

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального
образования

Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ЗАДАННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ПОСРЕДСТВОМ MATLAB/ SIMULINK

Методические указания к выполнению расчетной работы
по курсу «Системы автоматического управления ЛА и их СУ»

Санкт-Петербург

2023

Цель работы:

Исследовать модель объекта и его системы автоматического управления (САУ), построить частотные характеристики системы, провести синтез регулятора и получить желаемую передаточную функцию системы, построить графики переходного процесса и зону ограничения для ЛФЧХ.

Исходные данные

Дан объект управления, описываемый передаточной функцией вида:

$$W_{об}(s) = \frac{10}{s(0.1s + 1)} \quad (1)$$

Требуется:

1) определить передаточную функцию регулятора, обеспечивающего заданные требования к САУ:

$$\begin{aligned} t_{н.п.} &\leq 1\text{с} \\ \sigma &\leq 40\% \quad M \leq 1.8 \\ x_3 &= 2t, \quad \varepsilon_{уст} \leq 0,1 \\ x_3 &= 4\sin(0.5t), \quad \varepsilon_{\max} \leq 0.1 \end{aligned} \quad (2)$$

2) построить частотные характеристики исходной и желаемой передаточной функции, отметив зону ограничения для ЛФЧХ;

3) получить переходные характеристики исходной и желаемой передаточной функции при подаче на вход заданных воздействий;

4) оценить запас устойчивости, быстродействие, величину перерегулирования и статическую точность исследуемой системы при подаче на вход заданных воздействий.

ПРИМЕР РАСЧЕТА В MATLAB/ SIMULINK

В соответствии с заданным математическим описанием объекта регулирования (1) построим его модель в программной среде MATLAB / Simulink. Модель имеет вид, представленный на рис. 1.

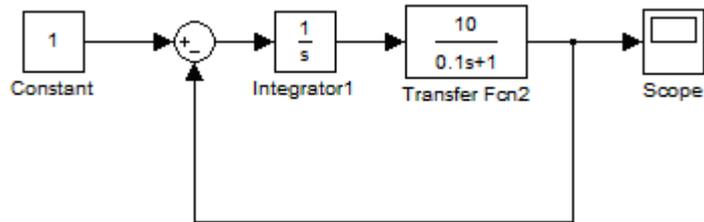


Рис. 1. Структурная схема модели исходной системы, построенная в программной среде MATLAB / Simulink

Переходный процесс в такой системе при подаче на её вход константы будет иметь вид, представленный на рис. 2:

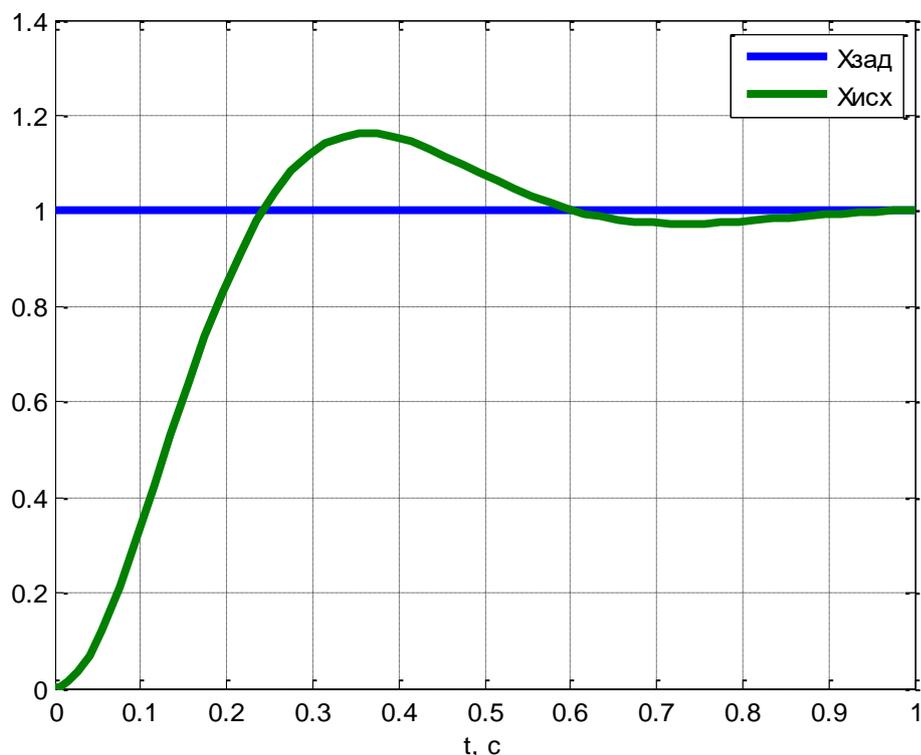


Рис. 2. Переходный процесс исходной системы

Как видно из рисунка, переходный процесс устойчив, но сопровождается перерегулированием величиной 16.2%. Время переходного процесса $t_{п.п.} = 1$ с.

Оценим запас устойчивости исходной системы. Для этого воспользуемся графиком μ -кривых, в соответствии с которым запас по амплитуде и по фазе.

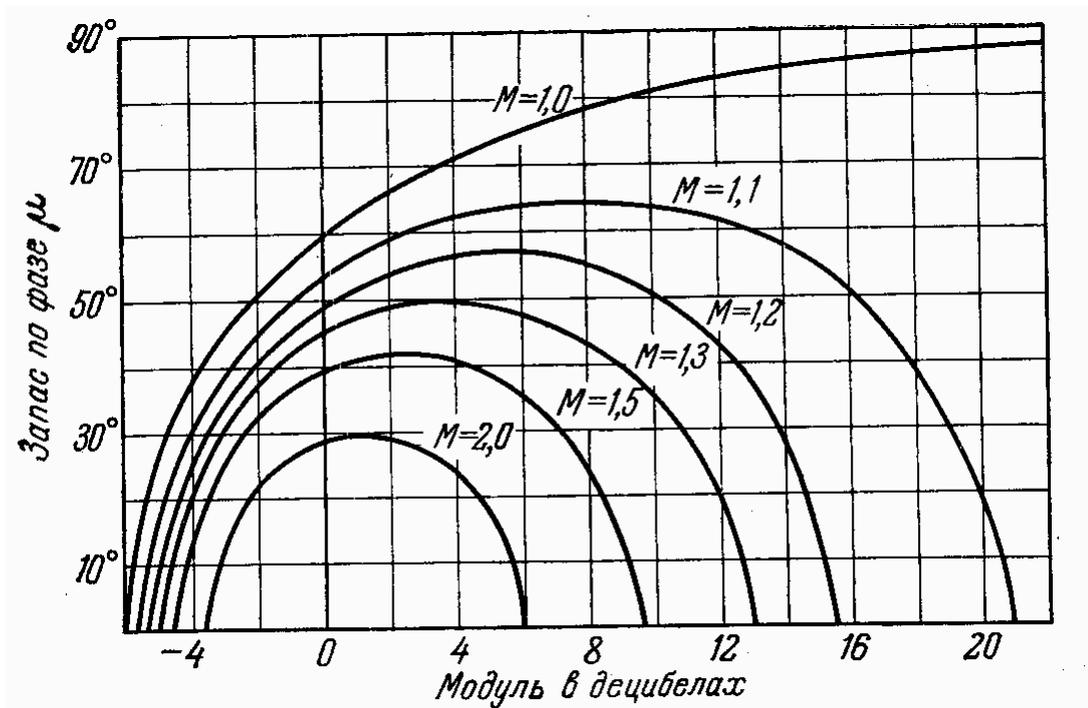


Рис. 3. График μ -кривых для оценки запаса исследуемой системы

Из рис. 3 видно, что при заданном показателе колебательности $M = 1.8$, запас амплитуде приблизительно составляет 7 дБ, а запас по фазе приблизительно составляет 33° . Максимальный запас по фазе можно отыскать алгебраически, воспользовавшись выражением:

$$\mu_{\max} = \left(\arccos \frac{1}{\sqrt{C}} \right) \frac{180}{\pi} = \left(\arccos \frac{\sqrt{M^2 - 1}}{M} \right) \frac{180}{\pi} = \left(\arccos \frac{\sqrt{1.8^2 - 1}}{1.8} \right) \frac{180}{\pi} = 33.74^\circ$$

Зная показатель колебательности определим минимальную длину участка

$h = \frac{\omega_2}{\omega_1}$ с наклоном -20 дБ/дек. Чем больше длина этого участка, тем меньше

показатель колебательности $M = \frac{h+1}{h-1}$. Границы участка определяются

амплитудами:

$$U_1 = 20 \lg \frac{M}{M-1} = 20 \lg \frac{1.8}{1.8-1} = 7.04 \text{ дБ},$$

$$U_2 = 20 \lg \frac{M+1}{M} = 20 \lg \frac{1.8+1}{1.8} = 3.837 \text{ дБ}$$

Сопрягающие частоты определяются из выражений: $\omega_1 = \omega_c \frac{M}{M-1}$,

$\omega_2 = \omega_c \frac{M+1}{M}$, где ω_c – частота среза, которая находится из выражения:

$\omega_c = k \frac{\pi}{t_{п.п.}}$. Коэффициент k зависит от величины перерегулирования в

соответствии с графиком, представленным на рис. 4.

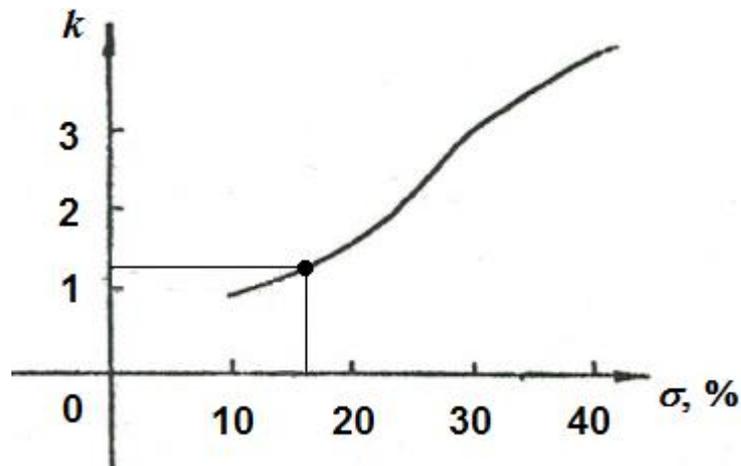


Рис. 4. Зависимость коэффициента k от величины перерегулирования σ

В соответствии с этим графиком, при величине $\sigma = 16.2\%$ коэффициент $k \approx$

1.2. В этом случае $\omega_c = 1.2 \frac{\pi}{1} \approx 3.77 \text{ рад/с}$, а $\omega_1 = 3.77 \frac{1.8}{1.8-1} \approx 8.5 \text{ рад/с}$ и

$$\omega_2 = 3.77 \frac{1.8+1}{1.8} = 5.86 \text{ рад/с}.$$

ЛАФЧХ исходной системы имеет вид, представленный на рис. 5.

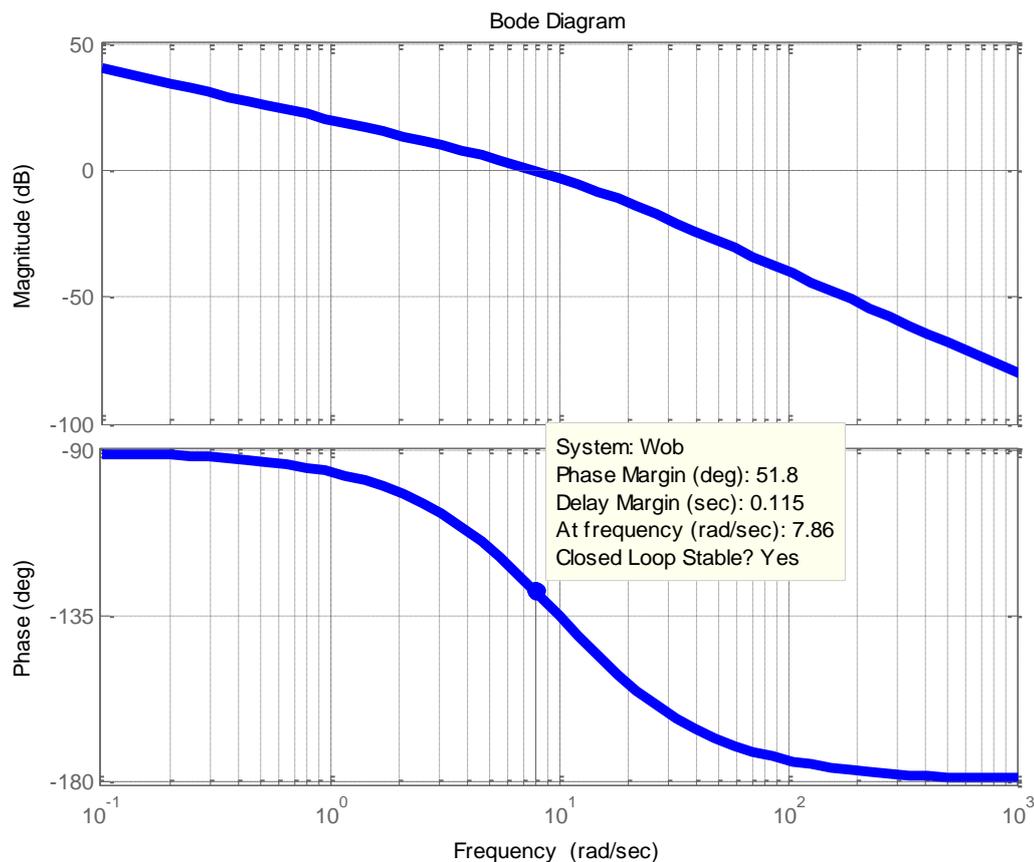


Рис. 5. Логарифмическая амплитудно-фазо-частотная характеристика исследуемой системы

На рис. 5 обозначено:

Wob – передаточная функция объекта управления;

Phase Margin (deg) – запас по фазе, рассчитываемый от точки $\mu = -180^{\circ}$;

Delay Phase (sec) – отставание по фазе, с;

At frequency (rad/sec) – запас по амплитуде;

Closed Loop Stable? Yes – индикатор устойчивости системы.

Из рис. 5 видно, что рассчитанный запас устойчивости близок к числовым значениям, показанным на графике: величина запаса по амплитуде составляет 7.86, а запас по фазе равен $\mu = 90^{\circ} - 51.8^{\circ} = 38.2^{\circ}$. Исходная система является в целом устойчивой. Об этом говорит критерий устойчивости, основанный на логарифмической амплитудно-частотной характеристике (ЛАХ). Абсолютная устойчивость системы достигается тогда, когда ЛАХ её передаточной функции

пересекается с осью нуля децибел раньше (т.е. лежит левее), чем фазо-частотная характеристика (ФЧХ) достигнет значения $\mu = -180^0$. В данном случае ЛАХ передаточной функции исходной системы достигает нуля децибел в точке $\mu = 128.2^0$, что значительно левее точки $\mu = -180^0$.

Перейдём к построению желаемой передаточной функции исследуемой системы. Выражение, определяющее такую передаточную функцию, имеет вид:

$$|W_{\text{ж}}(j\omega)| = |W_{\text{рег}}(j\omega)W_{\text{об}}(j\omega)|. \quad (3)$$

Здесь $W_{\text{ж}}(j\omega)$ – желаемая передаточная функция, $W_{\text{рег}}(j\omega)$ – передаточная функция регулятора, $W_{\text{об}}(j\omega)$ – передаточная функция объекта регулирования.

Для определения вида желаемой передаточной функции следует учесть максимально допустимую величину ошибки при ограниченном значении скорости входного воздействия и в случае, когда входное воздействие носит гармонический характер. Рассмотрим оба этих случая.

1) $x_3 = 2t$, $\varepsilon_{\text{уст}} \leq 0,1$. В этом случае скорость входного воздействия равна $\dot{x}_3 = (2t)' = 2$, а величина ошибки определяется из выражения:

$$\delta_{\text{уст}} = \frac{\dot{x}_3}{K} = \frac{(2t)'}{K} = \frac{2}{K} \leq \varepsilon_{\text{уст}}, \text{ т.е. } \frac{2}{K} \leq 0.1 \Rightarrow K \geq 20 \quad (4)$$

где K – добротность желаемой передаточной функции.

Если учесть, что исходная передаточная функция уже имеет коэффициент усиления, равный 10, то, чтобы обеспечить выполнение условия (4), коэффициент усиления регулятора должен быть $K_{\text{рег}} \geq 2$.

В этом случае желаемая ЛАЧХ должна проходить не ниже прямой, вычисляемой из уравнения:

$$20 \lg \frac{\dot{x}_3}{\omega \varepsilon_{\text{уст}}} = 20 \lg \frac{K}{\omega} \quad (5)$$

и пересекать ось нуля децибел в точке $\omega = \frac{\dot{x}_3}{\varepsilon_{уст}} = \frac{2}{0.1} = 20 \text{ рад/с}$. В случае

необходимости обеспечения запаса по амплитуде, равного 3дБ, величину К

необходимо выбирать из условия $K = 1.4 \frac{\dot{x}_3}{\varepsilon_{уст}} = 1.4 \frac{2}{0.1} = 28 \text{ рад/с}$.

2) $x_3 = 4 \sin(0.5t)$, $\varepsilon_{\max} \leq 0.1$. В этом случае ЛАЧХ желаемой передаточной функции должна проходить не ниже контрольной точки A_K с координатами: $\omega = \omega_k$, $L(\omega_k) = 20 \lg \frac{x_{\max}}{\varepsilon_{\max}}$. В данном случае $\omega_k = 0.5 \text{ рад/с}$, $x_{\max} = 4$, $\varepsilon_{\max} \leq 0.1$. Таким образом, точка A_K будет иметь координаты:

$$A_k = \left(\omega_k, 20 \lg \frac{x_{\max}}{\varepsilon_{\max}} \right) = \left(0.5, 20 \lg \frac{4}{0.1} \right) = (0.5 \text{ рад}, 32.04 \text{ рад/с}).$$

Построим на совместной диаграмме ЛАФЧХ исходной и желаемой передаточной функции, а также нанесём рассчитанные выше ограничения (см. рис. 6).

На рис. 6 обозначено:

Кривая 1 – ЛАЧХ исходной передаточной функции (1);

Кривая 2 – ЛАЧХ, построенная в соответствии с ограничением № 2 (ограничение максимальной ошибки ε_{\max} при гармоническом входном воздействии). Её передаточная функция имеет вид: $W_{огр_2}(s) = \frac{11.7}{s(0.01s + 1)}$.

Коэффициент усиления $K_{огр_2} = 11.7$ выбран так, чтобы ЛАЧХ желаемой передаточной функции проходила через точку $A_K(0.5 \text{ рад}; 32.04 \text{ рад/с})$ (сама точка на графике не отмечена, т.к. расположена левее 0 дБ).

Кривая 3 – ЛАЧХ, построенная в соответствии с ограничением № 1 (ограничение максимальной установившейся ошибки $\varepsilon_{уст}$ при ограниченной скорости входного воздействия). Её передаточная функция имеет вид:

$$W_{огр_1}(s) = \frac{20}{s}.$$

Кривая 4 – ЛАЧХ, построенная в соответствии с ограничением № 1 и дополнительного запаса по амплитуде, равного 3дБ. Её передаточная функция имеет вид: $W_{\text{огр}_2_2}(s) = 1.4 \cdot \frac{20}{s}$.

Кривая 5 – ЛАЧХ желаемой передаточной функции, имеющей больший запас по амплитуде и по фазе, чем у исходной передаточной функции, и лежащей выше остальных ЛАЧХ в низкочастотной и среднечастотной области. Её передаточная функция имеет вид:

$$W_{\text{ж}}(s) = W_{\text{об}}(s)W_{\text{рег}}(j\omega) = \frac{10}{s(0.1s + 1)} \cdot \frac{3.5(0.1s + 1)}{(0.01s + 1)} = \frac{35}{s(0.01s + 1)},$$

$$\text{где } W_{\text{рег}}(j\omega) = \frac{3.5(0.1s + 1)}{(0.01s + 1)}.$$

Такой регулятор обеспечивает выполнение условий ограничений по статической точности, заданных в п.п. 1 – 2.

Штриховкой обозначена область, ниже которой не должна опускаться кривая ЛАЧХ желаемой передаточной функции. В противном случае требования по статической точности $\varepsilon_{\text{уст}}$ и ε_{max} не будут выполнены, хотя желаемая система будет оставаться устойчивой.

На рис. 7 отмечены запасы устойчивости исходной и желаемой передаточной функции, а также функций-ограничений.

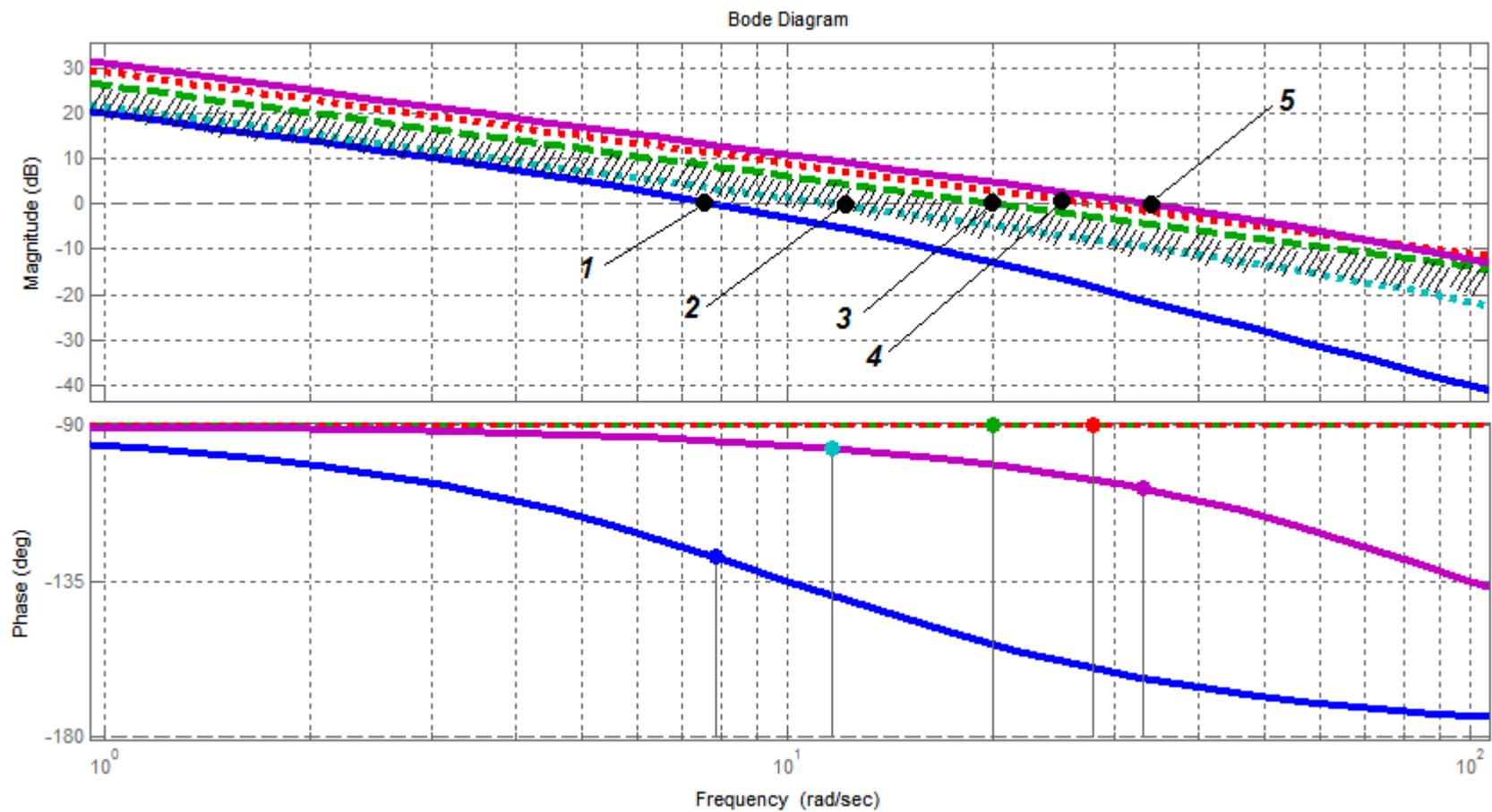


Рис. 6. Сравнение логарифмических амплитудно-фазо-частотных характеристик исходной и желаемой передаточной функции

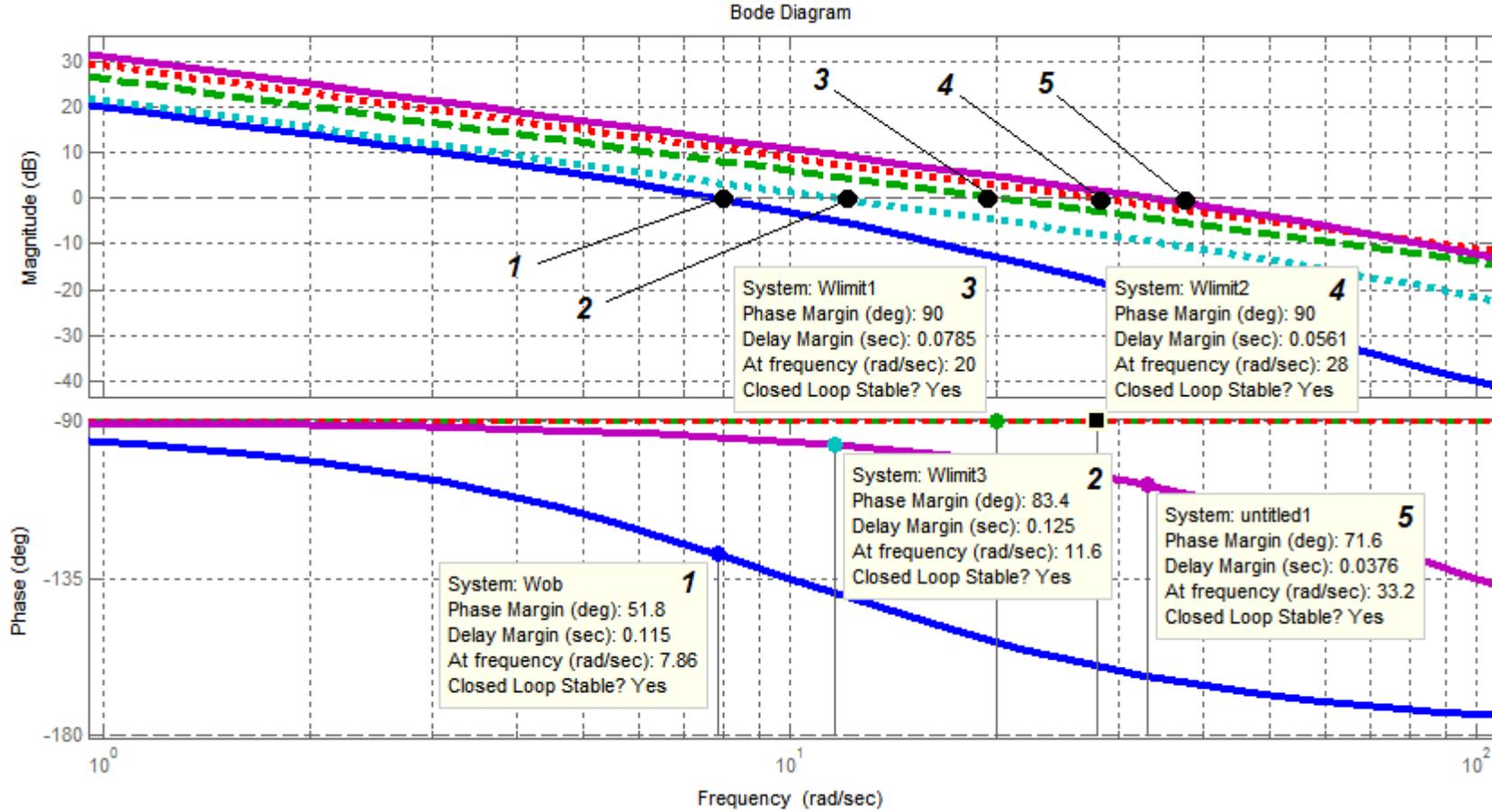


Рис. 7. Логарифмические амплитудно-фазо-частотные характеристики исходной и желаемой передаточной функции, а также функций-ограничений с отмеченными запасами по амплитуде и фазе

Таким образом, желаемая передаточная функция исследуемой системы имеет вид:

$$W_{\text{Ж}}(s) = W_{\text{об}}(s)W_{\text{рег}}(j\omega) = \frac{35}{s(0.01s + 1)}, \quad (6)$$

где $W_{\text{рег}}(j\omega) = \frac{3.5(0.1s + 1)}{(0.01s + 1)}$ – передаточная функция регулятора. (7)

Передаточная функция (6) является устойчивой и обладает хорошим запасом устойчивости: по амплитуде $L(\omega) = 33.2$ дБ, и по фазе $\mu = 71.6^\circ$ (если считать от границы $\mu_0 = -180^\circ$).

Структурная схема модели системы с исходной передаточной функцией и регулятором (7) представлена на рис. 8.

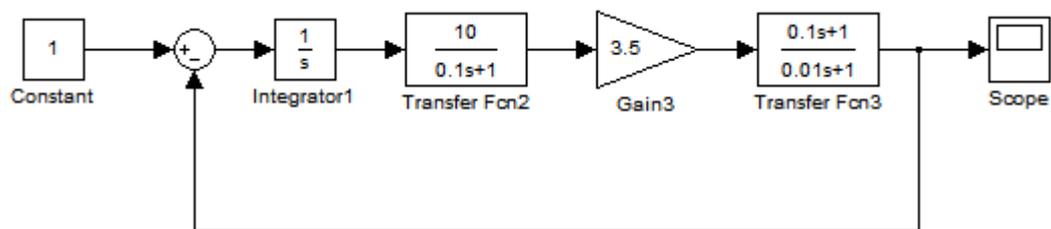


Рис. 8. Структурная схема модели системы с исходной передаточной функцией и регулятором (7), построенная в программной среде MATLAB / Simulink

Ниже, на рис. 9 – 11 приведены переходные характеристики исходной и желаемой системы, построенные при входных воздействиях вида:

- 1) $X_{\text{зад}}(t) = 1(t)$;
- 2) $X_{\text{зад}}(t) = 2t$;
- 3) $X_{\text{зад}}(t) = 4\sin(0.5t)$.

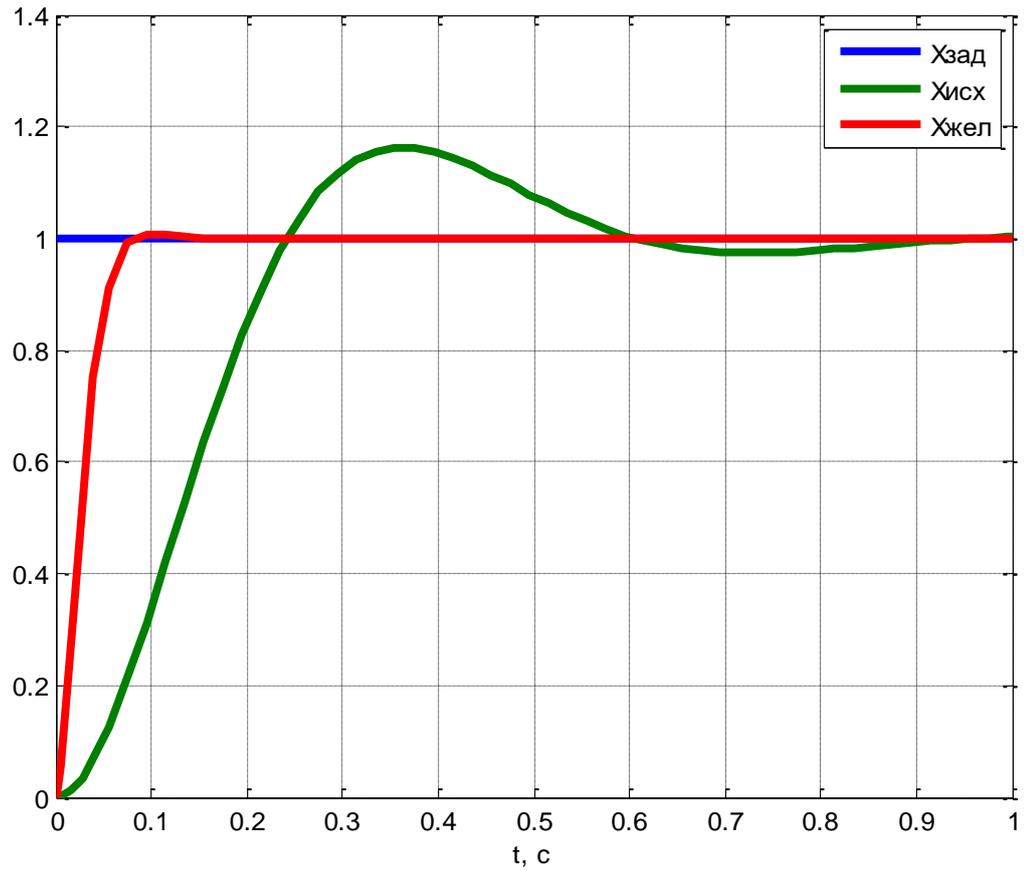


Рис. 9. Переходная характеристика исходной и желаемой системы, построенная при входном воздействии вида $X_{зад}(t) = 1(t)$

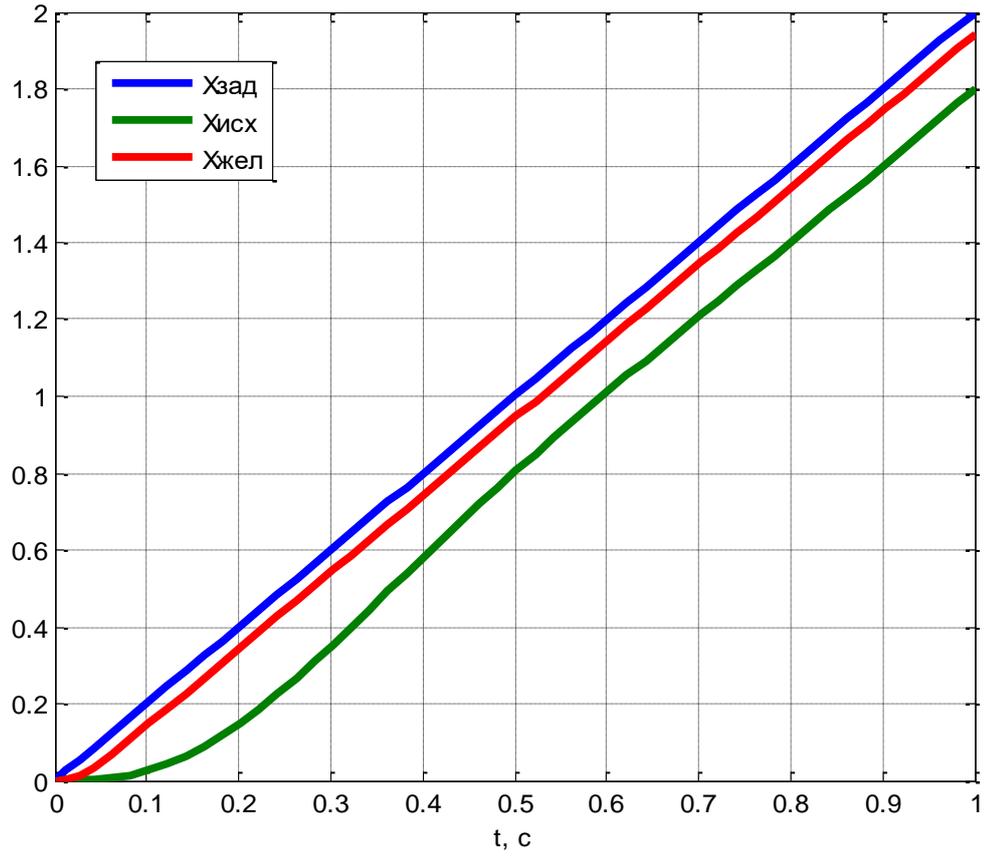


Рис. 10. Переходная характеристика исходной и желаемой системы, построенная при входном воздействии вида $X_{зад}(t) = 2t$

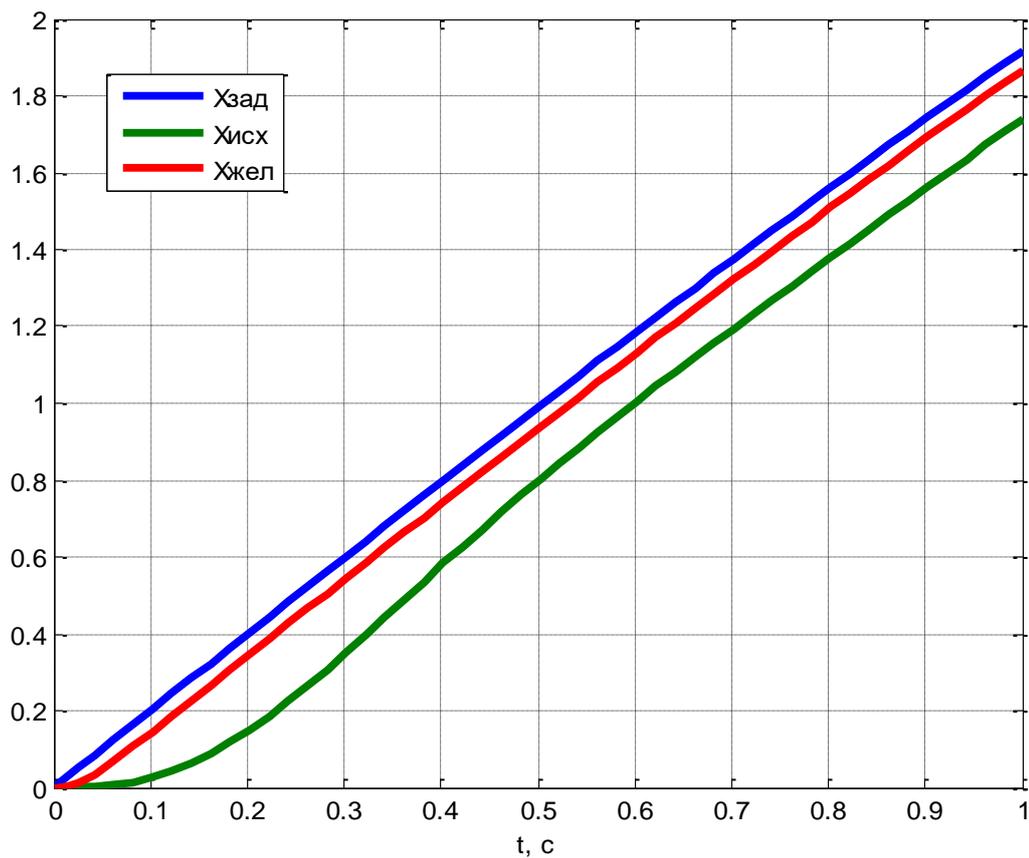


Рис. 11. Переходная характеристика исходной и желаемой системы, построенная при входном воздействии вида $X_{зад}(t) = 4\sin(0.5t)$

Результаты анализа графиков переходных процессов исходной и желаемой системы можно свести в таблицу 1.

Таблицы 1.

Вид входного воздействия	Величина статической ошибки к моменту времени $t_{п.п.} = 1$ с	
	$\epsilon_{исх}, \%$	$\epsilon_{жел}, \%$
$X_{зад}(t) = 1(t)$	0.0	0.0
$X_{зад}(t) = 2t$	0.2	0.057
$X_{зад}(t) = 4\sin(0.5t)$	0.178	0.051

ВЫВОДЫ

Из проведённого анализа следует вывод о том, что синтезированная система, переходная характеристика которой описана желаемой передаточной функцией, является аperiodически устойчивой, обладает хорошим запасом устойчивости: по амплитуде $L(\omega) = 33.2$ дБ, по фазе $\mu = 71.6^\circ$, почти не имеет перерегулирования, переходный процесс проходит гладко без колебаний, обеспечивается высокое быстродействие (порядка 0.13 с при подаче на вход константы) и лучшая статическая точность по сравнению с переходной характеристикой исходной системы (т.е. удовлетворяет требованиям $\varepsilon_{уст} \leq 0.1$ и $\varepsilon_{max} \leq 0.1$)

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

Выполните лабораторную работу, в соответствии с номером варианта (смотри таблицу 2)

Таблица 2. Исходные данные для выполнения лабораторной работе

№ варианта	$t_{пл}, c$	$\sigma, \%$	M	x_3	$\varepsilon_{уст}$	x_3	ε_{max}
1	≤ 1	$\leq 40\%$	$\leq 1,9$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,1$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,1$
2	$\leq 0,9$	$\leq 35\%$	$\leq 1,8$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,2$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,2$
3	$\leq 0,8$	$\leq 30\%$	$\leq 1,7$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,3$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,3$
4	$\leq 0,7$	$\leq 25\%$	$\leq 1,6$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,4$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,4$
5	$\leq 0,6$	$\leq 20\%$	$\leq 1,5$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,5$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,5$
6	$\leq 0,5$	$\leq 15\%$	$\leq 1,4$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,6$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,6$
7	$\leq 0,4$	$\leq 10\%$	$\leq 1,3$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,7$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,7$
8	$\leq 0,3$	$\leq 40\%$	$\leq 1,2$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,8$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,8$
9	≤ 1	$\leq 35\%$	$\leq 1,1$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,9$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,9$
10	$\leq 0,9$	$\leq 30\%$	≤ 1	$x_3 = 2t$	$\leq 0,1$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,1$
11	$\leq 0,8$	$\leq 25\%$	$\leq 1,9$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,2$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,2$
12	$\leq 0,7$	$\leq 20\%$	$\leq 1,8$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,3$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,3$
13	$\leq 0,6$	$\leq 15\%$	$\leq 1,7$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,4$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,4$
14	$\leq 0,5$	$\leq 10\%$	$\leq 1,6$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,5$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,5$
15	$\leq 0,4$	$\leq 40\%$	$\leq 1,5$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,6$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,6$
16	$\leq 0,3$	$\leq 35\%$	$\leq 1,4$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,7$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,7$
17	≤ 1	$\leq 30\%$	$\leq 1,3$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,8$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,8$
18	$\leq 0,9$	$\leq 25\%$	$\leq 1,2$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,9$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,9$
19	$\leq 0,8$	$\leq 20\%$	$\leq 1,1$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,1$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,1$
20	$\leq 0,7$	$\leq 15\%$	≤ 1	$x_3 = 2t$	$\leq 0,2$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,2$
21	$\leq 0,6$	$\leq 10\%$	$\leq 1,9$	$x_3 = 2t$	$\leq 0,3$	$x_3 = 4\sin(0.5t)$	$\leq 0,3$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Бесекерский В.А. Теория систем автоматического регулирования/ В.А. Бесекерский, Е.П. Попов – М.: Наука, 2003.
- 2 Острославский И.В. Динамика полёта. Устойчивость и управляемость летательных аппаратов/ И.В. Острославский, И.В. Стражева – М.: Машиностроение, 1965.
- 3 Мироновский Л.А. Введение в MATLAB. Учебное пособие/ Л.А. Мироновский, К.Ю. Петрова – СПб.: ГУАП, 2006.
- 4 А.Н. Синяков, Ф.А. Шаймарданов Системы автоматического управления ЛА и их силовыми установками – Москва: «Машиностроение», 1991. – 320с.
- 5 В.А. Боднер. Системы управления летательными аппаратами – Москва: «Машиностроение», 1973. – 503с.