Министерство образования Российской Федерации

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

УТВЕРЖДЕНА
учебно-методическим
советом академии
“18” мая 1999 г.
Председатель, проректор
по учебной работе, проф.
___________ Е. И. Борзенко

ФИЗИКА
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
ЧАСТЬ 2

Методические указания
для студентов 3-го курса всех специальностей
факультета заочного обучения и экстерната

Кафедра физики

Санкт-Петербург 2006

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Учебная работа студента-заочника всех специальностей складывается из самостоятельного изучения курса физики по рекомендованным ниже учебным пособиям, решения задач, выполнения контрольных и лабораторных работ, сдачи зачётов и экзаменов.

Изучение курса физики по учебникам

1. Изучать курс необходимо систематически в течение всего учебного года последовательно по разделам, соответствующим материалам трёх контрольных работ (№ 4, 5, 6), выполнение которых предусмотрено учебным планом третьего года обучения. Программа курса третьего года обучения для всех специальностей приведена ниже. Она разбита на отдельные группы вопросов, в конце которых указаны номера параграфов основного учебного пособия, где эти вопросы изложены.

2. Работу по учебнику рекомендуется сопровождать составлением конспекта.

3. Необходимо тщательно изучить системы единиц физических величин. Следует обратить внимание на то, что в разделе “Основы квантовой физики” часто используют разрешенные к применению внесистемные единицы.

Решение задач

Успешное овладение курсом физики возможно только при условии решения задач. Это помогает уяснить физический смысл изучаемых явлений, закрепить в памяти формулы, получить навыки практического применения знаний и подготовиться к выполнению контрольных работ. Задачи для самостоятельного решения можно брать из рекомендованных учебных пособий.

Выполнение контрольных работ

1. К выполнению контрольных работ следует приступить только после изучения теоретического материала по данному разделу программы и внимательного ознакомления с примерами решения задач, приведенными в методических указаниях перед каждой контрольной работой, а также с таблицами приложения, справочный материал которых облегчит Вашу работу и сэкономит время.

2. Все контрольные работы, от первой до последней, должны выполняться по методическим указаниям.

3. Каждая контрольная работа выполняется чернилами в отдельной школьной тетради. Для замечаний преподавателя, проверяющего работу, оставляют поля.

4. На лицевой стороне тетради приводятся сведения по следующему образцу.

Контрольная работа № 6 по физике
Студент 3-го курса специализации 170600
СПбГУНиПТ
Лебедев В. Н., шифр 12122
Адрес: 210009, г. Витебск,
ул. Победы, д.1, кв. 5

5. Каждая задача должна начинаться с новой страницы. Вначале следует записать полный текст задачи, затем дать буквенную запись условия. Эти требования должны соблюдаться и при повторном выполнении работы с учётом замечаний рецензента.

6. Решение задач следует проводить исключительно в единицах СИ. Необходимо использовать общепринятые обозначения физических величин. Значения физических постоянных взять из приложений (или других справочных пособий).

7. Во всех случаях, когда это возможно, нужно сделать аккуратный чертёж, поясняющий решение задачи. На чертеже должны быть изображены все векторные величины (силы, импульсы и т. п.).

8. Решение задач необходимо сопровождать подробными пояснениями хода рассуждений. Нужно приводить формулировки используемых законов и давать определения, раскрывающие физический смысл всех входящих в них величин.

9. Задачи следует решать до конца в общем виде, не делая промежуточных вычислений (исключения составляют особо громоздкие задачи). Получив окончательный буквенный ответ, следует проверить его, подставив единицы входящих физических величин. Если после необходимых преобразований и сокращений единицы в правой и левой частях равенства не совпадают, то нужно искать ошибку в решении.

10. В окончательное буквенное решение нужно подставить числовые значения всех входящих в него величин в единицах одной и той же системы и привести окончательный числовой ответ.

Приступая к вычислениям, помните, что числовые значения физических величин являются приближёнными. Поэтому при расчетах руководствуйтесь правилами действий с приближёнными числами (приложение 1). В контрольных работах по физике студенты должны проводить вычисления с точностью до трёх значащих цифр, за исключением некоторых задач по ядерной физике, где требуется большая точность.

11. В том случае, когда контрольная работа не зачтена, студент обязан выполнить незачтенные задачи заново, соблюдая все указанные выше правила.

Заново выполненная работа высылается обязательно вместе с незачтенной и с рецензией на нее.

12. Во избежание повторения ошибок высылать следует только одну контрольную работу. Следующая работа выполняется и высылается после того, как зачтена предыдущая.

13. Прием контрольных работ на первое рецензирование прекращается за 10 дней до начала экзаменационной сессии, а на повторное (незачтенных) – за 2–3 дня до экзамена.

14. В случае нарушения указанных выше требований контрольная работа не будет проверяться.

15. С 1 июля по 1 сентября контрольные работы на проверку не принимаются.

Выполнение лабораторных работ

Лабораторные работы выполняются во время сессии на кафедре физики СПбГУНиПТ. Основная цель лабораторных работ по курсу физики – научить студентов методике экспериментирования и методике обработки результатов опыта. Кроме того, выполнение лабораторных работ закрепляет знания студента по самостоятельно прорабатываемому теоретическому материалу.

В процессе проведения работ следует систематически и аккуратно вести запись результатов измерения в таблицы, формы которых нужно тщательно продумывать. Все факторы, способные оказывать влияние на точность измерений, необходимо также записывать. При работе с измерительными приборами следует помнить о необходимости весьма осторожного, аккуратного обращения с ними. Правильность записей в протокол проведения лабораторных работ заверяется преподавателем, проводящим лабораторное занятие. Перед выполнением каждой работы студенты должны прорабатывать выдаваемое кафедрой методическое руководство к ним. После выполнения работ следует оформить отчёты по каждой из них. Обработку результатов измерений произвести в соответствии с методикой, изложенной в приложении 1.

Работа заканчивается написанием краткого отчёта, который включает:

1) объекты и методы измерений, схемы экспериментальной установки, таблицы наблюдений, необходимые графики, расчётные формулы и формулы для определения погрешности измерений;

2) полученный результат с указанием абсолютной и относительной погрешности, а также доверительной вероятности;

3) краткий анализ полученного результата.

Сдача зачётов

1. Для получения зачёта студент на зачётном занятии предъявляет установленное число зачтённых контрольных работ и решает задачу из задачника по теме каждой контрольной работы.

2. Для получения зачёта по лабораторным работам от студентов требуется:

а) знание физического смысла, единицы и методики измерения величины, а также основных теоретических вопросов, на которых базируется работа;

б) умение собрать экспериментальную установку по принципиальной схеме и пользоваться применяемой в работе измерительной аппаратурой;

в) умение вывести формулу для расчёта погрешности измеряемой величины и грамотно округлить погрешность и результат измерения, объяснить результаты опытов.

Сдача экзаменов

К сдаче экзаменов допускаются студенты, получившие зачёт.

В экзаменационные билеты включаются все вопросы программы, приведенной в настоящих указаниях.

При подготовке к экзамену следует иметь в виду, что от студентов требуется не только знание законов и формул, но и умение выводить эти формулы.

ПРОГРАММА КУРСА ФИЗИКИ

для студентов заочной формы обучения всех специальностей

Программа составлена в соответствии с ГОСами ВПО, утверждёнными Госкомвузом РФ

ЧАСТЬ 2

4. ФИЗИКА КОЛЕБАНИЙ И ВОЛН

4.1. Общие представления о колебаниях

Колебательный процесс. Механические колебания. Электрические колебания. Единый подход к описанию колебаний различной физической природы. Дифференциальные уравнения механических и электрических колебаний. Гармонические колебания. График колебаний. Амплитуда, циклическая частота, период и фаза гармонических колебаний. Представление гармонических колебаний методом векторных диаграмм и с помощью формулы Эйлера.

Сложение гармонических колебаний.

Энергия колебаний.

Свободные затухающие колебания. Амплитуда затухающих колебаний. Коэффициент затухания. Логарифмический декремент колебаний.

Вынужденные колебания. Амплитуда и фаза вынужденных колебаний. Явление резонанса.

[1, §140, 141, 143–148].

4.2. Гармонический осциллятор

Математический и физический маятники. Груз на пружине. Идеальный колебательный контур (контур Томсона). Циклическая (угловая) частота, период, коэффициент затухания, добротность.

Реальный колебательный контур. Вынужденные электрические колебания. Резонанс напряжений и токов. Реактивное сопротивление и импеданс электрической цепи. Цепи переменного тока.

[1, §142, 149–152].

4.3. Общие представления о волнах

Волновой процесс. Упругие волны. Электромагнитные волны. Единый подход к описанию волн различной физической природы. Волновое уравнение механических и электромагнитных волн. Гармонические волны. График волны. Амплитуда, круговая частота, период, длина волны, волновой вектор, скорость и фаза гармонических волн. Продольные и поперечные волны. Волновая поверхность, фронт волны. Бегущая и стоячая волны. Плоские, сферические и цилиндрические волны.

Упругие волны в газах, жидкостях и твёрдых телах. Энергетические характеристики упругих волн. Вектор Умова. Эффект Доплера в акустике.

Плоские электромагнитные волны. Энергетические характеристики электромагнитных волн. Вектор Пойнтинга.

[1, §153–155, 158, 161–164].

4.4. Интерференция волн

Принцип суперпозиции для волн. Интерференция плоских монохроматических волн. Когерентные волны. Интерференция света.

[1, §155–157, 170–175].

4.5. Дифракция волн

Принцип Гюйгенса. Принцип Гюйгенса–Френеля. Дифракция света. Дифракция Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Фраунгофера. Дифракция на круглом отверстии, прямой щели, дифракционной решётке. Дифракционный монохроматор. Разрешающая способность спектральных приборов.

[1, §176–184].

4.6. Поляризация волн

Естественный и поляризованный свет. Полностью и частично поляризованный свет. Степень поляризации. Поляризация при отражении от границы раздела диэлектриков. Угол полной поляризации. Закон Брюстера. Закон Малюса.

[1, §190–196].

4.7. Взаимодействие электромагнитных волн с веществом

Отражение и преломление электромагнитных волн. Показатель преломления. Дисперсия электромагнитных волн. Нормальная и аномальная дисперсия. Групповая скорость. Поглощение света. Рассеяние света.

[1, §185–187].

5. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

5.1. Исходные понятия

Тепловое движение. Статистический метод исследования. Термодинамический метод исследования. Термодинамические системы. Термодинамические параметры состояния: давление, объём, температура. Равновесный и неравновесный, обратимый и необратимый процессы. Термодинамический процесс и его изображение на термодинамической диаграмме.

[1, §41].

5.2. Молекулярная физика

Молекулярно-кинетическая теория. Идеальный газ. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Давление с точки зрения молекулярно-кинетической теории. Молекулярно-кинетический смысл температуры. Частные законы поведения идеального газа. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Клапейрона–Менделеева). Закон Больцмана о равном распределении энергии по степеням свободы молекулы. Внутренняя энергия идеального газа.

[1, §41–43, 50].

5.3. Кинетическая теория газов. Явления переноса в газах

Вероятность, плотность вероятности. Распределение Максвелла по проекции скорости. Распределение Максвелла по модулям скорости. Распределение Максвелла по энергии. Средняя скорость молекул идеального газа. Средняя энергия молекул идеального газа. Распределение Больцмана. Барометрическая формула. Эффективный диаметр молекулы. Среднее число соударений. Средняя длина свободного пробега.

Диффузия. Закон Фика. Коэффициент диффузии. Теплопроводность. Закон Фурье. Коэффициент теплопроводности. Вязкость. Закон Ньютона для вязкости. Коэффициент вязкости. Взаимосвязь коэффициентов переноса в газах и их зависимость от давления.

[1, §44–49].

5.4. Основы термодинамики

Внутренняя энергия системы. Работа расширения. Работа расширения идеального газа в простейших процессах. Первое начало термодинамики. Теплоёмкость. Уравнение Майера для идеального газа. Адиабатный процесс. Уравнение Пуассона. Показатель адиабаты. Политропные процессы. Второе начало термодинамики. Принцип действия тепловой и холодильной машин. Цикл (круговой процесс). Термический КПД. Цикл Карно. Теорема Карно. Энтропия. Тепловая теорема Нернста (третье начало термодинамики). Изменение энтропии в различных процессах.

[1, §50–59].

5.5. Реальные газы и пары

Силы и потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы Ван-дер-Ваальса. Критическая изотерма. Экспериментальные изотермы реального газа. Области жидкости, газа, влажного пара и сухого пара. Линии насыщения пара и жидкости. Перегретая жидкость. Пересыщенный пар. Метастабильные состояния.

Внутренняя энергия вандерваальсовского газа. Адиабатный дроссельный эффект Джоуля–Томсона. Способы сжижения газов. Жидкий воздух и жидкий гелий.

[1, §60–65].

5.6. Фазовые превращения и фазовые равновесия

Фазы. Фазовые превращения. Фазовые переходы I и II рода. Условия равновесия фаз. Уравнение Клапейрона–Клаузиуса. Фазовые диаграммы. Критическая точка. Тройная точка.

[1, §74–76].

5.7. Жидкое и твёрдое состояния вещества

Молекулярная структура жидкостей. Поверхностное натяжение. Смачивание жидкостей. Капиллярные явления.

Кристаллическая структура твёрдых тел. Физические типы кристаллов. Дефекты кристаллической решётки. Классическая теория теплоёмкости кристаллов. Закон Дюлонга–Пти.

[1, §66–73].

6. ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

6.1. Квантовые свойства электромагнитного излучения

Тепловое излучение. Энергетическая светимость и поглощательная способность тел. Закон Кирхгофа. Модель абсолютно чёрного тела. Закон Стефана–Больцмана. Спектр излучения чёрного тела. Закон смещения Вина. Формула Рэлея–Джинса. Ультрафиолетовая катастрофа.

Гипотеза квантов излучения. Энергия кванта. Формула Планка и ее следствия. Основы оптической пирометрии. Радиационная, яркостная и цветовая температуры тел.

Внешний фотоэлектрический эффект. Квантовая теория внешнего фотоэффекта.

Тормозное рентгеновское излучение.

Квантовая теория светового давления. Эффект Комптона.

Фотоны. Энергия, импульс, масса и скорость фотона.

[1, §197–207].

6.2. Элементы квантовой механики

Корпускулярно-волновой дуализм света. Гипотеза де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме материи. Взаимосвязь волновых и корпускулярных свойств квантовых частиц. Волны де Бройля и их вероятностная природа. Интерференция электронного пучка в двухщелевом интерферометре.

Принцип дополнительности Бора. Соотношения неопределенностей Гейзенберга. Описание состояния квантовых частиц с помощью волн де Бройля. Волновая функция. Волновое уравнение Шрёдингера. Движение свободной частицы. Электрон в “потенциальном ящике”. Квантование энергии и момента импульса квантовых частиц. Туннельный эффект. Квантовый гармонический осциллятор. Нулевая энергия и ее проявления.

[1, §213–222].

6.3. Элементы квантовой физики атомов и молекул

Планетарная ядерная модель атома. Модель строения атома водорода по теории Бора.

Квантово-механическая модель строения атома водорода. Квантование энергии и момента импульса (магнитного момента) электронов в атоме. Квантовые числа. Спин электрона и его квантование. Принцип Паули. Заполнение электронных состояний в атоме. Периодическая система элементов Менделеева. Запрещённые переходы электронов в атоме (правило отбора).

Оптические спектры молекул. Характеристическое рентгеновское излучение вещества. Люминесценция.

Инверсная заселённость состояний в атомах. Индуцированное (вынужденное) излучение. Оптические квантовые генераторы (лазеры) и их применение в современной технике.

[1, §208–212, 223–225, 227–233].

6.4. Элементы ядерной физики и физики элементарных частиц

Структура ядра атомов. Явление радиоактивности. α, β, γ - распад. Элементарные и субэлементарные частицы.

[1, §251, 252, 254–259, 262, 272, 275].

6.5. Элементы квантовых статистик. Теплоёмкость твёрдых тел

Простейшие системы квантовых частиц. Общие сведения о квантовых статистиках. Фермионы и бозоны. Функция распределения Ферми–Дирака. Функция распределения Бозе–Эйнштейна. Вырождение системы частиц, описываемых квантовыми статистиками. Температура вырождения.

Распределение Ферми–Дирака для вырожденного электронного газа в металлах. Внутренняя энергия и теплоёмкость вырожденного электронного газа.

Классическая теория теплоёмкости кристаллов. Закон Дюлонга и Пти. Опытные значения теплоёмкости тел в области низких и высоких температур.

Упрощенная квантовая теория теплоёмкости кристаллов по Эйнштейну. Теория теплоёмкости по Дебаю. Вырожденный фононный газ в кристалле. Характеристическая температура Дебая. Закон кубов Дебая.

[1, §226, 234–239].

6.6. Зонная теория твёрдых тел. Контактные явления

Понятие о зонной теории твёрдых тел. Энергетические зоны в кристаллах. Разрешенные и запрещенные зоны. Валентная зона и зона проводимости. Зонные диаграммы металлов, диэлектриков и полупроводников.

Собственная проводимость полупроводников. Электронно-дырочный механизм собственной проводимости. Температурная зависимость сопротивления собственных полупроводников.

Примесная проводимость полупроводников. Донорные и акцепторные уровни примеси. Примесные полупроводники с электронной проводимостью (n-полупроводники) и примесные полупроводники с дырочной проводимостью (p-полупроводники).

Фотопроводимость полупроводников. Собственная фотопроводимость. Красная граница внутреннего фотоэффекта. Фоторезисторы (фотосопротивления).

Работа выхода электронов из металла. Электрохимический потенциал. Контакт двух металлов. Внутренняя и внешняя контактная разность потенциалов. Контакт металла с полупроводником, влияние внешнего электрического поля (эффект Шотки). Контакт электронного и дырочного полупроводников (p–n-переход), запирающий слой. Действие внешней разности потенциалов на p–n-переход. Пропускное и запирающее напряжения. Полупроводниковый транзистор (триод). Вентильный фотоэффект в p–n-переходе. Фотодиод.

Замкнутая цепь из разнородных проводников. Термоэлектрический эффект Зеебека. Термоэдс, термопары. Электротермический эффект Пельтье. Эффект Томсона. Электротермический способ охлаждения. Полупроводниковые холодильники.

[1, §240–250].

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа 4. Тема. Физика колебаний и волн.

Контрольная работа 5. Тема. Молекулярная физика и термодинамика.

Контрольная работа 6. Тема. Основы квантовой физики.

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

Лабораторная работа 1. Тема. Динамика гармонических колебаний. Маятники.

Лабораторная работа 2. Тема. Изучение явления поляризации света.

Лабораторная работа 3. Тема. Молекулярная физика. Термодинамика.

Лабораторная работа 4. Тема. Явления переноса в газах и жидкостях. Поверхностное натяжение жидкости.

Лабораторная работа 5. Тема. Изучение температурной зависимости электропроводности металлов и полупроводников.

Лабораторная работа 6. Тема. Термоэлектрические явления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основные учебники:

1. Трофимова Т. И. Курс физики. – М.: Высш. шк., 1999. – 542 с.

Дополнительные учебники:

2. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. – М.: Высш. шк., 1999. – 710 с.
3. Савельев И. В. Курс физики. Т. 1: Механика. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1989. – 352 с.
4. Савельев И. В. Курс физики. Т. 2: Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – М.: Наука, 1989. – 464 с.
5. Савельев И. В. Курс физики. Т. 3: Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твёрдого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц. – М.: Наука, 1989. – 304 с.

Задачники:

6. Волькенштейн. В. С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1990.

Лабораторный практикум:

7. Расчеты в лабораторных работах: Метод. указания для студентов всех факультетов. – Л.: ЛТИХП, 1990.

Приложение 1

О ПРИБЛИЖЁННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

При решении физических задач обычно используются величины с приближёнными числовыми значениями.

Рассмотрим следующий пример. Пусть требуется определить плотность ρ вещества некоторого тела. При взвешивании тела на весах с точностью до 0,01 г определили его массу

$$m = (9{,}38 \pm 0{,}01)\ \text{г}.$$

Затем с точностью до $0{,}01\ \text{см}^3$ был измерен объём тела

$$V = (3{,}46 \pm 0{,}01)\ \text{см}^3.$$

Без критического подхода к вычислениям можно получить такой результат

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{9{,}38}{3{,}46}\ \text{г/см}^3 = 2{,}710982659\ldots\text{г/см}^3.$$

Но числа 9,38 и 3,46 – приближённые. Последние цифры в этих числах недостоверны. Эти числа при измерении могли быть получены такими: первое – 9,39 или 9,37, а второе – 3,47 или 3, 45. В самом деле, при взвешивании с указанной выше точностью могла быть допущена ошибка на 0,01 г как в сторону увеличения массы, так и в сторону ее уменьшения. То же самое и в отношении объёма. Таким образом, плотность тела, если ее вычислить с точностью до девятого десятичного знака, как это сделано выше, могла оказаться

$$\rho = \frac{9{,}39}{3{,}45}\ \text{г/см}^3 = 2{,}721739130\ldots\text{г/см}^3$$

или

$$\rho = \frac{9{,}37}{3{,}47}\ \text{г/см}^3 = 2{,}700288184\ldots\text{г/см}^3.$$

Сравнение всех трёх результатов показывает, что они отличаются уже вторыми десятичными знаками, и, что достоверным является лишь первый десятичный знак, а второй – недостоверен. Цифры, выражающие остальные десятичные знаки, совершенно случайны, способны ввести лишь в заблуждение пользующегося вычисленными результатами, и показывают, что автор этих вычислений не знаком с правилами приближённых вычислений и записями приближённых чисел. Следовательно, работа по вычислению большинства знаков затрачена не только впустую, но и во вред автору (показывает его неграмотность). Во избежание бесполезных затрат труда и времени принято вычислять кроме достоверных знаков еще только один недостоверный, для возможности дальнейшего округления.

В рассмотренном примере нужно было вести вычисления до второго десятичного знака

$$\rho = \frac{9{,}38}{3{,}46}\ \text{г}/\text{см}^3 = 2{,}71\ \text{г}/\text{см}^3 .$$

Теория приближённых вычислений позволяет:

1) зная погрешность исходных данных, оценить погрешность результата еще до выполнения действий;

2) брать данные с надлежащей точностью, достаточной, чтобы обеспечить требуемую точность результата, но не слишком большой, чтобы избавить вычислителя от бесполезных расчетов;

3) рационализировать самый процесс вычисления, освободив его от тех выкладок, которые не окажут влияния на достоверные цифры результата.

Значащими цифрами числа называют все цифры числа, кроме нулей, стоящих впереди числа. Например, в числе 0,00385 три значащие цифры: 3, 8, 5; в числе 2500 – четыре: 2, 5, 0, 0; в числе $2{,}5 \cdot 10^3$ – две: 2, 5.

Нули, стоящие в середине или в конце числа (справа) являются значащими цифрами, т. к. обозначают отсутствие единиц в соответствующем разряде.

Абсолютной погрешностью приближённого числа называется абсолютное значение разности между этим числом и его точным значением.

Относительной погрешностью приближённого числа называется отношение абсолютной погрешности приближённого числа к самому этому числу.

Способ записи приближённых чисел. При приближённых вычислениях отличают запись 2,4 от 2,40; запись 0,02 от 0,0200 и т. д. Запись 2,4 означает, что достоверны только две значащие цифры – цифры целых и десятых; истинное же значение числа может быть, например 2,43 или 2,38. Запись 2,40 означает, что достоверны три значащие цифры – цифры целых, десятых и сотых; истинное же значение числа может быть, например 2,403 или 2,398, но не 2,421 и не 2,382.

То же отличие проводится и для целых чисел. Запись 382 означает, что достоверны все три значащие цифры; если же за последнюю цифру ручаться нельзя, то число округляется и записывается в виде $38 \cdot 10$, но лучше записывать так: $0{,}38 \cdot 10^3$. Запись же 380 означает, что последняя цифра (0) достоверна.

Для каждого приближённого числа должна быть известна его погрешность (абсолютная или относительная). Когда она прямо не указана, подразумевается, что абсолютная погрешность составляет половину единицы последнего выписанного разряда. Так, если приведено приближённое число 4,72 без указания погрешности, то подразумевается, что абсолютная погрешность составляет половину от одной сотой, т. е. 0,005; для числа 47,2 – 0,05; для числа 472 – 0,5; для числа 4720 – 0,5; для числа $4{,}72\cdot 10^3$ – 5.

Вследствие этого соглашения всегда можно обойтись без указания погрешности числа, округленного по правилам.

Правила подсчета цифр при выполнении математических действий

1. При сложении, вычитании, умножении и делении в результате сохраняют столько значащих цифр, сколько их содержится в числе с наименьшим количеством цифр.

Например, при сложении чисел 4,462+2,38+1,17273+1,0262=9,04093 следует сумму округлить до сотых долей, т. е. принять ее равной 9,04, т. к. слагаемое 2,38 задано с точностью до сотых долей. Например, вместо вычисления выражения $3{,}723\cdot 2{,}4\cdot 5{,}1846$ следует вычислять выражение $3{,}7\cdot 2{,}4\cdot 5{,}2$.

Исключения из этого правила допускаются в тех случаях, когда один из сомножителей произведения начинается с единицы, а сомножитель, содержащий наименьшее количество значащих цифр, начинается с какой-нибудь другой цифры. В этих случаях в результате сохраняют на одну цифру больше (так называемая запасная цифра), чем в числе с наименьшим количеством значащих цифр.

2. Результат расчета значений функций x^n, $\sqrt[n]{x}$, $\ln x$, $\lg x$ некоторого приближённого числа x должен содержать столько значащих цифр, сколько их имеется в числе x. Например, $1{,}32^2 \approx 1{,}74$ или $\sqrt{1{,}217\cdot 10^{-4}} \approx 1{,}103\cdot 10^{-2}$.

3. При вычислении промежуточных результатов сохраняют на одну значащую цифру больше, чем рекомендуют правила 1 и 2 (так называемая запасная цифра). В окончательном результате запасная цифра отбрасывается с выполнением правил округления.

Например,

$$\frac{(3{,}2+17{,}062)\cdot\sqrt{3{,}7}}{5{,}1\cdot 2{,}007\cdot 10^3}.$$

Сомножитель 5,1 имеет наименьшее число значащих цифр – две. Поэтому результаты всех промежуточных вычислений должны округляться до трёх значащих цифр

$$\frac{(3{,}2+17{,}062)\cdot\sqrt{3{,}7}}{5{,}1\cdot 2{,}007\cdot 10^3} \approx \frac{20{,}3\cdot 1{,}92}{10{,}3\cdot 10^3} \approx \frac{39{,}0}{10{,}3\cdot 10^3} \approx 3{,}79\cdot 10^{-3}.$$

Окончательный результат округляется до двух значащих цифр. После округления до двух значащих цифр получаем $3{,}8\cdot 10^{-3}$.

Правила округления

В первую очередь округляется погрешность приближённого числа. Погрешность должна содержать не более двух значащих цифр. Если первая значащая цифра погрешности 1, 2, 3, то погрешность округляется до двух значащих цифр. Если первая значащая цифра погрешности 4, 5, 6, 7, 8, 9, то погрешность округляется до одной значащей цифры.

Во вторую очередь округляется приближённое число. Оно округляется до того же десятичного разряда, до которого округлялась погрешность этого числа.

Например:

472±23	47,2±2,3	4,72±0,23	0,472±0,023
472±6	47,2±0,6	4,72±0,06	0,472±0,006

1. Если первая из отбрасываемых цифр больше чем 5, то последняя из сохраняемых увеличивается на единицу.

2. Если первая из отбрасываемых цифр меньше чем 5, то последняя из сохраняемых не изменяется.

3. Если первая из отбрасываемых цифр равна 5, то последняя из сохраняемых не изменяется.

Если отбрасывается только одна цифра 5, а за ней нет значащих цифр, то округление производится на ближайшее чётное число, т. е. последняя из сохраняемых цифр остается неизменной, если она чётная, и увеличивается на единицу, если она нечётная.

В большинстве задач по физике числовые значения исходных данных содержат три значащие цифры, поэтому ответ в задаче должен содержать также три значащие цифры. Исключение составляют некоторые задачи по ядерной физике, в которых требуется большая точность и, следовательно, большее число значащих цифр.

Советуем при вычислении пользоваться микрокалькулятором.

Министерство образования Российской Федерации

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

Годвинская Н. В., Самолетов В. А.

ФИЗИКА
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Методические указания
для студентов 3-го курса всех специальностей
факультета заочного обучения и экстерната

Санкт-Петербург 2000

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Физика колебаний

Колебаниями называются движения или процессы, которые характеризуются определённой повторяемостью во времени.

Физическая природа колебаний может быть различной (механическая, электромагнитная), но описываются они одинаковыми по структуре уравнениями.

Простейшим типом колебаний являются гармонические колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется по гармоническому закону, т. е. по закону синуса или косинуса.

Колебания бывают свободными и вынужденными. Свободные колебания разделяют на незатухающие (собственные) и затухающие.

Свободные незатухающие или собственные колебания – это такие колебания, которые совершаются за счёт энергии, сообщённой колебательной системе в начальный момент времени, при отсутствии внешнего воздействия на систему.

Дифференциальное уравнение собственных механических гармонических колебаний

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega_0^2x=0,$$

где x – координата точки, совершающей колебания; t – время; ω_0 – циклическая (круговая) частота собственных колебаний.

Уравнение механических гармонических незатухающих колебаний

$$x=A\cos(\omega_0t+\varphi_0),$$

где x – величина смещения точки от положения равновесия; A – амплитуда колебаний (величина максимального смещения); ω_0 – циклическая (круговая) частота собственных незатухающих колебаний; φ_0 – начальная фаза колебаний; $(\omega_0t+\varphi_0)$ – фаза колебаний в момент времени t.

Скорость материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$V=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-A\omega_0\sin(\omega_0t+\varphi_0).$$

Ускорение материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$a=\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}=-A\omega_0^2\cos(\omega_0t+\varphi_0)=-\omega_0^2x.$$

Дифференциальное уравнение собственных электрических гармонических колебаний

$$\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 q = 0,$$

где q – электрический заряд конденсатора; ω_0 – циклическая (круговая) частота свободных незатухающих колебаний, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$; L – индуктивность контура; C – электрическая ёмкость контура.

Уравнение электрических гармонических колебаний

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где q_m – амплитуда заряда конденсатора; φ_0 – начальная фаза.

Сила тока в колебательном контуре

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = -q_m \omega \sin(\omega t + \varphi_0) = -I_m \sin(\omega t + \varphi_0) = I_m \cos\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

где I_m – амплитуда силы тока, $I_m = q_m \omega$.

Период колебаний – время одного полного колебания. За это время фаза колебаний получает приращение 2π.

Частота колебаний – число колебаний, совершаемых за единицу времени,

$$\nu = \frac{N}{t}.$$

Формулы, связывающие период, частоту и циклическую частоту:

$$T = \frac{1}{\nu}, \qquad \omega = 2\pi\nu, \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Свободные затухающие колебания – это такие колебания, амплитуда которых уменьшается с течением времени вследствие потерь энергии колебательной системой. В механической системе энергия расходуется на работу против сил трения и сопротивления, а в электрическом колебательном контуре – на джоулеву теплоту и на электромагнитное излучение.

Дифференциальное уравнение затухающих механических колебаний системы, в которой действует сила сопротивления $\vec{F}_\text{c} = -r\vec{v}$ (где r – коэффициент сопротивления; $\vec{v}$ – скорость),

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = 0,$$

где δ – коэффициент затухания, $\delta = r/(2m)$; m – масса; ω_0 – циклическая (круговая) частота собственных незатухающих колебаний.

Уравнение затухающих колебаний в случае слабого затухания $\left(\delta^2 < \omega_0^2\right)$

$$x = A(t)\cos(\omega t + \varphi_0) = A_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $A(t)$ – амплитуда затухающих колебаний, $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$; A_0 – начальная амплитуда затухающих колебаний; ω – частота затухающих колебаний, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$.

Дифференциальное уравнение затухающих электрических колебаний в контуре, имеющем электрическое сопротивление R,

$$\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2} + 2\delta\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 q = 0,$$

где δ – коэффициент затухания, $\delta = R/(2L)$; L – индуктивность контура.

Уравнение затухающих колебаний в случае слабого затухания $(\delta^2 < \omega_0^2)$

$$q = q_m(t)\cos(\omega t + \varphi_0) = q_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $q_m(t)$ – амплитуда затухающих колебаний заряда конденсатора, $q_m(t) = q_0 e^{-\delta t}$; q_0 – начальная амплитуда колебаний; ω – циклическая частота затухающих колебаний, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$.

Время релаксации – это промежуток времени τ_e, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в $e \approx 2{,}718$ раз,

$$\frac{A(t)}{A(t + \tau_e)} = e.$$

Время релаксации связано с коэффициентом затухания

$$\tau_e = \frac{1}{\delta}.$$

Логарифмический декремент колебаний

$$\Lambda = \ln\frac{A(t)}{A(t + T)},$$

где T – период затухающих колебаний.

Формула, связывающая логарифмический декремент колебаний с коэффициентом затухания и периодом затухающих колебаний:

$$\Lambda = \delta T.$$

Вынужденные колебания – это такие колебания, которые совершаются при наличии внешнего периодически изменяющегося воздействия.

Дифференциальное уравнение вынужденных механических колебаний системы, при наличии силы сопротивления $\vec{F}_c = -r\vec{v}$ и изменяющейся по гармоническому закону вынуждающей силы $F = F_0\cos(\omega t)$, где F_0 – амплитудное значение вынуждающей силы; ω – циклическая частота вынуждающей силы,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos(\omega t),$$

где m – масса тела; ω_0 – циклическая частота собственных незатухающих колебаний системы.

Уравнение установившихся вынужденных колебаний

$$x = A\cos(\omega t - \Delta\varphi),$$

где A – амплитуда смещения тела от положения равновесия; ω – циклическая частота вынужденных колебаний, совпадающая с частотой вынуждающей силы; $\Delta\varphi$ – разность фаз между колебаниями вынуждающей силы и тела.

Амплитуда и разность фаз $\Delta\varphi$ вынужденных колебаний

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\delta^2\omega^2}}, \qquad \Delta\varphi = \operatorname{arctg}\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Амплитуда вынужденных колебаний зависит от соотношения между циклическими частотами вынуждающего воздействия ω и собственных колебаний ω_0. Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}, \qquad A_{\text{рез}} = \frac{F_0}{2\delta m\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

Дифференциальное уравнение вынужденных электрических колебаний, в контуре, имеющем электрическое сопротивление R, при наличии вынуждающей ЭДС $\mathcal{E}$, изменяющейся по гармоническому закону $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m\cos(\omega t)$, где $\mathcal{E}_m$ – амплитудное значение ЭДС; ω – циклическая частота изменения ЭДС,

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\delta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\mathcal{E}_m}{L}\cos(\omega t),$$

где δ – коэффициент затухания, $\delta = R/(2L)$; L – индуктивность контура.

Уравнение установившихся вынужденных электрических колебаний

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi),$$

где ψ – разность фаз колебаний заряда конденсатора и вынуждающей ЭДС источника тока.

Амплитуда установившихся вынужденных колебаний заряда конденсатора

$$q_m = \frac{E_m}{L\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\delta^2\omega^2}} = \frac{E_m}{\omega\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}.$$

Разность фаз колебаний заряда конденсатора и вынуждающей ЭДС источника тока

$$\psi = \operatorname{arctg}\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \operatorname{arctg}\frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}.$$

Амплитуда вынужденных колебаний зависит от соотношения между циклическими частотами вынуждающего воздействия ω и собственных колебаний ω_0. Резонансная частота и резонансная амплитуда

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}, \qquad q_{m\text{рез}} = \frac{E_m}{2\delta m\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

Сложение колебаний.

1) Складываются два гармонических колебания одного направления и одинаковой частоты

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \varphi_{01}), \qquad x_2 = A_2\cos(\omega t + \varphi_{02}).$$

Уравнение результирующего колебания, которое также будет гармоническим

$$x_{\text{рез}} = A_{\text{рез}}\cos(\omega t + \varphi_0).$$

Амплитуда и начальная фаза результирующего колебания

$$A_{\text{рез}} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})},$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\frac{A_1\sin(\varphi_{01}) + A_2\sin(\varphi_{02})}{A_1\cos(\varphi_{01}) + A_2\cos(\varphi_{02})},$$

где A_1 и A_2 – амплитуды складываемых колебаний; φ_{01} и φ_{02} – начальные фазы складываемых колебаний.

2) Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми амплитудами и близкими частотами $\omega_1 = \omega_2 + \Delta\omega$, $\Delta\omega << (\omega_1, \omega_2)$

$$x_1 = A\cos(\omega_1 t), \qquad x_2 = A\cos(\omega_2 t).$$

Уравнение результирующих колебаний, которые не являются гармоническими и называются биениями,

$$x = 2A\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\cos(\omega t),$$

где $\Delta\omega$ – частота биений; ω – частота колебаний, $\omega = (\omega_1 + \omega_2)/2$.

Амплитуда и период биений

$$A_б = \left|2A\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)\right|, \qquad T = \frac{2\pi}{\Delta\omega}.$$

3) Складываются два взаимно перпендикулярных гармонических колебания одинаковой частоты

$$x = A_1\cos(\omega t + \varphi_{01}), \qquad y = A_2\cos(\omega t + \varphi_{02}).$$

Уравнение траектории движения точки

$$\frac{x^2}{A_1} + \frac{y^2}{A_2} - 2\frac{xy}{A_1 A_2}\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

<u>Кинетическая энергия</u> материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$W_к = \frac{mV^2}{2} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2(\omega t + \varphi_0).$$

<u>Потенциальная энергия</u> материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$W_п = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0).$$

<u>Полная механическая энергия</u> материальной точки, совершающей гармонические колебания,

$$E_{мех} = W_к + W_п = \frac{m\omega^2 A^2}{2}.$$

<u>Энергия электрического поля</u> в колебательном контуре

$$W_э = \frac{CU_C^2}{2} = \frac{CU_{Cm}^2}{2}\cos^2(\omega t + \varphi_0),$$

где C – электрическая ёмкость конденсатора; U_C – напряжение на конденсаторе; U_{Cm} – амплитудное значение напряжения, $U_{Cm} = \frac{q_m}{C}$.

Энергия магнитного поля в колебательном контуре

$$W_м = \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2}\sin^2(\omega t + \varphi_0),$$

где L – индуктивность катушки; I – сила тока в катушке; I_m – амплитудное значение тока, $I_m = q_m\omega$.

Полная энергия электрических колебаний в контуре

$$W = W_э + W_м = \frac{CU_m^2}{2} + \frac{LI_m^2}{2} = \frac{L\omega^2 q_m^2}{2} = \frac{q_m^2}{2C}.$$

Гармонический осциллятор – это система, совершающая гармонические колебания.

Добротность колебательной системы в случае слабого затухания:

$$Q = 2\pi\frac{W(t)}{\Delta W} \approx \frac{\pi}{\Lambda} \approx \frac{\omega_0}{2\delta},$$

где $W(t)$ – энергия колебательной системы в произвольный момент времени; ΔW – убыль энергии за один период затухающих колебаний; Λ – логарифмический декремент колебания; δ – коэффициент затухания.

Период, собственная циклическая частота и коэффициент затухания колебаний математического маятника

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\mathbf{l}}{g}}, \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\mathbf{l}}}, \qquad \delta = \frac{r}{2m},$$

где $\mathbf{l}$ – длина математического маятника; g – ускорение свободного падения; r – коэффициент сопротивления среды; m – масса колеблющейся материальной точки.

Период, собственная циклическая частота и коэффициент затухания колебаний физического маятника

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\mathbf{l}_{ci}}}, \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{mg\mathbf{l}_{ci}}{I}}, \qquad \delta = \frac{r}{2I},$$

где I – момент инерции маятника относительно оси колебаний; $\mathbf{l}_{ci}$ – расстояние от оси колебаний до центра масс.

Период, собственная циклическая частота и коэффициент затухания колебаний пружинного маятника

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad \delta = \frac{r}{2m},$$

где k – коэффициент упругости (жесткости) пружины.

Период, собственная циклическая частота, коэффициент затухания колебаний и добротность (в случае слабого затухания) электрического колебательного контура

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}, \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad \delta = \frac{R}{2L}, \qquad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}},$$

где L – индуктивность катушки; C – электрическая ёмкость конденсатора; R – активное сопротивление контура.

Период, собственная циклическая частота, коэффициент затухания колебаний и добротность (в случае слабого затухания) электрического колебательного контура

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}, \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad \delta = \frac{R}{2L}, \qquad Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}},$$

где L – индуктивность катушки; C – электрическая ёмкость конденсатора; R – активное сопротивление контура.

Физика волн

Волной называется процесс распространения колебаний в пространстве. Физическая природа волн может быть различной (механическая, электромагнитная, гравитационная, волны на поверхности жидкости), но описываются они одинаковыми по структуре уравнениями.

Волновая поверхность – это геометрическое место точек, колеблющихся в одной фазе.

Волновой фронт – это геометрическое место точек, до которых дошла волна, т. е. самая первая волновая поверхность. По форме волновой поверхности волны разделяют на плоские, сферические и цилиндрические.

Бегущая волна – это такая волна, у которой волновые поверхности перемещаются в пространстве.

В продольной волне колебания происходят вдоль направления распространения волны, в поперечной волне – перпендикулярно направлению распространения волны.

Волновое уравнение упругих волн

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2},$$

где ξ – смещение точек среды; V – фазовая скорость волны.

Уравнение плоской бегущей волны

$$\xi(x,t)=A\cos(\omega t-kx+\varphi_0),$$

где $\xi(x,t)$ – смещение колеблющейся точки среды с координатой x в момент времени t; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; k – волновое число; φ_0 – начальная фаза колебаний; $(\omega t-kx+\varphi_0)$ – фаза волны в момент времени t.

Волновое число характеризует пространственную периодичность волны

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{V},$$

где λ – длина волны; V – фазовая скорость волны.

В электромагнитной волне колеблются векторы напряжённости электрического поля $\vec{E}$ и магнитного поля $\vec{H}$. Направления их колебаний всегда взаимно перпендикулярны, а плоскость, в которой они колеблются, перпендикулярна направлению распространения волны (вектору фазовой скорости $\vec{V}$). Векторы $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{V}$ образуют правовинтовую систему. Будем считать, что волна распространяется вдоль оси X со скоростью $\vec{V}$, тогда вектор $\vec{E}$ направлен параллельно оси Y, а вектор $\vec{H}$ направлен параллельно оси Z.

Волновое уравнение электромагнитных волн

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{\text{v}^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{\text{v}^2}\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2},$$

где v – скорость электромагнитной волны в среде; $\text{v} = c/\sqrt{\varepsilon\mu}$; c – скорость электромагнитной волны в вакууме, $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 3\cdot 10^8$ м/с; ε – диэлектрическая проницаемость среды; μ – магнитная проницаемость среды; ε_0 – электрическая постоянная, $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м; μ_0 – магнитная постоянная; $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Уравнение плоской бегущей электромагнитной волны

$$E_y = E_m\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

$$H_z = H_m\cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где E_m – амплитудное значение напряжённости электрического поля; H_m – амплитудное значение напряжённости магнитного поля; ω – частота волны; k – волновое число; x – расстояние от источника волны до той точки, в которой измеряются E_y и H_z; φ_0 – начальная фаза. Колебания электрического и магнитного векторов в бегущей электромагнитной волне происходят в одной фазе.

Связь модулей электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}\, E = \sqrt{\mu_0\mu}\, H.$$

Объёмная плотность энергии

$$\text{w} = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}V},$$

где W – энергия; V – объём.

Объёмная плотность энергии упругих (звуковых) волн

$$\text{w} = \text{w}_\text{к} + \text{w}_\text{п} = \frac{\rho v^2}{2} + \frac{\rho \text{v}^2\varepsilon^2}{2} = \rho\left(\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}\right)^2,$$

где ρ – равновесная плотность среды; v – колебательная скорость, т. е. скорость смещения частиц; $v = \dfrac{d\xi}{dt}$; ε – относительная деформация; $\varepsilon = \dfrac{d\xi}{dx}$; ξ – смещение точки от положения равновесия; V – скорость волны.

Объёмная плотность энергии электромагнитных волн

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}\,EH = \frac{EH}{V}.$$

Вектор плотности потока энергии волны. Для упругой (звуковой) волны – это вектор Умова, а для электромагнитной – вектор Умова–Пойнтинга.

Вектор Умова для плоской волны

$$\vec{U} = W\vec{V}, \qquad \vec{U} = \rho\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 \vec{V}$$

Вектор Умова–Пойнтинга

$$\vec{S} = W\vec{V}, \qquad \vec{S} = \left[\vec{E}\times\vec{H}\right] = EH\frac{\vec{V}}{V}.$$

Интенсивность волны – среднее значение плотности потока энергии волны, где усреднение выполняется за большой промежуток времени, а для гармонических волн за целое число периодов.

Интенсивность упругой (звуковой) волны

$$I = \left\langle \left|\vec{U}\right| \right\rangle = \langle W \rangle V.$$

Для плоской волны – $I = \dfrac{1}{2}\rho V\omega^2 A^2$, для сферической – $I = \dfrac{1}{2}\rho V\omega^2\left(\dfrac{A_0}{r}\right)^2$, где ρ – плотность среды; V – скорость волны; ω – циклическая частота колебаний частиц среды; A – амплитуда колебаний частиц среды; A_0 –амплитуда колебаний на расстоянии 1 м от центра волны; r – расстояние от источника сферической волны.

Интенсивность электромагнитной волны

$$I = \left\langle \left|\vec{S}\right| \right\rangle = \langle W \rangle V.$$

Для плоской волны – $I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}}E_m^2$, для сферической волны – $I = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}}\left(\frac{E_{m0}}{r}\right)^2$, где E_m – амплитудное значение напряженности электрического поля в электромагнитной волне.

Поток энергии через некоторую поверхность площадью F

$$\Phi_w = \int_F I \, \mathrm{d}F_\perp ,$$

где I – интенсивность волны; $F_\perp$ – площадь поверхности, перпендикулярной к направлению распространения волны.

Интерференция волн – это явление, возникающее при наложении когерентных волн, и заключающееся в том, что интенсивность результирующей волны больше или меньше суммы интенсивностей складываемых волн.

Интенсивность результирующей волны при наложении двух когерентных волн

$$I_{\text{рез}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi),$$

где $\Delta\varphi$ – разность фаз двух волн.

Связь между разностью фаз $\Delta\varphi$ и разностью хода Δ двух волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta .$$

В акустике: разность хода двух волн равна разности путей двух волн.

В оптике: оптическая разность хода двух волн – разность оптических путей:

$$\Delta = L_2 - L_1 .$$

Оптический путь – произведение показателя преломления среды n на путь S, пройденный световой волной в данной среде:

$$L = n S .$$

Условие существования интерференционного максимума

$$\Delta\varphi = \pm 2\pi m , \quad \text{или} \quad \Delta = \pm 2m\frac{\lambda_0}{2} ,$$

где m – порядок интерференционного максимума; $m = 0, 1, 2, \ldots$; λ_0 – длина волны в вакууме.

Интенсивность результирующей волны в точках интерференционного максимума

$$I_{\text{рез}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} > I_1 + I_2,$$

Условие существования интерференционного минимума

$$\Delta\varphi = \pi \pm 2\pi m, \quad \text{или} \qquad \Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2},$$

где m – порядок интерференционного минимума; m = 0, 1, 2, ...; λ_0 – длина волны в вакууме.

Интенсивность результирующей волны в точках интерференционного минимума

$$I_{\text{рез}} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} < I_1 + I_2,$$

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой плоскопараллельной пластины,

$$\Delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2(\alpha)} + \frac{\lambda_0}{2}, \qquad \text{или} \qquad \Delta = 2d\, n_2 \cos(\gamma) + \frac{\lambda_0}{2},$$

где d – толщина пластинки; n_2 – показатель преломления пластинки; n_1 – показатель преломления той среды, из которой падает световая волна; α – угол падения; γ – угол преломления; слагаемое $\lambda_0/2$ появляется только при отражении света от границы раздела с оптически более плотной средой

Радиусы светлых $r_m^{\text{св}}$ и темных $r_m^{\text{т}}$ колец Ньютона в отражённом свете

$$r_m^{\text{св}} = \sqrt{(2m-1)\frac{R\lambda_0}{2n}}, \qquad r_m^{\text{т}} = \sqrt{m\frac{R\lambda_0}{n}},$$

где m – номер кольца, $m = 1, 2, 3,...$; R – радиус кривизны линзы; n – показатель преломления среды между линзой и стеклянной пластинкой; λ_0 – длина волны в вакууме.

Дифракция волн – это явление огибания волнами препятствий, т. е. проникновение волн в область геометрической тени. Дифракция является результатом многолучевой интерференции.

Радиусы зон Френеля на сферической волновой поверхности

$$\rho_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda},$$

где a – радиус волновой поверхности; b – расстояние от вершины волновой поверхности до точки наблюдения; m – номер зоны, $m = 1, 2, 3,...$.

Радиусы зон Френеля на плоской волновой поверхности

$$\rho_m = \sqrt{mb\lambda},$$

где m – номер зоны, $m = 1, 2, 3, \ldots$; b – расстояние от точки наблюдения до волновой поверхности.

Амплитуда колебаний в центре экрана при дифракции Френеля от круглого отверстия

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \mathbf{K} - (-1)^m A_m = \frac{A_1}{2} - (-1)^m \frac{A_m}{2},$$

где m – число видимых зон Френеля, открываемых отверстием; A_1 – амплитуда колебаний, создаваемых первой зоной; A_m – амплитуда колебаний, создаваемых последней открытой зоной.

Условие существования дифракционных минимумов от одной щели, на которую свет падает нормально,

$$b \sin(\varphi) = \pm m\lambda,$$

где b – ширина щели; φ – угол между нормалью к поверхности щели и направлением на точку экрана, в которой наблюдается дифракционная картина; m – порядок дифракционного минимума, $m = 1, 2, 3, \ldots$.

Условие существования дифракционных максимумов от одной щели, на которую свет падает нормально,

$$b \sin(\varphi) \approx \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

где m – порядок дифракционного максимума, $m = 1, 2, 3, \ldots$; φ – угол между нормалью к поверхности щели и направлением на точку экрана, в которой наблюдается дифракционный максимум.

Дифракционная решётка состоит из большого числа щелей.

Период дифракционной решётки (постоянная дифракционной решётки)

$$d = a + b = \frac{\mathbf{l}}{N},$$

где a – часть дифракционной решётки между щелями; b – ширина одной щели; $\mathbf{l}$ – длина дифракционной решётки; N – число щелей дифракционной решётки.

Условие существования главных дифракционных минимумов для дифракционной решётки, на которую свет падает нормально (совпадает с условием для одной щели)

$$b \sin(\varphi) = \pm m\lambda,$$

где b – ширина одной щели; φ – угол между нормалью к поверхности дифракционной решётки и направлением на точку экрана, в которой наблюдается дифракционный минимум; m – порядок дифракционного минимума, $m = 1,\ 2,\ 3,\ldots$

Условие существования главных дифракционных максимумов для дифракционной решётки, на которую свет падает нормально,

$$d\sin(\varphi) = \pm m\lambda,$$

где d – период решётки; φ – угол между нормалью к поверхности дифракционной решётки и направлением на точку экрана, в которой наблюдается дифракционный максимум; m – порядок дифракционного максимума, $m = 1,\ 2,\ 3,\ldots$

Поляризованная волна – это такая волна, в которой колебания каким-либо образом упорядочены, например, происходят в одной плоскости. Поляризованными могут быть только поперечные волны. Световая волна, во всех точках которой световой вектор (вектор $\vec{E}$) колеблется только в одном направлении, называется плоскополяризованной или линейно поляризованной, и является полностью поляризованной волной. Плоскость, проходящая через направление колебаний светового вектора и направление распространения волны, называется плоскостью поляризации.

Световая волна, в которой существуют всевозможные равновероятные направления колебаний светового вектора, называется неполяризованной или естественным светом.

Свет, состоящий из полностью поляризованного и естественного, называется частично поляризованным и характеризуется степенью поляризации.

Степень поляризации

$$p = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$ – соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

Закон Малюса

$$I = I_{\text{пад}} \cos^2(\alpha),$$

где I – интенсивность волны, прошедшей через поляризатор; $I_{\text{пад}}$ – интенсивность линейно поляризованной волны, падающей на поляризатор; α – угол между плоскостью поляризации падающей волны и плоскостью поляризации поляризатора. Если через поляризатор пропустить естественный свет, то из него выйдет линейно поляризованный свет, интенсивностью $I = I_{\text{ест}}/2$.

Закон Брюстера

$$\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{n_2}{n_1},$$

где α – угол падения волны на границу раздела двух диэлектриков, при котором отражённая волна будет полностью поляризована; n_1 – показатель преломления того диэлектрика, из которого свет падает на границу; n_2 – показатель преломления другого диэлектрика.

Дисперсия света – зависимость показателя преломления n вещества от частоты ν (длины волны λ) света или зависимость фазовой скорости V световых волн от их частоты ν.

Фазовая скорость V, групповая скорость u и связь между ними (формула Рэлея)

$$\mathrm{V} = \frac{\omega}{k}, \qquad u = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}, \qquad u = \mathrm{V} - \lambda\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{d}\lambda},$$

где λ – длина волны в среде.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Точка совершает гармонические колебания с частотой $\nu = 10{,}0$ Гц. В момент времени, принятый за начальный, точка имела максимальное смещение $x_{\max} = 1{,}00$ мм. Написать с числовыми коэффициентами уравнение колебаний точки.

Дано:	**Решение**
$\nu = 10{,}0$ Гц	Первый способ.
$x_{\max} = 1{,}00$ мм	Уравнение колебаний точки можно записать в виде
x –?	$$x = A\sin(\omega t + \varphi_{01}) \qquad (1.1)$$ где A – амплитуда колебаний; ω – циклическая частота; t – время; φ_{01} – начальная фаза.

По определению амплитуда колебаний

$$A = x_{\max}. \qquad (1.2)$$

Циклическая частота ω связана с частотой ν соотношением

$$\omega = 2\pi\nu. \qquad (1.3)$$

В момент времени $t = 0$ формула (1.1) принимает вид

$$x_{\max} = A\sin(\varphi_{01}),$$

откуда начальная фаза

$$\varphi_{01} = \arcsin\left(\frac{x_{\max}}{A}\right) = \arcsin(1) = \frac{\pi}{2} + 2\pi m \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots).$$

Изменение фазы на 2π не изменяет значения колеблющейся величины, поэтому можно принять $m = 0$ и тогда

$$\varphi_{01} = \frac{\pi}{2}. \qquad (1.4)$$

С учётом равенств (1.2) – (1.4) уравнение колебаний (1.1) примет вид

$$x = A\sin(2\pi\nu t + \varphi_{01}) = 1{,}00\ \sin\left(20{,}0\,\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ мм.}$$

Второй способ.

Уравнение колебаний точки можно записать в виде

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_{02}), \qquad (1.5)$$

В момент времени $t = 0$ формула (1.5) принимает вид

$$x_{\max} = A\cos(\varphi_{02}),$$

откуда начальная фаза

$$\varphi_{02} = \arccos\left(\frac{x_{\max}}{A}\right) = \arccos(1) = 2m\pi \qquad (m = 0, 1, 2, ...). \tag{1.6}$$

Изменение фазы на 2π не изменяет значения колеблющейся величины, поэтому можно принять $m = 0$ и тогда

$$\varphi_{02} = 0.$$

С учётом равенства (1.2), (1.3), (1.6) уравнение колебаний (1.5) примет вид

$$x = A\cos(2\pi\nu t + \varphi_{02}) = 1{,}00\ \cos(20{,}0\,\pi t) \text{ мм.}$$

Ответ: $x = 1{,}00\ \cos(20{,}0\,\pi t)$ мм.

Пример 2. Складываются два колебания одинакового направления, выраженные уравнениями: $x_1 = A_1\cos\left[\frac{2\pi}{T}(t+\tau_1)\right]$ и $x_2 = A_2\cos\left[\frac{2\pi}{T}(t+\tau_2)\right]$, где $A_1 = 3{,}00$ см; $A_2 = 2{,}00$ см; $\tau_1 = 1/6$ с; $\tau_2 = 1/3$ с; $T = 2{,}00$ с. В выбранном масштабе произвести сложение указанных колебаний методом векторных диаграмм в момент времени $t = 0$. Написать уравнение результирующего колебания с числовыми коэффициентами.

Дано:

$x_1 = A_1\cos\frac{2\pi}{T}(t+\tau_1)$

$x_2 = A_2\cos\frac{2\pi}{T}(t+\tau_2)$

$A_1 = 3{,}00$ см

$A_2 = 2{,}00$ см

$\tau_1 = 1/6$ с

$\tau_2 = 1/3$ с

$T = 2{,}00$ с

---

x –?

1. Решение

Преобразуем оба уравнения

$$x_1 = A_1\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{2\pi}{T}\tau_1\right) \text{ и } x_2 = A_2\cos\left(\frac{2\pi}{T}t+\frac{2\pi}{T}\tau_2\right).$$

Сравним их с уравнением, записанным в канонической форме $x = A\cos(\omega t+\varphi_0)$. Получим, что циклические частоты колебаний одинаковы:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Начальные фазы первого и второго колебаний соответственно равны

$$\varphi_{01} = \frac{2\pi}{T}\tau_1, \qquad \varphi_{02} = \frac{2\pi}{T}\tau_2.$$

Произведём вычисления

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}00} = \pi \text{ с}^{-1}; \qquad \varphi_{01} = \frac{2\pi}{2{,}00}\cdot\frac{1}{6} = 0{,}524 \text{ рад};$$

$$\varphi_{02} = \frac{2\pi}{2{,}00}\cdot\frac{1}{3} = 1{,}05 \text{ рад}.$$

Таким образом, исходные колебания происходят по законам

$$x_1 = 3{,}00\cos(\pi t+0{,}524) \text{ см} \qquad \text{и} \qquad x_2 = 2{,}00\cos(\pi t+1{,}05) \text{ см}.$$

Так как складываются гармонические колебания одного направления и одинаковой частоты, то результирующее колебание является гармоническим, совершается в том же направлении и имеет ту же частоту, что и слагаемые колебания. Уравнение результирующего колебания можно записать в виде

$$x = A\cos(\omega t+\varphi_0).$$

Для построения векторной диаграммы сложения двух колебаний одного направления нужно фиксировать какой-либо момент времени. Обычно векторную диаграмму строят для момента времени $t = 0$.

Изобразим на рис. 1 векторы $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$, длина которых равна амплитуде колебаний. Для этого отложим отрезки длиной $A_1 = 3{,}00$ см и $A_2 = 2{,}00$ см под углом $\varphi_{01} = 0{,}524$ рад $= 30°$ и $\varphi_{02} = 1{,}05$ рад $= 60°$ к оси $0X$.

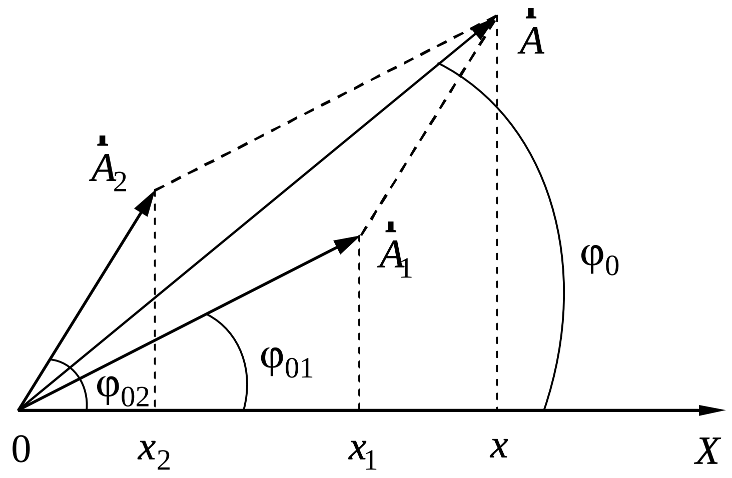


Рис. 1

Результирующее колебание будет происходить с той же частотой ω, что и складываемые колебания. Вектор $\vec{A}$, длина которого равна амплитуде результирующего колебания, равен векторной сумме $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2.$$

Согласно теореме косинусов

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}.$$

Начальную фазу результирующего колебания можно также определить непосредственно из векторной диаграммы (см. рис. 1).

$$\varphi_0 = \mathrm{arctg}\,\frac{A_1\sin(\varphi_{01}) + A_2\sin(\varphi_{02})}{A_1\cos(\varphi_{01}) + A_2\cos(\varphi_{02})}.$$

Произведём вычисления

$$A = \sqrt{3{,}00^2 + 2{,}00^2 + 2\cdot 3{,}00\cdot 2{,}00\cos(1{,}05 - 0{,}524)} = 4{,}48\text{ см};$$

$$\varphi_0 = \mathrm{arctg}\,\frac{3{,}00\sin(0{,}524) + 2{,}00\sin(1{,}05)}{3{,}00\cos(0{,}524) + 2{,}00\cos(1{,}05)} = \mathrm{arctg}(0{,}898) = 0{,}735\text{ рад}.$$

Таким образом, уравнение результирующего колебания можно записать в виде

$$x = 4{,}84\cos(\pi t + 0{,}735) \text{ см.}$$

Ответ: $x = 4{,}84\cos(\pi t + 0{,}735)$ см.

Пример 3. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях, уравнения которых

$$x = A_1\cos(\omega_1 t), \qquad y = A_2\cos(\omega_2 t),$$

где $A_1 = 1{,}00$ см; $\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$; $A_2 = 2{,}00$ см; $\omega_2 = \pi/2$ с$^{-1}$. Найти уравнение траектории точки $y = f(x)$. Построить траекторию с соблюдением масштаба и указать направление движения точки.

Дано:

$x = A_1\cos(\omega_1 t)$

$y = A_2\sin(\omega_2 t)$

$A_1 = 1{,}00$ см

$\omega_1 = \pi$ с$^{-1}$

$A_2 = 2{,}00$ см

$\omega_2 = \pi/2$ с$^{-1}$

$y = f(x)$ – ?

2. Решение

Чтобы определить траекторию точки, исключим время из уравнений (3.1) и (3.2).

$$x = A_1\cos(\omega_1 t), \tag{3.1}$$

$$y = A_2\cos(\omega_2 t). \tag{3.2}$$

Заметив, что $\omega_2 = \dfrac{\omega_1}{2}$ и $y = A_2\cos\left(\dfrac{\omega_1}{2}t\right)$, применим формулу косинуса половинного угла для выражения (3.2)

$$y = A_2\cos\left(\frac{\omega_1}{2}t\right) = \pm A_2\sqrt{\frac{1+\cos(\omega_1 t)}{2}}\,. \tag{3.3}$$

Из выражения (3.1) получим

$$x = \cos(\omega_1 t) = \frac{x}{A_1}. \tag{3.4}$$

Подставим выражение (3.4) в уравнение (3.3):

$$y = \pm A_2\sqrt{\frac{\left(1+\dfrac{x}{A_1}\right)}{2}} = \pm\sqrt{\frac{A_2^2}{2}+\frac{A_2^2}{2A_1}x}\,, \text{ или } y = \pm\sqrt{2{,}00+2{,}00\,x} \text{ см.} \tag{3.5}$$

Последнее уравнение представляет собой уравнение параболы, ось которой совпадает с осью X. Как показывают уравнения (3.1) и (3.2), амплитуда колебаний точки по оси X равна 1,00 см, а по оси Y равна 2,00 см. Следовательно, абсциссы всех точек траектории заключены в пределах от –1,00 до 1,00 см, а ординаты – от –2,00 до 2,00 см. Для построения траектории найдем по уравнению (3.5) значения y, соответствующие ряду значений x, удовлетворяющих условию $|x| \le 1{,}00$ см:

x	$y = \pm\sqrt{2{,}00 + 2{,}00x}$	x	$y = \pm\sqrt{2{,}00 + 2{,}00x}$
–1,00	0	0	$\pm 1{,}41$
–0,750	$\pm 0{,}707$	0,500	$\pm 1{,}73$
–0,500	$\pm 1{,}00$	1,00	$\pm 2{,}00$

Начертив координатные оси и выбрав единицу длины – сантиметр, построим точки. Соединив их плавной кривой, получим траекторию результирующего колебания точки (рис. 2).

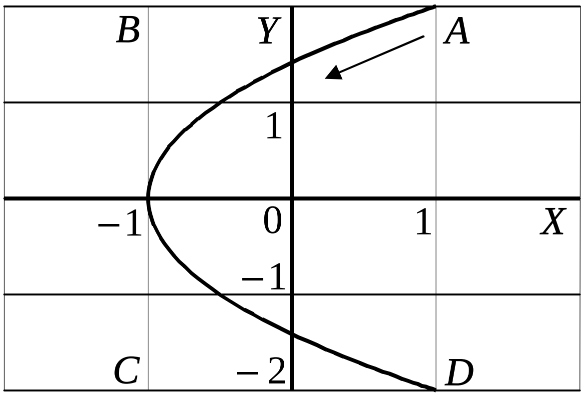


Рис. 2

Она представляет собой часть параболы, заключённую внутри прямоугольника амплитуд *ABCD*. В начальный момент $(t = 0)$ имеем $x = 1{,}00$ см, $y = 2{,}00$ см (точка находится в положении *A*). При $t = 1$ с получим $x = 1{,}00$ см и $y = -2{,}00$ см (точка находится в положении *D*). После этого она будет двигаться в обратном направлении.

Ответ: $y = \pm\sqrt{2{,}00 + 2{,}00\,x}$ см.

Пример 4. Частица массой $m = 10{,}0$ г совершает гармонические колебания с периодом $T = 2{,}00$ с. Полная энергия колеблющейся частицы $E = 100$ мкДж. Определить амплитуду колебаний и наибольшее значение силы F_{max}, действующей на частицу.

Дано:	**Решение**
$m = 10{,}0$ г $= 10{,}0 \cdot 10^{-3}$ кг $T = 2{,}00$ с $E = 100$ мкДж $= 100 \cdot 10^{-6}$ Дж	Для определения амплитуды колебаний воспользуемся выражением для полной энергии частицы:
A –?; F_{max} –?	$$E = \frac{m\omega^2 A^2}{2},$$ где $\omega = 2\pi/T$.

Отсюда амплитуда

$$A = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}}. \tag{4.1}$$

Так как частица совершает гармонические колебания, то сила, действующая на нее, является квазиупругой и, следовательно, может быть выражена соотношением $F = |kx|$, где k – коэффициент квазиупругой силы; x – смещение колеблющейся точки. Максимальной сила будет при максимальном смещении x_{max}, равном амплитуде A,

$$F_{max} = |kx_{max}| = kA. \tag{4.2}$$

Коэффициент k выразим через период колебаний.

$$k = m\omega^2 = \frac{m\,4\pi^2}{T^2}. \tag{4.3}$$

Подставив выражение (4.1) и (4.3) в (4.2) и произведя упрощения, получим

$$F_{max} = \frac{4\pi^2 m}{T^2}\,\frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2E}{m}} = \frac{2\pi\sqrt{2mE}}{T}. \tag{4.4}$$

Произведём вычисления

$$A = \frac{2{,}00}{2\cdot 3{,}14}\sqrt{\frac{2\cdot 100\cdot 10^{-6}}{10{,}0\cdot 10^{-3}}} = 0{,}0450 \text{ м} = 45{,}0 \text{ мм};$$

$$F_{max} = \frac{2\cdot 3{,}14}{2{,}00}\sqrt{2\cdot 10{,}0\cdot 10^{-3}\cdot 100\cdot 10^{-6}} = 4{,}44\cdot 10^{-3}\text{ Н} = 4{,}44 \text{ мН}.$$

Ответ: $A = 45{,}0$ мм; $F_{max} = 4{,}44$ мН.

Пример 5. Гиря массой $m = 500$ г подвешена к пружине, коэффициент жёсткости которой $k = 32{,}0$ Н/м, и совершает затухающие колебания. Определить их период, если за время двух колебаний ($n = 2$) амплитуда уменьшилась в $N = 20$ раз. Записать дифференциальное уравнение затухающих колебаний с числовыми коэффициентами.

Дано:

$m = 500$ г $= 0{,}500$ кг

$k = 32{,}0$ Н/м

$t_2 - t_1 = nT$

$n = 2$

$\dfrac{A_1}{A_2} = N = 20$

T –?

Диффер. ур-е –?

Решение

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний имеет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \qquad (5.1)$$

где δ – коэффициент затухания; ω_0 –циклическая частота собственных незатухающих колебаний пружинного маятника.

Для записи уравнения необходимо найти значения δ и ω_0.

Циклическая частота собственных колебаний пружинного маятника

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}\,. \qquad (5.2)$$

Амплитуда затухающих колебаний для двух моментов времени t_1 и t_2

$$A_1 = A_0 e^{-\delta t_1}; \qquad A_2 = A_0 e^{-\delta t_2}$$

Рассмотрим отношение амплитуд

$$N = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_0 e^{-\delta t_1}}{A_0 e^{-\delta t_2}} = e^{\delta t_2 - \delta t_1} = e^{\delta nT}.$$

Отсюда получаем выражение для коэффициента затухания

$$\delta = \frac{1}{nT}\ln N. \qquad (5.3)$$

Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}},$$

где ω – циклическая частота затухающих колебаний, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$.

Воспользуемся формулой (5.3)

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2-\left(\frac{\ln N}{nT}\right)^2}}.$$

Решая это квадратное уравнение относительно T, получим

$$T=\frac{\sqrt{4\pi^2+\frac{\ln^2 N}{n^2}}}{\omega_0}. \qquad (5.4)$$

Произведём вычисления по формулам (5.2), (5.4) и (5.3)

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{320}{0{,}500}}=8{,}00\ \text{с}^{-1}; \qquad \omega_0^2=64{,}0\ \text{с}^{-2};$$

$$T=\frac{\sqrt{4\pi^2+\frac{\ln^2 N}{n^2}}}{\omega_0}=\frac{\sqrt{4\cdot 3{,}14^2+\frac{\ln^2 20}{4}}}{8{,}00}=0{,}807\ \text{с}.$$

$$\delta=\frac{1}{nT}\ln N=\frac{1}{2\cdot 0{,}807}\ln 20=1{,}86.$$

Дифференциальное уравнение (5.1) примет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2}+3{,}72\frac{dx}{dt}+64{,}0x=0.$$

Дифференциальное уравнение (5.1) примет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2}+3{,}72\frac{dx}{dt}+64{,}0x=0.$$

Ответ: $T=0{,}807$ с, $\frac{d^2x}{dt^2}+3{,}72\frac{dx}{dt}+64{,}0x=0.$

Пример 6. Поперечная волна распространяется вдоль упругого шнура со скоростью $\mathrm{v}=15{,}0$ м/с. Период колебаний точек шнура равен $T=1{,}20$ с, а амплитуда $A=2{,}00$ см. Определить: длину волны λ; фазу колебаний φ, смещение точек ξ, колебательную скорость $\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}t}$ и ускорение $\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}t^2}$ точки, отстоящей на $x=45{,}0$ м от источника волны в момент $t^*=4{,}00$ с; разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек, лежащих на луче и отстоящих от источника волны на $x_1=20{,}0$ м и $x_2=30{,}0$ м.

Дано:

$\mathrm{v}=15{,}0$ м/с

$T=1{,}20$ с

$A=2{,}00$ см

$x=45{,}0$

$t^*=4{,}00$ с

$x_1=20{,}0$ м

$x_2=30{,}0$ м

λ – ?

$\varphi(x,t^*)$ –?

$\xi(x,t^*)$ –?

$\frac{\mathrm{d}\xi(x,t^*)}{\mathrm{d}t}$ –?

$\frac{\mathrm{d}^2\xi(x,t^*)}{\mathrm{d}t^2}$ –?

$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1$ –?

Решение

Длина волны равна расстоянию, которое волна проходит за один период, и может быть найдена из отношения

$$\lambda=\mathrm{v}T.$$

Подставив значения величин v и T, получим

$$\lambda=15{,}0\cdot1{,}20=18{,}0\ \text{м}.$$

Запишем уравнение волны

$$\xi=A\cos(\omega t-k\,x), \qquad (6.1)$$

где ξ – смещение колеблющейся точки; ω – циклическая частота; k – волновое число, $k=2\pi/\lambda$; x – расстояние точки от источника волны.

Фаза колебаний точки с координатой x в момент времени t определяется выражением, стоящим в уравнении волны под знаком косинуса,

$$\varphi=\omega t-k\,x=\frac{2\pi}{T}t-\frac{2\pi}{\lambda}x=2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right),$$

где учтено, что $\omega=\frac{2\pi}{T}$ и $k=\frac{2\pi}{\lambda}$.

Произведём вычисления фазы колебаний для момента времени t^*

$$\varphi(x,t^*)=2\cdot3{,}14\left(\frac{4{,}00}{1{,}20}-\frac{45{,}0}{18{,}0}\right)=5{,}24\ \text{рад}.$$

Смещение точки определим, подставив в уравнение волны (6.1) значения амплитуды A и фазы $\varphi(x,t^*)$,

$$\xi(x,t^*)=2{,}00\cdot\cos5{,}24=2{,}00\cdot0{,}503=1{,}01\ \text{см}.$$

Колебательную скорость точки найдём, взяв первую производную от смещения колеблющейся точки (уравнение волны) по времени:

$$\frac{d\xi}{dt} = -A\omega\sin(\omega t - kx) = -\frac{2\pi A}{T}\sin(\omega t - kx).$$

Произведём вычисление колебательной скорости в момент времени t^*

$$\frac{d\xi(x,t^*)}{dt} = -\frac{2\pi A}{T}\sin\left[\varphi(x,t^*)\right] = -\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 2{,}00}{1{,}20}\sin 5{,}24 = 9{,}05 \text{ см/с}.$$

Ускорение есть первая производная от скорости по времени, поэтому

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left[-A\omega\sin(\omega t - kx)\right] = -A\omega^2\cos(\omega t - kx) = -\frac{4\pi^2 A}{T^2}\cos(\omega t - kx).$$

Произведём вычисления ускорения точки в момент времени t^*

$$\frac{d^2\xi(x,t^*)}{dt^2} = -\frac{4\pi^2 A}{T^2}\cos\left[\varphi(x,t^*)\right] = -\frac{4\cdot 3{,}14^2\cdot 2{,}00}{1{,}20^2}\cos 5{,}24 = 27{,}6 \text{ см/с}^2.$$

Найдем разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек волны

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega t - kx_2) - (\omega t - kx_1) = k(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1).$$

Подставив значения величин λ, x_1, x_2, получим

$$\Delta\varphi = \frac{2\cdot 3{,}14}{18{,}0}(30{,}0 - 20{,}0) = 3{,}49 \text{ рад}.$$

Ответ: $\lambda = 18{,}0$ м, $\varphi = 5{,}24$ рад, $\xi(x,t^*) = 1{,}01$ см, $\frac{d\xi(x,t^*)}{dt} = 9{,}05$ см/с, $\frac{d^2\xi(x,t^*)}{dt^2} = 27{,}6$ см/с^2, $\Delta\varphi = 3{,}49$ рад.

<u>Пример 7.</u> Свет с длиной волны $\lambda = 555$ нм падает на поверхность стеклянного клина под углом $\alpha = 20°$. Показатель преломления стекла $n = 1{,}55$, угол при вершине $\varphi = 1{,}00'$. Определить расстояние ΔS между двумя соседними минимумами при наблюдении интерференции в отражённом свете.

Дано:

$\lambda = 555$ нм

$\alpha = 20°$

$n = 1{,}55$

$\varphi = 1{,}00'$.

ΔS – ?

Решение

На рис. 3 показан ход лучей, отражённых от нижней и верхней поверхностей клина. При угле клина $\varphi = 1{,}00'$ толщина клина d всюду мала. Это позволяет считать, что интерференционная картина при рассмотрении ее в отражённом свете локализована на верхней поверхности клина (пунктирная линия, на которой пересекаются лучи, располагается на верхней поверхности клина).

На рис. 4 показаны величины ΔS, φ и толщина клина в местах расположения соседних минимумов m-го и $(m+1)$-го порядков.

Условие интерференционного минимума

$$\Delta = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \mathbf{K},$$

где Δ – оптическая разность хода лучей; m – порядок интерференционного минимума.

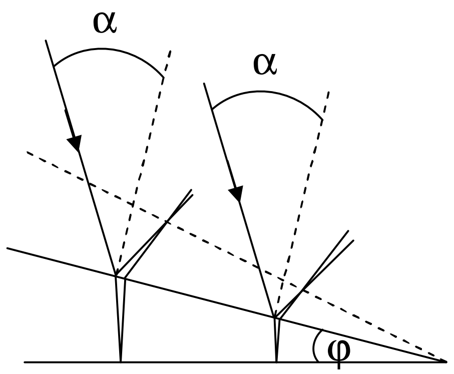


Рис. 3

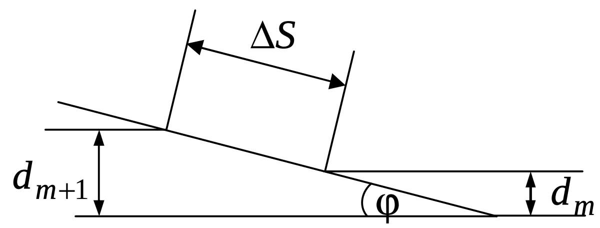


Рис. 4

Условия для двух соседних интерференционных минимумов m-го и $(m+1)$-го порядков

$$2d_m\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} = (2m+1)\frac{\lambda}{2},$$

$$2d_{m+1}\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)} = [2(m+1)+1]\frac{\lambda}{2}.$$

Вычтем одно выражение из другого и разделим левую и правую части полученного уравнения на $2\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}$

$$d_{m+1} - d_m = \frac{\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}}.$$

Как видно из рис. 4,

$$d_{m+1} - d_m = \Delta S \ \sin(\varphi).$$

Тогда расстояние между соседними темными полосами

$$\Delta S = \frac{\lambda}{2 \sin(\varphi) \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}}.$$

Подставим числовые значения и произведём вычисления

$$\Delta S = \frac{0{,}555}{2 \sin(1{,}00') \sqrt{1{,}55^2 - \sin^2(20°)}} = 631 \text{ мкм} = 0{,}661 \text{ мм}.$$

Ответ: $\Delta S = 0{,}661$ мм.

<u>Пример 8.</u> Радиус третьей зоны Френеля для сферического фронта $\rho_3 = 3{,}00$ мм. Определить радиус девятой зоны Френеля ρ_9 для сферического фронта. Сколько зон Френеля должно открывать круглое отверстие, чтобы интенсивность в центре дифракционной картины была бы больше: три или девять?

Дано:	**Решение**
$\rho_3 = 3{,}00$ мм	Воспользуемся формулой для радиуса внешней границы m-й зоны Френеля сферической волны
ρ_9 –?	$$\rho_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}\ .$$

Радиус третьей зоны: $\rho_3 = \sqrt{3\frac{ab}{a+b}\lambda}$.

Радиус девятой зоны: $\rho_9 = \sqrt{9\frac{ab}{a+b}\lambda}$.

Из двух последних формул следует, что $\rho_9 = \rho_3\sqrt{3}$.

$$\rho_9 = 3{,}00 \cdot 1{,}73 = 5{,}20 \text{ мм.}$$

Амплитуда колебаний в центре экрана при дифракции Френеля от круглого отверстия, открывающего три зоны,

$$A^* = A_1 - A_2 + A_3 = \frac{A_1}{2} + \frac{A_3}{2},$$

где A_1, A_2 и A_3 – амплитуды волн от первой, второй и третьей зон.

Если отверстие открывает девять зон, то

$$A^{**} = \frac{A_1}{2} + \frac{A_9}{2}.$$

Так как амплитуда колебаний волн от различных зон Френеля монотонно убывает с ростом номера зоны, то есть $A_9 < A_3$, то

$$A^{**} < A^*.$$

Интенсивность волны прямо пропорциональна квадрату амплитуды волны, поэтому

$$I^{**} < I^*.$$

Таким образом, для получения большей интенсивности отверстие должно открывать три зоны Френеля.

Ответ: $\rho_9 = 5{,}20$ мм, отверстие должно открывать три зоны Френеля.

<u>Пример 9.</u> На дифракционную решетку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет. Период решетки $d = 2{,}00$ мкм. Определить наибольший порядок дифракционного максимума, который дает эта решетка в случае красного ($\lambda_{кр} = 0{,}700$ мкм) и в случае фиолетового ($\lambda_ф = 0{,}410$ мкм) света.

Дано:
$d = 2{,}00$ мкм
$\lambda_{кр} = 0{,}700$ мкм
$\lambda_ф = 0{,}410$ мкм

$m_{кр\ max}$ –?
$m_{ф\ max}$ –?

Решение

Из формулы, определяющей положение главных максимумов дифракционной решетки, найдем порядок m дифракционного максимума

$$m = \frac{d}{\lambda}\sin(\varphi),$$

где d – период решетки; φ – угол дифракции; λ – длина волны монохроматического света.

Так как $\sin(\varphi)$ не может быть больше 1, то число m не может быть больше d/λ, т. е.

$$m \le \frac{d}{\lambda}.$$

Подставив в это выражение числовые значения в микрометрах, получим m для красных и фиолетовых лучей

$$m_{кр} \le \frac{2{,}00}{0{,}700} = 2{,}66, \qquad m_ф \le \frac{2{,}00}{0{,}410} = 4{,}88.$$

Необходимо учесть, что порядок максимумов является целым числом. Следовательно,

$$m_{кр\ max} = 2, \qquad m_{ф\ max} = 4.$$

Ответ: $m_{кр\ max} = 2$, $m_{ф\ max} = 4$.

<u>Пример 10.</u> Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины $(n_{ст} = 1{,}50)$, погружённой в жидкость. Угол между отражённым и падающим лучами $\varphi = 97{,}0^{0}$. Определить показатель преломления $n_{ж}$ жидкости, если отражённый свет максимально поляризован.

Дано:	**Решение**
$\varphi = 97{,}0^{0}$ $n_{ст} = 1{,}50$ ——— $n_{ж}$ – ?	Согласно закону Брюстера, пучок света, отражённый от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления

$$\mathrm{tg}(\alpha) = n_{21} = \frac{n_{ст}}{n_{ж}},$$

где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Так как угол отражения равен углу падения, то (рис. 5)

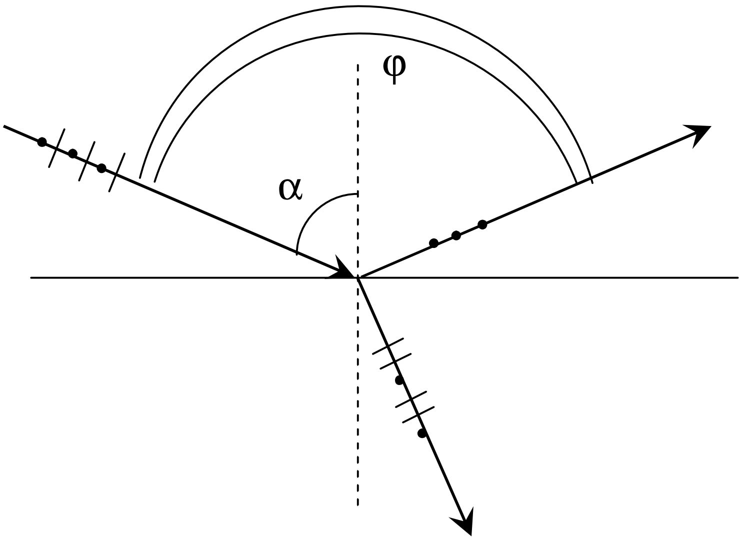


Рис. 5

$$\alpha = \frac{\varphi}{2},$$

следовательно,

$$\mathrm{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{n_{ст}}{n_{ж}},$$

откуда

$$n_{ж} = \frac{n_{ст}}{\mathrm{tg}\left(\frac{\varphi}{2}\right)}.$$

Произведём вычисления

$$n_{ж} = \frac{1{,}50}{\mathrm{tg}\left(\frac{97{,}0^{0}}{2}\right)} = \frac{1{,}50}{1{,}13} = 1{,}33.$$

Ответ: $n_{ж} = 1{,}33$.

Пример 11. Два поляризатора N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет $\alpha = 60{,}0^{0}$. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света при прохождении через оба поляризатора. Коэффициент поглощения света в каждом поляризаторе $k = 0{,}05$. Потери на отражение света не учитывать.

Дано:	**Решение**
$\alpha = 60^{0}$ $k_1 = k_2 = k$ $k = 0{,}05$	Естественный свет, падая на поляризатор, поляризуется. Интенсивность поляризованного луча, в соответствии с законом Малюса,
$\dfrac{I_0}{I_2}$ – ?	$$I_1 = \frac{1}{2} I_{ест},$$ где $I_{ест}$ – интенсивность естественного света, $I_{ест} = I_0$.

С учетом поглощения света в поляризаторе интенсивность света, прошедшего через первый поляризатор

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k_1).$$

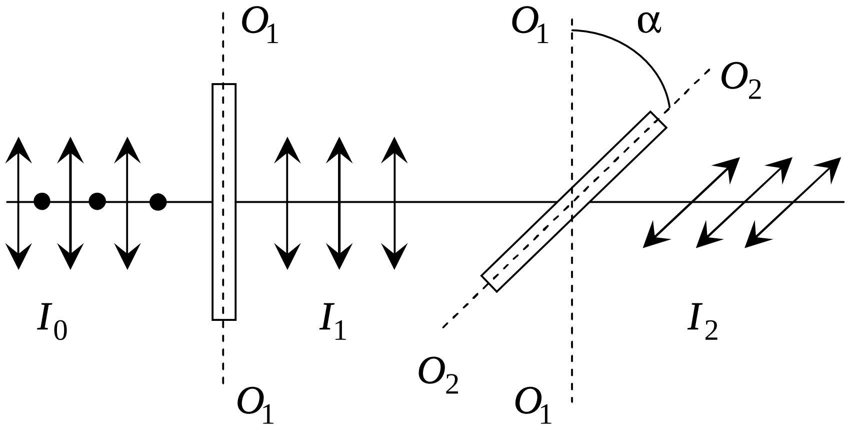


Рис. 6

Плоско поляризованный луч света интенсивностью I_1 падает на второй поляризатор. Интенсивность I_2 луча, вышедшего из поляризатора, определяется законом Малюса (без учета поглощения света)

$$I_2 = I_1 \cos^2(\alpha),$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания поляризатора.

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором поляризаторе, получаем

$$I_2 = I_1 (1 - k_2) \cos^2(\alpha).$$

Таким образом, интенсивность I_2 луча, прошедшего оба поляризатора,

$$I_2 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k_1)(1 - k_2) \cos^2(\alpha) = \frac{1}{2} I_0 (1 - k)^2 \cos^2(\alpha).$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба поляризатора

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2(\alpha)}.$$

Произведём вычисления.

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - 0{,}05)^2 \cos^2(60{,}0^{\circ})} = 8{,}86.$$

Таким образом, после прохождения света через два поляризатора интенсивность его уменьшилась в 8,86 раза.

Ответ: $\frac{I_0}{I_2} = 8{,}86.$

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 4

Вариант контрольной работы выбирается из таблицы по двум последним цифрам номера зачётной книжки (шифра).

Номер варианта		Порядковый номер задачи									
Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0, 1, 2, 3	1	401	412	423	434	445	456	467	478	489	4100
	2	402	413	424	435	446	457	468	479	490	491
	3	403	414	425	436	447	458	469	480	481	492
	4	404	415	426	437	448	459	470	471	482	493
	5	405	416	427	438	449	460	461	472	483	494
	6	406	417	428	439	450	451	462	473	484	495
	7	407	418	429	440	441	452	463	474	485	496
	8	408	419	430	431	442	453	464	475	486	497
	9	409	420	421	432	443	454	465	476	487	498
	0	410	411	422	433	444	455	466	477	488	499
4, 5, 6	1	401	413	425	437	449	451	463	475	487	499
	2	402	414	426	438	450	452	464	476	488	4100
	3	403	415	427	439	441	453	465	477	489	491
	4	404	416	428	440	442	454	466	478	490	492
	5	405	417	429	431	443	455	467	479	481	493
	6	406	418	430	432	444	456	468	480	482	494
	7	407	419	421	433	445	457	469	471	483	495
	8	408	420	422	434	446	458	470	472	484	496
	9	409	411	423	435	447	459	461	473	485	497
	0	410	412	424	436	448	460	462	474	486	498
7, 8, 9	1	401	414	427	440	443	456	469	472	485	498
	2	402	415	428	431	444	457	470	473	486	499
	3	403	416	429	432	445	458	461	474	487	4100
	4	404	417	430	433	446	459	462	475	488	491
	5	405	418	421	434	447	460	463	476	489	492
	6	406	419	422	435	448	451	464	477	490	493
	7	407	420	423	436	449	452	465	478	481	494
	8	408	411	424	437	450	453	466	479	482	495
	9	409	412	425	438	441	454	467	480	483	496
	0	410	413	426	439	442	455	468	471	484	497

ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 4

4001. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Наблюдение начинается из положения с координатой $x_0 = 2{,}00$ см. Амплитуда колебаний $A = 4{,}00$ см, а период $T = 2{,}00$ с. Написать уравнение колебаний с числовыми коэффициентами.

4002. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. В начальный момент времени смещение $x_0 = 4{,}00$ см, а скорость $v_0 = 10{,}0$ см/с. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 колебаний, если их период $T = 2{,}00$ с. Написать уравнение колебаний с числовыми коэффициентами.

4003. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Определить величину ее максимального ускорения a_{max}, если амплитуда колебаний $A = 15{,}0$ см, наибольшая скорость точки $v_{max} = 30{,}0$ см/с, начальная фаза колебаний $\varphi_0 = 0$. Написать уравнение колебаний с числовыми коэффициентами.

4004. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Написать уравнение колебательного движения с числовыми коэффициентами, если максимальное ускорение точки $a_{max} = 493$ мм/с^2, период колебаний $T = 3{,}00$ с и смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени $x_0 = 25{,}0$ мм.

4005. Частица совершает гармонические колебания вдоль оси по закону $x = A\sin(\omega t)$. Циклическая частота колебаний $\omega = 4{,}00$ рад/с. В некоторый момент времени t_1 координата частицы $x_1 = 25{,}0$ см и ее скорость $v_1 = 1{,}00$ м/с. Найти координату x_2 и скорость v_2 этой частицы в момент $t_2 = 2{,}40$ с. Написать уравнение колебаний с числовыми коэффициентами.

4006. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = A\sin(\omega t)$. В некоторый момент времени t_1 смещение точки $x_1 = 5{,}00$ см, скорость $v_1 = 20{,}0$ см/с, а ускорение $a_1 = 80{,}0$ см/с^2. Найти амплитуду колебаний A, циклическую частоту ω, период T и фазу колебаний φ в заданный момент времени t_1.

4007. Точка совершает гармонические колебания вдоль прямой линии по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ с периодом $T = 500$ мс и амплитудой $A = 10{,}0$ см. Найти среднюю скорость точки за время, в течение которого она проходит путь $S = A/2$: а) из положения равновесия, б) из крайнего положения.

4008. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. В некоторый момент времени смещение точки $x_1 = 150$ мм. В другой момент времени, когда фаза колебаний увеличилась в 2 раза, смещение оказалось равным $x_2 = 240$ мм. Определить амплитуду колебаний.

4009. Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Ее наибольшее смещение и наибольшая скорость равны соответственно $x_{\max} = 50{,}0$ см и $V_{\max} = 12{,}0$ см/с. Найти величину наибольшего ускорения $a_{\max}$, а также скорость V и ускорение a точки в тот момент, когда смещение $x = 3{,}00$ см. Начальная фаза колебаний $\varphi_0 = 0$.

4010. Тело совершает колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Начальная фаза колебаний $\varphi_0 = 0$, частота $\nu = 200$ Гц, амплитуда $A = 3{,}00$ мм. Найти наибольшую скорость $V_{\max}$ и наибольшее ускорение $a_{\max}$ тела.

4011. Складываются два одинаково направленных гармонических колебания: $x_1 = A_1\sin(\omega_1 t)$ и $x_2 = A_2\sin[\omega_2(t + \tau)]$, где $A_1 = A_2 = 30{,}0$ мм, $\omega_1 = \omega_2 = \pi$ с$^{-1}$, $\tau = 500$ мс. В выбранном масштабе произвести сложение указанных колебаний методом векторных диаграмм в момент времени $t = 0$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать уравнение результирующего колебания с числовыми коэффициентами.

4012. Складываются два колебания одинакового направления: $x_1 = A_1\cos(\omega_1 t)$ и $x_2 = A_2\cos[\omega_2(t + \tau)]$, где $A_1 = A_2 = 30{,}0$ мм, $\omega_1 = \omega_2 = \pi$ с$^{-1}$, $\tau = 500$ мс. В выбранном масштабе произвести сложение указанных колебаний методом векторных диаграмм в момент времени $t = 0$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать уравнение результирующего колебания с числовыми коэффициентами.

4013. Точка одновременно участвует в двух гармонических колебаниях одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1{,}50$ с и амплитудами $A_1 = A_2 = 20{,}0$ мм. Начальная фаза колебаний $\varphi_{01} = \pi/2$ и $\varphi_{02} = \pi/3$. В выбранном масштабе произвести сложение указанных колебаний методом векторных диаграмм в момент времени $t = 0$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания. Написать уравнение результирующего колебания с числовыми коэффициентами.

4014. Разложите гармоническое колебание, совершаемое по закону $x = 100\cos(628t + 0{,}2\pi)$ мм, на два одинаково направленных гармонических колебания той же частоты так, чтобы начальные фазы этих колебаний были равны: $\varphi_{01} = 0{,}1\pi$ и $\varphi_{02} = 0{,}5\pi$ соответственно.

4015. Два одинаково направленных гармонических колебания одинаковой частоты с амплитудами $A_1 = 30{,}0$ мм и $A_2 = 50{,}0$ мм складываются в одно гармоническое колебание с амплитудой $A = 70{,}0$ мм. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ складываемых колебаний.

4016. При сложении двух гармонических колебаний одного направления уравнение результирующего колебания имеет вид $x = A\cos(2{,}10t)\cos(50{,}0t)$. Найти циклические частоты складываемых колебаний и период биений результирующего колебания.

4017. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых имеют вид $x = A_1\sin(\omega_1 t)$ и $y = A_2\sin(\omega_2 t)$, где $A_1 = 80{,}0$ мм, $A_2 = 40{,}0$ мм, $\omega_1 = \omega_2 = 2{,}00$ с$^{-1}$. Написать уравнение траектории движения точки и построить ее с соблюдением масштаба. Показать направление движения точки.

4018. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых имеют вид $x = A_1\cos(\omega_1 t)$ и $y = A_2\cos(\omega_2 t)$, где $A_1 = 100$ мм, $A_2 = 50{,}0$ мм, $\omega_1 = \omega_2 = 2{,}00$ с$^{-1}$. Написать уравнение траектории движения точки и построить ее с соблюдением масштаба. Показать направление движения точки.

4019. Материальная точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых имеют вид $x = A_1\cos(\omega_1 t)$ и $y = A_2\sin(\omega_2 t)$, где $A_1 = 20{,}0$ мм, $A_2 = 40{,}0$ мм, $\omega_1 = \omega_2 = 2{,}00$ с$^{-1}$. Написать уравнение траектории движения точки и построить ее с соблюдением масштаба. Показать направление движения точки.

4020. Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, уравнения которых имеют вид $x = A_1\sin(\omega_1 t)$ и $y = A_2\cos(\omega_2 t)$, где $A_1 = A_2 = 20{,}0$ мм, $\omega_1 = 1{,}00$ с$^{-1}$, $\omega_2 = 2\omega_1$. Написать уравнение траектории движения точки и построить ее с соблюдением масштаба. Показать направление движения точки.

4021. На тонком вертикальном стержне длиной $\mathbf{l} = 300$ мм укреплены два маленьких груза. Первый груз массой $m_1 = 100$ г находится на середине стержня, второй груз массой $m_2 = 150$ г – на нижнем конце. Стержень с грузами колеблется относительно горизонтальной оси, проходящей через свободный верхний конец стержня. Определить период T гармонических колебаний данного физического маятника. Массой стержня пренебречь.

4022. Определить период T гармонических колебаний диска радиусом $R = 200$ мм относительно горизонтальной оси, перпендикулярной диску и проходящей через середину радиуса диска перпендикулярно его плоскости.

4023. Определить период T гармонических колебаний диска радиусом $R = 400$ мм относительно горизонтальной оси, перпендикулярной диску и совпадающей с его образующей.

4024. Определить период T гармонических колебаний стержня длиной $\mathbf{l} = 300$ мм относительно горизонтальной оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец.

4025. Индуктивность колебательного контура $L = 500$ мкГн. Какова должна быть электроёмкость C контура, чтобы он резонировал на длину волны $\lambda = 300$ м?

4026. Катушка (без сердечника) длиной $\mathbf{l} = 500$ мм и площадью сечения $S_1 = 300\ \text{мм}^2$ имеет $N = 1000$ витков. Параллельно катушке подсоединен воздушный конденсатор, состоящий из двух пластин площадью $S_2 = 75{,}0\ \text{см}^2$ каждая. Расстояние между пластинами $d = 50{,}0$ мм. Определить период T электрических колебаний контура.

4027. Определить период T гармонических колебаний физического маятника, состоящего из однородного стержня длиной $\mathbf{l} = 300$ мм. Точка подвеса (центр колебаний) находится на расстоянии $d = 100$ мм от центра инерции стержня.

4028. Определить период T собственных электрических колебаний контура, который состоит из конденсатора ёмкостью $C = 2{,}00$ мкФ и катушки длиной $\mathbf{l} = 100$ мм и радиусом $r = 10{,}0$ мм, содержащей $N = 500$ витков. Магнитная проницаемость среды, заполняющей катушку, $\mu = 2{,}00$. Активным сопротивлением катушки можно пренебречь.

4029. Три одинаково заряженных конденсатора ёмкостью $C = 5{,}00$ мкФ каждый соединяют в батарею и подключают к катушке индуктивностью $L = 20{,}0$ мГн. На сколько будут различаться периоды колебаний контуров, если сначала конденсаторы соединить параллельно, а затем – последовательно?

4030. Колебательный контур радиоприемника состоит из катушки индуктивностью $L = 1{,}00$ мГн и переменного конденсатора, ёмкость которого C может изменяться в пределах от 9,70 до 92,0 пФ. В каком диапазоне длин волн λ может работать этот приемник?

4031. Тело массой $m = 500$ г, прикрепленное к пружине, совершает гармонические колебания по закону $y = A\sin(\omega t)$. Амплитуда колебаний $A = 100$ мм, коэффициент жесткости пружины $k = 5{,}00$ Н/м. Найти максимальную силу упругости пружины.

4032. Заряженный конденсатор ёмкостью $C = 500$ нФ подключили к катушке индуктивностью $L = 5{,}00$ мГн. Определить, через сколько времени от момента подключения катушки, энергия электрического поля конденсатора станет равной энергии магнитного поля катушки. Активным сопротивлением катушки пренебречь.

4033. Шарик массой $m = 60{,}0$ г колеблется по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ с периодом $T = 2{,}00$ с. В начальный момент времени смещение шарика $x_0 = 40{,}0$ мм и полная энергия $W = 20{,}0$ мДж. Написать уравнение гармонических колебаний шарика и закон изменения возвращающей силы во времени с числовыми коэффициентами.

4034. Определить возвращающую силу F в момент времени $t = 200$ мс и полную механическую энергию W точки массой $m = 20{,}0$ г, совершающей гармонические колебания, согласно уравнению $x = A\sin(\omega t)$, где $A = 150$ мм, $\omega = 4\pi$ с$^{-1}$.

4035. Период электрических колебаний контура, состоящего из катушки и конденсатора, составляет $T = 10{,}0$ мкс. Максимальная энергия электрического поля в конденсаторе $W_{\text{э}\max} = 900$ мкДж, и максимальная разность потенциалов на его обкладках $U_{\max} = 900$ В. Определить максимальную силу тока $I_{\max}$ в катушке.

4036. Материальная точка массой $m = 5{,}00$ г колеблется согласно уравнению $x = 100\cos(2{,}00t + \varphi_0)$ (в миллиметрах). Найти максимальную возвращающую силу $F_{\max}$, действующую на точку, и полную энергию W точки.

4037. Груз массой $m = 300$ г, подвешенный к пружине, совершает колебания по закону $x = A\cos(\omega t)$. Определить кинетическую $W_{\text{к}}$, потенциальную $W_{\text{п}}$ и полную W энергии груза через $\Delta t = 3{,}00$ с после начала колебаний. В начальный момент груз был смещен на $x_0 = 50{,}0$ мм от положения равновесия, а затем предоставлен самому себе. Коэффициент упругости пружины $k = 15$ Н/м.

4038. Тело совершает колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$. Полная механическая энергия тела $W = 100$ мДж, масса $m = 1{,}00$ кг, максимальная возвращающая сила, действующая на тело, $F_{\max} = 100$ мН. Написать уравнение колебаний с числовыми коэффициентами, если начальная фаза $\varphi_0 = 45°$.

4039. Уравнение движения тела массой $m = 16{,}0$ г имеет вид $x = 20{,}0\sin(\pi t/8 + \pi/4)$ (в миллиметрах). Определить кинетическую $W_к$, потенциальную $W_п$ и полную механическую W энергии тела, а также возвращающую силу F через $\Delta t = 2{,}00$ с после начала наблюдения.

4040. Определить массу тела m, совершающего гармонические колебания по закону $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ с амплитудой $A = 100$ мм, частотой $\nu = 2{,}00$ Гц и начальной фазой $\varphi_0 = 30°$, если полная энергия колебаний $W = 7{,}70$ мДж. Через сколько секунд после начала наблюдения кинетическая энергия будет равна потенциальной?

4041. Начальная амплитуда затухающих колебаний маятника $A_0 = 200$ мм, а после совершения им $N = 10$ полных колебаний амплитуда $A = 10{,}0$ мм. Определить логарифмический декремент колебаний Λ и коэффициент затухания δ, если период колебаний $T = 5{,}00$ с.

4042. Определить логарифмический декремент колебаний β математического маятника длиной $\mathbf{l} = 500$ мм, если за время колебаний $t = 400$ с он теряет 80 % своей первоначальной энергии.

4043. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 10{,}0$ мкФ, катушки индуктивностью $L = 10{,}0$ мГн и резистора с сопротивлением $R = 20{,}0$ Ом. Определить период T, циклическую частоту затухающих колебаний ω, логарифмический декремент Λ колебаний контура.

4044. Математический маятник длиной $\mathbf{l} = 500$ мм, выведенный из положения равновесия, отклонился от него при первом колебании на $x_1 = 50{,}0$ мм, а при втором (в ту же сторону) – на $x_2 = 40{,}0$ мм. Определить логарифмический декремент колебаний Λ и время релаксации τ (время убывания амплитуды в e раз).

4045. Камертон колеблется с частотой $\nu = 100$ Гц. Логарифмический декремент колебаний $\Lambda = 2{,}00 \cdot 10^{-3}$. Через какой промежуток времени Δt амплитуда колебаний уменьшится в $n = 100$ раз?

4046. Логарифмический декремент колебаний маятника $\Lambda = 20{,}0 \cdot 10^{-3}$. Во сколько раз уменьшится амплитуда после совершения маятником $N = 50$ полных колебаний?

4047. Через время $\Delta t_1 = 10{,}0$ с амплитуда колебаний маятника уменьшилась в $n_1 = 3$ раза. Через какое время Δt_2 она уменьшится в $n_2 = 10$ раз по сравнению с первоначальной?

4048. Амплитуда затухающих колебаний убывает за время совершения $N = 10$ колебаний на $1/10$ часть своей первоначальной величины.

Период колебаний $T = 400$ мс. Определить коэффициент затухания δ и логарифмический декремент колебаний Λ.

4049. Определить, во сколько раз уменьшится энергия математического маятника длиной $\mathbf{l} = 300$ мм за время $\Delta t = 180$ с, если логарифмический декремент затухающих колебаний, совершаемых маятником, $\Lambda = 5{,}00 \cdot 10^{-3}$.

4050. Колебательный контур состоит из конденсатора ёмкостью $C = 2{,}00$ мкФ, катушки индуктивностью $L = 100$ мГн и резистора сопротивлением $R = 10{,}0$ Ом. Определить логарифмический декремент колебаний Λ контура.

4051. Источник звука совершает колебания по закону $x = 1{,}00\sin(200\pi t)$ (в сантиметрах). Скорость распространения звука $v = 340$ м/с. Написать уравнение бегущей волны с числовыми коэффициентами. Определить для точки, находящейся на расстоянии $y = 102$ м от источника, ее смещение от положения равновесия в момент времени $t = 1{,}00$ с. Потерями энергии пренебречь, волну считать плоской.

4052. Точка, находящаяся на расстоянии $x = 500$ мм от источника колебаний, имеет в момент $t = T/3$ смещение, равное половине амплитуды $y = A/2$. Найти длину волны λ, если в момент времени $t = 0$ смещение источника равно нулю ($y_0 = 0$).

4053. Источник совершает колебания по закону $y = 5{,}00\sin(3140\,t)$ (в сантиметрах). Определить смещение от положения равновесия y и колебательную скорость $\frac{dy}{dt}$ точки, находящейся на расстоянии $x = 200$ м от источника, через время $\Delta t = 1{,}00$ с после начала колебания. Написать уравнение бегущей волны с числовыми коэффициентами. Скорость распространения волны $v = 340$ м/с.

4054. Две точки лежат на прямой, вдоль которой распространяется волна со скоростью $v = 50{,}0$ м/с. Период колебаний $T = 50{,}0$ мс, расстояние между точками $\Delta x = 500$ мм. Найти разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний в этих точках.

4055. На каком минимальном расстоянии от источника гармонических колебаний, совершаемых по закону $y = A\sin(\omega t)$, находится точка, у которой в момент времени $t = T/2$ смещение от положения равновесия равно половине амплитуды ($y = A/2$)? Скорость распространения колебаний $v = 340$ м/с, период колебаний $T = 1{,}00$ мс, амплитуда $A = 2{,}00$ мм. Написать уравнение бегущей волны с числовыми коэффициентами.

4056. Найти скорость распространения звуковых колебаний в воздухе v, если длина волны $\lambda = 340$ мм, а частота колебаний $\nu = 1000$ Гц. Чему равна максимальная колебательная скорость частиц среды $\left(\frac{dy}{dt}\right)_{max}$, если амплитуда колебаний $A = 2{,}00$ мкм?

4057. Уравнение бегущей плоской волны имеет вид $\xi = 60{,}0\cos(1800t - 5{,}30x)$, где ξ – в микрометрах, t – в секундах, x – в метрах. Найти: отношение амплитуды колебаний частиц к длине волны; амплитуду колебательной скорости частиц среды $\frac{d\xi}{dt}$ и ее отношение к скорости распространения волны v.

4058. В воздухе распространяется плоская звуковая волна $y = A\sin(\omega t - kx)$. Частота звука $\nu = 1000$ Гц, амплитуда колебаний частиц среды $A = 8{,}00$ мкм, волновое число $k = 18{,}5$ м$^{-1}$. Определить длину волны и ее скорость.

4059. В металлическом стержне распространяется плоская звуковая волна $y = A\sin(6280t - 1{,}57x)$, где y, A, x – в сантиметрах, t – в секундах. Определить скорость звука в этом металле и частоту колебаний источника.

4060. В вакууме распространяется электромагнитная волна $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(\omega t - kr)$. Длина волны $\lambda = 550$ нм. Найти частоту колебаний источника и волновое число.

4061. Световая волна проходит через две узкие щели в преграде. Расстояние от преграды до экрана $L = 1{,}00$ м. Определить расстояние между щелями d, если на экране на отрезке длиной $l = 10{,}0$ мм укладывается $N = 10$ тёмных интерференционных полос. Длина волны света $\lambda = 633$ нм.

4062. На тонкую глицериновую пленку толщиной $d = 1{,}50$ мкм нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длину волн видимого участка спектра $(400 \le \lambda \le 800)$ нм, которые будут максимально ослаблены в результате интерференции. Показатель преломления глицерина $n = 1{,}47$.

4063. На стеклянную пластину нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления $n = 1{,}30$. Пластина освещена параллельным пучком монохроматического света с длиной волны $\lambda = 640$ нм, падающим на пластину нормально. Какую минимальную толщину d_{min} должен иметь слой, чтобы отражённый пучок имел наименьшую яркость? Показатель преломления стекла $n_c = 1{,}50$.

4064. Какова толщина мыльной пленки, если при наблюдении в отражённом свете она представляется зеленой ($\lambda = 500$ нм). Угол между отражёнными лучами и нормалью к пленке $\varphi = 35°$? Показатель преломления мыльной воды принять $n = 1{,}33$.

4065. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления жидкости $n_ж$, если радиус третьего темного кольца Ньютона (при наблюдении в отражённом свете с длиной волны $\lambda = 600$ нм) $r_3 = 0{,}820$ мм. Радиус кривизны линзы $R = 500$ мм.

4066. Плосковыпуклая кварцевая линза с фокусным расстоянием $f = 1{,}00$ м лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого темного кольца Ньютона при наблюдении в отражённом свете $r_5 = 1{,}10$ мм. Определить длину световой волны λ. Показатель преломления кварца $n = 1{,}46$.

4067. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом ($\lambda = 590$ нм). Радиус кривизны R линзы равен 50,0 см. Определить толщину h воздушного промежутка между линзой и пластинкой в том месте, где в отражённом свете наблюдается третье светлое кольцо.

4068. Стеклянная собирающая линза положена на плоскую стеклянную пластинку. Радиус кривизны R линзы равен 2,00 м. В отражённом свете ($\lambda = 600$ нм) наблюдается интерференционная картина. Определить радиус пятого темного кольца r_5, если: а) между линзой и пластинкой воздух ($n = 1{,}00$); б) между линзой и пластинкой вода ($n = 1{,}33$).

4069. На тонкий стеклянный клин падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Расстояние между соседними темными интерференционными полосами в отражённом свете $b = 500$ мкм. Определить угол α между поверхностями клина. Показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин, $n = 1{,}60$.

4070. На тонкий стеклянный клин падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Угол между поверхностями клина $\alpha = 20{,}0''$. Определить ширину b интерференционных полос (расстояние между двумя соседними максимумами), наблюдаемых в отражённом свете. Показатель преломления стекла, из которого изготовлен клин, $n = 1{,}70$.

4071. Плоская световая волна ($\lambda = 500$ нм) падает на преграду с круглым отверстием. На расстоянии $b = 2{,}00$ м за преградой расположен экран. При каком наименьшем диаметре отверстия $d_{\min}$ освещенность экрана в точке, лежащей на оси светового пучка, будет максимальна?

4072. Сферическая световая волна ($\lambda = 450$ нм) падает на преграду с круглым отверстием. Источник света расположен на расстоянии

$a = 2{,}00$ м от преграды. На расстоянии $b = 3{,}00$ м за преградой расположен экран. При каком наименьшем диаметре отверстия $d_{\min}$ освещенность экрана в точке, лежащей на оси светового пучка, будет максимальной?

4073. Сферическая световая волна ($\lambda = 500$ нм) падает на преграду с круглым отверстием. Диаметр отверстия $d = 3{,}00$ мм. На расстоянии $b = 2{,}00$ м за преградой расположен экран. При каком наибольшем расстоянии a от источника до преграды освещенность экрана в точке, лежащей на оси светового пучка, будет максимальной?

4074. Плоская световая волна ($\lambda = 632$ нм) падает на преграду с круглым отверстием. Диаметр отверстия $d = 2{,}00$ мм. На каком наибольшем расстоянии b от преграды следует расположить экран, чтобы освещенность экрана в точке, лежащей на оси светового пучка, была максимальной?

4075. Точечный источник монохроматического света ($\lambda = 500$ нм) находится на расстоянии $a = 6{,}75$ м от преграды с отверстием, диаметр которого $d_1 = 4{,}50$ мм. На расстоянии $b = a$ от преграды расположен экран. Как и почему изменится освещенность в точке экрана, лежащей на оси пучка, если диаметр отверстия увеличить до $d_2 = 5{,}20$ мм? Ответ подтвердить расчётами.

4076. Точечный источник монохроматического света ($\lambda = 550$ нм) освещает экран, расположенный на расстоянии $L = 11{,}0$ м от источника. Между источником света и экраном на расстоянии $b = 5{,}00$ м от экрана помещена преграда с круглым отверстием, диаметр которого $d = 4{,}20$ мм. Как и почему изменится интенсивность света в центре получающейся на экране интерференционной картины, если преграду убрать? Ответ подтвердить расчётами.

4077. Плоская световая волна ($\lambda = 750$ нм) падает на преграду с отверстием, диаметр которого $d = 3{,}00$ мм. На расстоянии $b = 3{,}00$ м от преграды расположен экран. Как и почему изменится интенсивность света в точке экрана, лежащей на оси пучка, если диаметр отверстия увеличить в два раза? Ответ подтвердить расчётами.

4078. Точечный источник света ($\lambda = 520$ нм) находится на расстоянии $L = 1{,}00$ м от экрана. Между источником и экраном расположена преграда с отверстием. Расстояние от преграды до экрана $b = 600$ мм. Диаметр отверстия $d = 1{,}00$ мм. Что будет наблюдаться в центре экрана (интерференционный максимум или минимум)? Ответ подтвердить расчётами.

4079. Вычислить радиусы r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 первых пяти зон Френеля, если расстояние от точечного источника света до волновой поверхности $a = 1{,}00$ м, расстояние от волновой поверхности до точки наблюдения $b = 1{,}50$ м и длина волны $\lambda = 500$ нм.

4080. Расстояние от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 500$ нм) до экрана $L = 1{,}00$ м. На расстоянии $0{,}5L$ от источника помещена круглая непрозрачная преграда с отверстием, диаметр которого $d = 1{,}00$ мм. Сколько зон Френеля открывает отверстие? Что будет наблюдаться в центре экрана (интерференционный максимум или минимум)? Ответ подтвердить расчётами.

4081. Какое наименьшее число $N_{\min}$ штрихов должна содержать дифракционная решётка, чтобы в спектре второго порядка можно было видеть раздельно две жёлтые линии натрия с длинами волн $\lambda_1 = 569{,}0$ нм и $\lambda_2 = 589{,}6$ нм? Какова длина $\mathbf{l}$ такой решётки, если постоянная решётки $d = 5{,}00$ мкм?

4082. На дифракционную решётку нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решётки d в $n = 4{,}6$ раза больше длины световой волны λ. Найти наибольшее число дифракционных максимумов, наблюдение которых теоретически возможно в данном случае.

4083. На дифракционную решётку падает нормально пучок белого света. Спектры третьего и четвертого порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре четвёртого порядка накладывается граница ($\lambda_3 = 780$ нм) спектра третьего порядка?

4084. На дифракционную решётку, содержащую $n = 600$ штрихов на каждом миллиметре длины, по нормали к поверхности падает белый свет. Спектр проецируется на экран линзой, помещенной вблизи решётки. Определить длину $\mathbf{l}$ спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L = 1{,}20$ м. Границы видимого диапазона спектра: $\lambda_{кр} = 780$ нм, $\lambda_{ф} = 400$ нм.

4085. На дифракционную решётку, содержащую $n = 100$ штрихов на 1 мм, нормально падает монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум второго порядка. Чтобы навести трубу на другой, симметричный максимум того же порядка, ее нужно повернуть на угол $\Delta\varphi = 16°$. Определить длину волны λ света, падающего на решётку.

4086. На дифракционную решётку нормально падает монохроматический свет ($\lambda = 633$ нм). Угол между нормалью и направлением на дифракционный максимум третьего порядка $\varphi = 11{,}7°$. Определить число n штрихов на миллиметре длины дифракционной решётки.

4087. Постоянная дифракционной решётки d в $n = 4$ раза больше длины световой волны λ монохроматического света, нормально падающего на ее поверхность. Определить угол α между двумя первыми симметричными дифракционными максимумами.

4088. Расстояние между штрихами дифракционной решётки $d = 4{,}00$ мкм. На решётку по нормали к ее поверхности падает свет с длиной волны $\lambda = 580$ нм. Максимум какого наибольшего порядка возможно наблюдать в этом случае?

4089. На непрозрачную пластину с узкой щелью падает нормально плоская световая волна ($\lambda = 550$ нм). Угловая ширина центрального максимума (угловое расстояние между минимумами первого порядка) $\Delta\varphi = 10°$ Определить ширину щели b.

4090. На непрозрачную пластину с узкой щелью по нормали к ее поверхности падает плоская монохроматическая световая волна ($\lambda = 600$ нм). В точке второго дифракционного максимума интерферируют лучи, отклонившиеся от нормали к пластине на угол $\varphi_2 = 20°$. Определить ширину b щели.

4091. Параллельный пучок света переходит из глицерина ($n_{гл} = 1{,}47$) в стекло ($n_с = 1{,}7$) так, что пучок, отражённый от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол φ между падающим и преломленным пучками.

4092. Свет переходит из воздуха в стекло. Угол падения луча на поверхность стекла $\alpha = 60°$. При этом отражённый пучок света оказывается максимально поляризованным. Определить угол преломления γ луча.

4093. Пучок света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину, нижняя поверхность которой находится в воде, а верхняя в воздухе. При каком угле падения α света на верхнюю поверхность стекла луч, отражённый от поверхности воды, будет максимально поляризованным? Показатель преломления стекла $n_с = 1{,}46$, воды $n_в = 1{,}33$.

4094. Стеклянная пластинка полностью погружена в воду ($n_с = 1{,}72$, $n_в = 1{,}33$). Каким должен быть угол падения луча на стекло, чтобы отражённый луч был полностью поляризованным?

4095. Предельный угол полного внутреннего отражения луча на границе жидкости с воздухом $\alpha_{пр} = 43°$. Каков должен быть угол падения луча α из воздуха на поверхность жидкости, чтобы отражённый луч был максимально поляризован? Найти показатель преломления n жидкости.

4096. Угол между плоскостями поляризации двух поляризаторов $\varphi = 50°$. Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в $n = 8$ раз. Пренебрегая потерей энергии света при отражении, определить коэффициент поглощения k света в поляризаторах.

4097. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их плоскостями поляризации равен φ. Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают по $k = 8$ % падающего на них света. Оказалось, что интенсивность луча I_a, вышедшего из анализатора, равна 9 % интенсивности естественного света I_0, падающего на поляризатор. Найти угол φ.

4098. Естественный свет проходит последовательно через два поляризатора, угол между плоскостями поляризации которых $\varphi = 60°$. Интенсивность естественного света $I_0 = 10{,}0$ лм/м^2. Определить интенсивность света I_1, вышедшего из первого, и I_2, вышедшего из второго поляризатора. Поглощением света в поляризаторах пренебречь.

4099. Плоско поляризованный свет интенсивностью $I_0 = 10{,}0$ лм/м^2 проходит последовательно через два поляризатора, плоскости которых образуют с плоскостью колебаний светового вектора в исходном луче углы $\alpha_1 = 20{,}0°$ и $\alpha_2 = 50{,}0°$ (углы отсчитываются от плоскости колебаний вектора $\vec{E}$ по часовой стрелке, если смотреть вдоль луча). Определить интенсивность света I_1, прошедшего первый, и I_2, прошедшего второй поляризатор. Поглощением света пренебречь.

4100. Естественный свет проходит последовательно через два поляризатора, угол между плоскостями поляризации которых $\varphi = 60°$. Интенсивность естественного света $I_0 = 100$ лм/м^2. Первый поляризатор поглощает и отражает $k_1 = 10$ % падающего на него света, а второй – $k_2 = 16$ %. Определить интенсивность света I_1, вышедшего из первого, и I_2, вышедшего из второго поляризатора.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Единицы СИ

Физическая величина	Единица		
Наименование	Наименование	Обозначение	
		русское	международное
Основные единицы			
Длина	метр	м	m
Масса	килограмм	кг	kg
Время	секунда	с	s
Термодинамическая температура	кельвин	К	K
Сила электрического тока	ампер	А	A
Количество вещества	моль	моль	mol
Сила света	кандела	кд	cd
Дополнительные единицы			
Плоский угол	радиан	рад	rad
Телесный угол	стерадиан	ср	sr
Производные единицы			
Скорость	метр в секунду	м/с	m/s
Ускорение	метр на секунду в квадрате	м/с^2	m/s^2
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	rad/s
Угловое ускорение	радиан на секунду в квадрате	рад/с^2	rad/s^2
Период	секунда	с	s
Частота периодического процесса	герц	Гц	Hz
Частота вращения	секунда в минус первой степени	с$^{-1}$	s^{-1}
Волновое число	метр в минус первой степени	м$^{-1}$	m^{-1}

Окончание табл. 1

Физическая величина	Единица		
Наименование	Наименование	Обозначение	
		русское	международное
Коэффициент затухания	секунда в минус первой степени	$с^{-1}$	s^{-1}
Момент инерции	килограмм-метр в квадрате	кг·м^2	kg·m^2
Сила	ньютон	Н	N
Энергия	джоуль	Дж	J
Работа	джоуль	Дж	J
Мощность	ватт	Вт	W
Теплота	джоуль	Дж	J
Электрический заряд	кулон	Кл	C
Напряжённость электрического поля	вольт на метр	В/м	V/m
Потенциал электрического поля	вольт	В	V
Электрическая ёмкость	фарад	Ф	F
Напряжение, электродвижущая сила	вольт	В	V
Электрическое сопротивление	ом	Ом	Ω
Индуктивность	генри	Гн	H

Таблица 2

Десятичные кратные и дольные приставки и множители

Приставка			Множитель	Пример
Наименование	Обозначение			
	русское	международное		
экса	Э	E	10^{18}	1 Эм $=10^{18}$ м
пета	П	P	10^{15}	1 Пм $=10^{15}$ м
тера	Т	T	10^{12}	1 Тм $=10^{12}$ м
гига	Г	G	10^{9}	1 Гм $=10^{9}$ м
мега	М	M	10^{6}	1 Мм $=10^{6}$ м
кило	к	k	10^{3}	1 км $=10^{3}$ м
гекто	г	h	10^{2}	1 гм $=10^{2}$ м
дека	да	da	10^{1}	1 дам $=10^{1}$ м
деци	д	d	10^{-1}	1 дм $=10^{-1}$ м
санти	с	c	10^{-2}	1 см $=10^{-2}$ м
милли	м	m	10^{-3}	1 мм $=10^{-3}$ м
микро	мк	µ	10^{-6}	1 мкм $=10^{-6}$ м
нано	н	n	10^{-9}	1 нм $=10^{-9}$ м
пико	п	p	10^{-12}	1 пм $=10^{-12}$ м
фемто	ф	f	10^{-15}	1 фм $=10^{-15}$ м
атто	а	a	10^{-18}	1 ам $=10^{-18}$ м

Приставку или её обозначение следует писать слитно с наименованием единицы, к которой она присоединяется, или с её обозначением.

Присоединение двух и более приставок подряд не допускается.

Кратные и дольные единицы должны выбираться таким образом, чтобы числовые значения величины находились в диапазоне от 0,1 до 1000. (Выбор десятичной кратной или дольной единицы диктуется прежде всего удобством ее применения.)

Для уменьшения вероятности ошибок при расчётах десятичные кратные и дольные единицы рекомендуется подставлять только в конечный результат, а в процессе вычислений все величины выражать в единицах СИ, заменяя приставки множителями 10^n.

Министерство образования Российской Федерации

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

Курепин В. В., Самолетов В. А.

ФИЗИКА
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Методические указания
для студентов 3-го курса всех специальностей
факультета заочного обучения и экстерната

Санкт-Петербург 2000

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Молекулярная физика

Уравнение Клапейрона–Менделеева (уравнение состояния идеального газа)

$$pV = \frac{m}{\mu}RT, \qquad pV = NkT,$$

где p – давление; V – объём; m – масса; μ – молярная масса; T – термодинамическая температура газа; R – универсальная газовая постоянная, $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К); N – число молекул; k – постоянная Больцмана, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Уравнение Клапейрона

$$\frac{pV}{T} = \mathrm{const}.$$

Уравнения обратимых (квазистатических) процессов:

1) Изобарный процесс ($p = \mathrm{const}$, $m = \mathrm{const}$)

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \qquad \text{или} \qquad \frac{V}{T} = \mathrm{const}.$$

2) Изохорный процесс ($V = \mathrm{const}$, $m = \mathrm{const}$)

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \qquad \text{или} \qquad \frac{p}{T} = \mathrm{const}.$$

3) Изотермический процесс ($T = \mathrm{const}, m = \mathrm{const}$)

$$p_1V_1 = p_2V_2, \qquad \text{или} \qquad pV = \mathrm{const}.$$

4) Адиабатный процесс ($Q = 0$, $m = \mathrm{const}$):

в координатах pV

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}, \qquad \text{или} \qquad pV^{\gamma} = \mathrm{const},$$

в координатах TV

$$T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}, \qquad \text{или} \qquad TV^{\gamma-1} = \mathrm{const},$$

в координатах Tp

$$T_1^{\gamma}p_1^{1-\gamma} = T_2^{\gamma}p_2^{1-\gamma}, \qquad \text{или} \qquad T^{\gamma}p^{1-\gamma} = \mathrm{const},$$

где γ – коэффициент Пуассона (показатель адиабаты).

Закон Дальтона. Давление смеси $p_{\text{см}}$ идеальных газов равно сумме парциальных p_i давлений

$$p_{\text{см}} = \sum_{i=1}^{N} p_i ,$$

где N – число компонентов смеси.

Молярная масса смеси

$$\mu_{\text{см}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i}{\sum_{i=1}^{N} \nu_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i}{\sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{\mu_i}},$$

где m_i – масса i-го компонента смеси; ν_i – число молей i-го компонента смеси; μ_i – молярная масса i-го компонента смеси; N – число компонентов смеси.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа

$$pV = \frac{2}{3} W_{\text{к}} ,$$

где $W_{\text{к}}$ – суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул идеального газа, $W_{\text{к}} = N\langle\varepsilon_0\rangle$; $\langle\varepsilon_0\rangle$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа; N – число молекул в объёме газа.

Зависимость давления идеального газа от концентрации и температуры

$$p = nkT ,$$

где k – постоянная Больцмана, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К; n – концентрация молекул.

Статистическая физика

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по проекциям скорости

$$f(v_x)=\sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}}\exp\left(-\frac{m_0 v_x^2}{2kT}\right),$$

где v_x – проекция скорости молекулы на ось X; m_0 – масса одной молекулы.

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по модулям скорости

$$F(v)=4\pi\sqrt{\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^3}v^2\exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right),$$

где v – модуль скорости молекулы.

Наиболее вероятная скорость молекул

$$v_{\text{в}}=\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}=\sqrt{\frac{2kT}{m_0}}.$$

Средняя скорость молекул

$$\langle v\rangle=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул

$$v_{\text{кв}}=\sqrt{\langle v^2\rangle}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}=\sqrt{\frac{3kT}{m_0}}.$$

Вероятность того, что модуль скорости заключен в интервале $[v, v+dv]$,

$$dP(v)=F(v)dv=4\pi\sqrt{\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^3}v^2\exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right)dv.$$

Число молекул, скорости которых заключены в интервале $[v,\ v+dv]$,

$$dN=N\,dP(v)=NF(v)dv,$$

где N – общее число молекул.

Число молекул, скорости которых заключены в интервале $[v_1,\ v_2]$,

$$\Delta N = \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} N\,\mathrm{d}P(\upsilon) = \int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2} NF(\upsilon)\,\mathrm{d}\upsilon.$$

Число молекул ΔN, скорости которых заключены в сравнительно узком интервале $[\upsilon,\ \upsilon + \Delta\upsilon]$ (ширина интервала должна удовлетворять следующему условию $\Delta\upsilon \le 0{,}02\,\upsilon$),

$$\Delta N = N 4\pi\sqrt{\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^3}\,\upsilon^2 \exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right)\Delta\upsilon = N\frac{4}{\sqrt{\pi}}\,u^2\exp\left(-u^2\right)\Delta u,$$

где u – относительная скорость, $u = \upsilon/\upsilon_{\text{в}}$; Δu – величина относительного интервала скорости, $\Delta u = \Delta\upsilon/\upsilon_{\text{в}}$.

Число молекул N_x, скорости которых превышают заданное значение скорости υ_1,

$$N_x = \int_{\upsilon_1}^{\infty} N\,\mathrm{d}P(\upsilon) = \int_{\upsilon_1}^{\infty} NF(\upsilon)\,\mathrm{d}\upsilon.$$

Для расчёта числа молекул N_x, удобно пользоваться графиком $N_x/N = \varphi(u)$ (где u – относительная скорость, $u = \upsilon/\upsilon_{\text{в}}$), который построен методом численного интегрирования вышеприведенной формулы (рис. 1).

Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по энергиям

$$F(W_{\text{к}}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\left(\frac{1}{kT}\right)^3}\,\sqrt{W_{\text{к}}}\exp\left(-\frac{W_{\text{к}}}{kT}\right),$$

где $W_{\text{к}}$ – кинетическая энергия.

Распределение Больцмана для частиц во внешнем потенциальном поле

$$n = n_0\exp\left(-\frac{W_{\text{п}}}{kT}\right),$$

где $W_{\text{п}}$ – потенциальная энергия частицы во внешнем потенциальном поле; n_0 – концентрация частиц с нулевой потенциальной энергией; n – концентрация частиц, потенциальная энергия которых $W_{\text{п}}$.

Барометрическая формула ($T = \text{const}$)

$$p = p_0\exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right) = p_0\exp\left(-\frac{m_0 g h}{kT}\right),$$

где p – давление идеального газа на высоте h; p_0 – давление на высоте $h = 0$; μ – молярная масса; g – ускорение свободного падения; m_0 – масса одной молекулы.

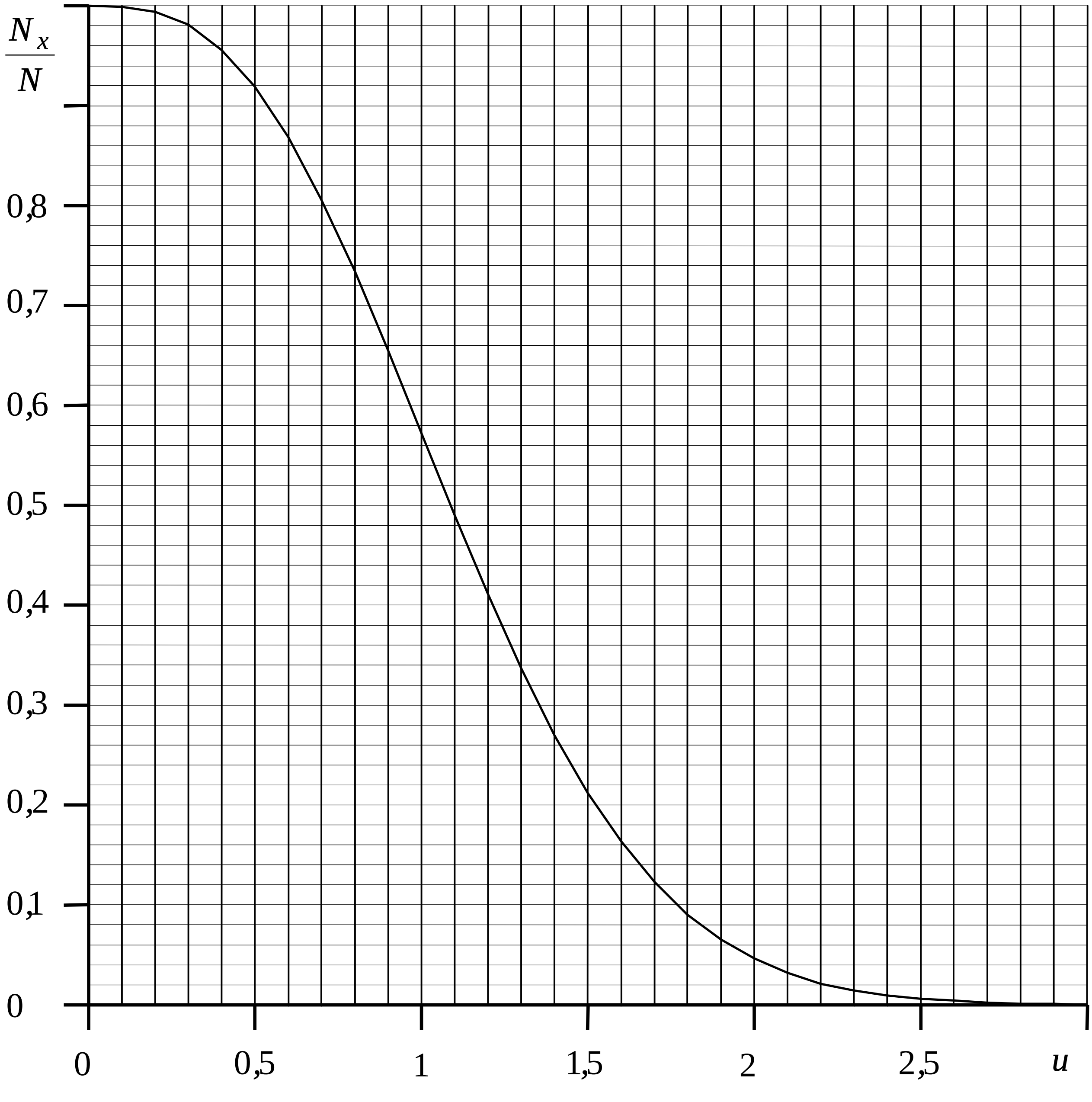


Рис. 1

Среднее число соударений, испытываемых молекулой газа за 1 с,

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d_{эф}^2 n \langle v \rangle,$$

где $d_{эф}$ – эффективный диаметр молекулы; n – концентрация молекул; $\langle v \rangle$ – средняя скорость молекул.

Средняя длина свободного пробега молекул газа

$$\langle \mathbf{l} \rangle = \frac{\langle \mathrm{V} \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2}\,\pi\, d_{\text{эф}}^{2}\, n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\,\pi\, d_{\text{эф}}^{2}\, p},$$

где k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; p – давление.

Выражения для коэффициентов диффузии D, динамической вязкости η, теплопроводности λ газа, полученные в молекулярно-кинетической теории

$$D = \frac{1}{3}\langle \mathrm{V} \rangle \langle \mathbf{l} \rangle, \qquad \eta = \frac{1}{3}\rho \langle \mathrm{V} \rangle \langle \mathbf{l} \rangle, \qquad \lambda = \frac{1}{3} c_{\text{уд}.V}\, \rho\, \langle \mathrm{V} \rangle \langle \mathbf{l} \rangle,$$

где $c_{\text{уд}.V}$ – удельная теплоёмкость при постоянном объёме; ρ – плотность; $\langle \mathrm{V} \rangle$ – средняя скорость молекул; $\langle \mathbf{l} \rangle$ – средняя длина свободного пробега.

Коэффициент кинематической вязкости

$$\nu = \frac{\eta}{\rho},$$

где ρ – плотность вещества.

Термодинамика

Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где $\langle \varepsilon \rangle$ – средняя кинетическая энергия молекулы идеального газа; i – сумма поступательного, вращательного и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы, $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вр}} + 2i_{\text{кол}}$.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = N\langle \varepsilon \rangle = N\frac{i}{2}kT = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{\mu}C_{\mu V}T,$$

где $C_{\mu V}$ – молярная теплоёмкость при постоянном объёме; N – число молекул.

Изменение внутренней энергии идеального газа

$$\mathrm{d}U = \frac{m}{\mu}C_{\mu V}\,\mathrm{d}T, \qquad \Delta U_{1-2} = U_2 - U_1 = \frac{m}{\mu}C_{\mu V}(T_2 - T_1),$$

где индексы 1 и 2 соответствуют начальному и конечному состояниям.

Полная работа расширения

$$A_{1-2} = \int_{V_1}^{V_2} p\,\mathrm{d}V.$$

Работа расширения в изобарном процессе

$$A_{1-2} = p(V_2 - V_1).$$

Работа расширения в изохорном процессе

$$A_{1-2} = 0.$$

Работа расширения, совершаемая идеальным газом в изотермическом процессе,

$$A_{1-2} = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{p_1}{p_2}.$$

Работа расширения, совершаемая идеальным газом в адиабатном процессе,

$$A_{1-2} = -\Delta U_{1-2}.$$

$$A_{1-2} = -\frac{m}{\mu}C_{\mu V}(T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu}C_{\mu V}(T_1 - T_2).$$

Работа расширения, совершаемая идеальным газом в политропном процессе,

$$A_{1-2} = \frac{p_1 V_1}{n-1}\left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right),$$

где n – показатель политропы.

Первое начало термодинамики

$$\delta Q = \mathrm{d}U + \delta A, \qquad Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} + A_{1-2}.$$

Теплота δQ положительная, если она сообщается системе, и отрицательная, если она забирается от нее. Работа δA, производимая системой над внешними телами, имеет положительный знак, а работа, производимая внешними силами над системой, имеет отрицательный знак.

Теплоёмкость (полная теплоёмкость)

$$C = \frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}, \qquad C = \frac{Q}{\Delta T}.$$

Удельная теплоёмкость (теплоёмкость единицы массы вещества)

$$c_{\text{уд}} = \frac{1}{m}\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}, \qquad c_{\text{уд}} = \frac{1}{m}\frac{Q}{\Delta T},$$

где m – масса вещества.

Молярная теплоёмкость (теплоёмкость одного моля вещества)

$$C_\mu = \frac{1}{\nu}\frac{\delta Q}{\mathrm{d}T}, \qquad C_\mu = \frac{1}{\nu}\frac{Q}{\Delta T},$$

где ν – число молей.

Полная C, удельная $c_{\text{уд}}$ и молярная C_μ теплоёмкости связаны между собой следующими соотношениями:

$$C = c_{\text{уд}}\, m = C_\mu \nu, \qquad C_\mu = \mu c_{\text{уд}}.$$

Расчётное соотношение для молярной теплоёмкости идеального газа при постоянном объёме

$$C_{\mu V} = \frac{i}{2}R.$$

Расчётное соотношение для молярной теплоёмкости идеального газа при постоянном давлении

$$C_{\mu p} = \frac{i+2}{2} R.$$

Уравнение Майера для идеального газа

$$C_{\mu p} = C_{\mu V} + R.$$

Коэффициент Пуассона (показатель адиабаты) для идеального газа

$$\gamma = \frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}}.$$

Связь коэффициента Пуассона с числом степеней свободы

$$\gamma = \frac{i+2}{i}.$$

Молярная теплоёмкость идеального газа в политропном процессе

$$C_{\mu n} = \frac{n-\gamma}{(\gamma-1)(n-1)} R,$$

где n – показатель политропы; γ – коэффициент Пуассона.

Показатель политропы для идеального газа

$$n = \frac{C_{\mu n} - C_{\mu p}}{C_{\mu n} - C_{\mu V}}.$$

Работа, совершенная рабочим телом, в прямом цикле (тепловая машина)

$$A_{\text{ц}} = Q_{\text{н}} + Q_{\text{х}} = Q_{\text{н}} - |Q_{\text{х}}|,$$

где $Q_{\text{н}}$ – теплота, полученная рабочим телом от нагревателя; $Q_{\text{х}}$ – теплота, отданная рабочим телом холодильнику.

Термический КПД для прямого цикла

$$\eta = \frac{A_{\text{ц}}}{Q_{\text{н}}} = \frac{Q_{\text{н}} - |Q_{\text{х}}|}{Q_{\text{н}}} = 1 - \frac{|Q_{\text{х}}|}{Q_{\text{н}}}.$$

Холодильный коэффициент для обратного цикла

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{х}}}{|A_{\text{ц}}|} = \frac{Q_{\text{х}}}{|Q_{\text{н}}| - Q_{\text{х}}},$$

где $Q_{\text{х}}$ – теплота, отбираемая от охлаждаемого тела; $Q_{\text{н}}$ – теплота, передаваемая окружающей среде (нагреваемому телу).

Термический КПД для прямого цикла Карно

$$\eta_К = \frac{T_н - T_х}{T_н} = 1 - \frac{T_х}{T_н},$$

где $T_н$ – температура нагревателя; $T_х$ – температура холодильника.

Холодильный коэффициент для обратного цикла Карно

$$\varepsilon_К = \frac{T_х}{T_н - T_х},$$

где $T_х$ – температура охлаждаемого тела; $T_н$ – температура окружающей среды (нагреваемого тела).

Изменение энтропии идеального газа в произвольном обратимом (квазистатическом) процессе

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln\frac{V_2}{V_1} =$$

$$= \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \ln\frac{p_2}{p_1} + \frac{m}{\mu} C_{\mu p} \ln\frac{V_2}{V_1} =$$

$$= \frac{m}{\mu} C_{\mu p} \ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{m}{\mu} R \ln\frac{p_1}{p_2},$$

где индексы 1 и 2 соответствуют начальному и конечному состояниям.

Изменение энтропии идеального газа в обратимом (квазистатическом) адиабатном процессе ($Q = 0,\ m = \mathrm{const}$)

$$\mathrm{d}S = 0 \quad \text{или} \quad \Delta S = 0, \quad \text{т.е.} \quad S = \mathrm{const}.$$

Изменение энтропии идеального газа в обратимом (квазистатическом) изотермическом процессе ($T = \mathrm{const}$, $m = \mathrm{const}$)

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} R \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} R \ln\frac{p_1}{p_2}.$$

Изменение энтропии идеального газа в обратимом (квазистатическом) изохорном процессе ($V = \mathrm{const}$, $m = \mathrm{const}$)

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \ln\frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \ln\frac{p_2}{p_1}.$$

Изменение энтропии идеального газа в обратимом (квазистатическом) изобарном процессе ($p = \mathrm{const}$, $m = \mathrm{const}$)

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} C_{\mu p} \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} C_{\mu p} \ln\frac{T_2}{T_1}.$$

Изменение энтропии идеального газа в обратимом (квазистатическом) политропном процессе ($C = \text{const}$, $m = \text{const}$)

$$S_2 - S_1 = \frac{m}{\mu} C_{\mu n} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Изменение энтропии при нагревании (охлаждении) конденсированного вещества

$$S_2 - S_1 = m\, c_{\text{уд}} \ln \frac{T_2}{T_1},$$

где m – масса тела, $c_{\text{уд}}$ – среднее значение удельной теплоёмкости в интервале температур от T_1 до T_2.

Изменение энтропии при плавлении (затвердевании) вещества

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T_{\text{пл}}},$$

где λ – удельная теплота плавления; $\Delta S > 0$ при переходе из твердой фазы в жидкую.

Изменение энтропии при испарении (конденсации) вещества

$$\Delta S = \frac{mr}{T_{\text{кип}}}, \qquad \Delta S = \frac{mr}{T_{\text{исп}}},$$

где r – удельная теплота испарения; $\Delta S > 0$ при переходе из жидкой фазы в газообразную.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определить число N молекул, содержащихся в объёме $V = 1{,}00$ мм^3 воды, и массу m_0 одной молекулы воды, считая условно, что молекулы воды имеют вид шариков, соприкасающихся друг с другом. Найти эффективный диаметр d молекулы.

Дано:

H_2O

$V = 1{,}00 \text{ мм}^3 = 1{,}00 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3$

$\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

N – ?

m_0 – ?

d – ?

Решение

Число N молекул, содержащихся в некоторой системе массой m, равно произведению постоянной Авогадро N_A на количество вещества ν

$$N = \nu N_A .$$

Так как $\nu = m/\mu$ (где μ – молярная масса), то

$$N = (m/\mu) N_A .$$

Выразив в этой формуле массу как произведение плотности ρ на объём V, получим

$$N = \frac{\rho V}{\mu} N_A . \tag{1.1}$$

Произведем вычисления, учитывая, что плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$:

$$N = \frac{1000 \cdot 1{,}00 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} 6{,}02 \cdot 10^{23} = 3{,}34 \cdot 10^{19} \text{ молекул} .$$

Массу одной молекулы m_0 можно найти по формуле

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A} . \tag{1.2}$$

Подставив в формулу (1.2) значения μ и N_A, найдем массу молекулы воды

$$m_0 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 2{,}99 \cdot 10^{-26} \text{ кг} .$$

Если молекулы воды плотно прилегают друг к другу, то можно считать, что на каждую молекулу приходится объём (кубическая ячейка) $V_0 = d^3$, где d – эффективный диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_0} . \tag{1.3}$$

Объём одной молекулы V_0 найдем, разделив молярный объём V_μ на число молекул в моле, т. е. на число Авогадро N_A:

$$V_0 = \frac{V_\mu}{N_A}. \tag{1.4}$$

Молярный объём (объём одного моля вещества) можно найти одним из двух следующих способов:

$$V_\mu = \frac{V}{\nu} = \frac{\mu}{\rho}. \tag{1.5}$$

Подставим выражение (1.4) в формулу (1.3)

$$d = \sqrt[3]{\frac{V_\mu}{N_A}} = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}},$$

где $V_\mu = \mu/\rho$.

Произведём вычисления

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{1{,}00 \cdot 10^3 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}} = 0{,}310 \cdot 10^{-9}\ \text{м} = 0{,}310\ \text{нм}.$$

Ответ: $N = 3{,}34 \cdot 10^{19}$, $m_0 = 2{,}99 \cdot 10^{-26}$ кг, $d = 0{,}310$ нм.

<u>Пример 2.</u> Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях $v_{кв} = 480$ м/с. Сколько молекул содержит 1,00 г этого газа?

Дано:

$v_{кв} = 480$ м/с

$p_0 = 101$ кПа $= 1{,}01 \cdot 10^5$ Па

$T_0 = 273$ К

$m = 1{,}00$ г $= 1{,}00 \cdot 10^{-3}$ кг

N – ?

Решение

Нормальные условия это такие физические условия, при которых давление $p = 101325$ Па (760 мм рт. ст.), температура $T = 273{,}15$ К ($0\ °C$).

Количество молекул N в газе массой m

$$N = \frac{m}{m_0}, \tag{2.1}$$

где m_0 – масса одной молекулы.

Средняя квадратичная скорость молекул идеального газа

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{3kT_0}{m_0}}, \tag{2.2}$$

где k – постоянная Больцмана.

Из формулы (2.2) получаем выражение для массы одной молекулы

$$m_0 = \frac{3kT_0}{v_{кв}^2}. \tag{2.3}$$

Подставим выражение (2.3) в формулу (2.1)

$$N = \frac{m\, v_{кв}^2}{3kT_0}.$$

Произведём вычисления

$$N = \frac{1{,}00 \cdot 10^{-3} \cdot 480^2}{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 2{,}04 \cdot 10^{22} \text{ молекул.}$$

Ответ: $N = 2{,}04 \cdot 10^{22}$.

<u>Пример 3.</u> В баллоне объёмом $V = 10{,}0$ л находится гелий (He) под давлением $p_1 = 1{,}00$ МПа и при температуре $T_1 = 300$ К. После того, как из баллона было взято $m = 10{,}0$ г гелия, температура в баллоне понизилась до $T_2 = 290$ К. Определить давление p_2 гелия, оставшегося в баллоне.

Дано:

He

$V = 10{,}0\text{ л} = 10{,}0 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3$

$p_1 = 1{,}00\text{ МПа} = 1{,}00 \cdot 10^6\text{ Па}$

$T_1 = 300\text{ К}$

$m = 10{,}0\text{ г} = 10{,}0 \cdot 10^{-3}\text{ кг}$

$T_2 = 290\text{ К}$

$\mu = 4 \cdot 10^{-3}\text{ кг/моль}$

$p_2 - ?$

Решение

Запишем уравнение Клапейрона–Менделеева для начального и конечного состояния газа,

$$p_1 V = \frac{m_1}{\mu} R T_1, \qquad (3.1)$$

$$p_2 V = \frac{m_2}{\mu} R T_2. \qquad (3.2)$$

Из уравнения (3.1) выразим массу газа в начальном состоянии

$$m_1 = \frac{p_1 V \mu}{R T_1}. \qquad (3.3)$$

Тогда масса m_2 оставшегося в баллоне газа

$$m_2 = m_1 - m. \qquad (3.4)$$

Из уравнения (3.2) найдем давления газа в конечном состоянии

$$p_2 = m_2 \frac{R T_2}{\mu V}. \qquad (3.5)$$

Подставив выражение (3.3) для массы m_1 в формулу (3.4), а затем выражение (3.4) для m_2 в уравнение (3.5), получим

$$p_2 = \left(\frac{\mu p_1 V}{R T_1} - m \right) \frac{R T_2}{\mu V} = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{\mu} \frac{R T_2}{V}. \qquad (3.6)$$

Произведём вычисления по формуле (3.6)

$$p_2 = \frac{290}{300} \cdot 1{,}00 \cdot 10^6 - \frac{10{,}0 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8{,}31 \cdot 290}{10{,}0 \cdot 10^{-3}} = 3{,}64 \cdot 10^5\text{ Па} = 364\text{ кПа}.$$

Ответ: $p_2 = 364$ кПа.

Пример 4. Баллон содержит $m_1 = 80{,}0\,\text{г}$ кислорода (O_2) и $m_2 = 320\,\text{г}$ аргона (Ar). Давление смеси $p_{\text{см}} = 1{,}00\,\text{МПа}$, температура $T = 300\,\text{К}$. Принимая данные газы за идеальные, определить объём V баллона.

Дано:

O_2

$m_1 = 80{,}0\,\text{г} = 80{,}0 \cdot 10^{-3}\,\text{кг}$

$\mu_1 = 32 \cdot 10^{-3}\,\text{кг/моль}$

Ar

$m_2 = 320\,\text{г} = 320 \cdot 10^{-3}\,\text{кг}$

$\mu_2 = 40 \cdot 10^{-3}\,\text{кг/моль}$

$p_{\text{см}} = 1{,}00\,\text{МПа} = 1{,}00 \cdot 10^6\,\text{Па}$

$T = 300\,\text{К}$

V – ?

Решение

По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси.

По уравнению Клапейрона–Менделеева парциальные давления p_1 кислорода и p_2 аргона выражаются формулами:

$$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1 V} RT, \qquad p_2 = \frac{m_2}{\mu_2 V} RT.$$

Следовательно, по закону Дальтона давление смеси газов

$$p_{\text{см}} = p_1 + p_2 \quad \text{или} \quad p_{\text{см}} = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{V}.$$

Откуда объём баллона

$$V = \left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{p_{\text{см}}}.$$

Произведём вычисления

$$V = \left(\frac{80{,}0 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} + \frac{320 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-3}}\right) \cdot \frac{8{,}31 \cdot 300}{1{,}00 \cdot 10^{6}} = 0{,}0262\,\text{м}^3 = 26{,}2\,\text{л}.$$

Ответ: $V = 26{,}2\,\text{л}$.

<u>Пример 5.</u> Найти среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_{\text{вращ}}\rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода (O_2) при температуре $T = 350\,\text{К}$, а также кинетическую энергию $W_{\text{вр}}$ вращательного движения всех молекул кислорода массой $m = 4{,}00\,\text{г}$.

Дано:	Решение
$T = 350\,\text{К}$ $m = 4{,}00\,\text{г} = 4{,}00\cdot 10^{-3}\,\text{кг}$ $\mu = 32\cdot 10^{-3}\,\text{кг/моль}\,(O_2)$	Двухатомная молекула кислорода обладает двумя степенями свободы вращательного движения $i_{\text{вр}} = 2$. Поэтому в соответствии с законом Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы средняя энергия вращательного движения
$\langle\varepsilon_{\text{вр}}\rangle$ – ? $W_{\text{вр}}$ – ?	

$$\langle\varepsilon_{\text{вр}}\rangle = \frac{i_{\text{вр}}}{2} kT = kT, \tag{5.1}$$

где k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура газа.

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул газа

$$W_{\text{вр}} = \langle\varepsilon_{\text{вр}}\rangle\, N = NkT. \tag{5.2}$$

Число всех молекул газа

$$N = \nu N_A = \frac{m}{\mu} N_A, \tag{5.3}$$

где ν – количество вещества; N_A – постоянная Авогадро.

Подставив выражение (5.3) в формулу (5.2), получаем

$$W_{\text{вр}} = \frac{m}{\mu} N_A kT. \tag{5.4}$$

Произведём вычисления:

$$\langle\varepsilon_{\text{вр}}\rangle = kT = 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 350 = 4{,}83\cdot 10^{-21}\,\text{Дж},$$

$$W_{\text{вр}} = \frac{4\cdot 10^{-3}}{32\cdot 10^{-3}}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\cdot 1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 350 = 364\,\text{Дж}.$$

Ответ: $\langle\varepsilon_{\text{вр}}\rangle = 4{,}83\cdot 10^{-21}\,\text{Дж}$, $W_{\text{вр}} = 364\,\text{Дж}$.

Пример 6. Плотность некоторого газа $\rho = 0{,}0820$ кг/м^3 при давлении $p = 100$ кПа и температуре $t = 17\,°C$. Найти среднюю квадратичную скорость $v_{кв}$ молекул газа. Какова молярная масса μ этого газа?

Дано:

$\rho = 0{,}0820$ кг/м^3

$p = 100$ кПа $= 100 \cdot 10^3$ Па

$t = 17\,°C$; $T = 290$ К

$v_{кв}$ – ?

μ – ?

Решение

Средняя квадратичная скорость молекул идеального газа

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \tag{6.1}$$

где k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; m_0 – масса одной молекулы.

Плотность газа равна произведению концентрации n на массу одной молекулы

$$\rho = n m_0. \tag{6.2}$$

Давление идеального газа связано с концентрацией и температурой

$$p = nkT. \tag{6.3}$$

Из формул (6.2) и (6.3) выразим массу молекулы и температуру

$$m_0 = \frac{\rho}{n}, \qquad T = \frac{p}{nk}.$$

Подставив полученные выражения в формулу (6.1), получим

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}. \tag{6.4}$$

Молярная масса может быть определена как произведение массы молекулы на число Авогадро

$$\mu = m_0 N_A. \tag{6.5}$$

Выразим из формулы (6.1) массу молекулы

$$m_0 = \frac{3kT}{v_{кв}^2}.$$

Подставим её в выражение (6.5)

$$\mu = \frac{3kT}{v_{кв}^2} N_A = \frac{3RT}{v_{кв}^2}. \tag{6.6}$$

Произведём вычисления по формулам (6.4) и (6.6)

$$\mathrm{v}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 100 \cdot 10^3}{0{,}0820}} = 1913 \approx 1910 \text{ м/с},$$

$$\mu = \frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 290}{1913^2} = 1{,}98 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Ответ: $\mathrm{v}_{\text{кв}} = 1910$ м/с, $\mu = 1{,}98 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Пример 7. Какая часть молекул азота (N_2) $\Delta N/N$ при температуре $t = 150\,°C$ обладает скоростями от $v_1 = 300\,м/с$ до $v_2 = 305\,м/с$.

Дано:

$t = 150\,°C; \quad T = 423\ К$

$v_1 = 300\,м/с$

$v_2 = 305\,м/с$

$\mu = 28\cdot10^{-3}\,кг/моль\,(N_2)$

$\Delta N/N - ?$

Решение

Наиболее вероятная скорость молекул азота при температуре 423 К

$$v_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}},$$

где R – универсальная газовая постоянная; μ – молярная масса; T – термодинамическая температура.

Произведём вычисления

$$v_в = \sqrt{\frac{2\cdot 8{,}31\cdot 423}{28\cdot10^{-3}}} = 501\,м/с.$$

Относительные скорости молекул азота для заданных скоростей:

$$u_1 = \frac{v_1}{v_в} = \frac{300}{501} = 0{,}599, \qquad u_2 = \frac{v_2}{v_в} = \frac{305}{501} = 0{,}609,$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = 0{,}609 - 0{,}599 = 0{,}0100.$$

Ширина относительного интервала скорости составляет

$$\frac{\Delta u}{u_1} = \frac{0{,}0100}{0{,}599} = 1{,}67\cdot10^{-2} = 1{,}67\ \% < 2\ \%.$$

Так как эта величина меньше 2 %, то воспользуемся следующей формулой для вычисления относительного числа молекул

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}}u^2\exp\left(-u^2\right)\Delta u.$$

Произведём вычисления

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{3{,}14}}\cdot 0{,}599^2\cdot\exp\left(-0{,}599^2\right)\cdot 0{,}0100 = 5{,}66\cdot10^{-3}.$$

Ответ: $\dfrac{\Delta N}{N} = 5{,}66\cdot10^{-3}$.

<u>Пример 8.</u> В баллоне находится $m = 2{,}50$ г кислорода (O_2). Найти число молекул кислорода N_x, скорости которых превышают значение средней квадратичной скорости $v_{кв}$.

Дано:

$m = 2{,}50\text{ г} = 2{,}50 \cdot 10^{-3}$ кг

$\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (O_2)

$N_x - ?$

Решение

Наиболее вероятная и средняя квадратичная скорости молекул кислорода при температуре T равны соответственно:

$$v_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} \quad \text{и} \quad v_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

где R – универсальная газовая постоянная; μ – молярная масса.

Значение относительной скорости

$$u = \frac{v_{кв}}{v_в} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}22.$$

По графику (рис. 1) находим

$$\frac{N_x}{N} = 0{,}39.$$

Общее число молекул в баллоне

$$N = \frac{m}{\mu} N_A,$$

где m – масса тела; N_A – число Авогадро.

Окончательно: число молекул, скорость которых превышает среднюю квадратичную,

$$N_x = 0{,}39N = 0{,}39\frac{m}{\mu}N_A.$$

Произведём вычисления

$$N_x = \frac{0{,}39 \cdot 2{,}50 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{32 \cdot 10^{-3}} = 1{,}83 \cdot 10^{22}.$$

Ответ: $N_x = 1{,}83 \cdot 10^{22}$.

Пример 9. Вычислить удельную теплоёмкость при постоянном объёме $c_{\text{уд}V}$ и при постоянном давлении $c_{\text{уд}p}$ неона (Ne) и водорода (H_2), принимая эти газы за идеальные.

Дано:

$\mu_1 = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (Ne)

$i_1 = 3$

$\mu_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (H_2)

$i_2 = 5$

$c_{\text{уд}V1}$ – ?

$c_{\text{уд}p1}$ – ?

$c_{\text{уд}V2}$ – ?

$c_{\text{уд}p2}$ – ?

Решение

Удельные теплоёмкости идеальных газов выражаются формулами:

$$c_{\text{уд}V} = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu}, \qquad (9.1)$$

$$c_{\text{уд}p} = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu}, \qquad (9.2)$$

где i – число степеней свободы молекулы газа; μ – молярная масса.

Произведём вычисления:

Для неона

$$c_{\text{уд}V1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8{,}31}{20 \cdot 10^{-3}} = 624 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

$$c_{\text{уд}p1} = \frac{3+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{20 \cdot 10^{-3}} = 1{,}04 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 1{,}04 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Для водорода

$$c_{\text{уд}V2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{8{,}31}{2 \cdot 10^{-3}} = 10{,}4 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 10{,}4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

$$c_{\text{уд}p2} = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{8{,}31}{2 \cdot 10^{-3}} = 14{,}6 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 14{,}6 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Ответ: $c_{\text{уд}V1} = 624 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $c_{\text{уд}p1} = 1{,}04 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $c_{\text{уд}V2} = 10{,}4 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $c_{\text{уд}p2} = 14{,}6 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

Пример 10. Вычислить удельные теплоёмкости при постоянном объёме $c_{удV}$ и при постоянном давлении $c_{удp}$ смеси неона (Ne) и водорода (H_2), если массовые доли неона и водорода составляют $w_1 = 80\ \%$ и $w_2 = 20\ \%$. Значения удельных теплоёмкостей взять из примера 9.

Дано:	**Решение**
Ne $w_1 = 80\ \% = 0{,}8$ H_2 $w_2 = 20\ \% = 0{,}2$	Удельную теплоёмкость $c_{удV}$ смеси при постоянном объёме найдем следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT, выразим двумя способами:
$c_{удV}$ – ? $c_{удp}$ – ?	$$Q = c_{удV}(m_1+m_2)\Delta T; \qquad (10.1)$$ $$Q = Q_1 + Q_2 = c_{удV1}\, m_1 \Delta T + c_{удV2}\, m_2 \Delta T, \qquad (10.2)$$

где $c_{удV1}$ – удельная теплоёмкость неона; $c_{удV2}$ – удельная теплоёмкость водорода.

Приравняв правые части выражений (10.1) и (10.2) и разделив обе части полученного равенства на ΔT, получим

$$c_{удV}(m_1+m_2) = c_{удV1} m_1 + c_{удV2} m_2,$$

откуда

$$c_{удV} = c_{удV1} \frac{m_1}{m_1+m_2} + c_{удV2} \frac{m_2}{m_1+m_2}, \qquad (10.3)$$

или

$$c_{удV} = c_{удV1} w_1 + c_{удV2} w_2, \qquad (10.4)$$

где w_1 и w_2 – массовые доли, $w_1 = \dfrac{m_1}{m_1+m_2}$ и $w_2 = \dfrac{m_2}{m_1+m_2}$.

Рассуждая так же, получим формулу для вычисления удельной теплоёмкости смеси при постоянном давлении

$$c_{удp} = c_{удp1}\, w_1 + c_{удp2}\, w_2. \qquad (10.5)$$

Произведём вычисления по формулам (10.4) и (10.5):

$$c_{удV} = \left(6{,}24 \cdot 10^2 \cdot 0{,}8 + 1{,}04 \cdot 10^4 \cdot 0{,}2\right) = 2{,}58 \cdot 10^3\ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 2{,}58\ \text{кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}),$$

$$c_{удp} = \left(1{,}04 \cdot 10^3 \cdot 0{,}8 + 1{,}46 \cdot 10^4 \cdot 0{,}2\right) = 3{,}75 \cdot 10^3\ \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) = 3{,}75\ \text{кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К}).$$

Ответ: $c_{удV} = 2{,}58\ \text{кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$, $c_{удp} = 3{,}75\ \text{кДж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.

<u>Пример 11.</u> Кислород (O_2) массой $m = 2{,}00$ кг занимает объём $V_1 = 1{,}00$ м^3 и находится под давлением $p_1 = 200$ кПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объёма $V_2 = 3{,}00$ м^3, а затем при постоянном объёме до давления $p_3 = 500$ кПа. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

Дано:

$m = 2{,}00$ кг

$\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $\quad (O_2)$

$V_1 = 1{,}00$ м^3

$p_1 = 200$ кПа $= 200 \cdot 10^3$ Па

$V_2 = 3{,}00$ м^3

$p_2 = p_1$

$V_3 = V_2$

$p_3 = 500$ кПа $= 500 \cdot 10^3$ Па

ΔU – ?

A – ?

Q – ?

Решение

Графическое изображение процессов показано на рис. 2.

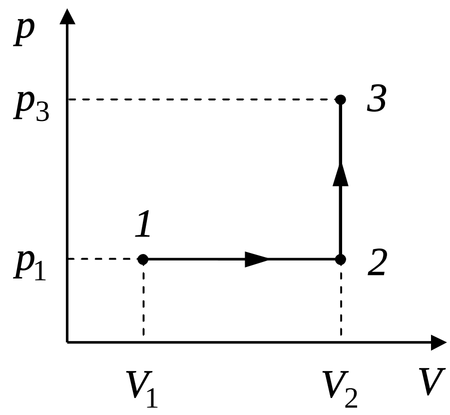


Рис. 2

Изменение внутренней энергии идеального газа

$$\Delta U = C_{\mu V} \frac{m}{\mu}(T_3 - T_1) = \frac{i}{2} R \frac{m}{\mu}(T_3 - T_1), \qquad (11.1)$$

где i – сумма числа степеней свободы поступательного и вращательного движения молекул газа (для двухатомных молекул кислорода $i = 5$); T_3, T_1 – температуры газа в конечном (третьем) и начальном состояниях.

Температуры газа в характерных точках процесса найдем из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$pV = \frac{m}{\mu} RT$$

Произведём вычисления:

$$T_1 = \frac{p_1 V_1 \mu}{mR} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 1{,}00 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2{,}00 \cdot 8{,}31} = 385 \text{ К},$$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2 \mu}{mR} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 3{,}00 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2{,}00 \cdot 8{,}31} = 1155 \text{ К},$$

$$T_3 = \frac{p_3 V_3 \mu}{m R} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 3{,}00 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2{,}00 \cdot 8{,}31} = 2887 \text{ К}.$$

Рассчитаем изменение внутренней энергии по формуле (11.1)

$$\Delta U = \frac{i}{2} R \frac{m}{\mu}(T_3 - T_1) = \frac{5}{2} \frac{8{,}31 \cdot 2{,}00 \cdot (2887 - 385)}{32 \cdot 10^{-3}} = 3249 \cdot 10^3 \approx 3{,}25 \text{ МДж}.$$

Работа, совершаемая газом,

$$A = A_{1-2} + A_{2-3} = A_{1-2},$$

так как работа расширения газа в изохорном процессе $A_{2-3} = 0$.

Работа изобарного расширения

$$A_{1-2} = p_1(V_2 - V_1).$$

Произведём вычисления:

$$A_{1-2} = 200 \cdot 10^3 \cdot (3{,}00 - 1{,}00) = 400 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 400 \text{ кДж},$$

$$A = A_{1-2} = 400 \text{ кДж}.$$

Согласно первому началу термодинамики, теплота Q, переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии ΔU и работы A:

$$Q = \Delta U + A.$$

Произведём вычисления

$$Q = (3249 + 400) \cdot 10^3 = 3649 \cdot 10^3 \text{ Дж} \approx 3{,}65 \text{ МДж}.$$

Ответ: $\Delta U = 3{,}25$ МДж, $A = 400$ кДж, $Q = 3{,}65$ МДж.

<u>Пример 12.</u> В цилиндре под поршнем находится водород (H_2) массой $m = 20{,}0$ г при температуре $T_1 = 300$ К. Водород сначала расширился адиабатно, увеличив свой объём в $n_1 = 5$ раз, а затем был сжат изотермически, причем объём газа уменьшился в $n_2 = 5$ раз. Найти температуру в конце адиабатного расширения и работу, совершенную газом при этих процессах. Изобразить процесс графически.

Дано:

$m = 20{,}0 \text{ г} = 20{,}0 \cdot 10^{-3}$ кг

$T_1 = 300$ К

$n_1 = V_2/V_1 = 5$

$n_2 = V_2/V_3 = 5$

$T_3 = T_1$

$\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (H_2)

T_2 – ?

A_{1-2} – ?

A_{2-3} – ?

Решение

Графическое изображение процессов дано на рис. 3.

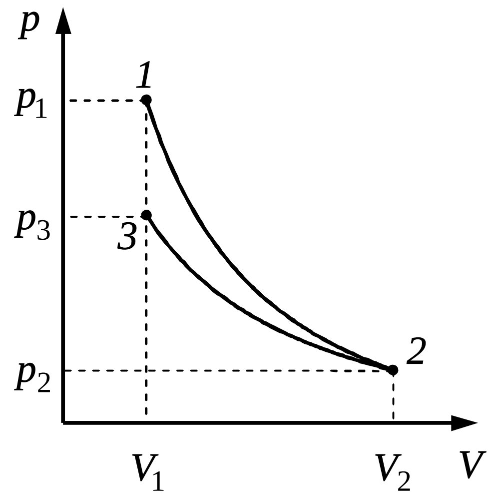


Рис. 3

Температуры и объёмы газа, совершающего адиабатный процесс, связаны между собой соотношением

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{n_1^{\gamma-1}}, \tag{12.1}$$

где γ – коэффициент Пуассона (показатель адиабаты)

$$\gamma = \frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} = \frac{i+2}{i}.$$

Для двухатомной молекулы водорода $i = 5$, поэтому $\gamma = 1{,}4$.

Из соотношения (12.1) получаем следующее выражение для конечной температуры:

$$T_2 = \frac{T_1}{n_1^{\gamma-1}}.$$

Работа A_{1-2} газа при адиабатном расширении может быть определена по формуле

$$A_{1-2} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R (T_1 - T_2),$$

где $C_{\mu V}$ – молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме.

Работа A_{2-3} газа при изотермическом процессе может быть выражена в виде

$$A_{2-3} = \frac{m}{\mu} R T_2 \ln \frac{V_3}{V_2} = \frac{m}{\mu} R T_2 \ln \frac{1}{n_2}.$$

Произведём вычисления:

$$T_2 = \frac{300}{5^{1,4-1}} = \frac{300}{5^{0,4}} = 157 \text{ К},$$

$$A_{1-2} = \frac{20,0 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 8,31}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 2} (300 - 157) = 29,8 \cdot 10^{-3} \text{ Дж},$$

$$A_{2-3} = \frac{20,0 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} 8,31 \cdot 157 \cdot \ln \frac{1}{5} = -21 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Отрицательное значение работы A_{2-3} означает, что при сжатии работа совершается над газом внешними силами.

Ответ: $T_2 = 157$ К, $A_{1-2} = 29,8 \cdot 10^{-3}$ Дж, $A_{2-3} = -21 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Пример 13. Тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя $T_{н} = 500$ К. Определить термический КПД цикла и температуру $T_{х}$ холодильника тепловой машины, если за счет каждого килоджоуля теплоты, полученной от нагревателя, машина совершает работу $A_{ц} = 350$ Дж.

Дано:	Решение
$T_{н} = 500$ К $A_{ц} = 350$ Дж $Q_{н} = 1000$ Дж	Термический КПД тепловой машины показывает, какая доля теплоты, полученной от нагревателя, превращается в механическую работу. Термический КПД выражается формулой
η – ? $T_{х}$ – ?	$$\eta = \frac{A_{ц}}{Q_{н}},$$

где $Q_{н}$ – теплота, полученная от нагревателя; $A_{ц}$ – работа, совершенная рабочим телом тепловой машины.

Зная КПД цикла, можно по формуле $\eta = (T_{н} - T_{х})/T_{н}$ определить температуру холодильника

$$T_{х} = T_{н}(1 - \eta).$$

Произведём вычисления:

$$\eta = \frac{350}{1000} = 0{,}350 = 35{,}0\ \%,$$

$$T_{х} = 500(1 - 0{,}350) = 325\ К.$$

Ответ: $\eta = 35{,}0\ \%$, $T_{х} = 325$ К.

<u>Пример14.</u> Идеальный газ, совершающий цикл Карно, 70 % количества теплоты $Q_н$, полученной от нагревателя, отдает холодильнику. Количество теплоты, полученное от нагревателя равно 5,00 кДж. Определить термический КПД цикла η, работу, совершаемую в цикле $A_ц$.

Дано:

$|Q_х| = 0{,}700 Q_н$

$Q_н = 5{,}00$ кДж $= 5{,}00 \cdot 10^3$ Дж

η – ?

$A_ц$ – ?

Решение

Термический КПД цикла можно выразить через теплоты $Q_н$ и $Q_х$:

$$\eta = \frac{Q_н - |Q_х|}{Q_н} = 1 - \frac{|Q_х|}{Q_н} = 1 - \frac{0{,}700\,Q_н}{Q_н} = 0{,}300$$

С другой стороны, КПД цикла можно выразить через работу $A_ц$, совершаемую рабочим телом за цикл,

$$\eta = \frac{A_ц}{Q_н}.$$

Отсюда

$$A_ц = \eta\, Q_н = 0{,}300 \cdot 5{,}00 \cdot 10^3 = 1{,}5 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 1{,}5 \text{ кДж}.$$

Ответ: $\eta = 0{,}300$, $A_ц = 1{,}5$ кДж.

Пример15. Гелий (He) массой $m = 10{,}0$ г в качестве рабочего тела используется в прямом цикле, состоящем из двух изобар, адиабаты и изохоры. В начальном состоянии гелий занимает объём $V_1 = 12{,}5$ л при давлении $p_1 = 500$ кПа. При изобарном нагревании объём газа увеличивается в 2 раза, а затем газ адиабатно расширяется, в результате чего его температура уменьшается на $\Delta T = 100$ К. Затем газ изобарно охлаждают до первоначального объёма и изохорно повышают давление до первоначального значения. Изобразить цикл в pV–координатах. Определить температуры характерных точек цикла, КПД цикла η и изменение энтропии на участке изохорного нагревания.

Дано:

$m = 10{,}0 \text{ г} = 10{,}0 \cdot 10^{-3}$ кг

$\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (He)

$V_1 = 12{,}5 \text{ л} = 12{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$

$p_1 = 500 \text{ кПа} = 500 \cdot 10^3$ Па

$V_2 = 2V_1$

$\Delta T_{2-3} = 100$ К

$p_4 = p_3$

$V_4 = V_1$

T_1 – ?

T_2 – ?

T_3 – ?

T_4 – ?

η – ?

ΔS_{4-1} – ?

Решение

Графическое изображение цикла дано на рис. 4.

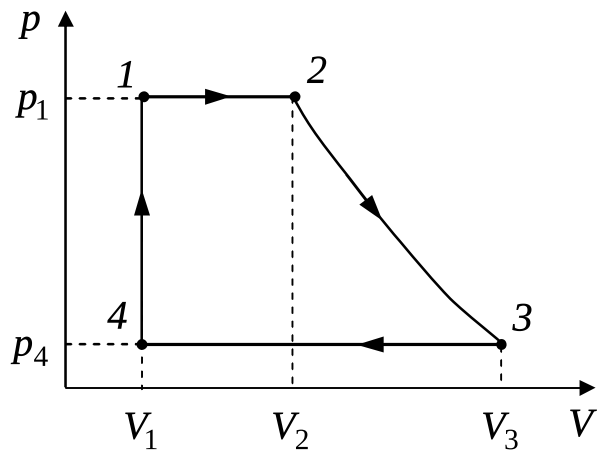


Рис. 4

Одноатомный газ гелий имеет три степени свободы $i = 3$.

Найдем изохорную и изобарную молярные теплоёмкости гелия:

$$C_{\mu V} = \frac{i}{2}R = \frac{3}{2}8{,}31 = 12{,}5 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)},$$

$$C_{\mu p} = \frac{i+2}{2}R = \frac{3+2}{2}8{,}31 = 20{,}8 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$$

Коэффициент Пуассона (показатель адиабаты)

$$\gamma = \frac{C_{\mu p}}{C_{\mu V}} = \frac{i+2}{i} = \frac{3+2}{3} = 1{,}67.$$

Количество вещества в рабочем теле

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{10{,}0 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} = 2{,}50 \text{ моль}.$$

Температуры газа в начальном состоянии найдем из уравнения Клапейрона–Менделеева

$$p_1 V_1 = \nu R T_1.$$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} = \frac{500 \cdot 10^3 \cdot 12{,}5 \cdot 10^{-3}}{2{,}50 \cdot 8{,}31} = 301 \text{ К}.$$

Температуры и объёмы в изобарном процессе *1–2* связаны следующим соотношением:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2},$$

откуда и находим температуру T_2

$$T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} = 301 \cdot 2 = 602 \text{ К}.$$

Температура T_3 в точке *3*

$$T_3 = T_2 - \Delta T_{2-3} = 602 - 100 = 502 \text{ К}.$$

Температуры и давления в адиабатном процессе *2–3* связаны следующим соотношением:

$$T_2^{\gamma} p_2^{1-\gamma} = T_3^{\gamma} p_3^{1-\gamma}.$$

Давление p_3 в точке *3*

$$p_3 = p_2 \left(\frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 500 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{602}{502} \right)^{\frac{1{,}67}{1-1{,}67}} = 318 \cdot 10^3 \text{ Па} = 318 \text{ кПа}.$$

Давление p_4 и объём V_4 в точке *4*

$$p_4 = p_3 = 318 \text{ кПа}, \qquad V_4 = V_1 = 12{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Температуры газа в точке *4* найдем из уравнения Клайперона–Менделеева

$$p_4 V_4 = \nu R T_4,$$

$$T_4 = \frac{p_4 V_4}{\nu R} = \frac{318 \cdot 10^3 \cdot 12{,}5 \cdot 10^{-3}}{2{,}50 \cdot 8{,}31} = 191 \text{ К}.$$

КПД цикла

$$\eta = 1 - \frac{|Q_х|}{Q_н},$$

где $Q_х$ – теплота, отданная рабочим телом холодильнику; $Q_н$ – теплота, переданная от нагревателя рабочему телу.

Теплота Q_{1-2} в изобарном процессе *1–2*

$$Q_{1-2} = \nu C_{\mu p}(T_2 - T_1) = 2{,}50 \cdot 20{,}8 \cdot (602 - 301) = 15{,}6 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 15{,}6 \text{ кДж}.$$

Теплота в адиабатном процессе *2–3* $Q_{2-3} = 0$.

Теплота Q_{3-4} в изобарном процессе *3–4*

$$Q_{3-4} = \nu C_{\mu p}(T_4 - T_3) = 2{,}50 \cdot 20{,}8 \cdot (191 - 502) = -16{,}2 \cdot 10^3 \text{ Дж} = -16{,}2 \text{ кДж}.$$

Теплота Q_{4-1} в изохорном процессе *4–1*

$$Q_{4-1} = \nu C_{\mu V}(T_1 - T_4) = 2{,}50 \cdot 12{,}5 \cdot (301 - 191) = 3{,}44 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 3{,}44 \text{ кДж}.$$

Если теплота положительная, то она передается от нагревателя рабочему телу, следовательно

$$Q_н = Q_{1-2} + Q_{4-1} = (15{,}6 + 3{,}44) \cdot 10^3 = 19{,}0 \cdot 10^3 \text{ Дж} = 19{,}0 \text{ кДж}.$$

Если теплота отрицательная, то она передается от рабочего тела холодильнику, следовательно,

$$Q_х = Q_{3-4} = -16{,}2 \text{ кДж}.$$

На рис. 5 показано, в каких процессах осуществляется подвод от нагревателя и отвод теплоты к холодильнику.

КПД цикла

$$\eta = 1 - \frac{|-16{,}2|}{19{,}0} = 0{,}147 = 14{,}7\ \%.$$

Изменение энтропии ΔS_{4-1} при изохорном нагревании

$$\Delta S_{4-1} = S_1 - S_4 = \nu C_{\mu V} \ln\frac{T_1}{T_4} = 2{,}50 \cdot 12{,}5 \cdot \ln\frac{301}{191} = 14{,}2 \text{ Дж/К}.$$

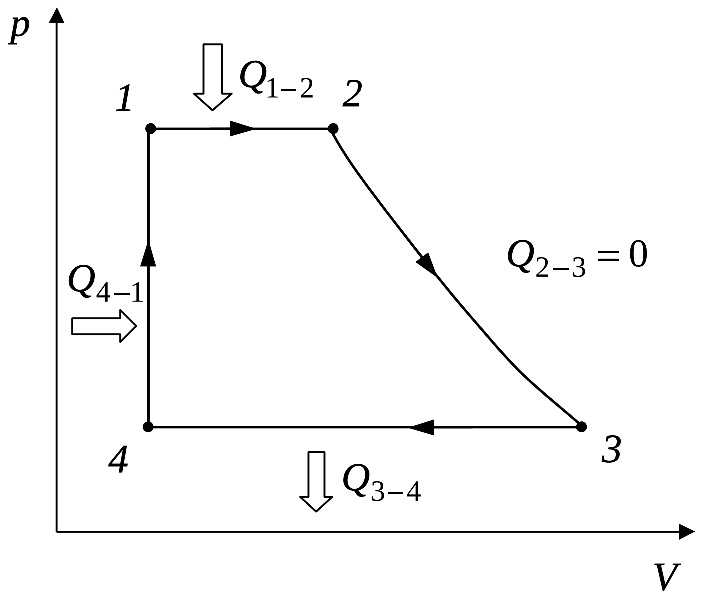


Рис. 5

Ответ: $T_1 = 301$ К, $T_2 = 602$ К, $T_3 = 502$ К, $T_4 = 191$ К, $\eta = 14{,}7$ %, $\Delta S_{4-1} = 14{,}2$ Дж/К.

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 5

Вариант контрольной работы выбирается из таблицы по двум последним цифрам номера зачётной книжки (шифра).

Номер варианта		Порядковый номер задачи							
Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра	1	2	3	4	5	6	7	8
0, 1, 2, 3	1	501	512	523	534	545	556	567	578
	2	502	513	524	535	546	557	568	579
	3	503	514	525	536	547	558	569	580
	4	504	515	526	537	548	559	570	571
	5	505	516	527	538	549	560	561	572
	6	506	517	528	539	550	551	562	573
	7	507	518	529	540	541	552	563	574
	8	508	519	530	531	542	553	564	575
	9	509	520	521	532	543	554	565	576
	0	510	511	522	533	544	555	566	577
4, 5, 6	1	501	513	525	537	549	551	563	575
	2	502	514	526	538	550	552	564	576
	3	503	515	527	539	541	553	565	577
	4	504	516	528	540	542	554	566	578
	5	505	517	529	531	543	555	567	579
	6	506	518	530	532	544	556	568	580
	7	507	519	521	533	545	557	569	571
	8	508	520	522	534	546	558	570	572
	9	509	511	523	535	547	559	561	573
	0	510	512	524	536	548	560	562	574
7, 8, 9	1	501	514	527	540	543	556	569	572
	2	502	515	528	531	544	557	570	573
	3	503	516	529	532	545	558	561	574
	4	504	517	530	533	546	559	562	575
	5	505	518	521	534	547	560	563	576
	6	506	519	522	535	548	551	564	577
	7	507	520	523	536	549	552	565	578
	8	508	511	524	537	550	553	566	579
	9	509	512	525	538	541	554	567	580
	0	510	513	526	539	542	555	568	571

ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 5

501. Микроскопическая пылинка углерода (C) обладает массой $m = 0{,}100$ нг. Определить количество вещества ν и число атомов N в пылинке.

502. Сколько атомов N ртути (Hg) содержится в воздухе объёмом $V = 1{,}30$ м^3 в помещении, зараженном ртутью, при температуре $t = 20$ °C, если давление насыщенного пара ртути при этой температуре $p = 0{,}133$ Па?

503. Какова длина ребра куба a, содержащего $N = 1{,}00 \cdot 10^6$ молекул идеального газа при нормальных условиях?

504. В сосуде объёмом $V = 1{,}00$ дм^3 содержится некоторый газ при температуре $t = 17$ °C. Найти приращение давления газа Δp, если вследствие утечки газа из него выйдет $\Delta N = 1{,}00 \cdot 10^{21}$ молекул.

505. Вода при температуре $t = 4$°C занимает объём $V = 10{,}0$ см^3. Определить количество вещества ν и число N молекул воды (H_2O).

506. Определить концентрацию n молекул идеального газа, находящегося в сосуде объёмом $V = 5{,}00$ л. Количество вещества $\nu = 0{,}500$ моль.

507. Сколько атомов N содержится в натрии (Na): 1) количество вещества $\nu = 1{,}00$ моль; 2) масса $m = 3{,}00$ г?

508. Найти молярную массу μ и массу m_0 одной молекулы поваренной соли (NaCl).

509. В баллоне объёмом $V = 5{,}00$ л содержится аргон (Ar) массой $m = 20{,}0$ г. Определить концентрацию n молекул газа.

510. Сколько молекул воды (H_2O) содержится в стакане вместимостью 0,250 л при температуре 4°C.

511. Баллон вместимостью $V = 20{,}0$ л заполнен азотом (N_2) при температуре $T = 600$ К. Когда часть газа была израсходована, давление в баллоне понизилось на $\Delta p = 150$ кПа. Определить массу Δm израсходованного газа. Процесс считать изотермическим.

512. В одном баллоне вместимостью $V_1 = 15{,}0$ дм^3 находится газ под давлением $p_1 = 200$ кПа, а в другом – тот же газ под давлением $p_2 = 1{,}00$ МПа. Баллоны, температура которых одинакова, соединены трубкой с краном. Если открыть кран, то в обоих баллонах устанавливается давление $p = 400$ кПа. Какова вместимость V_2 второго баллона?

513. Плотность газа при давлении $p = 200$ кПа и температуре $t = 7$ °C $\rho = 2{,}41$ кг/м^3. Какова масса μ одного моля этого газа?

514. Газ находится при температуре $t_1 = 20$ °C и давлении $p_1 = 500$ кПа. Какое давление p_2 потребуется для того, чтобы увеличить плотность газа в 2 раза, если температура его будет доведена до $t_2 = 80$ °C?

515. Определить массу одного моля смеси, состоящей из кислорода (O_2) массой $m_1 = 8{,}00$ г и углекислого газа (CO_2) массой $m_2 = 22{,}0$ г.

516. Найти объём смеси, состоящей из азота (N_2) массой $m_1 = 2{,}80$ кг и кислорода (O_2) массой $m_2 = 3{,}20$ кг и имеющей температуру $t = 17$ °C и давление $p = 400$ кПа.

517. Определить плотность смеси ρ, состоящей из гелия (He) массой $m_1 = 8{,}00$ г и аргона (Ar) массой $m_2 = 4{,}00$ г, при температуре $t = 17$ °C и давлении $p = 100$ кПа.

518. В баллоне вместимостью $V = 20{,}0$ л находится аргон (Ar) под давлением $p_1 = 800$ кПа и при температуре $T_1 = 300$ К. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до $p_2 = 400$ кПа, а температура установилась $T_2 = 250$ К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

519. Определить молярную массу μ газа, если при температуре $T = 309$ К и давлении $p = 560$ кПа он имеет плотность $\rho = 6{,}10$ кг/м^3.

520. Определить плотность ρ водяного пара (H_2O), находящегося под давлением $p = 5{,}00$ кПа и имеющего температуру $T = 350$ К.

521. Определить внутреннюю энергию U кислорода (O_2), а также среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon\rangle$ молекулы этого газа при температуре $T = 600$ К, если количество вещества ν этого газа равно 0,500 моль.

522. Определить суммарную кинетическую энергию $W_к$ поступательного движения всех молекул газа, находящегося в сосуде объёмом $V = 10{,}0$ л под давлением $p = 600$ кПа.

523. Определить суммарную кинетическую энергию $W_к$ поступательного движения всех молекул газа, находящегося при температуре $T = 200$ К. Количество вещества $\nu = 2{,}00$ моль.

524. Молярная внутренняя энергия U_μ некоторого двухатомного газа равна 12,04 кДж. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle\varepsilon_{вр}\rangle$ вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

525. Молярная внутренняя энергия U_μ некоторого трехатомного газа равна 10,5 кДж. Определить среднюю кинетическую энергию $\left\langle \varepsilon_{\text{вр}} \right\rangle$ вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

526. При какой температуре T средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы газа $\left\langle \varepsilon_{\text{пост}} \right\rangle = 8{,}28 \cdot 10^{-21}$ Дж?

527. Полная кинетическая энергия молекул многоатомного газа, масса которого $m = 20{,}0$ г, $W_{\text{к}} = 3{,}20$ кДж. Найти среднюю квадратическую скорость молекул этого газа $v_{\text{кв}}$.

528. Какова средняя квадратическая $v_{\text{кв}}$ и средняя арифметическая скорость $\langle v \rangle$ пылинки, находящейся в воздухе во взвешенном состоянии при температуре $t = 17$ °C, если масса ее $m = 0{,}100$ нг?

529. При какой температуре T_1 молекулы аргона (Ar) имеют такую же среднюю квадратическую скорость, как молекулы гелия (He) при $T_2 = 100$ К?

530. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon \rangle$ одной молекулы водяного пара (H_2O) при $T = 400$ К и среднюю кинетическую энергию вращательного движения $\left\langle \varepsilon_{\text{вр}} \right\rangle$.

531. Какая часть молекул $\Delta N / N$ кислорода (O_2) обладает скоростями, отличающимися от наиболее вероятной скорости не больше, чем на $\Delta v = 10{,}0$ м/с, при температурах $t_1 = 0$ °C и $t_2 = 300$ °C?

532. Определить отношение числа молекул $\Delta N_1 / \Delta N_2$ водорода (H_2), обладающих скоростями в диапазоне от 2,00 до 2,01 км/с, к числу молекул, обладающих скоростями в диапазоне от 1,00 до 1,01 км/с, если температура водорода $t = 0$ °C.

533. Определить какая часть молекул $\Delta N / N$ азота (N_2), обладает скоростями в диапазоне от $v_1 = 500$ м/с до $v_2 = 505$ м/с при температурах $T_1 = 500$ К и $T_2 = 1000$ К.

534. Используя рисунок приложения, определить какая часть молекул $\Delta N / N$ азота (N_2) при температуре $t = 150$ °C имеет скорости, лежащие в интервале от $v_1 = 300$ м/с до $v_2 = 800$ м/с?

535. В сосуде находится $m = 8{,}00$ г кислорода (O_2) при температуре $T = 1600$ К. Какое число молекул кислорода ΔN имеет скорость поступательного движения, превышающую скорость звука $v_{\text{зв}} = 340$ м/с?

536. Определить высоту горы h, если давление на ее вершине равно половине давления на уровне моря $p = p_0/2$. Температуру считать всюду одинаковой $t = 0$ °C.

537. На поверхности Земли барометр показывает $p_0 = 101$ кПа. Каково будет показание барометра p при подъеме его на Останкинскую телевизионную башню, высота которой $h = 540$ м? Температуру считать всюду одинаковой $t = 17$ °C.

538. Каковы давление p и концентрация n молекул воздуха на высоте 2,00 км над уровнем моря? Давление на уровне моря 101 кПа, а температура $t = 10$ °C. Изменением температуры с высотой пренебречь.

539. На какой высоте h давление воздуха составляет 75 % от давления на уровне моря? Температуру воздуха считать постоянной $t = 0$ °C.

540. Определить отношение давления воздуха на высоте 1,00 км к давлению на дне шахты глубиной 1,00 км. Воздух у поверхности Земли находится при нормальных условиях, а его температура не зависит от высоты.

541. Удельная теплоёмкость при постоянном давлении некоторого газа $c_{\text{уд}p} = 970$ Дж/(кг · К), молярная масса его $\mu = 30{,}0$ г/моль. Определить, каким числом степеней свободы обладают молекулы этого газа.

542. Вычислить удельные теплоёмкости при постоянном давлении $c_{\text{уд}p}$ и постоянном объёме $c_{\text{уд}V}$ газа, зная, что его молярная масса $\mu = 40{,}0$ г/моль, а отношение теплоемкостей $c_{\text{уд}p}/c_{\text{уд}V} = 1{,}67$.

543. Плотность некоторого газа при нормальных условиях $\rho = 1{,}25$ кг/м^3. Коэффициент Пуассона $\gamma = 1{,}40$. Определить удельные теплоёмкости $c_{\text{уд}p}$ и $c_{\text{уд}V}$ этого газа.

544. Определить коэффициент Пуассона γ для газовой смеси, состоящей из водорода (H_2) массой $m_1 = 4{,}00$ г и углекислого газа (CO_2) массой $m_2 = 22{,}0$ г.

545. Коэффициент Пуассона смеси $\gamma = 1{,}35$. Смесь состоит из нескольких ν_1 молей азота (N_2) и $\nu_2 = 5{,}00$ моль аммиака (NH_3). Определить ν_1 – число молей азота в смеси.

546. Найти удельные теплоёмкости $c_{\text{уд}p}$ и $c_{\text{уд}V}$ и молярные $C_{\mu p}$ и $C_{\mu V}$ теплоёмкости кислорода (O_2).

547. Трехатомный газ под давлением $p = 240$ кПа при температуре $t = 50$ °C занимает объём $V = 15{,}0$ л. Определить теплоёмкость всей массы этого газа при постоянном давлении.

548. Одноатомный газ при нормальных условиях занимает объём $V = 10{,}0$ л. Вычислить теплоёмкость C_V всей массы газа при постоянном объёме.

549. Определить молярную массу μ двухатомного газа и его удельные теплоёмкости, если известно, что разность удельных теплоёмкостей этого газа $c_{\text{уд}p} - c_{\text{уд}V} = 260$ Дж/(кг·К).

550. Найти удельные $c_{\text{уд}p}$ и $c_{\text{уд}V}$, а также молярные $C_{\mu p}$ и $C_{\mu V}$ теплоёмкости азота (N_2).

551. Азот (N_2) массой $m = 5{,}00$ кг, нагретый на $\Delta T = 250$ К, сохранил неизменный объём V. Найти: 1) количество теплоты Q, сообщенное газу; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) совершенную газом работу A.

552. Водород (H_2) занимает объём $V_1 = 10{,}0$ м^3 при давлении $p_1 = 100$ кПа. Газ нагрели при постоянном объёме до давления $p_2 = 300$ кПа. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную газом работу A; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

553. Баллон объёмом $V = 20{,}0$ л содержит водород (H_2) при температуре $T_1 = 300$ К под давлением $p_1 = 400$ кПа. Каковы будут температура T_2 и давление p_2, если газу сообщить количество теплоты $Q = 6{,}00$ кДж?

554. Кислород (O_2) при неизменном давлении $p = 80{,}0$ кПа нагревается. Его объём увеличивается от $V_1 = 1{,}00$ м^3 до $V_2 = 3{,}00$ м^3. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии кислорода; 2) работу A, совершаемую им при расширении; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

555. На нагревание кислорода (O_2) массой $m = 160$ г на $\Delta T = 12{,}0$ К было затрачено количество теплоты $Q = 1{,}76$ кДж. Как протекал процесс: при постоянном объёме или при постоянном давлении?

556. Азот (N_2) массой $m = 200$ г расширяется изотермически при температуре $T = 280$ К, причем объём газа увеличивается в два раза. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную при расширении газа работу A; 3) количество теплоты Q, полученное газом.

557. При адиабатном сжатии кислорода (O_2) массой $m = 1{,}00$ кг совершена работа $A = 100$ кДж. Определить конечную температуру T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре $T_1 = 300$ К.

558. Водород (H_2) при нормальных условиях имел объём $V_1 = 100\ м^3$. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа при его адиабатном расширении до объёма $V_2 = 150\ м^3$.

559. Гелий (He), находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от объёма $V_1 = 10{,}0$ л до $V_2 = 20{,}0$ л. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) работу A, совершённую газом при расширении; 3) количество теплоты Q, полученное газом.

560. Азот (N_2), находящийся при температуре $T_1 = 400$ К, подвергли адиабатному расширению, в результате которого его объём увеличился в $n = 5$ раз, а внутренняя энергия уменьшилась на $\Delta U = 4{,}00$ кДж. Определить массу азота m и конечную температуру T_2.

561. Тепловую машину, работающую по циклу Карно с КПД $\eta = 20{,}0$ %, используют при тех же условиях как холодильную машину. Найти ее холодильный коэффициент ε.

562. Какую работу $A_ц$ совершают внешние силы в идеальной холодильной машине, работающей по обратному циклу Карно, чтобы отнять у холодильника, температура которого $t_х = -10$ °C, $Q_х = 100$ кДж теплоты. Температура окружающей среды $t_н = 10$ °C.

563. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, имеет температуру нагревателя $t_н = 227$ °C, а температуру холодильника $t_х = 127$ °C. Во сколько раз нужно увеличить температуру нагревателя, чтобы КПД η машины увеличился в 3 раза.

564. Двухатомный газ совершает цикл Карно. Определить КПД η цикла, если известно, что на каждый моль этого газа при его адиабатном сжатии затрачивается работа 2,00 кДж. Температура нагревателя $t_н = 127$ °C.

565. Газ, совершающий цикл Карно, КПД η которого 25 %, при изотермическом расширении производит работу 240 Дж. Какова работа, совершаемая газом при изотермическом сжатии?

566. Идеальный газ совершая цикл Карно, 2/3 количества теплоты $Q_н$, полученной от нагревателя, отдает охладителю. Температура охладителя $T_х = 280$ К. Определить температуру $T_н$ нагревателя.

567. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура $T_н$ нагревателя равна 470 К, температура $T_х$ охладителя равна 280 К. При изотермическом расширении газ совершает работу $A = 100$ Дж. Определить термический КПД η цикла, а также количество теплоты $Q_х$, которое газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

568. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получив от нагревателя количество теплоты $Q_н = 4{,}20$ кДж, совершил работу $A_ц = 590$ Дж. Найти термический КПД η этого цикла. Во сколько раз температура $T_н$ нагревателя больше температуры $T_х$ охладителя?

569. В цикле Карно газ получил от нагревателя теплоту $Q_н = 500$ Дж и совершил работу $A_ц = 100$ Дж. Температура нагревателя $T_н = 400$ К. Определить температуру $T_х$ охладителя.

570. Домашний холодильник потребляет ток средней мощностью $N = 40{,}0$ Вт. Какое количество теплоты $Q_н$ выделится на радиаторе холодильника за сутки, если холодильный коэффициент $\varepsilon = 9$?

571. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества $\nu = 1{,}00$ моль, совершает прямой цикл, состоящий из двух изобар и двух изохор. Наименьший объём $V_{min} = 10{,}0$ л, наибольший $V_{max} = 20{,}0$ л, наименьшее давление $p_{min} = 246$ кПа, наибольшее $p_{max} = 404$ кПа. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуру T газа для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изобарного расширения.

572. Идеальный двухатомный газ в количестве $\nu = 1{,}00$ моль находится под давлением $p_1 = 100$ кПа при температуре $T_1 = 300$ К. Вначале газ изохорно нагревают до давления $p_2 = 200$ кПа. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарно был сжат до начального объёма V_1. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуры T газа для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изотермического расширения.

573. Идеальный многоатомный газ, содержащий количество вещества $\nu = 2{,}00$ моль, совершает прямой цикл, состоящий из трех изопроцессов. Начальная температура газа $T_1 = 280$ К, начальное давление $p_1 = 100$ кПа. Вначале изохорно давление газа увеличивают до $p_2 = 300$ кПа, а затем газ адиабатно расширяют до первоначального давления, после чего изобарно объём доводят до первоначального. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуры T для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изохорного нагревания.

574. Идеальный двухатомный газ совершает прямой цикл, состоящий из изохоры, изобары, изотермы и изобары. Начальные параметры состояния: $T_1 = 350$ К, $p_1 = 300$ кПа, $V_1 = 15{,}0$ л. При изохорном нагревании давление поднимается до $p_2 = 400$ кПа, а при изобарном расширении объём увеличивается в 2 раза. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуры T газа для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изотермического расширения.

575. Идеальный одноатомный газ, содержащий количество вещества $\nu = 0{,}100$ моль, совершает прямой цикл, состоящий из изохоры, изобары, адиабаты и изобары. В начальном состоянии температура газа $T_1 = 250$ К, давление $p_1 = 150$ кПа. Температуру газа увеличивают изохорно на $\Delta T_1 = 100$ К, затем увеличивают изобарно еще на $T_2 = 100$ К. После этого газ адиабатно расширяется до начального давления, и изобарно возвращают в исходное состояние. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуры T газа для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изобарного сжатия.

576. Кислород (O_2) в количестве 16,0 г совершает прямой цикл, состоящий из изотермы, изобары и адиабаты. В начальном состоянии газ занимает объём $V_1 = 10{,}0$ л при давлении $p_1 = 120$ кПа. Вначале давление газа изотермически уменьшается в 2 раза, затем путем изобарного сжатия и адиабатного сжатия газ возвращается в начальное состояние. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуры T газа для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изотермического расширения.

577. Идеальный многоатомный газ в количестве $\nu = 2{,}00$ моль, совершает прямой цикл. В начальном состоянии газ занимает объём $V_1 = 20{,}0$ л при давлении $p_1 = 150$ кПа. Вначале объём газа изобарно увеличивается в 3 раза, а затем путем изохорного охлаждения и изотермического сжатия он возвращается в первоначальное состояние. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуры T газа для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изотермического сжатия.

578. Идеальный двухатомный газ в количестве $\nu = 0{,}100$ моль, совершает прямой цикл, состоящий из изобары, изохоры и адиабаты. В начальном состоянии газ занимает объём $V_1 = 4{,}00$ л при давлении $p_1 = 200$ кПа. Газ изобарно нагревают на $\Delta T = 150$ К, а затем изохорно охлаждают и, наконец, адиабатно сжимают до начального состояния. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуры T газа для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изобарного расширения.

579. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 0{,}300$ моль, совершает прямой цикл, состоящий из изохоры, адиабаты и изотермы. В начальном состоянии газ занимает объём $V_1 = 3{,}00$ л при температуре $T_1 = 400$ К. Газ изохорно нагревают до давления $p_2 = 500$ кПа. Затем газ адиабатно расширяют до первоначальной температуры и изотермически сжимают до первоначального давления. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуры T газа для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изотермического сжатия.

580. Идеальный многоатомный газ в количестве $\nu = 0{,}400$ моль, совершает прямой цикл, состоящий из изобары, адиабаты и изотермы. В начальном состоянии газ занимает объём $V_1 = 10{,}0$ л при давлении $p_1 = 100$ кПа. При постоянном давлении объём газа увеличивается в $n = 3$ раза, и путем адиабатного расширения его температура уменьшается до первоначальной, затем изотермическим сжатием газ возвращается в первоначальное состояние. Построить график цикла в координатах p, V. Определить температуры T газа для характерных точек цикла, его термический КПД η, а также изменение энтропии ΔS на участке изобарного нагревания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Единицы СИ

Физическая величина	Единица		
Наименование	Наименование	Обозначение	
		русское	международное
Основные единицы			
Длина	метр	м	m
Масса	килограмм	кг	kg
Время	секунда	с	s
Термодинамическая температура	кельвин	К	K
Сила электрического тока	ампер	А	A
Количество вещества	моль	моль	mol
Сила света	кандела	кд	cd
Дополнительные единицы			
Плоский угол	радиан	рад	rad
Телесный угол	стерадиан	ср	sr
Производные единицы молекулярно-кинетических и термодинамических величин			
Объём, вместимость	кубический метр	$м^3$	m^3
Плотность	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	kg/m^3
Удельный объём	кубический метр на килограмм	$м^3/кг$	m^3/kg
Энергия	джоуль	Дж	J
Работа	джоуль	Дж	J
Мощность	ватт	Вт	W
Давление	паскаль	Па	Pa
Молярная масса	килограмм на моль	кг/моль	kg/mol
Коэффициент диффузии	квадратный метр на секунду	$м^2/с$	m^2/s
Коэффициент теплопроводности	ватт на метр-кельвин	Вт/(м·К)	W/(m·K)

Физическая величина	Единица		
Наименование	Наименование	Обозначение	
		русское	международное
Коэффициент динамической вязкости	паскаль-секунда	Па·с	Pa·s
Коэффициент кинематической вязкости	квадратный метр на секунду	$м^2$/с	m^2/s
Теплота	джоуль	Дж	J
Тепловой поток	ватт	Вт	W
Поверхностная плотность теплового потока	ватт на квадратный метр	Вт/$м^2$	W/$м^2$
Теплоёмкость	джоуль на кельвин	Дж/К	J/K
Удельная теплоёмкость	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг·К)	J/(kg·K)
Молярная теплоёмкость	джоуль на моль-кельвин	Дж/(моль·К)	J/(mol·K)
Теплопроводность	ватт на метр-кельвин	Вт/(м·К)	W/(m·K)
Температуропроводность	квадратный метр на секунду	$м^2$/с	m^2/s
Коэффициент теплообмена	ватт на квадратный метр-кельвин	Вт/($м^2$·К)	W/(m^2·K)
Коэффициент теплопередачи	ватт на квадратный метр-кельвин	Вт/($м^2$·К)	W/(m^2·K)
Внутренняя энергия	джоуль	Дж	J
Энтропия	джоуль на кельвин	Дж/К	J/K
Энтальпия	джоуль	Дж	J
Свободная энергия	джоуль	Дж	J
Свободная энтальпия	джоуль	Дж	J
Химический потенциал	джоуль	Дж	J

Примечание: Кроме шкалы Кельвина (обозначение температуры T) допускается также применять шкалу Цельсия (обозначение температуры t); $t = T - T_0$, где $T_0 = 273{,}15$ К. Температура по шкале Кельвина измеряется в кельвинах (К), температура по шкале Цельсия – в градусах Цельсия (°C). По размеру градус Цельсия равен кельвину $(1\text{ К} = 1°\text{C})$, поэтому разность температур можно выражать как в кельвинах, так и в градусах Цельсия $(\Delta T = \Delta t)$.

Таблица 2

Десятичные кратные и дольные приставки и множители

Приставка			Множитель	Пример
Наименование	Обозначение			
	русское	международное		
экса	Э	E	10^{18}	1 Эм=10^{18} м
пета	П	P	10^{15}	1 Пм =10^{15} м
тера	Т	T	10^{12}	1 Тм =10^{12} м
гига	Г	G	10^{9}	1 Гм =10^{9} м
мега	М	M	10^{6}	1 Мм =10^{6} м
кило	к	k	10^{3}	1 км =10^{3} м
гекто	г	h	10^{2}	1 гм =10^{2} м
дека	да	da	10^{1}	1 дам =10^{1} м
деци	д	d	10^{-1}	1 дм =10^{-1} м
санти	с	c	10^{-2}	1 см =10^{-2} м
милли	м	m	10^{-3}	1 мм =10^{-3} м
микро	мк	μ	10^{-6}	1 мкм =10^{-6} м
нано	н	n	10^{-9}	1 нм =10^{-9} м
пико	п	p	10^{-12}	1 пм =10^{-12} м
фемто	ф	f	10^{-15}	1 фм =10^{-15} м
атто	а	a	10^{-18}	1 ам =10^{-18} м

Приставку или её обозначение следует писать слитно с наименованием единицы, к которой она присоединяется, или с её обозначением.

Присоединение двух и более приставок подряд не допускается.

Кратные и дольные единицы должны выбираться таким образом, чтобы числовые значения величины находились в диапазоне от 0,1 до 1000. (Выбор десятичной кратной или дольной единицы диктуется прежде всего удобством ее применения.)

Для уменьшения вероятности ошибок при расчётах десятичные кратные и дольные единицы рекомендуется подставлять только в конечный результат, а в процессе вычислений все величины выражать в единицах СИ, заменяя приставки множителями 10^{n}.

Таблица 3

Основные физические постоянные (округленные значения)

Величина	Обозначение	Значение величины
Число Авогадро	N_A	$6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Нормальное атмосферное давление		101325 Па
Объём моля идеального газа при нормальных условиях	V_μ	$22{,}4 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль
Нормальное ускорение свободного падения	g_n	9,81 м/с^2

Таблица 4

Свойства жидкостей

Жидкость	Плотность, кг/м^3	Удельная теплоёмкость, Дж/(кг · К)	Коэффициент поверхностного натяжения, Н/м	Удельная теплота испарения, Дж/кг
Вода	1000 (при 4 °C)	4190	0,0729 (при 20 °C)	$22{,}6 \cdot 10^5$ (при 100 °C)
Глицерин	1200	2430	0,0594 (при 20 °C)	–
Ртуть	13600	138	0,465 (при 25 °C)	$295 \cdot 10^3$ (при 357 °C)

Таблица 5

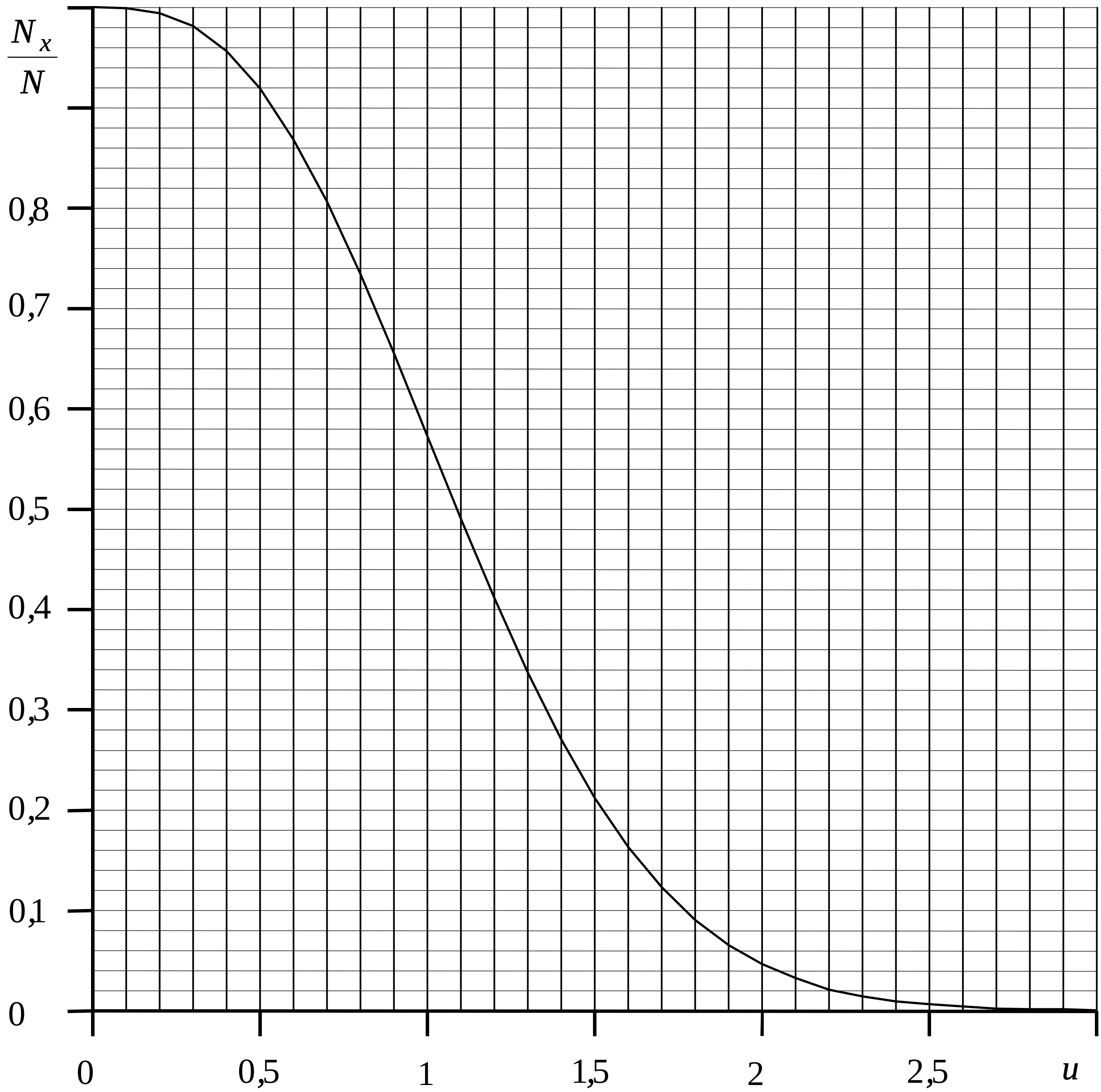
Свойства твердых тел

Вещество	Плотность, кг/м^3	Температура плавления, °C	Удельная теплоёмкость, Дж/(кг · К)	Удельная теплота плавления, Дж/кг
Железо	7870	1538	478	$2{,}46 \cdot 10^5$
Лед	917	0	2100	$3{,}34 \cdot 10^5$
Медь	8960	1083	382	$2{,}05 \cdot 10^5$
Олово	7290	232	228	$6{,}05 \cdot 10^4$

Таблица 6

Относительные атомные массы (округленные значения)
некоторых элементов (кг/кмоль)

Элемент	Символ	Атомная масса	Элемент	Символ	Атомная масса
Азот	N	14	Натрий	Na	23
Аргон	Ar	40	Неон	Ne	20
Водород	H	1	Ртуть	Hg	201
Гелий	He	4	Углерод	C	12
Кислород	O	16	Хлор	Cl	35
Олово	Sn	119			



Относительное число молекул,
скорости которых превышают заданное значение

Министерство образования Российской Федерации

Санкт-Петербургский государственный университет
низкотемпературных и пищевых технологий

Костко А. Ф., Самолетов В. А.

ФИЗИКА
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 6

Методические указания
для студентов 3-го курса всех специальностей
факультета заочного обучения и экстерната

Санкт-Петербург 2000

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Квантовая оптика

Фотон – квант электромагнитного излучения. Этот термин используется, когда электромагнитное излучение проявляет корпускулярные свойства. Фотон движется со скоростью $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Масса покоя равна нулю, т. е. фотон не существует в состоянии покоя. Фотон не имеет электрического заряда.

Энергия фотона

$$\varepsilon_\gamma = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda},$$

где h, – постоянная Планка, $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с; ν – частота излучения; $\hbar$ – постоянная Планка, $\hbar = h/(2\pi) = 1{,}055 \cdot 10^{-34}$ Дж · с; ω – циклическая (круговая) частота излучения; λ – длина волны излучения; c – скорость света в вакууме, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Импульс фотона

$$p_\gamma = \frac{h\nu}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Релятивистская масса фотона

$$m_\gamma = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}.$$

Проекция собственного момента импульса (проекция спина) фотона на направление движения равна $\hbar$. Говорят, что спин фотона целочисленный и равен единице (т. е. на самом деле $\hbar$), хотя значение $\hbar$ относится не к полному моменту, а только к его проекции.

Тепловое излучение

Поток излучения (мощность излучения)

$$\Phi = \frac{dE}{dt},$$

где dE – энергия электромагнитных волн всевозможных частот (или длин волн), испускаемая поверхностью тела за время dt.

Энергетическая светимость (плотность потока излучения)

$$R_T = \frac{d\Phi}{dS_\perp},$$

где $S_\perp$ – площадь поверхности, перпендикулярной направлению потока.

Интегральный коэффициент черноты

$$\varepsilon_T = \frac{R_T}{R_T^0},$$

где R_T^0 – энергетическая светимость абсолютно чёрного тела.

Спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность)

$$r_{\lambda T} = \frac{\mathrm{d}R_T}{\mathrm{d}\lambda}, \qquad r_{\nu T} = \frac{\mathrm{d}R_T}{\mathrm{d}\nu},$$

где λ –длина волны, ν – частота.

Спектральный коэффициент черноты

$$\varepsilon_{\lambda T} = \frac{r_{\lambda T}}{r_{\lambda T}^0}, \qquad \varepsilon_{\nu T} = \frac{r_{\nu T}}{r_{\nu T}^0},$$

где $r_{\lambda T}^0$, $r_{\nu T}^0$ – испускательная способность абсолютно чёрного тела.

Закон Кирхгофа: отношение спектральной плотности энергетической светимости (испускательной способности) тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела и равно спектральной плотности энергетической светимости (испускательной способности) абсолютно чёрного тела при тех же значениях температуры и длины волны (частоты)

$$\left(\frac{r_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}\right)_2 = \ldots = r_{\lambda T}^0 = f(\lambda, T),$$

$$\left(\frac{r_{\nu T}}{\alpha_{\nu T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\nu T}}{\alpha_{\nu T}}\right)_2 = \ldots = r_{\nu T}^0 = f(\nu, T),$$

где $\alpha_{\lambda T}$, $\alpha_{\nu T}$ – спектральная поглощательная способность.

Закон Стефана–Больцмана: энергетическая светимость абсолютно чёрного тела пропорциональна четвёртой степени его термодинамической температуры

$$R_T^0 = \sigma T^4,$$

где σ – постоянная Стефана–Больцмана, $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{Вт}/\left(\text{м}^2\text{К}^4\right)$; T – термодинамическая температура.

Связь постоянной Стефана–Больцмана с фундаментальными константами

$$\sigma = \frac{\pi^2 k^4}{60c^2\mathbf{h}^3} = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5{,}6703\cdot 10^{-8}\ \text{Вт/(м}^2\,\text{К}^4).$$

Энергетическая светимость серого тела

$$R_T^c = \varepsilon_T \sigma T^4.$$

Закон смещения Вина: длина волны излучения абсолютно чёрного тела, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, обратно пропорциональна термодинамической температуре излучающего тела

$$\lambda_0 = \frac{b}{T},$$

где λ_0 – длина волны, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости (испускательной способности) тела; T – термодинамическая температура; b – постоянная в законе смещения Вина, $b = 2{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{К}\cdot\text{м}$.

Связь постоянной b в законе смещения Вина с фундаментальными константами:

$$b = \frac{hc}{4{,}96511\cdot k} = 2{,}89779\cdot 10^{-3}\,\text{м}\cdot\text{К}.$$

Закон Вина для зависимости максимального значению спектральной плотности энергетической светимости (испускательной способности) абсолютно чёрного тела от температуры

$$\left(r_{\lambda T}^0\right)_{\max} = CT^5,$$

где $C = 1{,}30\cdot 10^{-5}\,\text{Вт}/\left(\text{м}^3\cdot\text{К}^5\right)$.

Формула Планка для испускательной способности абсолютно чёрного тела

$$r_{\lambda T}^0 = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5}\,\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}; \qquad r_{\nu T}^0 = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

<u>Внешний фотоэлектрический эффект</u> – испускание электронов твёрдыми телами и жидкостями под действием электромагнитного излучения.

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых}} + E_{\max}^{\text{кин}},$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла; $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электрона из металла; $E_{\max}^{\text{кин}}$ – максимальная кинетическая энергия электрона. При вычислениях следует учитывать, что при больших скоростях электронов нужно применять для $E_{\max}^{\text{кин}}$ формулу из теории относительности.

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_{\text{кр}} = \frac{A_{\text{вых}}}{h}, \qquad \lambda_{\text{кр}} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}},$$

где $\lambda_{\text{кр}}$ – максимальная длина волны излучения ($\nu_{\text{кр}}$ – соответственно минимальная частота), при которой фотоэффект ещё возможен.

Давление светового луча

$$p = \frac{I}{c}\,(1+\rho)\cos^2(\alpha) = \langle w\rangle\,(1+\rho)\cos^2(\alpha),$$

где $I = N\varepsilon_\gamma/(\Delta t\,S)$ – энергия всех фотонов, падающих на единицу площади поверхности в единицу времени (энергетическая освещённость); ρ – коэффициент отражения; $\langle w\rangle$ – объёмная плотность энергии излучения; α – угол между нормалью к поверхности и направлением движения фотона.

Эффект Комптона. Упругое рассеяние фотонов на свободных или слабо связанных электронах, в результате которого увеличивается длина волны излучения. При каждом упругом столкновении выполняются законы сохранения энергии и импульса. Уравнения, выражающие законы сохранения энергии и импульса, имеют следующий вид:

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2,$$

$$\vec{p}_\gamma = m\vec{V} + \vec{p}\,'_\gamma,$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; m_0 – масса покоя электрона; ν и $\vec{p}_\gamma$ – частота и импульс фотона до столкновения; ν' и $\vec{p}\,'_\gamma$ – частота и импульс фотона после столкновения; $\vec{V}$ – скорость электрона; m – релятивистская масса электрона.

Изменение длины волны при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \Lambda_K[1 - \cos(\theta)] = 2\Lambda_K \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

где λ и λ' – длины волн падающего и рассеянного излучений; θ – угол рассеяния фотона; Λ_K – комптоновская длина волны.

Комптоновская длина волны электрона

$$\Lambda_K = \frac{h}{m_0 c} = 2{,}426 \cdot 10^{-12}\ \text{м},$$

где m_0 – масса покоя электрона; c – скорость света в вакууме.

Элементы квантовой механики

Свойства водородоподобных атомов по теории Бора

Радиусы орбит электрона в водородоподобном атоме

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{Ze^2 m} n^2 = \frac{a_0}{Z} n^2,$$

где Z – порядковый номер элемента в системе Менделеева; e – заряд электрона; m – масса электрона; ε_0– электрическая постоянная, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; n – номер стационарной орбиты (главное квантовое число), n = 1, 2, 3, ...; a_0 – боровский радиус, $a_0 = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ м.

Кинетическая энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n^{\text{кин}} = \frac{mZ^2 e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = Z^2 E_i \frac{1}{n^2},$$

где E_i – энергия ионизации атома водорода, $E_i = 13{,}6$ эВ.

Потенциальная энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n^{\text{пот}} = -\frac{mZ^2 e^4}{16\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = -2\, Z^2 E_i \frac{1}{n^2}.$$

Полная энергия электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = -Z^2 E_i \frac{1}{n^2}.$$

Обобщённая формула Бальмера для водородоподобных атомов

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где λ – длина волны спектральных линий в спектре атома водорода; R – постоянная Ридберга, $R = 1{,}097 \cdot 10^7$ м$^{-1}$; n_1 и n_2 – номера стационарных орбит электрона, n_1 – определяет серию ($n_1 = 1$, 2, 3, ...), n_2 – определяет отдельные линии соответствующей серии ($n_2 = n_1 + 1$, $n_1 + 2$,...). Серии Лаймана соответствует $n_1 = 1$, серии Бальмера – $n_1 = 2$, серии Пашена – $n_1 = 3$, серии Брэкета – $n_1 = 4$, серии Пфунда – $n_1 = 5$, серии Хэмфри – $n_1 = 6$.

Волновые свойства частиц

Связь дебройлевской длины волны частицы с её импульсом

$$\lambda_Б = \frac{h}{p}.$$

Импульс частицы и его связь с кинетической энергией $E_к$:

– нерелятивистский импульс ($v << c$)

$$\vec{p} = m_0 \vec{v}, \qquad p = \sqrt{2 m_0 E_к}.$$

– релятивистский импульс

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad p = \frac{1}{c}\sqrt{E_к(E_к + 2E_0)},$$

где m – релятивистская масса; $\vec{v}$ – скорость частицы; m_0 – масса покоя; β – отношение скорости частицы к скорости света в вакууме, $\beta = v/c$; E_0 – энергия покоя, $E_0 = m_0 c^2$.

Соотношения неопределённостей Гейзенберга:

– для координаты и проекции импульса частицы

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}, \qquad \Delta p_y \cdot \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}, \qquad \Delta p_z \cdot \Delta z \geq \frac{\hbar}{2},$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – интервалы координат (неопределённость координат), в которых может быль локализована частица, если проекции её импульса на соответствующие оси координат заключены в интервалах $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ (неопределённость импульса). Неопределённость импульса следует понимать как те интервалы значений импульса, которыми может обладать частица с вероятностью отличной от нуля;

– для энергии и времени

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2},$$

где ΔE – неопределённость энергии данного квантового состояния; Δt – время пребывания системы в данном состоянии с энергией E.

Уравнение Шрёдингера

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + U\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t},$$

где Ψ – волновая функция, описывающая состояние частицы; U – потенциальная энергия частицы; m – масса частицы; i – мнимая единица, $i = \sqrt{-1}$.

Стационарное уравнение Шрёдингера (уравнение Шрёдингера для стационарных состояний)

$$\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi+(E-U)\psi=0,$$

где ψ – волновая функция, зависящая только от координат; E – полная энергия частицы.

Вероятность нахождения частицы в элементарном объёме $\mathrm{d}V$

$$\mathrm{d}P=\Psi\Psi^*\mathrm{d}V=|\Psi|^2\mathrm{d}V,$$

где Ψ^* – функция, комплексно сопряжённая с Ψ; $|\Psi|^2$ – квадрат модуля волновой функции, $|\Psi|^2=\Psi\Psi^*$.

Условие нормировки волновой функции

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty}|\Psi|^2 dV=1.$$

Квантовые свойства некоторых систем

Волновая функция, импульс, полная энергия частицы, которая находится в одномерной потенциальной яме с вертикальными бесконечно высокими стенками

$$\psi(x)=\sqrt{\frac{2}{H}}\sin\left(\frac{x}{H}n\pi\right), \qquad p_n=\frac{\pi\hbar}{H}n, \qquad E_n=\frac{\pi^2\hbar^2}{2mH^2}n^2,$$

где H – ширина потенциальной ямы; n – квантовое число, $n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$

Энергия квантового гармонического осциллятора

$$E_n=\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_0 \qquad (n=0,1,2,3,\ldots).$$

где ω_0 – циклическая частота колебаний; n – колебательное квантовое число.

Частота колебаний двухатомной молекулы

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{\mu}}\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}^2U}{\mathrm{d}r^2}\right)_{r=R_0}}, \qquad \mu=\frac{M_1\cdot M_2}{M_1+M_2},$$

где μ – приведённая масса; R_0 – расстояние между ядрами, соответствующее минимуму потенциальной энергии U; M_1, M_2 – массы атомов.

Правило отбора для колебательного квантового числа

$$\Delta n = \pm 1.$$

Энергия вращения двухатомной молекулы

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2I} J(J+1),$$

где I – момент инерции молекулы; J – вращательное квантовое число, J = 0, 1, 2, 3, ...

$$I = \mu\, R_0^2,$$

где μ – приведённая масса; R_0 – расстояние между ядрами, соответствующее минимуму потенциальной энергии U.

Правило отбора для вращательного квантового числа

$$\Delta J = \pm 1.$$

<u>Свойства водородоподобных атомов по квантовомеханической теории</u>

Собственное значение энергии электрона в водородоподобном атоме

$$E_n = -\frac{mZ^2 e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2},$$

где n – главное квантовое число, $n = 1, 2, 3, \ldots$.

Абсолютная величина момента импульса электрона в атоме водорода

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)},$$

где l – орбитальное квантовое число, $l = 0, \ldots, (n-1)$.

Правило отбора для орбитального квантового числа

$$\Delta l = \pm 1.$$

Проекция момента импульса электрона на направление внешнего магнитного поля

$$L_z = \hbar m_l,$$

где m_l – магнитное квантовое число, $m_l = -l, \ldots, 0, \ldots, +l$.

Правило отбора для магнитного квантового числа

$$\Delta m_l = -1, 0, +1.$$

Абсолютная величина спина электрона

$$|\vec{s}| = \hbar\sqrt{s(s+1)},$$

где s – спиновое квантовое число (другое название – спин), $s = 1/2$.

Проекция вектора спина электрона на направление магнитного поля, в котором находится электрон. (При этом несущественно, является ли это магнитное поле внешним, например, созданным проводниками с током, или внутренним магнитным полем самого вещества)

$$s_z = m_s \mathbf{h},$$

где m_s – магнитное спиновое квантовое число, $m_s = \pm 1/2$.

Элементы квантовой статистики и физики твёрдого тела

Функция распределения в квантовой статистике, т. е. среднее число частиц в одном квантовом состоянии

$$\langle n_i \rangle = \frac{\Delta N(E_i)}{\Delta g_i},$$

где $\Delta N(E_i)$ – число частиц с энергией от E_i до $E_i + \Delta E_i$; Δg_i – число квантовых состояний в этом интервале энергий.

Распределение Больцмана в квантовой статистике

$$\langle n_i \rangle = e^{-\frac{E_i - \mu}{kT}},$$

где $\langle n_i \rangle$ – среднее число частиц, приходящихся на одно квантовое состояние; E_i – энергия; μ – химический потенциал; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Распределение Ферми–Дирака (для частиц с полуцелым спином)

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} + 1}.$$

Распределение Бозе–Эйнштейна (для частиц с целочисленным значением спина)

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu}{kT}} - 1}.$$

Температура вырождения – температура, ниже которой отчётливо проявляются квантовые свойства идеального газа. При $T \ll T_в$ – система частиц вырождена и должна описываться законами квантовой статистики, при $T \gg T_в$ – система частиц не вырождена, и её поведение может описываться законами классической статистики. Выражение для температуры вырождения

$$T_в = \frac{h^2 n_0^{2/3}}{2\pi m k},$$

где n_0 – концентрация частиц; m – масса частиц; h – постоянная Планка; k – постоянная Больцмана.

Распределение вырожденного электронного газа в металле по квантовым состояниям

$$\mathrm{d}N = \langle n_i \rangle \mathrm{d}g = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}}+1}\mathrm{d}g .$$

Распределение вырожденного электронного газа в металле по энергиям

$$\mathrm{d}N = \frac{\sqrt{2m^3}}{\pi^2 \mathbf{h}^3} \frac{\sqrt{E}}{e^{\frac{E-\mu}{kT}}+1} V\,\mathrm{d}E ,$$

где m – масса электрона; V – объём; $\mathrm{d}N$ – число электронов с энергией от E до $E+\mathrm{d}E$.

Энергия Ферми (максимальное значение энергии, которую может иметь электрон в кристалле при абсолютном нуле температуры) вырожденного электронного газа в металле

$$E_F = \frac{\mathbf{h}^2}{2m}\left(3\pi^2 n_0\right)^{\frac{2}{3}},$$

где n_0 – концентрация электронов в металле.

Зависимость химического потенциала вырожденного электронного газа металла от температуры

$$\mu = E_F\left[1-\frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{E_F}\right)^2\right].$$

Средняя энергия электрона в металле

$$\langle E \rangle = \frac{3}{5}E_F\left[1+\frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{E_F}\right)^2\right].$$

Закон Видемана-Франца

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k}{e}\right)^2 T ,$$

где λ – теплопроводность; σ – удельная электропроводность; k – постоянная Больцмана, $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К; e – заряд электрона; T – термодинамическая температура.

Молярная теплоёмкость вырожденного электронного газа в металле

$$C_{\mu V}^{\text{эл}} = \frac{\pi^2}{2}\frac{kT}{E_F}R,$$

где R – универсальная газовая постоянная, $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

Молярная теплоёмкость кристаллической решётки (по теории Дебая)

$$C_{\mu V}^{\text{реш}} = 3R\left[12\left(\frac{T}{\theta_{\text{Д}}}\right)\int_0^{\frac{\theta_{\text{Д}}}{T}}\frac{x^3}{e^x - 1}\,\mathrm{d}x - \frac{3\frac{\theta_{\text{Д}}}{T}}{e^{\frac{\theta_{\text{Д}}}{T}} - 1}\right] = 3R\,D\left(\frac{\theta_{\text{Д}}}{T}\right),$$

где $\theta_{\text{Д}}$ – характеристическая температура Дебая; $D\left(\frac{\theta_{\text{Д}}}{T}\right)$ – функция Дебая.

Функция Дебая при различных температурах

$\frac{\theta_{\text{Д}}}{T}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D\left(\frac{\theta_{\text{Д}}}{T}\right)$	1,00	0,952	0,825	0,663	0,503	0,369	0,266	0,191	0,138	0,101	0,076

Температура Дебая разграничивает область низких и высоких температур по отношению к решёточным свойствам кристалла. При температуре, меньшей температуры Дебая $(T < \theta_{\text{Д}})$, проявляются квантовые эффекты и необходима квантовая статистика. При температуре, большей температуры Дебая $(T > \theta_{\text{Д}})$, справедлива классическая статистическая механика. Величина $k\theta_{\text{Д}}$ представляет собой минимальный квант энергии, способный возбудить весь спектр колебаний решётки. Если температура выше, чем температура Дебая $(T > \theta_{\text{Д}})$, то возбуждены все возможные колебания. Если температура ниже, чем температура Дебая $(T < \theta_{\text{Д}})$, то какие-то колебания не возбуждаются.

Закон кубов Дебая для молярной теплоёмкости кристаллической решётки при температуре $T < 0{,}1\,\theta_{\text{Д}}$: теплоёмкость пропорциональна кубу температуры.

$$C_{\mu V}^{\text{реш}} = \frac{12\pi^4}{5}R\left(\frac{T}{\theta_{\text{Д}}}\right)^3 = 234\,R\left(\frac{T}{\theta_{\text{Д}}}\right)^3.$$

Закон Дюлонга–Пти для молярной теплоёмкости кристаллической решётки при $T > \theta_{Д}$

$$C_{\mu V}^{реш} = 3R.$$

Молярная теплоёмкость металлов

$$C_{\mu V} = C_{\mu V}^{реш} + C_{\mu V}^{эл}.$$

Атомное ядро. Радиоактивность

Ядерная реакция – превращение атомного ядра, вызванное взаимодействием атомных ядер друг с другом или с элементарными частицами. Символическая запись ядерной реакции:

$$ {}_{Z_1}^{A_1}\mathrm{A} + {}_{Z_2}^{A_2}a \to {}_{Z_3}^{A_3}\mathrm{B} + {}_{Z_4}^{A_4}b , $$

где ${}_{Z_1}^{A_1}\mathrm{A}$ – исходное ядро; ${}_{Z_2}^{A_2}a$ – исходная частица; ${}_{Z_3}^{A_3}\mathrm{B}$ – конечное ядро; ${}_{Z_4}^{A_4}b$ – конечная частица; A – массовое число; Z – зарядовое число.

В ядерной реакции выполняются законы сохранения энергии, импульса, зарядовых и массовых чисел и особые законы сохранения лептонного заряда, барионного заряда, изотопического спина и его проекции, странности, очарования и др.

Массовое число ядра выражает число нуклонов в ядре

$$ A = Z + N , $$

где A – массовое число; Z – зарядовое число, равное числу протонов в ядре; N – число нейтронов в ядре.

Закон сохранения зарядовых чисел в ядерной реакции

$$ Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4 . $$

Закон сохранения массовых чисел в ядерной реакции

$$ A_1 + A_2 = A_3 + A_4 . $$

Энергией ядерной реакции называется величина

$$ Q = \left[(m_A + m_a) - (m_B + m_b) \right] c^2 , $$

где m_i – массы участвующих в реакции частиц и ядер; c – скорость света в вакууме.

Дефект массы ядра – физическая величина, равная разности между суммой масс нуклонов (нейтронов и протонов), составляющих атомное ядро, и массой ядра. Выражается равенством

$$ \Delta m = Z\, m_p + N\, m_n - m_{я} = Z\, m_p + N\, m_n + Z\, m_e - m_{а} , $$

где Z – зарядовое число; N – число нейтронов в ядре; m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_{я}$ – масса ядра; m_e – масса электрона; $m_{а}$ – масса атома. Единицей дефекта массы ядра в СИ является килограмм (кг), но чаще её выражают в атомных единицах массы (а. е. м.) или в энергетических единицах – электронвольтах (эВ), по величине соответствующей энергии связи ядра.

Энергия связи ядра

$$E_{св} = \Delta m c^2,$$

где Δm – дефект массы ядра; c – скорость света в вакууме. Единицей энергии связи ядра в СИ является джоуль (Дж), но чаще её выражают во внесистемных единицах – электронвольтах (эВ). Если дефект массы ядра выразить в атомных единицах массы (а. е. м.), то энергия связи ядра в мегаэлектронвольтах (МэВ): $E_{св} = 931{,}5\Delta m$.

Закон радиоактивного распада:

– в дифференциальной форме

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N,$$

где dN – число ядер радиоактивного вещества, распадающихся за время dt; λ – постоянная радиоактивного распада; N – число имеющихся нераспавшихся ядер.

– в интегральной форме

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 – число имеющихся нераспавшихся ядер в момент времени $t = 0$; N – число нераспавшихся ядер по истечении времени t.

Число ядер, распавшихся за время t:

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Характеристикой радиоактивных источников является активность радионуклида – физическая величина, равная отношению числа dN спонтанных переходов из определённого ядерно-энергетического состояния радионуклида в источнике (образце), происходящих за интервал времени dt, к этому интервалу времени, иными словами, величина, равная числу радиоактивных распадов в единицу времени:

$$A = \frac{dN}{dt} = -\lambda N = -\lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Единицей активности радионуклида в СИ является беккерель (Бк). Соотношение между внесистемной единицей – кюри и единицей СИ – беккерелем: 1 Ки =$3{,}700 \cdot 10^{10}$Бк (точно).

Удельная активность радионуклида – физическая величина, равная отношению активности радионуклида в источнике (образце) A к его массе m:

$$A_m = \frac{A}{m}.$$

Единицей удельной активности радионуклида в СИ является беккерель на килограмм (Бк/кг).

Связь периода полураспада с постоянной радиоактивного распада

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,693}{\lambda}.$$

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

<u>Пример 1.</u> Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 0{,}155$ мкм; 2) γ-излучением с длиной волны $\lambda_2 = 1{,}00$ пм.

Дано:

$A_{вых} = 4{,}30$ эВ $= 6{,}88 \cdot 10^{-19}$ Дж

$\lambda_1 = 0{,}155$ мк $= 1{,}55 \cdot 10^{-7}$ м

$\lambda_2 = 1{,}00$ пм $= 1{,}00 \cdot 10^{-12}$ м

$v_{max1} - ?$

$v_{max2} - ?$

Решение

Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon = A_{вых} + E_{max}^{кин}, \qquad (1.1)$$

где ε – энергия фотона, падающего на поверхность металла; $A_{вых}$ – работа выхода электрона из металла; $E_{max}^{кин}$ – максимальная кинетическая энергия вылетевшего фотоэлектрона.

Энергия фотона вычисляется по формуле

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \qquad (1.2)$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; λ – длина волны падающего излучения.

Кинетическая энергия фотоэлектрона, в зависимости от величины скорости v, может быть выражена или по нерелятивистской формуле

$$E^{кин} = \frac{m_0 v^2}{2}, \qquad (1.3)$$

или по релятивистской формуле

$$E^{кин} = mc^2 - m_0c^2 = E_0\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right), \qquad (1.4)$$

где m – масса движущегося электрона; m_0 – масса покоя; E_0 – энергия покоя; $\beta = \frac{v}{c}$.

Если кинетическая энергия электрона много меньше его энергии покоя E_0, то применяется формула (1.3). Если же она сравнима по величине с E_0, то вычисление скорости по формуле (1.3) приводит к ошибке, поэтому нужно пользоваться формулой (1.4). Критерием выбора формулы служит погрешность, с которой необходимо рассчитать скорость: если погрешность скорости должна быть не более 1 %, то при соотношении энергий $E^{\text{кин}}/E_0 < 0{,}01$ можно использовать формулу (1.3).

1. Вычислим энергию фотона ультрафиолетового излучения по формуле (1.2)

$$\varepsilon_1 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1{,}55 \cdot 10^{-7}}\ \text{Дж} = 1{,}28 \cdot 10^{-18}\ \text{Дж}.$$

или во внесистемных единицах

$$\varepsilon_1 = \frac{1{,}28 \cdot 10^{-18}}{1{,}60 \cdot 10^{-19}}\ \text{эВ} = 8{,}00\ \text{эВ}.$$

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона в первом случае $E_{\max}^{\text{кин}} = \varepsilon_1 - A_{\text{вых}} = 8{,}00 - 4{,}30 = 3{,}70$ эВ много меньше энергии покоя электрона ($E_0 = 0{,}511$ МэВ). Следовательно, для данного случая кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1.1) может быть выражена по нерелятивистской формуле (1.3)

$$\varepsilon_1 = A_{\text{вых}} + \frac{m_0 v_{\max}^2}{2}.$$

Откуда

$$v_{\max 1} = \sqrt{\frac{2(\varepsilon_1 - A_{\text{вых}})}{m_0}}. \tag{1.5}$$

Подставив значения величин в формулу (1.5), найдём

$$v_{\max 1} = \sqrt{\frac{2\left(1{,}28 \cdot 10^{-18} - 0{,}688 \cdot 10^{-18}\right)}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}}\ \text{м/с} = 1{,}14 \cdot 10^6\ \text{м/с}.$$

2. Вычислим энергию фотона γ-излучения

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1{,}55 \cdot 10^{-7}}\ \text{Дж} = 1{,}99 \cdot 10^{-13}\ \text{Дж};$$

или во внесистемных единицах

$$\varepsilon_2 = \frac{1{,}99 \cdot 10^{-13}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}}\ \text{эВ} = 1{,}24 \cdot 10^6\ \text{эВ} = 1{,}24\ \text{МэВ}.$$

Максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона во втором случае $E_{\max}^{\text{кин}} = \varepsilon_1 - A_{\text{вых}} = 1{,}24 \cdot 10^6 - 4{,}3 = 1{,}24 \cdot 10^6$ эВ больше энергии покоя электрона ($E_0 = 0{,}511$ МэВ). Следовательно, для данного случая кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1.1) должна быть выражена по релятивистской формуле (1.4). Заметив, что в нашем случае $E^{\text{кин}} = E^{\text{кин}}_{\max} = \varepsilon_2$, из формулы (1.4) получим

$$\text{v}_{\max 2} = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{E^{\text{кин}}}{E_0} + 1\right)^2}} = c\sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon_2}{E_0} + 1\right)^2}}.$$

Произведём вычисления (энергии E_0 и ε_2 входят в формулу в виде отношения, поэтому их можно не выражать в единицах СИ):

$$\text{v}_{\max 2} = 3 \cdot 10^8 \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{1{,}24}{0{,}511} + 1\right)^2}} = 2{,}85 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Ответ: $\text{v}_{\max 1} = 1{,}14 \cdot 10^6$ м/с, $\text{v}_{\max 2} = 2{,}85 \cdot 10^8$ м/с.

<u>Пример 2.</u> В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\theta = 90^{0}$. Энергия рассеянного фотона $\varepsilon_2 = 0{,}400$ МэВ. Определить энергию фотона ε_1 до рассеяния.

Дано:	**Решение**
$\theta = 90^{0}$ $\varepsilon_2 = 0{,}400$ МэВ	Энергия фотона ε_1 до рассеяния может быть получена на основании формулы Комптона:
$\varepsilon_1 - ?$	$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta),. \qquad (2.1)$$

где $\Delta\lambda$ – изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроне (λ и λ' – длины волн фотона соответственно до и после рассеяния); h – постоянная Планка; m_0 – масса покоя электрона; c – скорость света в вакууме; θ – угол рассеяния фотона.

Энергия фотона связана с его длиной волны соотношением

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}. \qquad (2.2)$$

Формулу (2.1) с учётом (2.2) можно переписать в виде

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{m_0 c^2}(1 - \cos\theta), \qquad (2.3)$$

откуда искомая величина энергии фотона до рассеяния

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon_2(1 - \cos\theta)} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - \varepsilon_2(1 - \cos\theta)}, \qquad (2.4)$$

где $E_0 = m_0 c^2 = 0{,}511$ МэВ – энергия покоя электрона.

Вычисления по формуле (2.4) удобнее вести во внесистемных единицах:

$$\varepsilon_1 = \frac{0{,}400 \cdot 0{,}511}{0{,}511 - 0{,}400\,(1 - \cos 90^\circ)} = 1{,}84 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\varepsilon_1 = 1{,}84$ МэВ.

Пример 3. На поверхность площадью $S = 100 \text{ см}^2$ ежеминутно нормально падает световой поток энергией $W = 63{,}0$ Дж. Найти световое давление p в двух случаях, когда поверхность полностью отражает и полностью поглощает излучение.

Дано:	**Решение**
$S = 100 \text{ см}^2$ $t = 1$ мин $= 60$ с $W = 63{,}0$ Дж. 1) $\rho = 1$ 2) $\rho = 0$	При нормальном падении излучения на поверхность световое давление может быть найдено по формуле $$p = \frac{I\,(\rho + 1)}{c} \qquad (3.1)$$
p_1 – ? p_2 – ?	где I – суммарная энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени (энергетическая освещённость); c – скорость света в вакууме; ρ – коэффициент отражения света.

Согласно определению, величина I вычисляется как

$$I = \frac{W}{S\,t}, \qquad (3.2)$$

где W – энергия светового потока; S – площадь поверхности, на которую падает световой поток; t – время воздействия светового потока на поверхность.

На основании формулы (3.1) с учётом (3.2) получаем выражение для светового давления:

$$p = \frac{W(\rho + 1)}{cS\,t}. \qquad (3.3)$$

1. Вычислим величину светового давления p_1 в случае, когда поверхность полностью отражает излучение. Если тело зеркально отражает световые лучи, то коэффициент отражения $\rho = 1$. Произведём вычисления:

$$p_1 = \frac{63{,}0\,(1+1)}{3 \cdot 10^8 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot 60} = 0{,}700 \cdot 10^{-6} \text{ Па} = 0{,}700 \text{ мкПа}.$$

2. Вычислим величину светового давления p_2, когда поверхность полностью поглощает всё излучение. В этом случае коэффициент отражения равен нулю ($\rho = 0$).Произведём вычисления:

$$p_2 = \frac{63{,}0(0+1)}{3 \cdot 10^8 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot 60} = 0{,}350 \cdot 10^{-6} \text{ Па} = 0{,}350 \text{ мкПа}.$$

Ответ: $p_1 = 0{,}700$ мкПа, $p_2 = 0{,}350$ мкПа.

Пример 4. Энергетическая светимость абсолютно чёрного тела $R_T^0 = 250\,\text{кВт/м}^2$. На какую длину волны λ_0 приходится максимум испускательной способности этого тела?

Дано:	**Решение**
$R_T^0 = 250\,\text{кВт/м}^2 = 2{,}50\cdot 10^5\,\text{Вт/м}^2$ λ_0 – ?	В соответствии с законом Стефана–Больцмана энергетическая светимость R_T^0 абсолютно чёрного тела выражается

формулой

$$R_T^0 = \sigma T^4, \tag{4.1}$$

где σ – постоянная Стефана–Больцмана, T – термодинамическая температура.

Температура T связана с длиной волны λ_0, приходящейся на максимум испускательной способности тела, законом смещения Вина:

$$\lambda_0 = \frac{b}{T}, \tag{4.2}$$

где b – постоянная закона смещения Вина.

Из формулы (4.2) с учётом (4.1) получаем выражение для искомой величины

$$\lambda_0 = b\sqrt[4]{\frac{\sigma}{R_T^0}}. \tag{4.3}$$

Подставив значения величин в формулу (4.3), найдём

$$\lambda_0 = 2{,}90\cdot 10^{-3}\sqrt[4]{\frac{5{,}67\cdot 10^{-8}}{2{,}50\cdot 10^5}} = 2{,}00\cdot 10^{-6}\,\text{м} = 2{,}00\ \text{мкм}.$$

Ответ: $\lambda_0 = 2{,}00$ мкм.

Пример 5. Электрон в атоме водорода перешёл с четвёртого энергетического уровня на второй. Определить в электронвольтах энергию ε испущенного при этом фотона.

Дано:	**Решение**
$n_1 = 2$ $n_2 = 4$	Для определения энергии фотона воспользуемся сериальной формулой для водородоподобных ионов
$\varepsilon - ?$	

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right), \qquad (5.1)$$

где λ – длина волны фотона; R – постоянная Ридберга; Z – заряд ядра в относительных единицах (при $Z = 1$ формула переходит в сериальную формулу для водорода); n_1 – номер орбиты, на которую перешёл электрон; n_2 – номер орбиты, с которой перешёл электрон (n_1 и n_2 – главные квантовые числа).

Энергия фотона ε связана с длиной волны излучения λ известным соотношением

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}. \qquad (5.2)$$

С учётом выражения (5.1) формула (5.2) может быть переписана в виде

$$\varepsilon = RhcZ^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right). \qquad (5.3)$$

Так как величина Rhc есть энергия ионизации E_i атома водорода, то для упрощения расчётов сделаем замену и перепишем выражение (5.3)

$$\varepsilon = E_i Z^2\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right). \qquad (5.4)$$

Вычисления по формуле (5.4) выполним во внесистемных единицах, зная, что $E_i = 13{,}6$ эВ; $Z = 1$:

$$\varepsilon = 13{,}6 \cdot 1^2\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) \text{ эВ} = 2{,}55 \text{ эВ}.$$

Ответ: $\varepsilon = 2{,}55$ эВ.

Пример 6. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошёл ускоряющую разность потенциалов U. Найти длину волны де Бройля электрона для двух случаев: 1) $U_1 = 51{,}1$ В; 2) $U_2 = 511$ кВ.

Дано:

$U_1 = 51{,}1$ В

$U_2 = 511$ кВ = $511 \cdot 10^3$ В

$\lambda_1 - ?$

$\lambda_2 - ?$

Решение

Длина волны де Бройля для частицы зависит от её импульса p и определяется формулой

$$\lambda = \frac{h}{p}, \qquad (6.1)$$

где h – постоянная Планка.

Импульс частицы можно определить, если известна её кинетическая энергия $E^{\text{кин}}$. Связь импульса с кинетической энергией различна для нерелятивистского случая (когда кинетическая энергия частицы много меньше ее энергии покоя) и для релятивистского случая (когда кинетическая энергия сравнима с энергией покоя частицы).

В нерелятивистском случае

$$p = \sqrt{2 m_0 E^{\text{кин}}}, \qquad (6.2)$$

где m_0 – масса покоя частицы.

В релятивистском случае

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^{\text{кин}}\left(E^{\text{кин}} + 2E_0\right)}, \qquad (6.3)$$

где E_0 – энергия покоя частицы, $E_0 = m_0 c^2$.

Формула (6.1) с учётом соотношений (6.2) и (6.3) запишется:

в нерелятивистском случае

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 m_0 E^{\text{кин}}}}, \qquad (6.4)$$

в релятивистском случае

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E^{\text{кин}}\left(E^{\text{кин}} + 2E_0\right)}}. \qquad (6.5)$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условиях задачи разности потенциалов $U_1 = 51{,}1$ В и $U_2 = 511$ кВ, с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим, какую из формул, (6.4) или (6.5), следует применить для вычисления длины волны де Бройля.

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U,

$$E^{\text{кин}} = eU.$$

В первом случае $E_1^{\text{кин}} = eU_1 = 51{,}1$ эВ, что много меньше энергии покоя электрона $E_0 = m_0c^2 = 0{,}511$ МэВ. Следовательно, в этом случае можно применить нерелятивистскую формулу (6.4). Переведём внесистемную единицу электронвольт в единицу СИ – джоуль: $E_1^{\text{кин}} = 51{,}1 \text{ эВ} = 8{,}176 \cdot 10^{-18}$ Дж. Произведём вычисления

$$\lambda_1 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \; 9{,}11 \cdot 10^{31} \; 8{,}176 \cdot 10^{-18}}} = 171 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 171 \text{ пм}.$$

Во втором случае кинетическая энергия $E_2^{\text{кин}} = eU_2 = 511$ кэВ = $= 0{,}511$ МэВ, т. е. равна энергии покоя электрона. В этом случае необходимо применить релятивистскую формулу (6.5). Учитывая, что $E_2^{\text{кин}} = m_0c^2$, по формуле (6.5) находим

$$\lambda_2 = \frac{hc}{\sqrt{\left(2m_0c^2 + m_0c^2\right) m_0c^2}} = \frac{h}{\sqrt{3} \; m_0 \, c}$$

Подставим значение и произведём вычисления:

$$\lambda_2 = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{3} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 1{,}40 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 1{,}40 \text{ пм}.$$

Ответ: $\lambda_1 = 171$ пм, $\lambda_2 = 1{,}40$ пм.

<u>Пример 7.</u> Вычислить дефект массы ядра атома и энергию связи ядра $^{7}_{3}\mathrm{Li}$. Масса атома 7,016003 а.е.м.

Дано:	**Решение**
$Z = 3$ $N = 7$	Масса ядра всегда меньше суммы масс свободных (находящихся вне ядра) протонов и нейтронов, из которых ядро образовалось. Дефект массы ядра Δm и есть разность между суммой масс свободных нуклонов (протонов и нейтронов) и массой ядра, т. е.
Δm – ? $E_{св}$ – ?	

$$\Delta m = Z\,m_p + N\,m_n - m_я, \qquad (7.1)$$

где Z – атомный номер (число протонов в ядре); N – число нейтронов в ядре; m_p, m_n, $m_я$ – соответственно массы протона, нейтрона и ядра.

Число нейтронов в ядре найдем, зная массовое число (число нуклонов, составляющих ядро) A и атомный номер Z:

$$N = A - Z.$$

В справочных таблицах всегда даются массы нейтральных атомов, но не ядер, поэтому формулу (7.1) целесообразно преобразовать так, чтобы в неё входила масса $m_а$ нейтрального атома. Можно считать, что масса нейтрального атома равна сумме масс ядра и электронов, составляющих электронную оболочку атома: $m_а = m_я + Z\,m_е$, откуда

$$m_я = m_а - Z\,m_е. \qquad (7.2)$$

Выразив в равенстве (7.1) массу ядра по формуле (7.2), получаем

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_а + Zm_e,$$

$$\Delta m = Z(m_p + m_e) + (A - Z)m_n - m_а. \qquad (7.3)$$

Подставив в выражение (7.3) числовые значения масс, получим

$$\Delta m = 3\cdot(1{,}007\,276 + 0{,}000\,549) + (7-3)\cdot 1{,}008\,665 - 7{,}016\,003 = 0{,}042132 \text{ а.е.м.}$$

В соответствии с законом пропорциональности массы и энергии

$$E = c^2\Delta m, \qquad (7.4)$$

где c – скорость света в вакууме.

Коэффициент пропорциональности c^2 может быть выражен двояко:

$$c^2 = 9\cdot 10^{16}\ \text{м}^2/\text{с}^2 \quad \text{или} \quad c^2 = \frac{\Delta E}{\Delta m} = 9\cdot 10^{6}\ \text{Дж/кг}.$$

Если вычислить энергию связи, пользуясь внесистемными единицами, то $c^2 = 931{,}5$ МэВ/а.е.м. С учётом этого формула (7.4) примет вид

$$E = 931{,}5\Delta m \text{ МэВ}. \qquad (7.5)$$

Подставив найденное значение дефекта массы ядра в формулу (7.5), получим

$$E = 931{,}5 \cdot 0{,}042132 \text{ МэВ} = 39{,}2 \text{ МэВ}.$$

Ответ: $\Delta m = 0{,}042132$ а.е.м., $E = 39{,}2$ МэВ.

Пример 8. Используя квантовую теорию теплоёмкости Дебая, вычислить удельную изохорную теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ кристаллической решётки алюминия при температурах $T_1 = 2{,}00$ К и $T_2 = 800$ К.

Дано:	**Решение**
Al $V = \text{const}$ $T_1 = 2{,}00$ К $T_2 = 800$ К θ_D=394 К $\mu = 27 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $c_{V\text{уд}}$ – ?	Удельная теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ вещества может быть выражена через молярную теплоёмкость $C_{V\mu}$ соотношением $$c_{V\text{уд}} = \frac{C_{V\mu}}{\mu}, \qquad (8.1)$$ где μ – молярная масса.

Молярная теплоёмкость при постоянном объёме при температуре $T < 0{,}1\ \Theta_D$ по теории Дебая выражается законом кубов Дебая

$$C_{V\mu 1} = 234\, R \left(\frac{T_1}{\theta_D}\right)^3. \qquad (8.2)$$

Подставив (8.2) в (8.1), получим

$$c_{V\text{уд}} = \frac{234\, R}{\mu} \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3. \qquad (8.3)$$

Произведём вычисления

$$c_{V\text{уд}1} = \frac{234 \cdot 8{,}31}{27 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{2{,}00}{394}\right)^3 = 9{,}42 \cdot 10^{-3}\ \text{Дж/(кг К)}.$$

Молярную теплоёмкость при температуре $T_2 > \Theta_D$ найдём по закону Дюлонга–Пти:

$$C_{V\mu 2} = 3R\ . \qquad (8.4)$$

Подставив (8.4) в (8.1), получим

$$c_{V\text{уд}} = \frac{3R}{\mu}. \qquad (8.3)$$

Произведём вычисления

$$c_{V\text{уд}2} = \frac{3 \cdot 8{,}31}{27 \cdot 10^{-3}} = 923\ \text{Дж/(кг К)}.$$

Ответ: $c_{V\text{уд}1} = 9{,}42 \cdot 10^{-3}$ Дж/(кг К), $c_{V\text{уд}2} = 923$ Дж/(кг К).

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ № 6

Вариант контрольной работы выбирается из таблицы по двум последним цифрам номера зачётной книжки (шифра).

Номер варианта		Порядковый номер задачи							
Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра	1	2	3	4	5	6	7	8
0, 1, 2, 3	1	601	612	623	634	645	656	667	678
	2	602	613	624	635	646	657	668	679
	3	603	614	625	636	647	658	669	680
	4	604	615	626	637	648	659	670	671
	5	605	616	627	638	649	660	661	672
	6	606	617	628	639	650	651	662	673
	7	607	618	629	640	641	652	663	674
	8	608	619	630	631	642	653	664	675
	9	609	620	621	632	643	654	665	676
	0	610	611	622	633	644	655	666	677
4, 5, 6	1	601	613	625	637	649	651	663	675
	2	602	614	626	638	650	652	664	676
	3	603	615	627	639	641	653	665	677
	4	604	616	628	640	642	654	666	678
	5	605	617	629	631	643	655	667	679
	6	606	618	630	632	644	656	668	680
	7	607	619	621	633	645	657	669	671
	8	608	620	622	634	646	658	670	672
	9	609	611	623	635	647	659	661	673
	0	610	612	624	636	648	660	662	674
7, 8, 9	1	601	614	627	640	643	656	669	672
	2	602	615	628	631	644	657	670	673
	3	603	616	629	632	645	658	661	674
	4	604	617	630	633	646	659	662	675
	5	605	618	621	634	647	660	663	676
	6	606	619	622	635	648	651	664	677
	7	607	620	623	636	649	652	665	678
	8	608	611	624	637	650	653	666	679
	9	609	612	625	638	641	654	667	680
	0	610	613	626	639	642	655	668	671

ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ № 6

601. Красная граница фотоэффекта для цинка $\lambda_0 = 293$ нм. Определить максимальную кинетическую энергию $E_{max}^{кин}$ фотоэлектронов в электрон-вольтах, если на цинк падает свет с длиной волны $\lambda = 200$ нм.

602. На поверхность калия падает свет с длиной волны $\lambda = 150$ нм. Определить максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов $E_{max}^{кин}$ в электронвольтах.

603. Фотон с энергией $\varepsilon = 10{,}0$ эВ падает на серебряную пластину и вызывает фотоэффект. Определить импульс p, полученный пластиной, если принять, что направление движения фотона и электрона лежат на одной прямой, перпендикулярной поверхности пластин.

604. На фотоэлемент с катодом из лития падает свет с длиной волны $\lambda = 200$ нм. Найти наименьшее значение задерживающей разности потенциалов U_{min}, которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок.

605. Какова должна быть λ длина волны γ-излучения, падающего на платиновую пластину, чтобы максимальная скорость фотоэлектронов V_{max} была равна $3{,}00 \cdot 10^6$ м/с?

606. На металлическую пластину направлен пучок ультрафиолетового излучения ($\lambda = 250$ нм). Фототок прекращается при минимальной задерживающей разности потенциалов $U_{min} = 960$ мВ. Определить работу выхода A электронов из металла в электронвольтах.

607. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 100$ нм. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 300$ нм. Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

608. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластины, нужно приложить задерживающую разность потенциалов $U_1 = 3{,}70$ В. Если платиновую пластину заменить пластиной из другого металла, то задерживающую разность потенциалов придётся увеличить до $U_2 = 6{,}00$ В. Определить работу выхода A_2 электронов с поверхности этой пластины.

609. Какая доля энергии фотона, вызывающего фотоэффект, расходуется на работу выхода, если наибольшая скорость электронов, вырванных с поверхности металла, $V_{max} = 1{,}00 \cdot 10^6$ м/с? Красная граница фотоэффекта для этого металла соответствует длине волны $\lambda_0 = 290$ нм.

610. Определить максимальную скорость электрона, вылетевшего из цезия при освещении светом с длиной волны $\lambda = 400$ нм.

611. Фотон с длиной волны $\lambda = 10{,}0$ пм рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 90{,}0°$. Определить, какую долю первоначальной энергии теряет при этом фотон.

612. Фотон при эффекте Комптона на свободном электроне был рассеян на угол $\theta = 90{,}0°$. Определить импульс p, приобретённый электроном, если энергия фотона до рассеяния ε_1 была равна 1,022 МэВ.

613. Рентгеновское излучение ($\lambda = 10{,}0$ пм) рассеивается электронами, которые можно считать практически свободными. Определить максимальную длину волны λ_{max} рентгеновского излучения в рассеянном пучке.

614. Какая доля энергии фотона приходится при эффекте Комптона на электрон отдачи, если рассеяние фотона происходит на угол $\theta = 90{,}0°$? Энергия фотона до рассеяния $\varepsilon_1 = 0{,}511$ МэВ.

615. Определить импульс p_e электрона отдачи, если фотон с энергией $\varepsilon_1 = 1{,}533$ МэВ в результате рассеяния потерял $1/3$ своей энергии.

616. Определить угол θ, на который был рассеян квант света с энергией $\varepsilon_1 = 1{,}533$ МэВ при эффекте Комптона, если кинетическая энергия электрона отдачи $E^{кин} = 0{,}511$ МэВ.

617. Фотон с энергией $\varepsilon_1 = 0{,}511$ МэВ при рассеянии на свободном электроне потерял половину своей энергии. Определить угол рассеяния θ.

618. Фотон с энергией $\varepsilon_1 = 0{,}511$ МэВ был рассеян при эффекте Комптона на свободном электроне на угол $\theta = 180°$. Определить кинетическую энергию $E^{кин}$ электрона отдачи в электронвольтах.

619. В результате эффекта Комптона фотон с энергией $\varepsilon_1 = 1{,}022$ МэВ рассеян на свободных электронах на угол $\theta = 150°$. Определить энергию ε_2 рассеянного фотона в электронвольтах.

620. Определить максимальное изменение длины волны $(\Delta\lambda)_{max}$ при комптоновском рассеянии света на свободных протонах.

621. Определить энергетическую освещённость I зеркальной поверхности, если давление, производимое излучением, $p = 40{,}0$ мкПа. Излучение падает нормально к поверхности.

622. Давление p света с длиной волны $\lambda = 400$ нм, падающего нормально на чёрную поверхность, равно 2,00 нПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 10{,}0$ с на площадь $S = 1{,}00$ мм^2 этой поверхности.

623. Определить коэффициент отражения ρ поверхности, если при энергетической освещённости $I = 120$ Вт/м^2 давление p света на нее оказалось равным 500 нПа. Свет падает на поверхность нормально.

624. Давление света, производимое на зеркальную поверхность, $p = 5{,}00$ мПа. Определить концентрацию n_0 фотонов вблизи поверхности, если длина волны света, нормально падающего на поверхность, $\lambda = 500$ нм. (Учесть падающие и отражённые фотоны.)

625. Найти силу светового давления, действующую на зеркало площадью $S = 300$ м^2, развёрнутое в околоземном космическом пространстве для освещения участков земной поверхности. Считать, что поверхность зеркала расположена под углом $\beta = 60{,}0°$ к солнечным лучам. Солнечная постоянная (энергия излучения, падающая на единицу поверхности, перпендикулярной лучам, в единицу времени) $E_\text{с} = 1{,}35 \cdot 10^3$ Дж$/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$.

626. Лазер излучил в импульсе длительностью $\Delta t = 130$ мкс пучок света с энергией $W = 10{,}0$ Дж. Найти среднее давление светового импульса, если его сфокусировать в пятнышко диаметром $d = 10{,}0$ мкм на поверхность, перпендикулярную к пучку, с коэффициентом отражения $\rho = 0{,}500$.

627. Определить давление p лучей Солнца на поверхность чёрного тела, помещённого на таком же как Земля расстоянии от Солнца. Угол падения лучей равен нулю. Солнечная постоянная (энергия излучения, падающая на единицу поверхности, перпендикулярной лучам, в единицу времени) $E_\text{с} = 1{,}35 \cdot 10^3$ Дж$/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$. Произвести тот же расчёт для тела, отражающего все лучи.

628. Свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на неё давление $p = 4{,}00$ мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время $\Delta t = 10$ с на площадь $S = 1{,}00$ мм^2 этой поверхности.

629. На зеркальную поверхность $S = 6{,}00$ см^2 падает нормально поток излучения $\Phi = 800$ мВт. Определить давление p и силу давления F света на эту поверхность.

630. Точечный источник монохроматического излучения находится в центре сферической зачернённой колбы радиусом $r = 100$ мм. Определить световое давление p, производимое на внутреннюю поверхность колбы, если мощность источника $\text{P} = 1{,}00$ кВт.

631. Определить энергетическую светимость R_T^0 и температуру T абсолютно чёрного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda_0 = 650$ нм.

632. Земля вследствие излучения в среднем ежеминутно теряет с поверхности площадью $S = 1{,}00$ м^2 энергию $W = 5{,}40$ кДж. При какой температуре T абсолютно чёрное тело излучало бы такую же энергию.

633. Найти мощность P, излучаемую абсолютно чёрным шаром радиусом $r = 100$ мм, который находится в комнате при температуре $t = 20\,°\mathrm{C}$.

634. Во сколько раз увеличится мощность излучения абсолютно чёрного тела и его температура, если максимум спектральной плотности энергетической светимости переместится от 700 до 600 нм?

635. Мощность излучения абсолютно чёрного тела $\mathrm{P} = 100$ Вт. Найти площадь его излучающей поверхности S, если известно, что максимум его спектральной плотности энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda_0 = 2{,}00$ мкм.

636. Оценить температуру поверхности Солнца, если максимум спектральной плотности энергетической светимости его излучения приходится на зелёную область видимого диапазона спектра с длиной волны $\lambda = 550$ нм. Считать, что Солнце излучает как абсолютно чёрное тело.

637. Температура абсолютно чёрного тела изменилась при нагревании от $t_1 = 1327\,°\mathrm{C}$ до $t_2 = 1727\,°\mathrm{C}$. На сколько изменилась при этом длина волны $\Delta\lambda_0$, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, и во сколько раз увеличилось максимальное значение $\left(r_{\lambda T}^0\right)_{\max}$ спектральной плотности энергетической светимости?

638. Определить температуру в печи, если из маленького отверстия в её дверце излучается за время 1 с энергия $W = 27{,}5$ Дж. Площадь отверстия $S = 1{,}44$ см^2. Считать, что печь излучает как абсолютно чёрное тело.

639. Диаметр вольфрамовой нити накала в электрической лампочке $d = 300$ мкм, длина $\mathbf{l} = 50{,}0$ мм. При включении лампочки в цепь напряжением $U = 220$ В по ней течёт ток $I = 310$ мА. Найти температуру нити T, если вся выделяющаяся энергия испускается за счёт излучения. Коэффициент черноты вольфрама $\varepsilon_T = 0{,}310$.

640. При увеличении температуры T абсолютно чёрного тела в $n = 2$ раза длина волны λ_0, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости $\left(r_{\lambda T}^0\right)_{\max}$, уменьшилась на $\Delta\lambda_0 = 400$ нм. Определить начальную T_1 и конечную T_2 температуры.

641. Во сколько раз увеличится радиус орбиты электрона у атома водорода, находящегося в основном состоянии, при возбуждении его фотоном энергией $\varepsilon = 12{,}09$ эВ?

642. Вычислить по теории Бора номер n орбиты, на которой скорость электрона v атома водорода равна 734 км/с?

643. Вычислить по теории Бора период T вращения электрона в атоме водорода, находящегося в возбуждённом состоянии, определяемом главным квантовым числом $n = 2$.

644. Переход электрона в атоме водорода с n-й на k-ю орбиту ($k = 1$) сопровождается излучением фотона с длиной волны $\lambda = 102{,}6$ нм. Найти радиус r_n n-й орбиты.

645. Вычислить длины волн всех видимых спектральных линий серии Бальмера.

646. Найти наибольшую $\lambda_{\max}$ и наименьшую $\lambda_{\min}$ длины волн в ультрафиолетовой серии водорода (серии Лаймана).

647. Атом водорода переведён из нормального состояния в возбуждённое, характеризуемое главным квантовым числом $n = 2$. Найти энергию ε, необходимую для перевода атома водорода в указанное возбуждённое состояние. Ответ выразить в электронвольтах.

648. В однозарядном ионе гелия электрон перешёл с третьего энергетического уровня ($n_2 = 3$) на первый ($n_1 = 1$). Определить длину волны λ излучения, испущенного ионом гелия.

649. Электрон в атоме водорода находится на третьем энергетическом уровне ($n = 3$). Определить кинетическую $E_3^{\text{кин}}$, потенциальную $E_3^{\text{пот}}$ и полную E_3 энергию электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

650. Фотон выбивает из атома водорода, находящегося в основном состоянии, электрон с кинетической энергией $E^{\text{кин}} = 10{,}0$ эВ. Определить энергию ε фотона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

651. Вычислить длину волны де Бройля электрона, имеющего кинетическую энергию 100 эВ.

652. Вычислить длину волны де Бройля протона, имеющего кинетическую энергию 100 эВ.

653. Вычислить длину волны де Бройля атома урана ${}^{238}_{92}\text{U}$, имеющего кинетическую энергию 100 эВ.

654. Вычислить длину волны де Бройля молекулы водорода, соответствующую среднеквадратической скорости при температуре 20 °C.

655. Вычислить длину волны де Бройля молекулы кислорода, соответствующую среднеквадратической скорости при температуре 20 °C.

656. Какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его длина волны де Бройля уменьшилась от $\lambda_1 = 100$ до $\lambda_2 = 50{,}0$ пм? Ответ дать в электронвольтах.

657. При каком значении кинетической энергии (в мегаэлектронвольтах) дебройлевская длина волны электрона равна его комптоновской длине волны?

658. В электронном микроскопе электроны ускоряются разностью потенциалов 90,0 кВ. Какова дебройлевская длина волны таких электронов?

659. В цветном телевизоре электроны ускоряются разностью потенциалов 25,0 кВ. Какова дебройлевская длина волны таких электронов?

660. Кинетическая энергия электрона равна его энергии покоя. Какова дебройлевская длина волны такого электрона?

661. Какой изотоп свинца образуется из α-активного $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ в результате пяти α- распадов и четырех β-распадов?

662. Сколько α- и сколько β-распадов испытывает уран $^{238}_{92}\mathrm{U}$, превращаясь в конечном счёте в стабильный изотоп свинца $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$?

663. Какая доля ω радиоактивных ядер кобальта, период полураспада которых 71,3 суток, распадется за 30 суток?

664. Сколько β-частиц испускает в течение одного часа 1,0 мкг изотопа натрия $^{24}_{11}\mathrm{Na}$, период полураспада которого равен 15 часам?

665. Активность некоторого препарата уменьшилась в 2,5 раза за 7,0 суток. Найти период его полураспада.

666. Вычислить (в атомных единицах массы) массу m атома лития $^{7}_{3}\mathrm{Li}$, энергия связи ядер которого $E_{св} = 39{,}3$ МэВ.

667. Вычислить (в атомных единицах массы) массу m ядра углерода $^{12}_{6}\mathrm{C}$, у которого энергия связи $E_{св}$ на один нуклон равна 6,04 МэВ.

668. Считая, что в одном акте деления ядра урана $^{235}_{92}\mathrm{U}$ освобождается энергия $E = 200$ МэВ, определить какое количество урана расходуется в сутки на атомной электростанции мощностью 1,00 МВт.

669. Считая, что в одном акте деления ядра урана $^{235}_{92}\mathrm{U}$ освобождается энергия $E = 200$ МэВ, определить какое количество энергии в киловатт-часах можно получить от деления 1,00 г урана $^{235}_{92}\mathrm{U}$.

670. Какое количество теплоты выделяется при образовании одного грамма $^{4}_{2}\mathrm{He}$ из дейтерия $^{2}_{1}\mathrm{H}$, если массы их ядер равны соответственно 4,00260 а.е.м. и 2,01410 а.е.м.?

671. Вычислить удельную изохорную теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ кристаллической решётки меди при температурах $T_1 = 10{,}0$ К; $T_2 = 1000$ К.

672. Вычислить удельную изохорную теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ кристаллической решётки железа при температурах $T_1 = 15{,}0$ К; $T_2 = 1500$ К.

673. Вычислить удельную изохорную теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ кристаллической решётки цинка при температурах $T_1 = 12{,}0$ К; $T_2 = 600$ К.

674. Вычислить удельную изохорную теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ кристаллической решётки свинца при температурах $T_1 = 10{,}0$ К; $T_2 = 300$ К.

675. Во сколько раз уменьшится удельная изохорная теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ кристаллической решётки алюминия при охлаждении от температуры $T_1 = 700$ К до температуры $T_2 = 2{,}00$ К.

676. Во сколько раз уменьшится удельная изохорная теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ кристаллической решётки серебра при охлаждении от температуры $T_1 = 20{,}0$ К до температуры $T_2 = 7{,}00$ К.

677. Выберите материал с наименьшей удельной изохорной теплоёмкостью кристаллической решётки при криогенных температурах из следующего списка: алюминий, вольфрам, железо, золото, медь, молибден, платина, серебро. Обосновать выбор. Чему равна теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ выбранного материала при температуре $T = 10{,}0$ К.

678. Выберите материал с наибольшей удельной изохорной теплоёмкостью кристаллической решётки при криогенных температурах из следующего списка: алюминий, вольфрам, железо, золото, медь, молибден, платина, серебро. Обосновать выбор. Чему равна теплоёмкость $c_{V\text{уд}}$ выбранного материала при температуре $T = 10{,}0$ К.

679. Медная и алюминиевая детали работают при температуре $T = 10{,}0$ К. Найти массу медной детали, у которой изохорная теплоёмкость кристаллической решётки равна изохорной теплоёмкости кристаллической решётки алюминиевой детали массой $m = 100$ г.

680. Ниобий и висмут используются в приборах, работающих при криогенных температурах. Найти изохорные теплоёмкости кристаллической решётки деталей из ниобия и висмута одинаковой массы $m = 10{,}0$ г при температуре $T = 11{,}0$ К.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Единицы СИ

Физическая величина	Единица		
Наименование	Наименование	Обозначение	
		русское	международное
Основные единицы			
Длина	метр	м	m
Масса	килограмм	кг	kg
Время	секунда	с	s
Термодинамическая температура	кельвин	К	K
Сила электрического тока	ампер	А	A
Количество вещества	моль	моль	mol
Сила света	кандела	кд	cd
Дополнительные единицы			
Плоский угол	радиан	рад	rad
Телесный угол	стерадиан	ср	sr
Производные единицы			
Активность радионуклида	беккерель	Бк	Bq
Волновое число	метр в минус первой степени	$м^{-1}$	m^{-1}
Давление	паскаль	Па	Pa
Импульс	килограмм-метр в секунду	кг·м/с	kg·m/s
Индукция магнитного поля	тесла	Тл	T
Интенсивность волны	ватт на квадратный метр	$Вт/м^2$	W/m^2
Молярная масса	килограмм на моль	кг/моль	kg/mol
Молярная теплоёмкость	джоуль на моль-кельвин	Дж/(моль·К)	J/(mol ·K)

Продолжение табл. 1

Физическая величина	Единица		
Наименование	Наименование	Обозначение	
		русское	международное
Мощность	ватт	Вт	W
Напряжённость магнитного поля	ампер на метр	А/м	A/m
Напряжённость электрического поля	вольт на метр	В/м	V/m
Поверхностная плотность потока излучения	ватт на квадратный метр	Вт/м^2	W/m^2
Поверхностная плотность теплового потока	ватт на квадратный метр	Вт/м^2	W/м^2
Поглощённая доза излучения	грэй	Гр	Gy
Потенциал электрического поля	вольт	В	V
Поток энергии, поток излучения	ватт	Вт	W
Работа	джоуль	Дж	J
Световая энергия	люмен-секунда	лм·с	lm·s
Световой поток	люмен	лм	lm
Спектральная плотность энергетической светимости а) по длине волны	ватт на кубический метр	Вт/ м^3	W/m^3
б) по частоте	джоуль на квадратный метр	Дж/м^2	W/m^2
Тепловой поток	ватт	Вт	W
Теплоёмкость	джоуль на кельвин	Дж/К	J/K
Теплота	джоуль	Дж	J
Удельная теплоёмкость	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг·К)	J/(kg ·K)
Химический потенциал	джоуль	Дж	J
Частота периодического процесса	герц	Гц	Hz

Окончание табл. 1

Физическая величина	Единица		
Наименование	Наименование	Обозначение	
		русское	международное
Электрический заряд	кулон	Кл	C
Энергетическая освещённость	ватт на квадратный метр	$Вт/м^2$	W/m^2
Энергетическая светимость	ватт на квадратный метр	$Вт/м^2$	W/m^2
Энергия	джоуль	Дж	J

Таблица 2

Внесистемные единицы, допущенные к применению

Величина	Единица		
	Наименование	Обозначение	Соотношение с единицей СИ
Время	минута	мин	60 с
	час	ч	3600 с
	сутки	сут	86 400 с
Плоский угол	градус	$...^{\circ}$	$(\pi/180)$ рад $= 1{,}74 \cdot 10^{-2}$ рад
	минута	$...'$	$2{,}91 \cdot 10^{-4}$ рад
	секунда	$...''$	$4{,}85 \cdot 10^{-6}$ рад
Энергия	электронвольт	эВ	$1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Масса	атомная единица массы	а.е.м.	$1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг
Относительная величина	процент	%	10^{-2}

Таблица 3

Десятичные кратные и дольные приставки и множители

Приставка			Множитель	Пример
Наименование	Обозначение			
	русское	международное		
экса	Э	E	10^{18}	1 Эм=10^{18} м
пета	П	P	10^{15}	1 Пм =10^{15} м
тера	Т	T	10^{12}	1 Тм =10^{12} м
гига	Г	G	10^{9}	1 Гм =10^{9} м
мега	М	M	10^{6}	1 Мм =10^{6} м
кило	к	k	10^{3}	1 км =10^{3} м
гекто	г	h	10^{2}	1 гм =10^{2} м
дека	да	da	10^{1}	1 дам =10^{1} м
деци	д	d	10^{-1}	1 дм =10^{-1} м
санти	с	c	10^{-2}	1 см =10^{-2} м
милли	м	m	10^{-3}	1 мм =10^{-3} м
микро	мк	μ	10^{-6}	1 мкм =10^{-6} м
нано	н	n	10^{-9}	1 нм =10^{-9} м
пико	п	p	10^{-12}	1 пм =10^{-12} м
фемто	ф	f	10^{-15}	1 фм =10^{-15} м
атто	а	a	10^{-18}	1 ам =10^{-18} м

Приставку или её обозначение следует писать слитно с наименованием единицы, к которой она присоединяется, или с её обозначением.

Присоединение двух и более приставок подряд не допускается.

Кратные и дольные единицы должны выбираться таким образом, чтобы числовые значения величины находились в диапазоне от 0,1 до 1000. (Выбор десятичной кратной или дольной единицы диктуется прежде всего удобством ее применения.)

Для уменьшения вероятности ошибок при расчётах десятичные кратные и дольные единицы рекомендуется подставлять только в конечный результат, а в процессе вычислений все величины выражать в единицах СИ, заменяя приставки множителями 10^{n}.

Таблица 4

Основные физические постоянные (округленные значения)

Величина	Обозначение	Значение величины
Скорость света в вакууме	c	$3{,}00\cdot 10^{8}$ м/с
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi\cdot 10^{-7}$ Гн/м
Электрическая постоянная	ε_0	$8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м
Гравитационная постоянная	γ	$6{,}67\cdot 10^{-11}$ Н·м^2/кг^2
Постоянная Планка	h	$6{,}63\cdot 10^{-34}$ Дж·с
	$\mathbf{h}$	$1{,}055\cdot 10^{-34}$ Дж·с
Элементарный электрический заряд	e	$1{,}60\cdot 10^{-19}$ Кл
Комптоновская длина волны электрона	Λ_k	$2{,}43\cdot 10^{-12}$ м
Постоянная Ридберга	R	$1{,}097\cdot 10^{7}$ м$^{-1}$
Число Авогадро	N_A	$6{,}02\cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R	8,31 Дж/(моль·К)
Постоянная Больцмана	k	$1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К
Постоянная Стефана–Больцмана	σ	$5{,}67\cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4)
Боровский радиус	a_0	$0{,}529\cdot 10^{-10}$ м
Энергия ионизации атома водорода	E_i	$2{,}18\cdot 10^{-18}$ Дж 13,6 эВ

Таблица 5

Работа выхода электронов из металла

Металл	A, эВ	A, 10^{-19} Дж	Металл	A, эВ	A, 10^{-19} Дж
Калий	2,22	3,55	Серебро	4,30	6,88
Литий	2,38	3,81	Платина	5,32	8,51
Цинк	4,24	6,78	Цезий	1,81	2,90

Таблица 6

Масса и энергия покоя некоторых частиц

Частица	m_0		E_0	
	кг	а.е.м.	Дж	МэВ
Электрон	$9{,}11\cdot 10^{-31}$	0,000549	$8{,}16\cdot 10^{-14}$	0,511
Протон	$1{,}673\cdot 10^{-27}$	1,007276	$1{,}50\cdot 10^{-10}$	938,3
Нейтрон	$1{,}675\cdot 10^{-27}$	1,008665	$1{,}51\cdot 10^{-10}$	939,6
α-частица	$6{,}64\cdot 10^{-27}$	4,00150	$5{,}96\cdot 10^{-10}$	3733

Таблица 7

Молярная масса μ, температуры Дебая $\theta_Д$ и плавления $T_{пл}$ некоторых веществ

Вещество	Обозначение химического элемента	Порядковый номер в периодической системе	μ	$\theta_Д$	$T_{пл}$
			кг/моль	К	К
Алюминий	Al	13	0,027	394	934
Висмут	Bi	83	0,209	120	544
Вольфрам	W	74	0,184	312	3687
Железо	Fe	26	0,056	373	1808
Золото	Au	79	0,197	170	1337
Медь	Cu	29	0,064	315	1356
Молибден	Mo	42	0,096	377	2895
Ниобий	Nb	41	0,093	260	2760
Платина	Pt	78	0,195	230	2042
Свинец	Pb	82	0,207	88	600
Серебро	Ag	47	0,108	215	1234
Цинк	Zn	30	0,065	234	692