

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО
ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I»
(ФГБОУ ВО ПГУПС)

Кафедра «Наземные транспортно-технологические комплексы»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к курсовой работе по дисциплине «Теория механизмов и машин»
для студентов заочной формы обучения.

Санкт-Петербург
2022

1. Общие сведения

Машина - это устройство, выполняющее механическое движение для преобразования энергии, материалов и информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека (под материалами понимаются обрабатываемые предметы, перемещаемые грузы и т.д.). Машина потребляет, преобразует, передает и использует энергию и информацию в нужных человеку целях.

Обычно машина состоит из источника движения - двигателя (внутреннего сгорания, электрического, ветряного, водяного и пр.), преобразователя и передатчика движения - механизма, потребителя движения - исполнительного органа, а также других частей (информационных систем, систем управления и пр.).

Некоторые сложные по устройству двигатели называются энергетическими машинами, машинами-двигателями.

Машина, предназначенная для преобразования обрабатываемого предмета, состоящего в изменении его размеров, формы, свойств, состояния или положения, называется технологической машиной или машиной - орудием.

Машины собирают из деталей и сборочных единиц. Деталь - это часть машины, выполненная без применения сборочных операций из однородного материала. Сборочная единица - это изделие, собранное из нескольких деталей или других сборочных единиц.

Система, состоящая из двигателя и связанных с ним устройств, и предназначенная для приведения в движение одного или нескольких твердых тел (исполнительных органов), называется приводом машины.

Механизм - это система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других твердых тел.

Твердое тело, входящее в состав механизма, неподвижное или перемещающееся относительно других тел, называется его **звеном**. Звено может состоять из одной или нескольких жестко скрепленных друг с другом деталей.

Звено, принимаемое за неподвижное, называется **стойкой**.

Входным называется звено, которому сообщается движение двигателя, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев. В машине входное звено образуется соответствующим телом механизма и скрепленной с ним подвижной частью (ротором электродвигателя, кривошипным валом двигателя внутреннего сгорания и пр.) двигателя.

Выходное звено - звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм. В машине это звено образуется соответствующим телом механизма и скрепленным с ним исполнительным органом.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их

относительное движение, называется кинематической парой.

Кинематическая пара с одной степенью свободы в относительном движении её звеньев - это одноподвижная пара.

Пары могут иметь от одной до пяти степеней свободы (подвижностей).

Система звеньев, связанных между собой кинематическими парами называется **кинематической цепью**.

Механизм - это замкнутая кинематическая цепь с одной стойкой и обычно с одной степенью свободы (подвижностью, равной единице). Чаще всего замыкающим звеном является стойка.

Схема механизма, указывающая стойку, подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение, называется структурной схемой механизма. При изображении структурных схем используют условные стандартные обозначения по ГОСТ 2.770-68.

Вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси, называется **кривошипом**.

Вращающееся звено рычажного механизма, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси, называется коромыслом.

Если звено образует кинематические пары только с подвижными звеньями, то такое звено называется шатуном.

Звено, которое образует поступательную пару со стойкой, называется ползуном. Если такое звено образует поступательную пару с поворотным звеном - кулисой, то оно называется «камень».

В машине-двигателе внутреннего сгорания рычажные механизмы служат для преобразования возвратно-поступательного прямолинейного перемещения поршней, перемещаемых силой давления на них сгораемого топлива, во вращение выходного коленчатого вала (кривошипа). Далее вращение передается на исполнительный орган. Эту передачу осуществляют, чаще всего, зубчатым или другим передаточным механизмом, который, обычно, уменьшает большую скорость вращения до требуемой. Такой механизм называется редуктором.

2. Структурный анализ механизма

При структурном анализе определяют количество подвижных звеньев n и степень подвижности W механизма, вид его начального механизма и структурных групп нулевой подвижности, в частности, групп Ассура.

Степень подвижности механизма определяют по формуле Чебышева:

$$W=3n - 2 p_5 - p_4,$$

где n - количество подвижных звеньев;

p_5 – количество кинематических пар V класса;

p_4 – количество кинематических пар IV класса

3. Геометрический анализ механизма

При геометрическом анализе рычажного механизма определяют ход ведомого звена. Анализ ведут по заданной кинематической схеме.

Результаты метрического анализа следует проиллюстрировать несколькими планами положений механизма, построенными при неизменном положении стоек и последовательно изменяющихся положениях подвижных звеньев.

При заданных размерах звеньев строят план положений механизма - его изображения, выполненные в масштабе (кинематические схемы), наложенные друг на друга (при неизменных положениях частей стойки) в нескольких последовательных положениях его подвижных звеньев (рис.2). Исходными при этом являются положения кривошипа: два вертикальных; два горизонтальных; два положения, когда кривошип и шатун перпендикулярны друг другу (в этих положениях скорость движения ползуна или коромысла близка к максимальной); два положения, когда кривошип и шатун располагаются на одной прямой (при двух крайних положениях выходного звена). Эти планы позволят найти ход выходного звена.

Для построения следует выбрать вычислительный масштаб $\mu_l = \text{мм}$ (реальной длины звеньев)/мм (длины звеньев на чертеже). Вычислительный масштаб обратен чертежному масштабу. Так, при уменьшении размеров звеньев в 2 раза $\mu_l = 2 \text{ мм/мм}$, в 5 раз - $\mu_l = 5 \text{ мм/мм}$, при увеличении в 2 раза $\mu_l = 0,5 \text{ мм/мм}$. Вычислительный масштаб выбирают таким, чтобы построенные планы положений механизма занимали примерно от 1/4 до 1/3 чертежного листа формата А4 или А3. Вначале рекомендуется в тонких линиях построить два крайних положения механизма, чтобы оценить размеры занимаемого им места при принятом масштабе и, при необходимости, уточнить этот масштаб.

При известных положениях стоек и неизменных длинах рычагов вначале тонкими линиями обозначают траектории движения некоторых точек звеньев:

- шарнир на конце кривошипа перемещается по окружности с центром в точке O с радиусом, равным длине кривошипа r ;
- шарнир на конце коромысла - по соответствующей дуге окружности с центром во втором его шарнире на стойке;
- любая точка ползуна (поршня) перемещается по прямой, параллельной соответствующей направляющей или совпадающей с ней.

Далее вычерчивание ведется методом засечек раствором циркуля, равным длине шатуна. Начало шатуна назначается в одной из точек и известной траектории начала его движения. Конец шатуна «засекается» на траектории его движения (на прямой линии).

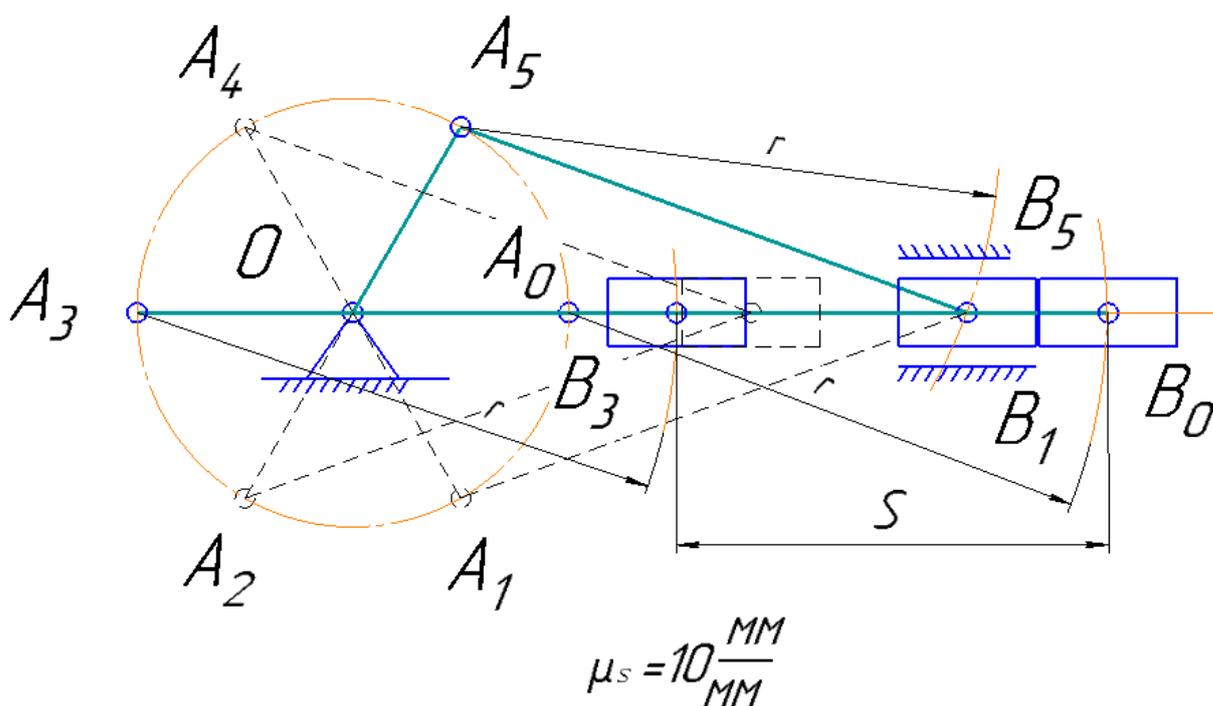


Рис.2. План положений механизма (S – ход поршня). Кривошипы, шатуны и ползуны в первом, втором и четвертом положениях показаны пунктиром.

После этого находят крайние положения выходного звена. Они имеют место, когда кривошип располагается на одной прямой с шатуном. Разность крайних положений есть ход S выходного звена. За один оборот кривошипа оно сместится из одного крайнего положения в другое и вернется назад, пройдя путь $2S$. Его перемещению в одну сторону соответствует один угол φ_1 поворота кривошипа, в другую - другой. Меньший из углов $\varphi_{1\text{xx}}$ соответствует холостому ходу, больший $\varphi_{1\text{px}}$ - рабочему.

При обводке чертежа окружности шарниров следует выполнять с диаметром 2...3 мм, ползуны изображать прямоугольником примерно 10x6 мм, а рычаги - прямыми линиями с толщиной, соответствующей толщине основного контура (0,5...1 мм). Рекомендуется использовать трафареты. Следует четко выполнять правила черчения (в отношении толщины линий

вспомогательного контура, осевых и пр.). Особое внимание следует обращать на хорошую заточку карандашей и грифеля циркуля.

4. Кинематический анализ механизма

При кинематическом анализе находят мгновенные значения угловых скоростей ω_i звеньев механизма, мгновенные значения угловых ускорений ε_i рычагов; находят также мгновенные V_i значения поступательных скоростей и ускорений a_i характерных точек звеньев рычажного механизма - центров шарниров и центров масс S_i звеньев.

Анализ ведут по имеющейся кинематической схеме и заданной угловой скорости кривошипа ω_k .

Результаты кинематического анализа следует свести в таблицы 1 и 2, и проиллюстрировать планами скоростей механизма, а также планами ускорений механизма.

Скорость и ускорение точки O стойки в любом пространственном положении равны нулю.

Угловую скорость вращения первого подвижного звена ω_1 можно определить, если задана частота вращения кривошипа коленчатого вала n_k , об/мин:

$$\omega_1 = \frac{\pi n_k}{30}, 1/с, \quad (1)$$

Т.к. по заданию кривошип вращается с постоянной частотой вращения, угловая скорость вращения ω_1 будет одинаковой в любом пространственном положении.

Вектор мгновенной скорости т. A в любом пространственном положении \vec{V}_A направлен перпендикулярно кривошипу в сторону вращения кривошипа OA .

Модуль вектора скорости V_A , м/с определяется по формуле:

$$V_A = \omega_1 * l_{OA} \quad (2)$$

Шатун совершает сложное движение. Вектор скорости мгновенной точки B является векторной суммой вектора мгновенной скорости точки A и скорости относительного движения шатуна AB относительно точки A :

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{AB} \quad (3)$$

Направление вектора \vec{V}_B мгновенной скорости точки B в любом пространственном положении совпадает с направлением движения точки B – прямой линией.

Линия действия вектора \vec{V}_{AB} перпендикулярна шатуну AB , а направление вектора пока не известно.

Для нахождения неизвестных пока векторов \vec{V}_B и \vec{V}_{AB} удобно использовать графо-аналитический метод. Он заключается в построении планов скоростей конечных точек звеньев механизма в заданных пространственных положениях.

Для начала следует выбрать масштаб плана скоростей μ_v :

$\mu_v = \text{м/с (реальной скорости) / мм (длины векторов на чертеже)}$.

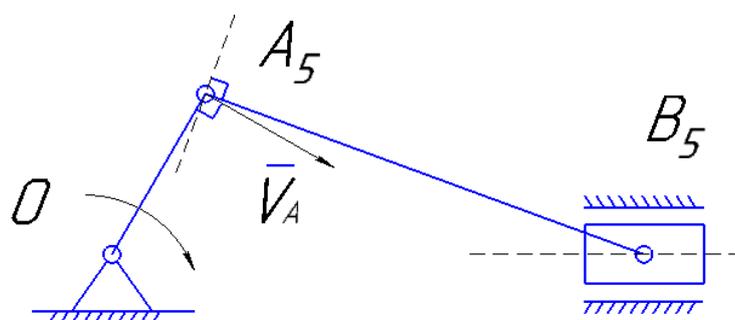
Масштаб плана скоростей следует выбирать таким образом, чтобы длины векторов на плане не выходили бы за границы листа, но и были бы слишком не мелкими, т.к. их потребуется измерять.

Построение начинается из произвольной точки p_v – полюса плана скоростей. Из нее проводится отрезок, длина которого соответствует длине вектора \vec{V}_A , в масштабе μ_v , а направление перпендикулярно кривошипу OA . Конец этого отрезка обозначается точка a .

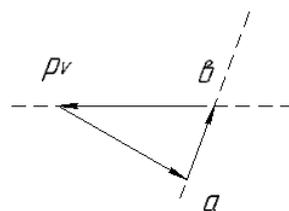
Затем, через точку a проводится линия действия вектора \vec{V}_{AB} (перпендикулярно шатуну AB).

Из полюса p_v проводится линия действия вектора \vec{V}_B – прямая линия до пересечения с линией действия вектора \vec{V}_{AB} . Точка пересечения этих двух отрезков – точка b . Результирующий вектор \vec{V}_B , по правилу сложения векторов замыкает начало вектора \vec{V}_A и конец \vec{V}_{AB} (рис.3).

Полученное построение называется планом скоростей механизма. С его помощью можно определить направление вектора \vec{V}_{AB} . А измерив длины отрезков $p_v b$ и ab , и умножив их на масштаб μ_v можно вычислить мгновенные значения скоростей V_B и V_{AB} .



*План скоростей
для пятого положения*



$$\mu_v = 10 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}$$

Рис.3. План скоростей механизма для пятого пространственного положения

Остается определить угловую скорость вращения шатуна AB ω_2 , 1/с:

$$\omega_2 = \frac{V_{AB}}{l_{AB}}$$

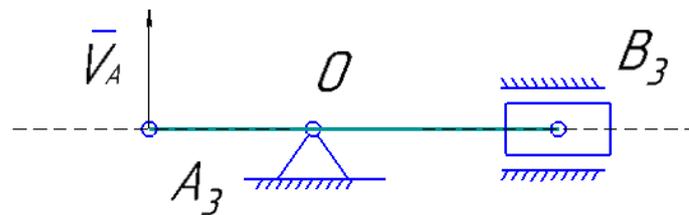
Направление угловой скорости звена AB определяется следующим образом. Переносим мысленно вектор ba с плана скоростей в точку B шатуна и наблюдаем направление поворота этого звена вокруг точки A .

Таблица 1

Результаты определения скоростей

№ положения	V_A , м/с	V_B , м/с	V_{AB} , м/с	ω_1 , 1/с	ω_2 , 1/с
0					
1					
2					
3					
4					
5					

*План скоростей
для третьего положения*



$$\begin{array}{c} \vec{V}_{AB} \\ \parallel \\ \vec{V}_A \\ \parallel \\ \vec{V}_A = -\vec{V}_{AB} \quad \vec{V}_B = 0 \end{array}$$

Рис.4. План скоростей механизма для третьего пространственного положения

Для построения плана ускорений выбирают масштаб плана скоростей μ_a :

$$\mu_a = m/c^2 \text{ (реального ускорения)}/\text{мм (длины векторов на чертеже)}.$$

Так как кривошип OA вращается с постоянной угловой скоростью, то точка A кривошипа будет иметь только нормальное ускорение, величина которого равна, m/c^2 :

$$a_A = a_{A_n} = \omega_1^2 * l_{OA} \quad (4)$$

Линия действия вектора \bar{a}_A совпадает с направлением кривошипа OA , а направление – от точки A к точке O .

Вектор ускорения точки B :

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{AB}^n + \bar{a}_{AB}^\tau, \quad (5)$$

где \bar{a}_{AB}^n – вектор ускорения точки B относительно точки A ;

\bar{a}_{AB}^τ – вектор касательной (тангенциальной) составляющей ускорения точки B относительно точки A .

Величина нормальной составляющей относительного ускорения определяется по формуле:

$$a_{AB}^n = \omega_2^2 * l_{AB}, \text{ м/с}^2, \quad (6)$$

а ее вектор \bar{a}_{AB}^n параллелен шатуну AB и направлен от точки B к точке A .

Про величину и направление тангенциальной составляющей относительного ускорения \bar{a}_{AB}^τ пока ничего сказать нельзя, но известно, что линия ее действия перпендикулярна шатуну AB .

Также нельзя пока определить величину и направление вектора ускорения точки B - \bar{a}_B , но понятно, что линия его действия совпадает с горизонтальной прямой – траекторией движения ползуна.

Построение ведется из произвольной точки p_a – полюса плана ускорений. Из нее откладывается отрезок, длина которого соответствует длине вектора \bar{a}_A в масштабе μ_a , направление - от точки A к точке O . В конце этого отрезка ставим точку a .

Из точки a плана ускорений откладываем отрезок, соответствующий величине вектора \bar{a}_{AB}^n в масштабе μ_a . Направление отрезка от точки B к точке A , параллельно шатуну AB . В конце отрезка ставим точку n_1 .

Через точку n_1 перпендикулярно шатуну AB проводим линию действия вектора \bar{a}_{AB}^τ .

Наконец, из полюса плана ускорений т. p_a проводим прямую горизонтальную линию - линию действия вектора \bar{a}_B . На пересечении этой

линии с линией действия вектора \vec{a}_{AB}^T ставим точку θ .

В соответствии с векторным уравнением (5) и правилом сложения векторов расставляем стрелки, обозначающие направления отрезков – так, чтобы отрезок $p_{a\theta}$ соединял начало отрезка $p_{a\theta}$ и конец отрезка $n_1\theta$ (рис.5).

С помощью плана теперь можно измерив длины отрезков $p_{a\theta}$ и $n_1\theta$, и умножив их на масштаб μ_a , можно вычислить мгновенные значения ускорений a_B , и a_{AB}^T .

Т.к. кривошип OA движется равномерно и угловая скорость его вращения $\omega_1 = const$, то угловое ускорение кривошипа для всех пространственных положений равно нулю, $\varepsilon_1 = 0$.

Угловое ускорение шатуна для любого пространственного положения определяется по формуле, $1/c^2$:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{AB}^T}{l_{AB}}$$

Для определения направления ε_2 - углового ускорения звена AB мысленно переносим в точку B вектор a_{AB}^T (совпадающий с ним по направлению отрезок $n_1\theta$ на плане ускорений). Видно, что ускорение ε_2 направлено против хода часовой стрелки относительно точки A .

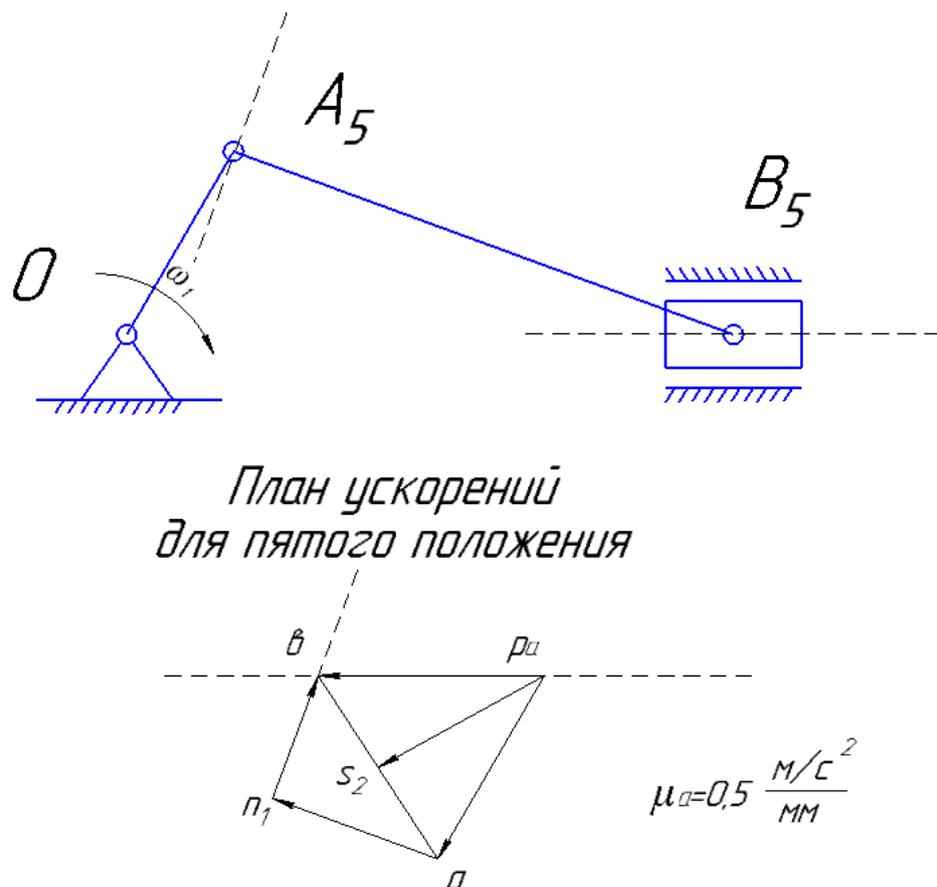


Рис.5. План ускорений механизма для пятого пространственного положения

Для последующего силового расчета потребуется также определить мгновенное ускорение точки S_2 – середины шатуна AB . Для этого на плане ускорений соединяем отрезком точки a и b , и на его середине отмечаем точку s_2 . Проводим отрезок от полюса плана ускорений точки p_a к точке s_2 . Длина отрезка $p_a s_2$, умноженная на масштаб μ_a , позволяет определить мгновенное ускорение середины шатуна a_{S_2} , м/с², а длина отрезка ab , умноженная на масштаб μ_a , дает возможность определить мгновенное значение относительного ускорения a_{AB} , м/с².

Результаты определения ускорений сводим в таблицу 2.

Таблица 2

Результаты определения ускорений

№ положения	a_A , м/с ²	a_B , м/с ²	a_{AB}^n , м/с ²	a_{AB}^τ , м/с ²	a_{AB} , м/с ²	a_{S_2} , м/с ²	ε_1 , 1/с ²	ε_2 , 1/с ²
0								
1								
2								
3								
4								
5								

5. Силовой расчет механизма

Целью силового расчета механизма является определение уравновешивающего момента $T_{ур}$, Н*м.

Для его определения потребуется найти мгновенные значения сил и моментов сил инерции, а также величины реакций в кинематических парах.

Исходными данными являются массы отдельных звеньев m_i , моменты инерции звеньев I_i , координаты положений центров масс звеньев и внешняя сила на ползуне Q .

5.1. Определение уравновешивающей силы $F_{ур}$ кинетостатическим методом.

В соответствии с третьим законом Ньютона все тела действуют друг на друга с силами равными по модулю и противоположными по направлению. Реакции в звеньях кинематических пар (силы давления одного звена на другое в процессе передачи движения) равны по модулю и обратны по направлению. Условимся обозначать реакции R_{lk} , где l и k – номера звеньев кинематической пары. Очевидно, что $\bar{R}_{lk} = -\bar{R}_{kl}$.

Обозначим стойку цифрой 0, кривошип OA – цифрой 1, шатун AB – 2, ползун B – 3.

Для силового расчета используется принцип Даламбера (принцип кинетостатики), в соответствии с которым для нахождения реакции в кинематической паре необходимо к внешним силам прибавить силы инерции. Силы трения в данной работе не учитываются.

Главный вектор сил инерции звена k , Н:

$$\bar{F}_{ик} = -m_k * \bar{a}_{S_k}, \quad (7)$$

где m_k – масса звена k , кг;

\bar{a}_{S_k} - ускорение центра масс звена k , м/с².

Стоит отметить, что вектор сил инерции звена направлен противоположно направлению ускорения звена.

Главный момент сил инерции звена k , Н*м:

$$\bar{M}_{ик} = -I_k * \bar{\varepsilon}_k, \quad (8)$$

где I_k – момент инерции звена k , относительно центральной оси кг*м²;
 $\bar{\varepsilon}_k$ - угловое ускорение звена k , 1/с².

При неизвестных моментах инерции звеньев их можно определить по приближительной формуле:

$$I_k = m_k * (0,29 * l_k)^2 \quad (9)$$

Находим координаты положений центров масс звеньев. Для кривошипа OA и шатуна AB – это точки, лежащие на серединах звеньев $S_1 = l_{OA}/2$ и $S_2 = l_{AB}/2$. Центр масс ползуна (звена 3) совпадает с точкой B .

Затем определяем силы инерции и моменты инерции всех звеньев.

Центр масс звена 1 (кривошипа OA) находится на оси вращения звена, поэтому его сила инерции кривошипа равна нулю, т.е. $F_1 = 0$.

Момент сил инерции звена 1 также равен нулю, т.к. кривошип движется равномерно и его угловая скорость постоянна, т.е. $\omega_1 = const$, и $M_1 = 0$.

Для звена 2 (шатуна AB) модуль силы инерции: $F_{и2} = m_2 * a_{S_2}$, а направление вектора $\bar{F}_{и2}$ противоположно направлению вектора \bar{a}_{S_2} .

Модуль момента сил инерции звена 2: $M_{и2} = I_2 * \varepsilon_2$, а направление момента \bar{M}_2 - в сторону, противоположную направлению углового ускорения шатуна $\bar{\varepsilon}_2$.

Звено 3 (ползун или поршень) совершает только поступательное движение, поэтому на него действует только сила инерции $F_{и3} = m_3 * a_B$. Направлена эта сила по траектории движения ползуна в противоположную сторону от направления вектора ускорения \bar{a}_B .

Силовой анализ проводят в последовательности, обратной его кинематики. Простейшей кинетостатической цепью обладающей определемостью является структурная группа Ассура.

Начинаем с последнего звена. Вычерчиваем группу, состоящую из

звена 3 (ползуна), звена 2 (шатун AB) и стойки 0 в масштабе. В центрах масс звеньев прикладываем сначала вес звеньев $G_2=m_2 \cdot g$ и $G_3=m_3 \cdot g$, а также заданную силу сопротивления Q (рис.6). Направление веса каждого звена - вертикально вниз, силы Q – против движения.

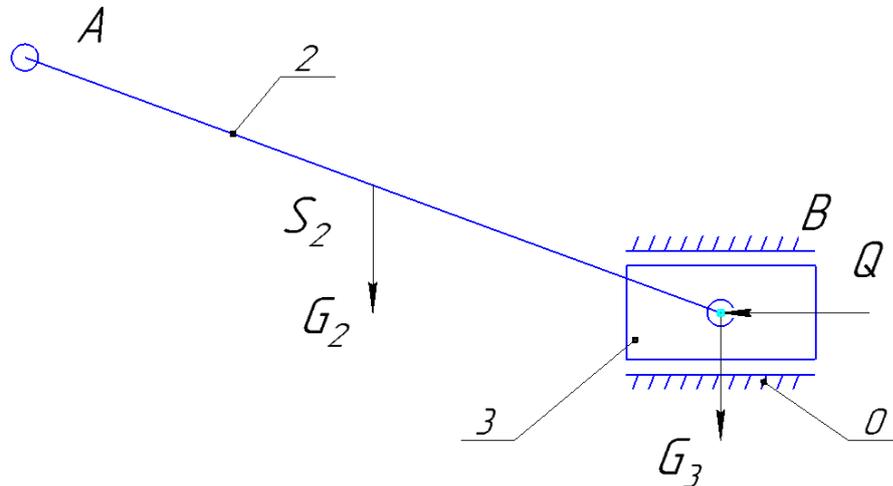


Рис.6. Группа Ассура с приложенными весами и силой сопротивления

Затем прикладываем инерционные нагрузки $F_{и2}$, $F_{и3}$ и $M_{и2}$.

Последними прикладываем искомые реакции R_{03} , R_{21} и R_{23} . Направление реакции стойки 0 на ползун 3 перпендикулярно траектории. Реакция звена 2 на звено 1 R_{21} действует в точке А. Направление ее неизвестно, но ее можно разделить на нормальную R_{21}^n и тангенциальную R_{21}^t составляющие. Направление нормальной составляющей R_{21}^n – параллельно звену 2, а тангенциальной R_{21}^t – перпендикулярно звену 2 в произвольную (предварительно) сторону.

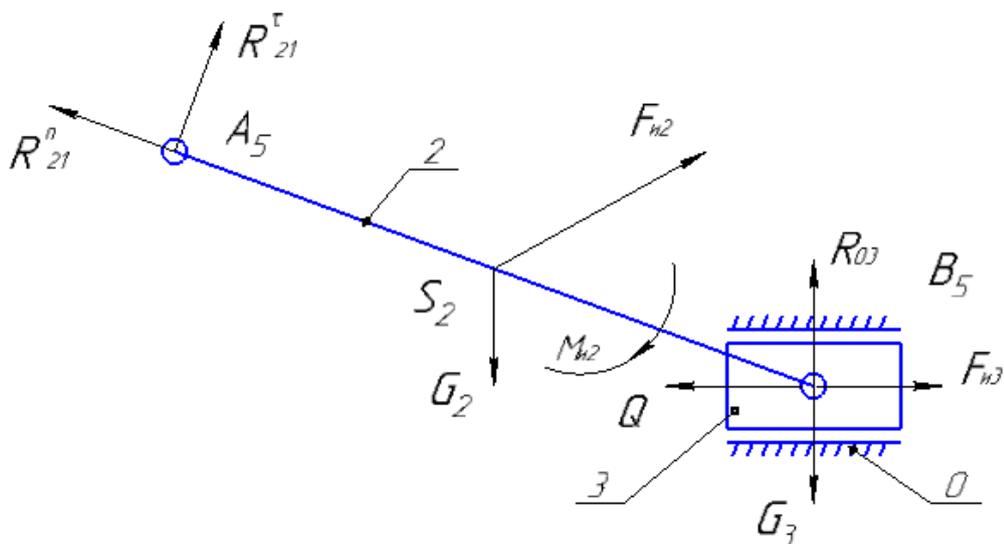


Рис.7. Группа Ассура с приложенными весами, силами и моментом инерции, и реакциями (реакция R_{23} условно не показана).

Т.к. здесь 3 неизвестных вектора (\bar{R}_{03} , \bar{R}_{21}^n и \bar{R}_{21}^r), то сначала находим \bar{R}_{21}^r . Для этого составляем уравнение равновесия моментов сил, действующих относительно точки B :

$$\sum M_B = 0 \quad (10)$$

Условимся, что любая сила или момент, вращающие звено по часовой стрелке, берутся с отрицательным знаком, вращающие против часовой стрелки – с положительным.

$$- R_{21}^r * l_{AB} + G_2 * h_{G2} - F_{и2} * h_{F2} - M_2 = 0 \quad (11)$$

где h_{G2} и h_{F2} – значения плеч от точки B до линии действия векторов \bar{G}_2 и $\bar{F}_{и2}$ (см. рис. 8).

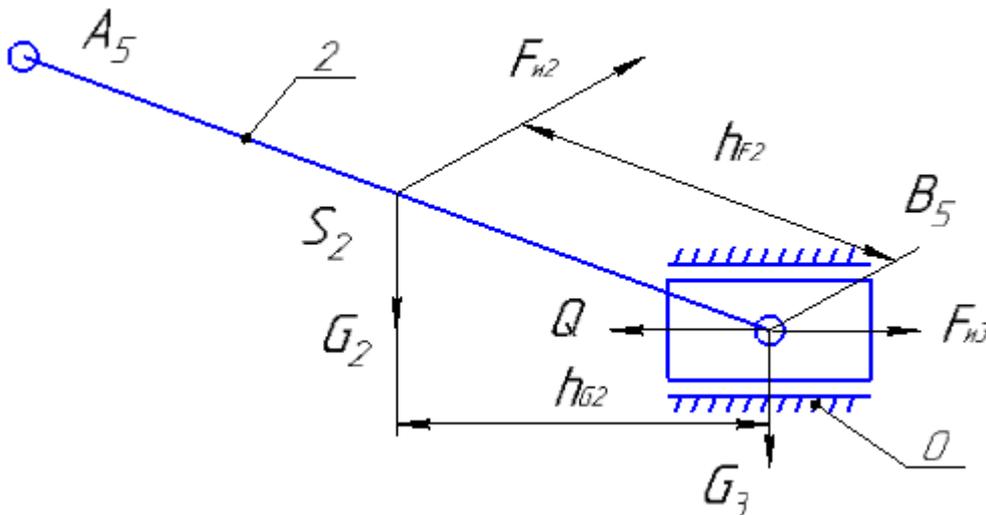


Рис.8. Пояснение к определению плеч h_{G2} и h_{F2}

Решаем уравнение 11:

$$R_{21}^r = \frac{G_2 * h_{G2} - F_{и2} * h_{F2} - M_{и2}}{l_{AB}}$$

Если значение R_{21}^r получилось со знаком «минус», то это означает, что предварительно выбранное направление вектора \bar{R}_{21}^r в дальнейших построениях надо поменять на противоположное.

Теперь строим план сил для первой группы. Для этого сначала записываем уравнение всех сил действующих в группе в векторной форме:

$$\bar{R}_{21}^n + \bar{R}_{21}^r + \bar{G}_2 + \bar{F}_{и2} + \bar{F}_{и3} + \bar{G}_3 + \bar{Q} + \bar{R}_{03} = 0 \quad (12)$$

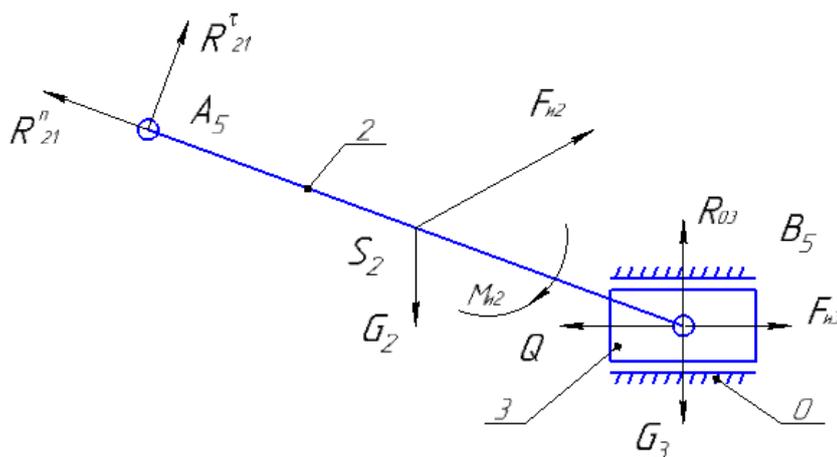
Затем выбираем масштаб плана сил μ_f (Н/мм). Из произвольного полюса p_f откладываем последовательно в масштабе сначала вектор \bar{R}_{21}^t , затем \bar{G}_2 , $\bar{F}_{и2}$, \bar{G}_3 , $\bar{F}_{и3}$ и \bar{Q} . Через конец вектора \bar{Q} проводим вертикаль – линию действия вектора \bar{R}_{03} . А через начало вектора \bar{R}_{21}^t проводим линию, параллельную звену 2 (шатуну AB). Замыкаем прямоугольник сил и находим модули и направления векторов \bar{R}_{03} и \bar{R}_{21}^n . Модули определяются как произведение длин соответствующих отрезков на плане сил на масштаб плана μ_f .

Реакцию \bar{R}_{21} определяем на плане как векторную сумму \bar{R}_{21}^n и \bar{R}_{21}^t (рис.9 а).

Неизвестную реакцию \bar{R}_{23} определяем с помощью векторного уравнения:

$$\bar{R}_{21} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{и2} + \bar{R}_{23} = 0 \quad (13)$$

Строим многоугольник сил (рис.9 б), измеряем длину вектора \bar{R}_{23} , умножаем ее на масштаб, и результаты записываем в таблицу 3.



План сил первой группы для пятого положения

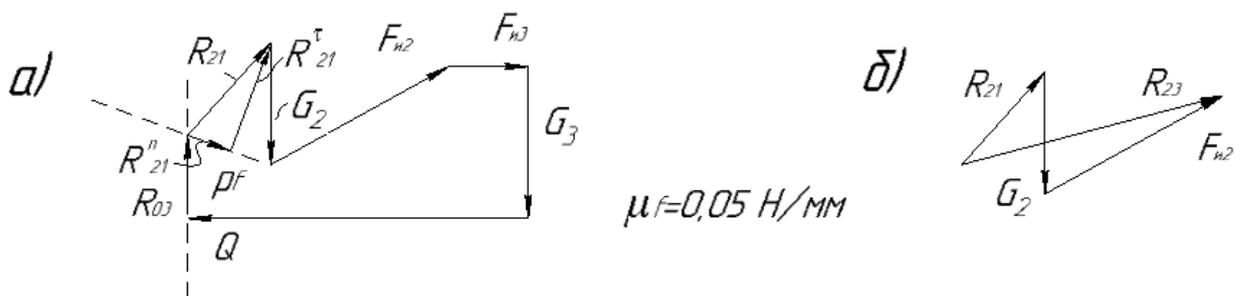


Рис.9. Планы сил для первой группы механизма в пятом положении.

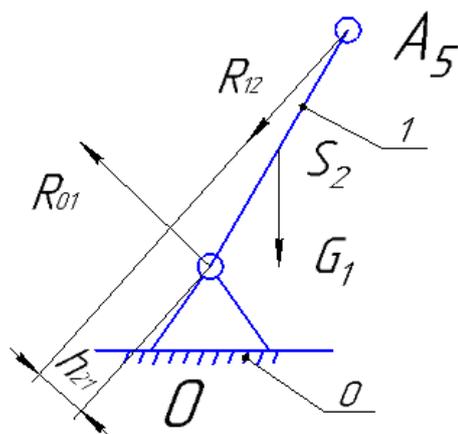
Вторая группа Ассур состоит из двух звеньев: стойки 0 и кривошипа 1 .

Вычерчиваем группу в том же масштабе, что и предыдущую. В точку A переносим определенную ранее реакцию $R_{12} = R_{21}$, но направление вектора \bar{R}_{12} выбираем противоположно направлению вектора \bar{R}_{21} . Также в центре кривошипа наносим вес звена 1 $G_1 = m_1 * g$, а искомую реакцию от стойки на кривошип \bar{R}_{01} размещаем в точке O и направляем предварительно произвольно.

Записываем векторное уравнение:

$$\bar{R}_{12} + \bar{G}_1 + \bar{R}_{01} = 0 \quad (14)$$

Выбираем масштаб плана сил μ_f (Н/мм). Из произвольного полюса p_f откладываем векторы \bar{R}_{12} и \bar{G}_1 (рис.10). Вектор \bar{R}_{01} строится от начала \bar{R}_{12} к концу \bar{G}_1 .



План сил для пятого положения

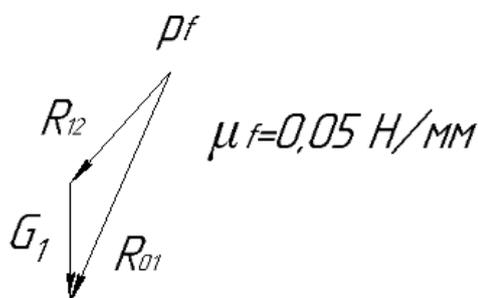


Рис.10. План сил для второй группы механизма в пятом положении

Измеряем длину вектора \bar{R}_{01} , умножаем ее на масштаб, и результаты записываем в таблицу 3.

Результаты определения реакций.

№ положения	$R_{21}, \text{ Н}$	$R_{21}^n, \text{ Н}$	$R_{21}^t, \text{ Н}$	$R_{23}, \text{ Н}$	$R_{03}, \text{ Н}$	$R_{01}, \text{ Н}$
0						
1						
2						
3						
4						
5						

Чтобы кривошип находился в равновесии, к нему необходимо приложить внешний уравновешивающий момент. Уравновешивающий момент определяется из соотношения, Н*м:

$$T_{\text{ур}} = R_{12} * h_{21}, \quad (15)$$

где h_{21} – плечо уравновешивающей силы, которой является реакция R_{12} , м (см. рис 10).

Рассчитанные значения уравновешивающей силы $F_{\text{ур}}$ и уравновешивающего момента $T_{\text{ур}}$ для всех пространственных положений механизма сводим в таблицу 4 и определяем максимальные значения уравновешивающей силы $F_{\text{урmax}}$ и уравновешивающего момента $T_{\text{урmax}}$

5.2. Определение уравновешивающей силы $F_{\text{ур}}$ методом построения рычага Жуковского.

Для определения мгновенного значения уравновешивающей силы $F_{\text{ур}}$ выполняется построение рычага Жуковского, который строится на основании плана скоростей, развёрнутого на 90° по часовой стрелке, после чего на него переносятся все силы, действующие на механизм.

Линия действия уравновешивающей силы $F_{\text{ур}}$ проходит через точку A , а ее направление выбираются произвольно. Если при последующем расчете выяснится, что значение $F_{\text{ур}}$ получилось со знаком «минус», то предварительно выбранное направление следует поменять на противоположное (рис.11).

Затем составляется уравнение моментов сил относительно полюса p_v (16), из которого определяют значение $F_{\text{ур}}$. Здесь используется то же правило: любая сила или момент, вращающие звено по часовой стрелке относительно полюса, берутся с отрицательным знаком, вращающие против часовой стрелки – с положительным.

$$G_2 * h_{G2} + G_1 * h_{G1} + F_{и2} * h_{F2} + F_{и3} * h_{F3} - Q * h_Q - F_{\text{ур}} * h_{\text{ур}} = 0 \quad (16)$$

отсюда находим мгновенное значение уравнивающей силы:

$$F_{ур} = \frac{G_2 * h_{G2} + G_1 * h_{G1} + F_{в2} * h_{F2} + F_{в3} * h_{F3} - Q * h_Q}{h_{ур}}$$

Рычаг Жуковского для пятого положения

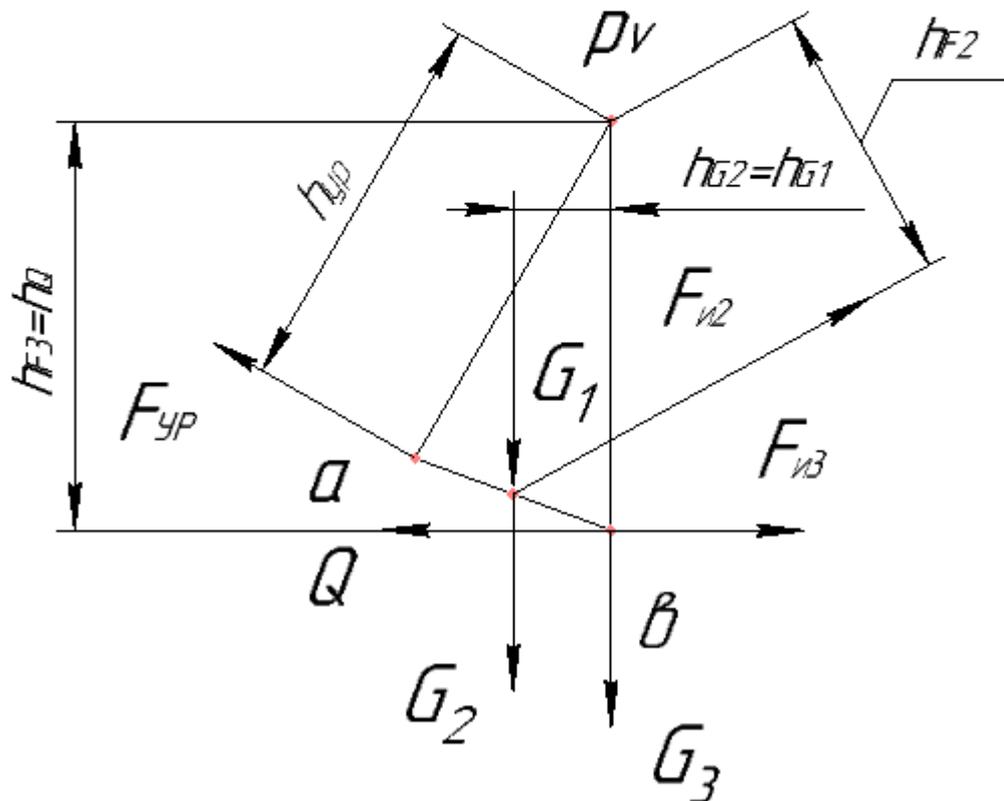


Рис.11. Рычаг Жуковского для пятого положения механизма (в данном случае плечи h_{G2} и h_{G1} , а также h_{F3} и h_Q совпадают).

Для вычисления мгновенного значения уравнивающей силы $F_{ур}$ следует брать реальные значения сил в Ньютонах, а длины плеч из построения рычага Жуковского в миллиметрах чертежа.

Уравнивающий момент в данном случае определяется как произведение величины уравнивающей силы на длину кривошипа OA , H^*M :

$$T_{ур} = F_{ур} * l_{OA}, \quad (17)$$

Результаты расчета для всех пространственных положений механизма также сводим в таблицу 4 и определяем максимальные значения уравновешивающей силы $F_{урmax}$ и уравновешивающего момента $T_{урmax}$.

Таблица 4

Результаты определения уравновешивающей силы $F_{ур}$ и уравновешивающего момента $T_{ур}$.

№ положения	$F_{ур}, Н$	$T_{ур}, Н*м$
0		
1		
2		
3		
4		
5		

6. Кинематический расчёт редуктора и определение размеров зубчатых колёс редуктора

Необходимо спроектировать некоррегированное стандартное зацепление с модулем m , углом зацепления $\alpha = 20^\circ$ и коэффициентами высоты головки зуба $f_a^* = 1$ и радиального зазора $c^* = 0,25$.

Рассмотрим зацепление двух прямозубых цилиндрических колес с центрами в точках O_1 и O_2 . (рис. 13). Зубчатое колесо с меньшим числом зубьев (z_1), называют **шестерней**, колесо с большим числом зубьев (z_2), называют просто колесом. В процессе обката шестерни с колесом происходит качение без скольжения двух центроид - окружностей, соприкасающихся в полюсе зацепления - P . Эти окружности называются **начальными**, а их диаметры (радиусы) обозначаются с индексом w : d_{w1} (r_{w1}), d_{w2} (r_{w2}). Для некорригированных колес эти окружности совпадают с делительными окружностями, обозначение диаметров (радиусов) которых дается без индексов первой и второй групп, т.е. для шестерни - d_1 (r_1), для колеса - d_2 (r_2).

Модуль зуба m - величина условная, имеющая размерность в миллиметрах (мм) и используемая как масштаб для выражения остальных параметров зубчатых колес.

Делительная окружность делит зуб на головку высотой h_{at} , и ножку h_{ft} , в пропорции: $h_{at}^* / h_{ft}^* + c^*$.

Коэффициент радиального зазора c^* . Коэффициент $c_{i'}^* = c^* \cos\beta$.

В стандартном зацеплении делительная окружность (ее диаметр d

совпадает с начальной окружностью (d_w) - центроидой в относительном качении колес) делит зуб на головку и ножку в указанной выше пропорции.

Основная окружность - это окружность, от которой образуется эвольвента. Все параметры, относящиеся к ней, обозначаются с индексом b например, диаметры (радиусы) колес в зацеплении: d_{b1} (r_{b1}), d_{b2} (r_{b2}).

Окружности выступов и впадин - окружности, проходящие соответственно через вершины и впадины зубьев колес. Их диаметры (радиусы) обозначаются: d_{a1} (r_{a1}), d_{f1} (r_{f1}), d_{a2} (r_{a2}), d_{f2} (r_{f2}).

Шаги зубьев колес - p_t , p_b , p_n , p_x - это расстояния между одноименными сторонами профиля, замеренные:

- по дуге делительной окружности в торцовом сечении - окружной (торцевой) шаг: $p_t = m\pi / \cos\beta$.

по дуге основной окружности - основной шаг $p_b = d_b / z$;

по контактной нормали (линии зацепления) - основной нормальный шаг p_{bn} ;

по нормали к направлению зубьев и по оси (у винтовых передач) - нормальный шаг p_n и осевой шаг p_x .

У косозубых колес зубья расположены под углом β к оси вращения. Обычно $\beta = 5..8^\circ$. Для прямозубых колес угол $\beta = 0^\circ$.

Через полюс зацепления P по касательной к основным окружностям проходит прямая $n-n$, ее участок называется **линией зацепления**, по которой в процессе обката перемещается точка контакта сопрягаемых профилей колес. Расстояние между точками пересечения ее с окружностями выступов колес называется рабочим участком линии зацепления.

В процессе обката зубчатых колес точка контакта профилей перемещается в пределах активного (рабочего) участка линии зацепления, которая является нормалью к профилям обоих колес в этих точках и одновременно общей касательной к обеим основным окружностям.

Угол между линией зацепления и перпендикуляром к линии, соединяющей центры сопрягаемых колес, называется углом зацепления. У корригированных колес этот угол обозначается α ; для некорригированных колес $\alpha = \alpha_t$.

Угол зацепления в торцовом сечении $\alpha_t = \arctg(\tg\alpha / \cos\beta)$.

Межосевое расстояние некорригированных колес:

$$a_{w12} = r_{w1} + r_{w2} = r_1 + r_2 = m(z_1 + z_2) / 2$$

Окружная (торцовая) толщина зуба, S_t - длина дуги делительной окружности, заключенная между двумя сторонами зуба.

Толщина зубьев на окружности:

- вершин $S_{a1,2} = m_t(\cos\alpha / \cos\alpha_{1,2})[0,5\pi - z_{1,2}(\text{inv}\alpha_{a1,2} - \text{inv}\alpha)]$;

- делительной (начальной) $S_{l,2} = 0,5 p_g = 0,5 m_t \pi$;

- основной $S_{e1,2} = m_t [0,5\pi + z_{1,2} \text{inv}\alpha]$;

$S_{i1,2} = m_t(\cos\alpha / \cos\alpha_i)[0,5\pi - z_{1,2}(\text{inv}\alpha_i - \text{inv}\alpha)]$;

(здесь $\text{inv}\alpha_i = \text{tg}\alpha_i - \alpha_i$, α_i - в радианах, $d_i = \arccos(d_g/d_i)$).

Окружная ширина впадины между зубьями, e - расстояние между разноименными сторонами профиля по дуге делительной окружности.

Высота головки зуба, h_a - расстояние между окружностью выступов и делительной окружностью: $h_a = r_a - r$

или $h_{at} = m_t h_{at}^*$ (где $h_{at}^* = h_a^* \cos \beta$);

Высота ножки зуба h_f - расстояние между окружностями делительной и впадин: $h_f = r - r_f$

или $h_{ft} = m_t (h_{ft}^* + c_i^*)$

Высота зуба: $h = h_a + h_f$

или $h_t = h_{at} + h_{ft}$.

Рабочий участок профиля зуба - геометрическое место точек контакта профилей сопрягаемых колес, определяется как расстояние от вершины зуба до точки начала эвольвенты. Ниже последней следует переходная кривая.

Переходная кривая профиля зуба - часть профиля от начала эвольвенты, т.е. от основной окружности до окружности впадин. При методе копирования соответствует форме головки зуба инструмента, а при методе обкатки образуется вершинной кромкой режущего инструмента и имеет форму удлиненной эвольвенты (для инструментов реечного типа) или эпициклоиды (для инструментов типа колеса).

На участке от окружности вершин до основной окружности рабочая поверхность зуба - эвольвента, далее - радиальная прямая со скруглением $r_f = 0,38m$.

Толщина зубчатого венца колес $v_1 = \psi_m m + (5 \dots 6)$ мм; $v_2 = \psi_m m$; ψ_m - коэффициент толщины зубчатого венца: $\psi_m = (10 \pm 2)$; или $v_2 = \pi m / \sin \beta$ ($v_{1,2}$ - целые числа).

Синтез зубчатой передачи выполняют в следующей последовательности:

После определения максимального крутящего момента на валу кривошипа расчетом на контактную прочность находят межосевое расстояние a_w , мм;

- определяют модуль m зацепления зубчатых колес;
- определяют количество зубьев z_i зубчатых колес;
- рассчитывают их геометрические характеристики;
- вычерчивают упрощенную картину зубчатого зацепления (рис.12).

Межосевое расстояние a_w , мм определяется по формуле:

$$a_w \geq K_a (u + 1) \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot 10^3}{\Psi_a u^2 [\sigma]_H^2} K_{H\beta}} \quad (20)$$

где K_a — вспомогательный коэффициент. Для косозубых передач $K_a = 43$, для прямозубых — $K_a = 49,5$;

$\Psi_a = b_2/a_w$ — коэффициент ширины венца колеса, равный $0,28 \dots 0,36$ —

для шестерни, расположенной симметрично относительно опор в проектируемых нестандартных одноступенчатых цилиндрических редукторах;

$[\sigma]_H$ — допускаемое напряжение сжатия материала колеса с менее прочным зубом, Н/мм². Принять $[\sigma]_H = 400$ Н/мм².

$K_{H\beta}$ — коэффициент неравномерности нагрузки по длине зуба. Для прирабатывающихся зубьев $K_{H\beta} = 1$.

Межосевое расстояние принять из ряда стандартных значений по ГОСТ 2185-66 «Передачи зубчатые цилиндрические. Основные параметры».

Межосевые расстояния

1 ряд	40	50	63	80	100	125	—	160	—	200	—	250	—	315	—	400
2 ряд	—	—	—	—	—	—	140	—	180	—	225	—	280	—	355	—
1 ряд	—	500	—	630	—	800	—	1000	—	1250	—	1600	—	2000	—	2500
2 ряд	450	—	560	—	710	—	900	—	1120	—	1400	—	1800	—	2240	—

1-й ряд следует предпочитать 2-му

Модуль зацепления m , мм:

$$m \geq \frac{2K_m T_2 \cdot 10^3}{d_2 b_2 [\sigma]_F} \quad (21)$$

где

K_m — вспомогательный коэффициент. Для косозубых передач $K_m = 5,8$, для прямозубых $K_m = 6,8$;

$d_2 = 2a_w u / (u + 1)$ — делительный диаметр колеса, мм;

$b_2 = \Psi_a a_w$ — ширина венца колеса, мм;

$[\sigma]_F$ — допускаемое напряжение изгиба материала колеса с менее прочным зубом, Н/мм². Принять $[\sigma]_F = 198$ Н/мм²;

Значения межосевого расстояния a_w , в мм; значение максимального крутящего момента на валу кривошипа T_2 , в Н*мм. Полученное значение модуля m округлить в большую сторону до стандартного из ряда чисел:

m , мм	1-й ряд	1,0; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10
	2-й ряд	1,25; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9

При выборе модуля 1-й ряд следует предпочитать 2-му.

Определить суммарное число зубьев шестерни и колеса z_Σ :

$$z_\Sigma = \frac{2a_w}{m} \quad (22)$$

Число зубьев шестерни:

$$z_1 = \frac{z_\Sigma}{1+u} \quad (23)$$

Число зубьев колеса:

$$z_2 = z_{\Sigma} - z_1 \quad (24)$$

Определить диаметры окружностей для шестерни и колеса:
делительной:

$$d_{1,2} = z_{1,2} \cdot m \quad (25)$$

основной:

$$d_{в1,2} = d_{1,2} \cdot \cos\alpha \quad (26)$$

вершин зубьев:

$$d_{a1,2} = d_{1,2} + 2 \cdot m \quad (27)$$

впадин зубьев:

$$d_{f1,2} = d_{1,2} - 2,4 \cdot m \quad (28)$$

Определить ширину зуба:

$$c = \frac{\pi \cdot m}{2} \quad (30)$$

При вычерчивании (см. рис. 12) упрощенной картины зубчатого зацепления в вычислительном масштабе $K_l = \dots$ мм/мм (в выбранном масштабе высота зуба h должна составлять ≈ 20 мм) по вертикали или горизонтали откладывают межосевое расстояние $O_1O_2 = a_w$. С центрами точек O_1 и O_2 проводят штрихпунктирные окружности, радиусами, равными d_1 и d_2 . Они соприкоснутся в точке P (полюсе зацепления) на линии центров. Далее проводят окружности вершин (дугами основного контура) и окружности основные и впадин (дугами вспомогательного контура). Через полюс P под углом α_i к линии центров проводят линию зацепления и между точками ее пересечения с окружностями вершин выделяют ее рабочую часть (след на плоскости чертежа точки контакта пары зубьев). Зная шаг p_i , проводят радиальные оси зубьев. По вычисленным толщинам зубьев на разных окружностях можно построить профили сопряженных зубьев, соприкасающихся в полюсе. Все геометрические характеристики проставляются на чертеже.

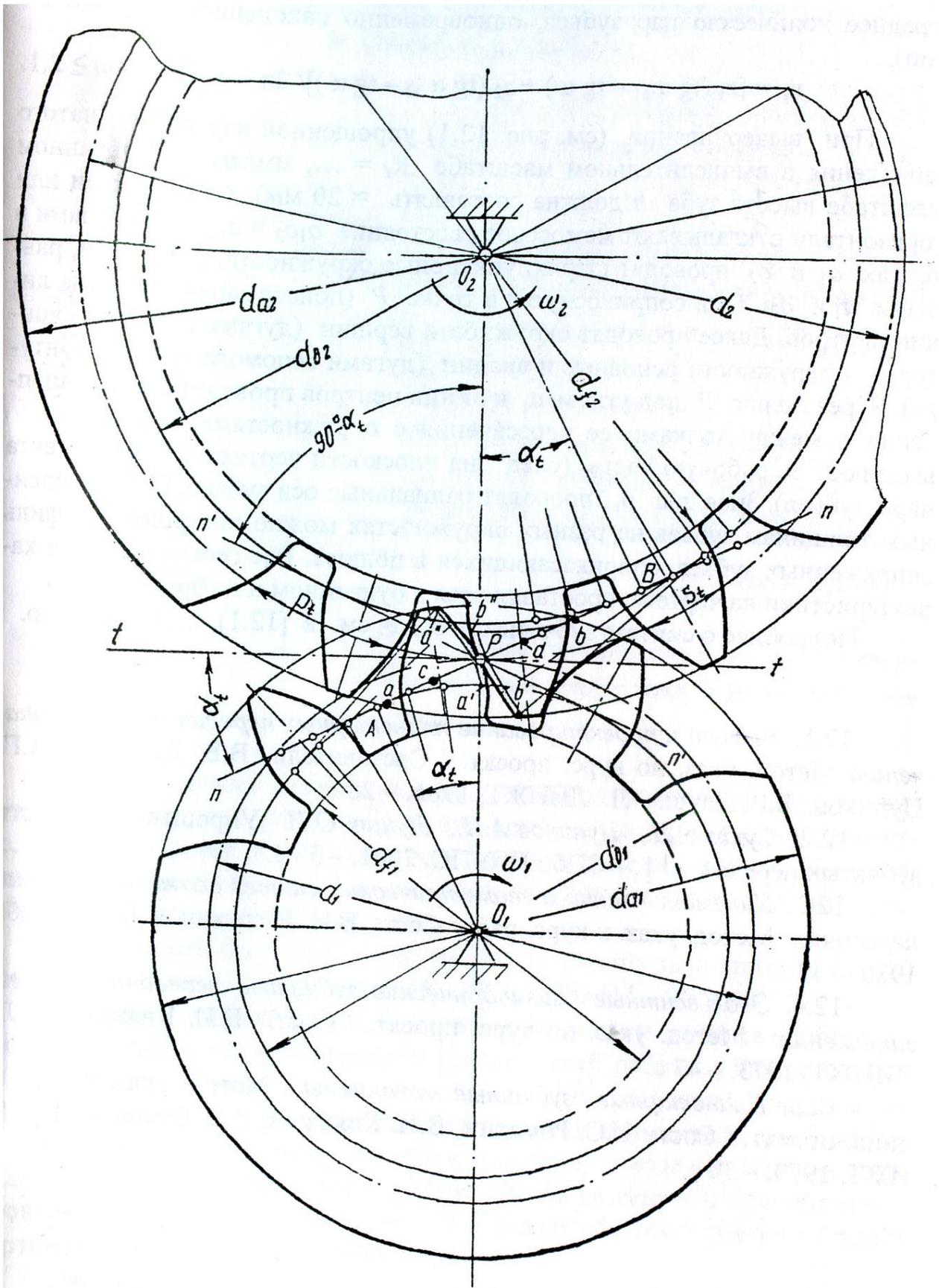


Рис.12. Упрощенная картина зубчатого зацепления

Список литературы

1. Сухих Р. Д. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин: Учебно-методическое пособие. - СПб.: Петербургский государственный университет путей сообщения, 2005. - 105 с.
2. Тюняев, А.В. Детали машин [Электронный ресурс] : учеб. / А.В. Тюняев, В.П. Звездаков, В.А. Вагнер. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 736 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5109>. - Загл. с экрана.
3. Тюняев, А.В. Основы конструирования деталей машин. Литые детали [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - Санкт-Петербург: Лань, 2013. - 192 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30429>. - Загл. с экрана.
4. Иванов, М. Н. Детали машин [Текст] : Учеб. для втузов / М. Н. Иванов ; ред. В. А. Финогенов. - 6-е изд., перераб. - М. : Высшая школа, 2000. - 383 с.
5. Упрощенный комплексный кинематический анализ механизма поршневого компрессора [Текст] : методические указания к изучению курса «Прикладная механика» / ПГУПС, каф. «Теория механизмов и робототехнические системы»; сост. А. С. Хрущев. - СПб.: ПГУПС, 2013. - 14 с.
6. Виноградова, Тамара Владимировна. Анализ приводов с плоскими рычажными механизмами железнодорожных машин, автоматики, ЭВМ и роботов [Текст] : учебно-методическое пособие / Т. В. Виноградова. - Санкт-Петербург : ПГУПС, 2012. - 54 с.