

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна**

Кафедра инженерного материаловедения и метрологии

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания к выполнению курсовой работы для студентов
всех форм обучения по направлению подготовки
18.03.01 Химическая технология

Составители:
Е.С. Цобкалло
В.В. Васильева

Санкт-Петербург
2023

Методические указания содержат условия (по вариантам) курсовой работы по дисциплине «Прикладная механика», пояснения и рекомендации по выполнению курсовой работы, а также список литературы, необходимой для более глубокого понимания задач.

Методические указания разработаны для студентов бакалавриата очной, очно-заочной и заочной форм обучения по направлению подготовки 18.03.01 «Химическая технология».

Содержание

Введение	4
Выбор варианта задачи	4
Порядок оформления курсовой работы	5
Рекомендуемая литература	5
Краткое изложение теоретических основ темы «Растяжение и сжатие».	
Расчёт статически неопределимых конструкций	7
Пример 1. Решение статически неопределимой конструкции, содержащей сходящиеся в узле текстильные канаты. Задача один раз статически неопределима.....	12
Пример 2. Решение статически неопределимой конструкции, содержащей параллельно расположенные текстильные канаты. Задача один раз статически неопределима.	23
Варианты заданий для курсовой работы	34
Приложение 1	36
Приложение 2	42
Приложение 3	43

Введение

В рамках курсовой работы обучающийся должен выполнить предложенные задания на тему «Определение и расчет характеристик механических свойств различных материалов», включающей в себя различные разделы дисциплины «Прикладная механика», такие, как растяжение и сжатие, статическое равновесие систем, физико-механические свойства материалов, а также экспериментальное определение и расчет деформационно-прочностных характеристик полимерных нитей. Прежде чем приступать к выполнению задания необходимо проработать соответствующие темы, изучить теоретические основы дисциплины, усвоить формулы, которыми в дальнейшем предстоит пользоваться при решении задач. Методическое указание составлено таким образом, чтобы облегчить труд студентов над курсовой работой: перед решением задач дается краткий теоретический обзор темы со ссылками на учебную литературу, а также пример подробного решения задачи с пояснениями каждого действия.

Целями и задачами курсовой работы являются формирование у обучающихся навыков исследования механических свойств материалов, расчета нагрузок в элементах конструкций, а также научить грамотно подбирать материалы для создания надежных конструкций.

Выбор варианта задачи

Для студентов очной и очно-заочной форм обучения. Задание на курсовую работу выдается преподавателем на лекции.

Для студентов заочной формы обучения. Студент обязан выполнять задания курсовой работы в соответствии с номером своего студенческого билета. Предпоследняя цифра номера соответствует номеру строки в таблице данных, а последняя цифра номера – номеру схемы для каждой задачи. Например: номер студенческого билета 256963, тогда номер строки

с данными будет 6, а номер схемы к задаче – 3. Курсовая работа, выполненная не по шифру, оценивается НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО.

Порядок оформления курсовой работы

1. Все задачи, входящие в курсовую работу, должны быть выполнены на листах формата А4, также допускается выполнение курсовой работы и в электронном виде.
2. Форма титульного листа, листов для заданий представлена в Приложении 3.
3. Условия задачи должны быть выписаны полностью.
4. Заданные по условию задач схемы аккуратно и чётко вычерчиваются в масштабе.
5. Решения задач представлять с пояснениями и промежуточными расчетами.
6. Необходимо указывать размерность всех величин в системе СИ.
7. Необходимые чертежи вычерчиваются на миллиметровой бумаге или в электронном виде.
8. После получения с проверки курсовой работы, студент должен исправить в ней отмеченные ошибки и выполнить все данные ему указания. Отдельно от работы исправления не рассматриваются (для студентов заочного отделения).

Рекомендуемая литература

1. Селиванов, Ю. Т. Прикладная механика : учебное пособие / Ю. Т. Селиванов. — Тамбов : Тамбовский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2017. — 80 с. — ISBN 978-5-8265-1807-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/85941.html> (дата обращения: 17.01.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

2. Бегун, П. И. Прикладная механика : учебник / П. И. Бегун, О. П. Кормилицын. — 2-е изд. — Санкт-Петербург : Политехника, 2020. — 464 с. — ISBN 978-5-7325-1089-8. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/94831.html> (дата обращения: 17.01.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

3. Цобкалло Е. С. Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: учебное пособие / Цобкалло Е. С., Петрова Л. Н., Дарвиш Д. М. — СПб.: СПГУТД, 2009.— 88 с.— Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_ext_inf_publish.php?id=356, по паролю.

4. Петрова Л. Н. Сопротивление материалов. Пособие по решению задач. Ч.2. [Электронный ресурс]: учебное пособие / Петрова Л. Н., Цобкалло Е. С., Васильева В. В., Тиранов В. Г., Большухин О. П., Петров Е. Н. — СПб.: СПГУТД, 2010.— 72 с.— Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_ext_inf_publish.php?id=822, по паролю.

5. Цобкалло Е. С. Механика полимерных и композиционных материалов. Ч.1. Типы и свойства наполнителей [Электронный ресурс]: учебное пособие / Цобкалло Е. С., Москалюк О. А. — СПб.: СПГУТД, 2015.— 108 с.— Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_ext_inf_publish.php?id=2662, по паролю.

6. Цобкалло Е. С. Механика полимерных и композиционных материалов. Ч.2. Матрицы и композиционные материалов на их основе [Электронный ресурс]: учебное пособие / Цобкалло Е. С., Москалюк О. А., Юдин В. Е. — СПб.: СПГУТД, 2016.— 107 с.— Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_ext_inf_publish.php?id=3176, по паролю.

Краткое изложение теоретических основ темы «Растяжение и сжатие».

Расчёт статически неопределимых конструкций

Растяжение (сжатие) – такой вид деформированного состояния стержня, который возникает под действием сил, приложенных вдоль оси стержня. Под действием внешних сил стержень удлиняется (укорачивается) на некоторую величину Δl , которая называется **абсолютной продольной деформацией**:

$$\Delta l = l - l_0, \quad (1)$$

где l – длина деформированного стержня;

l_0 – исходная длина стержня.

Абсолютная деформация не всегда точно характеризует величину деформации, поэтому вводится **относительная деформация**, безразмерная величина, иногда измеряемая в %:

$$\varepsilon_{\text{прод}} = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100, \quad (2)$$

Величина деформации зависит от величины растягивающей (сжимающей) нагрузки, от площади поперечного сечения стержня и от его материала:

$$\varepsilon = \frac{N}{F \cdot E}, \quad (3)$$

где N – внутренняя продольная сила, возникающая в поперечном сечении стержня;

F – площадь поперечного сечения;

E – модуль упругости (модуль Юнга);

$E \cdot F$ – жесткость сечения при растяжении (сжатии).

При этом

$$\sigma = \frac{N}{F}, \quad (4)$$

где σ – нормальное механическое напряжение.

Тогда из выражений (3) и (4) получаем:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (5)$$

Выражение (5) – это закон Гука, в котором говорится, что в определенной области деформирования мы можем наблюдать линейную зависимость между нормальным напряжением σ и деформацией ε .

Выражение (5) можно переписать в развернутом виде:

$$\Delta l = \frac{N}{F} \cdot \frac{l}{E}, \quad (6)$$

При помощи формулы (6) можно решить три задачи: определить абсолютную деформацию стержня, рассчитать модуль упругости E и подобрать площадь поперечного сечения стержня.

Для детального изучения деформационных характеристик любых материалов проводят испытания на растяжение (сжатие). Результатом таких испытаний является кривая растяжения, выражающую зависимость удлинения образца Δl от действующей внешней нагрузки P . Кривые растяжения, или диаграммы растяжения, помогут нам ознакомиться с поведением пластичных и хрупких материалов под нагрузкой, рассчитать большинство деформационно-прочностных характеристик материалов. Например, необходимо обратить внимание на такие важные физико-механические характеристики материала как модуль нормальной упругости E , допускаемое напряжение $[\sigma]$, продольные деформации – абсолютную Δl и относительную ε ; поперечные деформации – абсолютную Δd и относительную ψ .

Одной из самых важных характеристик механических свойств, которая берется за основу многих расчетов на прочность и надежность конструкций, является **допускаемое напряжение $[\sigma]$** – это наибольшее напряжение, при котором материал конструкции может надёжно и долго работать.

Конечной целью рассмотрения нагруженного состояния будет являться либо проверка прочности, либо подбор сечения элемента

конструкции. Прочность любого элемента конструкции, как и конструкции в целом, связана с определением напряжения σ_{max} в опасном сечении и сравнении этой величины с допускаемым напряжением $[\sigma]$. Это условие получило название *условие прочности*. Так при осевом растяжении (сжатии) условие прочности записывается следующим образом:

$$|\sigma_{max}| = \frac{|N_{max}|}{F} \leq [\sigma], \quad (7)$$

Из выражения (7) выводится формула, при помощи которой можно подобрать площадь поперечного сечения элемента конструкции:

$$F \geq \frac{|N_{max}|}{[\sigma]}, \quad (8)$$

где N_{max} – внутреннее продольное усилие в опасном сечении.

Значения внутренних продольных усилий N определяются *методом сечений*, который заключается в следующем:

- мысленно разрезаем элемент на каждом силовом участке;
- отбрасываем одну из частей (левую или правую, верхнюю или нижнюю);
- отброшенную часть элемента заменяем внутренними реакциями, т.е. внутренними силовыми факторами N . Внутренние силовые факторы возникают строго в соответствии с внешними нагрузками;
- определяем значения внутренних силовых факторов, как алгебраическую сумму всех соответствующих внешних силовых факторов, действующих на оставшуюся (не отброшенную) часть элемента.

Величину и направление всех внешних и внутренних усилий определяют с помощью *уравнения статики*, или *уравнения равновесия*. Для составления уравнений равновесия необходимо выбрать систему координат и спроецировать на нее все усилия, которые присутствуют на

плане сил. Необходимо отметить, что для плоских схем можно составить не более трех следующих линейно-независимых уравнений статического равновесия:

1. Сумма проекций всех сил, приложенных к системе, на ось X равна 0. $\Sigma X=0$.

2. Сумма проекций всех сил, приложенных к системе, на ось Y равна 0. $\Sigma Y=0$.

3. Сумма моментов относительно любой точки плоскости от всех силовых факторов, приложенных к системе, равна 0. $\Sigma M=0$.

Данные уравнения следует составлять с учётом направления усилий, что выражается в знаках (+ или -) перед каждым слагаемым уравнений.

Статическая система называется *статически определимой*, если количество внутренних усилий от заданной нагрузки, и величины неизвестных опорных реакций можно определить с помощью уравнений равновесия. Все другие системы называются *статически неопределимыми*, если число неизвестных усилий (реакций в опорах) превышает число независимых уравнений статики.

Так как в статически неопределимых системах, неизвестные усилия нельзя определить при помощи одних лишь уравнений равновесия при их расчете необходимо составлять дополнительные уравнения (уравнения перемещений, учитывающие характер деформации системы).

Число дополнительных уравнений, необходимых для расчета системы, характеризует степень ее статической неопределимости. Можно составить столько дополнительных уравнений, сколько необходимо для решения задачи. Наиболее важным этапом расчета статически неопределимых систем является составление дополнительных (к уравнениям равновесия) уравнений перемещений.

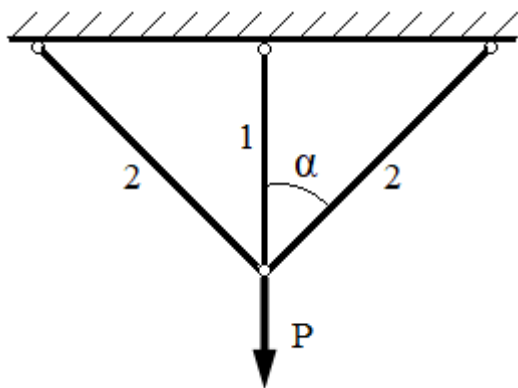
В данной курсовой работе требуется рассмотреть и решить статически неопределимые конструкции, включающие элементы текстильных материалов. Силовыми элементами, воспринимающие

внешние нагрузки, являются канаты, изготовленные из различных волокнистых материалов.

Особенностью предложенных для решения в данной курсовой работе задач является сочетание знаний и умений, полученных из разделов классической механики, с анализом и изучением особенностей деформационных и прочностных свойств текстильных волокнистых материалов.

Способы их составления рассмотрим на примерах решения различных задач расчета статически неопределимых систем.

Пример 1. Решение статически неопределимой конструкции, содержащей сходящиеся в узле текстильные канаты. Задача один раз статически неопределима.



Дано:

канат 1 – поликапроамид (капрон)

канаты 2 – полипропилен (ПП)

$$\alpha = 30^\circ$$

$$P = 20 \text{ кН}$$

$$F_1 = F_2$$

Определить: $[\sigma]_1$, $[\sigma]_2$, E_1 , E_2 , F_1 , F_2

Рис. 1. Исходная схема

Рассмотрим статически неопределимую плоскую систему, состоящую из трех синтетических канатов. Канаты кругло-поперечного сечения, изготовленные из синтетических нитей, сходятся в одном узле и нагружены в этом узле силой P . Центральный канат (номер 1 на рисунке 1) изготовлен из капроновых (ПКА) нитей, два боковых каната (под номерами 2), занимающих наклонное положение по отношению к вертикали, изготовлены из полипропиленовых (ПП) нитей.

- Определить допустимые напряжения для канатов из диаграмм растяжения: $[\sigma]_1$, $[\sigma]_2$;
- Определить модули жёсткости канатов из диаграмм растяжения на уровнях допускаемых напряжений: E_1 , E_2 ;
- Подобрать площади поперечных сечений канатов (F_1 , F_2), из условий прочности.

Диаграммы растяжения нитей представлены в Приложении 1.

Решение:

1. Определение допускаемого напряжения для синтетических канатов

1.1. Определение допускаемого напряжения для нитей и канатов из капрона.

Определяем значение разрывной нагрузки (P_p) из диаграммы растяжения нити капрон (Приложение 1).

$P_p = 158 \text{ Н}$ – значение нагрузки при разрыве нити капрон.

Из Приложения 2 выписываем характеристики нитей:

$T = 209 \text{ текс} = 2,09 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ – линейная плотность капроновой нити;

$\gamma = 1,14 \text{ г/см}^3 = 1,14 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^3$ – плотность капроновой нити.

Определяем значение разрывного напряжения (σ_p) по формуле:

$$\sigma = \frac{P \cdot \gamma}{T}, \quad (9)$$

Для капроновой нити разрывное напряжение равно:

$$\sigma_{p_1} = \frac{158 \cdot 1,14 \cdot 10^4}{2,09 \cdot 10^{-3}} = 8,62 \cdot 10^8 \text{ Па} = 862 \text{ МПа}.$$

Для определения допускаемого напряжения $[\sigma]_1$ необходимо значение разрывного напряжения σ_{p_1} уменьшить в соответствии со значением коэффициента запаса прочности (K).

Назначаем значение $K = 3$ (выбор инженера-конструктора), следовательно, значение допускаемого напряжения для выбранного капронового волокнистого материала, из которого изготовлен средний канат, составляет:

$$[\sigma]_1 = \frac{\sigma_{p_1}}{K} = \frac{862}{3} \approx 287 \text{ МПа}.$$

1.2. Определение допускаемого напряжения для нити и каната из полипропилена.

Определяем значение разрывной нагрузки (P_p) из диаграммы растяжения ПП нити (Приложение 1).

$P_p = 54 \text{ Н}$ – значение нагрузки при разрыве нити ПП.

Из Приложения 2 выписываем характеристики нитей:

$T = 100 \text{ текс} = 10^{-3} \text{ Н/м}$ – линейная плотность ПП нити;

$\gamma = 0,98 \text{ г/см}^3 = 0,98 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^3$ – плотность ПП.

Определяем значение разрывного напряжения (σ_p) по формуле 9.

Для полипропиленовой нити разрывное напряжение равно:

$$\sigma_{p_2} = \frac{44 \cdot 0,98 \cdot 10^4}{10^{-3}} = 5,3 \cdot 10^8 \text{ Па} = 430 \text{ МПа.}$$

Для определения допускаемого напряжения $[\sigma]_2$ необходимо значение разрывного напряжения σ_{p_2} уменьшить в соответствии со значением коэффициента запаса прочности (К).

Назначаем значение $K = 3$ (выбор инженера-конструктора), следовательно, значение допускаемого напряжения для выбранного ПП волокнистого материала из которого изготовлены другие два каната, составляет:

$$[\sigma]_2 = \frac{\sigma_{p_2}}{K} = \frac{430}{3} \approx 143 \text{ МПа.}$$

2. Определение значений модулей жёсткости нитей из диаграмм растяжения.

В нашей задаче мы рассматриваем канаты, изготовленные из ориентированных полимерных материалов, не относящиеся к традиционным упругим материалам. Однако примем допущение, что значения модулей Юнга (более правильно называть их модулями жёсткости) синтетических нитей, следовательно, и канатов можно считать постоянными величинами в определённом диапазоне нагрузок и деформаций.

Для определения модулей жёсткости нитей обратимся снова к рассмотрению диаграмм растяжения нитей (Приложение 1).

2.1 Определение модуля жёсткости капроновой нити из диаграммы растяжения.

Рассмотрим диаграмму растяжения капроновой нити (приложение 1). На этом графике диаграмма представлена в координатах $P(\Delta l)$. Далее требуется перестроить эту зависимость в координаты напряжение - относительная деформация, т.е. $\sigma(\epsilon)$. Для этого следует воспользоваться формулами (2) и (9).

Примечание. Для того, чтобы перестроить кривые растяжения (Приложение 1), полученные в координатах $P(\Delta l)$ в диаграммы растяжения $\sigma(\epsilon)$, рекомендован ряд последовательных действий.

1) На кривой растяжения нити, выбранной в соответствии со своим вариантом (Приложение 1), нанести точки таким образом, чтобы учесть все особенности диаграммы (рис.2, а).

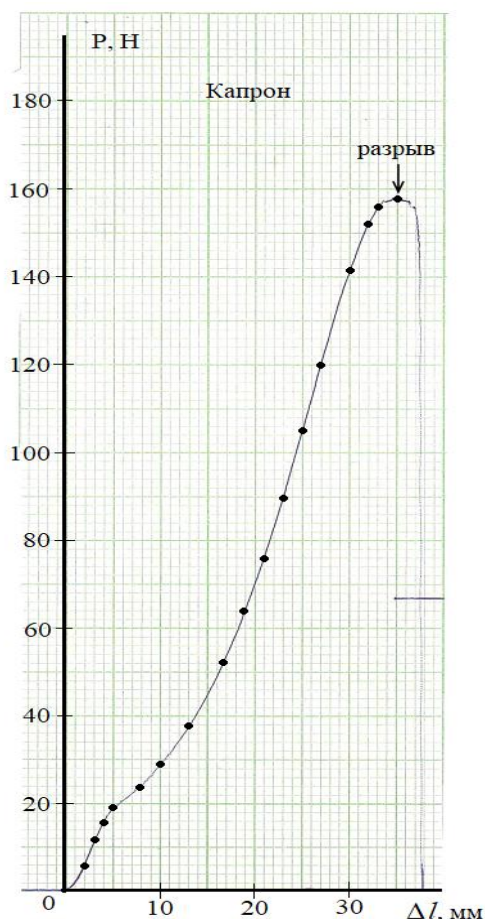


Рис. 2.а. Кривая растяжения $P(\Delta l)$
нити капрон

	A	B	C	D
1	капрон			
2	P, Н	Δl , мм	σ , Мпа	ϵ , %
3	0	0	0	0
4	6	2	32,72727	1
5	12	3	65,45455	1,5
6	16	4	87,27273	2
7	19	5	103,6364	2,5
8	24	8	130,9091	4
9	29	10	158,1818	5
10	38	13	207,2727	6,5
11	52	17	283,6364	8,5
12	64	19	349,0909	9,5
13	76	21	414,5455	10,5
14	90	23	490,9091	11,5
15	106	25	578,1818	12,5
16	120	27	654,5455	13,5
17	142	30	774,5455	15
18	152	32	829,0909	16
19	157	33,5	856,3636	16,75
20	158	35	861,8182	17,5

Рис. 2.б. Пример расчета

2) Записать в таблицу координаты точек, взятые из графика $P(\Delta l)$, по примеру рис. 2, б.

3) Полученные значения нагрузки P , N и удлинения Δl , мм пересчитать в значения σ , МПа и ϵ , % (рис. 2.б), используя формулы (2) и (9).

4) При помощи программы Excel или какой либо другой компьютерной программы построить графики в координатах $\sigma(\epsilon)$ по пересчитанным точкам (рис. 3). График $\sigma(\epsilon)$ также можно построить и на миллиметровой бумаге, а потом вставить его в расчетную часть курсовой работы.

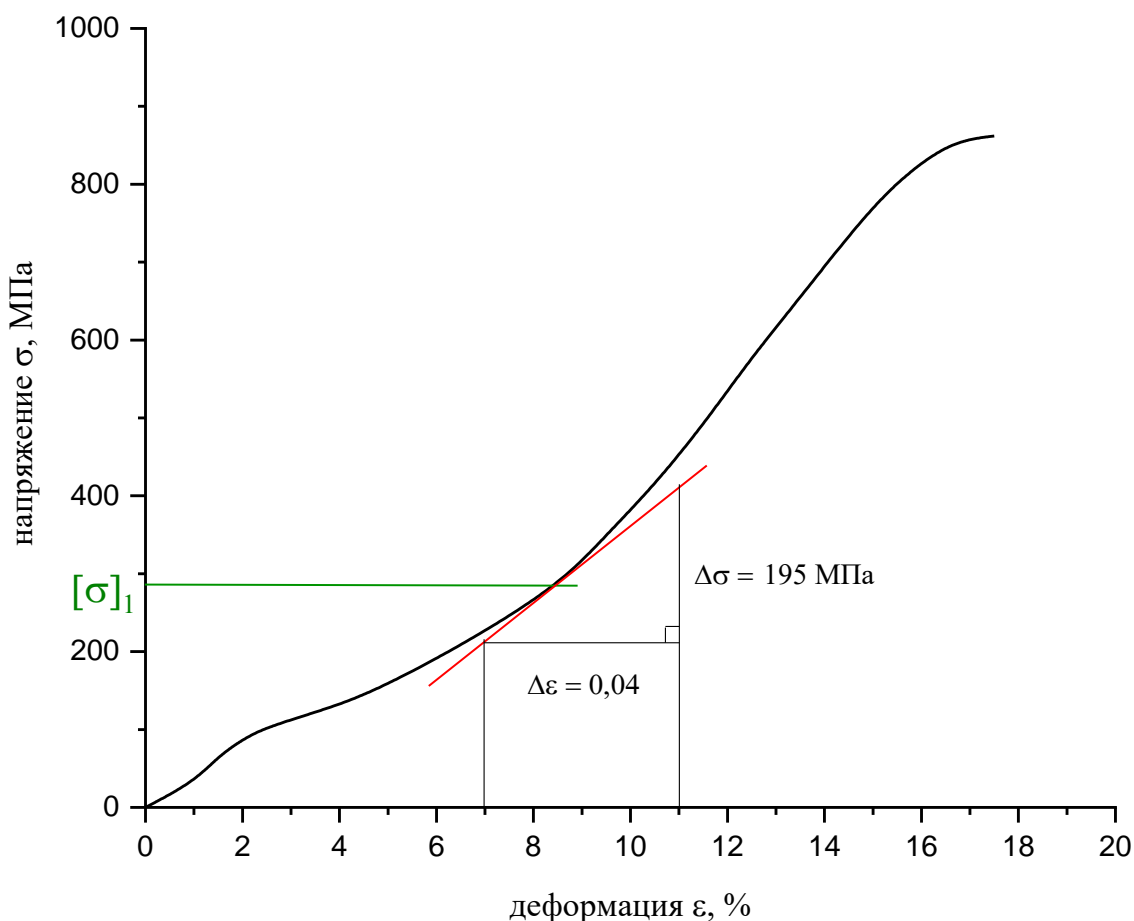


Рис. 3. Диаграмма растяжения нити капрон

На перестроенной в координаты $\sigma(\varepsilon)$ диаграмме растяжения нити капрон (рис. 3) определяем точку, соответствующую определённому в п. 1.1 значению допускаемого напряжения капроновой нити $[\sigma]_1 \approx 287$ МПа.

В окрестностях этой точки выделяем близкий к прямолинейному участок диаграммы и проводим касательную (рисунок 3). Находим наклон этой касательной к оси ε через построение прямоугольного треугольника.

$$E_1 = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{195}{0,04} = 4875 \text{ МПа} = 4,9 \text{ ГПа.}$$

2.2 Определение модуля жёсткости ПП нити из диаграммы растяжения.

Рассмотрим диаграмму растяжения ПП нити. На этом графике диаграмма представлена в координатах $P(\Delta l)$. Далее требуется перестроить эту зависимость в координаты напряжение – относительная деформация, т.е. $\sigma(\varepsilon)$. Для этого следует воспользоваться формулой (1).

На перестроенной в координаты $\sigma(\varepsilon)$ диаграмме растяжения нити полипропилен (рис. 4) определяем точку, соответствующую определённому в п. 1.2 значению допускаемого напряжения $[\sigma]_2 \approx 176$ МПа. В окрестностях этой точки выделяем близкий к прямолинейному участок диаграммы и проводим касательную. Находим наклон этой касательной к оси ε через построение прямоугольного треугольника, как показано на рисунке 4.

$$E_2 = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{78}{0,02} = 3900 \text{ Па} = 3,9 \text{ ГПа.}$$

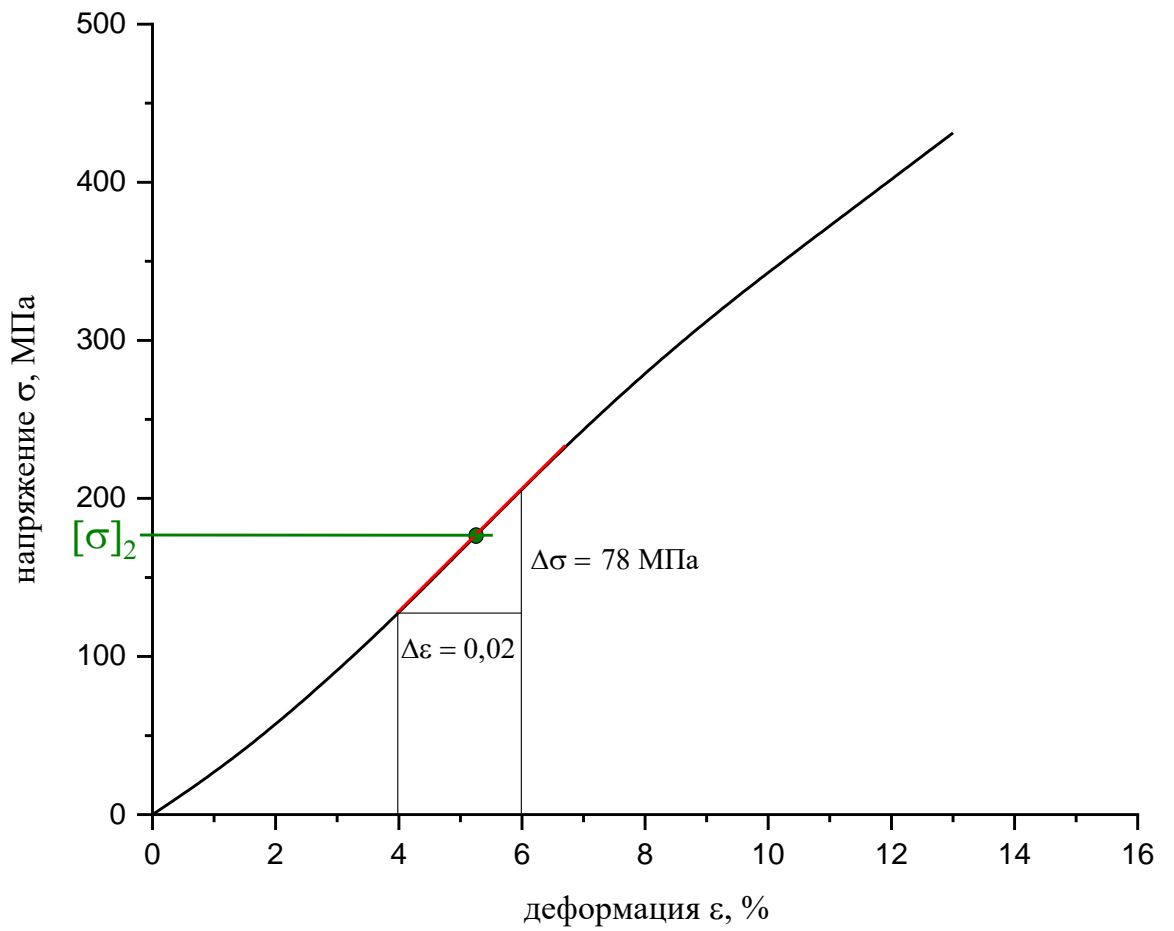


Рис. 4. Диаграмма растяжения нити ПП

3. Определение значений внутренних усилий в канатах из капрона и полипропилена.

Составим план сил (рис. 5). Для этого используем метод сечений.

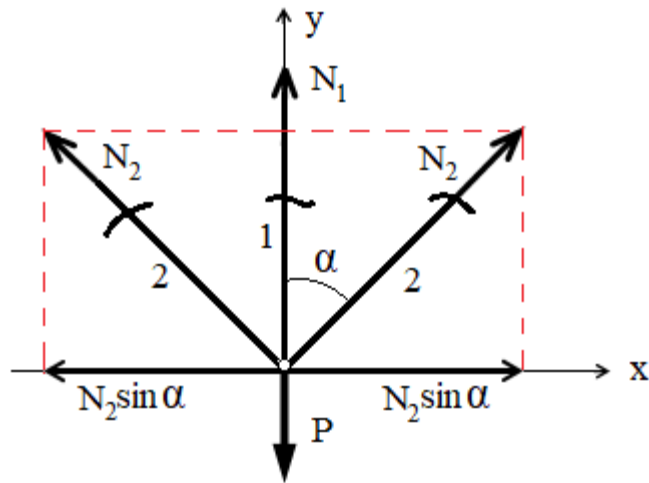


Рис.5. План сил

На основании плана сил, представленном на рисунке 5, запишем уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \sum x = 0 & N_2 \cdot \sin \alpha - N_2 \cdot \sin \alpha = 0 \\ \sum y = 0 & N_1 + 2N_2 \cdot \cos \alpha - P = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Известно, что уравнение вращающих моментов ($\sum m_A = 0$; третье уравнение в системе уравнений равновесия) для системы сил, сходящихся в узле записать нельзя.

Уравнение $\sum x = 0$ для данной задачи превращается в тождество $0 \equiv 0$.

Таким образом, из системы 3-х уравнений равновесия на плоскости только уравнение $\sum y = 0$ будет использовано в решении задачи. Имеем две неизвестные величины – усилия N_1 и N_2 и одно уравнение равновесия. Следовательно, задача один раз статически неопределима.

Для однозначного определения внутренних усилий N_1 и N_2 требуется найти ещё одно уравнение, связывающее искомые величины N_1 и N_2 .

Для этого рассмотрим план перемещений и свяжем деформации канатов 1 и 2. Под действием силы P узел A перемещается вниз в положение A' . Красными линиями обозначено новое положение канатов 1 и 2. На рисунке 6 показаны отрезки AA' и $A'A''$, характеризующие

абсолютные деформации Δl_1 и Δl_2 канатов. Вследствие симметричности конструкции, достаточно рассмотреть только левую часть системы:

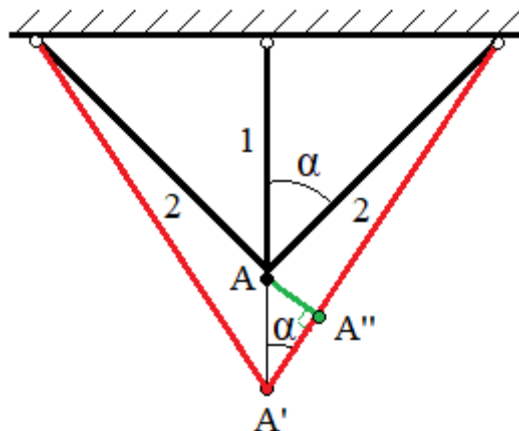


Рис. 6. План перемещений

Из рисунка 6:

$$\Delta l_1 = AA' \text{ и } \Delta l_2 = A'A''.$$

Связь между отрезками, характеризующими деформации, выражается следующей зависимостью, которая называется уравнением совместимости деформаций:

$$\Delta l_1 = \frac{\Delta l_2}{\cos \alpha}, \quad (11)$$

Перейдём от связи между деформациями к связи между искомыми внутренними усилиями N_1 и N_2 . Для этого применим закон Гука:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (12)$$

где E – модуль упругости первого рода (модуль Юнга) материала, МПа;
 ε – относительная деформация (безразмерная величина).

Здесь уместно отметить, что зависимость (12) справедлива для упругих тел. В нашей задаче мы рассматриваем канаты, изготовленные из ориентированных полимерных материалов, не относящиеся к традиционным упругим материалам. Однако в нашей задаче примем допущение, что модули Юнга (более правильно называть их модулями жёсткости) полипропиленовых и капроновых нитей можно считать

постоянными величинами в определённом диапазоне нагрузок и деформаций. Определение величин E_1 и E_2 будет рассмотрено ниже.

Представим закон Гука в развёрнутом виде:

$$\Delta l = \frac{N}{F} \cdot \frac{l}{E}, \quad (13)$$

где l – исходная длина недеформированного каната

Распишем значения абсолютных деформаций (13) для каждого каната в отдельности:

$$\left. \begin{aligned} \Delta l_1 &= \frac{N_1}{F_1} \cdot \frac{l_1}{E_1} \\ \Delta l_2 &= \frac{N_2}{F_2} \cdot \frac{l_2}{E_2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Подставим выражения (14) в выражение совместности деформаций (11) и получим:

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{F_1 \cdot E_1} = \frac{N_2 \cdot l_2}{F_2 \cdot E_2} \cdot \frac{1}{\cos \alpha}, \quad (15)$$

Представим выражение (15) в более удобном виде:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{F_1}{F_2} \cdot \frac{1}{\cos \alpha}, \quad (16)$$

С учётом того, что по условию задачи $F_1 = F_2$, а из чертежа конструкции (рис. 1) $l_1 = l_2 \cdot \cos \alpha$ выражение (16) приобретает вид:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{E_1}{E_2}, \quad (17)$$

Модули упругости исследуемых нитей (канатов) E_1 и E_2 были определены в п. 2.

$$N_1 = 1,7N_2 \quad (18)$$

Итак, имеем систему уравнений, записанную ниже, состоящую из двух уравнений, включающих две искомых неизвестных силы N_1 и N_2 , составленных из выражений (10) и (18):

$$\begin{cases} N_1 + 2N_2 \cdot \cos\alpha - P = 0 \\ N_1 = 1,7N_2 \end{cases},$$

из которой находим значения сил N_1 и N_2 :

$$1,7N_2 + 2N_2 \cdot 0,87 = 20 \cdot 10^3$$

$$N_2 \approx 5,9 \text{ кН}; N_1 \approx 10 \text{ кН}.$$

4. Условия прочности для канатов.

Из известной нам зависимости (7), называемой условием прочности, записываем для каната 1 и каната 2:

$$\begin{cases} \frac{10 \cdot 10^3}{F_1} \leq 143 \cdot 10^6 \\ \frac{5,9 \cdot 10^3}{F_2} \leq 176 \cdot 10^6 \end{cases};$$

где N_1 и N_2 – внутренние усилия в лавсановом и полиэтиленовом канате; $[\sigma]_1$ и $[\sigma]_2$ – допускаемые напряжения в нити лавсан и нити ПЭ, рассчитанные нами в п. 1.

5. Подбор площадей сечений канатов из условий прочности

$$\begin{cases} F_1 \geq \frac{10 \cdot 10^3}{143 \cdot 10^6} \\ F_2 \geq \frac{5,9 \cdot 10^3}{176 \cdot 10^6} \end{cases}$$

$$F_1 \geq 0,7 \text{ см}^2; F_2 \geq 0,3 \text{ см}^2.$$

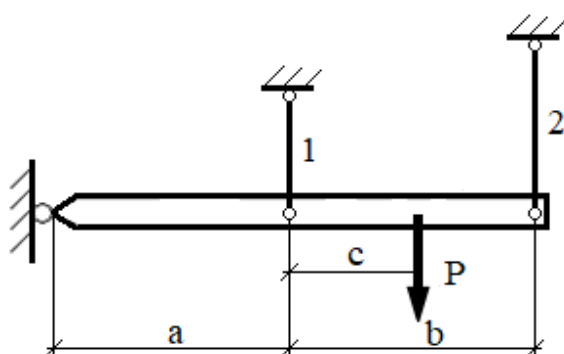
Ответ: в результате расчетов установлено

для каната 1: допускаемое напряжение $[\sigma]_1 = 143 \text{ МПа}$, модуль жесткости $E_1 = 4,9 \text{ ГПа}$, площадь поперечного сечения должна быть не менее $0,7 \text{ см}^2$;

для каната 2: допускаемое напряжение $[\sigma]_2 = 176$ МПа, модуль жесткости $E_1 = 3,9$ ГПа, площадь поперечного сечения должна быть не менее $0,3$ см².

Примечание: В заданиях вариантов, относящимся к схемам 1 и 2 (табл. 2), можно видеть, что в узле сходятся не три, а пять канатов. Ход решения этих заданий подобен тому, который рассмотрен выше. Отличие заключается лишь в том, что вместо одного уравнения совместности деформаций (11) следует составить два уравнения совместности деформаций, так как для этого задания возникают три неизвестные внутренние силы N_1, N_2, N_3 .

Пример 2. Решение статически неопределимой конструкции, содержащей параллельно расположенные текстильные канаты. Задача один раз статически неопределима.



Дано:

канат 1 – полиэфир (лавсан)

канат 2 – полиэтилен (ПЭ)

$$F_1 = 0,5 F_2$$

$$a = 2 \text{ м}; b = 2 \text{ м}; c = 1 \text{ м}$$

$$l_2 = 2l_1$$

$$P = 50 \text{ кН}$$

Рис. 7. Исходная схема

Определить: $[\sigma]_1, [\sigma]_2, E_1, E_2, F_1, F_2$

Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно неподвижную опору и прикреплен к двум канатам при помощи шарниров (рис. 7).

Требуется:

- Определить допустимые напряжения для канатов из диаграмм растяжения: $[\sigma]_1, [\sigma]_2$;
- Определить модули жёсткости канатов из диаграмм растяжения на уровнях допускаемых напряжений: E_1, E_2 ;

- Подобрать площади поперечных сечений канатов (F_1, F_2), из условий прочности.

Диаграммы растяжения нитей представлены в Приложении 1.

Решение:

1. Определение допускаемого напряжения для синтетических канатов

1.1 Определение допускаемого напряжения для нити и каната из лавсана.

Определяем значение разрывной нагрузки (P_p) из диаграммы растяжения нити лавсан (Приложение 1).

$P_p = 75$ Н – значение нагрузки при разрыве нити лавсан.

Из Приложения 2 выписываем характеристики нитей:

$T = 114$ текс = $1,14 \cdot 10^{-3}$ Н/м – линейная плотность нити лавсан;

$\gamma = 1,36$ г/см³ = $1,36 \cdot 10^4$ Н/м³ – плотность нити лавсан.

Определяем значение разрывного напряжения (σ_p) лавсановой нити по формуле (9):

$$\sigma_{p_1} = \frac{75 \cdot 1,36 \cdot 10^4}{1,14 \cdot 10^{-3}} = 8,95 \cdot 10^8 \text{ Па} = 895 \text{ МПа.}$$

Для определения допускаемого напряжения $[\sigma]_1$ необходимо значение разрывного напряжения σ_{p_1} уменьшить в соответствии со значением коэффициента запаса прочности (K).

Назначаем значение $K = 3$ (выбор инженера-конструктора), следовательно, значение допускаемого напряжения для выбранного капронового волокнистого материала, из которого изготовлены другие два каната составляет:

$$[\sigma]_1 = \frac{\sigma_{p_1}}{K} = \frac{895}{3} \approx 298 \text{ МПа.}$$

1.2. Определение допускаемого напряжения для нити и каната из полиэтилена.

Определяем значение разрывной нагрузки (P_p) из диаграммы растяжения ПЭ нити (Приложение 1).

$P_p = 73 \text{ Н}$ – значение нагрузки при разрыве нити ПЭ.

Из Приложения 2 выписываем характеристики нитей:

$T = 44,4 \text{ текс} = 0,444 \cdot 10^{-3} \text{ Н/м}$ – линейная плотность нити ПЭ;

$\gamma = 0,9 \text{ г/см}^3 = 0,9 \cdot 10^4 \text{ Н/м}^3$ – плотность ПЭ.

Определяем значение разрывного напряжения (σ_p) нити ПЭ по формуле (9):

$$\sigma_{P_2} = \frac{73 \cdot 0,9 \cdot 10^4}{0,444 \cdot 10^{-3}} = 14,8 \cdot 10^8 \text{ Па} = 1480 \text{ МПа}.$$

Для определения допустимого напряжения $[\sigma]_2$ необходимо значение разрывного напряжения σ_{P_2} уменьшить в соответствии со значением коэффициента запаса прочности (К).

Назначаем значение $K = 3$ (выбор инженера-конструктора), следовательно, значение допустимого напряжения для выбранного ПП волокнистого материала из которого изготовлен 2 канат составляет:

$$[\sigma]_2 = \frac{\sigma_{P_2}}{K} = \frac{1480}{3} \approx 493 \text{ МПа}.$$

2. Определение значений модулей жёсткости нитей из диаграмм растяжения.

В нашей задаче мы рассматриваем канаты, изготовленные из ориентированных полимерных материалов, не относящихся к традиционным упругим материалам. Однако примем допущение, что значения модулей Юнга (более правильно называть их модулями жёсткости) синтетических нитей, следовательно, и канатов можно считать постоянными величинами в определённом диапазоне нагрузок и деформаций.

Для определения модулей жёсткости нитей обратимся снова к рассмотрению диаграмм растяжения нитей (Приложение 1).

2.1 Определение модуля жёсткости нити лавсан из диаграммы растяжения.

Рассмотрим диаграмму растяжения нити лавсан (Приложение 1). На этом графике диаграмма представлена в координатах $P(\Delta l)$. Далее требуется перестроить эту зависимость в координаты напряжение-относительная деформация, т.е. $\sigma(\varepsilon)$. Для этого следует воспользоваться формулой (9).

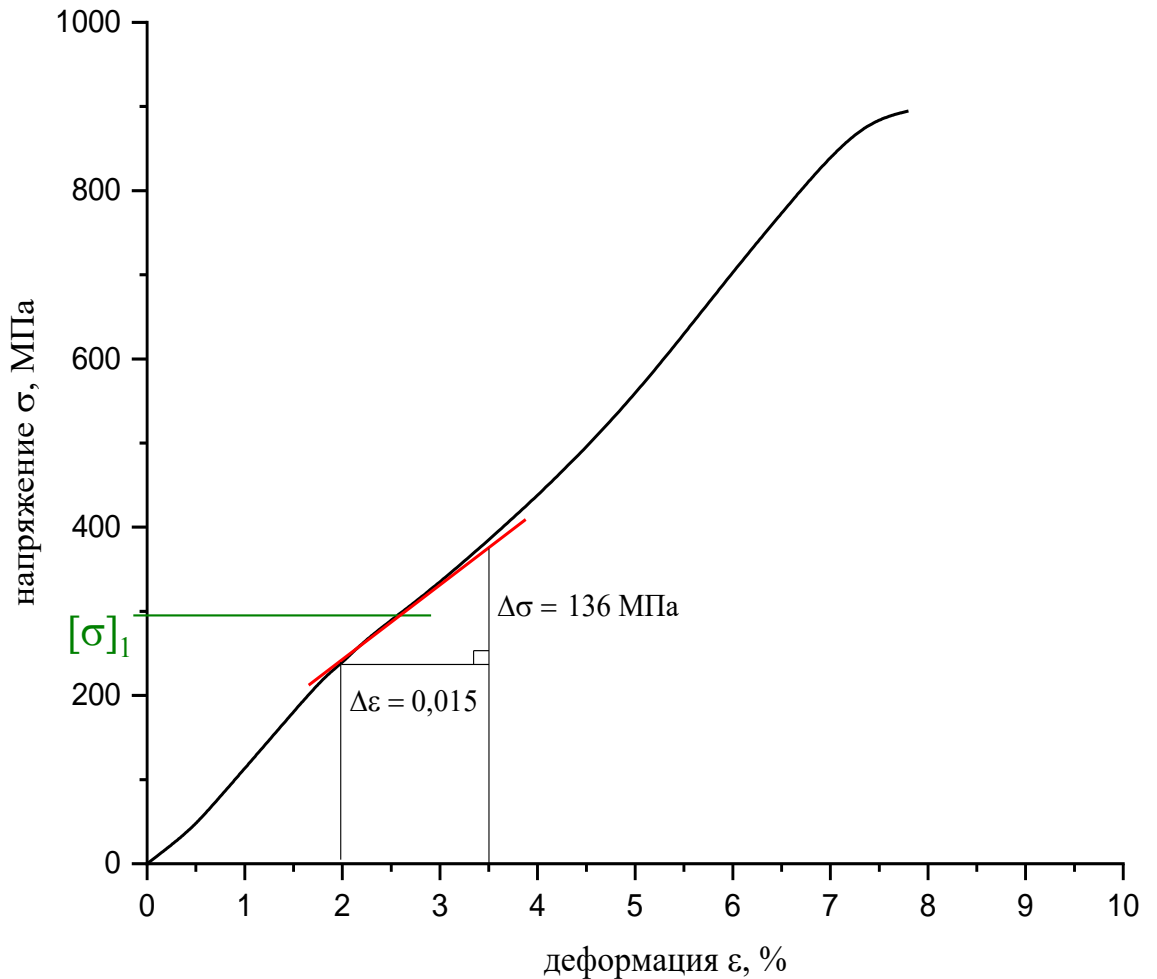


Рис. 8. Диаграмма растяжения нити лавсан

На перестроенной в координаты $\sigma(\varepsilon)$ диаграмме растяжения нити лавсан (рис. 8) определяем точку, соответствующую определённому в п. 1.1 значению допускаемого напряжения капроновой нити $[\sigma]_1 \approx 298$ МПа.

В окрестностях этой точки выделяем близкий к прямолинейному участок диаграммы и проводим касательную (рисунок 8). Находим наклон этой касательной к оси ε через построение прямоугольного треугольника.

$$E_1 = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{136}{0,015} = 9067 \text{ МПа} = 9,1 \text{ ГПа.}$$

2.2 Определение модуля жёсткости нити ПЭ из диаграммы растяжения.

Рассмотрим диаграмму растяжения нити ПЭ (Приложение 1). На этом графике диаграмма представлена в координатах $P(\Delta l)$. Далее требуется перестроить эту зависимость в координаты напряжение – относительная деформация, т.е. $\sigma(\varepsilon)$. Для этого следует воспользоваться формулой (9).

На перестроенной в координаты $\sigma(\varepsilon)$ диаграмме растяжения полиэтиленовой нити (рис. 9) определяем точку, соответствующую определённому в п. 1.2 значению допускаемого напряжения $[\sigma]_2 \approx 493 \text{ МПа}$.

В окрестностях этой точки выделяем близкий к прямолинейному участок диаграммы и проводим касательную. Находим наклон этой касательной к оси ε через построение прямоугольного треугольника, как показано на рисунке 9.

$$E_2 = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{510}{0,01} = 51000 \text{ МПа} = 51 \text{ ГПа.}$$

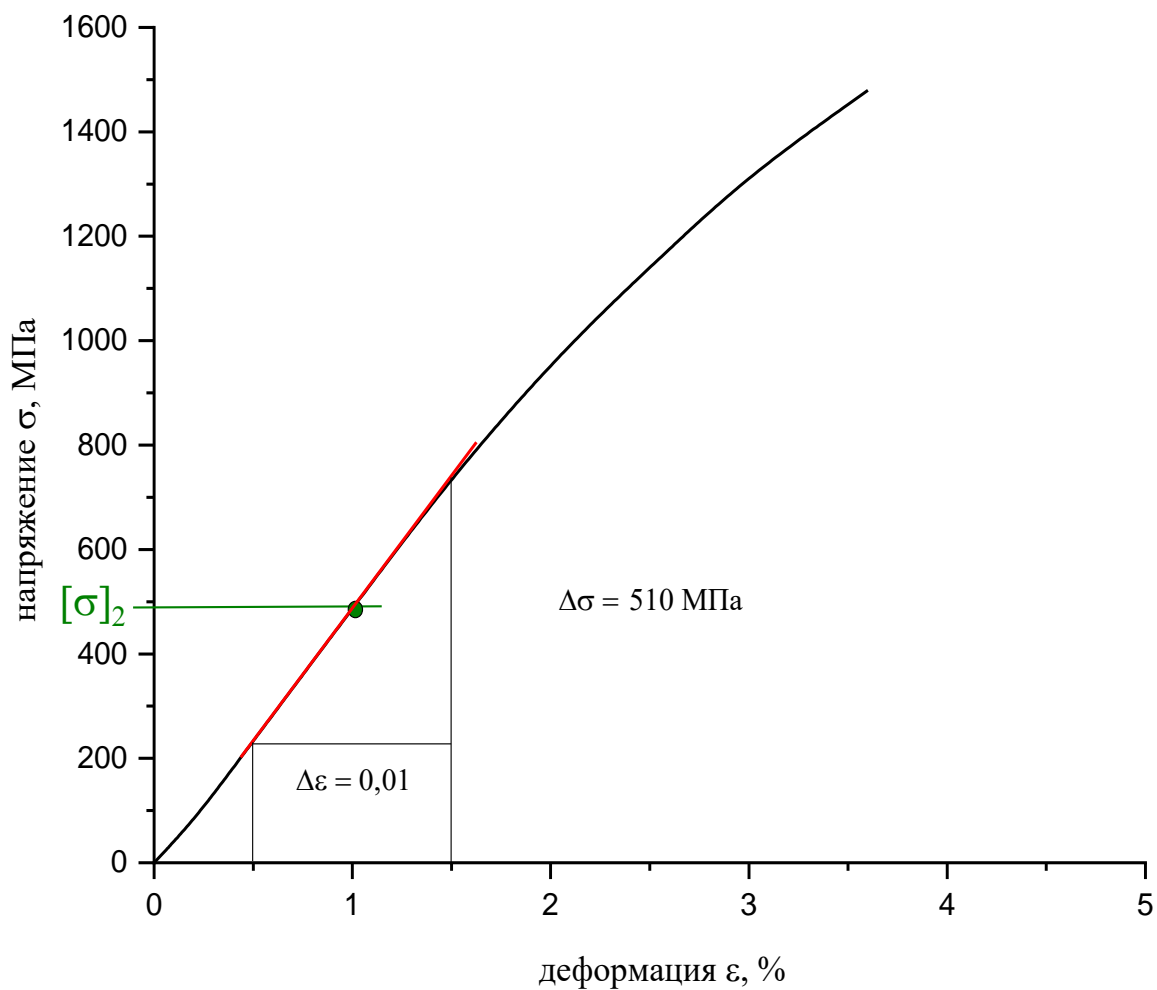


Рис. 9. Диаграмма растяжения нити ПЭ

3. Определение значений внутренних усилий в канатах из капрона и полипропилена.

Составим план сил (рис. 10). Для этого используем метод сечений. N_1 и N_2 – внутренние растягивающие силы в канатах. В неподвижном шарнире А показаны две реакции опоры – R_A и H_A .

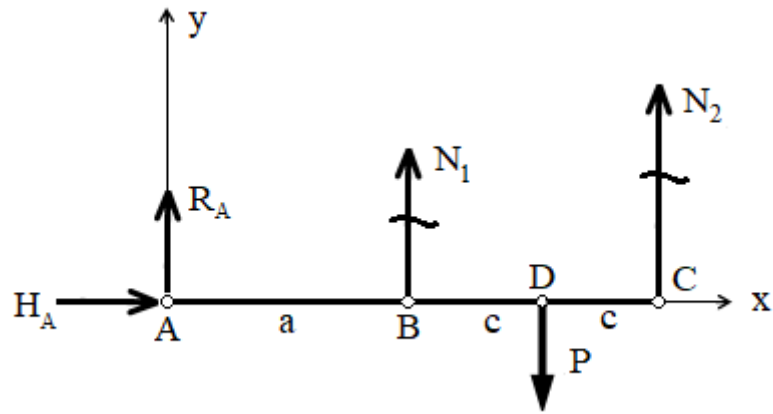


Рис. 10. План сил

Для уравновешенной системы (рис. 10) составим уравнения статического равновесия.

$$\left. \begin{aligned} \sum X &= 0; H_A = 0 \\ \sum Y &= 0; R_A + N_1 + N_2 - P = 0 \\ \sum M_A &= 0; N_1 \cdot a - P \cdot (a + c) + N_2 \cdot (a + 2c) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

В составленных уравнениях имеем четыре неизвестные: H_A , R_A , N_1 , N_2 , а уравнений статического равновесия – три. Разность между числом неизвестных, входящих в уравнения статического равновесия, и числом составленных уравнений, называется степенью статической неопределимости. Обозначим степень статической неопределимости символом m . В рассматриваемой задаче $m = 1$. Это указывает на то, что для решения системы (18) необходимо составить еще одно дополнительное уравнение. Дополнительные уравнения, позволяющие раскрыть статическую неопределимость, основываются на связях между деформациями элементов и называются уравнениями совместимости деформаций. Составляются они на основе плана перемещений элементов системы (рис. 11).

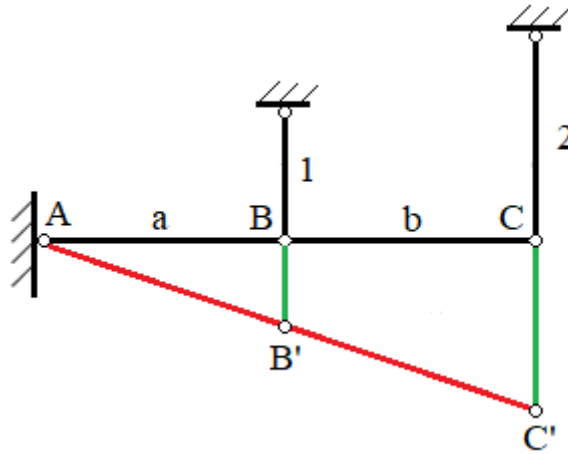


Рис. 11. План перемещений

Рассмотрим план перемещения элементов системы (рис. 10). Под действием силы P стержень AC принимает новое положение AC' , при этом канаты 1 и 2 испытывают осевое растяжение. В таком случае BB' – величина абсолютного удлинения каната 1 – Δl_1 , а CC' – величина абсолютного удлинения каната 2 – Δl_2 .

Примечание: при повороте бруса AC относительно шарнира A точки B и C описывают дуги. Учитывая, что деформации Δl_1 и Δl_2 имеют очень малые значения, дуги можно заменить касательными к ним, т.е. вертикальными отрезками.

Находим зависимость между отрезками Δl_1 и Δl_2 . Для этого сначала рассмотрим два подобных треугольника ABB' и ACC' .

Из подобия этих треугольников получаем:

$$\frac{BB'}{a} = \frac{CC'}{a+b}$$

или

$$\frac{\Delta l_1}{a} = \frac{\Delta l_2}{a+b}, \quad (19)$$

Получили уравнение совместности деформаций.

Далее находим дополнительное уравнение, связывающее неизвестные силы. Учитывая обобщенный закон Гука (6) и уравнение совместимости деформаций (19), получим:

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{E_1 \cdot F_1 \cdot a} = \frac{N_2 \cdot l_2}{E_2 \cdot F_2 \cdot (a + b)}, \quad (20)$$

Подставим в выражение (20) все известные величины – заданные по условию задачи и полученные в результате расчетов:

$$\frac{N_1 \cdot l_1}{9,1 \cdot 10^9 \cdot 2F_2 \cdot 2} = \frac{N_2 \cdot 2l_1}{51 \cdot 10^9 \cdot F_2 \cdot 4}$$

$$N_1 = \frac{36,6 \cdot N_2}{102} = 0,36 \cdot N_2, \quad (21)$$

Уравнение (21) и есть искомое дополнительное уравнение, которое даст возможность раскрыть статическую неопределенность и решить эту задачу.

Решаем совместно систему уравнений (18) с уравнением (21):

$$\begin{cases} (1) R_A + N_1 + N_2 - P = 0 \\ (2) N_1 \cdot a - P \cdot (a + c) + N_2 \cdot (a + 2c) = 0 \\ (3) N_1 = 0,36 \cdot N_2 \end{cases}$$

Подставляем 3) в 1):

$$0,36 \cdot 2 \cdot N_2 + 4N_2 = 50 \cdot 10^3 \cdot 3$$

$$4,72N_2 = 150 \cdot 10^3$$

$$N_2 \approx 32 \text{ кН}; N_1 \approx 11 \text{ кН}$$

Подставляем полученные значения внутренних усилий N_1 и N_2 в уравнение 1) и находим реакцию шарнирной опоры R_A :

$$R_A = (50 - 32 - 11) \cdot 10^3 = 7 \text{ кН}$$

Таким образом, мы раскрыли статическую неопределенность и получили значения всех неизвестных сил.

4. Условия прочности для канатов.

Из известной нам зависимости (7), называемой условием прочности, записываем для каната 1 и каната 2:

$$\begin{cases} \frac{11 \cdot 10^3}{F_1} \leq 298 \cdot 10^6 \\ \frac{32 \cdot 10^3}{F_2} \leq 493 \cdot 10^6 \end{cases};$$

где N_1 и N_2 – внутренние усилия в лавсановом и полиэтиленовом канате;
 $[\sigma]_1$ и $[\sigma]_2$ – допускаемые напряжения в нити лавсан и нити ПЭ, рассчитанные нами в п. 1.

5. Подбор площадей сечений канатов из условий прочности

$$\begin{cases} F_1 \geq \frac{11 \cdot 10^3}{298 \cdot 10^6} \\ F_2 \geq \frac{32 \cdot 10^3}{493 \cdot 10^6} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_1 \geq \frac{11 \cdot 10^3}{298 \cdot 10^6} \\ F_2 \geq \frac{32 \cdot 10^3}{493 \cdot 10^6} \end{cases}$$

$$F_1 \geq 0,37 \text{ см}^2; F_2 \geq 0,65 \text{ см}^2.$$

Ответ: в результате расчетов установлено

для каната 1: допускаемое напряжение $[\sigma]_1 = 298$ МПа, модуль жесткости $E_1 = 9,1$ ГПа, площадь поперечного сечения должна быть не менее $0,37 \text{ см}^2$;

для каната 2: допускаемое напряжение $[\sigma]_2 = 493$ МПа, модуль жесткости $E_1 = 51$ ГПа, площадь поперечного сечения должна быть не менее $0,65 \text{ см}^2$.

Решение задач курсовой работы дисциплине Прикладная механика рекомендуется производить по следующим правилам:

1. Перед решением задач курсовой работы по дисциплине Прикладная механика необходимо переписать полностью ее условие с

числовыми данными, составить эскиз в масштабе и указать на нем в числах все величины, необходимые для дальнейшего расчета.

2. Необходимо представить в масштабе диаграммы растяжения тех материалов, из которых выполнены канаты.

3. Решение задач дополняйте краткими пояснениями и чертежами, на которых визуализированы входящие в расчет величины,

4. При подстановке в используемую формулу величин силы, момента или длины необходимо перевести их в одну систему единиц,

5. При решении задач точность расчетов не должна превышать трех значащих цифр (результат решения задачи не может быть точнее заложенных в расчетные формулы предпосылок).

6. Заканчивать расчеты нужно анализом результатов. Анализ результатов решения поможет избежать нелепых ошибок и оперативно их устранить.

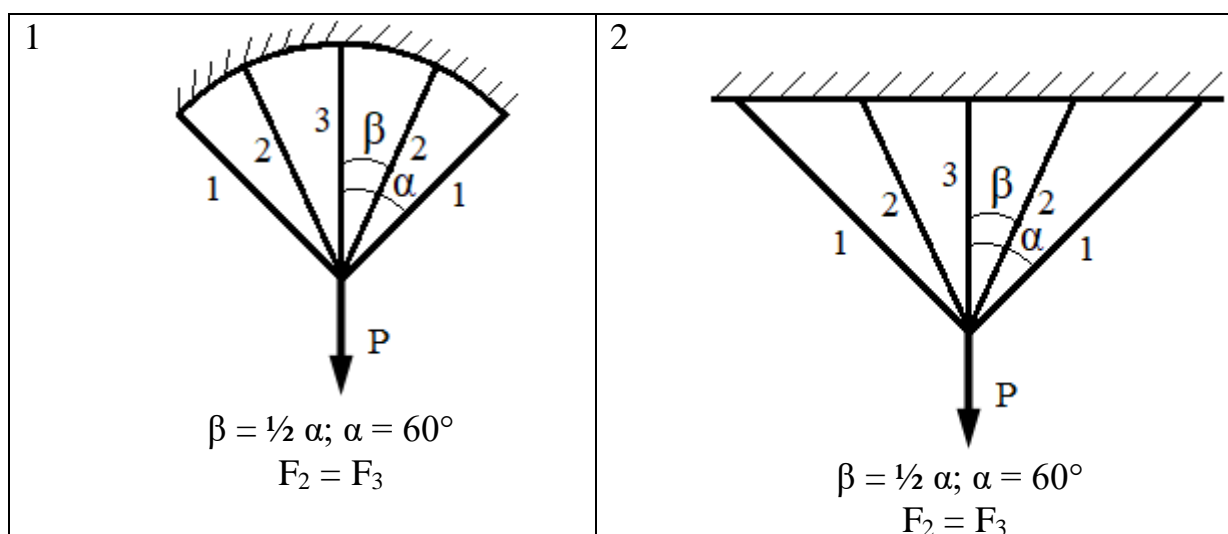
Варианты заданий для курсовой работы

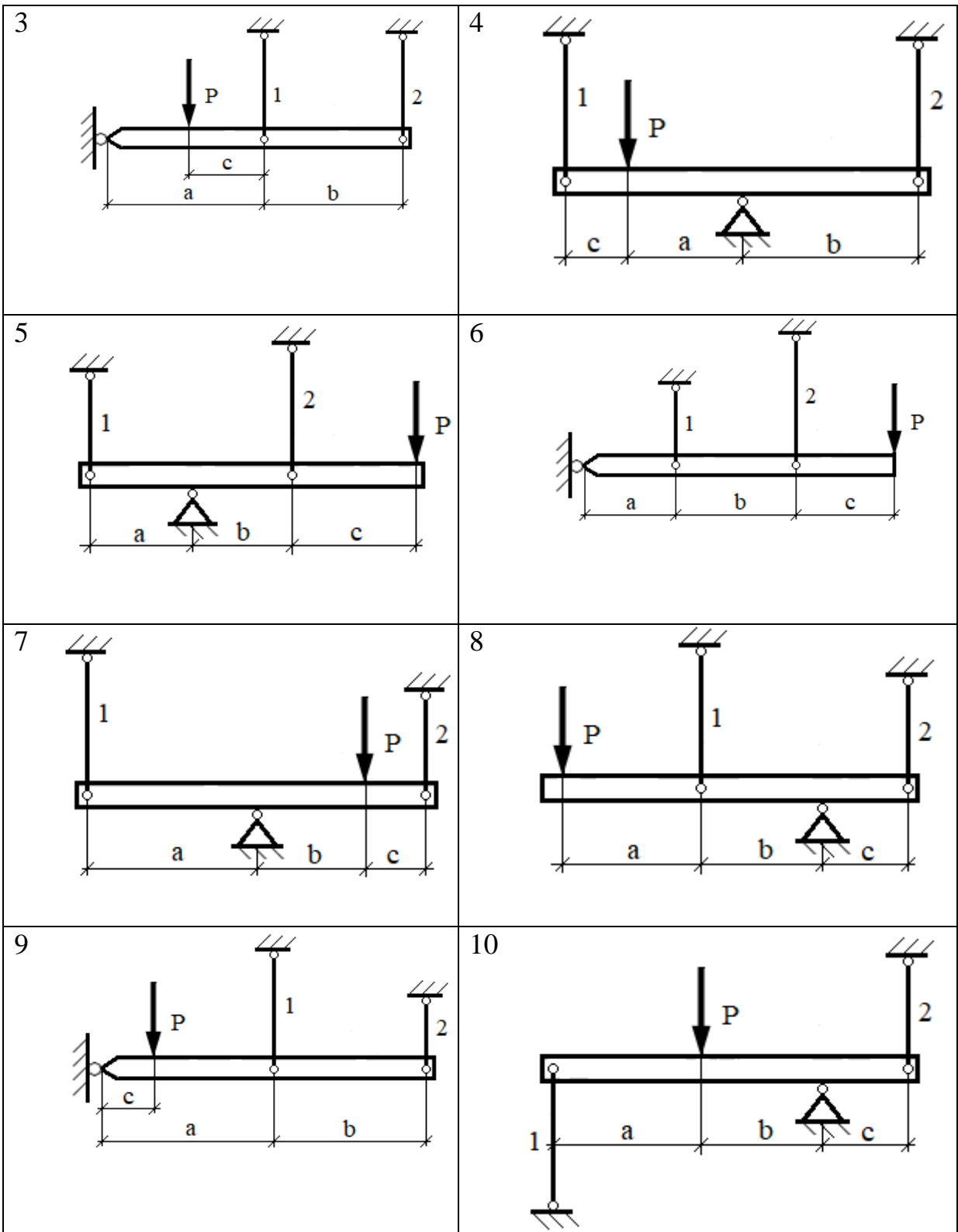
Таблица 1

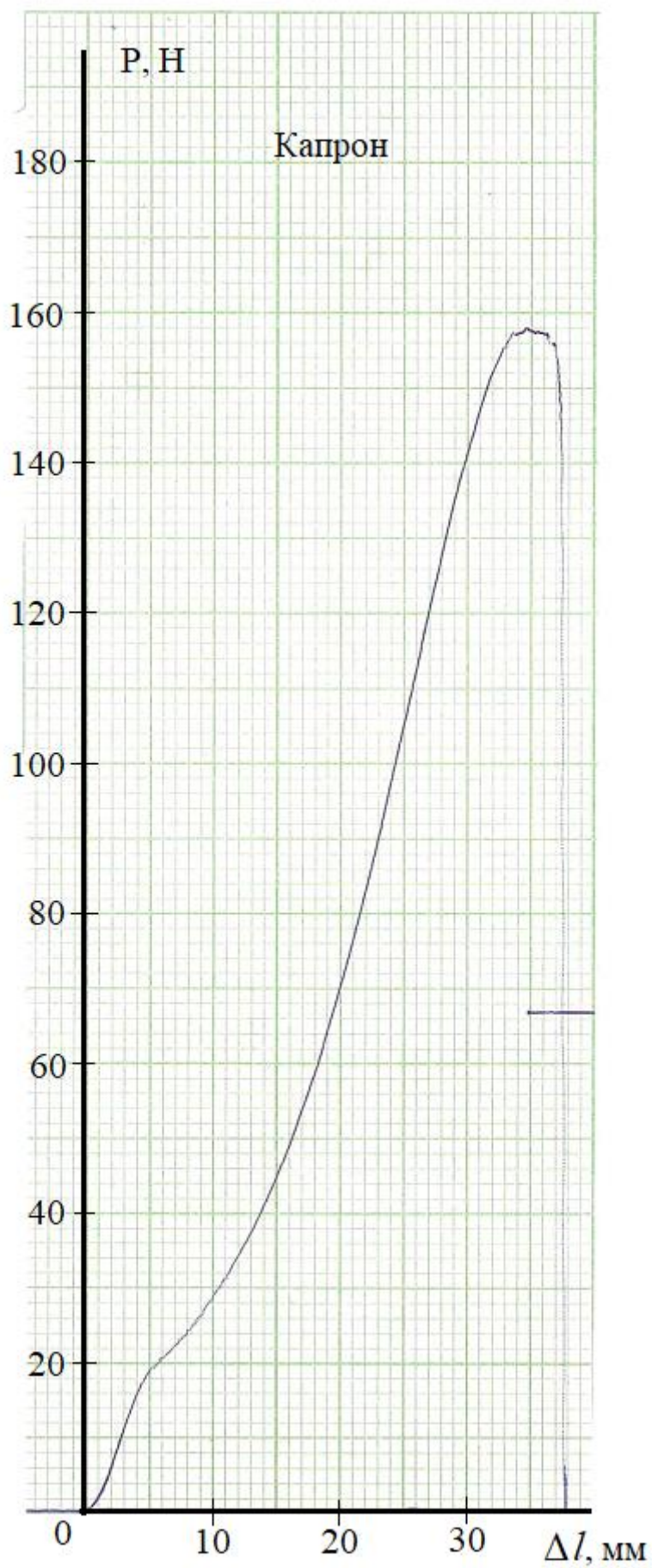
№ вар.	P, кН	$\frac{F_1}{F_2}$, см ²	$\frac{l_1}{l_2}$, м	a, м	b, м	c, м	Материал канатов	
							1	2
1	30	0,5	1,0	1,0	1,0	0,5	Нить углеродная	Нить Армос
2	40	0,6	1,1	1,0	0,8	0,6	Нить СВМ	Нить Кевлар
3	50	0,7	1,2	1,0	1,0	0,8	Нить Армос	Нить СВМ
4	60	0,8	0,6	1,6	1,4	1,0	Нить СВМ	Нить углеродная
5	70	0,9	0,8	1,8	1,4	1,0	Нить Армос	Нить Кевлар
6	80	1	0,9	1,2	1,2	0,6	Нить Терлон	Нить Армос
7	90	0,5	1,0	1,2	1,0	0,8	Нить Кевлар	Нить Терлон
8	80	0,6	1,1	1,0	1,0	0,7	Нить углеродная	Нить СВМ
9	70	0,7	1,2	1,8	1,6	1,2	Нить Терлон	Нить углеродная
10	60	0,8	0,5	2,0	1,6	1,2	Нить Кевлар	Нить Терлон

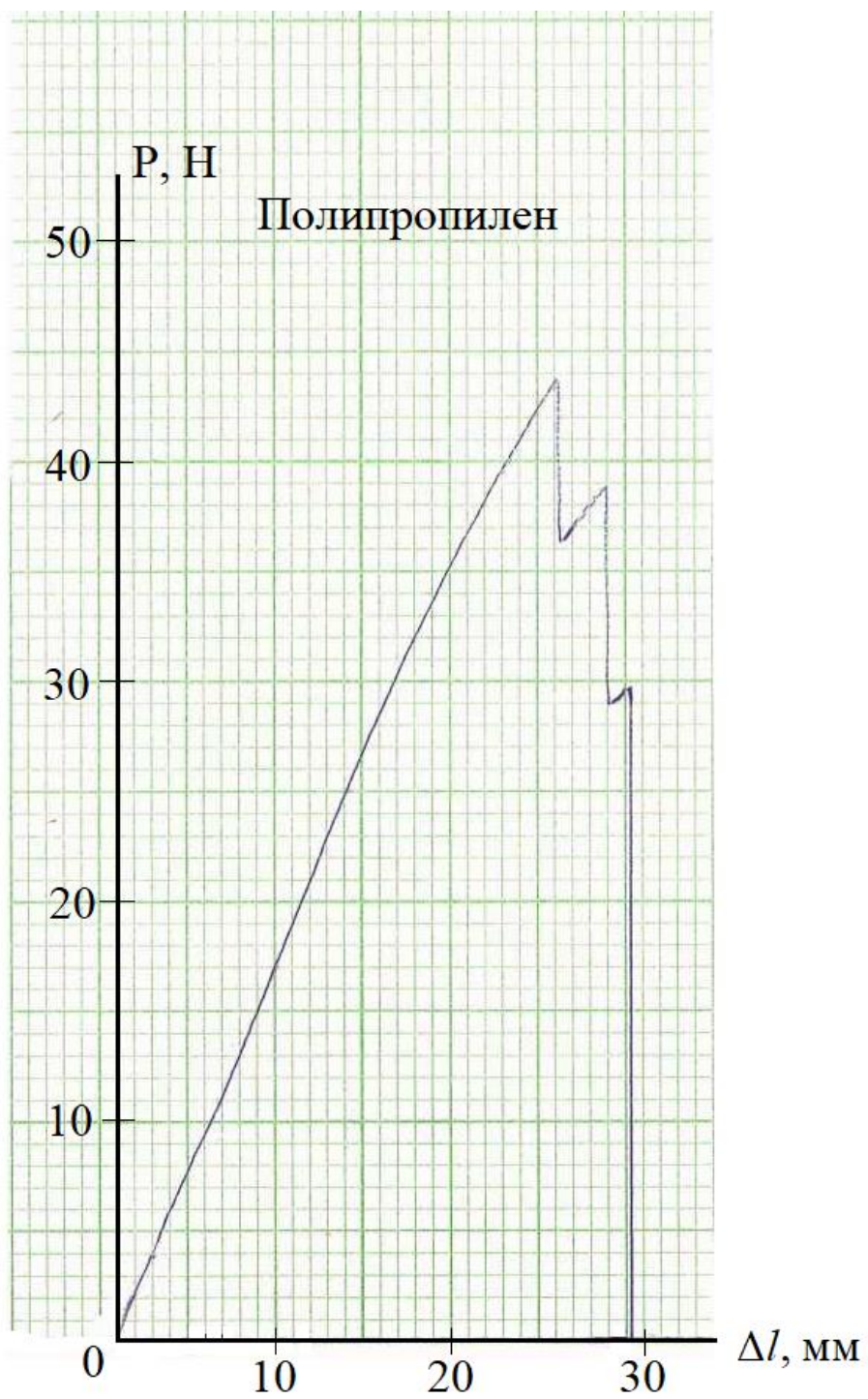
Схемы к индивидуальным заданиям

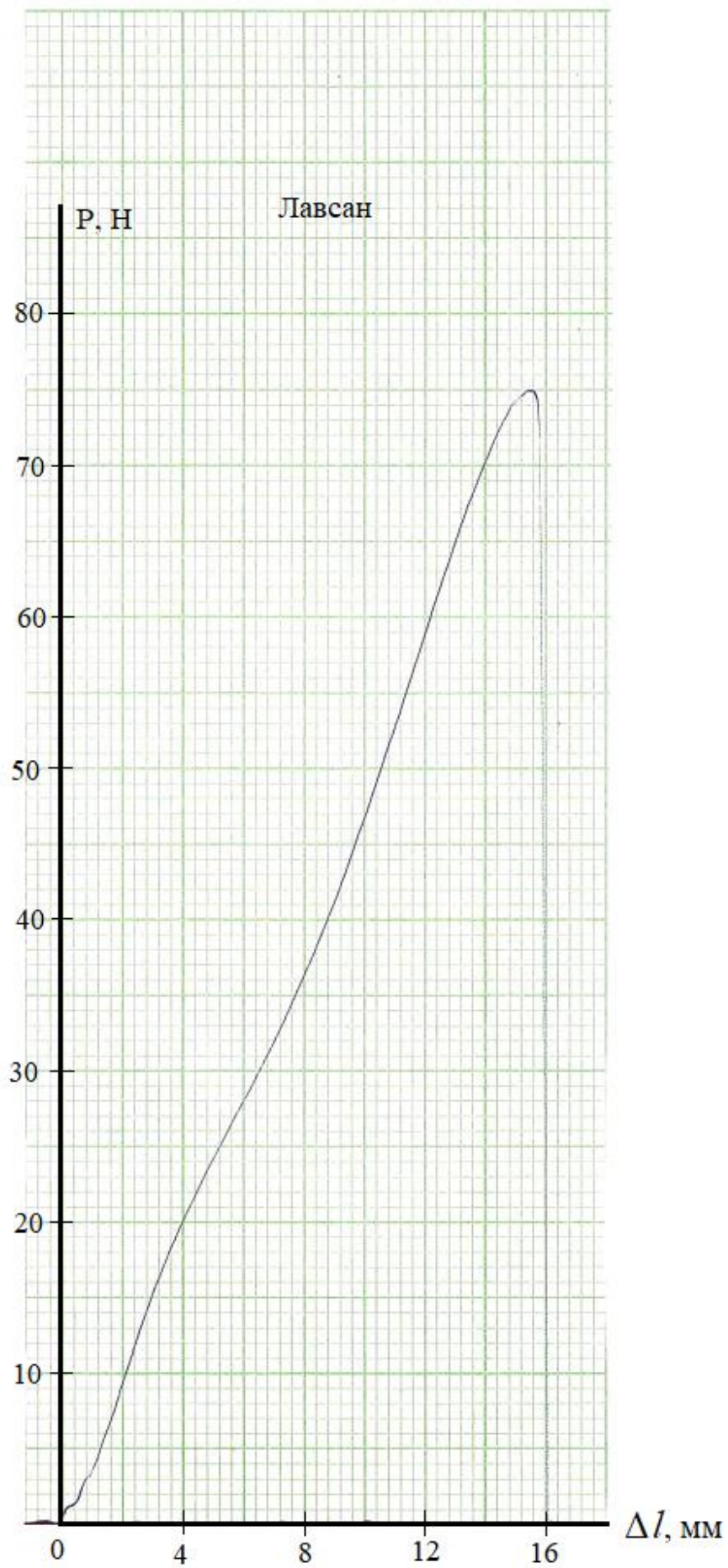
Таблица 2

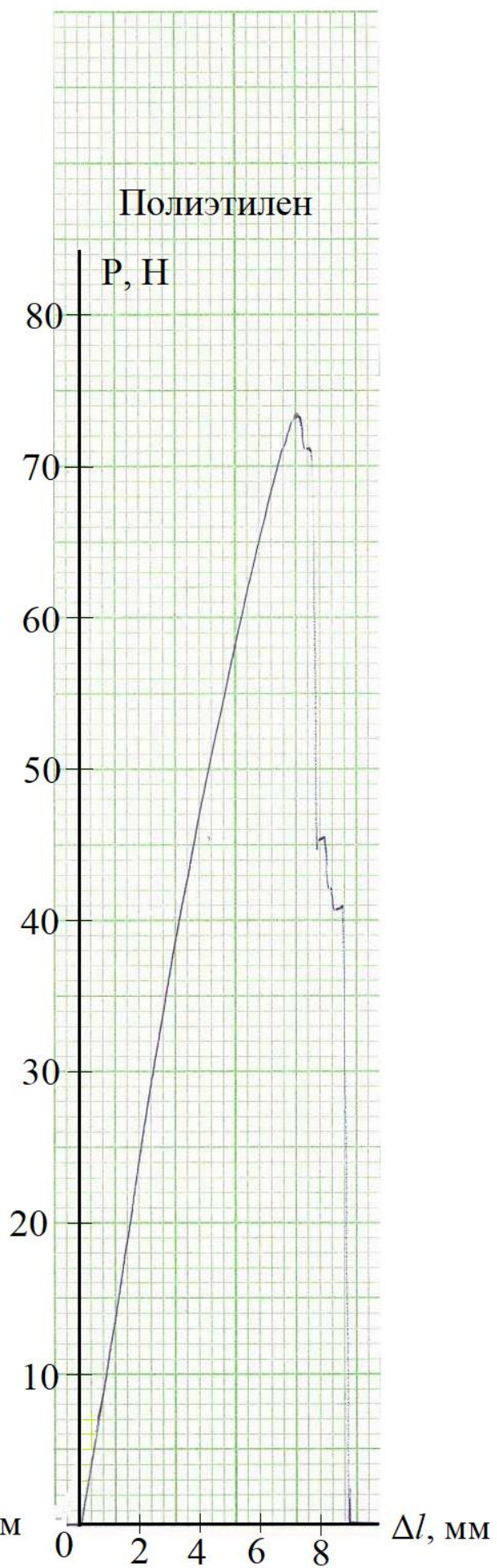
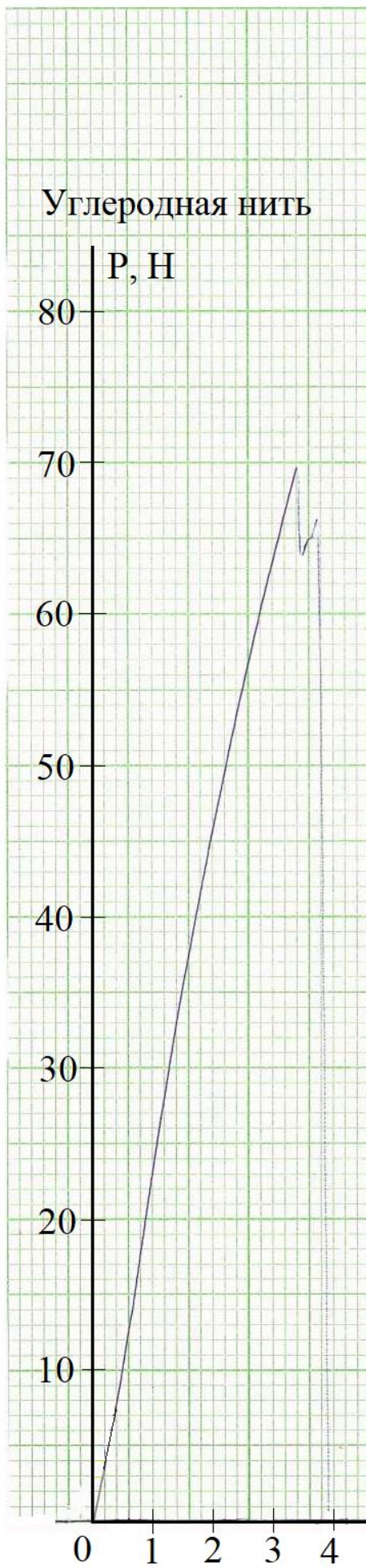


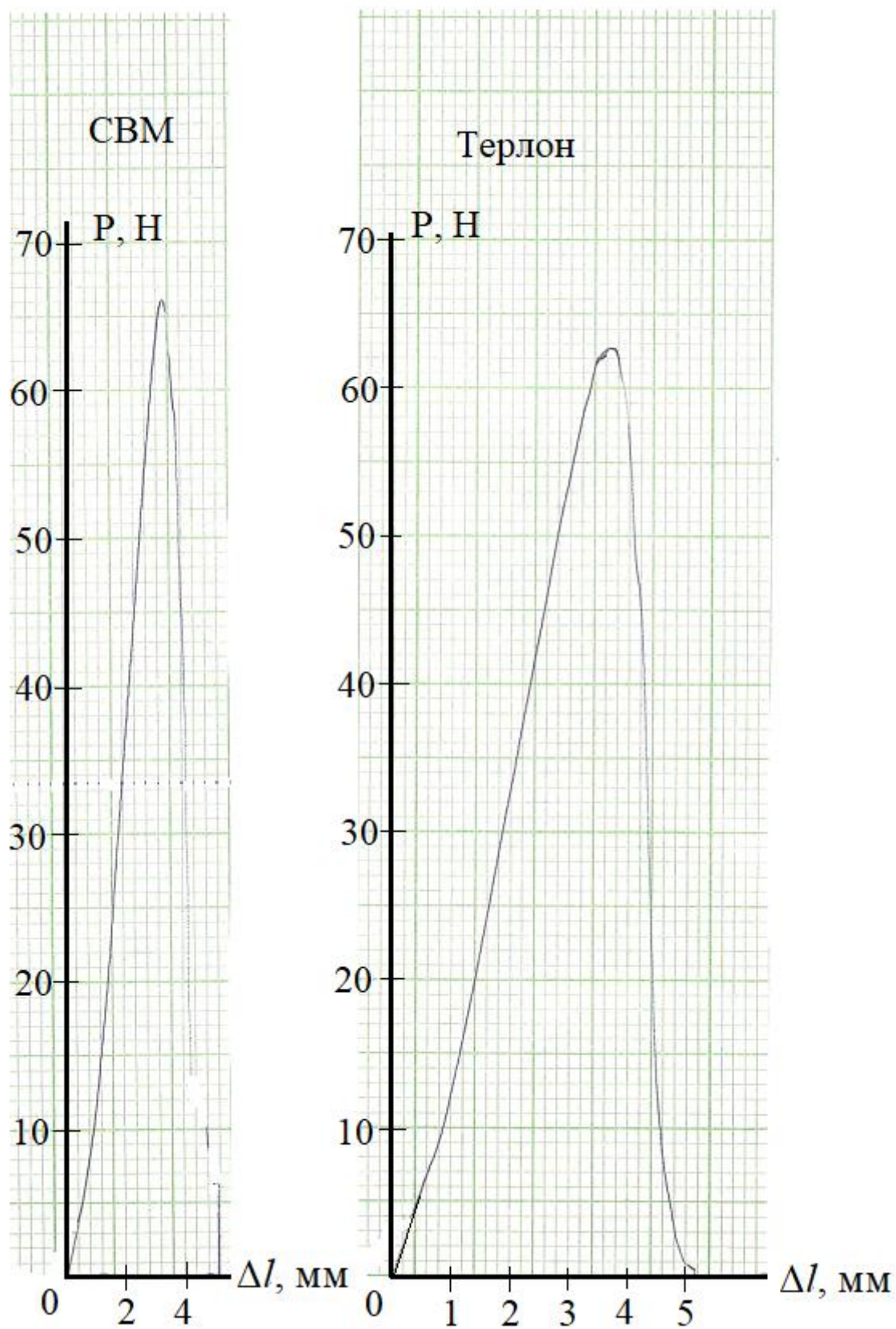


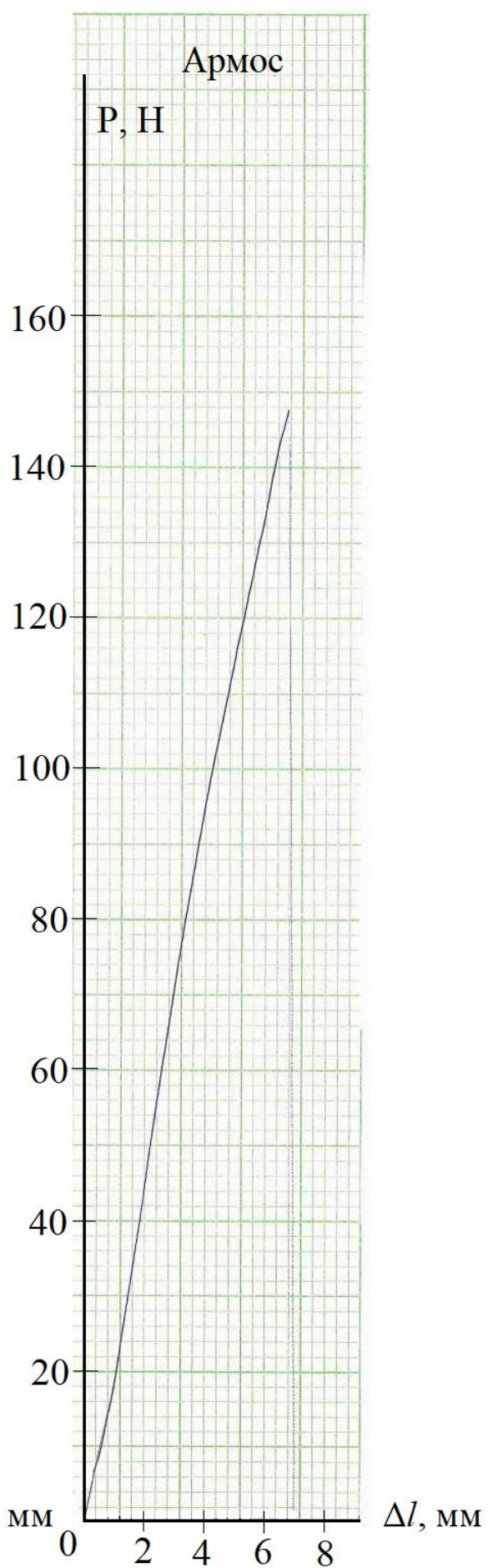
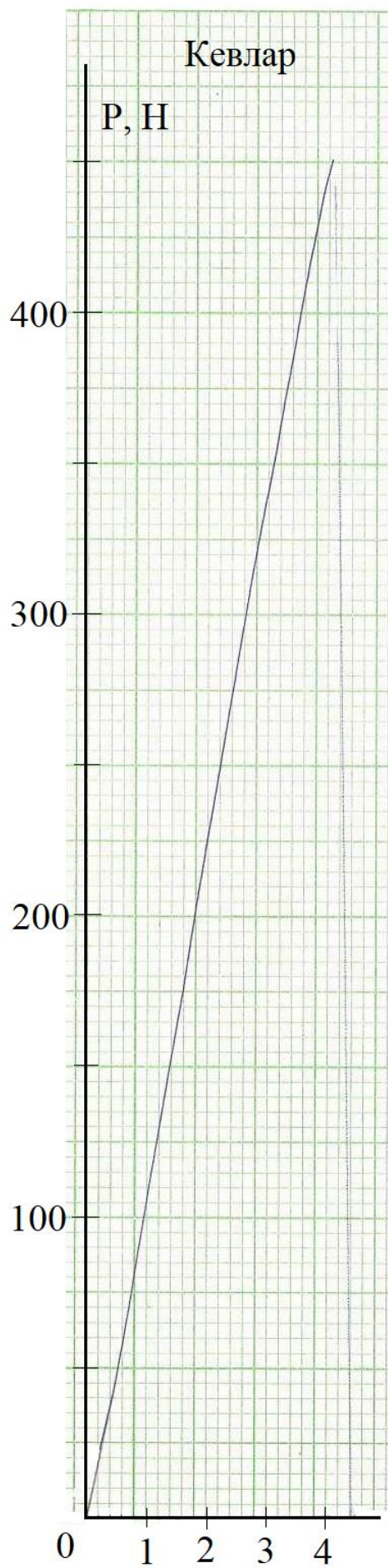












Характеристики нитей

Нить	Линейная плотность T, текс	Плотность γ , г/см ³	Начальная длина l_0 , мм
Капрон	209	1,14	200
Полипропилен	100	0,98	
Армос	58,8	1,43	
Сверхвысокомодульный высокопрочный полиэтилен	44,4	0,91	
Терлон	57,2	1,46	
Углеродная нить	205	2,00	
СВМ	58,8	1,40	
Лавсан	114	1,36	
Кевлар	324	1,50	

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»

Кафедра Инженерного материаловедения и метрологии
(наименование кафедры)

Курсовая работа (курсовой проект)

по дисциплине Прикладная механика

(наименование дисциплины)

на тему «Определение и расчет характеристик
механических свойств различных материалов»

Выполнил(а) обучающийся группы

Направление подготовки 18.03.01 Химическая технология

Номер варианта

(Фамилия, имя, отчество студента, подпись)

Руководитель курсовой работы (проекта)

(ученая степень, звание, фамилия, имя, отчество, подпись)

Оценка _____ Дата _____

Санкт-Петербург

20__ г

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И ДИЗАЙНА»

Кафедра Инженерного материаловедения и метрологии
(наименование кафедры)

Задание на курсовую работу (курсовой проект)

по дисциплине Прикладная механика
(наименование дисциплины)

Обучающемуся _____
гр. _____
№ варианта _____

Тема курсовой работы «Определение и расчет характеристик механических свойств различных материалов»

Содержание задания:

P, кН	$\frac{F_1}{F_2}$, см ²	$\frac{l_1}{l_2}$, м	l_1 , м	l_2 , м	a, м	b, м	c, м	Материал канатов	
								1	2

Схема	
-------	--

1. По диаграммам растяжения (*Приложение 1*) определить предел пропорциональности, допускаемые напряжения и модуль жесткости синтетических нитей в соответствии со своим вариантом. Все справочные данные указаны в *Приложении 2*.
2. В соответствии со своей схемой нагружения определить внутренние усилия, возникающие в канатах.
3. Из условия прочности подобрать площадь поперечного сечения канатов.

Дата, подпись преподавателя _____