}{x\ln x}$. 2. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1)\cos 2x\,dx$. 3. $\displaystyle\int_0^3 \frac{dx}{4+\sqrt{x+1}}$.

4. $y = 2+x^3$; $y = |x|$; $x = 1$. 5. $\begin{cases} x = 2(\cos t + t\sin t), \\ y = 2(\sin t - t\cos t), \end{cases}$ $t \in [0; \pi]$.

Вариант № 18.

1. $\displaystyle\int_1^e \frac{dx}{x\left(1+\ln^2 x\right)}$. 2. $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x+1)\sin 4x\,dx$. 3. $\displaystyle\int_7^{26} \frac{dx}{4+\sqrt[3]{x+1}}$.

4. $\begin{cases} x = 4\cos t, \\ y = 3\sin t, \end{cases}$ $x \geqslant 2\sqrt{3}$. 5. $y = e^{2x} - 1,\ x \in \left[\frac{1}{4}\ln\frac{3}{4}; \frac{1}{4}\ln 2\right]$.

Вариант № 19.

1. $\int\limits_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x\sin x^2\,dx$. 2. $\int\limits_0^1 (4x+3)e^{4x}\,dx$. 3. $\int\limits_{26}^{63} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}-2}$.

4. $y = x^3;\ y = -x^3;\ y = 2 - x^2$. 5. $\begin{cases} x = 5\left(2\cos t - \cos 2t\right), \\ y = 5\left(2\sin t - \sin 2t\right), \end{cases}$ $t \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$.

Вариант № 20.

1. $\int\limits_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$. 2. $\int\limits_0^2 (x-2)e^{\frac{x}{2}}\,dx$. 3. $\int\limits_4^{23} \frac{dx}{3+\sqrt[3]{x+4}}$.

4. $\begin{cases} x = 8\cos^3 t, \\ y = 10\sin^3 t, \end{cases}$ $x \geqslant 2\sqrt{2}$. 5. $y = \ln\left(3\sin x\right),\ x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Вариант № 21.

1. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x\,dx}{4+\sin^2 x}$. 2. $\int\limits_{-2}^0 (x+2)\sin\frac{x}{2}\,dx$. 3. $\int\limits_4^5 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x-4}}$.

4. $y = x^3;\ y = 2x^3;\ x = 1$. 5. $\begin{cases} x = \left(t^2-2\right)\sin t + 2t\cos t, \\ y = \left(2-t^2\right)\cos t + 2t\sin t, \end{cases}$ $t \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Вариант № 22.

1. $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x\,dx}{1+\cos^2 x}$. 2. $\int\limits_0^3 (x-3)\sin\frac{x}{3}\,dx$. 3. $\int\limits_{10}^{29} \frac{dx}{\sqrt[3]{x-2}-1}$.

4. $\begin{cases} x = 6\cos t, \\ y = 3\sin t, \end{cases}$ $x \leqslant 3\sqrt{3}$. 5. $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln\left(x^3\right)}{6},\ x \in [1; 3]$.

Вариант № 23.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{x\,dx}{\sqrt{4-x^2}}$. 2. $\displaystyle\int\limits_0^{2} (2x+3)e^{\frac{x}{2}}\,dx$. 3. $\displaystyle\int\limits_0^{1} \frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{x}+1}$.

4. $y=\sqrt{x};\ y=2\sqrt{x};\ y=x.$ 5. $\begin{cases} x = 6\sin t + 5\cos t, \\ y = 5\sin t - 6\cos t, \end{cases}\quad t\in[0;\pi]$.

Вариант № 24.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{\sqrt{\pi}} x\cos x^2\,dx.$ 2. $\displaystyle\int\limits_{-1}^{0} (x+2)\ln(x+2)\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_1^{5} \frac{x\,dx}{\sqrt{4x+5}}$.

4. $\begin{cases} x = 4\cos^3 t, \\ y = 8\sin^3 t, \end{cases}\quad y\geqslant 3\sqrt{3}.$ 5. $y=-\ln\cos x,\ x\in\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$.

Вариант № 25.

1. $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}} \frac{x\,dx}{\cos^2 x^2}$. 2. $\displaystyle\int\limits_0^{\pi} (3x-1)\cos\frac{x}{3}\,dx.$ 3. $\displaystyle\int\limits_1^{5} \frac{x+1}{\sqrt{2x-1}}\,dx.$

4. $y=\sqrt{x};\ y=-2x^3;\ x=1.$ 5. $\begin{cases} x = 3\,(2\cos t - \cos 2t)\,, \\ y = 3\,(2\sin t - \sin 2t)\,, \end{cases}\quad t\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.