

Министерство образования и науки
Российской Федерации

Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет

Т. В. ВИНОГРАДОВА, Ю. В. КУЛИДА

АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Учебное пособие

Санкт-Петербург
2017

Рецензенты: канд. техн. наук, доцент Б. С. Доброборский (СПбГАСУ);
канд. техн. наук, доцент Я. С. Ватулин (Петербургский государственный
университет путей сообщения Императора Александра I)

Виноградова, Т. В.

Анализ плоских рычажных механизмов : Учебное пособие / Т. В. Виноградова, Ю. В. Кулида; СПбГАСУ. – СПб., 2017. – 000 с.

ISBN

Разработано в соответствии с программами и учебными планами дисциплины «Теория машин и механизмов» и разделов, изучающих теорию машин и механизмов в составе дисциплин «Механика» и «Прикладная механика». Содержит указания по курсовому проектированию в рамках дисциплины «Теория машин и механизмов».

Изложен порядок выполнения заданий по исследованию кинематики и динамики механизмов. Приведены методы анализа механизмов с помощью графических построений и графоаналитические методы анализа плоских рычажных механизмов.

Рассмотрены примеры выполнения кинематического и силового анализа плоских рычажных механизмов и решения задач, предлагаемых при изучении дисциплин «Прикладная механика» и «Механика». Даны задания для курсового проектирования в рамках дисциплины «Теория машин и механизмов».

Табл. 4. Ил. 36. Библиогр.: 6 назв.

Рекомендовано Учебно-методическим советом СПбГАСУ в качестве учебного пособия.

ISBN

© Т. В. Виноградова, Ю. В. Кулида, 2017
© Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет, 2017

ВВЕДЕНИЕ

Большинство современных машин при проектировании можно представить по схеме «двигатель – передаточный механизм – рабочий орган технологической машины (исполнительный механизм)» (рис. 1.1). В качестве исполнительных механизмов часто применяются различные рычажные механизмы. Двигатель и передаточный механизм объединяют в привод машины.

Привод – это энергосиловое устройство, приводящее в движение машину или механизм, т. е. предназначенное для преобразования подводимой первичной энергии в механическую работу, осуществляемую исполнительными органами машины.

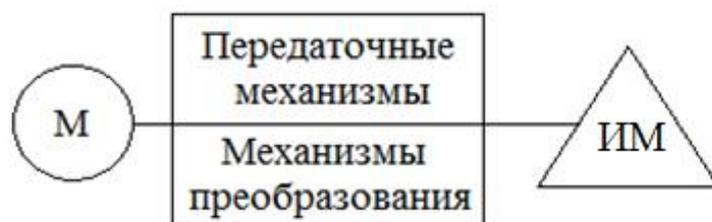


Рис. 1.1. Блок-схема машины: М – двигатель; ИМ – исполнительный механизм

Курсовая работа предусматривает исследование структуры, кинематики и динамики рычажного исполнительного механизма. Расчеты могут выполняться двумя способами: аналитическим и графоаналитическим.

Аналитический метод анализа механизма заключается в определении его кинематических и динамических характеристик в виде аналитических выражений, содержащих конечное число алгебраических или тригонометрических операций и определяющих функцию явно, неявно или параметрически. Эта часть расчетов выполняется с помощью ЭВМ.

Графоаналитический метод анализа представляет собой графические вычисления, основанные на геометрических построениях, связанных с использованием достаточно простых аналитических соотношений (например, векторных), с некоторым приближением заменяющих аналогичные аналитические операции. Эти расчеты по определению кинематических параметров механизма и инерционных нагрузок выполняются студентами в качестве проверочных.

При вычислениях с помощью ЭВМ необходимо иметь общее представление о машине, параметры которой рассчитываются, и о механизмах, входящих в ее состав. Поэтому перед тем как приступить к исследованию

механизма с помощью ЭВМ, необходимо разобраться в логической структуре и особенностях работы используемой программы, а также подробно изучить кинематическую схему рычажного механизма.

Допустимое расхождение между результатами вычислений по аналитическим формулам и по графоаналитическим построениям составляет 5–10 %.

Графический метод анализа - основан на построении *кинематической диаграммы* - графической зависимости какого-либо параметра движения звена от времени или от перемещения входного звена, представленные в определенной системе координат. Если известна одна кинематическая диаграмма, то можно получить остальные зависимости путем графического дифференцирования или интегрирования.

1. ЗАДАНИЕ НА ПРОВЕДЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКОГО И ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА МЕХАНИЗМА

Основное содержание данной курсовой работы заключается в исследовании структуры, кинематики и динамики заданного плоского рычажного механизма и определении параметров привода машины. Работа состоит из ряда взаимосвязанных и последовательно выполняемых этапов:

- 1) вычертить кинематическую схему механизма;
- 2) определить степень свободы механизма;
- 3) определить траектории движения основных точек механизма; выбрать направление рабочего и холостого хода в течение одного кинематического цикла;
- 4) построить планы линейных скоростей и ускорений характерных основных точек звеньев механизма и центров масс S за тот же цикл движения;
- 5) построить диаграммы перемещения выходного звена, скоростей и ускорений выходного звена за тот же цикл движения;
- 6) произвести сравнение результатов построений для *графоаналитического метода и графического метода исследования*;
- 7) определить уравнивающую и приведенную силу от действующих на механизм сил и моментов тремя способами: методом построения рычага Н. Е. Жуковского, методом кинетостатики и аналитическим методом;
- 8) произвести сравнение результатов вычислений уравнивающей силы тремя способами;
- 9) определить внешнюю нагрузку и момент сил полезного сопротивления $M_{пс}$, приведенные к главному валу механизма (кривошипу) для шести положений механизма;
- 10) выбрать по каталогу электродвигатель, исходя из его мощности $P_{дв}$; для выбранного двигателя выписать значение номинальной частоты вращения $n_{дв}$;
- 11) определить общее передаточное отношение зубчатого механизма (передаточное число редуктора $u = n_{дв}/n_{кр}$, где $n_{дв}$ – номинальная частота вращения вала электродвигателя; $n_{кр}$ – частота вращения кривошипа), а также передаточное отношение каждой его ступени;
- 12) определить моменты инерции звеньев и рассчитать приведенный к главному валу механизма (кривошипу) момент инерции масс движущихся звеньев;
- 13) построить график изменения приведенного момента $M_i^{пр}$ для шести положений механизма;

14) графически проинтегрировать диаграмму $M_i^{пр} = f(\varphi_1)$ и построить диаграмму работы сил сопротивления (для машины-орудия) $A_c = f(\varphi_1)$ и диаграмму работы движущих сил $A_{дс} = f(\varphi_1)$.

15) определить момент инерции маховика;

16) Определить вес и геометрические размеры маховика.

17) оформить пояснительную записку, содержащую:

– структурный анализ механизма;

– кинематический анализ;

– силовой анализ;

– динамический анализ;

– механические характеристики электродвигателя;

– расчет геометрических параметров маховика;

18) выполнить на листах формата А1 графическую часть задания, включающую:

– общую структурную схему машины с заданным рычажным механизмом;

– графики положений, скорости и ускорения движения исполнительного органа (ползуна) с численными значениями для шести положений;

– диаграммы перемещения выходного звена, скоростей и ускорений выходного звена за тот же цикл движения;

– график задания внешней нагрузки и методы определения приведенного момента сил:

а) план сил и определение уравновешивающих и приведенных сил и моментов методом рычага Н. Е. Жуковского;

б) то же методом кинетостатики;

– график изменения приведенного момента $M_i^{пр}$ для шести положений механизма;

– диаграмму работы сил сопротивления (для машины-орудия) $A_c = f(\varphi_1)$;

– диаграмму избыточной работы;

– чертеж маховика.

Содержание пояснительной записки:

Введение

1. Структурный анализ

2. Кинематический анализ механизма

2.1. Построение плана положений механизма

2.2. Построение плана скоростей

2.3. Построение плана ускорений

3. Силовой анализ механизма

3.1. Расчет уравнивающей силы аналитическим способом

3.2. Расчет уравнивающей силы способом построения рычага Жуковского

3.3. Определение уравнивающей силы методом кинетостатики

3.4. Определение уравнивающего момента сил

3.5. Выбор электродвигателя

4. Динамический анализ механизма

4.1. Определение приведенного момента инерции

4.2. Расчет маховика

5. Расчет зубчатой передачи.

Заключение

6. Список литературы

2. ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД КИНЕМАТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛОСКОГО РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

Цели курсовой работы – проведение структурного, кинематического и динамического анализа плоского рычажного механизма, а также проектирование привода, который приводит исполнительный механизм в движение.

Основой структуры плоских механизмов являются плоские кинематические цепи. Кинематическую цепь можно преобразовать в механизм, если хотя бы одно из звеньев присоединить к неподвижному звену (стойке) и указать в цепи входное звено или входную кинематическую пару. Структура плоских рычажных механизмов базируется на плоских кинематических цепях, где звенья соединены посредством одноподвижных вращательных или поступательных пар (рис. 2.1), оси которых лежат в плоскостях, перпендикулярных (для вращательных пар) или параллельных (для поступательных пар) плоскости движения цепи.

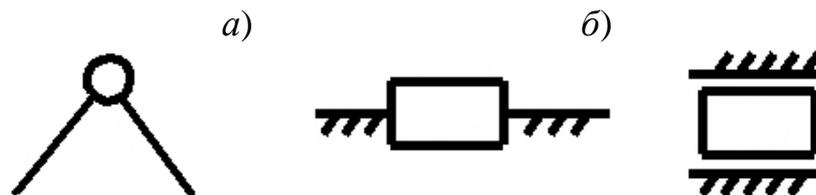


Рис. 2.1. Виды кинематических пар: *a* – вращательная; *б* – поступательная

При построении таких механизмов используется принцип Л. В. Ассура, в соответствии с которым к начальному механизму, содержащему стойку и входные звенья (одно или несколько), присоединяется ведомая кинематическая цепь, содержащая все остальные звенья механизма. При этом предполагается, что кинематические пары (или одна пара), посредством которых ведомая кинематическая цепь присоединяется к начальному механизму, отнесены к ведомой цепи:

$$\text{Рычажный механизм} = \text{НМ} \cup \text{ВКЦ}, \quad (2.1)$$

где НМ – начальный механизм; ВКЦ – ведомая кинематическая цепь.

В общем случае для плоских механизмов в двумерном пространстве число степеней свободы W определяется по универсальной структурной формуле П. Л. Чебышева:

$$W = 3n - 2p_n - p_v, \quad (2.2)$$

где n – общее число подвижных звеньев механизма; p_n – число низших кинематических пар (одноподвижных); p_v – число высших кинематических пар (двухподвижных).

По определению для начального механизма можно записать:

$$\text{НМ} = \text{Стойка-звено № 0} \cup \text{Входное звено 1.} \quad (2.3)$$

Начальный механизм имеет столько же степеней свободы $W_{\text{НМ}}$, сколько рычажный механизм, в составе которого он находится.

Обязательно должно выполняться следующее условие:

$$W_{\text{НМ}} = 3n - 2p_{\text{н}} = W. \quad (2.4)$$

Отсюда следует, что ведомая кинематическая цепь рычажного механизма обладает нулевой подвижностью ($W_0 = 0$) относительно тех звеньев начального механизма (или одного звена, если $W = 1$), к которым она присоединяется. На практике это означает, что если ведомую цепь отсоединить от начального механизма и посредством тех же кинематических пар (или одной пары при $W = 1$) присоединить к стойке, то образуется статически определимая ферма.

2.1. Структурный анализ плоского рычажного механизма

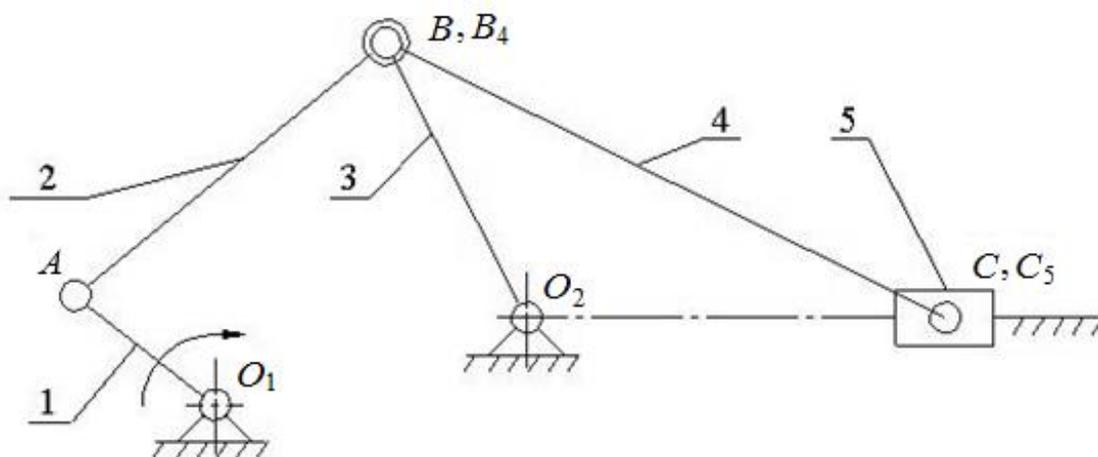
Структурный анализ рычажного механизма заключается в исследовании его структурной схемы.

Структурная схема механизма отражает его принципиальное строение и характер связей между элементами без учета их геометрических размеров. Она выполняется с использованием определенных условных обозначений и применяется на этапе структурного анализа или синтеза механизма.

Порядок выполнения структурного анализа:

- 1) установить, является ли механизм плоским или пространственным;
- 2) найти число n подвижных звеньев механизма;
- 3) установить число p кинематических пар, а также класс и вид каждой пары;
- 4) определить число W степеней свободы (подвижность) механизма;
- 5) указать входную пару (пары) и входное звено (звенья);
- 6) выделить начальный механизм и ведомую кинематическую цепь;
- 7) разделить ведомую цепь и группы Ассура; указать последовательность присоединения групп, начиная с группы (групп), присоединенной к начальному механизму; определить степени подвижности W всех присоединенных групп.

Пример 1. Выполнить структурный анализ исполнительного механизма привода качающегося инерционного конвейера, показанного на рис. 2.2.



$$W = 3n - 2p_H = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$$

Рис. 2.2. Структурная схема механизма привода качающегося инерционного конвейера

Решение. Структурная особенность данного механизма заключается в наличии двукратного шарнира B . На структурной схеме желоб с грузом, жестко связанный с ползуном 5, не указывается.

1. Изображаем структурную схему механизма.
2. Мысленно приводя в движение звено 1, убеждаемся, что при этом все точки всех подвижных звеньев механизма двигаются только во взаимно параллельных плоскостях, и следовательно этот механизм – плоский.
3. По результатам моделирования движения механизма охарактеризуем все его звенья и кинематические пары.

В исследуемом механизме пять подвижных звеньев ($n = 5$), семь низших кинематических пар ($p_H = 7$) (табл. 2.1, 2.2), а высших кинематических пар нет ($p_B = 0$). Следовательно, степень подвижности механизма согласно формуле (2.2):

$$W = 3n - 2p_H = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

Это означает, что в рассматриваемом механизме достаточно задать закон движения только одному звену (в данном случае – ведущему звену 1), чтобы закон движения всех остальных звеньев был вполне определенным.

Таблица 2.1

Характеристики звеньев механизма			
Номер звена по схеме	Место и роль в схеме	Характер движения	Название
0	–	Неподвижное	Стойка
1	Входное	Вращение вокруг O_1 на 360°	Кривошип
2	Промежуточное	Плоское	Шатун

3	Промежуточное	Вращение вокруг O_2 на угол менее 180°	Коромысло
4	Промежуточное	Плоское	Шатун
5	Выходное	Поступательное прямолинейное	Ползун

Таблица 2.2

Характеристики кинематических пар

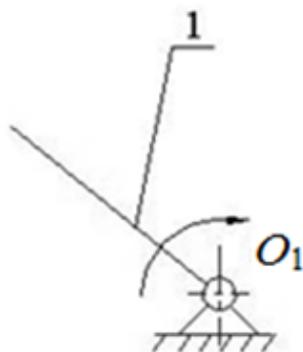
Обозначение на схеме	Вид*	Тип	Подвижность W	Класс S	Номера соединяемых звеньев
O_1	В	Низшая	1	5	0–1
A	В	Низшая	1	5	1–2
B	В	Низшая	1	5	2–3
B_4	В	Низшая	1	5	2–4
O_2	В	Низшая	1	5	3–0
C	В	Низшая	1	5	4–5
C_5	П	Низшая	1	5	5–0

* В – вращательная пара; П – поступательная.

4. Из структурной схемы механизма выделяем начальный механизм – кривошип 1 со стойкой 0 (рис. 2.3) и ведомую кинематическую цепь (рис. 2.4), содержащую все остальные звенья. Степени подвижности начального механизма и ведомой кинематической цепи определяем по формуле (2.2).

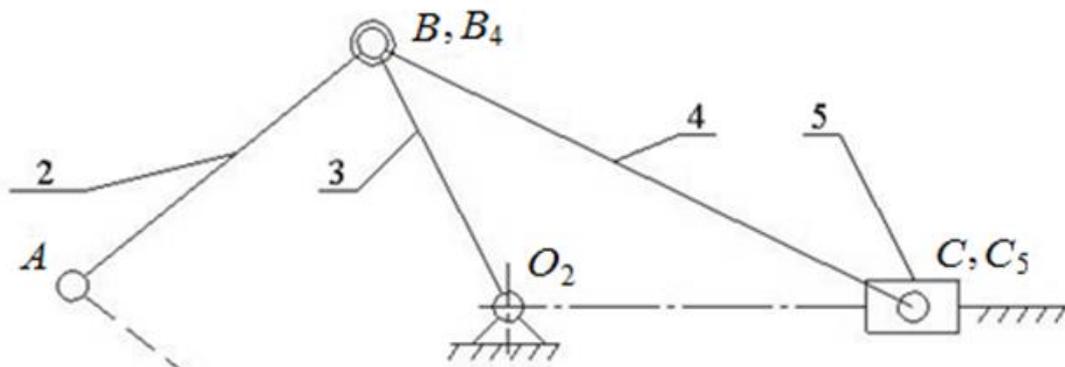
5. Анализ ведомой кинематической цепи показывает, что она состоит из двух двухзвенных структурных групп: группы 2–3 (ВВВ) и группы 4–5 (ВВП), соединенных при помощи двукратного шарнира B (рис. 2.5). Степень подвижности этих структурных групп также определяем по (2.2).

Основное содержание решения представлено на рис. 2.2.



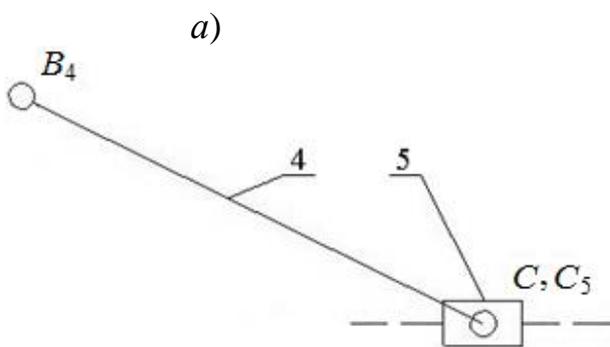
$$W_{\text{НМ}} = 3n - 2p_{\text{H}} = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 1$$

Рис. 2.3. Начальный механизм

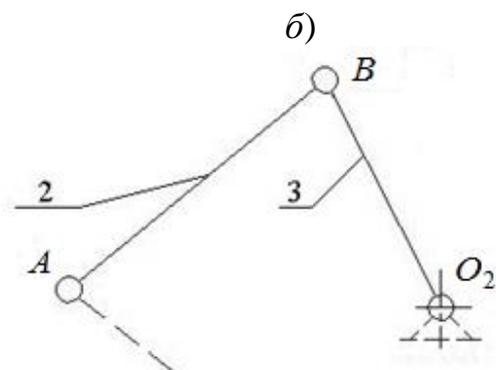


$$W_{\text{ВКЦ}} = 3n - 2p_{\text{H}} = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 = 0$$

Рис. 2.4. Ведомая кинематическая цепь



$$W_0 = 3n - 2p_{\text{H}} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$$



$$W_0 = 3n - 2p_{\text{H}} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 0$$

Рис. 2.5. Структурные группы механизма: а – группа 4–5 (BBП); б – группа 2–3 (BBB)

2.2. Кинематический анализ плоского рычажного механизма

Кинематика механизмов – это раздел теории машин и механизмов, изучающий движение звеньев механизмов без рассмотрения вызывающих его причин и факторов.

Курсовая работа предусматривает проведение кинематического анализа механизма графоаналитическим методом. Вычисление кинематических параметров основано на геометрических построениях, с некоторым приближением заменяющих аналогичные аналитические и численные операции. Погрешность графических методов обычно не превышает 10 %, что вполне допустимо для решения многих прикладных инженерных задач кинематического анализа механизмов. Кинематический анализ механизмов выполняется по их кинематическим схемам.

Кинематическая схема механизма – это такая его структурная схема, где указаны размеры звеньев, необходимые для кинематического анализа. Эти размеры, называемые постоянными параметрами кинематической схе-

мы механизма, могут быть линейными или угловыми. Число постоянных параметров механизма является рациональным (минимально требуемым) в том случае, когда все они взаимно независимы.

Рассматриваемые задачи кинематического анализа плоских рычажных механизмов II класса по Ассуру – Артоболовскому (I класса – по Г. Г. Баранову) можно решать графическим и графоаналитическим методами.

Последовательность решения частных задач кинематического анализа:

1) определить не менее шести положений звеньев механизма за один кинематический цикл и построить траектории движения всех характерных точек звеньев механизма за тот же цикл (эта частная задача решается путем построения плана положений механизма с использованием графического метода засечек);

2) определить линейные скорости всех характерных точек звеньев механизма и угловые скорости его звеньев для ряда фиксированных положений за один кинематический цикл (эта задача решается графоаналитическим (векторным) методом планов скоростей);

3) определить линейные ускорения всех характерных точек механизма и угловые ускорения его звеньев (эта задача решается графоаналитическим (векторным) методом планов ускорений).

План механизма – это изображение его кинематической схемы в некотором выбранном масштабе для определенного положения начального звена или начальной кинематической пары.

При изображении планов рычажных механизмов рекомендуется использовать единый линейный масштабный коэффициент μ_l (м/мм) – отношение истинного линейного размера любого звена механизма (в метрах) к длине отрезка (в миллиметрах), изображающего это звено на схеме.

Таким образом:

$$\mu_l = L/l, \quad (2.5)$$

где L – истинный линейный размер звена, м; l – длина изображающего его отрезка, мм.

Все длины отрезков l (мм), изображающих звенья механизма на чертеже, можно рассчитать по формуле

$$l = \frac{L}{\mu_l}. \quad (2.6)$$

Для получения наглядной картины изменения положения звеньев механизма и характера движения любой их точки в течение некоторого периода работы механизма обычно используется план положений механизма.

План положений механизма – это совместное изображение нескольких планов механизма, построенных в одном масштабе для соответствующего

количества положений начального звена (как правило, шести или двенадцати) и отображающих изменение положений всех звеньев механизма и любых их точек за один кинематический цикл.

Кинематический цикл механизма – это период времени, по прошествии которого положения, величины и направления скоростей точек всех звеньев повторяются. В предлагаемых здесь заданиях кинематический цикл механизма соответствует периоду полного оборота его начального звена.

Чтобы определить линейные скорости всех характерных точек звеньев механизма для ряда фиксированных положений в течение одного кинематического цикла, необходимо построить план скоростей.

План скоростей – это чертеж, на котором в выбранном масштабе в виде отрезков изображены векторы, по модулю и направлению соответствующие скоростям характерных точек звеньев механизма в конкретный момент его движения (при некотором фиксированном положении звеньев на соответствующем плане механизма).

План скоростей, построенный для некоторого положения всего механизма в целом, представляет собой плоский пучок лучей (векторов), исходящих из одной общей точки – полюса p_v плана скоростей. Векторы, представляющие собой абсолютные скорости точек звеньев механизма, связанных с неподвижным звеном (стойкой), исходят из полюса плана. Скорости точек звеньев, связанных с другими подвижными звеньями, изображаются в виде прямых, соединяющих концы векторов абсолютных скоростей этих звеньев (т. е. в виде их векторной суммы). Скорость неподвижного звена, равная нулю, вырождается в точку и сосредоточена в полюсе плана скоростей.

Планы скоростей изображаются в масштабе с масштабным коэффициентом скоростей μ_v , $(\text{м} \cdot \text{с}^{-1})/\text{мм}$:

$$\mu_v = V/l_v, \quad (2.7)$$

где V – истинная величина скорости, м/с; l_v – длина отрезка на плане, изображающего эту скорость, мм.

Имея построенный план скоростей, всегда можно легко определить любую скорость V (м/с) любой точки звена механизма:

$$V = \mu_v \cdot l_v. \quad (2.8)$$

План ускорений – это чертеж, на котором в выбранном масштабе в виде отрезков изображены векторы, по модулю и направлению соответствующие ускорениям характерных точек звеньев механизма в конкретный момент его движения (при некотором фиксированном положении звеньев на соответствующем плане механизма).

Планы ускорений изображаются в масштабе с масштабным коэффициентом ускорений μ_a , $(\text{м} \cdot \text{с}^{-2})/\text{мм}$:

$$\mu_a = a/l_a, \quad (2.9)$$

где a – истинная величина ускорения, м/с²; l_a – длина отрезка на плане, изображающего это ускорение, мм.

Имея построенный план ускорений, всегда можно легко определить любое ускорение a (м/с²) любой точки звена механизма:

$$a = \mu_a \cdot l_a. \quad (2.10)$$

Основной задачей при построении планов скоростей и ускорений является определение скоростей и ускорений характерных точек. Для этого необходимо составить векторные уравнения, связывающие неизвестные по модулю и направлению скорости и ускорения с уже известными скоростями и ускорениями в зависимости от характера движения звеньев и в соответствии с правилами и законами теоретической механики.

Векторные уравнения решаются графически: путем соответствующих построений непосредственно на плане скоростей и ускорений по правилам векторной алгебры.

При известных скоростях и ускорениях как минимум двух несовпадающих точек одного звена векторы скорости и ускорения любой третьей точки можно определить, используя *теорему подобия для скоростей и ускорений*: прямые линии, соединяющие точки одного звена на плане механизма, и прямые линии, соединяющие концы векторов абсолютных скоростей и ускорений этих же точек на плане скоростей и ускорений, образуют подобные фигуры и пропорциональные отрезки.

При использовании данной теоремы необходимо учитывать правило обхода контуров: *направление обхода (чтения) фигуры или отрезка на плане скоростей и ускорений должно соответствовать направлению обхода точек того же звена на плане механизма*.

Свойства планов скоростей и ускорений, которые необходимо учитывать при их построении и использовании:

- 1) векторы, выходящие из полюса p_b или p_a и обозначенные по концам a, b, c, \dots , представляют собой в масштабе абсолютные скорости и ускорения точек A, B, C, \dots ;
- 2) векторы ab, cb, \dots изображают относительные скорости и ускорения соответствующих точек;
- 3) скорости и ускорения точек A, B, C звена AB , лежащих на одной прямой, изображают также на одной прямой с соблюдением соотношения $AB/AC = ab/ac$;
- 4) если точки A, B, C звена образуют треугольник ABC , то их изображения a, b, c на плане скоростей и ускорений образуют подобный треугольник, расположенный так же, как треугольник ABC .

2.2.1. Пример определения траекторий движения точек механизма

Пример 2. Построить траектории движения заданных точек исполнительного рычажного механизма качающегося инерционного конвейера (см. рис. 2.2) по следующим исходным данным: частота вращения кривошипа $n_1 = 75$ об/мин; размеры, м: $l_{O_1A} = 0,2$, $l_{AB} = 0,6$, $l_{O_2B} = 0,5$, $l_{BC} = 1,3$, $X_0 = 0,45$, $Y_0 = 0,1$; центры масс звеньев 2–4 размещены посередине их длин, звена 1 – на оси кривошипа; положение звеньев для силового расчета механизма при $\varphi_1 = 150^\circ$.

Решение. Графическое построение траекторий движения точек звеньев осуществляется методом засечек. Рассмотрим суть этого метода на примере механизма, показанного на рис. 2.2. Здесь ведущее звено – кривошип OA ; угловая скорость постоянная.

Построение траекторий движения заданных точек начинается с вычерчивания в выбранном масштабе схемы механизма для заданного положения. Пример построения траекторий представлен на рис. 2.6.

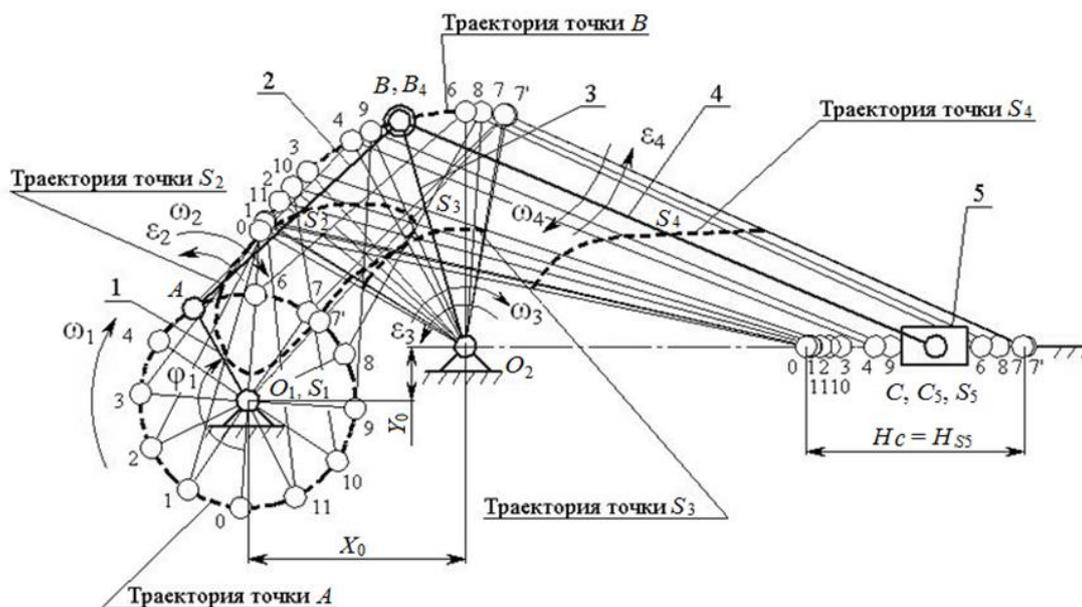


Рис. 2.6. План положений механизма, $\mu_l = 0,01$ м/мм

Методика построения планов механизма (см. рис. 2.6):

1) в выбранном масштабе радиусом, равным величине кривошипа O_1A , из точки O_1 начертить окружность – получим траекторию пальца кривошипа с точкой A ;

2) методом засечек эту окружность разделить на 12 (6) равных частей и произвести предварительную нумерацию точек деления в направлении вращения кривошипа;

- 3) найти координаты точки O_2 и положения линии действия точки C ползуна;
- 4) звено O_2B совершает вращательное движение, поэтому его точки будут двигаться по дуге; растворами циркуля O_2B провести эту дугу;
- 5) раствором циркуля размером звена AB в масштабе из точки A_0 на дуге траектории точки B сделать засечку – получим точку B_0 ;
- 6) соединить точки A_0 и B_0 прямой линией – это положение звена AB ;
- 7) раствором циркуля размером звена BC в масштабе из точки B_0 сделать засечку на пересечении с линией действия точки C ползуна – получим точку C_0 ;
- 8) из точки B_0 провести прямую до пересечения с точкой C_0 – это положение звена BC .

Отсчет номеров положения точки A ведется по возрастающей по направлению вращения кривошипа. Начало отсчета (точка A_0) должно соответствовать положению механизма, при котором выходное звено C начинает движение рабочего хода, находясь в крайнем ближнем положении (т. е. в таком, из которого оно может двигаться только в одном направлении).

Далее методом засечек аналогично получают точки $B_1, B_2, B_3\dots$ и $C_1, C_2, C_3\dots$, а затем соединяют между собой точки A и O_1, A и B, B и O_2, B и C в соответствии с номером положения.

Для определения траекторий движения центров масс звеньев AB, BO_2 и BC необходимо указать их на соответствующем звене в каждом положении механизма, а затем соединить точки последовательно – получатся плавные кривые траекторий движения центров масс звеньев. Траектории показывают, что звенья AB и BC совершают плоскопараллельное движение, состоящее из поступательного движения и вращательного движения вокруг некоторого полюса, а звенья AO_1 и BO_2 совершают вращательное движение вокруг неподвижной оси.

При графическом изображении рассмотренных построений рекомендуется схему механизма для заданного положения и траектории движения наносить жирными линиями, а промежуточные положения – тонкими (можно использовать линии разных цветов).

2.2.2. Пример построения плана скоростей механизма

Пример 3. Построить план скоростей исполнительного рычажного механизма качающегося инерционного конвейера (см. рис. 2.2) по следующим исходным данным: частота вращения кривошипа $n_1 = 75$ об/мин; размеры, м: $l_{O_1A} = 0,2, l_{AB} = 0,6, l_{O_2B} = 0,5, l_{BC} = 1,3, X_0 = 0,45, Y_0 = 0,1$; центры

масс звеньев 2–4 размещены посередине их длин, звена 1 – на оси кривошипа; положение звеньев для силового расчета механизма при $\varphi_1 = 150^\circ$.

Решение (рис. 2.7). Укажем на некоторые особенности решения рассматриваемой задачи, которые могут вызвать затруднения при ее разборе.

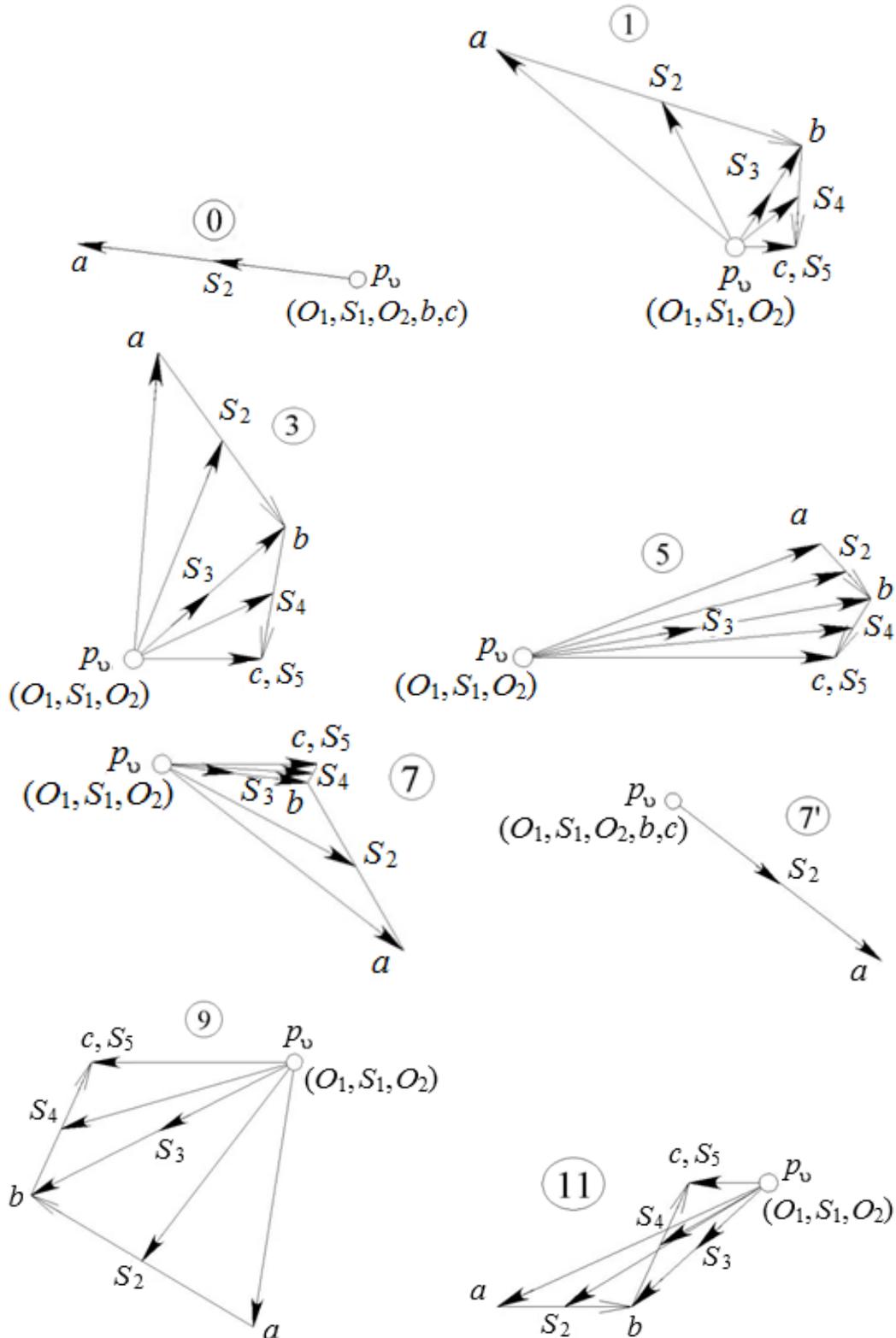


Рис. 2.7. Планы скоростей механизма для положений 0, 1, 3, 5, 7, 7', 9, 11; $\mu_0 = 0,035$ (м·с⁻¹)/мм

Крайние положения 0 и 7' звеньев механизма определяются по результатам построения траекторий точек механизма (см. рис. 2.2). При составлении и использовании векторных уравнений для построения планов скоростей необходимо учесть, что ползун 5 совершает поступательное прямолинейное движение; кривошип 1 и коромысло 3 – вращательное движение вокруг неподвижных осей O_1 и O_2 соответственно; шатуны 2 и 4 – плоскопараллельное движение (см. пример 1).

Построение следует начинать с ведущего звена AO_1 , в котором точка O_1 является неподвижной.

1. Абсолютная скорость точки A – это скорость вращения вокруг точки O_1 :

$$\vec{V}_A = \vec{V}_{O_1} + \vec{V}_{O_1A}; \vec{V}_{O_1A} \perp \overline{O_1A}. \quad (2.11)$$

2. Угловая скорость кривошипа (рад/с) при частоте его вращения $n_1 = 75$ об/мин:

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 75}{30} \approx 7,85.$$

3. Модуль скорости точки A , м/с:

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A} = 7,85 \cdot 0,20 = 1,57.$$

Скорость точки O_1 : $V_{O_1} = 0$.

4. Масштабный коэффициент ($\text{м} \cdot \text{с}^{-1} / \text{мм}$) для планов скоростей находим по формуле (2.7):

$$\mu_v = \frac{V_A}{p_v a} = \frac{1,57}{45} \approx 0,035 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Направление скорости кривошипа AO_1 определяется по направлению угловой скорости ω_1 и строится перпендикулярно звену AO_1 .

Затем выбираем полюс плана скоростей p_v (см. рис. 2.7) и в выбранном масштабе откладываем отрезок $p_v a$.

5. Для определения абсолютной скорости точки B (см. рис. 2.7) рассмотрим движение звена AB вместе с точкой A , взятой за полюс, как поступательное (переносное), а движение звена вокруг точки A – как вращательное (относительное).

Абсолютная скорость \vec{V}_B равна геометрической сумме переносной и относительной скоростей:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}; \vec{V}_B \perp \overline{O_2B}; \vec{V}_{BA} \perp \overline{AB}, \quad (2.12)$$

где \vec{V}_A – абсолютная скорость точки A ; \vec{V}_{BA} – скорость вращения точки B относительно A .

В векторном уравнении (2.12) известны вектор скорости \vec{V}_A и линии действия векторов \vec{V}_B и \vec{V}_{BA} . Для графического решения этого уравнения из точки A плана скоростей проведем линию действия вектора \vec{V}_{BA} перпендикулярно звену AB , а из полюса p_v – линию действия \vec{V}_B перпендикулярно звену O_2B . На пересечении этих линий получим точку b . Вектор $\overline{p_v b} = \vec{V}_B$ представляет собой в масштабе μ_v абсолютную скорость точки B .

Построим план скоростей механизма для положения 5 ($\varphi = 150^\circ$). В этом положении модуль скорости (м/с) точки B можно вычислить по формуле (2.8) с учетом, что $\overline{p_v b} = 60$ мм (см. рис. 2.7):

$$\vec{V}_B = \mu_v \cdot \overline{p_v b} = 0,035 \cdot 60 = 2,1.$$

Абсолютную скорость \vec{V}_{BA} (м/с) также можно вычислить по (2.8) с учетом, что $\overline{p_v ba} = 15$ мм (см. рис. 2.7):

$$\vec{V}_{BA} = \mu_v \cdot \overline{p_v ba} = 0,035 \cdot 15 = 0,525.$$

6. Положения точек центров масс S_2 – S_4 на плане скоростей строятся на основе соотношений теоремы подобия для скоростей:

$$\begin{aligned} \overline{p_v a} + \overline{ab} / 2 &= \overline{p_v s_2}; \\ \overline{p_v b} / \overline{p_v s_3} &= \overline{O_2 B} / \overline{O_2 S_3} \Rightarrow \overline{p_v b} = \overline{p_v s_3} \cdot \overline{O_2 B} / \overline{O_2 S_3}; \\ \overline{p_v b} + \overline{bc} / 2 &= \overline{p_v s_4}. \end{aligned}$$

7. Для определения абсолютной скорости точки C составим векторное уравнение в виде геометрической суммы переносной \vec{V}_B и относительной \vec{V}_{CB} скоростей:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}; \quad \vec{V}_{BC} \perp \overline{BC}; \quad \vec{V}_C \parallel \overline{X - X}. \quad (2.13)$$

В уравнении (2.13) известны линии действия вектора скорости \vec{V}_C (параллельна оси $x - x$) и вектора скорости \vec{V}_{CB} (перпендикулярна звену BC). Для графического решения этого уравнения из точки b плана скоростей проведем линию действия вектора \vec{V}_{CB} перпендикулярно звену AB , а из полюса p_v – линию действия \vec{V}_C параллельно оси $x - x$. На пересечении этих линий получим точку C . Вектор $\overline{p_v c} = \vec{V}_C$ представляет собой в масштабе μ_v абсолютную скорость точки C .

В положении 5 абсолютную скорость (м/с) точки C можно вычислить по формуле (2.8), учитывая, что $\overline{p_v c} = 50$ мм (см. рис. 2.7):

$$\vec{V}_C = \mu_v \cdot \overline{p_v c} = 0,035 \cdot 50 = 1,75.$$

Абсолютную скорость $\overline{V_{CB}}$ (м/с) также можно вычислить по (2.8) с учетом, что $\overline{p_0bc} = 13$ мм (см. рис. 2.7):

$$\overline{V_{CB}} = \mu_v \cdot \overline{p_0bc} = 0,035 \cdot 13 = 0,455.$$

Определение величины и направления угловых скоростей звеньев механизма

$$\omega_2 = V_{BA} / BA = (V_{BA} \cdot \mu_v) / (l_{BA} \cdot \mu_l), \quad (\text{с}^{-1})$$

$$\omega_3 = V_{BO_2} / BO_2 = (V_{BO_2} \cdot \mu_v) / (l_{BO_2} \cdot \mu_l), \quad (\text{с}^{-1})$$

$$\omega_4 = V_{BC} / BC = (V_{BC} \cdot \mu_v) / (l_{BC} \cdot \mu_l), \quad (\text{с}^{-1})$$

2.2.3. Пример построения плана ускорений механизма

Пример 4. Построить план ускорений исполнительного рычажного механизма качающегося инерционного конвейера (см. рис. 2.2) по следующим исходным данным: частота вращения кривошипа $n_1 = 75$ об/мин; размеры, м: $l_{O_1A} = 0,2$, $l_{AB} = 0,6$, $l_{O_2B} = 0,5$, $l_{BC} = 1,3$, $X_0 = 0,45$, $Y_0 = 0,1$; центры масс звеньев 2–4 размещены посередине их длин, звена 1 – на оси кривошипа; положение звеньев механизма при угле поворота кривошипа $\varphi_1 = 150^\circ$.

Решение (рис. 2.8). При построении плана ускорений необходимо составить векторные уравнения для абсолютных ускорений характерных точек механизма, а затем решить их графическим способом (см. рис. 2.7, положение механизма 5).

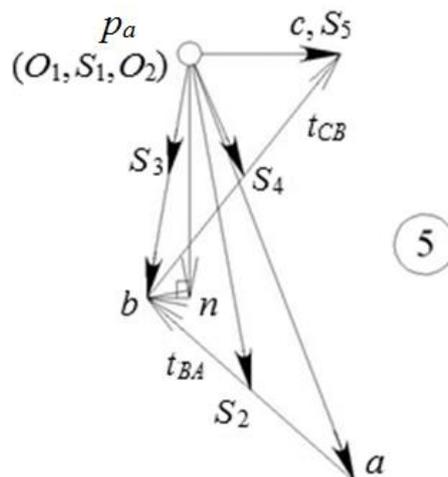


Рис. 2.8. План ускорений механизма для положения 5 ($\varphi_1 = 150^\circ$; $\mu_a = 0,24$ (м·с⁻²)/мм)

Построение следует начинать с ведущего звена AO_1 , в котором точка O_1 является неподвижной.

1. Абсолютное ускорение точки A – это ускорение вращения относительно точки O_1 :

$$\overrightarrow{a_A} = \overrightarrow{a_{O_1}} + \overrightarrow{a_{O_1A}^n} + \overrightarrow{a_{O_1A}^\tau}; \quad \overrightarrow{a_{O_1A}^n} \parallel \overrightarrow{O_1A}, \quad (2.14)$$

где $\overrightarrow{a_{O_1}}$ – ускорение точки O_1 , принятой за полюс, $\overrightarrow{a_{O_1}} = 0$; $\overrightarrow{a_{O_1A}^\tau}$ – касательное ускорение точки A при ее вращении относительно O_1 ; $\overrightarrow{a_{O_1A}^n}$ – нормальное ускорение точки A при вращении относительно O_1 .

Величина нормального ускорения точки A , м/с²:

$$a_A = a_{O_1A}^n = \omega^2 \cdot O_1A = 7,85^2 \cdot 0,2 = 12,32;$$

$$\overrightarrow{a_A} = \overrightarrow{a_{O_1A}^n}.$$

Величина касательного ускорения точки A :

$$\overrightarrow{a_{O_1A}^\tau} = 0 \quad (\omega_1 = \text{const}).$$

2. Масштабный коэффициент (м·с⁻²/мм) для планов ускорений находим по формуле (2.9):

$$\mu_a = \frac{a_A}{p_a a} = \frac{12,32}{50} \approx 0,24.$$

Затем выбираем полюс плана ускорения p_a (см. рис. 2.8) и в выбранном масштабе откладываем отрезок $p_a a$.

3. Для определения абсолютного ускорения точки B рассмотрим движение звена AB .

Абсолютное ускорение $\overrightarrow{a_B}$ представляет собой, с одной стороны, геометрическую сумму переносного ускорения, равного ускорению полюса A , и ускорения точки B при вращении относительно полюса A , а с другой стороны – геометрическую сумму переносного ускорения, равного ускорению полюса O_2 , и ускорения точки B при вращении относительно полюса O_2 .

Следовательно, необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_A} + \overrightarrow{a_{BA}} = \overrightarrow{a_B} + \overrightarrow{a_{BA}^n} + \overrightarrow{a_{BA}^\tau}; \quad \overrightarrow{a_{BA}^n} \parallel \overrightarrow{BA}; \quad \overrightarrow{a_{BA}^n} \perp \overrightarrow{a_{BA}^\tau}; \\ \overrightarrow{a_B} = \overrightarrow{a_{O_2}} + \overrightarrow{a_{BO_2}^n} + \overrightarrow{a_{BO_2}^\tau}; \quad \overrightarrow{a_{BO_2}^n} \parallel \overrightarrow{BO_2}; \quad \overrightarrow{a_{BO_2}^\tau} \perp \overrightarrow{a_{BO_2}^n}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

где $\overrightarrow{a_A}$ – переносное ускорение точки A ; $\overrightarrow{a_{O_2}}$ – ускорение точки O_2 , принятой за полюс, $\overrightarrow{a_{O_2}} = 0$; $\overrightarrow{a_{BO_2}^\tau}$ – касательное ускорение точки B при ее вращении относительно O_2 ; $\overrightarrow{a_{BA}^n}$ – нормальное ускорение точки B при ее вращении относительно A ; $\overrightarrow{a_{BA}^\tau}$ – касательное ускорение точки B при ее вращении относительно A ; $\overrightarrow{a_{BO_2}^\tau}$ – касательное ускорение точки B при ее вращении

относительно O_2 ; $\overrightarrow{a_{BO_2}^n}$ – нормальное ускорение точки B при ее вращении относительно O_2 .

Модуль нормального ускорения (м/с^2) точки B при ее вращении относительно A можно вычислить, используя результаты построения плана скоростей:

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{BA} = \frac{0,525^2}{0,6} = 0,46.$$

Модуль нормального ускорения (м/с^2) точки B при ее вращении относительно O_2 также можно вычислить по построенному плану скоростей:

$$a_{BO_2}^n = \frac{V_{BO_2}^2}{BO_2} = \frac{(p_v b \cdot \mu_v)^2}{BO_2} = \frac{(60 \cdot 0,035)^2}{0,5} = 8,82.$$

В векторном уравнении (2.15) известны линии действия векторов касательных ускорений $\overrightarrow{a_{BA}^\tau}$ и $\overrightarrow{a_{BO_2}^\tau}$, но неизвестны их величины по модулю.

На плане ускорений вектор $\overrightarrow{a_{BA}^n}$ изобразится отрезком $p_a n_{ba}$, а вектор $\overrightarrow{a_{BO_2}^n}$ – отрезком $p_a n_{bo_2}$. Длины отрезков (мм) можно вычислить по формуле (2.10):

$$p_a n_{ba} = \frac{\overrightarrow{a_{BA}^n}}{\mu_a} = \frac{0,46}{0,24} = 1,9;$$

$$p_a n_{bo_2} = \frac{\overrightarrow{a_{BO_2}^n}}{\mu_a} = \frac{8,85}{0,24} = 36.$$

Для графического решения этого векторного уравнения из точки a плана ускорений проведем отрезок по линии действия вектора $\overrightarrow{a_{BA}^n}$ параллельно звену AB , по модулю равный $p_a n_{ba}$. Вектор ускорения $p_a n_{ba}$ мал по величине и на чертеже свелся в точку.

Теперь проведем линию, перпендикулярную линии действия вектора $\overrightarrow{a_{BA}^n}$. Из полюса p_a проведем отрезок по линии действия вектора $\overrightarrow{a_{BO_2}^n}$ параллельно звену BO_2 , по модулю равный $p_a n_{bo_2}$, а затем линию, перпендикулярную линии действия вектора $\overrightarrow{a_{BO_2}^n}$. На пересечении этих линий получим точку b . Вектор $p_a b = a_B$ представляет собой в масштабе μ_a абсолютное ускорение точки B .

4. Для определения абсолютного ускорения \vec{a}_C точки C , совершающей поступательное движение параллельно оси $x - x$, необходимо составить векторное уравнение.

Линия действия абсолютного ускорения \vec{a}_C представляет собой геометрическую сумму переносного ускорения, равного ускорению \vec{a}_B полюса B , и ускорения \vec{a}_{CB} точки C при вращении относительно полюса B :

$$\begin{aligned} \vec{a}_C &= \vec{a}_B + \vec{a}_{CB} = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB}^n + \vec{a}_{CB}^\tau; \\ \vec{a}_{CB}^n &\parallel CB; \vec{a}_{CB}^n \perp \vec{a}_{CB}^\tau; a_C \parallel x - x, \end{aligned} \quad (2.16)$$

где \vec{a}_B – переносное ускорение точки B ; \vec{a}_{CB}^τ – касательное ускорение точки C при ее вращении относительно B ; \vec{a}_{CB}^n – нормальное ускорение точки C при ее вращении относительно B .

Модуль нормального ускорения (м/с^2) точки C при ее вращении относительно B можно вычислить по результатам построения плана скоростей:

$$a_{CB}^n = \frac{V_{CB}^2}{CB} = \frac{0,455^2}{1,3} = 0,16.$$

Модуль \vec{a}_{CB}^n изобразится на плане ускорений отрезком $p_a n_{CB}$, который мал и на чертеже сводится в точку:

$$p_a n_{CB} = \frac{a_{CB}^n}{\mu_a} = \frac{0,16}{0,24} = 0,1 \text{ мм.}$$

В векторном уравнении (2.16) известна линия действия вектора касательного ускорения $\vec{a}_{CB}^\tau \perp \vec{a}_{CB}^n$, но неизвестна его величина по модулю.

Для графического решения этого уравнения из точки b плана ускорений проведем линию действия вектора \vec{a}_{CB}^τ перпендикулярно звену CB . Затем из полюса p_a проведем линию действия \vec{a}_C параллельно $x - x$. На пересечении этих линий получим точку c . Вектор $\vec{p_a c}$ представляет собой в масштабе μ_a абсолютное ускорение точки B .

Модуль ускорения (м/с^2) \vec{a}_C можно вычислить по формуле (2.10) с учетом, что $\vec{p_a c} = 15 \text{ мм}$:

$$a_C = p_a c \cdot \mu_a = 15 \cdot 0,24 = 3,6.$$

Векторы ускорений точек $S_2 - S_4$ находятся на плане ускорений аналогично скоростям этих точек (в соответствии с теоремой подобия для ускорений и правилом обхода контуров).

Результаты кинематического анализа необходимы для исследования рабочего процесса механизма и проектирования его узлов и деталей. Скорости и ускорения используются для расчета сил, мощностей, износостойкости и определения истинного движения машины.

Определение величины и направления угловых ускорений звеньев

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 0; a_{AO_1}^\tau = 0; \\ \varepsilon_2 &= \frac{a_{BA}^\tau}{BA} = \frac{\overline{a_{BA}^\tau} \mu_a}{l_{BA} \mu_l}; \\ \varepsilon_3 &= \frac{a_{BO_2}^\tau}{BO_2} = \frac{\overline{a_{BO_2}^\tau} \mu_a}{l_{BO_2} \mu_l}; \\ \varepsilon_4 &= \frac{a_{BC}^\tau}{BC} = \frac{\overline{a_{BC}^\tau} \mu_a}{l_{BC} \mu_l}; \end{aligned}$$

2.3. Графический метод анализа механизма

Кинематической диаграммой называется графическая зависимость какого-либо параметра движения звена от времени или от перемещения входного звена, представленные в определенной системе координат. Если известна одна кинематическая диаграмма, то можно получить остальные зависимости путем графического дифференцирования или интегрирования.

Последовательность построения кинематической диаграммы перемещения ползуна кривошипно-ползунного механизма $S(\varphi)$ и $S(t)$, а также элементы графического дифференцирования с получением диаграммы скоростей $V(t)$ методом хорд показаны на рисунке.

Если диаграмма $V(t)$ первична, то процесс, обратный интегрированию, обеспечит получение диаграммы $S(t)$ и называется *графическим интегрированием*.

Следует отметить, что графические методы часто приводят к искажениям результатов из-за неточности графических

построений, поэтому необходимо контролировать расположение характерных точек, соответствующих экстремумам на диаграммах.

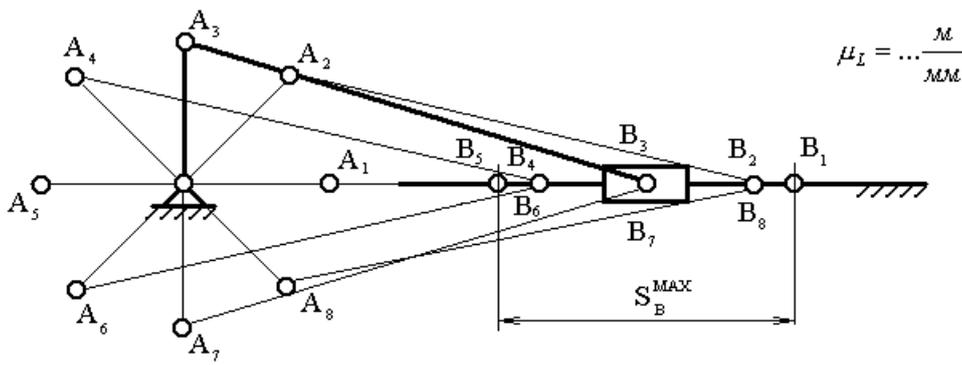
Метод кинематических диаграмм позволяет графическим способом определять положения отдельных точек звеньев, их скорости и ускорения. Построение начинают с плана механизма. Период изменения обобщенной координаты изображают на оси абсцисс произвольным отрезком l (мм), который разделен на части, пропорциональные углу поворота кривошипа, начиная с начального положения. По оси ординат в масштабе $\mu_l = \frac{L_i}{l_i}$,

откладываются перемещения интересующей точки по отношению к ее позиции в начальном положении механизма.

Масштабный коэффициент угла рассчитывается по формуле:

$$\mu_\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{l}$$

Соединяя полученные точки плавной кривой, получим диаграмму перемещения рассматриваемой точки в масштабах.



$$\mu_L = \dots \frac{M}{MM}$$

График перемещений точки В

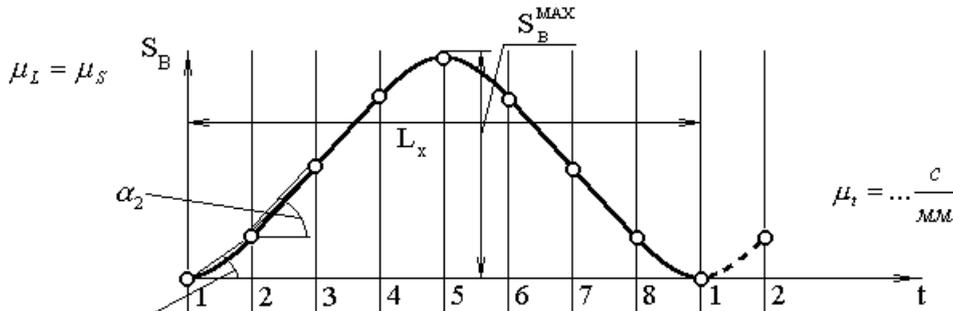


График скоростей точки В

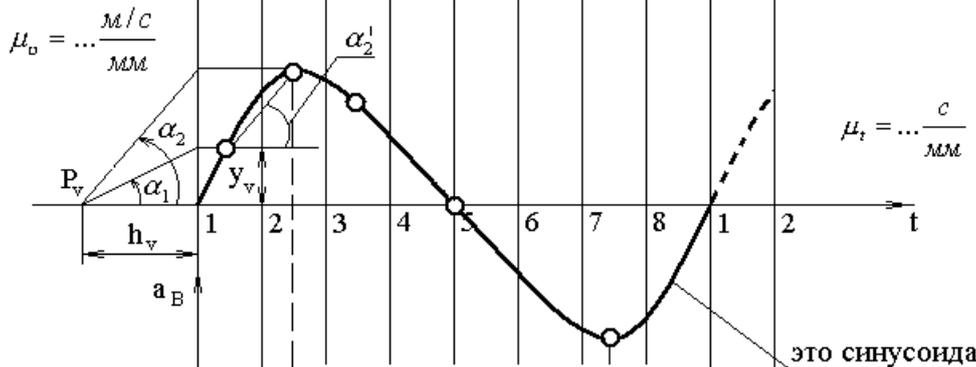
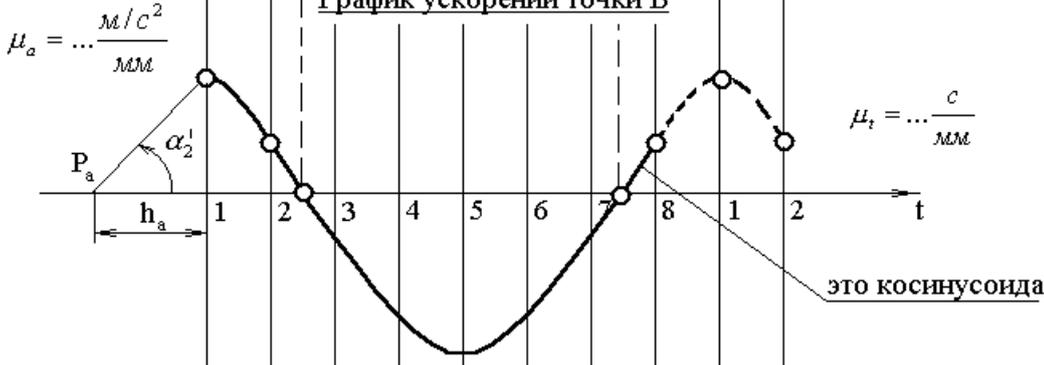


График ускорений точки В



Построение диаграмм аналога скорости и аналога ускорения производится методом графического дифференцирования, имея в виду, что $S_i' = \frac{dS}{d\varphi} = tg\alpha_i$, $S_i'' = \frac{d^2S}{d\varphi^2}$. Рассмотрим алгоритм построения графика аналога скорости dS_i . Весь график $S(\varphi)$ разбиваем на элементарные участки, заменяя его хордами. На будущем графике аналога скорости выбираем полюсное расстояние $h_v = (20-50)$ мм, из которого проводим линии, параллельные хордам. Точки пересечения этих линий с осью ординат являются

значениями аналогов скоростей dS_i . На серединах соответствующих участков в масштабе.

Масштаб диаграммы скоростей рассчитывается по формуле:

$$\mu_{V'} = \frac{\mu_l}{\mu_\varphi * h_v}$$

Скорость V'_B , определяемая по графику равна:

$$V'_B = \mu'_{V'} * l'_{V'_B} * \omega_1$$

Определим сходимость величин расчетной V_B , и V'_B , полученной из графика:

$$\Delta V_B = \frac{V_B - V'_B}{V_B} * 100\% \leq 10\%$$

Аналогично, графически дифференцируя график аналога скорости, получаем график аналога ускорения $S_i''(\varphi)$ в масштабе. На будущем графике аналога ускорения выбираем полюсное расстояние $h_a = (20-50)$ мм

Масштаб диаграммы ускорений рассчитывается по формуле:

$$\mu_{a'} = \frac{\mu_{V'}}{\mu_\varphi * h_a}$$

Ускорение a'_B , определяемое по графику равно:

$$a'_B = \mu'_{a'} * l'_{a'_B} * \omega_1^2$$

Сходимость величин a_B расчетной и a'_B , полученной из графика:

$$\Delta a_B = \frac{a_B - a'_B}{a_B} * 100\% \leq 10\%$$

3. ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКОГО РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА. СИЛОВОЙ АНАЛИЗ ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

3.1. Задачи силового анализа плоского рычажного механизма

Основные задачи силового анализа плоского рычажного механизма заключаются в определении параметров приводов машин и механизмов по приложенным к ним силам. По результатам силового анализа проектируется кинематическая схема привода и подбирается двигатель.

Для удобства выполнения силового анализа многосвязный механизм с одной степенью свободы заменяется расчетной моделью, состоящей из одного звена, называемого звеном приведения (в качестве такого звена удобно использовать кривошип).

На звенья механизма действуют следующие основные силы:

- 1) внешние (движущие силы, силы тяжести, полезного и вредного сопротивления, инерции);
- 2) внутренние (силы трения).

3.2. Приведенная и уравнивающая силы. Приведение моментов сил

Силы и пары сил, приложенные к звеньям механизма, при исследовании движения целесообразно заменять одной силой, приложенной к выбранной точке какого-либо звена так, чтобы эта сила была эквивалентна всем другим силам. Такая сила называется приведенной $F_{пр}$, а звено, к которому она приложена, – звеном приведения (рис. 3.1). Величина приведенной силы определяется из условия, что работа уравнивающих сил на возможном перемещении точки приложения равна сумме элементарных работ приводимых сил.

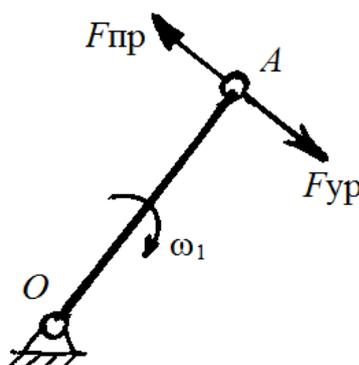


Рис. 3.1. Приведенная $F_{пр}$ и уравнивающая $F_{ур}$ силы

Уравновешивающая сила $F_{ур}$ равна приведенной силе и противоположна ей по знаку:

$$F_{пр} = -F_{ур}. \quad (3.1)$$

Приведенная сила определяется из условия, что ее мгновенная мощность равна сумме мгновенных мощностей всех сил, действующих на звенья:

$$F_{пр} = V^{-1} \cdot \Sigma(F_j V_j \cos \alpha_j + M_j \omega_j), \quad (3.2)$$

где F_j – все силы, действующие на звенья механизма, Н; M_j – все приводимые моменты сил, Нм; V – скорость точки звена приведения, м/с; V_j – скорость точки центра тяжести звена, м/с; ω_j – угловая скорость звена, 1/с; α_j – угол между соответствующей силой и скоростью.

Для упрощенного расчета приведенной силы можно использовать формулу (3.2), где учтено только действие внешних сил сопротивления, а силы вредного сопротивления учтены принимая, что они составляют 10% от сил полезного сопротивления. В качестве звена приведения используем кривошип.

Таким образом, если линия действия внешних сил сопротивления совпадает с направлением движения выходного звена уравновешивающая сила $F_{ур}$, Н, равная приведенной силе и противоположная ей по знаку определяется по формулам:

$$F_{ур} = \frac{F_c \cdot V_{ро} + 0,1 \cdot F_c \cdot V_{ро}}{V_A}, \text{ для рабочего хода;}$$

$$F_{ур} = \frac{0,1 \cdot F_c \cdot V_{ро}}{V_A}, \text{ для холостого хода.}$$

(3.3)

где V_A – скорость точки звена приведения, м/с; F_c – внешняя сила сопротивления (указана в задании), Н; $V_{ро}$ – скорость выходного звена, м/с.

Приведенный момент сил $M_{пр}$ определяется из условия, что его мгновенная мощность равна сумме мгновенных мощностей всех приводимых моментов сил, действующих на звенья:

$$M_{пр} = \omega_1^{-1} \cdot \Sigma(F_j V_j \cos \alpha_j + M_j \omega_j), \quad (3.4)$$

где ω_j – угловая скорость звена, 1/с; ω_1 – угловая скорость кривошипа, 1/с; F_j – все силы, действующие на звенья механизма, Н; V_j – скорость точки центра тяжести звена, м/с; M_j – все приводимые моменты сил, Нм; α_j – угол между соответствующей силой и скоростью.

Если линия действия внешних сил сопротивления совпадает с направлением движения выходного звена, то для упрощенного расчета приведен-

ного момента сил в данной курсовой работе можно использовать формулу (3.3), где учтено только действие внешних сил сопротивления, а момент сил вредного сопротивления $M_{вс}$ составляет 10 % от момента полезных сил сопротивления ($M_{пс} = F_c V_{po} / \omega_1$). В качестве звена приведения используем кривошип. Таким образом, формула (3.3) будет выглядеть так:

$$M_{пр} = \omega_1^{-1} \cdot F_c V_{po} + M_{вс}, \quad (3.5)$$

где ω_1 – угловая скорость кривошипа, 1/с; F_c – внешняя сила сопротивления (указана в задании), Н; V_{po} – скорость выходного звена (по заданию это скорость ползуна), м/с; $M_{вс}$ – момент вредных сил сопротивления, Н·м.

Приведенный момент сил $M_{пр}$ также можно вычислить:

$$M_{пр} = F_{пр} \cdot OA,$$

где OA – длина звена приведения.

Для более точного расчета приведенной силы и приведенного момента сил применяют графоаналитический метод рычага Н. Е. Жуковского [1].

3.2.1. Определение уравнивающей силы с помощью рычага Н. Е. Жуковского

Силовой расчет плоского рычажного механизма в курсовой работе предлагается выполнять методом кинетостатики с использованием графоаналитического способа построения планов сил.

Кинетостатика – это раздел механики, изучающий движение посредством уравнений, записанных в форме уравнений статики с использованием принципа Даламбера.

Механизм работает под воздействием различных сил: движущих сил, сил сопротивления, тяжести, инерции. Активные силы, реакции связей и силы инерции в любой момент движения образуют равновесную систему сил.

Силы, действующие на механизм:

- 1) движущие силы $\vec{F}_d(\varphi_1)$, $\vec{F}_d(\omega_1)$, $\vec{F}_d(\varphi_1, \omega_1)$ и моменты движущих сил $\vec{T}_d(\varphi_1)$, $\vec{T}_d(\omega_1)$, $\vec{T}_d(\varphi_1, \omega_1)$;
- 2) силы сопротивления и моменты сил сопротивления: полезного (технологического) – $\vec{F}_п$ и $\vec{M}_{пс}$ и вредного – $\vec{F}_{тр}$ и $\vec{M}_{вс}$;
- 3) силы тяжести подвижных звеньев $\vec{G}_j = m_j \cdot \vec{g}$, $g \approx 9,81 \text{ м/с}^2$;
- 4) силы реакций связей в кинематических парах $\vec{R}_{ij} = -\vec{R}_{ji}$;
- 5) силы инерции и моменты инерции:

- сила инерции при поступательном движении (рис. 3.2):

$$F_{ni} = -m_i \cdot a_{Si}, \quad (3.6)$$

где m_i – масса i -го звена, кг; a_{Si} – значение модуля ускорения точки S_i , м/с²; знак «минус» означает, что вектор силы инерции направлен в противоположную вектору ускорения центра тяжести звена сторону;

- момент сил инерции при вращательном движении (рис. 3.3):

$$M_{ni} = -J_{Si} \cdot \varepsilon_i \cdot \operatorname{sgn}\varepsilon_i, \quad (3.7)$$

где J_{Si} – заданный момент инерции i -го звена, кг·м²; ε_i – угловое ускорение звена, 1/с².

Направление углового ускорения ($\operatorname{sgn}\varepsilon_i = \pm 1$) определяется тем направлением, куда вектор касательного ускорения $\overrightarrow{a_{si}^\tau}$ стремится «повернуть» звено вокруг центра его вращения: $\operatorname{sgn}\varepsilon_i = 1$ – при вращении против часовой стрелки; $\operatorname{sgn}\varepsilon_i = -1$ – при вращении по часовой стрелке.

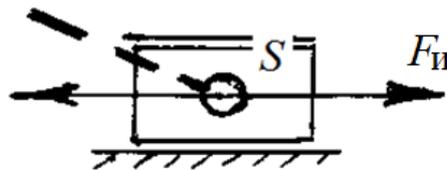


Рис. 3.2. Сила инерции при поступательном движении: S – центр тяжести звена; F_{ni} – сила инерции

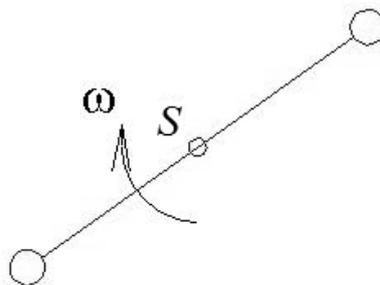


Рис. 3.3. Момент сил инерции при вращательном движении: ω – угловая скорость звена; S – центр масс звена

Для примера рассмотрим механизм, на который действуют силы, как показано на рис. 3.4.

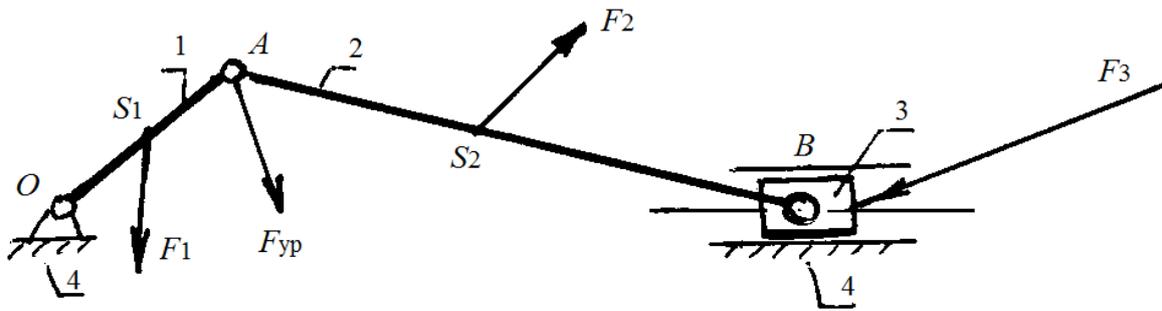


Рис. 3.4. Схема силового нагружения механизма: F_1-F_3 – силы, действующие на звенья; F_{yp} – уравнивающая сила; S_1, S_2 – центры масс звеньев

Определение уравнивающей силы аналитическим методом выполняется следующим образом:

- 1) составим уравнение суммы элементарных работ всех сил:

$$\sum_i F_i dS_i \cos(F_i; dS_i) - F_{yp} dS_A \cos(F_{yp}; dS_A) = 0;$$

- 2) разделим составляющие на dt :

$$\sum_i F_i \frac{dS_i}{dt} \cos(F_i; dS_i) - F_{yp} \frac{dS_A}{dt} \cos(F_{yp}; dS_A) = 0;$$

- 3) так как $\frac{dS_i}{dt} = V_{Si}$ – скорость точки S_i , то:

$$\sum_i F_i V_{Si} \cos(F_i; V_{Si}) - F_{yp} V_A \cos(F_{yp}; V_A) = 0.$$

Таким образом, получаем для уравнивающей силы:

$$F_{yp} = \frac{\sum_i F_i V_{Si} \cos(F_i; V_{Si})}{V_A \cos(F_{yp}; V_A)}. \quad (3.8)$$

Так называемый рычаг Н. Е. Жуковского представляет собой графическую интерпретацию известного принципа Даламбера – Лагранжа об элементарной работе приложенных к механической системе сил: рычаг Н. Е. Жуковского для механизма с одной степенью свободы всегда находится в равновесии.

Для построения и использования рычага Н. Е. Жуковского необходимо:

- 1) повернуть план скоростей механизма вокруг полюса p_0 в любую сторону (например, в сторону вращения кривошипа) на 90° ;
- 2) приложить в соответствующих динамической схеме механизма точках повернутого плана скоростей все активные силы, силы инерции и неизвестную уравнивающую силу;

3) составить уравнение моментного равновесия полученной схемы относительно полюса $p_o^{\text{ж}}$ повернутого плана скоростей.

Направления векторов сил на рычаге должны строго соответствовать их направлениям на динамической схеме механизма. Плечи сил относительно полюса $p_o^{\text{ж}}$ в миллиметрах снимаются непосредственно с чертежа рычага. Вектор $\vec{F}_{\text{уп}}$ уравновешивающей силы прикладывается в точке a рычага перпендикулярно отрезку $\overline{p_o^{\text{ж}} a}$.

Этот метод дает возможность решать сложные задачи динамики с помощью уравнений равновесия статики.

Пример 5. Пусть на звенья механизма действуют силы, как указано на рис. 3.5.

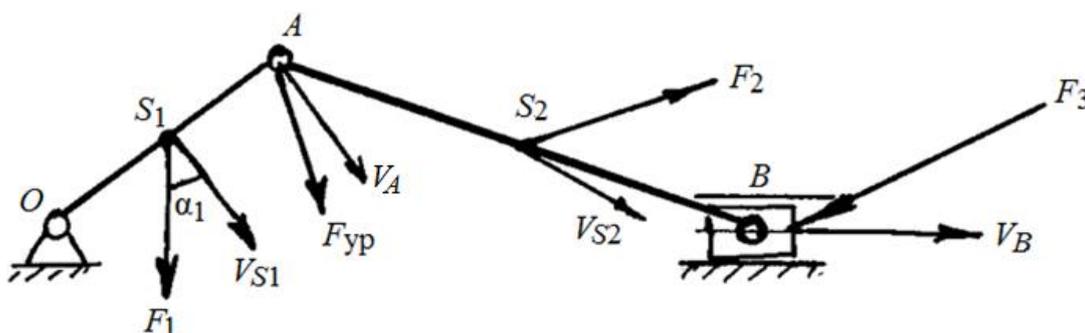


Рис. 3.5. Схема силового нагружения кривошипно-ползунного механизма: F_1-F_3 – силы, действующие на звенья; $F_{\text{уп}}$ – уравновешивающая сила; S_1, S_2 – центры масс звеньев; V_A – скорость точки A ; V_B – скорость точки B ; V_{S1}, V_{S2} – скорости точек центров масс

Решение. Принцип построения рычага Н. Е. Жуковского для кривошипно-ползунного механизма, изображенного на рис. 3.5, показан на рис. 3.6.

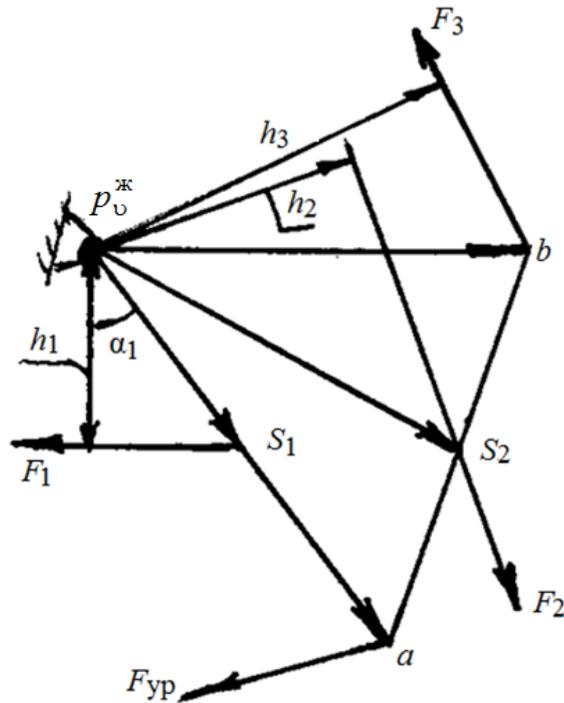


Рис. 3.6. Построение рычага Н. Е. Жуковского: h_1-h_3 – плечи сил F_1-F_3 , приложенных к центрам масс звеньев S_1-S_3 ; h_{yp} (вектор скорости точки A) – плечо уравновешивающей силы F_{yp}

Из условия равновесия момент от уравновешивающей силы F_{yp} относительно полюса p_0 равен сумме моментов всех сил, приложенных к механизму относительно полюса p_0 :

$$\sum F_i h_i - F_{yp} h_{yp} = 0 \Rightarrow F_{yp} = \frac{\sum F_i h_i}{h_{yp}};$$

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= V_{S_1} \cos \alpha_1 = V_{S_1} \cos(F_1; V_{S_1}); \\ &\dots\dots\dots; \\ h_i &= V_{S_i} \cos \alpha_i = V_{S_i} \cos(F_i; V_{S_i}); \\ h_{yp} &= V_A \cos \alpha = V_A \cos(F_{yp}; V_A) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dots$$

$$\dots \Rightarrow F_{yp} = \frac{\sum F_i h_i}{h_{yp}} = \frac{\sum F_i V_{S_i} \cos(F_i; V_{S_i})}{V_A \cos(F_{yp}; V_A)}.$$

Таким образом, мы получили уравнение, аналогичное уравнению аналитического метода.

В курсовом проекте уравновешивающую силу F_{yp} необходимо определить для положения механизма с F_{yp} максимальной (с учетом сил инерции F_{ni} и моментов инерции M_{ni}) в соответствии с аналитическим расчетом (рис. 3.8).

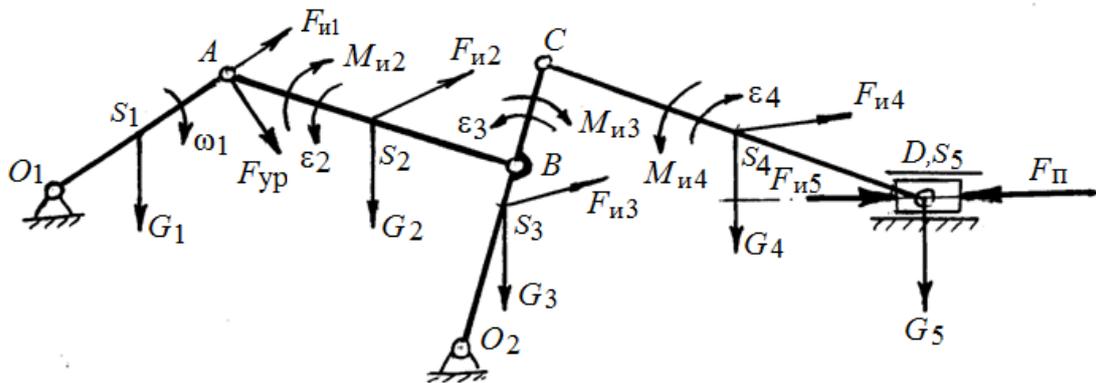


Рис. 3.8. Схема силового нагружения механизма: G_1-G_5 – силы тяжести звеньев; $F_{уп}$ – уравнивающая сила; $F_{п}$ – внешняя сила; $F_{и1}-F_{и5}$ – силы инерции звеньев; $M_{и2}-M_{и4}$ – моменты инерции звеньев 2–4; S_1-S_5 – центры масс звеньев; $\varepsilon_2-\varepsilon_4$ – угловые ускорения звеньев

Примечания

1. Если $F_{уп}$ получится со знаком «минус», то нужно изменить направление на плане нагрузки.
2. $F_{уп}$ следует направлять:
 - в машинах-орудиях – по ω_1 ;
 - в машинах-двигателях – против ω_1 .
3. Сила полезного сопротивления (внешняя сила) $F_{п}$ определяется по заданной диаграмме.

Пример построения рычага Н. Е. Жуковского для определения $F_{уп}$ для всего механизма только от действия сил тяжести и внешней силы показан на рис. 3.8.

Определение уравнивающей силы $F_{уп}$ от действия сил тяжести и внешней силы с учетом сил инерции $F_{иi}$ и моментов сил инерции $M_{иi}$.

Силы инерции $F_{иi}$ (Н) и моменты сил инерции $M_{иi}$ (Н·м) звеньев можно вычислить по формулам (3.6) и (3.7):

$$F_{иi} = -m_i a_{s_i}; \quad M_{иi} = -\varepsilon_i J_{s_i};$$

$$\varepsilon_i = \frac{a_i^\tau}{l_i}; \quad J_{s_i} = m_i \rho_i^2; \quad m_i = \frac{G_i}{g},$$

где $\overrightarrow{a_i^\tau}$ – касательное ускорение точки звена i , м/с²; $\overrightarrow{a_{s_i}}$ – ускорение точки центра тяжести звена i , м/с²; ε_i – угловое ускорение звена i , 1/с²; ρ_i – радиус инерции звена i , м, $\rho_i = 0,29l_i$; J_{s_i} – момент инерции звена i , кг·м²; l_i – длина звена i , м; m_i – масса звена i , кг.

Пример построения рычага Н. Е. Жуковского для определения $F_{ур}$ для всего механизма от действия сил тяжести, внешней силы и с учетом сил инерции $F_{иi}$ и моментов инерции $M_{иi}$ представлен на рис. 3.10.

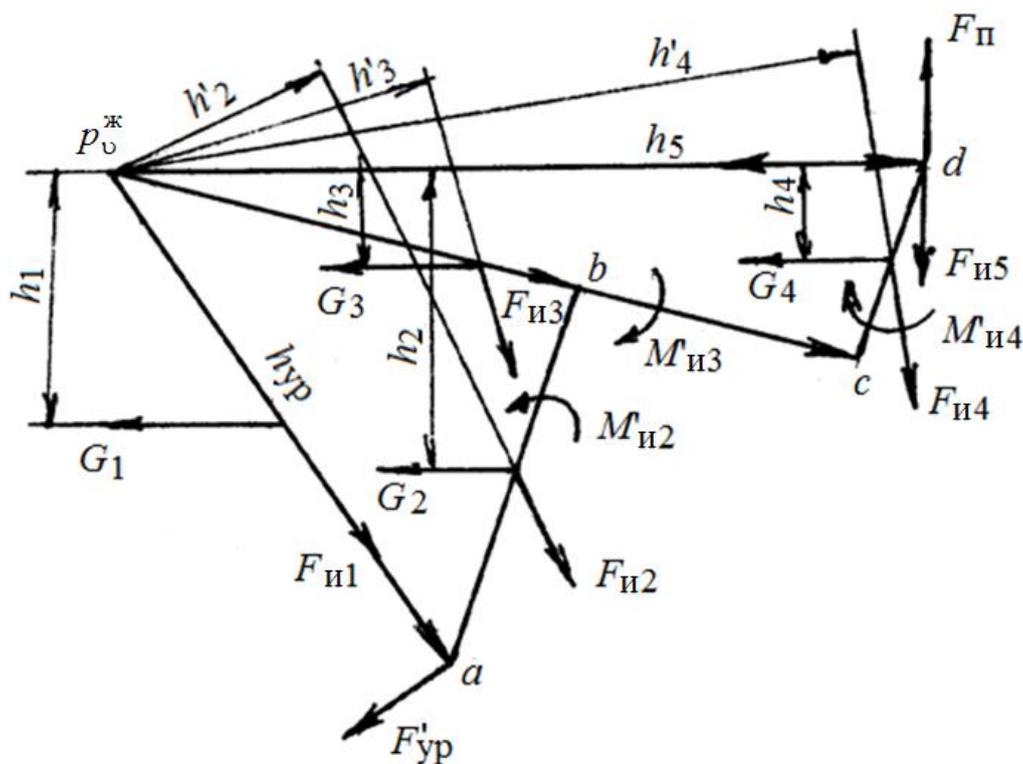


Рис. 3.10. Построение рычага Н. Е. Жуковского: h_1-h_4 – плечи сил тяжести G_1-G_4 , приложенных к центру масс звеньев; $h_{ур}$ – плечо уравнивающей силы $F'_{ур}$; h_5 – плечо внешней силы $F_{п}$; $h'_2-h'_4$ – плечи сил инерции $F_{и2}-F_{и4}$; $M'_{и2}-M'_{и4}$ – моменты сил инерции звеньев 2–4

План ускорений, использовавшийся для определения сил инерции и моментов сил инерции при построении рычага Н. Е. Жуковского, показан на рис. 3.11.

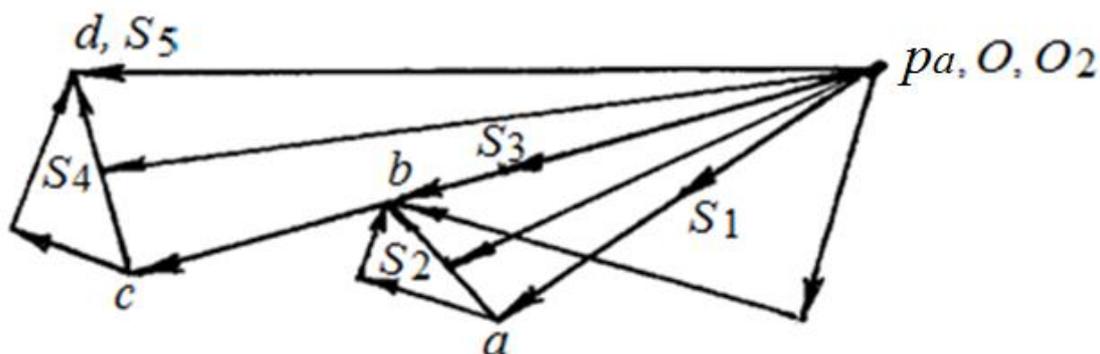


Рис. 3.11. План ускорений для механизма, изображенного на рис. 3.7: $a-d$ – скорости точек $A-D$; S_1-S_5 – скорости центров тяжести звеньев

Уравновешивающая сила $F'_{ур}$ для этапа 2, где учитываются все силы, действующие на механизм, может быть вычислена из условия, что момент от $F'_{ур}$ относительно полюса p_0 равен сумме моментов всех сил, приложенных к механизму относительно полюса p_0 :

$$F'_{ур} = \frac{\sum M}{h_{ур}},$$

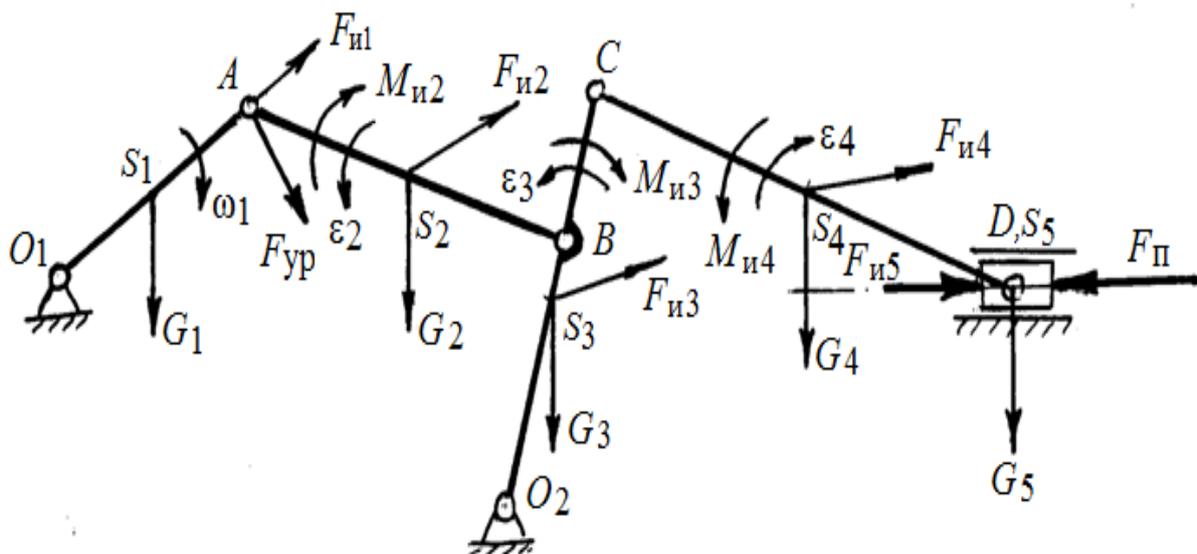
где $h_{ур}$ – плечо уравновешивающей силы; $\sum M$ – сумма моментов всех сил, приложенных к механизму.

Предварительно сделаем приведение момента сил инерции к масштабу плана скоростей. Масштабный коэффициент плана скоростей μ_v можно вычислить по формуле (2.7). Тогда приведенный момент силы инерции (Н·мм) каждого из звеньев рассчитывается по формуле

$$M'_{и_i} = \frac{M_{и_i} \cdot l_{VA}}{V_A} = \frac{M_{и_i}}{\mu_v}.$$

Решая уравнение равновесия, получим выражение для вычисления уравновешивающей силы:

$$\begin{aligned} & -G_1 h_1 - G_2 h_2 - F_{и_2} h'_2 + M'_{и_2} - G_3 h_3 - F_{и_3} h'_3 - M'_{и_3} - G_4 h_4 - F_{и_4} h'_4 - \dots \\ & \dots - M'_{и_4} - F_{и_5} h'_5 + F_{п} h_5 - F'_{ур} h_{ур} = 0 \Rightarrow \dots \\ \dots \Rightarrow F'_{ур} &= \frac{-G_1 h_1 - G_2 h_2 - F_{и_2} h'_2 + M'_{и_2} - G_3 h_3 - F_{и_3} h'_3 - M'_{и_3} - G_4 h_4 - \dots}{h_{ур}} \dots \\ & \dots \frac{-F_{и_4} h'_4 - M'_{и_4} - F_{и_5} h'_5 + F_{п} h_5}{h_{ур}}. \end{aligned}$$



3.2.2. Определение требуемой мощности и выбор электродвигателя

Заданное движение исполнительного механизма обеспечивается с помощью электродвигателя. Так как угловые скорости вала двигателя и ведущего звена рабочего механизма могут отличаться, между ними устанавливается передаточный механизм в виде зубчатых (или иных) передач.

Необходимая мощность электродвигателя $P_{дв}$ (Вт) определяется из условия, что его энергия затрачивается на преодоление приведенного к валу кривошипа O_1A приведенного момента $M_{пр}$ сил, действующих на механизм. С учетом общего КПД $\eta_{общ}$ исполнительного и передаточного механизмов имеем:

$$P_{дв} = \frac{M_{пр} \cdot \omega_1}{\eta_{общ}}, \quad (3.9)$$

где $M_{пр}$ – приведенный момент сил, Н·м; ω_1 – угловая скорость кривошипа, 1/с; $\eta_{общ}$ – общий КПД привода (можно принять $\eta_{общ} = 0,7...0,8$).

3.2.3. Определение реакций в кинематических парах без учета сил трения

Под действием внешних сил при движении механизма в кинематических парах возникают реактивные силы (реакции). Схема нагружения механизма представлена на рис. 3.12, *а*. Помимо сил сопротивления или движущих сил, на звенья механизма действуют: сила тяжести G_i , главный вектор сил инерции $F_{иi}$ и главный момент сил инерции $T_{иi}$, приложенные к центру тяжести S_2 .

Главный момент сил инерции $T_{иi}$ звена по направлению всегда противоположен угловому ускорению ε_i звена, т. е. при $\text{sgn}\varepsilon_i = -1$ главный момент сил инерции $\text{sgn}T_{иi} = 1$, и наоборот, при $\text{sgn}\varepsilon_i = 1$ $\text{sgn}T_{иi} = -1$.

Следовательно, второй задачей силового исследования механизма является определение реакций в кинематических парах.

В рычажных механизмах имеются только низшие кинематические пары. Силы взаимодействия звеньев, образующих такую пару, представляют собой равнодействующую элементарных сил, распределенных по поверхности соприкосновения звеньев (см. рис. 3.12, *б*, *з*).

В поступательной паре сила R_{30} , приложенная к некоторому звену 3 со стороны некоторого звена 0, направлена по нормали $n - n$ (см. рис. 3.12, б); модуль этой силы неизвестен.

В некоторых случаях при силовом расчете расстояние X может быть больше длины звена l_0 (см. рис. 3.12, в). Это будет свидетельствовать о том, что к звену 5 приложена не одна, а две реакции – R_{D50} и R_{E50} , направленные навстречу друг другу и имеющие неизвестные модули.

Во вращательной паре силы реакций R_{12} и R_{21} направлены нормально к цилиндрической поверхности соприкосновения звеньев. Векторы реакций проходят через центр шарнира – точки A (см. рис. 3.12, з) и O_1 (см. рис. 3.12, д). Модули этих сил неизвестны, неизвестен и угол β .

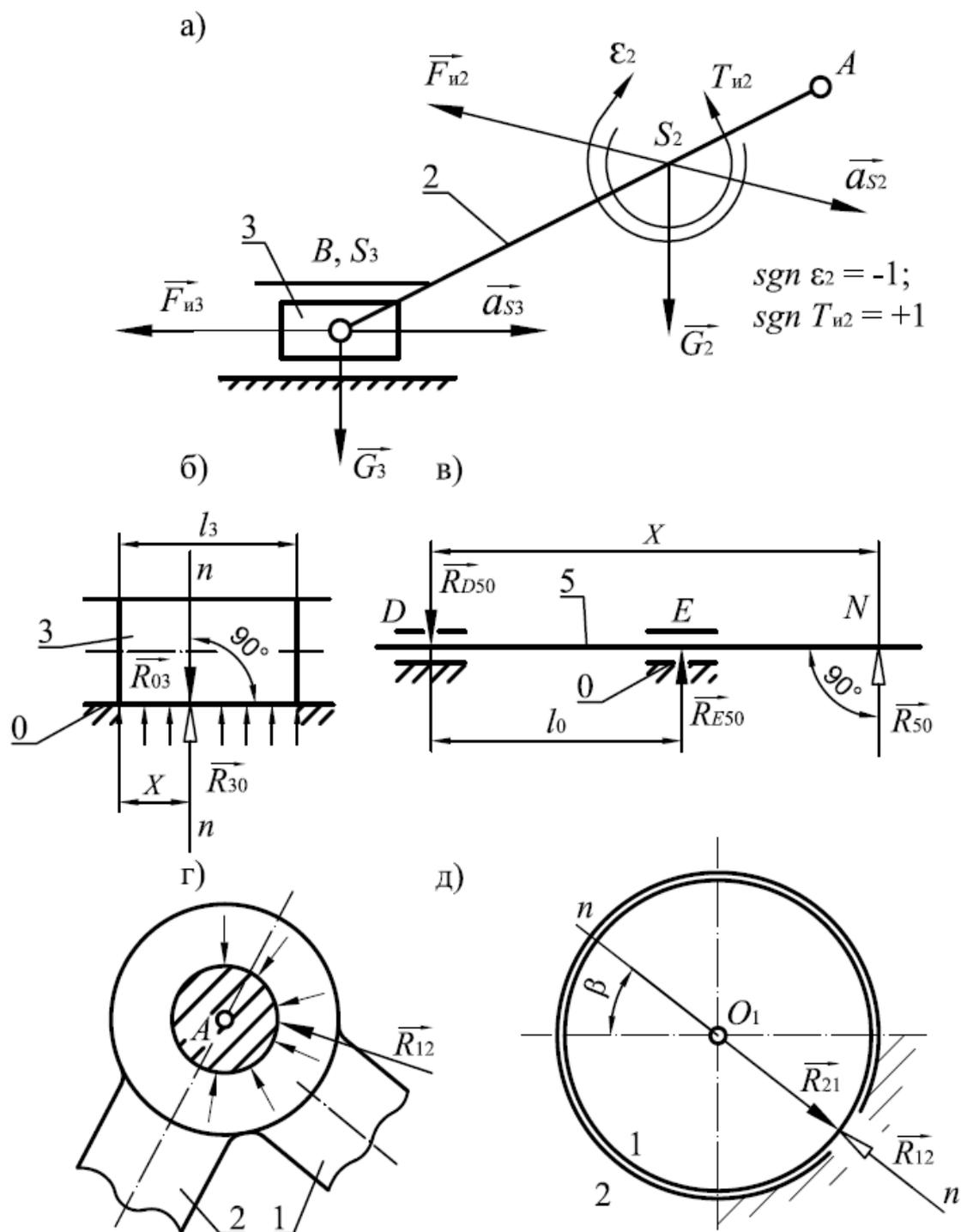


Рис. 3.12. Силы, действующие в механизмах и машинах: а – внешние силы (силы инерции, моменты сил инерции, силы тяжести звеньев); б, в – реакции в поступательной паре; г, д – реакции во вращательной паре

Определение реакций в кинематических парах относится к задачам кинетостатического расчета механизма. Кроме статически действующих сил, приложенных к звеньям механизма, учитываются также силы инерции.

При решении задач кинетостатики связанных систем применяется известный из теоретической механики принцип Даламбера совместно с прин-

ципом освобожденности: не нарушая движения или покоя системы, можно отбрасывать отдельные связи и прикладывать к системе соответствующие этим связям реакции.

Применение вышеуказанных принципов приводит к уравнениям равновесия сил, приложенных к механизму. Условие статического равновесия звена заключается в том, что сумма сил, а также суммы всех моментов этих сил и пар сил, приложенных к звену, относительно произвольной точки плоскости одновременно равны нулю:

$$\sum_{i=1}^n F_i + \sum_{i=1}^n F_{и_i} + \sum_{i=1}^n R_i = 0;$$

$$\sum_{i=1}^n M_{F_i} + \sum_{i=1}^n M_{F_{и_i}} + \sum_{i=1}^n M_{R_i} = 0.$$
(3.10)

По условию кинестатической определенности кинематических цепей число неизвестных, определяемых из какой-либо системы уравнений, должно быть равно числу уравнений в системе. Поэтому сначала выясняется кинестатическая определенность, а затем определяются реакции.

В общем случае каждая пара 5-го класса содержит два неизвестных: вращательная – величину и направление реакции, поступательная – величину и точку приложения реакции. Общее число неизвестных равно $2p_5$.

Для каждого звена (группы звеньев) можно составить три уравнения кинестатики вида

$$3t = 2p_5,$$

где t – число подвижных звеньев; p_5 – число кинематических пар 5-го класса.

Этому условию отвечают структурные группы Ассур с одной степенью подвижности. Следовательно, решение задачи заключается в рассмотрении равновесия каждой структурной группы, начиная с последней. Методика определения реакций зависит от вида структурной группы.

Пример 6. Рассмотрим механизм, на звенья которого действуют силы, как показано на рис. 3.13.

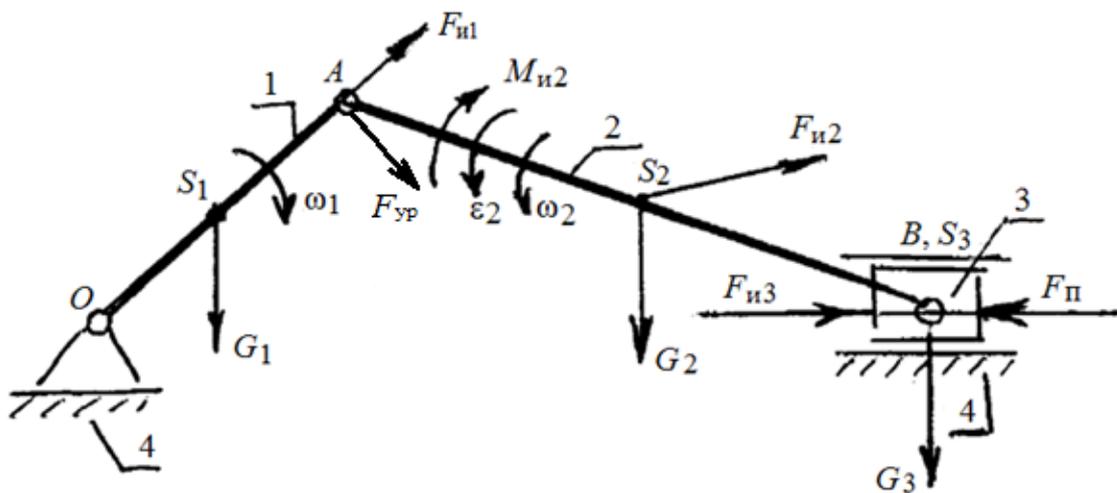


Рис. 3.13. Схема силового нагружения кривошипно-ползунного механизма: G_1-G_3 – силы тяжести звеньев 1–3; $F_{уп}$ – уравнивающая сила; $F_{п}$ – внешняя сила; $F_{и1}-F_{и3}$ – силы инерции звеньев 1–3; $M_{и2}$ – момент сил инерции звена 2; S_1-S_3 – центры масс звеньев 1–3; ω_1, ω_2 – угловые скорости звеньев 1 и 2; ϵ_2 – угловое ускорение звена 2

Решение. Разделим данный механизм на группы Ассур и рассмотрим его, начиная с последней группы. Групп всего две: первая образуется звеньями 4–1, вторая – звеньями 2–3 (рис. 3.14).

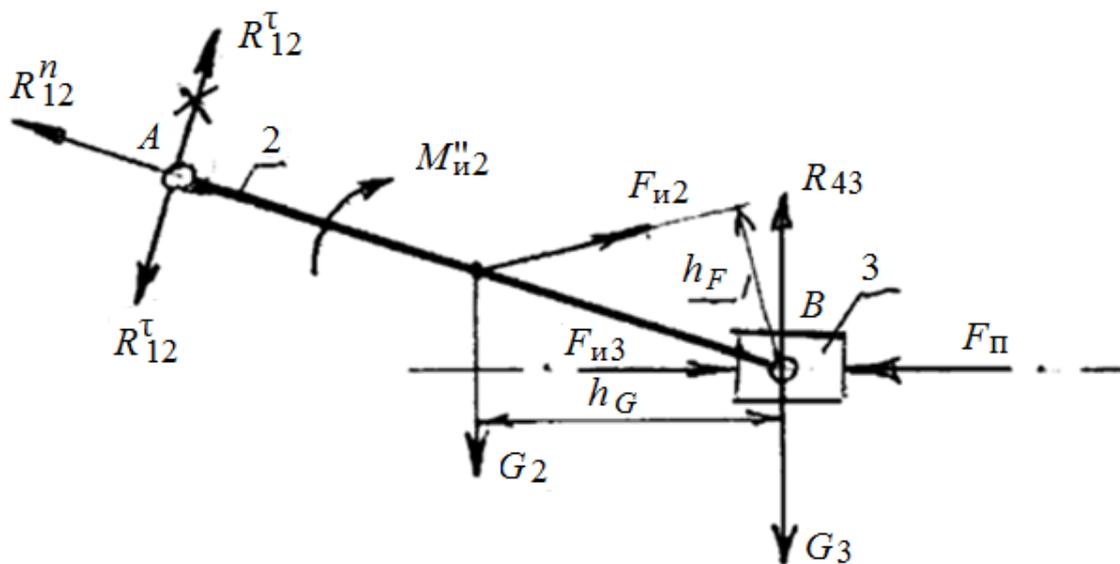


Рис. 3.14. План структурной группы 2–3 с приложенными силами: G_2, G_3 – силы тяжести звеньев 2, 3; $F_{п}$ – внешняя сила; $F_{и2}, F_{и3}$ – силы инерции звеньев 2, 3; $M''_{и2}$ – момент силы инерции звена 2; R_{12}^t, R_{12}^n – реакции в шарнире A; R_{43} – реакция в ползуне

Отделенные звенья заменяются для равновесия системы следующими реакциями: в точке A – реакциями R_{12}^t и R_{12}^n , действующими от звена 1 на

звено 2, в ползуне 3 – реакцией R_{43} , действующей от неподвижной стойки 4 на звено 3.

Беря сумму моментов сил (Н) относительно точки B , найдем величину реакции R_{12}^{τ} (предварительно сделаем приведение момента сил инерции к масштабу чертежа μ_l):

$$M_{и2}'' = \frac{M_{и2} \cdot \overline{l_{AB}}}{l_{AB}} = \frac{M_{и2}}{\mu_l};$$

$$\sum M_B = 0: -R_{12}^{\tau} \cdot \overline{l_{AB}} - M_{и2}'' + G_2 \cdot h_G - F_{и2} \cdot h_F = 0 \Rightarrow \dots$$

$$\dots \Rightarrow R_{12}^{\tau} = \frac{-M_{и2}'' + G_2 \cdot h_G - F_{и2} \cdot h_F}{\overline{l_{AB}}},$$

где $M_{и2}''$ – приведенный момент силы инерции звена 2, Н·мм; l_{AB} – длина звена AB ; h_F – плечо силы инерции $F_{и2}$ звена 2; h_G – плечо силы тяжести G_2 звена 2.

Из уравнения видно, что R_{12}^{τ} получится со знаком «минус». Предварительно направление реакции R_{12}^{τ} было принято произвольно, но теперь оно уточнено, поэтому необходимо изменить его на расчетной схеме.

Из условия равновесия составим векторное уравнение для построения плана сил, показанных на рис. 3.14:

$$\vec{R}_{12}^{\tau} + \vec{G}_2 + \vec{F}_{и2} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{и3} + \vec{F}_{п} + \vec{R}_{43} + \vec{R}_{12}'' = 0.$$

Из известных сил необходимо выбрать максимальную и, задавая ее графической величиной, определить вычислительный масштаб плана сил (Н/мм) для рассматриваемой группы:

$$\mu_{R_2} = \frac{F_{п}}{\overline{F}_{п}},$$

где $F_{п}$ – действительная величина силы; $\overline{F}_{п}$ – графическая ее величина.

Имея вычислительный масштаб, можно определить величину векторов остальных известных сил. Например, графическая величина вектора силы тяжести, мм:

$$\overline{G}_2 = \frac{G_2}{\mu_{R_2}}.$$

Примечание: если вектор получился весьма малой величины, то им можно пренебречь.

Порядок построения плана сил: из произвольно выбранной точки необходимо последовательно, согласно векторному уравнению, построить векторы сил, проводя их параллельно силам, показанным на звеньях груп-

пы. Величины векторов сил пока неизвестны, но известны их линии действия, пересечение которых на плане и определит величину сил, Н:

$$R_{12} = \overline{R_{12}} \cdot \mu_{R_2};$$

$$R_{43} = \overline{R_{43}} \cdot \mu_{R_2};$$

$$R_{32} = \overline{R_{32}} \cdot \mu_{R_2}.$$

План сил для структурной группы 2–3 согласно расстановке сил, приложенных к звеньям на рис. 3.14, представлен на рис. 3.15.

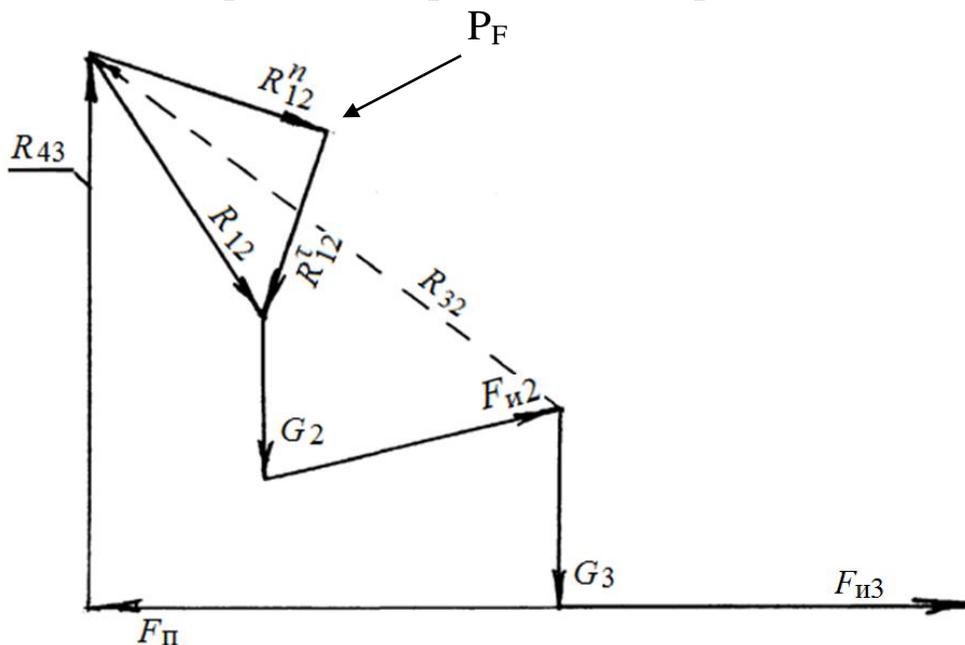
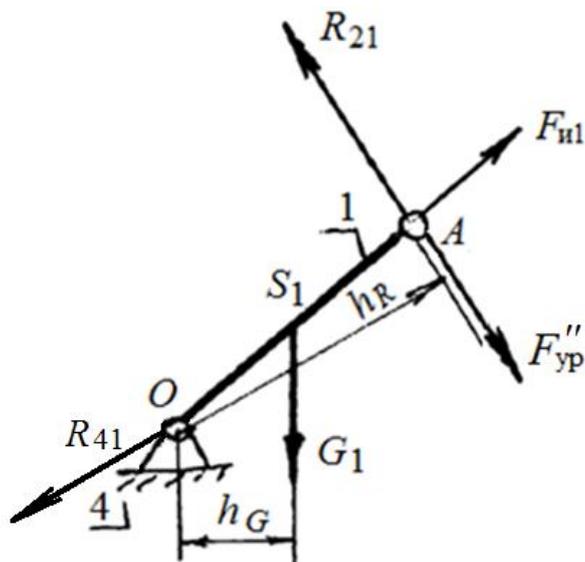


Рис. 3.15. План сил структурной группы 2–3 согласно расстановке сил, показанной на рис. 3.14

Рассмотрим первую группу Ассур 1–4, изображенную на рис. 3.16.



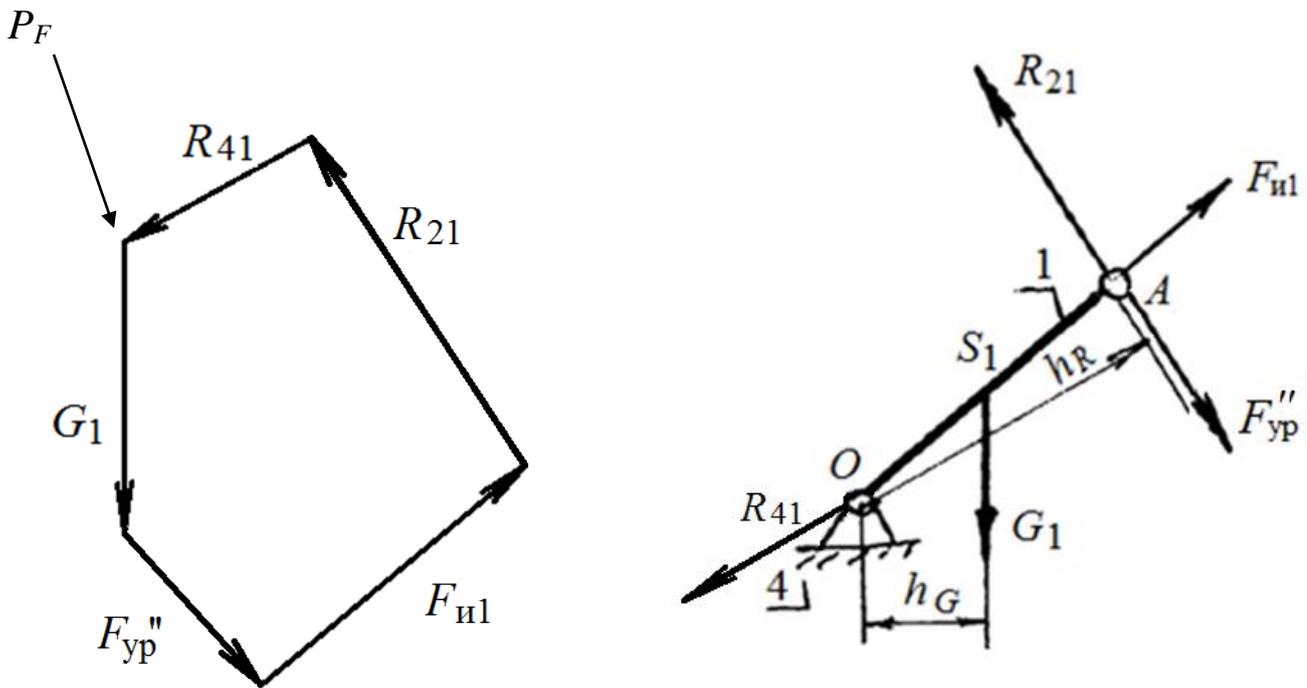


Рис. 3.16. План кривошипа с приложенными силами: G_1 – сила тяжести звена 1; $F_{уп}''$ – уравнивающая сила; $F_{и1}$ – сила инерции звена 1; R_{21} , R_{41} – реакции в шарнирах A и O

Рис. 3.17. План сил кривошипа

Векторное уравнение будет иметь следующий вид:

$$\vec{G}_1 + \vec{F}_{и1} + \vec{R}_{21} + \vec{R}_{41} + \vec{F}_{уп}'' = 0;$$

$$\mu_{R_1} = \frac{R_{21}}{R_{41}}, \text{ Н/мм}; \quad \overline{G}_1 = \frac{G_1}{\mu_{R_1}}, \text{ мм}; \quad \overline{F}_{и1} = \frac{F_{и1}}{\mu_{R_2}}, \text{ мм}; \quad R_{41} = \overline{R}_{41} \cdot \mu_{R_1}, \text{ Н};$$

$$F_{уп}'' \overline{l}_{OA} = -G_1 h_G + R_{21} h_R \Rightarrow F_{уп}'' = \frac{-G_1 h_G + R_{21} h_R}{\overline{l}_{OA}}, \text{ Н};$$

$$F_{уп}'' \approx F'_{уп} \text{ (с разницей около 2% ...5%),}$$

где $F'_{уп}$ – уравнивающая сила, определенная с помощью рычага Н. Е. Жуковского; $F_{уп}''$ – уравнивающая сила, определенная с помощью кинетостатического метода исследования механизма.

План сил для структурной группы 1–4 согласно расстановке сил, приложенных к кривошипу на рис. 3.16, представлен на рис. 3.17.

Примеры составления уравнений кинетостатики и построения планов сил групп Ассура даны в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Уравнения кинестатики и планы сил групп Ассра

Схемы силового нагружения	Уравнения кинестатики	Результаты	Планы сил
	<p>1. Для звена 2: $\sum M_B = 0; \vec{R}_{21}^t \cdot AB - \vec{G}_2 \cdot h_{G_2} - \vec{F}_{и2} \cdot h_{F_{и2}} - M'_{и2} = 0.$</p> <p>2. Для группы звеньев 2-3 $\vec{R}_{30} + \vec{F}_C + \vec{G}_3 + \vec{F}_{и3} + \vec{G}_2 + \vec{F}_{и2} + \vec{R}_{21}^t + \vec{R}_{21}^n = 0;$ $\vec{R}_{21} = \vec{R}_{21}^t + \vec{R}_{21}^n.$</p> <p>3. Для звена 3: $\vec{R}_{30} + \vec{F}_C + \vec{G}_3 + \vec{F}_{и3} + \vec{R}_{32} = 0$</p>	<p>\vec{R}_{21}^t</p> <p>$\vec{R}_{30}; \vec{R}_{21}^n$</p> <p>$\vec{R}_{21} = -\vec{R}_{12}$</p> <p>$\vec{R}_{32} = -\vec{R}_{23}$</p>	
	<p>1. Для звена 2: $\sum M_B = 0; -\vec{R}_{21}^t \cdot AB - \vec{G}_2 \cdot h_{G_2} - \vec{F}_{и2} \cdot h_{F_{и2}} + \dots$ $\dots + M'_{и2} = 0.$</p> <p>2. Для звена 2: $\vec{R}_{21} + \vec{F}_{и2} + \vec{G}_2 + \vec{R}_{23} = 0.$</p> <p>2. Для звена 3: $\sum M_B = 0; \vec{R}_{30}^t \cdot O_2B - \vec{F}_C \cdot h_{F_C} - \vec{G}_3 \cdot h_{G_3} + \dots$ $\dots + \vec{F}_{и3} \cdot h_{F_{и3}} - M'_{и3} = 0.$</p> <p>3. Для группы звеньев 2-3: $\vec{R}_{21}^n + \vec{R}_{21}^t + \vec{F}_C + \vec{G}_2 + \vec{F}_{и2} + \vec{G}_3 + \vec{F}_{и3} + \vec{R}_{30}^t + \vec{R}_{30}^n = 0;$ $\vec{R}_{21} = \vec{R}_{21}^t + \vec{R}_{21}^n; \vec{R}_{30} = \vec{R}_{30}^t + \vec{R}_{30}^n$</p>	<p>\vec{R}_{21}^t</p> <p>\vec{R}_{23}</p> <p>\vec{R}_{30}^t</p> <p>$\vec{R}_{21}^n; \vec{R}_{30}^n;$</p> <p>$\vec{R}_{30}^t; \vec{R}_{21}^n$</p>	

Зная реакции в кинематических парах, можно определить мощность, затрачиваемую на преодоление трения.

1. Мощность на трение во вращательной паре, Вт:

$$P_{\text{тр(вкп)}} = R_i \cdot f \cdot r_i \cdot \omega_{\text{отн}}, \quad (3.11)$$

где R_i – реакция в кинематической паре, Н; f – коэффициент силы трения; $\omega_{\text{отн}}$ – относительная угловая скорость звеньев, 1/с; r_i – радиус шарнира, м:

$$r_i = 1/2000 \cdot R_i^{1/2}. \quad (3.12)$$

Величина относительной угловой скорости звеньев определяется согласно рис. 3.18.

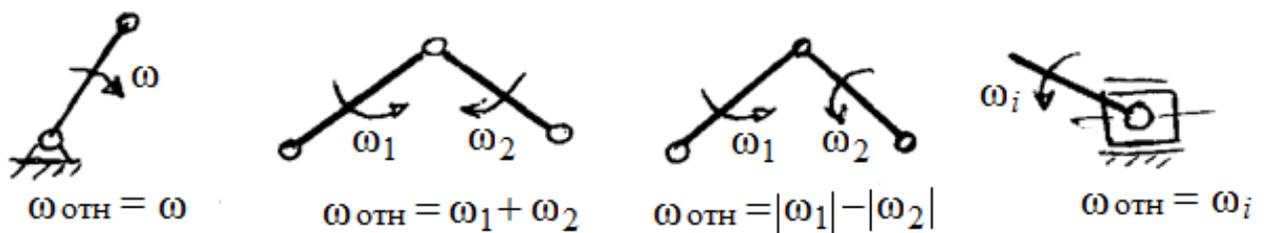


Рис. 3.18. Величина относительной угловой скорости звеньев $\omega_{\text{отн}}$: ω – угловая скорость кривошипа; ω_1, ω_2 – угловые скорости звеньев 1 и 2; ω_i – угловая скорость i -го звена

2. Мощность на трение в поступательной паре, Вт:

$$P_{\text{тр(пкп)}} = R_i \cdot f \cdot V_i. \quad (3.13)$$

3. Суммарная мощность, затрачиваемая на трение, Вт:

$$P_{\text{тр}\Sigma} = \Sigma P_{\text{тр(вкп)}} + P_{\text{тр(пкп)}}. \quad (3.14)$$

Мгновенная мощность двигателя, Вт:

$$P_{\text{дв(мгм)}} = P + P_{\text{тр}\Sigma}, P = (F_{\text{пр}} \cdot l_{OA} \cdot \omega_1) / \eta. \quad (3.15)$$

Для определения средней мощности двигателя необходимо рассмотреть механизм в положениях за один оборот пальца кривошипа.

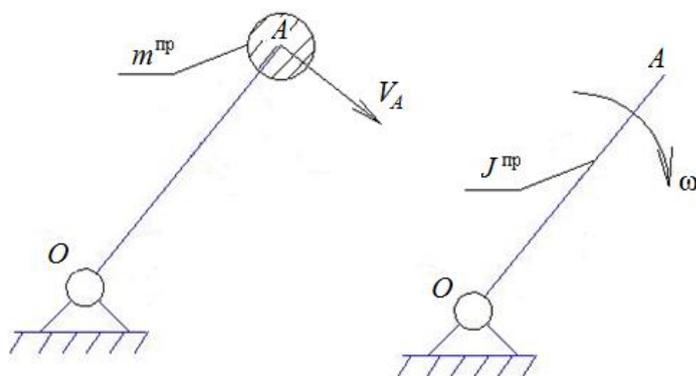
4. РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНИЗМА

4.1. Расчет приведенного момента инерции механизма

В этом разделе курсовой работы необходимо определить величину приведенного момента инерции – обобщенной характеристики инерционности механизма.

Приведение масс и моментов инерции – это замена системы масс подвижных звеньев механизма приведенной массой, сосредоточенной в выбранной точке, или приведенным моментом инерции звена приведения, кинетическая энергия которого равна сумме кинетических энергий всех подвижных звеньев механизма. Приведение основано на эквивалентности мгновенных значений кинетической энергии звена приведения и всего механизма.

Величина угловой скорости начального звена периодически колеблется относительно некоторого постоянного среднего значения $\omega_1 = \text{const}$, так как во время работы механизма в течение одного оборота ведущего звена (кривошипа) силы, действующие на звенья, постоянно изменяются (за исключением сил тяжести), что влияет на угловую скорость кривошипа. Знание величины приведенного момента инерции механизма позволяет уравновесить механизм с помощью маховика. При этом можно обеспечить колебание угловой скорости кривошипа в соответствии с заданным коэффициентом неравномерности движения δ .



Маховик – это вращающийся массивный сплошной диск (или шкив) с постоянным моментом инерции, кинетическая энергия которого равна кинетической энергии всего механизма. Маховик предназначен для обеспечения заданного коэффициента неравномерности движения δ .

1. Кинетическая энергия звена, совершающего поступательное плоскопараллельное движение вместе с центром масс (рис. 4.1):

$$E = \frac{m_S V_S^2}{2}, \quad (4.1)$$

где m_S – масса звена, кг; V_S – скорость точки центра тяжести звена, м/с.

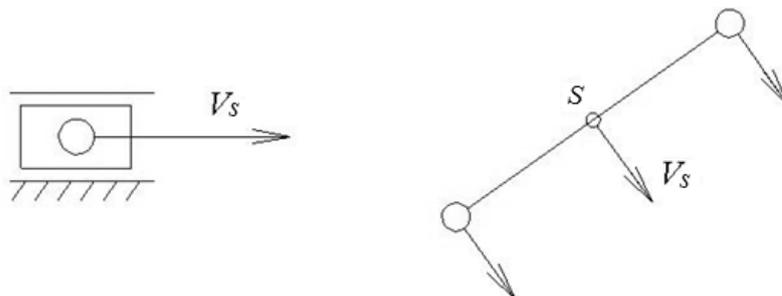


Рис. 4.1. Схема звена, совершающего поступательное плоскопараллельное движение: V_S – скорость точки центра тяжести звена; S – центр тяжести звена

2. Кинетическая энергия звена, совершающего вращательное движение вокруг центра масс (рис. 4.2):

$$E = \frac{J_S \omega^2}{2}, \quad (4.2)$$

где ω – угловая скорость звена, 1/с; J_S – момент инерции звена, кг·м².

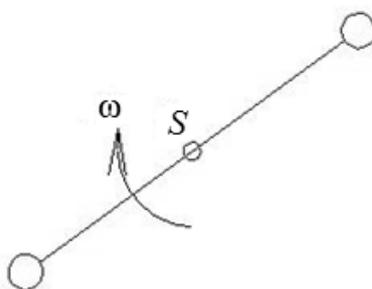


Рис. 4.2. Схема звена, вращающегося вокруг центра масс: ω – угловая скорость звена; S – центр масс

3. Кинетическая энергия звена, совершающего вращательное движение относительно оси вращения в точке O (рис. 4.3):

$$E = \frac{J_O \omega^2}{2}; \quad J_O = J_S + ml_S^2, \quad (4.3)$$

где ω – угловая скорость звена, 1/с; m – масса звена, кг; J_S – момент инерции звена, кг·м²; J_O – момент инерции звена относительно оси вращения O , кг·м²; l_S – расстояние от центра вращения до центра масс, м.

Величина ml_S^2 чаще всего весьма мала, и ею, как правило, пренебрегают.

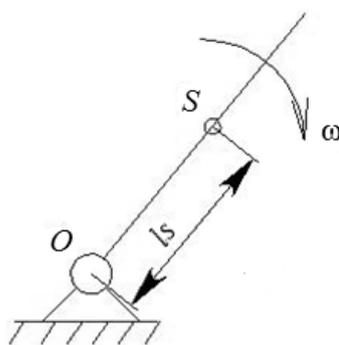


Рис. 4.3. Схема звена, вращающегося относительно оси вращения: ω – угловая скорость звена; l_S – расстояние от центра вращения O до центра масс S

Кинетическая энергия звена, совершающего сложное движение (рис. 4.4):

$$E = \frac{J_S \omega^2}{2} + \frac{mV_S^2}{2}, \quad (4.4)$$

где ω – угловая скорость звена, 1/с; m – масса звена, кг; J_S – момент инерции звена, кг·м²; V_S – скорость точки центра тяжести звена, м/с.

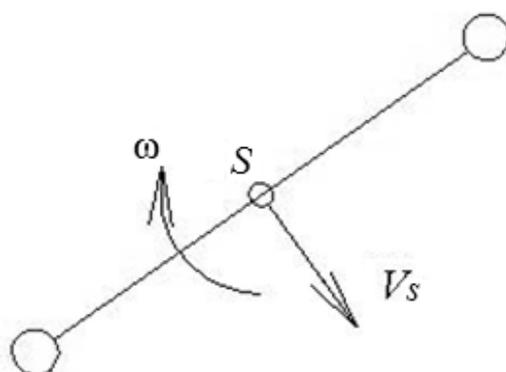


Рис. 4.4. Схема звена, совершающего поступательное и вращательное движение: V_S – скорость точки центра масс S ; ω – угловая скорость звена

Если механизм имеет одну степень подвижности ($W = 1$), то его кинетическая энергия может быть выражена через кинетическую энергию приведенной к точке массы $m^{\text{пр}}$ или через приведенный момент инерции звена приведения $J^{\text{пр}}$ (рис. 4.5).

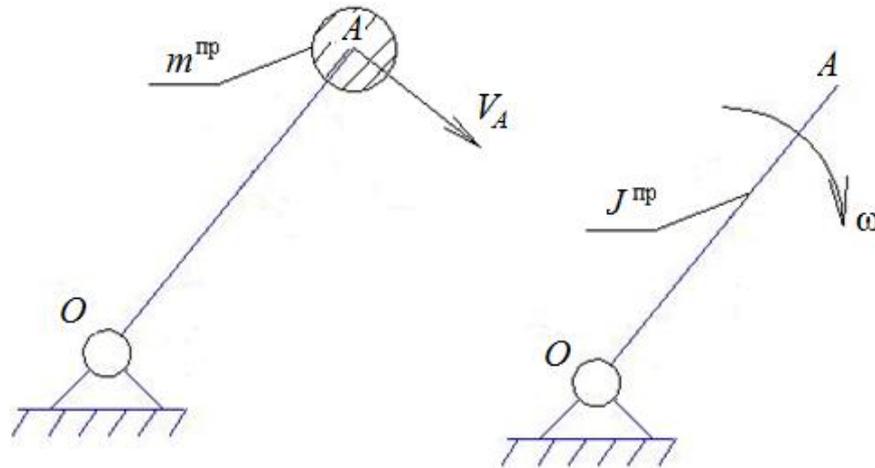


Рис. 4.5. Приведение масс и моментов инерции подвижных звеньев механизма к приведенной массе или приведенному моменту: V_A – скорость точки A ; ω – угловая скорость звена; $J^{\text{пр}}$ – приведенный момент инерции звена; $m^{\text{пр}}$ – приведенная масса звена в точке A

Для механизма с $W = 1$ кинетическая энергия приведенной массы к точке звена приведения:

$$E^{\text{пр}} = m^{\text{пр}} V_A^2 / 2, \quad (4.5)$$

а кинетическая энергия приведенного момента инерции к звену приведения, соответственно:

$$E^{\text{пр}} = J^{\text{пр}} \omega_1^2 / 2. \quad (4.6)$$

Так как кинетическая энергия механизма в каждый момент времени эквивалентна кинетической энергии приведенной массы или приведенного момента инерции звена приведения, то можно записать:

$$E^{\text{пр}} = E.$$

Общая кинетическая энергия механизма E для любого его положения равна сумме кинетических энергий всех подвижных звеньев:

$$E = \sum_{i=1}^n \left(\frac{J_{S_i} \omega_i^2}{2} + \frac{m_i V_{S_i}^2}{2} \right), \quad (4.7)$$

где ω_i – угловая скорость звена, 1/с; m_i – масса звена, кг; J_{S_i} – момент инерции звена, кг·м²; V_{S_i} – скорость точки центра тяжести звена, м/с.

Если равны левые части уравнений (4.5)–(4.7), то равны и их правые части:

$$\begin{aligned} \frac{m^{\text{пр}} V_1^2}{2} &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{J_{S_i} \omega_i^2}{2} + \frac{m_i V_{S_i}^2}{2} \right); \\ \frac{J^{\text{пр}} \omega_1^2}{2} &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{J_{S_i} \omega_i^2}{2} + \frac{m_i V_{S_i}^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Решая уравнения относительно $m^{\text{пр}}$ и $J^{\text{пр}}$, получим:

$$m^{\text{пр}} = \frac{1}{V_1^2} \sum_{i=1}^n (J_{S_i} \omega_i^2 + m_i V_{S_i}^2); \quad (4.9)$$

$$J^{\text{пр}} = \frac{1}{\omega_1^2} \sum_{i=1}^n (J_{S_i} \omega_i^2 + m_i V_{S_i}^2). \quad (4.10)$$

Пример 7. Выполнить силовой и динамический анализ исполнительного рычажного механизма качающегося инерционного конвейера (см. рис. 2.2) для положения 5 по следующим исходным данным: частота вращения кривошипа $n_1 = 75$ об/мин; размеры, м: $l_{O_1A} = 0,2$, $l_{AB} = 0,6$, $l_{O_2B} = 0,5$, $l_{BC} = 1,3$, $X_0 = 0,45$, $Y_0 = 0,1$; массы звеньев, кг: $m_1 = 0,3$, $m_2 = 0,7$, $m_3 = 0,5$, $m_4 = 0,4$, $m_5 = 0,4$; силы сопротивления движению ползуна при прямом ходе $F_c = 3000$ Н.

Решение

1. Приведенный момент сил определяем по формуле (3.5):

$$M_{\text{пр}} = \omega_1^{-1} \cdot F_c V_{\text{po}} + M_{\text{вс}} = \frac{1}{7,85} \cdot 3000 \cdot 1,75 + 6,7 = 675,5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2. Требуемая мощность электродвигателя (Вт) при КПД привода $\eta_{\text{общ}} = 0,8$:

$$P_{\text{дв}} = \frac{M_{\text{пр}} \cdot \omega_1}{\eta_{\text{общ}}} = \frac{675,5 \cdot 7,85}{0,8} = 6670.$$

Выбираем электродвигатель с мощностью $P_{\text{дв}} = 7,5$ кВт (номинальная частота вращения $n_{\text{дв}} = 1455$ об/мин).

3. Общее передаточное отношение для передаточного механизма (передаточное число редуктора):

$$u = n_{дв}/n_{кр} = 1455/75 = 19,4.$$

4. Приведенный момент инерции звена приведения (кривошипа) вычисляется из условия, что кинетическая энергия этого звена равна сумме кинетических энергий всех подвижных звеньев механизма.

Кинетическая энергия приведенного момента инерции к звену приведения определяется по формуле (4.6):

$$E^{пр} = \frac{J^{пр} \omega_1^2}{2}.$$

Кинетическая энергия всех подвижных звеньев механизма:

$$- \text{ звена } O_1A: E = \frac{J_{SA} \omega_1^2}{2};$$

$$- \text{ звена } AB: E = \frac{J_{SAB} \omega_2^2}{2} + \frac{m_{AB} V_{AB}^2}{2};$$

$$- \text{ звена } O_2B: E = \frac{J_{SO_2B} \omega_3^2}{2};$$

$$- \text{ звена } BC: E = \frac{J_{SBC} \omega_4^2}{2} + \frac{m_{BC} V_{BC}^2}{2};$$

$$- \text{ звена } C: E = \frac{m_C V_C^2}{2}.$$

Момент инерции подвижного звена:

$$J_{Si} = m_i \cdot p_i^2,$$

где p_i – радиус инерции звена, м, $p_i = 0,3l_i$, l_i – длина звена, м.

Таким образом, приведенный момент инерции звена приведения, кг·м²:

$$\begin{aligned} J^{пр} = \frac{1}{\omega_1^2} (& J_{SAB} \omega_1^2 + J_{SAB} \omega_2^2 + m_{AB} V_{SAB}^2 + J_{SO_2B} \omega_3^2 + J_{SBC} \omega_4^2 + \dots \\ & \dots + m_{SBC} V_{SBC}^2 + m_C V_C^2) = \frac{1}{7,85^2} (0,3(0,3 \cdot 0,2)^2 \cdot 7,85^2 + 0,7(0,3 \cdot 0,6)^2 \times \dots \\ & \dots \times 0,87^2 + 0,7 \cdot 0,525^2 + 0,5(0,3 \cdot 0,5)^2 \cdot 4,2^2 + 0,4(0,3 \cdot 1,3)^2 \cdot 0,35^2 + \dots \\ & \dots + 0,4 \cdot 0,455^2 + 0,5 \cdot 2,1^2) = 0,04. \end{aligned}$$

4.2. Уравнение движения механизма в энергетической форме

Для определения закона движения механизма необходимо решить уравнение его движения.

Основой для составления уравнения движения механизма с одной степенью подвижности служит теорема об изменении кинетической энергии, согласно которой *изменение кинетической энергии механизма происходит за счет работы всех сил и моментов, приложенных к механизму:*

$$\Delta E = E - E_{\text{нач}} = A_{\text{дс}} - A_{\text{пс}} - A_{\text{вс}} \pm A_G = \sum A, \quad (4.11)$$

где E – текущее значение кинетической энергии; $E_{\text{нач}}$ – ее начальное значение; $A_{\text{дс}}$ – работа движущих сил; $A_{\text{пс}}$ – работа сил полезного сопротивления; $A_{\text{вс}}$ – работа сил вредного сопротивления; A_G – работа сил тяжести; $\sum A$ – сумма работ всех сил.

Определение закона движения механизма сводится к определению закона движения одной точки или одного звена (звена приведения).

Установившимся режимом движения называется такой режим, при котором скорость звена приведения является периодической функцией времени. Этот режим имеет место только в том случае, когда сумма работ за цикл равна нулю:

$$\sum A_{\text{ц}} = 0. \quad (4.12)$$

Колебания угловой скорости звена приведения ведут:

- к дополнительным динамическим нагрузкам;
- снижению долговечности и надежности машин;
- ухудшению рабочего процесса и качества продукции.

Колебания скорости звена приведения вызываются периодическим действием сил, поэтому полностью их устранить нельзя, но необходимо по возможности снизить их размах. Иными словами, величину коэффициента неравномерности движения привода δ надо сделать приемлемо малой. Этого можно добиться, повысив инерционность звена приведения.

Некоторые допустимые значения коэффициента неравномерности движения привода δ приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Допустимые значения δ для некоторых машин

Виды машин	δ
Электрогенераторы	0,01–0,003

Двигатели внутреннего сгорания	0,0125–0,006
Компрессоры	0,0125–0,007
Станки металлорежущие	0,05–0,005
Насосы	0,2–0,03
Строительные дорожные машины	0,1–0,02
Оборудование для обработки давлением	0,1–0,03

Всякий механизм обладает инерционностью, выраженной величиной его приведенного момента инерции $J^{пр}$. Известно, что чем более инертна материальная система, тем значительнее она сопротивляется изменениям своей скорости, вызываемым действием приложенных к ней сил. Поэтому, чтобы заставить ведущий вал механизма вращаться с неравномерностью, не превышающей допустимой нормы, нужно сделать инерционность механизма достаточно большой.

Приведенный момент инерции $J^{пр}$ складывается из собственного момента инерции звена приведения $J_I^{пр}$ и момента инерции всех остальных звеньев механизма $J_{II}^{пр}$:

$$J^{пр} = J_I^{пр} + J_{II}^{пр}.$$

Влияние на величину $J^{пр}$ через $J_{II}^{пр}$ связано со значительными трудностями и на практике не применяется, а влияние на $J^{пр}$ через $J_I^{пр}$ легко осуществимо путем установки добавочной массы – махового колеса.

Таким образом, основное назначение маховика состоит в ограничении колебаний угловой скорости в пределах, устанавливаемых величиной коэффициента неравномерности хода δ . Маховик является также аккумулятором кинетической энергии. Он выводит механизм из мертвых положений.

4.3. Определение момента инерции маховика

В связи с изменением угловой скорости звена приведения от ω_{\min} до ω_{\max} в течение цикла меняется и кинетическая энергия звена. Тогда:

$$E_{1\max} = \frac{J^{\text{пр}} \omega_{\max}^2}{2}; E_{1\min} = \frac{J^{\text{пр}} \omega_{\min}^2}{2};$$

$$\Delta E = E_{1\max} - E_{1\min} = \frac{J^{\text{пр}}}{2} (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = \dots$$

$$\dots = J^{\text{пр}} \frac{(\omega_{\max} + \omega_{\min})}{2} \cdot \frac{(\omega_{\max} - \omega_{\min}) \omega_{\text{ср}}}{\omega_{\text{ср}}} = J^{\text{пр}} \cdot \omega_{\text{ср}} \cdot \delta \cdot \omega_{\text{ср}} = \dots$$

$$\dots = J^{\text{пр}} \cdot \omega_{\text{ср}}^2 \cdot \delta,$$

где δ – коэффициент неравномерности хода звена приведения.

Приведенный момент инерции $J^{\text{пр}}$ механизма можно вычислить по формуле

$$J^{\text{пр}} = \frac{\Delta E}{\omega_{\text{ср}}^2 \cdot \delta}. \quad (4.13)$$

Если поставить маховик, то формула (4.13) примет вид

$$J^{\text{пр}} + J_{\text{м}} = \frac{\Delta E}{\omega_{\text{ср}}^2 \cdot \delta}. \quad (4.14)$$

При вычислении момента инерции маховика учитывается, что приведенный момент инерции механизма $J^{\text{пр}}$ мал по сравнению с моментом инерции маховика $J_{\text{м}}$ и им можно пренебречь. В результате будем иметь:

$$J_{\text{м}} = \frac{\Delta E}{\omega_{\text{ср}}^2 \cdot \delta}. \quad (4.15)$$

Чем меньше δ (т. е. чем равномернее должно вращаться звено приведения), тем больше будут величина момента инерции маховика и, соответственно, сам маховик. Чем быстрходнее вал, тем меньше маховик, находящийся на нем.

При синтезе механизма величина коэффициента неравномерности хода δ и частота вращения вала n задаются; $\omega_{\text{ср}} = \pi n / 30$.

Для определения изменения кинетической энергии механизма ΔE существует несколько методов: Н. И. Мерцалова, К. Э. Рериха, Е. М. Гутьяра, Ф. Виттенбауэра (наиболее точный и легкодоступный). Пример графического определения ΔE представлен на рис. 4.6.

Методика расчета махового колеса

1. Определить приведенный момент $M_i^{\text{пр}}$ для шести положений механизма:

$$M_i^{\text{пр}} = F^{\text{пр}} \cdot L_{O1A}.$$

2. Построить диаграмму $M_i^{\text{пр}} = f(\varphi_1)$ в вычислительном масштабе, Нм/мм:

$$\mu_M = M_{\text{max}}^{\text{пр}} / l_{M\text{пр}},$$

где $l_{M\text{пр}}$ – величина ординаты, изображающей на диаграмме соответствующее значение $M_i^{\text{пр}}$, мм.

3. Графически проинтегрировать диаграмму $M_i^{\text{пр}} = f(\varphi_1)$ и построить диаграмму работы сил сопротивления (для машины-орудия) $A_c = f(\varphi_1)$.

Графическое интегрирование осуществляется методом секущих (хорд) в порядке, обратном графическому дифференцированию, и с учетом, что $A_c = \int_{\varphi_6}^{\varphi_1} M^{\text{пр}}(\varphi_1) d\varphi_1$.

Для этого нужно ординату середины каждого интервала графика $M_i^{\text{пр}} = f(\varphi_1)$ спроецировать на ось ординат $OM^{\text{пр}}$, а затем полученные на оси ординат точки соединить лучами с полюсом P_s , отрезка интегрирования длиной K (K выбирается произвольно).

Для получения искомой приближенной кривой $A_c = f(\varphi_1)$ необходимо построить ломаную линию, ординаты которой на каждом шаге интегрирования получаются пересечением их с наклонной прямой, параллельной соответствующему лучу на исходном графике $M_i^{\text{пр}} = f(\varphi_1)$.

Вычислительный масштаб (Нм/мм) диаграммы избыточной работы определяется по формуле

$$\mu_A = \mu_E = \mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot K,$$

где μ_M – масштабный коэффициент графика приведенного момента; μ_φ – масштабный коэффициент для оси абсцисс (для угла поворота), рад/мм, $\mu_\varphi = 2\pi/L_\varphi$, L_φ – приемлемая длина абсцисс; K – полюсное расстояние при графическом интегрировании диаграммы $M_i^{\text{пр}} = f(\varphi_1)$, мм.

4. Построить диаграмму работы движущих сил $A_{\text{дс}} = f(\varphi_1)$ (для машины-орудия), наложив ее на предыдущую диаграмму работы.

5. Беря разность ординат диаграмм работ, построить диаграмму избыточной работы, которая будет равна ΔE :

$$\Delta A = \Delta E.$$

6. Определить момент инерции маховика ($\text{кг}\cdot\text{м}^2$) по формуле (4.15):

$$J_M = \Delta E / (\omega_{\text{ср}}^2 \cdot \delta).$$

7. Определить вес и геометрические размеры маховика.

Определить действительное значение изменения кинетической энергии механизма ΔE можно, используя метод построения диаграммы энергомасс (диаграммы Ф. Виттенбауэра) (рис. 4.7). Для этого строят диаграмму приведенного момента инерции $J^{\text{пр}}$ для 6 или 12 положений механизма и, повернув ее на 90° , строят диаграмму энергомасс. При построении используют диаграмму $M_i^{\text{пр}} = f(\varphi_1)$ и диаграммы работы движущих сил и сил сопротивления.

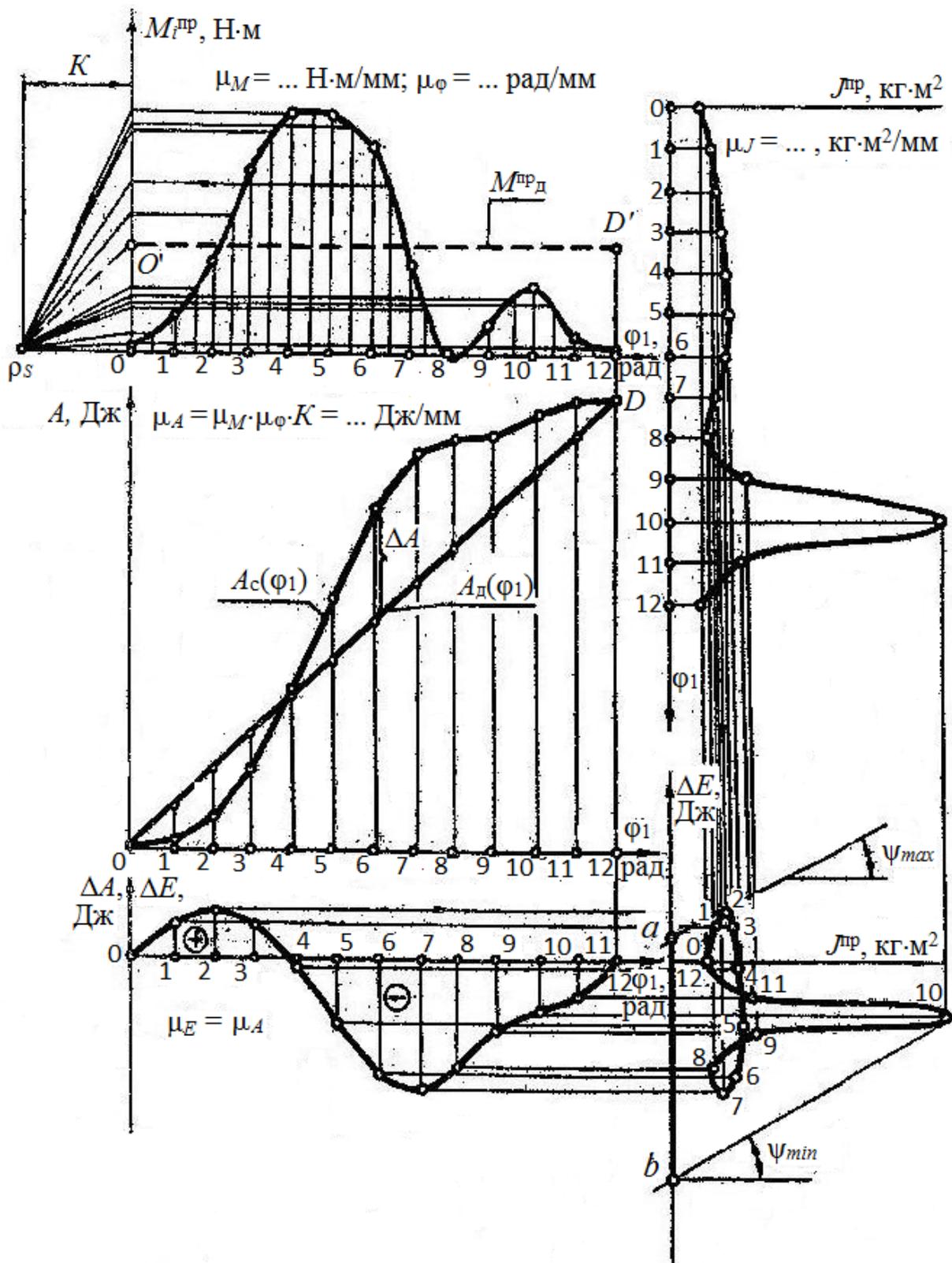


Рис. 4.7. Пример построения диаграммы энергомасс в вычислительном масштабе: $M_i^{пр} = f(\varphi_1)$ – диаграмма приведенного момента сил; $A_c = f(\varphi_1)$ – диаграмма работы сил сопротивления; $\Delta A = f(\varphi_1)$ – диаграмма избыточной работы; $J^{пр} = f(\varphi_1)$ – диаграмма приведенного момента инерции; ψ_{min}, ψ_{max} – углы наклона предельных лучей (касательных к диаграмме)

Порядок выполнения работы:

1) определить вычислительный масштаб (Н·м/мм) диаграммы избыточной работы ΔE :

$$\mu_A = \mu_E = \mu_M \cdot \mu_\varphi \cdot K,$$

где μ_M – масштабный коэффициент графика приведенного момента; μ_φ – масштабный коэффициент для оси абсцисс (для угла поворота), рад/мм, $\mu_\varphi = 2\pi/L_\varphi$, L_φ – приемлемая длина абсцисс; K – полюсное расстояние при графическом интегрировании диаграммы $M_i^{\text{пр}} = f(\varphi_1)$, мм;

2) определить для 6 (12) положений механизма приведенный момент инерции $J^{\text{пр}}$;

3) определить вычислительный масштаб (кг·м²/мм) диаграммы приведенного момента инерции:

$$\mu_J = J_{\text{max}}^{\text{пр}} / l_{J^{\text{пр}}};$$

4) построить диаграмму $J^{\text{пр}} = f(\varphi_1)$, повернув ее на 90°;

5) построить диаграмму энергомасс (диаграмму Ф. Виттенбауэра);

6) используя отрезок ab , отсекаемый предельными лучами от оси ординат диаграммы энергомасс, определить действительное значение изменения кинетической энергии механизма:

$$\Delta E = ab \cdot \mu_A;$$

7) определить момент инерции маховика (кг·м²) по формуле (4.15):

$$J_M = \frac{\Delta E}{\omega_{\text{ср}}^2 \cdot \delta};$$

где $\omega_{\text{ср}}$ – среднее значение угловой скорости звена, на котором устанавливается маховик, 1/с.

8) используя величину J_M , определить вес и геометрические размеры маховика:

$$m_M = \frac{8J_M}{D_M^2},$$

где J_M – момент инерции маховика, кг·м²; D_M – наружный диаметр маховика, мм.

Если маховик выполняется в виде сплошного диска (рис. 4.8, а), то его диаметр вычисляется по формуле

$$D_M = 0,35 \cdot \sqrt[5]{J_M}.$$

Ширина обода маховика:

$$b = 0,2D_M.$$

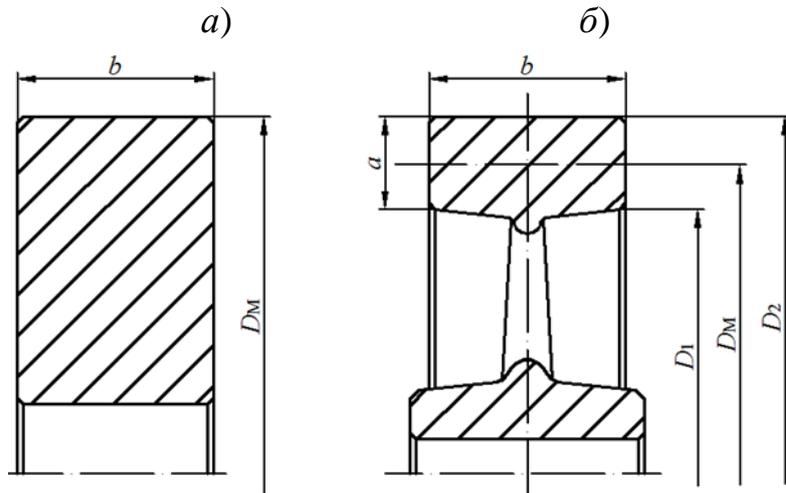


Рис. 4.8. Возможные конструкции маховика: *a* – маховик в виде сплошного диска; *b* – ширина обода; D_M – внешний диаметр маховика; *б* – маховик в виде массивного обода, связанного со ступицей более тонким диском или спицами; *a* – толщина обода; *b* – ширина обода; D_1 – внутренний диаметр обода; D_M – средний диаметр маховика; D_2 – внешний диаметр маховика

Если маховик для кривошипа получается неконструктивно большим и тяжелым, то его нужно поставить на более быстроходный вал, например на вал двигателя (рис. 4.9), так как чем быстрее вал, тем меньших размеров требуется маховик для него.

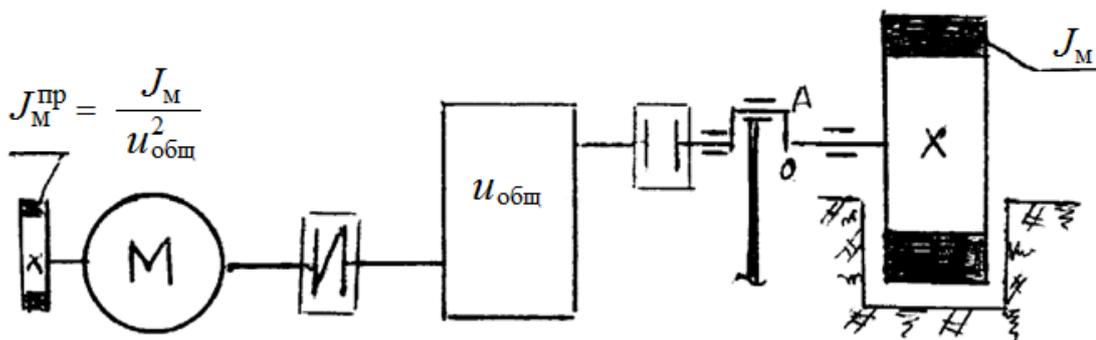


Рис. 4.9. Схемы расположения маховика: $J_M^{\text{пр}}$ – на быстроходном валу; J_M – на валу кривошипа ($u_{\text{общ}}$ – передаточное число передаточного механизма)

Момент инерции маховика, устанавливаемого на быстроходный вал привода (т. е. на вал двигателя), составит

$$J_M^{\text{пр}} = \frac{J_M}{u_{\text{общ}}^2},$$

где J_M – момент инерции маховика, который устанавливался бы на вал кривошипа, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$; $u_{\text{общ}}$ – передаточное число передаточного механизма.

Поскольку скорость вращения вала двигателя значительна, необходимо применять передаточные механизмы, понижающие скорость вращения кривошипа по отношению к скорости вращения вала двигателя.

Передаточное число передаточного механизма вычисляется по формуле

$$u_{\text{общ}} = \frac{n_{\text{дв}}}{n_1},$$

где $n_{\text{дв}}$ – скорость вращения вала выбранного электродвигателя, об/мин; n_1 – скорость вращения вала кривошипа, об/мин.

Диаметр маховика, установленного на вал двигателя и выполненного с массивным ободом (см. рис. 4.8, б), вычисляется по формуле

$$D_2 = 0,376 \cdot \sqrt[5]{J_M^{\text{пр}}},$$

где $J_M^{\text{пр}}$ – момент инерции маховика, $\text{кг} \cdot \text{м}^2$.

Масса маховика:

$$m_M = \frac{\pi(D_2^2 - D_1^2)b \cdot \rho}{4},$$

где D_1 – диаметр обода маховика, м, $D_1 = 0,6 \cdot D_2$; b – ширина обода маховика, м; ρ – плотность стали, $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$.

Ширина обода маховика:

$$b = 0,2D_2.$$

Толщина обода:

$$a \approx 0,4b.$$

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет»

Кафедра наземных транспортно-технологических машин

Пояснительная записка
к курсовому проекту по «Теории машин и механизмов»
«СТРУКТУРА, КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА МЕХАНИЗМОВ»

ТММ.ХХХХ. 00.000 ПЗ

Выполнил студент группы _____

Курсовой проект защищен
с оценкой _____

Дата _____

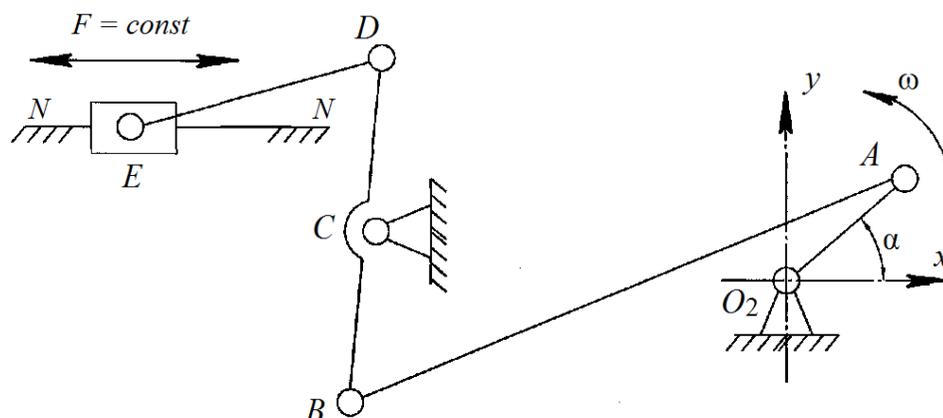
Руководитель _____

Дата _____

Санкт-Петербург
2020

Задания на проектирование по разделу «Структура, кинематика и динамика механизмов»

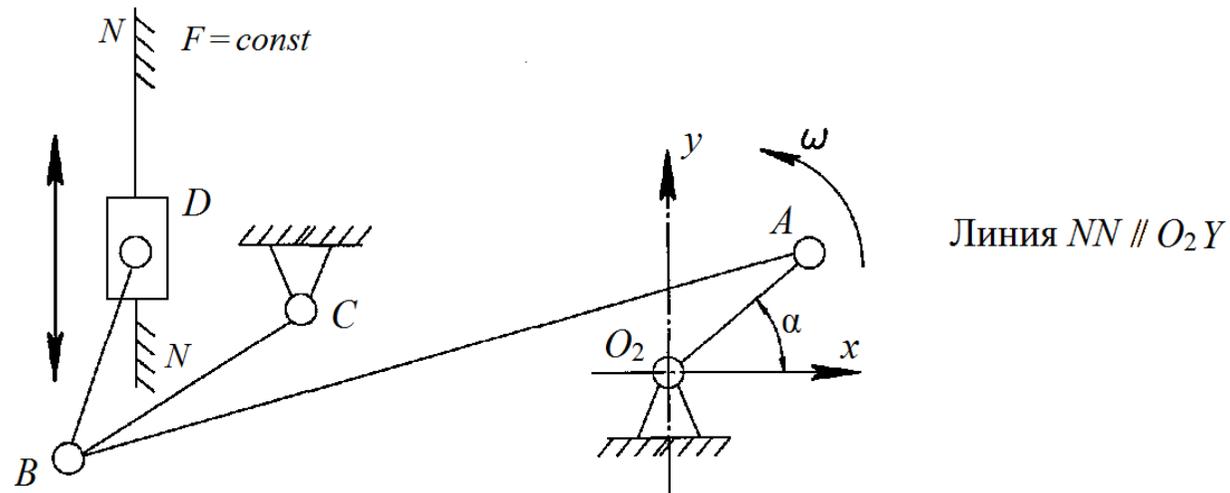
Схема № 1



1. Линия $NN // O_2X$
2. Для вариантов 4 и 5 $X_E > X_C$, для остальных вариантов $X_E < X_C$

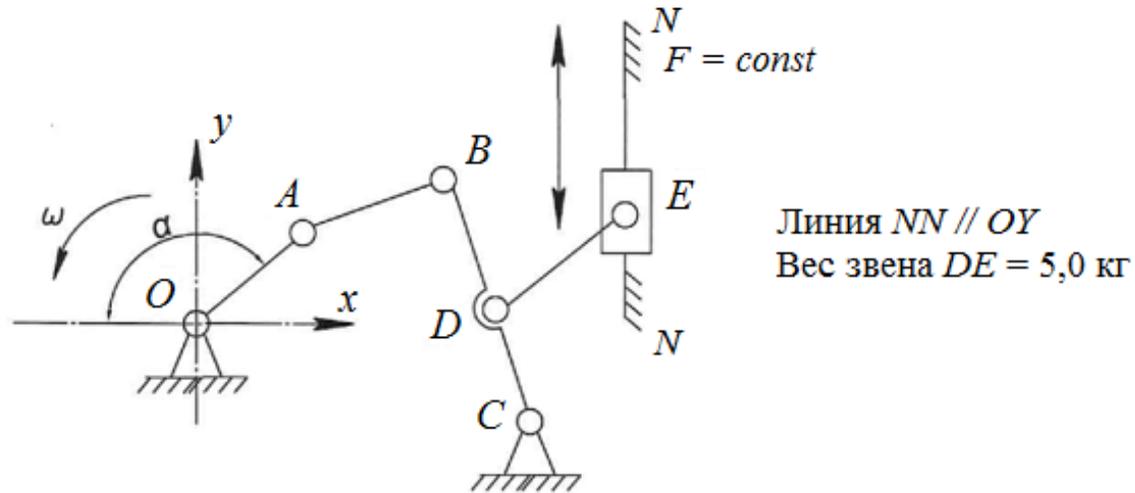
Вариант	Координаты шарнира C, см		Ордината точки E, см	Размеры звеньев, см					Скорость вращения кривошипа n, об/мин	Вес звеньев, кг					Сила сопротивления F, Н
	X_C	Y_C		AO_2	AB	BC	CD	DE		AO_2	AB	BD	ED	E	
1	-74	0	12	7	75	17	35	40	190	0,8	10	15	1,5	3	4200
2	-74	0	14	8	78	18	38	42	180	1	8	14	2	3,5	5500
3	-74	0	16	7,5	75	17	40	45	175	2	6	10	1	2,5	6000
4	-67	20	10	10	68	17	20	50	160	1,5	6	12	3,4	3,8	4500
5	-67	20	15	12	70	15	23	40	180	3	8,4	19	2	2,4	4200
6	-67	20	15	9	54	25	30	45	150	2	9	18	1,8	4,2	6100
7	-55	15	18	10	52	20	30	40	165	2,5	9	8	3	5	5500
8	-55	15	18	10	54	20	27	36	160	3	6	10	2,5	10	7500

Схема № 2



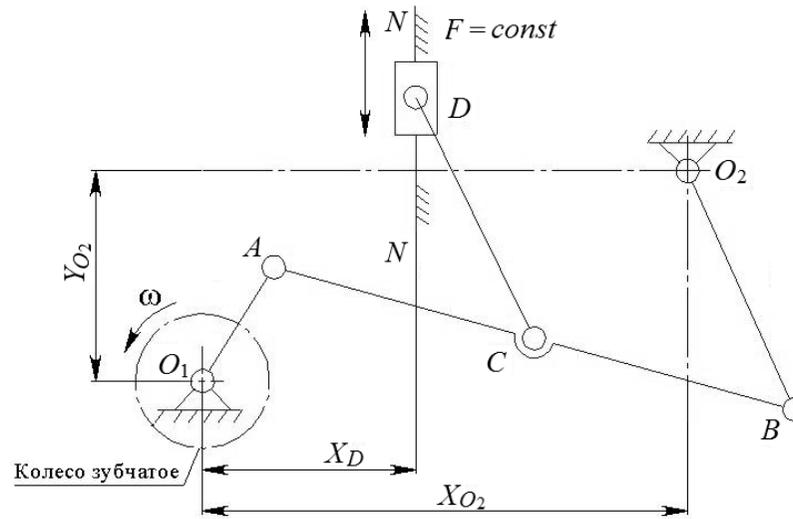
Вариант	Координаты шарнира C, см		Абсцисса X_D , см	Размеры звеньев, см				Скорость вращения кривошипа n , об/мин	Вес звеньев, кг					Сила сопротивления F , Н
	X_C	Y_C		AO_2	AB	BC	BD		AO_2	AB	BC	BD	D	
1	-29	26	-29	10	53	25	45	180	0,3	0,7	0,5	0,4	0,4	8000
2	-43	33	-20	8	52	28	50	170	0,4	0,8	0,4	0,4	0,8	5800
3	-39	12	-26	4	30	20	28	133	0,4	0,4	0,3	0,2	0,1	6000
4	-69	0	-69	5	66	45	30	134	0,3	0,4	0,3	0,3	0,2	7800
5	-28	26	-28	10	50	25	40	198	0,3	1	0,7	0,3	0,3	5200
6	-29	12	-23	4	23	14	30	142	0,3	0,6	0,5	0,2	0,1	7000
7	-43	30	-24	8	52	28	50	140	0,2	0,9	0,5	0,4	0,2	8000
8	-39	12	-28	4	30	20	24	130	0,6	0,9	0,8	0,7	0,4	7500
9	-67	0	-40	5	60	30	35	144	0,5	0,7	0,6	0,3	0,2	8400
10	-47	20	-30	8	52	28	40	160	0,4	1,3	0,7	0,3	0,9	7600

Схема № 3



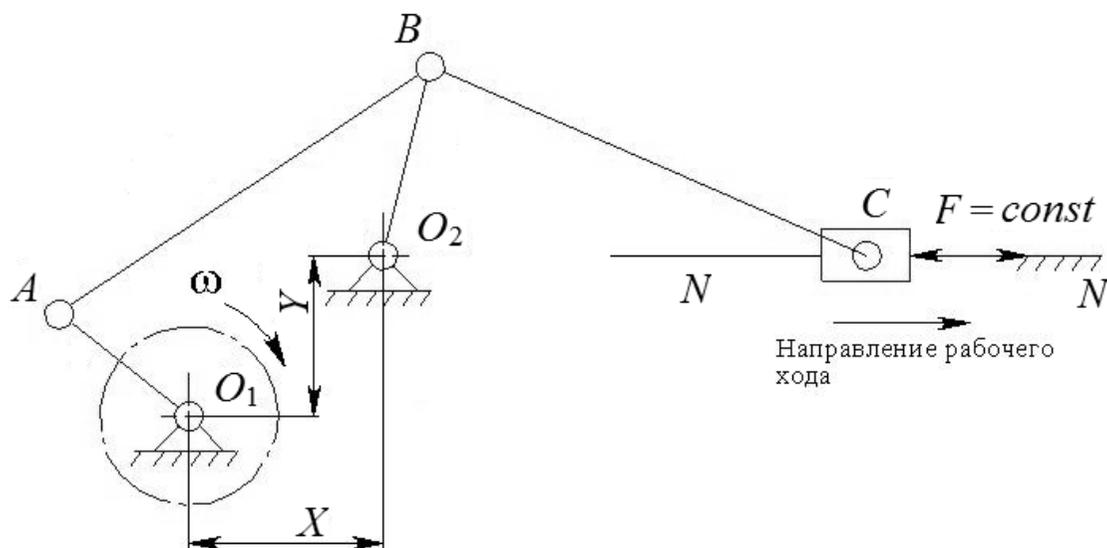
Вариант	α , град.	Координаты шарнира C , см		Абсцисса точки E , см	Размеры звеньев, см					Скорость вращения кривошипа n , об/мин	Вес звеньев, кг				Сила сопротивления F , Н
		X_C	Y_C		AO	AB	BC	DE	CD		AO	AB	BC	E	
1	35	42	-3	60	7	40	25	45	13	250	0,8	4	2,4	3	8000
2	60	48	-4	62	8	42	30	48	15	300	1	5	3	3,5	7300
3	110	60	-5	70	10	50	32	51	16	300	1,2	6	3,6	2,5	8500
4	160	12	-6	80	12	60	40	63	20	350	15	7,5	4,5	3,8	7000
5	210	54	-4	65	9	50	35	54	18	200	3	15	9	2,4	8100
6	190	48	-4	55	8	45	32	50	16	200	2	10	6	4,2	7300
7	230	48	-4	55	8	48	33	52	17	350	2,5	12	7,5	5	5600
8	260	42	-3	55	7	45	23	50	10	350	3	16	8	6	6400
9	320	54	-5	65	9	52	36	57	19	250	3	14	9,5	1,2	7500
10	130	60	-5	79	10	50	35	52	18	240	1	5	3	4	8000

Схема № 4



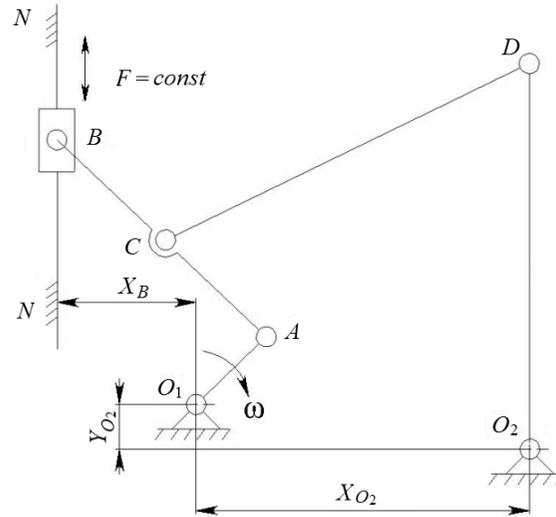
Вариант	Координаты шарниров D и O ₂ , см			Размеры звеньев, см					Скорость вращения кривошипа n, об/мин	Вес звеньев, кг					Сила сопротивления F, Н
	X _D	X _{O₂}	Y _{O₂}	O ₁ A	AB	O ₂ B	CD	AC		O ₁ A	AB	O ₂ B	CD	D	
1	28	72	24	15	80	20	40	40	160	3	5	5	2	2	5000
2	27	75	38	20	80	22	40	40	180	4	8	2	3	3	2000
3	35	80	35	18	90	25	45	45	120	4	8	4	3	3	3000
4	42	82	55	15	85	42	42	40	150	4	6	3	2,5	2	2500
5	60	94	53	20	110	42	55	55	140	5	8	6	6	4	3500
6	65	120	55	25	110	45	55	55	170	2	10	5	5	3	4000
7	60	120	55	30	120	50	70	60	120	3	12	6	6	2	5000
8	60	112	55	32	110	50	75	55	130	3,5	10	7	7	4	4000
9	60	110	55	35	120	60	85	60	120	4	9	8	8	5	2500
10	60	120	55	28	110	55	75	55	150	4,5	10	9	8,5	4	3000

Схема № 5



Вариант	Координаты точки O_2 , см		Размеры звеньев, см				Скорость вращения кривошипа n , об/мин	Вес звеньев, кг					Сила сопротивления F , Н
	X_{O_2}	Y_{O_2}	O_1A	AB	BC	O_2B		O_1A	AB	BC	O_2B	C	
1	30	6	9	38	140	30	160	3	5	5	2	2	5000
2	34	6	10	46	150	33	180	4	8	2	3	3	2000
3	32	5	11	42	140	35	120	4	8	4	3	3	3000
4	33	6	12	46	150	39	150	4	6	3	2,5	2	2500
5	32	4	14	28	160	35	140	5	8	6	6	4	3500
6	35	5	10	45	150	40	170	2	10	5	5	3	4000
7	41	7	12	55	150	40	120	3	12	6	6	2	5000
8	40	7	14	53	160	45	130	3,5	10	7	7	4	4000
9	35	6	12	45	150	38	120	4	9	8	8	5	3500
10	29	5	10	48	130	32	150	4,5	10	9	8,5	4	3000

Схема № 6



Вариант	Координаты шарниров B и O_2 , см			Размеры звеньев, см					Скорость вращения кривошипа n , об/мин	Вес звеньев, кг					Сила сопротивления F , Н
	X_B	X_{O_2}	Y_{O_2}	O_1A	AB	O_2D	CD	AC		O_1A	AB	B	CD	O_2D	
1	46	25	0	20	60	40	48	20	160	3	5	5	2	2	5000
2	46	26	0	16	60	35	48	20	180	4	8	2	3	3	2000
3	45	26	10	15	60	40	48	15	120	4	8	4	3	3	3000
4	53	21	14	17	70	60	50	20	150	4	6	3	2,5	2	2500
5	55	21	14	18	65	55	53	25	140	5	8	6	6	4	3500
6	45	28	13	20	65	57	50	25	170	2	10	5	5	3	4000
7	47	27	13	22	70	65	65	35	120	3	12	6	6	2	5000
8	45	30	27	25	75	70	60	30	130	3,5	10	7	7	4	4000
9	52	26	20	20	70	75	65	25	120	4	9	8	8	5	2500
10	52	26	17	18	50	70	60	20	150	4,5	10	9	8,5	4	3000

Рекомендуемая литература

1. Теория механизмов и машин : учеб. пособие / М. З. Коловский [и др.]. – М. : Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с.
2. *Красковский Е. Я.* Расчет и конструирование механизмов приборов и вычислительных систем : учеб. пособие / Е. Я. Красковский, Ю. А. Дружинин, Е. М. Филатов ; под ред. Ю. А. Дружинина. – М. : Высш. школа, 1991. – 479 с.
3. *Виноградова Т. В.* Анализ приводов с плоскими рычажными механизмами железнодорожных машин, автоматики, ЭВМ и роботов : учеб.-метод. пособие / Т. В. Виноградова ; ПГУПС. – СПб., 2012. – 55 с.
4. *Туранов Х. Т.* Прикладная механика в сфере грузовых перевозок : учеб. пособие для вузов / Х. Т. Туранов. – Екатеринбург : УрГУПС, 2008. – 347 с.
5. Механика машин : учеб. пособие для втузов / И. И. Вульфсон [и др.] ; под ред. Г. А. Смирнова. – М. : Высш. школа, 1996. – 511 с.
6. Элементы приборных устройств : Основной курс : учеб. пособие для студ. вузов : в 2 ч. / О. Ф. Тищенко [и др.] ; под ред. О. Ф. Тищенко. – М. : Высш. школа, 1982.

Оглавление

Введение

1. Задание на проведение кинематического и динамического анализа механизма

2. Графоаналитический метод кинематического исследования плоского рычажного механизма

2.1. Структурный анализ плоского рычажного механизма

2.2. Кинематический анализ плоского рычажного механизма

2.2.1. Пример определения траекторий движения точек механизма

2.2.2. Пример построения плана скоростей механизма

2.2.3. Пример построения плана ускорений механизма

3. Исследование силовых характеристик плоского рычажного механизма. Силовой анализ графоаналитическим методом

3.1. Задачи силового анализа плоского рычажного механизма

3.2. Приведенная и уравнивающая силы. Приведение моментов сил

3.2.1. Определение уравнивающей силы с помощью рычага Н. Е. Жуковского

3.2.2. Определение требуемой мощности и выбор электродвигателя

3.2.3. Определение реакций в кинематических парах без учета сил трения

4. Расчет динамических характеристик механизма

4.1. Расчет приведенного момента инерции механизма

4.2. Уравнение движения механизма в энергетической форме

4.3. Определение момента инерции маховика

Приложение

Рекомендуемая литература

Учебное издание

**Виноградова Тамара Владимировна,
Кулида Юлия Владимировна**

АНАЛИЗ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Учебное пособие

Редактор Т. В. Ананченко
Корректор М. А. Молчанова
Компьютерная верстка И. А. Яблоковой

Подписано к печати NN.NN.2017. Формат 60×84 1/16. Бум. офсетная.
Усл. печ. л. NN. Тираж NNN экз. Заказ NN. «С» NN.
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., д. 4.
Отпечатано на ризографе. 190005, Санкт-Петербург, ул. Егорова, д. 5/8, лит. А.