

**МАТЕРИАЛЫ
для СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ
СПбГЭТУ (ЛЭТИ)**

Курс «Математический анализ»

Кафедра ВМ-2
Курс 2
Семестр 3

Санкт-Петербург
2012 г

1. ВВЕДЕНИЕ

В программе перечислены изучаемые темы, литература, экзаменационные вопросы и варианты контрольных работ.

2. ПРОГРАММА КУРСА

ДВОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ В ПРОСТРАНСТВЕ И ВЕКТОРНЫЙ АНАЛИЗ

1. Двойные интегралы. Условия интегрируемости функций. [см [1]- п 588 - 590; [3]- п 7.1, 7.2], Основные свойства интегралов: нормировка, монотонность, аддитивность; [см [1]- п 592, п 593; [3]- п 7.3]. Сведение двойных интегралов к повторным. [см [1]- п 594; [3]- п 7.4] Формулы замены переменных в двойном интеграле. Полярные координаты. [см [1]- п 603; [3]- п 7.5] Приложения двойных интегралов. [см [1]- п 598; [3]- п 7.6].
2. Тройные интегралы: определения и свойства. .[см [1]- п 642 - 644; [3]- п 8.1]. Вычисление тройного интеграла. .[см [1]- п 645; [3]- п 8.2]. Замена переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты. .[см [1]- п 655, п 656; [3]- п 8.3]. Приложения тройного интеграла. .[см [1]- п 649; [3]- п 8.6]
3. Криволинейные интегралы первого рода. .[см [1]- п 543; [3]- п 9.1] Свойства и методы их вычисления. . [см [1]- п 544; [3]- п 9.2] Приложения криволинейных интегралов первого рода .[см [1]- п 545, п 554; [3]- п 9.3]. Криволинейные интегралы второго рода. .[см [1]- п 546; [3]- п 10.1]. Свойства и методы их вычисления. .[см [1]- п 547; [3]- п 10.2]. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина. .[см [1]- п 555 - 558; п 601; [3]- п 10.3, 10.4]. Приложения криволинейных интегралов второго рода .[см [1]- п 554; [3]- п 10.5].

РЯДЫ

4. Числовые ряды, необходимый признак сходимости. Признаки сравнения для рядов с положительными членами, признаки сходимости Даламбера и Коши. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
5. Функциональные ряды. Ряд Тейлора. Степенные ряды, радиус и интервал сходимости степенного ряда.
6. Применение рядов для приближенных вычислений.

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ (ДУ)

1. Основные понятия: общее и частное решение, поле направлений, задача Коши. Теоремы существования и единственности для решения задачи Коши.
2. Простейшие уравнения первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные и уравнения Бернулли.
3. Уравнения высших порядков, допускающие понижение.
4. Теория линейных дифференциальных уравнений. Системы линейных ДУ.
5. Решение линейных ДУ с постоянными коэффициентами.

3. ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Г.М Фихтенгольц. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3 М
2. Я.С.Бугров, С.М.Никольский. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. Ч.3 М.: Дрофа, 2003.
3. Д.Т.Письменный. Конспект лекций по высшей математике. Ч.2 И 3. М.: Айрис-пресс, 2004.
4. Сборник задач по математике для втузов. Специальные разделы математического анализа. Под редакцией А.В.Ефимова, Б.П.Демидовича. М., "Наука", 1986.
5. Н.С.Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисления для втузов. Тома 1, 2
6. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2 ч. М.: Высш. шк., 1996.

4. ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Двойные интегралы. Определение двойного интеграла, как предела интегральных сумм.
2. Геометрический и физический смысл двойного интеграла.
3. Основные свойства двойного интеграла: нормировка, монотонность, аддитивность.
4. Сведение двойного интеграла к повторному.
5. Формула замены переменной в двойном интеграле.
6. Двойной интеграл в полярных координатах.
7. Приложения двойного интеграла.
8. Тройной интеграл и его свойства: нормировка, монотонность, аддитивность.
9. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
10. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
11. Приложения тройных интегралов.
12. Криволинейные интегралы первого рода. Методы их вычисления. Приложения криволинейных интегралов первого рода.
13. Криволинейные интегралы второго рода. Методы их вычисления. Приложения криволинейных интегралов второго рода.
14. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Формула Грина.
15. Числовые ряды: определение сходимости и необходимый признак сходимости.
16. Признак сравнения для сходимости положительных числовых рядов.
17. Признаки Даламбера и Коши сходимости положительных числовых рядов.
18. Знакопередающиеся ряды: признак Лейбница.
19. Степенные ряды: определение, теоремы и метод вычисления. Радиус и интервал сходимости.
20. Ряды Тейлора для элементарных функций.
21. Дифференциальные уравнения (ДУ). Задача Коши. Теорема существования и единственности решения ДУ.
22. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
23. Однородные дифференциальные уравнения.
24. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
25. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение последнего.
26. Пространство решений линейного дифференциального однородного уравнения.
27. Метод неопределенных коэффициентов для решения неоднородных линейных ДУ.

Контрольная работа. Вариант №1

1. Исследуйте на сходимость ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2 + 12n - 5}$.
2. Исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n+2)! 4^n}$.
3. Исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{n^2+n}$.
4. Вычислите радиус и интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{7n-10}$.
5. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y(4+e^x)dy - e^x dx = 0$ и сделайте проверку.
6. Найдите решение задачи Коши $y' + \frac{y}{x} = 3x$ при $y(1) = 1$.
7. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y''' + 4y' + 4y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 1, y'(0) = 1$.
8. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + 5y = -2 \sin x$.
9. Вычислить, перейдя к полярным координатам, $\int_D x dx dy$, где область D ограничена линиями: $y^2 - 4y + x^2 = 0; y^2 - 8y + x^2 = 0; y = \frac{x}{\sqrt{3}}; x = 0$. Сделайте рисунок.
10. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными линиями: $y = \frac{e}{x}; y = \ln x; x = 1$. Сделайте рисунок.
11. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L \frac{dl}{x-y}$, где L – отрезок прямой от точки A(0;-2) до точки B(4;0).
12. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L y dx + z dy + x dz$, где L первый виток винтовой линии $x = \cos t; y = \sin t; z = t$.

Контрольная работа. Вариант №2

1. Исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{2n^3 - 7n - 1}$.
2. Исследуйте ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! 3^n}{2^n (n-1)!}$.
3. Исследуйте на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n+1)}$.
4. Вычислите радиус и интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$.
5. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx$.
6. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y' + 2xy = xy^2$.
7. Найдите частное решение дифференциального уравнения $y''' - 4y' + 3y = 0$ при начальных условиях $y(0) = 6, y'(0) = 10$.
8. Найдите общее решение дифференциального уравнения $y''' - 3y' + 2y = 3e^{2x}$.
9. Вычислить, перейдя к полярным координатам, $\int_D \frac{y}{x^2 + y^2} dx dy$, где область D ограничена линиями: $y^2 - 6y + x^2 = 0; y^2 - 10y + x^2 = 0; y = x; x = 0$.
Сделайте рисунок.
10. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями:
 $y = \frac{2}{x}; y = 2\sqrt{x}; x = 4$. Сделайте рисунок.
 $\int \sqrt{y} dl$
11. Вычислить криволинейный интеграл L , где L – часть параболы от точки A(0;0) до точки B(2;4).
 $\int (y^2 - z^2) dx + 2yz dy - x^2 dz$
12. Вычислить криволинейный интеграл L , где L – часть

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \\ z = t^3 \end{cases}$$
 от точки A(0;0;0) до точки B(1;1;1).