

**Задача 2.** Найти верхнее и нижнее значения матричной игры с матрицей выигрыша  $A$ . Дать рекомендации поведения игроков и указать их выигрыши. Объяснить, почему эти рекомендации будут приняты.

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 \\ 4 & 4 & -1 \\ -1 & 10 & 5 \end{pmatrix} \quad 11. \quad A = \begin{pmatrix} 10 & 6 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \\ -4 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad 21. \quad A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 5 & 4 & -6 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad 12. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 9 \\ 3 & 4 & 7 \\ 2 & 6 & 10 \end{pmatrix} \quad 22. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 2 & -3 & 5 \\ 8 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & -2 \\ 5 & 3 & -3 \\ -6 & 0 & -4 \end{pmatrix} \quad 13. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 23. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 7 \\ 4 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 6 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad 14. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad 24. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & -2 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & -3 \end{pmatrix} \quad 15. \quad A = \begin{pmatrix} -2 & 10 & 9 \\ 1 & 4 & 7 \\ -3 & 5 & 8 \end{pmatrix} \quad 25. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 10 \\ 2 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & 5 \\ 8 & 7 & 6 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad 16. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -3 & 0 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad 26. \quad A = \begin{pmatrix} 11 & 8 & -2 \\ 6 & 7 & 1 \\ 7 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 7 & 5 & 4 \\ 8 & 9 & 10 \end{pmatrix} \quad 17. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -6 & -1 \\ 5 & 7 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 27. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 3 \\ 8 & 3 & 2 \\ 7 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \\ 6 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad 18. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \quad 28. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 6 & 4 & 8 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad 19. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \\ 6 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad 29. \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 5 & 6 & 7 \\ 1 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 9 \\ -1 & 3 & -2 \\ 4 & 1 & 10 \end{pmatrix} \quad 20. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad 30. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 10 \\ 11 & 3 & -3 \\ 4 & 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$31. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 10 \\ -1 & 4 & -2 \\ 4 & 3 & 10 \end{pmatrix} \quad 32. \quad A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 7 & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad 33. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 10 \\ 12 & 3 & -3 \\ 4 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

**Задача 3.** Найти решение матричной игры  $\Gamma(A)$  в смешанных стратегиях.

1. Найти верхнее и нижнее значения матричной игры  $\Gamma(A)$  и дать их теоретико-игровую интерпретацию.
2. Проверить положительность значения игры.
3. Для определения смешанных стратегий игроков составить пару взаимно двойственных задач линейного программирования.
4. Одну из составленных задач решить геометрически, а вторую по теореме о дополнительной нежесткости.
5. Полученное значение игры сравнить с верхним и нижним значениями игры  $\Gamma(A)$ .
6. Дать рекомендации игрокам. Объяснить, почему игроки примут эти рекомендации.

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad 2. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}, \quad 3. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 4 & 4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad 5. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad 6. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix},$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad 8. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 6 & 4 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}, \quad 9. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 6 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix},$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad 11. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, \quad 12. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix},$$

$$13. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 5 & 6 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad 14. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}, \quad 15. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 3 & 6 \\ 1 & 8 \end{pmatrix},$$

$$16. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad 17. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}, \quad 18. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix},$$

$$19. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad 20. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad 21. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix},$$

$$22. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad 23. \quad A = \begin{pmatrix} 7 & 6 & 2 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}, \quad 24. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix},$$

$$25. \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \quad 26. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad 27. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix},$$

$$28. \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 3 \\ 2 & 6 & 7 \end{pmatrix}, \quad 29. \quad A = \begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad 30. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 8 \end{pmatrix},$$

$$31. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{pmatrix}, \quad 32. \quad A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

**Задача 4.** Решить матричную игру с помощью MS Excel и сравнить полученные результаты с результатами ее возможного разыгрывания на компьютере.

- Найти верхнее и нижнее значения матричной игры  $G(A)$ .
- Составить пару задач линейного программирования и решить их с помощью надстройки "Поиск решений".
- Из решений задач линейного программирования найти оптимальные смешанные стратегии игроков и значение матричной игры  $G(A)$ . Дать рекомендации игрокам и объяснить почему они эти рекомендации примут.
- Исходя из построенных оптимальных стратегий, предложить планы поведения игроков на 25 партий, в соответствии с которыми провести фиктивное разыгрывание исходной матричной игры. Результаты внести в итоговую таблицу.
- Рассмотреть метод последовательного выбора стратегий на основе наблюдения за поведением игрока за все предыдущие партии. (Описать принцип выбора стратегии, указать частоты появления стратегий и средний выигрыш игрока 1 по завершении 25 и 100 партий.)
- Рассмотреть метод последовательного выбора стратегий на основе наблюдения за поведением игрока в предыдущей партии. (Описать принцип выбора стратегии, указать частоты появления стратегий и средний выигрыш игрока 1 по завершении 25 партий.)
- Пусть игрок 1 использует оптимальную смешанную стратегию, а игрок 2 планирует свое поведение на основе поведения противника в предыдущей партии. Указать частоты появления стратегий и средний выигрыш игрока 1 по завершении 25 партий. (можно воспользоваться листом Браун 1).
- Результаты разыгрывания игры занести в итоговую таблицу. Сделать общий анализ итоговой таблицы.

|           |  |           |   |           |  |
|-----------|--|-----------|---|-----------|--|
| <b>1</b>  | -4 9 8 -4<br>4 7 -8 -3<br>5 -5 -4 -8<br>5 -4 -3 -8   | <b>11</b> | 1 4 -4 2<br>8 3 -4 -3<br>-10 -5 -4 3<br>-2 -6 -1 0  | <b>21</b> | -5 -8 -12 -2<br>-5 9 -1 -4<br>5 -7 -8 -6<br>1 -4 -8 2  |
| <b>2</b>  | 8 4 -2 9<br>0 -9 -7 -7<br>1 1 -3 -10<br>-9 3 8 -3    | <b>12</b> | 8 -10 -2 -7<br>-1 7 9 1<br>9 -8 -10 2<br>7 1 -8 8   | <b>22</b> | -3 -4 -9 -1<br>-12 4 5 12<br>-1 -12 10 -6<br>-4 2 1 -7 |
| <b>3</b>  | 0 0 1 -8<br>-10 -9 -5 -1<br>7 3 7 -2<br>3 -2 -4 -9   | <b>13</b> | -9 5 3 -9<br>9 9 7 -7<br>-8 3 9 5<br>7 1 -2 -6      | <b>23</b> | 5 -2 -11 -1<br>11 -4 -2 11<br>-8 -10 5 6<br>-2 -1 11 7 |
| <b>4</b>  | 7 4 5 -8<br>-7 9 6 -3<br>-8 0 -4 -1<br>-9 -5 -5 -4   | <b>14</b> | 7 5 -7 5<br>-2 7 -1 -6<br>5 -6 8 5<br>1 4 -7 6      | <b>24</b> | -5 12 12 -6<br>1 1 0 7<br>3 2 -8 -9<br>5 -8 9 -11      |
| <b>5</b>  | 3 -9 -5 -9<br>8 -7 10 -2<br>-10 -6 -5 2<br>5 -8 7 -5 | <b>15</b> | -4 -7 1 1<br>-5 7 8 10<br>4 7 -2 6<br>4 -1 7 -4     | <b>25</b> | -3 9 12 0<br>11 9 -1 -11<br>4 1 3 6<br>3 -8 1 2        |
| <b>6</b>  | -1 -8 6 5<br>3 -8 -5 -1<br>1 -3 7 -8<br>-5 -6 6 -7   | <b>16</b> | 11 4 -9 10<br>-1 6 5 -3<br>-3 6 0 1<br>2 -8 -4 9    | <b>26</b> | 5 3 -12 0<br>-9 -2 0 3<br>-3 -4 -2 5<br>-5 -7 8 -11    |
| <b>7</b>  | 3 1 6 2<br>-3 4 -7 6<br>-3 1 3 7<br>9 9 -8 10        | <b>17</b> | -10 6 -4 -1<br>7 -4 -9 -1<br>9 4 7 7<br>-9 -2 -1 -2 | <b>27</b> | 6 0 -4 -10<br>-4 -11 6 -8<br>1 -8 10 -10<br>-1 -2 5 -9 |
| <b>8</b>  | -5 0 -5 -5<br>-7 -9 6 -5<br>6 10 4 -7<br>5 4 6 7     | <b>18</b> | -7 6 3 0<br>-7 -1 -3 -5<br>-4 -6 -6 -3<br>-6 -2 9 5 | <b>28</b> | -9 6 3 4<br>-1 -5 9 4<br>-5 0 9 7<br>1 -6 -6 -11       |
| <b>9</b>  | 7 1 -1 7<br>-1 3 4 1<br>6 -1 -9 -4<br>-5 2 7 -2      | <b>19</b> | -10 4 -5 2<br>-7 -2 9 5<br>8 3 1 0<br>5 3 0 1       | <b>29</b> | 10 -2 6 4<br>-7 10 9 -10<br>-3 -6 6 6<br>2 1 4 12      |
| <b>10</b> | 1 -7 6 -9<br>0 3 2 6<br>-10 8 8 3<br>-9 7 -8 -9      | <b>20</b> | 10 -2 -7 -10<br>7 0 8 5<br>3 -2 -10 -9<br>-9 4 -9 5 | <b>30</b> | -5 -3 7 3<br>-12 -5 9 -6<br>-9 -4 10 1<br>12 3 0 12    |