

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Санкт-Петербургский  
государственный университет аэрокосмического приборостроения

---

**Контроль и диагностика  
измерительно-вычислительных комплексов**

Методические указания к выполнению лабораторных работ

Санкт-Петербург  
2000

Составители: Ю.П.Иванов, В.Г.Никитин, Ю.Н.Воробьев ,  
А.И.Заугташвили

Рецензент: канд. техн. наук доцент В.К.Понамарев

Излагаются методические указания по выполнению лабораторных работ по дисциплинам “Контроль и диагностика приборных комплексов” и “Контроль и диагностика измерительно-вычислительных комплексов”. Лабораторные работы имеют научно-исследовательский характер и выполняются на РС IBM .

Методические указания предназначены для студентов специальности “Авиационные приборы и измерительно-вычислительные комплексы ” 1903 , “Техническая эксплуатация авиационных электросистем и пилотажно-навигационных комплексов” 1310 и направления “Приборостроение ” 5515 всех форм обучения.

Подготовлены к публикации кафедрой авиационных приборов и измерительно-вычислительных комплексов факультета приборов и автоматики летательных аппаратов.

© Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения , 2000

Лицензия ЛР №020341 от 07.05.97г.

---

Подписано к печати	Формат 60x84 1/16
Печать офсетная. Усл. печ. л.	Уч. - изд.л.
Заказ №	Тираж экз.

---

Редакционно-издательский отдел  
Отдел оперативной полиграфии  
СПбГУАП  
190000,С.-Петербург , ул.Б.Морская ,67

## **Лабораторная работа № 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНО- ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ**

**Цель работы:** исследование зависимостей инструментальной достоверности и ошибок контроля измерительно-вычислительных комплексов от видов и характеристик параметров распределений вероятностей контролируемых сигналов и погрешностей измерения, параметров и свойств системы контроля и метода ее оптимизации по критериям В.А. Котельникова и Неймана-Пирсона.

### 1. Методические указания

Достоверность контроля состояния измерительно-вычислительных комплексов определяется степенью доверия к принимаемым решениям. За показатель достоверности принимается вероятность принятия правильных решений по результатам измерений. Достоверность контроля комплексное свойство, которое состоит из инструментальной, методической, алгоритмической, избирательной и прогнозирующей составляющих.

Инструментальная достоверность контроля определяется числом контролируемых параметров, законами распределения контролируемых параметров и погрешностей измерений, законом их композиции, используемым методом принятия решений о состоянии объекта проверки, областями допустимых значений вектора состояний и контрольных допусков.

Методическая достоверность определяется полнотой, принципами и методами контроля.

Алгоритмическая достоверность определяется возможностью системы контроля осуществлять одновременную проверку нескольких параметров, выбранной последовательностью контроля и надежностью и временем проверки объекта.

Избирательная достоверность контроля определяется количеством и соответствием принимаемых решений о состоянии объекта возможным способам его использования

Достоверность прогноза работоспособности измерительно-вычислительного комплекса определяется вероятностными характеристиками и заданной областью допустимых значений вектора состояний, используемым методом и временем прогноза.

В данной лабораторной работе исследуется наиболее важная составляющая достоверности дуальтернативного контроля—инструментальная достоверность.

Рассматривается следующая модель формирования сигналов:

$$Y=X+N, \quad (1.1)$$

где  $X$ —вектор контролируемых параметров, определяющий проверяемую часть вектора состояния;  $Y$ —вектор результатов измерения или оценок вектора  $X$ ;  $N$ —вектор ошибок измерения или ошибок оценок. Все векторы имеют размерность  $m \times 1$ . Модель формирования сигналов (1.1) обычно описывает модели измерения при безынерционной обработке сигналов, но ее можно использовать и при инерционной обработке сигналов, если считать, что векторы  $Y$ ,  $X$ ,  $N$  состоят из  $m$  коэффициентов рядов (Фурье, канонических, Карунена-Лоэва и т.д.), являющихся представлениями сигналов  $Y(t)$ ,  $X(t)$ ,  $N(t)$  относительно заданного ортогонального базиса на интервале времени  $t \in [0, T]$ . Будем предполагать, что все компоненты векторов  $Y$ ,  $X$ ,  $N$  независимы между собой и известны законы их распределения  $f_i(y_i)$ ,  $f_i(x_i)$ ,  $f_i(\eta_i)$ , а также совместные законы распределения  $f_i(y_i, x_i)$ ,  $i=1, \dots, m$ . Без ограничения общности можно считать, что математические ожидания контролируемых параметров  $M[X_i] = 0$ . Известно также, что область допустимых значений вектора  $X$  является  $m$ -мерным параллелепипедом с осями симметрии, совпадающими с осями координат  $m$ -мерного евклидова пространства  $X$ . В этом случае область допустимых значений по  $i$ -й координате определяется следующим соотношением:

$$g_{0i} = A_{Bi} - A_{Hi} = 2l_i, \quad (1.2)$$

$$i = 1, \dots, m,$$

где  $A_{Bi}$ ,  $A_{Hi}$  ( $A_{Bi} = -A_{Hi}$ )—соответственно верхнее и нижнее значения  $X_i$ ,  $l_i$ —половина поля допуска  $g_{0i}/2 = l_i$ . Рассмотрим квазиоптимальный метод принятия решения при контроле состояния объекта, который сводится к тому, что значение каждой компоненты  $Y_i$  вектора  $Y$  сравнивается с контрольным полем допуска  $G_{0i}$ , и в случае попадания значения  $Y_i$  в поле допуска  $G_{0i}$  принимается решение об исправности объекта контроля по данному  $i$ -му параметру. Если вектор  $X$  попадает в область  $G_0$ , то принимается решение о работоспособности объекта в целом. Контрольное поле допуска  $G_0$  будем также выбирать в виде  $m$ -мерного параллелепипеда с осями симметрии, совпадающими с осями координат  $m$ -мерного евклидова пространства  $Y$ . Поле допуска  $G_{0i}$  по  $i$ -й координате вектора  $Y$  будем определять следующим соотношением:

$$G_{0i} = (A_{Bi} - \varepsilon_i) - (A_{Hi} + \varepsilon_i) = 2(l_i - \varepsilon_i), \quad (1.3)$$

где  $2\varepsilon_i$  – изменение контрольного поля допуска  $G_{0i}$  относительно допуска  $g_{0i}$ . В этом случае справедливы следующие выражения:

$$\begin{aligned}
 P_0 &= \prod_{i=1}^m P_{0i}, & P_{Y0} &= \prod_{i=1}^m P_{Y0i}, & D_0 &= \prod_{i=1}^m D_{0i} \\
 \alpha &= P_0 - D_0, & \beta &= P_{Y0} - D_0, & & (1.4) \\
 P_{0i} &= \int_{-l_i}^{l_i} f_i(x_i) dx_i, & P_{Yi} &= \int_{-l_i+\varepsilon_i}^{l_i-\varepsilon_i} f_i(y_i) dy_i, \\
 D_{0i} &= \int_{-l_i+\varepsilon_i}^{l_i-\varepsilon_i} \int_{-l_i}^{l_i} f_i(y_i, x_i) dy_i dx_i \\
 D_0 + D_1 + \alpha + \beta &= 1,
 \end{aligned}$$

где  $P_0, P_Y, D_0, D_1, \alpha, \beta$  – соответственно вероятности нахождения векторов  $X$ , в области  $g_0$ ,  $Y$  в области  $G_0$ , инструментальная безусловная достоверность канала “годен”, инструментальная безусловная достоверность канала “негоден”, безусловные риск изготовителя и риск заказчика;  $P_{0i}, P_{Yi}$  – соответственно вероятности нахождения  $i$ -х компонент  $X_i, Y_i$  векторов  $X$  и  $Y$  в допустимой области  $g_{0i}$  и в контрольном допуске  $G_{0i}$ ,  $i=1, \dots, m$ .

Инструментальная безусловная достоверность канала “годен” определяется вероятностью нахождения вектора  $X$  в области  $g_0$ , а вектора  $Y$  в области  $G_0$ .

Инструментальная безусловная достоверность канала “негоден” определяется вероятностью нахождения вектора  $X$  в области  $g_1$ , а вектора  $Y$  в области  $G_1$ . Множества  $g_1$  и  $G_1$  определяют области недопустимых значений соответственно векторов  $X$  и  $Y$ . При этом  $g_0 \cap g_1 = \emptyset$ ,  $G_0 \cap G_1 = \emptyset$ ,  $g_0 \cup g_1 = \Omega$ ,  $G_0 \cup G_1 = \Omega$ ,  $\Omega$  – множество возможных значений векторов  $X$  и  $Y$ .

Под безусловным риском изготовителя  $\alpha$  в данном случае понимается вероятность появления при контроле работоспособного измерительно-вычислительного комплекса хотя бы по одному параметру риска изготовителя  $\alpha_i$ ,  $i=1, \dots, m$ , а по другим параметрам происходит правильное принятие решение о его исправности.

Под безусловным риском заказчика  $\beta$  в данном случае понимается вероятность появления при контроле неработоспособного измерительно-вычислительного комплекса хотя бы по одному параметру риска заказчика  $\beta_i$ ,  $i=1, \dots, m$ , а по другим параметрам происходит правильное принятие решение о его исправности.

Значения  $\varepsilon_i$ ,  $i=1, \dots, m$  определяются при решении задачи оптимизации области  $G_0$  по критериям В. А. Котельникова или Неймана-Пирсона. По критерию В. А. Котельникова задача

оптимизации инструментальной достоверности определяется соотношением

$$\alpha(G^*_0) + \beta(G^*_0) = \min_{G_0} \{ \alpha(G_0) + \beta(G_0) \}. \quad (1.5)$$

В случае использования критерия Неймана-Пирсона задача оптимальной двувальтернативной классификации сигналов  $Y$  сводится к нахождению оптимальной области  $G^*_0$  из системы уравнений

$$\alpha(G^*_0) + \beta(G^*_0) = \min_{G_0} \alpha(G_0), \quad (1.6)$$

$$\beta(G^*_0) = \beta_{\text{треб.}}$$

Нахождение оптимальных нормированных значений  $\varepsilon^*_{ni}$ ,  $i=1, \dots, m$ ,  $\varepsilon^*_{ni} = \frac{\varepsilon_i}{\sigma_H}$ , определяющих область  $G^*_0$ , при использовании соотношений (4) сводится к решению следующих систем уравнений:

по критерию В. А. Котельникова

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_n^*} \ln D_0(\varepsilon_n^*)}{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_n^*} \ln P_Y(\varepsilon_n^*)} = \frac{1}{2} \prod_{k=1}^m \frac{P_{Yk}(\varepsilon_{nk}^*)}{D_{0k}(\varepsilon_{nk}^*)}.$$

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_n^*} \ln D_0(\varepsilon_n^*)}{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_n^*} \ln P_Y(\varepsilon_n^*)} = \frac{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{nj}^*} \ln D_{0j}(\varepsilon_{nj}^*)}{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{nj}^*} \ln P_{Yj}(\varepsilon_{nj}^*)}, \quad (1.7)$$

$$\overline{r=1, m}, \quad \overline{j=1, m}, \quad j \neq k,$$

по критерию Неймана- Пирсона

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ni}^*} \ln D_{0i}(\varepsilon_{ni}^*)}{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{ni}^*} \ln P_{Yi}(\varepsilon_{ni}^*)} = \frac{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{nj}^*} \ln D_{0j}(\varepsilon_{nj}^*)}{\frac{\partial}{\partial \varepsilon_{nj}^*} \ln P_{Yj}(\varepsilon_{nj}^*)}, \quad (1.8)$$

$$\prod_{i=1}^m P_{Yi}(\varepsilon_{ni}^*) - \prod_{k=1}^m D_{0k}(\varepsilon_{nk}^*) = \beta_{\text{треб.}},$$

$$k=1, m, \quad j=1, m, \quad j \neq k.$$

В системах уравнений (1.7) и (1.8) все аргументы  $\varepsilon_{ni}$ ,  $l_{ni}$ ,  $\sigma_{Xni}$ ,  $h_{Xni}$ ,  $\Delta_{Hni}$  функций  $P_{Yi}(\varepsilon_{ni}, l_{ni}, \sigma_{Xni}, h_{Xni}, \Delta_{Hni})$ ,  $D_{0i}(\varepsilon_{ni}, l_{ni}, \sigma_{Xni}, h_{Xni}, \Delta_{Hni})$  нормированы:

$$\varepsilon_{ni} = \varepsilon_i / \sigma_{Ni}, \quad l_{ni} = l_i / \sigma_{Ni}, \quad \sigma_{Xni} = \sigma_{Xi} / \sigma_{Ni}, \quad h_{Xni} = h_{Xi} / \sigma_{Ni}$$

где  $\sigma_{Xi}$  и  $\sigma_{Ni}$  – соответственно среднеквадратические значения контролируемых параметров  $X_i$  и погрешностей измерения  $N_i$ ,  $\Delta_{Hni}$  систематическая погрешность измерения  $i$ -го контролируемого параметра,  $h_{Xi}$  – диапазон возможных значений контролируемого параметра  $X_i$ ,  $i=1, \dots, m$ , если он задан. Использование квазиоптимального способа принятия решения в процессе контроля тем ближе к оптимальному, чем больше величины  $l_{ni}$ ,  $\sigma_{Xni}$ ,  $h_{Xni}$ . Обычно при значениях  $l_{ni} \geq 12$ ,  $\sigma_{Xni} \geq 3$ ,  $h_{Xni} \geq 24$  значения величин  $\alpha$  и  $\beta$  при оптимальном и квазиоптимальном способах процесса контроля незначительно отличаются.

Наличие одного экстремума в соотношении (1.7) по переменным  $\varepsilon_i$ ,  $i=1, \dots, m$  объясняется монотонностью изменения  $\alpha_i$  и  $\beta_i$  при изменении  $\varepsilon_i$ . Если  $\varepsilon_i, i=1, \dots, m$  изменяется от  $-\infty$  до  $g_0/2=1$   $\beta_i$  изменяется от  $1-P_{0i}$  до 0,  $\alpha_i$  изменяется от 0 до  $P_{0i}$ . Соотношения (1.8) приводят к неоднозначным решениям и для выбора единственного решения необходимо ввести дополнительные ограничения.

Если верны часто выполняющиеся на практике условия:

$$P_{0i} \cong P_0', \quad P_{Yi}' \cong P_Y', \quad D_{0i} \cong D_0', \quad \alpha_i = \alpha', \quad \beta_i = \beta', \quad i=1, \dots, m, \quad (1.9)$$

$$\alpha = (P_0')^m - (D_0')^m, \quad \beta = (P_Y') - (D_0')^m,$$

то в этом случае соотношения (1.4) и(1.5) можно представить в следующем виде:

по критерию В. А. Котельникова

$$\frac{\frac{\partial}{\partial \varepsilon^*} \ln D'_0(\varepsilon_n^*)}{\frac{\partial}{\partial \varepsilon^*} \ln P'_Y(\varepsilon_n^*)} = \frac{1}{2} \left( \frac{P'_Y(\varepsilon_n^*)}{D'_0(\varepsilon_n^*)} \right)^m, \quad (1.10)$$

по критерию Неймана-Пирсона

$$(P'_Y(\varepsilon_n^*))^m - (D'_0(\varepsilon_n^*))^m = \beta_{\text{треб.}}. \quad (1.11)$$

В этом случае оптимальное нормированное значение  $\varepsilon_n^*$  будет одно и тоже для всех  $i, i=1, \dots, m$ , однако абсолютные оптимальные значения  $\varepsilon_i^* = \varepsilon_n^* \sigma_{Ni}$  будут, в общем случае, различными.

При выполнении условий (1.9) значения  $\alpha$  и  $\beta$  как функции  $m$  имеют максимальные значения, которые соответственно равны

$$m_\alpha^* = \frac{\ln \frac{\ln D'_0}{\ln P'_0}}{\ln \frac{P'_0}{D'_0}}, \quad m_\beta^* = \frac{\ln \frac{\ln D'_0}{\ln P'_Y}}{\ln \frac{P'_Y}{D'_0}}. \quad (1.12)$$

при  $m=0, \infty \quad \alpha=\beta=0$ .

## 2. Порядок выполнения лабораторной работы

Перед выполнением лабораторной работы необходимо получить исходные данные и уточнить объем выполняемых исследований у преподавателя. Порядок и полный объем выполнения лабораторной работы содержит следующие пункты:

2.1. Введите исходные данные для  $N$  контролируемых параметров, произведите расчет значений  $P_{0i}, D_0, D_1, \alpha_i, \beta_i, i=1, \dots, N$  и сравните полученные результаты, объясните, почему величины ошибок у одних параметров больше чем у других;

2.2. Снимите зависимости  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  и  $\alpha_i + \beta_i$  от изменения параметров  $\varepsilon_{ni}$ ,  $l_{ni}$ ,  $\sigma_{Xni}$ ,  $h_{Xni}$ ,  $\Delta_{Nni}$ ,  $i=1, \dots, N$  и  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\alpha + \beta$  от изменения  $N$ , включая экстремальные точки, используя в меню режим работы “графики”;

2.3. Найдите минимальные значения  $\alpha^* + \beta^*$ ,  $\alpha^*$  и  $\beta^*$  и соответствующие им величины  $\varepsilon^*_i$ ,  $i=1, \dots, N$ , сравните полученные значения вероятностей оптимальных ошибок  $\alpha^*$ ,  $\beta^*$  со значениями  $\alpha$ ,  $\beta$ , найденными в п. 1.2.1, используя в меню режим работы “оптимум”.

### 3. Описание пакета CLASS 3

Программа CLASS 3 представляет собой файл class3.exe, для работы которого необходимо наличие в том же каталоге драйвера графики egavga.bgi и двух файлов шрифтов litt.chr и trip.chr. Необходимое для установки место составляет 87 килобайт. Исходные данные сохраняются в файлах с расширением .cl3.

Программа предназначена для оценки работы системы классификации сигналов, включающей 1, 2 или 3 измерителя контролируемых параметров. Каждый измеритель может иметь один из возможных вариантов сочетания законов распределения вероятности полезный сигнал-помеха, а именно: нормальный–нормальный, равномерный – нормальный, нормальный–равномерный.

Исходными данными для каждого измерителя в зависимости от варианта сочетания законов распределения полезный сигнал-помеха являются совокупности следующих нормированных на среднеквадратические значения погрешностей измерения  $\sigma_{ni}$  величин:

DL – поле допуска на  $i$ -ый параметр;

DN – диапазон возможных значений контролируемого  $i$ -го параметра;

ETA – систематическая погрешность измерения  $/\Delta_{Nn}/$ ;

EPSI – изменение поля допуска  $/\varepsilon/$ ;

SIGMA – среднеквадратическое значение разброса сигнала  $/\sigma_X /$ .

Программа осуществляет расчёт следующих величин:

$P0i$  – вероятность того, что  $i$ -ый контролируемый параметр находится в допуске  $Xi \in g0i$ ;

$Pyi$  – вероятность, что наблюдаемый сигнал  $i$ -го измерителя в допуске  $Yi \in \Omega 0i$ ;

$D0i$  – достоверность по каналу “годен”  $i$ -го измерителя;

$D1i$  – достоверность по каналу “негоден”  $i$ -го измерителя;

ALFA $i$ –риск изготовителя  $i$ -го измерителя;

BETA $i$ –риск заказчика  $i$ -го измерителя;

P0–вероятность, что вектор контролируемых параметров находится в допуске  $X \in g0$ ;

Pу–вероятность, что наблюдаемые сигналы всех измерителей в допуске  $Y \in g0$ ;

D0–достоверность системы по каналу “годен”;

D1–достоверность системы по каналу “негоден”;

ALFA–риск изготовителя системы;

BETA–риск заказчика системы.

Программа строит графики зависимостей ALFA $i$ , BETA $i$ , ALFA $i$ +BETA $i$  от всех параметров, входящих в исходные данные. По данным для первого измерителя осуществляется построение графиков зависимостей ALFA, BETA, ALFA+BETA от числа измерителей, входящих в систему, т.е. в систему входят 1,2,3,... измерителя с характеристиками, как у первого.

Главное меню содержит 5 опций: **Расчет, Графики, Ввод данных, Оптимизация, Выход.**

При запуске программы автоматически активизируется режим ввода данных.

Ввод данных осуществляется вводом числового значения параметра и нажатием клавиши ENTER. *Обязательно начинайте ввод данных с ввода варианта сочетания законов распределения вероятности полезный сигнал-помеха, так как от этого зависит набор параметров данного канала.* Переключение между окнами осуществляется нажатием клавиши **Tab**. Клавиши **F1** и **F2** осуществляют чтение и запись данных в дисковый файл. Расширение **.cl3** добавляется автоматически. При отсутствии пути поиск и запись осуществляется в текущем каталоге. Клавиша **F3** активизирует режим ввода числа измерителей, входящих в систему. Для выхода в главное меню используйте клавишу **Esc**.

При выборе опции **Расчет** появляется таблица с результатами расчета характеристик отдельных измерителей и системы в целом для заданных исходных данных.

Опция **Графики** позволяет построить графики зависимостей ALFA $i$ , BETA $i$ , ALFA $i$ +BETA $i$  от выбранного параметра (DL, DH, ETA, EPSI, SIGMA, N). Диапазон изменения аргумента задается вручную или автоматически при вводе на запрос "от" буквы А. При построении графиков производится расчет в 50 точках. Клавиша **Tab** выводит на экран таблицу значений. Частичное или полное отсутствие кривой означает отсутствие физического смысла в этом диапазоне значений аргумента (число -10 в таблице).

При выборе опции **Оптимизация** осуществляется расчет оптимальных значений  $EPSI_i$  по критерию Котельникова или Неймана-Пирсона для каждого измерителя в отдельности ( опция : 1 измеритель в системе) и системы в целом(опция:  $N$  измерителей в системе).

#### 4. Порядок оформления отчета

Отчет должен содержать формулировку цели исследований, исходные данные, расчетные значения и графические зависимости, полученные в п.п.2.1–2.3, сравнительный анализ результатов исследований инструментальной достоверности контроля.

#### 5. Контрольные вопросы

1.Какие основные факторы влияют на значение инструментальной достоверности контроля измерительно-вычислительных комплексов, и каким образом?

2.Чем отличается оптимальный метод контроля от квазиоптимального, какие ограничения при этом вводятся, при каких условиях и почему значения ошибок оптимального и квазиоптимального методов контроля почти не отличаются друг от друга?

3.Раскройте содержание введенных понятий достоверностей каналов “годен” и “негоден”, рисков изготовителей и заказчика.

4.В чем смысл оптимизации процесса контроля по критериям В. А. Котельникова и Неймана-Пирсона?

5.Имеются ли экстремумы и если есть какого вида ( $\max$ ,  $\min$ ) у зависимостей  $\alpha_i + \beta_i$  от параметров  $\varepsilon_{ni}$ ,  $l_{ni}$ ,  $\sigma_{Xni}$ ,  $h_{Xni}$ ,  $\Delta_{Hni}$ ,  $i=1, \dots, N$  и у зависимости  $\alpha + \beta$  от параметра  $N$  при изменении их значений?

**Лабораторная работа N 2.**  
**ОЦЕНКА АПРИОРНОЙ ДОСТОВЕРНОСТИ ПРОГНОЗА**  
**СОСТОЯНИЯ БОРТОВОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО**  
**КОМПЛЕКСА**

**Цель работы :** исследовать метод оценки априорной достоверности прогнозирования невыхода из заданного допуска в течение интервала времени  $T$  вектора параметров состояния бортового измерительного комплекса (БИК); провести анализ зависимостей оценки априорной достоверности от времени прогнозирования, заданных границ, количества и вероятностных характеристик параметров .

1. Методические указания

При проектировании и эксплуатации современных навигационных устройств, систем жизнеобеспечения экипажа и пассажиров, двигателей летательных аппаратов и т.д. возникает ряд задач, связанных с обеспечением невыхода основных параметров приборного оборудования и наблюдаемых навигационных сигналов за пределы полей допустимых значений. В этом плане важно уметь контролировать в текущий момент и прогнозировать на ближайший момент времени значения этих параметров, а также оценивать достоверность невыхода на интервале времени  $T$  параметров приборного оборудования за пределы заданных полей допусков.

При этом может осуществляться прогноз вектора состояния технической системы без использования результатов измерений ее работоспособности в данный момент времени и по результатам наблюдений. В первом случае прогноз называется априорным, а во втором – апостериорным. Умение осуществлять оптимальные прогнозирующие оценки параметров состояний приборов и рассчитывать достоверности невыхода их за пределы полей допусков на интервале времени  $T$  позволит при проектировании и эксплуатации технических систем повысить надежность их работы и безопасность полета летательного аппарата, а также улучшить технологию производства приборного оборудования летательного аппарата.

Рассмотрим задачу оценки априорной плотности распределения и достоверности недостижения заданных границ

случайным процессом в течение фиксированного интервала времени  $T$ .

Пусть сигнал  $X(t)$ , характеризующий состояние БИК, является случайным нормальным  $m$ -мерным стационарным процессом, компоненты которого независимы между собой.

Будем считать, что известны корреляционные функции компонент сигнала  $X(t)$ , математические ожидания которых равны нулю. Корреляционные функции стационарных процессов всегда могут быть аппроксимированы в виде различных функций, из которых наиболее часто встречаются экспоненциальный закон или косинусно-экспоненциальный закон и т. д. При использовании данного метода оценки достоверности недостижения случайным процессом на интервале времени  $T$  заданных границ выбор вида аппроксимации корреляционной функции не является критичным, так как все разнообразие корреляционных функций стационарных процессов можно учесть, рассмотрев только типовой случай - аппроксимацию корреляционной случайного процесса в виде экспоненциального закона.

Рассмотрим одну из компонент процесса  $X(t)$ , корреляционная функция которого определяется следующим соотношением:

$$K_X(\tau) = (\sigma_X)^2 \cdot \exp(-\alpha_X \cdot |\tau|), \quad (2.1)$$

Представим скалярный полезный сигнал в виде частичной суммы, состоящей из  $N$  слагаемых, ряда Карунена – Лоэва.

$$x^N(t) = \sum_{i=1}^N c_i \cdot \Psi_i(t), \quad (2.2)$$

где  $x^N(t)$  – квазидетерминированная модель рассматриваемого случайного процесса  $X(t)$ ;  $c_i$  – коэффициенты разложения случайного процесса  $X(t)$  в ряд Карунена – Лоэва;  $\Psi_i$  – базисные функции.

Ряд Карунена – Лоэва является частным случаем рядов Фурье, где разложение осуществляется по ортонормальной системе собственных функций, определяемой экспоненциальной корреляционной функцией стационарного случайного процесса, и обладает наилучшей среднеквадратической сходимостью среди всех рядов Фурье. Таким образом, число  $N$  определяет наименьшее количество гармоник, которыми следует ограничиться при аппроксимации рядом.

Ширина частотной полосы  $N$  в уравнении (2.2) определяется исходя из заданной относительной точности приближения  $k^2$  реализации случайного процесса  $X(t)$  частичной суммой ряда

$$k^2 = \min_N \frac{\sum_{i=1}^N \lambda_i}{\int_0^T K_X(t, t) dt}, \quad (2.3)$$

где  $\bullet_i$  – собственные значения интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода, упорядоченные по величине ( $\bullet_1 > \bullet_2 > \dots > \bullet_N$ ).

Для корреляционной функции типа (2.1.) ортонормальный базис разложения Карунена–Лозва имеет следующий вид:

$$\Psi_i(t) = \frac{\sigma_x}{\sqrt{\lambda_i}} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{\sigma_x^2}{d_i}}} \cdot \text{SIN} \left[ \omega_i \cdot \left( t - \frac{T}{2} \right) + i \cdot \frac{\pi}{2} \right], \quad (2.4)$$

где  $i = 1, 2, \dots$ ;  $\bullet_i$  – собственные числа интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода, имеющие смысл априорных дисперсий коэффициентов  $C_i$  разложения в ряд Карунена–Лозва  $X(t)$  на интервале  $T$ ;  $d_i$  – нормированные на интервал наблюдения  $T$  априорные дисперсии коэффициентов разложения в ряд, сумма которых определяет степень доверия к получаемым результатам и является критерием при определении количества компонент аппроксимирующего ряда.

Таким образом, нормированные априорные дисперсии коэффициентов разложения в ряд равны

$$d_i = \frac{\lambda_i}{T} \quad (2.5)$$

В этом случае дисперсия стационарного случайного процесса равна сумме нормированных дисперсий всех гармоник ее спектрального разложения, т. е. выполняется следующее соотношение:

$$\sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\lambda_i}{T} = \sum_{i=1}^{\infty} d_i \quad (2.6)$$

Соотношение (2.6) определяет распределение дисперсий стационарного случайного процесса по дискретным частотам и называется дискретным спектром стационарного случайного процесса .

Определив априорные статистические характеристики  $\bullet_i$  и  $d_i$  , и учитывая нормальный закон распределения полезного сигнала можно записать выражение для априорной плотности распределения коэффициентов Карунена–Лоэва. Как известно коэффициенты разложения при нормальном законе распределения  $X(t)$  являются независимыми случайными величинами, поэтому совместная плотность распределения коэффициентов равна произведению плотностей распределения отдельных коэффициентов.

Априорная плотность распределения коэффициента Фурье равна

$$f_{\text{анр},i}(C_i) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \lambda_i}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \cdot \frac{(C_i)^2}{\lambda_i} \right] \quad , \quad (2.7)$$

тогда априорная плотность распределения полезного сигнала

$$f_{\text{анр}}(C_1 \dots C_N) = \prod_{i=1}^N f_{\text{анр},i} \quad i = 1, \dots, N \quad (2.8)$$

Для определения оценки априорной достоверности недостижения заданных границ случайным процессом в течение фиксированного интервала времени  $T$  достаточно проинтегрировать априорные плотности распределения коэффициентов Карунена - Лоэва  $f_{\text{анр}}(C)$  по  $N$  – мерной области допустимых значений коэффициентов Карунена –Лоэва . В том случае , если поля допусков не зависят друг от друга , то совместная достоверность нахождения коэффициентов в поле допуска определяется произведением достоверностей нахождения отдельных коэффициентов в полях допусков.

В дальнейшем в качестве примера рассматривается случай, когда область аппроксимируется  $N$ –мерным вписанным

параллелепипедом. Однако в работе также присутствуют аппроксимации и  $N$ -мерным ромбом, и  $N$ -мерным эллипсоидом. Кроме того, представлена достоверность того, что на заданном интервале времени случайный процесс покидал свои границы, но затем в них вернулся.

Таким образом, выражение для оценки априорной достоверности недостижения заданных границ каждым отдельным коэффициентом Карунена - Лозва будет определяться выражением

$$D_{\text{анп}, i} = \int_{C_k} f_{\text{анп}, i}(C_i) dC_i, \quad (2.9)$$

а оценка априорной достоверности недостижения заданных границ случайным процессом в целом:

$$D_{\text{анп}} = \prod_{i=1}^N D_{\text{анп}, i}, \quad (2.10)$$

где  $C_k$  - область допустимых значений коэффициента Фурье  $C_i$ ,  $i = 1 \dots N$ . Рассмотрим способ определения допустимых значений коэффициентов  $C_k$ . После того, как реализация случайного процесса была представлена в виде частичной суммы разложения в ряд Карунена – Лозва задача прогнозирования поведения случайного процесса приближенно заменяется задачей прогнозирования поведения квазидетерминированного случайного процесса. При этом базисные функции являются детерминированными, и только коэффициенты Карунена – Лозва являются случайными величинами. А решение этой задачи, очевидно, проще. В этом случае следует найти соответствующие границы для области допустимых значений коэффициентов Карунена – Лозва.

Для определения границ области допустимых значений необходимо найти допустимые значения  $C_i$  для всех  $t$ , принадлежащих интервалу  $[0, T]$  из следующей системы неравенств

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ \sum_{i=1}^N \left( \frac{C_i \cdot \Psi_i(t)}{\sigma_x} \right) \right] \leq k(\alpha_x T) \cdot \frac{A}{\sigma_x} \\ \left[ \sum_{i=1}^N \left( \frac{C_i \cdot \Psi_i(t)}{\sigma_x} \right) \right] \geq -k(\alpha_x T) \cdot \frac{A}{\sigma_x} \end{array} \right. \quad (2.11)$$

где  $k(\alpha_x T)$  – коэффициент, меньший единицы и учитывающий неучтенные компоненты разложения в ряд Карунена - Лозва выше  $N$ -ого.

После нахождения, для выполнения наложенного ограничения эта область может быть отнормирована на значения априорных среднеквадратических отклонений коэффициентов разложения в ряд Карунена – Лозва.

Таким образом, найдя область интегрирования  $C_k$ , путем решения системы неравенств (2.11), можно найти оценки априорной достоверности недостижения заданных границ каждым отдельным коэффициентом Фурье по формуле (2.9) для того, чтобы затем найти и саму оценку априорной достоверности недостижения заданных границ случайным процессом по формуле (2.10).

Следует отметить, что найденная по формуле (2.10) априорная достоверность относится лишь к случаю когда полезный сигнал задан как скалярный случайный процесс. Если же он задан как вектор независимых между собой случайных процессов, тогда по формуле (2.10) следует рассчитать априорные достоверности для каждой компоненты вектора. Затем, воспользовавшись их независимостью перемножить полученные априорные достоверности для получения результирующей как показано в формуле (2.12)

$$D_{\text{апр, вект}} = \prod_{r=1}^m D_{\text{апр, } r}, \quad (2.12)$$

которая и будет являться априорной достоверностью невыхода вектора случайных процессов за заданные границы.

## 2. Описание и порядок выполнения лабораторной работы.

2.1. Описание лабораторной работы при оценке априорной достоверности невыхода скалярного полезного сигнала за пределы допуска

Предлагаемая для вашего выполнения настоящая лабораторная работа является независимым программным модулем, написанным на языке Microsoft Visual C++ версии 5.0 . Для ускорения и оптимизации процессов вычисления в ней реализована вытесняющая многозадачность, предоставляемая API Win32 .

**Предупреждение :** в связи с этим программа не будет работать под управлением более ранних версий операционных систем, чем Windows'9xx или Windows NT 4.0 . Кроме того, хотя программа будет корректно работать под управлением Windows'95 , есть ряд ограничений на ее использование под управлением этой операционной системы.

Предлагаемая лабораторная работа позволит вам визуально понять процесс оценки априорной достоверности нахождения ЛА в пределах заданного эшелона полета. Кроме того , вместе с программой поставляется специальная система аудиопомощи , которая даст вам возможность прослушать объяснения теоретических выкладок для получения предоставляемых результатов .

Запуск программного модуля осуществляется путем запуска исполняемого файла MYLABOUR.EXE .

После запуска вы увидите главное окно программы.

Выполнение лабораторной работы осуществляется путем выбора соответствующих пунктов главного меню:

Input Data (Ввод данных);

Apriory Values (Априорные случайные величины ;

Apriory Probability (Априорные вероятности);

Transfer Data (Передача данных – в этой части лабораторной работы не используется);

Printer(Печать данных);

Help (Помощь).

При выборе каждого из приведенных меню на экране будут появляться выпадающие меню, представленные на рис. 1, 2, 3.

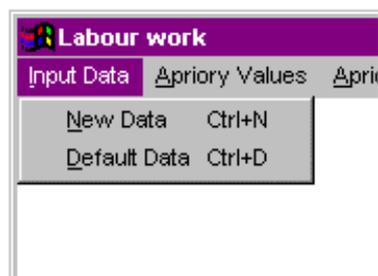


Рис. 1. Выпадающее меню при выборе “Input Data”

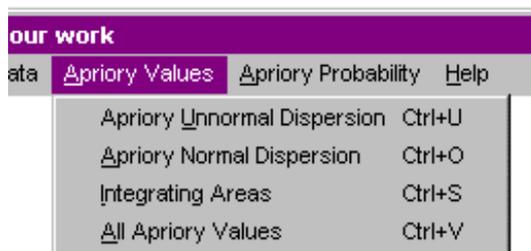


Рис. 2. Выпадающее меню при выборе “Apriory Values”

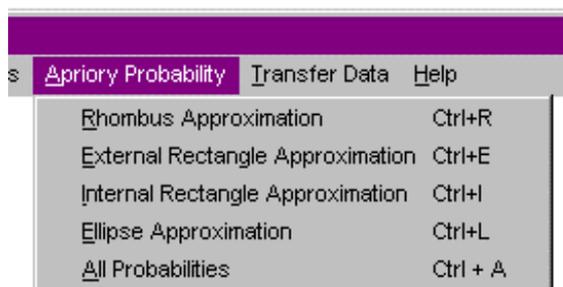


Рис. 3. Выпадающее меню при выборе “Apriory Probability”

При вводе данных в зависимости от выданного задания выбирается один из следующих способов задания начальных значений:

New Data (Новые данные);

Default Data (Данные по умолчанию).

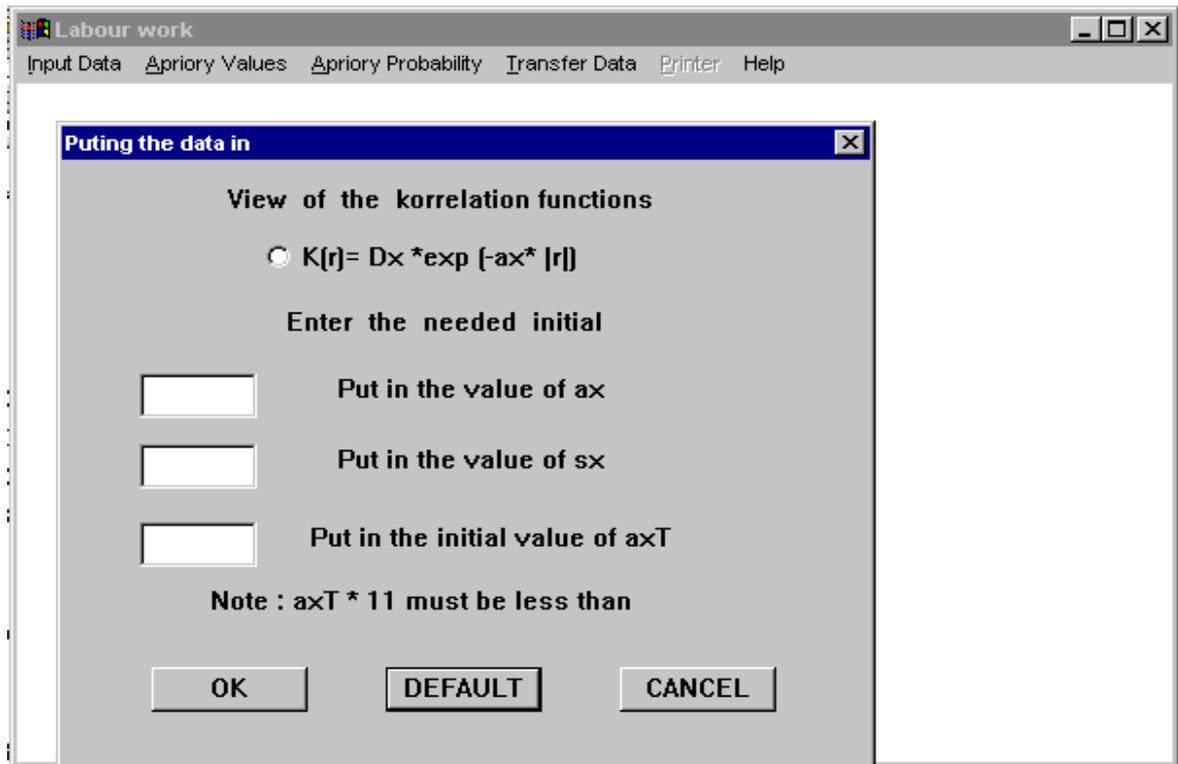


Рис. 4. Диалоговое окно при выборе New Data

В качестве исходных данных задаются:

SX - среднеквадратическое отклонение полезного сигнала;

AX - показатель корреляционной функции;

AXT - начальное значение нормированного времени.

При выборе New Data появится диалоговое окно, представленное на рис 4.

При выборе Default Data появиться диалоговое окно с информацией о значениях, используемых по умолчанию.

**Предупреждение:** программа не позволит выполнять вычисления при отсутствии исходных данных.

В Apriory Values приведен перечень графиков статистических характеристик разложения случайного процесса в ряд Карунена–Лоэва которые будут выведены на дисплей:  
 Apriory Unnormal Dispersion (Априорные ненормированные дисперсии коэффициентов разложения в ряд Карунена – Лоэва);  
 Apriory Normal Dispersion (Априорные нормированные дисперсии коэффициентов разложения в ряд Карунена – Лоэва);

Integration Areas (Способы аппроксимации областей интегрирования, используемые в работе);  
 All Apriory Values (Все априорные статистические характеристики).

В Apriory Probability приведен список графиков априорных достоверностей в зависимости от способа аппроксимации области интегрирования:

Rhombus Approximation (при аппроксимации ромбом);  
 External Rectangle Approximation (при аппроксимации описанным прямоугольником);  
 Internal Rectangle Approximation (при аппроксимации вписанным прямоугольником);  
 Ellipse Approximation (при аппроксимации эллипсом);  
 All Probabilities (все априорные достоверности).

2.2.Порядок выполнения работы при оценке априорной достоверности невыхода скалярного полезного сигнала за пределы допуска

1. Получив задание, изучить исходные данные и подготовить их для ввода в ЭВМ.

2. Запустить исполняемый файл.

3. Выбрать пункт Input Data главного меню.

4. В зависимости от того допустимо или нет использование стандартных данных ( это должно быть указано в задании ) выбрать либо пункт Default Data либо New Data.

4. 1. Если требуется ввод новых данных, то в открывшемся диалоговом окне выбрать вид корреляционной функции и ввести дисперсию полезного сигнала, показатель степени корреляционной функции и начальное значение нормированного времени. По окончании ввода нажать кнопку ОК .

5. Введя исходные данные, выбрать пункт Apriory Values главного меню. Здесь последовательно выбрать пункты Unnormal Dispersions, Normal Dispersions и Integration Areas для детального просмотра графиков соответствующих статистических характеристик случайных величин и рисунков всех используемых в работе видов аппроксимации областей интегрирования. Выбор пункта All Values приведет к отображению всех перечисленных выше графиков на одном экране . Для получения аудиопомощи нажмите левой кнопкой мыши на “горячей зоне” с надписью Help .

6. Проведя подготовительные вычисления, выбрать пункт *Apriory Probabilities* главного меню. Здесь последовательно выбираете предложенные пункты для вывода графиков зависимости априорной достоверности от времени для соответствующего способа аппроксимации области интегрирования. Для получения аудиопомощи нажмите левой кнопкой мыши на “горячей зоне” с надписью *Help*.

Замечание : пункт *Transfer Data* главного меню предназначен для использования в лабораторной работе, в которой полезный сигнал задан в виде вектора. Поэтому выбор данного пункта нецелесообразен.

7. Распечатать графики полученных результатов на принтере или перерисовать их с экрана.

2. 3. Описание лабораторной работы при оценке априорной достоверности невыхода векторного полезного сигнала за пределы допуска

Эта программа позволит вам изучить поведение априорных достоверностей в случае, если в качестве полезного сигнала вам задана не скалярная величина, а вектор независимых параметров. В этом случае, результирующая достоверность будет равна произведению априорных достоверностей по каждому параметру в отдельности.

Выполнение лабораторной работы для полезного сигнала, заданного в виде вектора осуществляется путем запуска исполняемого файла *MAINWORK.EXE*.

После запуска программы вы увидите главное окно работы.

Главное меню программы состоит из следующих пунктов:  
*New Work* (новая работа для очередной компоненты вектора полезного сигнала);

*Import Data* (импорт данных из внешнего носителя);

*Show Data* (нарисовать графики данных, считанных из внешнего носителя);

*Change Speed* (изменить скорость выполнения программы);

*Printer* (печать результатов);

*Help* (помощь).

Пункты *Import Data*, *Show Data* и *Change Speed* имеют выпадающие меню, представленные на рис. 5, 6 и 7 соответственно.

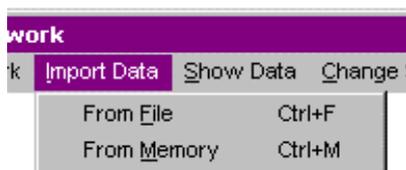


Рис. 5. Выпадающее меню при выборе Import Data

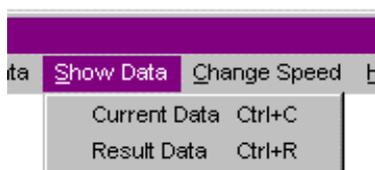


Рис. 6. Выпадающее меню при выборе Show Data

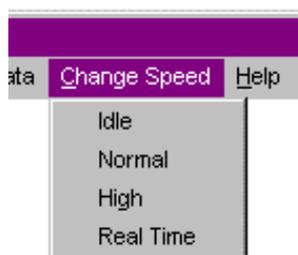


Рис. 7. Выпадающее меню при выборе Change Speed

В Import Data приведен список внешних устройств, посредством которых будет осуществляться импорт данных:  
 From File (из именованного файла на жестком диске);  
 From Memory (из специального разделяемого блока оперативной памяти);  
 From Network (с удаленного компьютера в этой же локальной сети).

**Замечание:** Если в качестве внешнего устройства используется именованный файл на жестком диске вам потребуется в специальном диалоговом окне ввести имя этого файла.

В Show Data приведен перечень графиков достоверностей, которые будут выведены на дисплей:  
 Current Data (значения достоверностей относительно последнего считывания данных из внешнего устройства);  
 Result Data (значения результирующих априорных достоверностей для вектора полезного сигнала).

В случае ожидаемого большого объема вычислений вы можете изменить скорость вычислений, выбрав в 'Change Speed' соответствующий пункт:

Slow (медленно);

Normal (нормально);

High (быстро);

Real Time (в реальном времени).

**Предупреждение:** Изменение скорости вычислений осуществляется путем изменения класса приоритета данного и производного процессов (всех запущенных приложений), т.е. путем перераспределения процессорного времени, выделяемого системой. Ни один процесс, в том числе и процессы операционной системы приоритетом Real Time не обладают. Поэтому выбор данной опции приведет к тому, что компьютер временно не будет реагировать на любые действия пользователя. Об этом будет выведено соответствующее сообщение.

2.4. Порядок выполнения работы при оценке априорной достоверности невыхода векторного полезного сигнала за пределы допуска

1. Получив задание, разбить вектор полезного сигнала на отдельные компоненты; подготовить исходные данные для ввода в ЭВМ.

2. Запустить исполняемый файл.

3. Выбрать пункт New Work главного меню.

4. Провести операции описанные в первой работе, считая компоненту вектора полезного сигнала независимым скалярным полезным сигналом.

5. В окне Labour work выбрать пункт Transfer Data. В выпадающем меню выбрать тип внешнего устройства, через которое будет осуществлен обмен данными (для файла на диске ввести его имя). Осуществляется операция экспорта данных.

6. В окне Main work выбрать пункт Import Data. В выпадающем меню выбрать тип внешнего устройства, через которое будет осуществлен обмен данными. Если это файл на диске ввести его имя. Осуществляется операция импорта данных.

7. В окне Main work выбрать пункт Show Data. В спадающем меню выбрать вид графика для отображения. График требуемой априорной достоверности будет выведен на дисплей.

8. Выбрать следующую компоненту заданного вектора полезного сигнала. Повторять шаги с третьего по седьмой до конца вектора. Результирующая априорная достоверность будет накапливаться в соответствующем массиве и может быть просмотрена путем выбора 'Show Data'/'Result Data' .

### 3. Требования к отчету

Отчет по настоящей лабораторной работе должен содержать: титульный лист; цель работы; основные расчетные формулы; выводы ; рисунки (распечатки) графиков, оформленные в виде приложений.

### 4. Контрольные вопросы

1. Дать определение априорной достоверности недостижения случайным процессом заданных границ на определенном интервале времени  $T$ .

2. Объяснить целесообразность использования разложения случайного процесса в ряд Карунена – Лоэва.

3. Объяснить характер поведения графиков ненормированных дисперсий коэффициентов разложения случайного процесса в ряд Карунена – Лоэва.

4. Объяснить характер поведения графиков нормированных дисперсий коэффициентов разложения случайного процесса в ряд Карунена - Лоэва.

5. Объяснить характер поведения графиков априорной достоверности при аппроксимации области интегрирования ромбом .

6. Объяснить характер поведения графиков априорной достоверности при аппроксимации области интегрирования эллипсом .

7. Почему оценка априорной достоверности нахождения случайного процесса в заданных границах в начальный и конечный момент времени всегда больше реальной оценки априорной достоверности на всем интервале времени?

8. Объяснить характер поведения графиков априорной достоверности при аппроксимации области интегрирования вписанным прямоугольником .

### Лабораторная работа N 3. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ГАРАНТИРОВАННОГО ПРОГНОЗА

Цель работы: исследование метода гарантированного прогноза и его использования для прогнозирования состояния измерительно–вычислительных комплексов ЛА.

#### 1. Методические указания по подготовке к работе

Эффективность использования воздушного транспорта и безопасность полетов зависит от многих факторов, но, в первую очередь, от надежности авиационной техники. Надежность бортового оборудования зависит от контроля и своевременного технического обслуживания. В задачу технического обслуживания входят не только восстановление и ремонт отказавшего оборудования, но и предупреждение отказов авиационной техники. Для предупреждения отказов используются методы прогнозирования. Слово “прогноз” греческого происхождения и означает предвидение изменений в развитии, исходе каких-либо событий, явлений, процессов на основании полученных данных. Структура процесса прогнозирования представлена на рис 1.

Обслуживание авиационной техники по состоянию основано на оценке технического состояния по данным контроля ее параметров и прогнозирование дрейфа параметров. Основными предпосылками осуществления прогнозирования являются: формулирование цели и задач прогнозирования, необходимые исходные данные о поведении прогнозируемого явления до настоящего момента времени (предыстория прогнозируемого явления или интервал наблюдения), модель этого явления, наличие методов и средств прогнозирования. Техническое состояние объекта полностью характеризуется набором его выходных сигналов  $y_1, \dots, y_n$ . В качестве них могут рассматриваться характеристики входных сигналов (мощность, частота, фаза, длительность импульсов, напряжение, ток) или некоторые системные характеристики (амплитудные и фазовые характеристики, полоса пропускания, чувствительность, точность, эффективность).

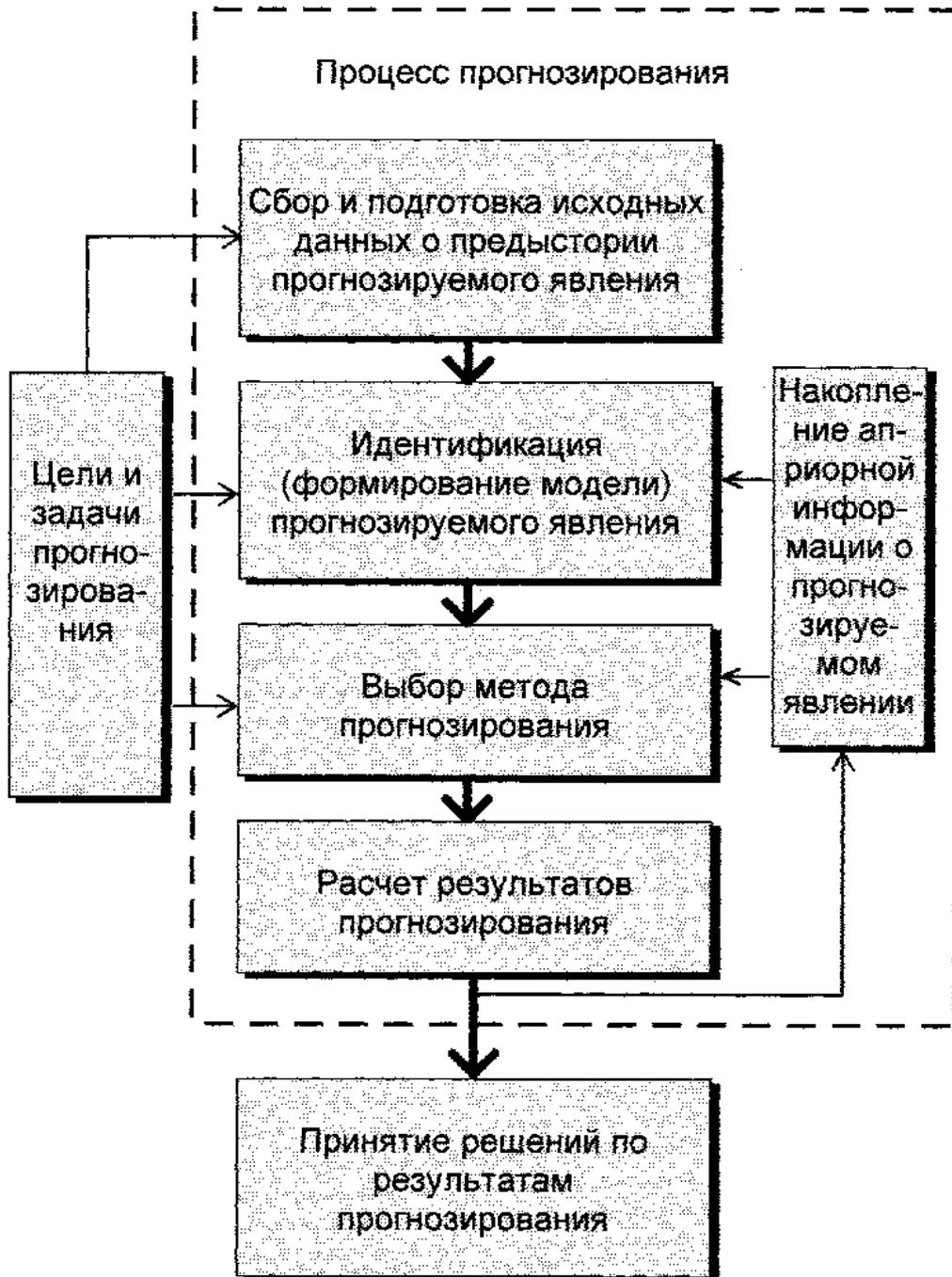


Рис 1. Структура процесса прогнозирования

Дрейф параметров технических объектов: изменение вектора  $Y(t) = |y_1 \dots y_n|$  происходит под воздействием множества факторов,

сложность учета которых заставляет рассматривать процесс изменения параметров как некоторую случайную функцию времени. С учетом воздействия их дестабилизирующих факторов случайный процесс дрейфа параметров можно аппроксимировать выражением

$$Y(t) = \zeta(t) + \psi(t), \quad (3.1)$$

где  $\zeta(t)$  – нестационарный (обычно монотонный) случайный процесс необратимых изменений параметров;  $\psi(t)$  – стационарный случайный процесс обратимых изменений параметров под воздействием внешних условий. Необратимые изменения параметров происходящие в измерительно – вычислительных и управляющих комплексах обычно вызываются старением и износом. Причинами старения является диффузия вещества, изменение структуры материала, химические взаимодействия и т.д. Воздействие температуры, влажности, перегрузок и других внешних факторов ускоряет процессы старения. Наряду со старением при эксплуатации имеет место износ, проявляющийся в стирании трущихся механических поверхностей, электрических контактов.

Наиболее распространенной формой моделей случайного процесса необратимых изменений параметров является модель вида

$$\zeta(t) = \sum a_{i,j} \Phi_j(t), \quad i = 0, \dots, n, \quad (3.2)$$

где  $a_{i,j}$  – случайные величины;  $[\Phi_j(t)]_{j=0}^m$  – непрерывные детерминированные функции времени. Такое представление можно интерпретировать как разложение случайного процесса по детерминированному базису. В качестве базисных чаще используются степенные, экспоненциальные и логарифмические функции. При этом в большинстве практических случаев порядок моделей (3.2)  $m \leq 2$ .

Наиболее распространенной аппроксимацией случайного процесса изменений параметров вида (3.2) является линейная аппроксимация

$$\zeta(t) = a_0 + a_1 \cdot t.$$

Линейные случайные процессы служат очень удобной моделью процессов старения и износа, требуют минимального количества экспериментальных данных и позволяют с

достаточной для практики точно оценить реальные изменения параметров.

Обратимые изменения параметров  $\psi(t)$  согласно (3.1) являются стационарными процессами и могут рассматриваться как некоторая высокочастотная (по сравнению с процессами старения или износа)  $\gamma$  составляющая случайного процесса изменения параметров.

Случайная обратимая составляющая обусловлена флуктуациями температуры, давления, влажности окружающей среды, электрической или механической нагрузки напряжения питания, электромагнитных полей, ядерной радиации и др. Наиболее существенно изменения параметров проявляются под влиянием температурных флуктуаций.

Возможно описание процесса изменения параметров в виде ортогональных канонических разложений, при этом любой случайный процесс может быть описан в виде ряда, состоящего из комбинации неслучайных функций и некоторых некоррелированных случайных величин, например:

$$Y(t) = m_y(t) + \sum V_j \cdot f_j(t) \quad , \quad (3.3)$$

где  $m_y(t)$  – детерминированная функция, представляющая собой математическое ожидание случайного процесса  $Y(t)$ ;  $V_j$  – некоррелированные случайные величины, математические ожидания которых равны нулю;  $f_j(t)$  – неслучайные функции времени, называемые координатными. Среди представлений случайного процесса вида (3.3) наибольшее распространение получили канонические разложения Пугачева и Карунена–Лоэва. Основная разница между ними состоит в требованиях, предъявляемых к точности воспроизведения процесса любым заданным числом членов  $N$  суммы (3.3). Разложение Карунена–Лоэва обеспечивает минимум среднего квадрата ошибки усредненной на интервале наблюдения, а разложение Пугачева – минимум среднеквадратичной ошибки в каждой точке этого интервала. Для описания случайных процессов изменения параметров в эксплуатации используют марковские случайные процессы.

Выбор модели процесса дрейфа параметров определяет и математический аппарат, применяемый для прогнозирования, сложность и точность расчетов. Процедура прогнозирования технического состояния состоит в формировании по данным контроля и априорной информации некоторого апостериорного случайного процесса и последующей оценки его характеристик.

Цель прогнозирования может заключаться в прямом прогнозировании, суть которого состоит в определении состояния объекта прогнозирования или совокупности объектов в упрежденный момент времени, являющийся правой границей заданного интервала упреждения. Под интервалом упреждения понимается промежуток времени, на который разрабатывается прогноз. Сущность обратного прогнозирования состоит в определении возможного времени работоспособности объекта или группы объектов. При этом отличие обратного прогнозирования от прямого состоит в том, что при прямом прогнозировании необходимо определять значение прогнозируемого параметра в заданный будущий момент времени, а при обратном – будущий момент времени, в который параметр достигнет границы допуска. Обратное прогнозирование еще называют прогнозированием надежности.

Решение задачи прогнозирования технического состояния можно рассматривать в двух аспектах:

1) прогноз  $Y(t)$  в условиях полной априорной определенности;

2) прогноз  $Y(t)$  при ограниченности исходных данных.

Применительно к модели  $Y(t)$  вида (3.2) полной априорной определенности соответствует случай, когда известны закон распределения случайных коэффициентов  $\|a_{i,j}\|$  и детерминированный базис  $[\Phi_j(t)]_{j=0}^m$ , а погрешность контроля  $\varepsilon(t)$  описана, например, как случайный процесс типа “белого шума” с известной дисперсией. Ограниченность априорных сведений чаще всего характеризуется отсутствием полного статического описания  $Y(t)$  и  $\varepsilon(t)$ . Основу алгоритмов решения задачи прогнозирования технического состояния при полной определенности исходных данных составляют классические методы математической статистики (метод наименьших квадратов, максимального правдоподобия и т.п.). Частью таких алгоритмов являются оптимальные фильтры, среди таких фильтров наиболее универсальным является фильтр Калмана–Бьюси. Благодаря рекуррентной форме представление этот фильтр легко реализуется на ПЭВМ; оценки, получаемые с помощью фильтра являются оптимальными в среднеквадратичном смысле, т.е. являются состоятельными, эффективными и несмещенными.

## 2 Метод гарантированного прогноза

Применение методов прогнозирования технического состояния (в том числе и оптимальных фильтров), построенных на основе классических процедур статического анализа и обработки данных, требует знания полных вероятных характеристик погрешностей измерения  $\varepsilon(t)$  и прогнозируемого процесса  $Y(t)$ . На практике такие сведения редко бывают заданными. Зачастую они не могут быть получены. Для обеспечения соответствия исходных данных предъявляемым требованиям могут быть приняты некоторые гипотезы, допущения, суть которых сводится к заданию неизвестных и не поддающихся экспериментальной проверке вероятностных характеристик  $\varepsilon(t)$  и  $Y(t)$ . Фактически значения этих характеристик могут не совпадать с принятыми при расчете, что может привести к ухудшению точности получаемых результатов по сравнению с ее оценками, найденными из теоретических соображений. Решения задачи прогнозирования технического состояния в таких условиях с помощью статистических методов оптимальных фильтров может привести к неоправданно оптимистическим оценкам. Очевидно, что значительно меньшую опасность представляет получение пессимистических (гарантированных) оценок  $y(t)$ .

Метод прогнозирования технического состояния, пригодный для использования в условиях ограниченности исходных данных, может быть построен на основе идей экстремального (гарантированного) или минимаксного оценивания. Принцип минимакса, т.е. расчет на наихудший случай по сравнению с принятым в классической теории статистики принципом минимизации среднего риска, позволяет:

решить задачу без привлечения каких-либо гипотез и допущений о стохастических свойствах прогнозируемого процесса;

полностью использовать заданную исходную информацию;  
 обеспечить гарантированную достоверность и точность прогноза.

Рассмотрим ситуацию, когда состояние объекта характеризуется одним параметром  $Y$ . Изменения  $Y$  во времени представляют собой реализацию случайной функции следующего вида

$$Y(t) = \sum a_j \cdot \psi_j(t) \quad ,$$

где  $m$  - фиксировано;  $\{a_j\}_{j=0}^m$  – случайные величины,  $\{\psi_j(t)\}_{j=0}^m$  – непрерывные детерминированные функции времени. Эксплуатация объекта осуществляется на интервале времени  $[0, T]$ . При этом возможен непрерывный контроль  $Y(t)$  на интервале  $[t_0, t_p] \subset [0, T]$ . Погрешности контроля будем рассматривать как некоторую помеху  $\varepsilon(t)$ , накладывающуюся на данную реализацию процесса. Помеха не превышает заданных величин

$$|\varepsilon(t)| \leq \delta(t), \quad t \subseteq [t_1, t_2].$$

В результате контроля, проведенного на интервале  $[t_1, t_2]$ , получен отрезок реализации  $z(t)$ . Ввиду наличия ошибок измерений (помехи)

$$z(t) = y(t) + \varepsilon(t).$$

Тогда можно записать

$$z(t) - \delta(t) \leq y(t) \leq z(t) + \delta(t), \quad t \subseteq [t_1, t_2].$$

Таким образом, на интервале  $[t_1, t_2]$  истинная реализация процесса  $Y(t)$  заключена в “трубке” ограниченной функциями  $f(t) = z(t) - \delta(t)$  (снизу) и  $g(t) = z(t) + \delta(t)$  (сверху).

В “трубке” образованной функциями  $f(t)$  и  $g(t)$  находится множество кривых вида  $\sum a_j \cdot \psi_j(t)$ .

Для прогнозирования поведения процесса при  $t > t_2$  выделим из множества кривых “наихудшие”, т. е. такие, которые при  $t > t_2$  идут либо выше, либо ниже всех остальных. Имеется доказательство, которое подтверждает факт существования и единственности таких наихудших реализаций. Это доказывается с помощью теоремы Карлина

$$\begin{aligned} Y(t)_+ &= q_0 \cdot \psi_0(t) + u_1 \cdot \psi_1(t) + q_2 \cdot \psi_2(t) \dots, \\ Y(t)_- &= u_0 \cdot \psi_0(t) + q_1 \cdot \psi_1(t) + u_2 \cdot \psi_2(t) \dots, \end{aligned}$$

где  $u(t) = \sum u_j \cdot \psi_j(t)$ ,  $q(t) = \sum q_j \cdot \psi_j(t)$  – пределы возможных изменений функции  $Y(t)$ . Это же доказательство может распространяться не только на непрерывные измерения на интервале  $[t_1, t_2]$ , но и на дискретные.

Алгоритм прогнозирования технического состояния может быть представлен в следующем виде:

1. На интервале  $[t_1, t_2]$  производится не менее двух контрольных измерений  $Y(t)$ ;

2. Данные контроля используются для поиска экстремальных полиномов Карлина  $Y(t)_+$  и  $Y(t)_-$  путем решения задачи линейного программирования

$$\begin{aligned} \sum a_j \cdot \psi_j(t^*) &= \max, \\ \sum a_j \cdot \psi_j(t^*) &= \min. \end{aligned}$$

3. Строятся экстремальные полиномы Карлина  $Y(t)_+$  и  $Y(t)_-$ , определяется прогнозируемое значение параметра  $Y(t^*)$ , где  $t^*$  - любая фиксированная точка на интервале прогнозирования.

4. При проведении дополнительных измерений процедура повторяется, начиная с п.2.

Метод гарантированного прогноза удовлетворяет следующим требованиям:

1. Алгоритм является оптимальным для принятого критерия оптимальности прогноза

$$Y(t) = \min_{y(t)_\alpha, y(t)_\beta \in N, \forall t \subseteq T \setminus T_p} \max |y(t)_\alpha - y(t)_\beta|,$$

где  $N$  – множество, содержащее на интервале прогнозирования  $\forall t \subseteq T \setminus T_p$  (упреждения) реализации  $Y(t)$ , которые удовлетворяют неравенству

$$z(t) - \delta(t) \leq y(t) \leq z(t) + \delta(t),$$

$y(t)_\alpha, y(t)_\beta$  – любые произвольные реализации  $Y(t)$  из множества  $N$ .

2. Результат прогноза является однозначным (для данного алгоритма).

3. В предположении об отсутствии погрешностей измерения и ошибок модели результат прогноза должен совпадать с истинным значением прогнозируемого параметра, т. е. должно выполняться условие несмещенности.

4. По мере увеличения объема используемых данных, например числа замеров, длины интервала наблюдений и т. д., результат прогноза должен приближаться к истинному значению прогнозируемого параметра “выполнение условия сходимости алгоритма прогноза”. Точность гарантированного прогноза

зависит от величин предельных ошибок измерений , интервала наблюдения и интервала упреждения .

### 3. Описание пакета PROGNOSE

Пакет программ PROGNOSE предназначен для выполнения лабораторных работ по курсу “ Контроль и диагностика ИБК”, может использоваться для изучения методов прогнозирования технического состояния ИБК , в частности метода гарантированного прогноза. Программа может быть использована на любой IBM PC совместимой ПЭВМ со следующими аппаратными требованиями : процессор i80286 , желательно сопроцессор , объем ОЗУ 640 кБ, графический адаптер не ниже EGA.

Для установки пакета на ПЭВМ с дискеты должен быть скопирован на жесткий диск в файл 'INSTALL.EXE' . Сделать это можно при помощи команды DOS типа 'COPY a:\install.exe c:\' или в оболочке Norton Commander при помощи функциональной клавиши F5 . Далее необходимо запустить на выполнение файл инсталляции, выбрав файл install.exe и нажав ENTER . При этом будет распакован файл PROGNOSE.EXE , являющийся исполняемым файлом.

После запуска программы появится рабочее поле программы, на котором представлено несколько кнопочных команд. Выбор команд осуществляется при помощи нажатия клавишей TAB и ENTER , либо левой клавиши мыши . Необходимо выбрать метод гарантированного прогноза при нажатии соответствующей клавиши . После выбора и запуска нужного метода появляется окно ввода/вывода параметров метода гарантированного прогноза . Левая часть рабочего поля имеет следующие входные параметры :

#### Параметры контрольных точек

	Точка 1	Точка 2
Время	100	200
Параметр	10	10.2
Ошибка контроля	0.5	0.5
Номинальное значение параметра		10
Допуск на отклонение параметра		1.0
Прогнозировать значение на время		300

Правая часть рабочего поля выдает следующие результаты :

Экстремальные полиномы Карлина

Нижний :  $Y(t) = 10.1 + 0.001 \cdot t$

Верхний :  $Y(t) = 8.9 + 0.009 \cdot t$

Прогнозируемое значение параметра : 11.0

Верхняя граница : 11.6

Нижняя граница : 10.4

Максимальная ошибка : 0.6

Время выхода параметра за пределы поля допуска : 233 , 333 .

Численные значения здесь представлены как иллюстрация одного из возможных примеров расчета . Ввод параметров осуществляется путем замены представленных на рабочем поле цифр новыми . После ввода всех параметров , нажав кнопку “Счет” и ENTER . В правом окне появятся результаты расчета . При нажатии клавиши F1 появляется контекстная подсказка. При желании можно сохранить полученные результаты , выбрав и активизировав клавишу “Отчет” , полученные данные будут записаны в файл “Дата” .Для возврата в основное окно можно нажать клавишу “Выход” . В случае , если необходим срочный выход из программы , достаточно нажать клавишу “Esc” , при этом все данные и результаты вычислений будут потеряны . Кроме этого ,для срочного выхода можно воспользоваться комбинацией клавиш “CTRL , ALT , DEL” или кнопкой сброса “RESET”.

#### 4 Порядок выполнения работы

Для исследования метода гарантированного прогноза необходимо получить необходимые исходные данные у преподавателя . Прогноз осуществляется на основе контроля параметра в двух точках . Номинальное значение параметра – 10 , ошибка контроля не более – 5% , допуск на отклонение параметра не более 10% . Интервал упреждения должен в 1 – 5 раз превышать интервал наблюдения (время между контрольными операциями ) . Программа позволяет осуществить прямое и обратное прогнозирование. Для исследования метода гарантированного прогноза необходимо провести следующие эксперименты :

1. Исследовать влияние ошибки контроля на точность прогнозирования. Рассмотреть случаи, когда ошибка равна 0; 0.1; 0.2; 0.3; 0.5 .

2. Исследовать влияние длины интервала наблюдения (между контрольными измерениями) на точность прогноза. При этом интервал наблюдения меняется от 100 до 400 .

3. Исследовать влияние допуска на точность прогноза .

4. Исследовать влияние интервала упреждения на точность прогноза .

#### 5. Содержание отчета

Отчет должен быть оформлен в соответствии с требованиями нормоконтроля и содержать результаты экспериментов, графики зависимостей точности прогноза от изменения данных контроля . Выводы должны содержать анализ точности прямого прогнозирования , а также время выхода параметра за пределы допуска .

#### 6. Контрольные вопросы

1. Чем отличаются задачи прямого и обратного прогнозирования ?

2. Каким выражением аппроксимируется случайный дрейф параметров?

3. Что такое обратимые и необратимые изменения параметров , привести примеры ?

4. К каким методам относится метод гарантированного прогноза , в чем его преимущество ?

5. Для чего служат экспериментальные полиномы Карлина , как они определяются ?

6. От чего зависит точность метода гарантированного прогноза ?

## **Лабораторная работа N 4. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА КОНТРОЛЯ СОСТОЯНИЙ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ КОМПЛЕКСНОЙ ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ .**

**Цель работы:** Изучение и исследование метода и алгоритма безынерционной оптимально-инвариантной нелинейной комплексной оценки скорости полета летательного аппарата с учетом состояний используемых измерителей и контроль их работоспособности.

### 1. Постановка задачи:

В настоящее время к безопасности полетов летательных аппаратов предъявляются жесткие требования, которые во многом определяются надежностью бортовых информационно-измерительных систем. Повышение сложности приборного оборудования, как правило, приводит к ухудшению их надежности. Для улучшения надежностных характеристик оборудования применяются различные методы, в частности, резервирование и комплексирование измерительных каналов системы.

С целью обнаружения отказов используется контрольная аппаратура, что приводит к увеличению веса и стоимости бортового оборудования на ЛА; как следствие необходимы дополнительные мощности БЦВМ для обработки получаемой информации. В настоящее время обычно при разработке алгоритмов оценивания сигналов не учитываются надежностные характеристики и возможные состояния измерительных устройств.

В данной работе рассматриваются задачи оценки влияния отказов измерителей и их надежностных характеристик на показатели качества алгоритма комплексной оптимальной обработки сигналов. Этот подход позволяет более адекватно отразить реальную ситуацию в математических моделях сигналов и обработки информации, обеспечить повышение точности оценки и надежности работы системы, а также применить данный алгоритм для обнаружения и идентификации отказов измерителей.

Использование комплексирования измерительных устройств повышает точность, надежность, помехозащищенность, а также улучшает динамические характеристики информационно-измерительных систем и позволяет обнаружить отказы измерителей без использования контрольной аппаратуры.

В данной работе используется безынерционная обработка сигналов из-за ее простоты и высокой надежности, отсутствия переходных процессов. Безынерционная обработка – это преобразование результатов измерения в данный момент времени, когда не учитываются показания измерителей в предыдущий момент. В этом случае для решения задачи анализа и синтеза комплексной системы достаточно пользоваться основами теории вероятности на уровне случайных величин, т.е. не требуется знания о частотных характеристиках ошибок измерителей.

В алгоритмах обработки информации целесообразно учитывать состояния измерителей при проектировании ИИС оценки скорости ЛА и в этом плане возникают следующие задачи:

Разработка алгоритма оценки скорости полета ЛА, обеспечивающего оптимальное значение дисперсии ошибки оценки навигационного параметра.

Синтез оптимального алгоритма обнаружения отказов измерителей.

В настоящей работе исследуется алгоритм безынерционной, комплексной, нелинейной, оптимально-инвариантной оценки сигналов с учетом различных состояний измерителей (*критерий эффективной точности*) и обнаружения отказов измерителей без применения системы контроля.

Если при проектировании информационно-измерительной системы учитывают возможные постепенные и внезапные, полные и частичные отказы измерителей, вероятности их появления и соответствующие им вероятностные характеристики погрешностей измерения, то будем называть оптимальный синтез системы в условиях априорной неопределенности по критерию эффективной точности. В этом случае для каждого множества состояний задаются усредненные плотности распределения и дисперсии погрешностей измерения.

В качестве измерителей рассматривается доплеровский измеритель скорости и угла сноса (ДИСС) и датчик воздушной скорости (ДВС).

Измерители в процессе работы могут находиться в следующих состояниях: работоспособном; в состоянии пониженной работоспособности.

В качестве критерия оптимальности используется средний квадрат ошибки оценки.

## 2. Описание используемых измерителей

В соответствие с общими принципами построения комплексных информационно-измерительных систем для решения поставленной задачи требуются измерители, использующие разные физические принципы измерения и имеющие некоррелированные между собой погрешности с различными спектрами. При этом в системе обработки сигналов более точный измеритель будет использоваться для уточнения показаний менее точного. В качестве таких измерителей выбраны ДИСС и ДВС.

ДИСС предназначен для определения вектора горизонтальной (путевой) скорости ЛА  $W_{ла}$  или продольной и поперечной его составляющих. Информация о скорости ЛА извлекается из отраженного от поверхности земли сигнала, излучаемого передатчиком ДИСС. Определение скорости основано на эффекте Доплера, в силу которого частоты отраженного и излучаемого сигналов отличаются на доплеровскую частоту. Значение дисперсии модели погрешности составляет  $7-11 \text{ м}^2/\text{с}^2$

ДВС предназначен для измерения истинной воздушной скорости  $V$  ЛА. Принцип действия указателя скорости основан на измерении скорости динамического (скоростного) напора полностью заторможенного потока воздуха.

Флюктуационная составляющая погрешности характеризуется дисперсией, лежащей в диапазоне от 16 до  $25 \text{ м}^2/\text{с}^2$ .

Определенной трудностью при комплексировании данных измерителей является то, что ДИСС измеряет путевую  $W$ , а ДВС – воздушную  $V$  скорость ЛА. Векторные величины  $W$  и  $V$  отличаются на величину вектора скорости ветра  $U$ . Неучитывание этой составляющей приводит к методической погрешности ДИСС. Величина этой погрешности может достигать 20 % от  $V$ . Для ее устранения необходимо наличие дополнительной информации о величине поправки, связанной с величиной  $U$ . Так как введение поправки такого вида не представляет значительной сложности, в дальнейшем будем считать, что она учтена.

## 3. Методические указания к лабораторной работе.

Известно [1], что оптимальная оценка сигналов  $\hat{x}^{*}$ , принадлежащая классу всех возможных оценок по критерию среднего квадрата обобщенной ошибки оценки, равна условному математическому ожиданию оцениваемого сигнала  $X$  относительно реализации наблюдаемого сигнала  $Y$ .

$$\hat{x}^* = M[X / Y] \quad (4.1)$$

На основе данного подхода был разработан алгоритм безынерционной комплексной оптимально-инвариантной нелинейной оценки сигналов. В качестве системы оценки сигналов используется комплексная система обработки сигналов с фильтром разностного сигнала.

Модель измерения имеет следующий вид (применительно к двум измерителям):

$$Y^i = Rx^i + H^i_{m_1 m_2} + \Delta^i_{m_1 m_2}, \quad (4.2)$$

где  $R = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  – матрица комплексирования,  $i$  – номер шага,  $i = 1, 2, \dots, N$ ;

1,2 – номера измерителей, ( 1-ДИСС, 2-ДВС )

$m_k = 0, 1$  – состояние измерителей,

$m_k = 0$  – состояние полной работоспособности

$m_k = 1$  – состояние пониженной работоспособности

$Y^i$  – вектор наблюдения вида

$$Y^i = \begin{bmatrix} y_1^i \\ y_2^i \end{bmatrix},$$

$H^i$  – вектор флюктуационных погрешностей измерителей вида

$$H^i_{m_1 m_2} = \begin{bmatrix} \eta_{m_1}^i \\ \eta_{m_2}^i \end{bmatrix},$$

$\eta_{m_k}^i$  – флюктуационная погрешность  $k$ -го ( $k = 1, 2$ ) измерителя на  $i$ -м шаге,

$\eta_{m_1}^i$  и  $\eta_{m_2}^i$  – дискретные случайные величины, закон распределения которых является нормальным. Будем предполагать, что математические ожидания  $M[\eta_{m_1}^i] = 0$  и  $M[\eta_{m_2}^i] = 0$ , а дисперсии случайных величин  $\sigma_{m_1}^2$ ,  $\sigma_{m_2}^2$  известны;

$\Delta^i$  – вектор систематических погрешностей измерителей.

$$\Delta^i_{m_1 m_2} = \begin{bmatrix} \Delta^i_{m_1} \\ \Delta^i_{m_2} \end{bmatrix},$$

Значения систематических погрешностей  $\Delta_{mk}^i$  для  $mk=0,1$ ,  $k=1,2$ ,  $i=1,2,\dots,N$  заданы

$X$  – произвольный полезный сигнал. Полезный сигнал и погрешности взаимно независимы, а флюктуационные погрешности могут быть взаимно коррелированы.

Применительно к системе обработки сигналов с фильтром разностного сигнала (4.1) преобразуется в следующую формулу:

$$\hat{x}^{*i} = Y_2^i + M[\eta_2^i / Z^i],$$

где  $Z^i = Y_1^i - Y_2^i$  – разностный сигнал двух измерителей на  $i$ -м шаге.

Оптимальная оценка  $M[\eta_2^i / Z^i]$  определяется следующим соотношением:

$$M[\eta_2^i / Z^i] = \sum_{m_1=0}^1 \sum_{m_2=0}^1 d_{m_1, m_2}^i(Z^i) * \hat{\eta}_{m_1, m_2}^{i*}(Z^i),$$

где  $d_{m_1, m_2}^i(Z^i)$  апостериорная вероятность нахождения измерителей в состояниях  $m_1$  и  $m_2$  при условии, что получен на  $i$ -м шаге разностный сигнал  $Z^i$ .  $d_{m_1, m_2}^i(Z^i)$  являются весовыми коэффициентами оптимально-инвариантных линейных оценок

$$\hat{\eta}_{m_1, m_2}^{i*}(Z^i)$$

$\hat{\eta}_{m_1, m_2}^{i*}(Z^i)$  – оптимальная оценка по критерию минимума среднего квадрата ошибки оценки при условии, что  $k$ -й измеритель ( $k=1,2$ ) находится в состоянии  $m_k$ . ( $m_k = 0,1$ ). Для нормального

распределения и аддитивной модели измерения (4.2)  $\hat{\eta}_{m_1, m_2}^{i*}(Z^i)$  -

является линейной оценкой.

$$\hat{\eta}_{m_1, m_2}^{i*}(Z^i) = A1_{m_1, m_2}^i * Z^i, \quad (4.3)$$

где  $A1_{m_1, m_2}$  – коэффициент оптимально-инвариантной линейной обработки[1].

$$Al_{m_1, m_2} = \frac{1}{\sigma_{m_1}^2} - \frac{\rho_{m_1 m_2}}{\sigma_{m_1} \sigma_{m_2}} * De_{m_1, m_2},$$

$$1 - \rho_{m_1 m_2}^2$$

$De_{m_1, m_2}$  – дисперсии ошибок оптимально-инвариантных линейных оценок:

$$De_{m_1, m_2} = \frac{1 - \rho_{m_1, m_2}^2}{\frac{1}{\sigma_{m_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{m_2}^2} - \frac{2 * \rho_{m_1, m_2}}{\sigma_{m_1} \sigma_{m_2}}},$$

$\rho_{m_1, m_2}$  – коэффициенты корреляции погрешностей, а  $\sigma_{m_1}^2$  и  $\sigma_{m_2}^2$  – дисперсии погрешностей измерителей в соответствующих состояниях  $m_1$  и  $m_2$ .

Апостериорная вероятность нахождения измерителей в состояниях  $m_1$  и  $m_2$  при условии, что на  $i$ -м шаге получен сигнал  $Z^i$  равна

$$d_{m_1, m_2}^i(Z^i) = \frac{B_{m_1, m_2}^i(Z^i)}{\sum_{m_1, m_2} B_{m_1, m_2}^i(Z^i)};$$

$B_{m_1, m_2}(Z^i)$  – плотность распределения разностного сигнала, определяется следующим соотношением.

$$B_{m_1, m_2}(Z^i) = P_{m_1} * P_{m_2} * f(Z^i / m_1, m_2),$$

где  $P_{m_1}$  и  $P_{m_2}$  – вероятности нахождения измерителей соответственно в состояниях  $m_1$  и  $m_2$ ;  $f(Z^i / m_1, m_2)$  – апостериорная совместная плотность наблюдаемых сигналов,

$$f(Z^i / m_1, m_2) = \frac{1}{[\sqrt{2\pi} \sqrt{\Psi}]} \exp\left\{-\frac{[Z^i]^2}{\Psi}\right\}, \text{ где}$$

$$\Psi = \sigma_{m_1}^2 + \sigma_{m_2}^2 + \rho_{m_1 m_2}^2 \sigma_{m_1} \sigma_{m_2}.$$

На основании практического опыта при моделировании будем считать, что при отказе первого измерителя (ДИСС) дисперсия возрастет в 40–50 раз, а при отказе второго (ДВС) дисперсия возрастет в 150–200 раз, т.е.  $\sigma_{m_k=1}^2 = 40...50 * \sigma_{m_k=0}^2$

В процессе исследования необходимо выяснить насколько понижается дисперсия ошибки оценки данного алгоритма по отношению к дисперсии ошибки оценки алгоритмов ,где отказы измерителей не учитываются или где используется линейный квазиэффективный алгоритм оценки сигнала и усредненные дисперсии погрешностей измерителей. Необходимо также оценить достоверность обнаружении отказов измерителей без использования контрольной аппаратуры.

В настоящее время известны следующие методы комплексной инвариантной обработки сигналов с учетом различных состояний измерителей:

1. *Линейная оценка сигнала*, когда учитываются только работоспособные состояния измерителей ,т.е.  $m_k=0$  ( $k=1,2$  ). В этом случае оптимальная оценка и дисперсия ошибки сигнала равны

$$\hat{\eta}_{2 \text{ лин}}^{i*} (Z^i) = A1_{0,0} * Z^i ,$$

$$De_{\text{лин}} = \frac{1 - \rho_{m1=0, m2=0}^2}{\frac{1}{\sigma_{m1=0}^2} + \frac{1}{\sigma_{m2=0}^2} - \frac{2 * \rho_{m1=0, m2=0}}{\sigma_{m1=0} \sigma_{m2=0}}}$$

2. Критерий *квазиэффективной точности* , определяемый линейной оценкой сигнала и использованием усредненных характеристик погрешностей измерителей. Оптимальная оценка в этом случае равна

$$\hat{\eta}_{2 \text{ квазиэф}}^{i*} (Z^i) = A1 * Z^i ,$$

Усредненная дисперсия погрешности определяется соотношением

$$D_{\varepsilon_{\text{квазиэф}}} = \left[ \frac{1}{D_{1\text{уср}}} + \frac{1}{D_{2\text{уср}}} \right]^{-1} .$$

$D\varepsilon_1, D\varepsilon_2$  – усредненные дисперсии погрешностей измерителей определяются следующими формулами:

$$D_{1\text{уср}} = P_{m_1=0} * \sigma_{m_1=0}^2 + P_{m_1=1} * \sigma_{m_1=1}^2 ;$$

$$D_{2\text{уср}} = P_{m_2=0} * \sigma_{m_2=0}^2 + P_{m_2=1} * \sigma_{m_2=1}^2 ;$$

$$A_k = \frac{D_{\varepsilon_{\text{квазиэф}}}}{D_{k_{\text{уср}}}}.$$

Критериями для определения эффективности работы исследуемого алгоритма по сравнению с алгоритмом линейной обработки и с обработкой по критерию квазиэффективной точности являются следующие соотношения:

$$\gamma_1 = \frac{D_{1_{\text{уср}}}}{D\varepsilon_{\text{ср}}}; \quad \gamma_2 = \frac{D_{2_{\text{уср}}}}{D\varepsilon_{\text{ср}}}; \quad \gamma_{\text{лин}} = \frac{D\varepsilon_{\text{лин}}}{D\varepsilon_{\text{ср}}}; \quad \gamma_{\text{квазиэф}} = \frac{D\varepsilon_{\text{квазиэф}}}{D\varepsilon_{\text{ср}}};$$

где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – усредненные эффективности комплексирования по первому и второму каналу соответственно, а  $\gamma_{\text{лин}}$  и  $\gamma_{\text{квазиэф}}$  – эффективности работы алгоритма по отношению к линейной и квазиэффективной обработке.

$D\varepsilon_{\text{ср}}$  – усредненная ошибка оптимальной оценки комплексной системы:

$$D\varepsilon_{\text{ср}} = \sum_{m_1=0}^1 \sum_{m_2=0}^1 P_{m_1} * P_{m_2} * D\varepsilon_{m_1, m_2}$$

Исследуемый алгоритм комплексной оптимально-инвариантной фильтрации может быть реализован на основе бортовой центральной вычислительной машины (БЦВМ). На выходе системы получаем оценку полезного сигнала ( $\hat{x}^*$ ), дисперсию ошибки оценки ( $Dx$ ), а также информацию о состоянии измерителей.

*Возможные состояния измерителей определяются по максимуму  $d_{m_1, m_2}$ , что соответствует критерию В.А.Котельникова в системе классификации сигналов.* Достоверность обнаружения состояния измерителя определяется отношением количества правильных обнаружений на общее количество измерений, соответствующих данным состояниям измерителей и суммирование по всем состояниям измерителей с учетом вероятностей их появлений:

$$D_{m_1, m_2} = \frac{n_{m_1, m_2}}{N_{m_1, m_2}},$$

где  $n_{m_1, m_2}$  – число правильных обнаружений состояний измерителей;  $N_{m_1, m_2}$  – число измерений, соответствующих состояниям измерителей  $m_1$  и  $m_2$ .

$$D = \sum_{m_1=0}^1 \sum_{m_2=0}^1 P_{m_1} * P_{m_2} * D_{m_1, m_2} \text{ - усредненная достоверность}$$

правильного обнаружения состояний измерителей.

При исследовании осуществляется моделирование работы алгоритма в математическом пакете Mathcad 7.0 Pro. Производится моделирование измеряемых сигналов и алгоритмов их обработки. При моделировании случайных процессов используются все возможные комбинации состояний измерителей.

#### 4. Описание входных данных:

$P_{iik}$  – (измеритель-исправен)-Вероятность того, что измеритель исправен и контрольная аппаратура показывает, что он исправен.

$P_{lok}$  – (ложный отказ)-Вероятность того, что измеритель исправен и контрольная аппаратура показывает, что он неисправен.

$P_{nok}$  – (необнаруженный отказ)-Вероятность того, что измеритель неисправен и контрольная аппаратура показывает, что он исправен.

$P_{io_k}$  – (измеритель отказал)-Вероятность того, что измеритель неисправен и контрольная аппаратура показывает, что он неисправен.

$X$  – текущее значение полезного сигнала (нужно только для моделирования, но не для работы алгоритма)

$\sigma_{1, m_k}^2$  – Дисперсия погрешности 1-го измерителя в  $m_k$ -м состоянии,  $m_k=0, 1$

$\sigma_{2, m_k}^2$  – Дисперсия погрешности 2-го измерителя в  $m_k$ -м состоянии,  $m_k=0, 1$

$\rho_{m_1, m_2}$  – коэффициент корреляции 1-го и 2-го измерителя в состояниях  $m_1$  и  $m_2$

$\Lambda_{1, m_k}$  – систематическая погрешность 1-го измерителя в  $m_k$ -м состоянии,  $m_k=0, 1$

$\Lambda_{2, m_k}$  – систематическая погрешность 2-го измерителя в  $m_k$ -м состоянии,  $m_k=0, 1$

### 5. Порядок выполнения работы:

1. Вводятся данные заданные преподавателем.
2. Оценивается работа алгоритма при наличии:
  - только флюктуационных погрешностей
  - только систематических
  - учитываются оба вида погрешностей
3. Оценивается теоретическая и экспериментальная эффективность предлагаемого алгоритма по сравнению с другими алгоритмами (квазиэффективной точности и линейной обработки при  $m_k=0$ ), а также эффективность комплексирования по первому и второму каналу.
4. Оценивается экспериментальная достоверность по каналу “годен” и “негоден”.
5. Производится классификация состояний измерителей.
6. Снимается зависимость усредненной ошибки оценки  $D_e$  и усредненной достоверности контроля состояний измерителей  $D$  от дисперсий погрешностей измерителей и вероятностей состояний измерителей.

### 6. Оформление отчета.

Отчет должен содержать следующее: постановку задачи; краткое описание алгоритма; результаты полученных исследований; выводы, полученные по результатам исследований – эффективность и достоверность алгоритма по отношению к другим алгоритмам; экспериментально снятые зависимости усредненной дисперсии ошибки оптимально-инвариантной оценки и усредненной достоверности контроля от измеряемых величин.

### 7. Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте теорему об оптимальной оценке сигнала на основе которой разработан алгоритм обработки информации.
2. Почему алгоритм обработки сигнала является нелинейным ?
3. Какие факторы влияют на точность оценки?
4. Какой критерий оптимальной классификации состояний измерителей используется в работе и в чем его смысл ?
5. Какие факторы влияют на достоверность классификации состояний измерителей?
6. Какие основные исходные данные о сигналах и свойствах измерителей используются в алгоритме обработки информации?

7. Почему алгоритм обработки информации является квазиоптимальным ?

### **Библиографический список**

1.Иванов Ю.П. “Комплексная фильтрация и классификация сигналов”. Л.,ЛГУ 1986.,112 с.

2. Абрамов О.В. , Розенбаум А.Н. Прогнозирование состояния технических систем . М.:Наука , 1950, 126 с.

### **Содержание**

Лабораторная работа N 1.ИССЛЕДОВАНИЕ  
ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ДОСТОВЕРНОСТИ КОНТРОЛЯ  
ИЗМЕРИТЕЛЬНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ.....1

Лабораторная работа N 2. ОЦЕНКА АПРИОРНОЙ  
ДОСТОВЕРНОСТИ ПРОГНОЗА СОСТОЯНИЯ БОРТОВОГО  
ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА.....10

Лабораторная работа N 3. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА  
ГАРАНТИРОВАННОГО ПРОГНОЗА.....24

Лабораторная работа N 4. ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА  
КОНТРОЛЯ СОСТОЯНИЙ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ КОМПЛЕКСНОЙ  
ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ.....35