

Г.Г. РЕКУС А.И. БЕЛОУСОВ

СБОРНИК задач и упражнений по электротехнике и основам электроники

Издание второе, переработанное

Допущено
Министерством образования Российской Федерации
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по неэлектротехническим специальностям
направлений подготовки дипломированных специалистов
в области техники и технологии



Москва
«Высшая школа» 2001

УДК 621.3
ББК 31.2
Р 36

Рецензенты:

кафедра электротехники и компьютеризации
электромеханических систем Московского государ-
ственного технического университета (зав. кафед-
рой — д-р техн. наук, проф. Б. И. Петленко) и кафед-
ра электротехники и электропривода Московского
государственного строительного университета (зав.
кафедрой — д-р техн. наук, проф. Г. Е. Иванченко)

Рекус Г. Г., Белоусов А. И.

Р 36 Сборник задач и упражнений по электротехнике и ос-
новам электроники: Учеб. пособие для неэлектротехн. спец.
вузов. — 2-е изд., перераб. — М.: Высш. шк., 2001. —
416 с.: ил.

ISBN 5-06-003984-6

Пособие содержит типовые задачи, подобранные по разной степени сложности, а также примеры их решения.

Включенные в книгу приложения дают возможность решать представ-
ленные задачи без дополнительного справочного материала.

*Для студентов, изучающих курс электротехники и основ электроники
на неэлектротехнических специальностях вузов.*

УДК 621.3
ББК 31.2

ISBN 5-06-003984-6

© ГУП «Издательство «Высшая школа» 2001

Оригинал-макет данного издания является собственностью издательства
«Высшая школа» и его репродуцирование (воспроизведение) любым способом без
согласия издательства запрещается.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие состоит из 16 глав по основным вопросам электротехники, в каждую из которых, помимо теории, включены численные решения типовых задач с основными положениями и формулами, облегчающими понимание соответствующего материала. Такая форма изложения особенно важна для студентов, изучающих курс электротехники и основ электроники самостоятельно, а также на вечерних и заочных отделениях вузов.

В параграфах пособия для удобства пользования принята тройная нумерация рисунков, а в задачах — двойная, которая соответствует номерам задач. В каждой главе в контрольных заданиях даны дополнительные вопросы, способствующие лучшему усвоению материала студентами.

Основные теоретические положения подготовлены Г. Г. Рекусом, а материалы контрольных заданий — А. И. Белоусовым.

Авторы выражают благодарность коллективам кафедры электротехники и компьютеризации электромеханических систем Московского государственного технического университета (зав. кафедрой — д-р техн. наук, проф. Б. И. Петленко) и кафедры электротехники и электропривода Московского государственного строительного университета (зав. кафедрой — д-р техн. наук, проф. Г. И. Иванченко), сделавшим при рецензировании книги ряд ценных замечаний и рекомендаций, способствовавших ее улучшению.

Учебное пособие предназначено для студентов, изучающих курс электротехники и основ электроники на неэлектротехнических специальностях вузов. Материал пособия может быть использован при освоении последующих прикладных дисциплин и решении практических вопросов.

Авторы

Глава 1

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

§ 1.1. ИСТОЧНИКИ И ПОТРЕБИТЕЛИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Электрическая цепь представляет собой совокупность электротехнических устройств, создающих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых описываются уравнениями с учетом понятий об электродвижущей силе, электрическом токе и электрическом напряжении.

Основными элементами электрической цепи (рис. 1.1.1) являются источники и потребители электрической энергии.

В качестве источников электрической энергии постоянного тока широко распространены генераторы постоянного тока и гальванические элементы.

Источники электрической энергии характеризуются ЭДС E , которую они развивают, и внутренним сопротивлением R_0 .

Потребителями электрической энергии являются резисторы, электрические двигатели, электролизные ванны, электрические лампы и т. д. В них электрическая энергия преобразуется в механическую, тепловую, световую и др. В электрической цепи за положительное направление ЭДС E принимается направление, совпадающее с силой, действующей на положительный заряд, т. е. от «—» источника к «+» источника питания. За положительное направление напряжения U принято направление, совпадающее с направлением действия электрического поля, т. е. от «+» к «—» источника. За положительное направление тока I принято направление, совпадающее с перемещением положительных зарядов, т. е. от «+» к «—» источника (см. рис. 1.1.1).

В электрической цепи электродвижущая сила ЭДС источника может иметь одинаковое и противоположное направление с током.

В первом случае источник ЭДС работает в режиме генератора, т. е. является источником электрической энергии. При этом ЭДС E оказывается большей напряжения на его зажимах ($E > U$). При направлении ЭДС E в цепи противоположно току источник становится потребителем электрической энергии, т. е. он работает в режиме потребителя и при этом ЭДС E оказывается меньше напряжения U на зажимах

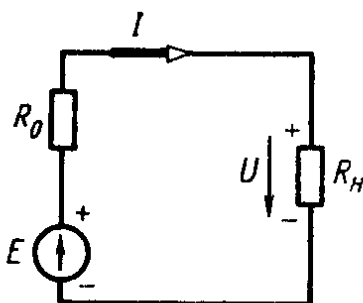


Рис. 1.1.1

источника ($E < U$) на величину внутреннего падения напряжения $R_0 I$. При расчетах электрических цепей реальные источники электрической энергии заменяются схемами замещения.

Схема замещения источника ЭДС содержит ЭДС E и внутреннее сопротивление R_0 источника, которое много меньше сопротивления R_n потребителя электроэнергии ($R_n \gg R_0$). Часто при расчетах приходится внутреннее сопротивление источника ЭДС приравнять нулю.

В идеализированном источнике ЭДС E падение напряжения на внутреннем сопротивлении $R_0 I = 0$, при этом напряжение на зажимах источника $U = \text{const}$ не зависит от тока I и равно ЭДС E источника ($U = E$). В этом случае источник электроэнергии работает в режиме, близком к режиму холостого хода.

В источниках тока внутреннее сопротивление во много раз превосходит сопротивление потребителя электроэнергии $R_0 \gg R_n$, при этом в идеальном источнике тока ток является величиной практически постоянной, не зависящей от нагрузки ($I = \text{const}$).

Реальный источник электрической энергии можно представить в схемах последовательным соединением идеального источника ЭДС и внутреннего сопротивления R_0 или параллельным соединением идеального источника тока и внутренней проводимости $G_0 = 1/R_0$. При расчетах электрических цепей источник тока может быть заменен эквивалентным источником напряжения, что в ряде случаев упрощает расчет.

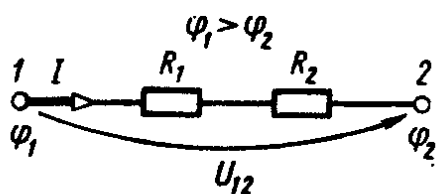


Рис. 1.1.2

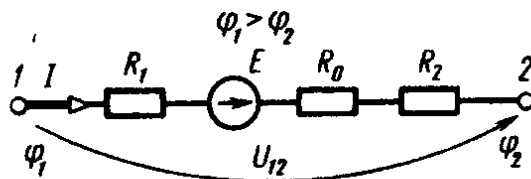


Рис. 1.1.3

Для участка цепи, не содержащего источник энергии (например, для схемы рис. 1.1.2), связь между током I и напряжением U_{12} определяется законом Ома для участка цепи:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\Sigma R} = \frac{U_{12}}{\Sigma R},$$

где φ_1 и φ_2 — потенциалы точек 1 и 2 цепи ($\varphi_1 > \varphi_2$); $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ — напряжение (разность потенциалов) между точками 1 и 2 цепи; ΣR — арифметическая сумма сопротивлений на участке цепи; R_1 и R_2 — сопротивления участков цепи. Для участка цепи, содержащей источник энергии (рис. 1.1.3), закон Ома записывают в виде выражения

$$I = \frac{E}{\Sigma R + R_0},$$

где E — ЭДС источника энергии; $\Sigma R = R_1 + R_2$ — арифметическая сумма сопротивлений R_1 и R_2 участков цепи; R_0 — внутреннее сопротивление источника энергии.

Взаимосвязь между всеми видами мощностей в электрической цепи (баланс мощностей) определяется из уравнения: $\Sigma P_1 = \Sigma P_2 + \Sigma P_n$, где ΣP_1 — алгебраическая сумма мощностей источников энергии ($\Sigma P_1 = \Sigma EI$); ΣP_2 — алгебраическая сумма мощностей потребителей (полезная мощность) ($P_2 = UI$); ΣP_n — суммарная мощность, обусловленная потерями в сопротивлениях источника ($\Sigma P_n = \Sigma I^2 R_0$).

Резисторы, а также сопротивления других электротехнических устройств являются потребителями электрической энергии. Баланс мощностей определяется законом сохранения энергии, при этом в любой замкнутой электрической цепи алгебраическая сумма мощностей источников энергии равна алгебраической сумме мощностей, расходуемых потребителями электрической энергии.

Коэффициент полезного действия установки определяется отношением $\eta = P_2/P_1$.

Литература: [1] § 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 1.11, 1.13; [2] § 1.1—1.7; [3] § 1.1.

Примеры решения задач

1.1. Составить схему электрической цепи постоянного тока с источником ЭДС E с внутренним сопротивлением R_0 при наличии последовательно включенных потребителей электроэнергии — фоторезистора ΦR , резистора с сопротивлением R , лампы накаливания L и коммутационного аппарата B .

Решение. При составлении схемы должны быть учтены установленные ГОСТом условные графические обозначения элементов электрической цепи.

При этом каждый элемент цепи изображается условным обозначением, имеющим определенные размеры. Над каждым элементом указывается соответствующее буквенное обозначение, а также знак полярности: «+» — положительная полярность, «—» — отрицательная полярность источника питания. Условные обозначения определяют функциональное назначение элементов схемы. В обозначении источника питания стрелка указывает направление действия ЭДС, т. е. направление возрастания потенциала внутри источника. При составлении электрической схемы элементы электрической цепи изображают с интервалом друг от друга и соединяют линиями тока (проводами). На схемах указывают положительные направления тока, напряжения или падения напряжения (U_{12}).

Электрическая схема, составленная в соответствии с заданием, приведена на рис. 1.1.

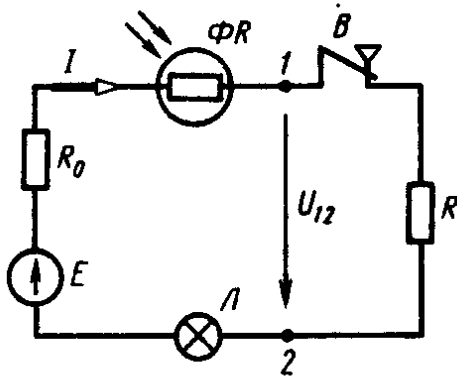


Рис. 1.1

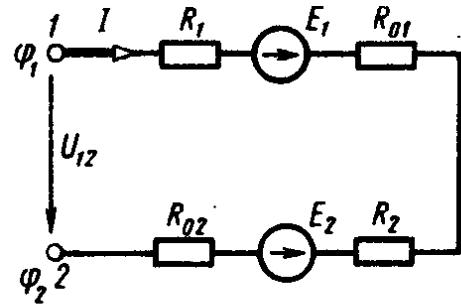


Рис. 1.2

1.2. Определить ток в электрической цепи постоянного тока (рис. 1.2). ЭДС источников питания: $E_1 = 40$ В; $E_2 = 20$ В, внутренние сопротивления: $R_{01} = 3$ Ом, $R_{02} = 2$ Ом, потенциалы точек 1 и 2 цепей: $\varphi_1 = 80$ В; $\varphi_2 = 60$ В, сопротивления резисторов: $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 10$ Ом.

Решение. Напряжение на зажимах электрической цепи в соответствии со вторым законом Кирхгофа: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = E_2 + R_{02}I + R_2I - E_1 + R_{01}I + R_1I$.

Ток в электрической цепи

$$I = \frac{E_1 - E_2 + (\varphi_1 - \varphi_2)}{R_1 + R_2 + R_{01} + R_{02}} = \frac{40 - 20 + (80 - 60)}{10 + 10 + 3 + 2} = 1,6 \text{ А.}$$

1.3. Определить напряжение U на зажимах аккумулятора с ЭДС $E = 2$ В и внутренним сопротивлением $R_0 = 0,01$ Ом, мощность, отдаваемую нагрузочному резистору R_H при разрядке, и мощность, потребляемую им при зарядке при токе $I = 10$ А.

Решение. Схема электрической цепи с аккумулятором при разрядке приведена на рис. 1.3. При разрядке аккумулятор является источником электрической энергии, при этом направление ЭДС E совпадает с направлением тока I (сплошная стрелка).

Напряжение на зажимах аккумулятора при разрядке определяется из уравнения, составленного для этой цепи по второму закону Кирхгофа: $U = R_H I = E - R_0 I = 2 - 0,01 \cdot 10 = 1,9$ В. Мощность, отдаваемая аккумулятором при разрядке, $P_p = EI = 2 \cdot 10 = 20$ Вт.

При зарядке аккумулятор переходит в режиме потребителя электроэнергии. При этом ток I аккумулятора направлен встречно ЭДС E (пунктирная стрелка). Напряжение на зажимах аккумулятора при зарядке в соответствии с уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа: $U = E + R_0 I = 2 + 0,01 \cdot 10 = 2,1$ В.

Мощность, потребляемая аккумулятором при его зарядке, $P_3 = EI = 2 \cdot 10 = 20$ Вт.

1.4. Составить электрическую схему источника ЭДС и схему эквивалентного

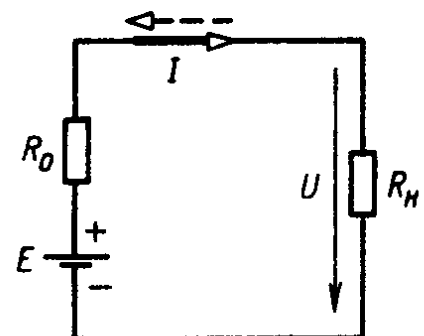


Рис. 1.3

ему 'источника тока, соединенного с нагрузочным сопротивлением R_H . Определить ток I и проводимость G_0 источника тока. ЭДС источника $E = 6$ В, его внутреннее сопротивление $R_0 = 0,1$ Ом.

Решение. Электрическая схема с источником ЭДС и нагрузочным сопротивлением приведена на рис. 1.4, а. Источник ЭДС (ограничен пунктиром) характеризуется величиной ЭДС E и внутренним сопротивлением R_0 . ЭДС E источника изображены на схеме включенными последовательно с внутренним сопротивлением R_0 . Схема источника тока приведена на рис. 1.4, б. Двойная стрелка на схеме показывает направление тока источника и указывает на разрыв электрической цепи, обусловленный бесконечно большим внутренним сопротивлением источника тока, который характеризуется значением тока I и внутренней проводимостью G_0 , включенными на схеме параллельно. При замене источника ЭДС эквивалентным источником тока мощность, потребляемая нагрузкой, принимается неизменной.

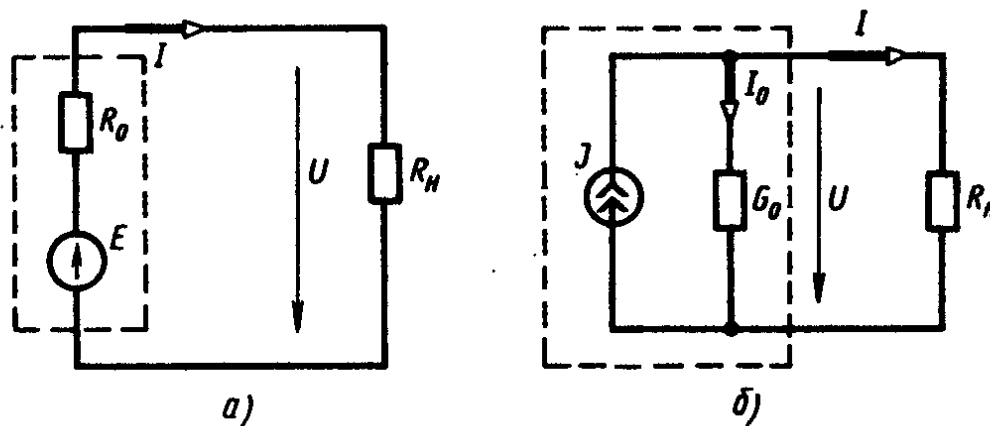


Рис. 1.4

Условием эквивалентности двух источников является равенство напряжений в режиме холостого хода и токов в режиме короткого замыкания.

При холостом ходе источника ЭДС ток в цепи $I_x = I = I_0 = 0$, при этом $U = I_0/G_0 = J/G_0$ (источник тока), а напряжение холостого хода $U_x = U = E$. При коротком замыкании источника ЭДС напряжение $U_k = U = 0$. При этом $I_k = I = E/R_0$, $I = J$. Отсюда $J = E/R_0$, ($G_0 = 1/R_0$); $E = J/G_0$.

Ток и проводимость эквивалентного источника тока: $J = E/R_0 = 6/0,1 = 60$ А, $G_0 = 1/R_0 = 1/0,1 = 10$ См.

1.5. Построить внешнюю характеристику $U(I)$ реального источника энергии с ЭДС E и внутренним сопротивлением R_0 , а также внешние характеристики идеального источника ЭДС и источника тока; сопротивление потребителя электроэнергии (нагрузки) R_H .

Решение. Напряжение на зажимах реального источника определяется в соответствии с уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа: $U = R_H I = E - R_0 I$. При постоянных зна-

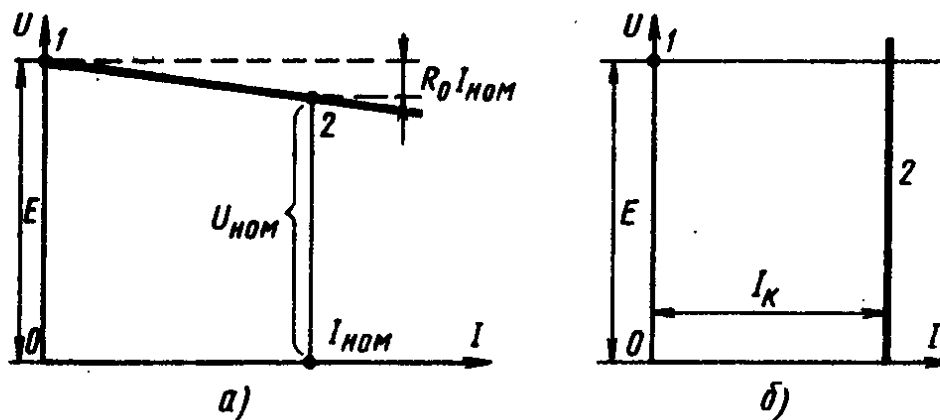


Рис. 1.5

чениях E и R_0 уравнение, связывающее напряжение U и ток I , представляется в виде прямой линии.

Предельные значения U и I определяются из режима холостого хода и режима короткого замыкания.

При холостом ходе $R_n = \infty$, при этом ток $I_x = I = 0$, а $U_x = E$ (точка 1 характеристики). При коротком замыкании $R_n = 0$, ток $I_x = I = E/R_0$, при этом $U_k = U = 0$.

Внешняя характеристика реального источника питания (рис. 1.5, а) представляет график изменения напряжения источника U при изменении сопротивления нагрузки R_n . Она может быть построена по значениям напряжения и тока при холостом ходе и коротком замыкании ($I_x = 0$, $U_x = E$, точка 1) и ($I_k = E/R_0$, $U_k = 0$) в виде прямой линии.

Вторая точка характеристики (точка 2) обычно определяется координатами номинального режима ($I_{ном}$, $U_{ном}$), $U_{ном} = E - R_0 I_{ном}$.

Внешняя характеристика идеального источника ЭДС представлена на рис. 1.5, б (линия 1). При $R_0 = 0$ напряжение $U = U_x = E$.

Внешняя характеристика источника тока представлена на рис. 1.5, б (линия 2). При этом ток источника равен току короткого замыкания: $I_k = I = E/R_0$.

Внутреннее сопротивление R_0 источника тока настолько велико по сравнению с сопротивлением нагрузки ($R_0 \gg R_n$), что из-

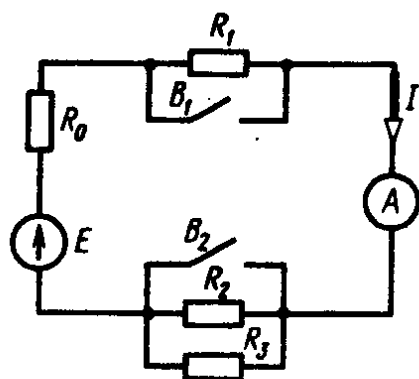


Рис. 1.6

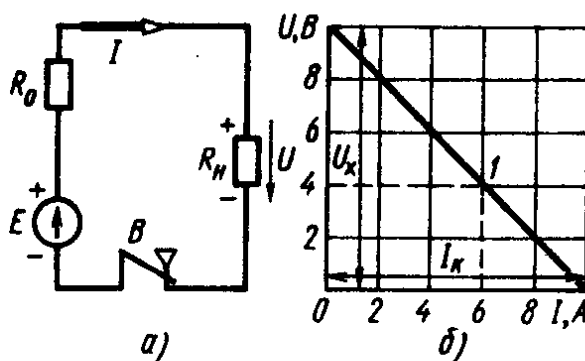


Рис. 1.7

менение его (соответственно изменение напряжения на зажимах нагрузки) практически не влияет на величину тока в электрической цепи с источником тока.

1.6. Определить внутреннее сопротивление R_0 и ЭДС E источника питания (рис. 1.6), если при разомкнутых выключателях B_1 и B_2 ток, протекающий в цепи амперметра, $I = I_1 = 2$ А, а при замкнутом выключателе B_1 и разомкнутом выключателе B_2 ток $I = I_2 = 2,5$ А. Сопротивления резисторов $R_1 = R_2 = R_3 = 3$ Ом.

Решение. Эквивалентное сопротивление ветви цепи с параллельно включенными сопротивлениями R_2 и R_3 : $R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{30 \cdot 30}{30 + 30} = 1,5$ Ом.

Ток в цепи при разомкнутых выключателях B_1 и B_2 определяется уравнением, составленным по закону Ома для всей цепи: $I_1 = \frac{E}{R_0 + R_1 + R_{23}}$.

Ток в цепи при замкнутом выключателе B_1 и разомкнутом выключателе B_2 определяется по уравнению $I_2 = \frac{E}{R_0 + R_{23}}$.

Внутреннее сопротивление источника ЭДС определяется при совместном решении полученных уравнений:

$$R_0 = \frac{(R_1 + R_{23}) I_1 - R_{23} I_2}{I_2 - I_1} = \frac{(3,0 + 1,5) 2 - 1,5 \cdot 2,5}{2,5 - 2} = 10,5 \text{ Ом.}$$

ЭДС источника питания $E = (R_0 + R_{23}) I_2 = (10,5 + 1,5) 2,5 = 30$ В.

1.7. Для электрической цепи рис. 1.7, а определить ток I , напряжение на зажимах потребителя U , мощность источника питания P_1 , мощность P_2 внешней цепи, КПД η установки, если ЭДС источника питания $E = 10$ В, его внутреннее сопротивление $R_0 = 1$ Ом, сопротивление нагрузки $R_n = 4$ Ом. Сопротивлением питающих проводов пренебречь. Построить внешнюю характеристику $U(I)$ источника питания.

Решение. Ток в электрической цепи по закону Ома для всей цепи:

$$I = \frac{E}{R_0 + R_n} = \frac{10}{1 + 4} = 2 \text{ А.}$$

Напряжение на зажимах источника питания: $U = R_n I = 4 \cdot 2 = 8$ В. Мощность источника питания: $P_1 = EI = 10 \cdot 2 = 20$ Вт. Мощность внешней цепи (мощность потребителя): $P_2 = UI = 8 \cdot 2 = 16$ Вт. Потери мощности внутри источника $P_0 = I^2 R_0 = 2^2 \cdot 1 = 4$ Вт, КПД равен

$$\eta = P_2 / P_1 = P_2 / (P_2 + P_0) = 16 / 20 = 0,8, \text{ т. е. } \eta = 80 \text{ \%}.$$

Внешняя характеристика источника питания $U(I)$ при постоянных значениях E и P_0 : а) при холостом ходе (выключатель B разомкнут): $I = I_x = 0$, $U = U_x = E = 10$ В; б) при коротком за-

мыкании (выключатель B замкнут) $R_n = 0$: $I = I_k = E/R_0 = 10/1 = 10$ А; $U_k = R_n I_k = 0$.

Зависимость $U(I)$ является линейной, поэтому данные режимов холостого хода и короткого замыкания определяют внешнюю характеристику источника питания (рис. 1.7, б). По ней и значению тока I нагрузки можно определить соответствующее напряжение U источника. Например, для точки 1 при $I = 6$ А напряжение $U = 10 - 6 = 4$ В, так как по второму закону Кирхгофа $U = E - R_0 I$.

Уравнение баланса мощностей (мощность источника питания равна мощности, выделяемой в виде теплоты в сопротивлениях R_0 и R_n): $EI = I^2 R_0 + I^2 R_n$; $10 \cdot 2 = 2^2 \cdot 1 + 2^2 \cdot 4$; $20 = 20$ Вт.

1.8. Для электрической цепи рис. 1.7, а определить, при каком сопротивлении нагрузки R_n в условиях предыдущей задачи источник питания отдает наибольшую мощность и каков при этом КПД η установки? Построить график изменения полезной мощности в зависимости от сопротивления нагрузки $P_2(R_n)$. Задачу решить в общем виде.

Решение. Мощность, выделяемая в нагрузочном сопротивлении:

$$P_2 = I^2 R_n = \frac{E^2}{(R_0 + R_n)^2} R_n.$$

Для определения наибольшей мощности, отдаваемой источником электроэнергии, берется первая производная мощности по нагрузочному сопротивлению и приравнивается нулю:

$$\frac{dP_2}{dR_n} = \frac{(R_0 + R_n)^2 - 2(R_0 + R_n) R_n}{(R_0 + R_n)^4} E^2 = 0.$$

После преобразования получим $R_n = R_0$, т. е. источник отдает наибольшую мощность при равенстве сопротивлений нагрузки и его внутреннего сопротивления. Максимальная мощность, отдаваемая источником электроэнергии во внешнюю цепь потребителю при $R_n = R_0$:

$$P_{2 \max} = \frac{E^2 R_n}{(R_0 + R_n)^2} = \frac{E^2}{4R_0} \text{ Вт.}$$

КПД источника

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I^2 R_n}{I^2 (R_0 + R_n)} = \frac{R_n}{R_0 + R_n} = \frac{I^2 R_0}{2I^2 R_0} = \frac{1}{2} = 0,5,$$

т. е. $\eta = 50\%$. Можно показать, что при $R_n = 0$ (короткое замыкание) $\eta = 0$; при $R_n = R_0$ КПД $\eta = 0,5$; при $R_n = \infty$ КПД $\eta = 0$.

При изменении нагрузочного сопротивления R_n полезная мощность изменяется в соответствии с уравнением

$$P_2 = \frac{E^2 R_n}{(R_0 + R_n)^2} = \frac{E^2}{R_0} \left[\frac{a}{(a+1)^2} \right] = \frac{E^2}{R_0} K,$$

где $K = a/(a+1)^2$; $a = \frac{R_0}{R_n}$. При $R_0 = R_n$, $a = 1$, $P_2 = 0,25 \frac{E^2}{R_0}$.

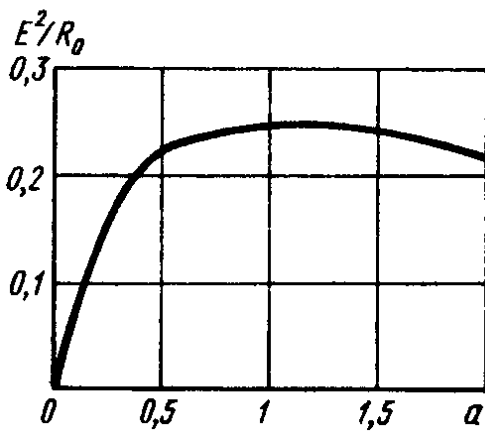


Рис. 1.8

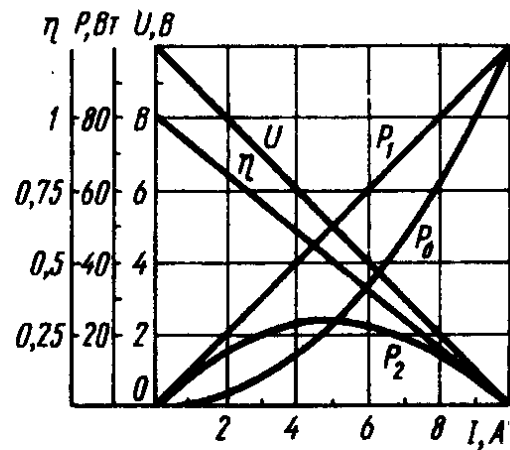


Рис. 1.9

Принимая E и R_0 постоянными, задаваясь различными значениями R_0/R_n , можно получить график, показывающий (в относительных единицах) изменение полезной мощности $P_2 = \frac{E^2}{R_0}$ в функции сопротивления нагрузки R_n (рис. 1.8).

1.9. Построить зависимость изменения напряжения U на зажимах источника питания, мощности P_1 , отдаваемой источником, полезной мощности P_2 , потерь мощности P_0 , КПД η установки от тока I в электрической цепи, т. е. $U, P_1, P_2, P_0, \eta(I)$ при изменении сопротивления нагрузки в пределах $R_n = 0 \div \infty$ для условий задачи 1.7. ЭДС источника питания считать неизменным.

Решение. Порядок расчета для $R_n = 4$ Ом приведен в задаче 1.7. Для других значений нагрузки результаты расчета приведены в табл. 1.1:

Таблица 1.1

R_n , Ом	0	0,5	1	2	4	6	7	9	∞
I , А	10	6,67	5	3,33	2	1,43	1,25	1	0
U , В	0	3,33	5	6,66	8	8,6	8,75	9	10
P_1 , Вт	100	66,7	50	33,3	20	14,3	12,5	10	0
P_2 , Вт	0	22,2	25	22,2	16	12,3	10,9	9	0
P_0 , Вт	100	44,4	25	11,1	4	2,05	1,56	1	0
η	0	0,33	0,5	0,67	0,8	0,855	0,875	0,9	1

На рис. 1.9 приведены графики изменения соответствующих величин в функции тока нагрузки.

Задачи

1.10. Для электрической цепи постоянного тока (см. рис. 1.7, а) определить падение напряжения внутри источника питания ΔU_0 и напряжение U на его зажимах. ЭДС источника $E = 100$ В, со-

противление $R_0 = 0,5 \text{ Ом}$, сопротивление нагрузочного резистора $R_H = 0,5 \text{ Ом}$. Как изменится падение напряжения внутри источника и напряжение на его зажимах, если сопротивление резистора увеличится в 2 раза ($R_H = 19 \text{ Ом}$)? Ответ $\Delta U_0 = 5 \text{ В}$; $U = 95 \text{ В}$; $\Delta U'_0 = 2,57 \text{ В}$; $U' = 97,43 \text{ В}$.

1.11. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.11) определить ток I , напряжения U_1 , U_2 , U_3 на резисторах R_1 , R_2 , R_3 , мощность источника питания P_1 , мощность потребителя электроэнергии P_2 , потери мощности P_0 и КПД η установки. Составить баланс мощностей, если $E = 24 \text{ В}$; $R_0 = 0,5 \text{ Ом}$; $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$; $R_2 = 6 \text{ Ом}$; $R_3 = 50 \text{ Ом}$, определить показания вольтметра V при замкнутом и разомкнутом выключателе B . Ответ: $I = 2 \text{ А}$; $U_1 = 1 \text{ В}$; $U_2 = 12 \text{ В}$; $U_3 = 10 \text{ В}$; $P_1 = 48 \text{ Вт}$; $P_2 = 46 \text{ Вт}$; $P_0 = 2 \text{ Вт}$; $\eta = 0,96$; $U_0 = 12 \text{ В}$; $U'_0 = 24 \text{ В}$.

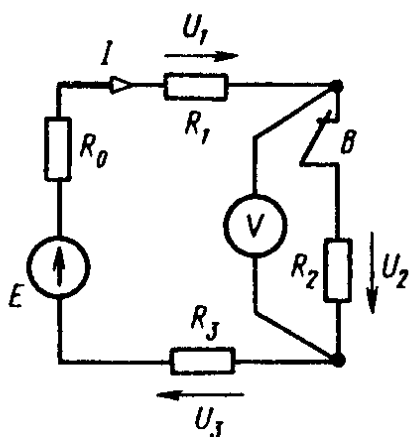


Рис. 1.11

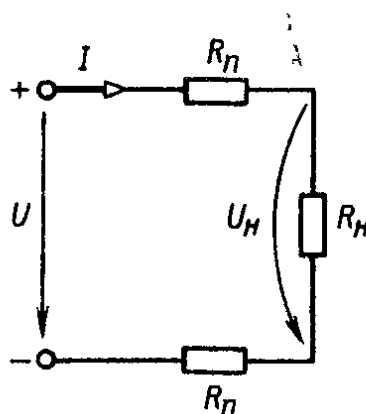


Рис. 1.12

1.12. Определить напряжение питания U электрической цепи постоянного тока (рис. 1.12), а также сопротивление нагрузки R_H , если напряжение на зажимах нагрузки $U_H = 100 \text{ В}$, ток в цепи $I = 10 \text{ А}$, сопротивление каждого из проводов цепи $R_n = 0,6 \text{ Ом}$. Ответ: $U = 112 \text{ В}$; $R_H = 10 \text{ Ом}$.

1.13. По линии электропередачи длиной $l = 500 \text{ м}$, выполненной из медного провода ($\rho = 0,0175 \text{ Ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м}$) с сопротивлением R_n , передается мощность $P = 46 \text{ кВт}$ при напряжении в конце линии $U_H = 418 \text{ В}$ (рис. 1.13). Определить процентное изменение напряжения $\Delta U \%$ при отключенной нагрузке. Номинальное напряжение потребителя $U_{\text{ном}} = 440 \text{ В}$. Ответ: $\Delta U \% = 8,75 \%$.

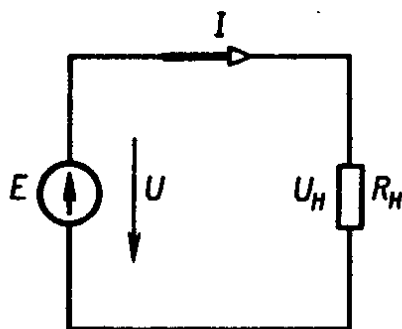


Рис. 1.13

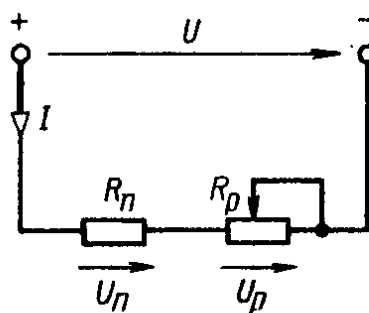


Рис. 1.14

1.14. Определить пределы регулирования напряжения K_U и тока K_I на потребителе электроэнергии с сопротивлением $R_n = 50$ Ом с помощью реостата с сопротивлением $R_p = 70$ Ом (рис. 1.14), если напряжение питающей сети $U = 120$ В. Ответ: $K_U = 2,4$; $K_I = 2,4$.

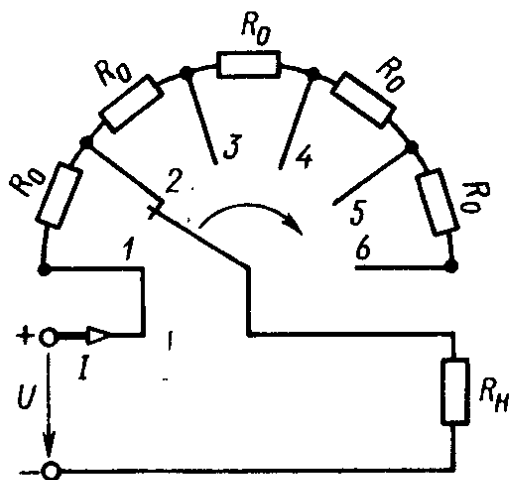


Рис. 1.15

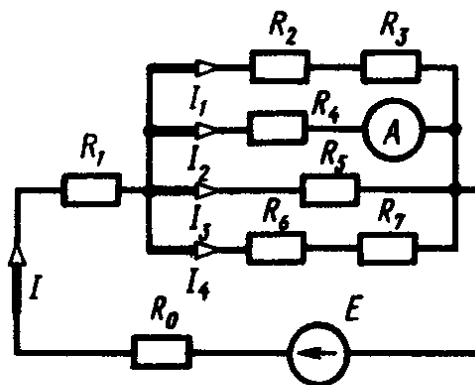


Рис. 1.16

1.15. Последовательно с потребителем электроэнергии с сопротивлением $R_n = 10$ Ом в цепь постоянного тока включен регулировочный реостат (рис. 1.15). Определить сопротивления цепи R , ток I в цепи и падения напряжений ΔU на реостате при установке подвижного контакта реостата в положениях 1—6 при одинаковых сопротивлениях секций реостата $R_0 = 10$ Ом. Напряжение питающей сети $U = 240$ В. Ответ: Результаты расчета представлены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Величины	Положение реостата					
	1	2	3	4	5	6
Общее сопротивление цепи R , Ом	10	20	30	40	50	60
Ток в цепи I , А	24	12	8	6	4,8	4
Падение напряжения на сопротивлении секции ΔU , В	—	120	160	180	192	200
Падение напряжения на потребителе ΔU_n , В	240	120	80	60	48	40

1.16. Определить общий ток I и токи I_1, I_2, I_3, I_4 в отдельных ветвях электрической цепи постоянного тока (рис. 1.16), напряжение U и ЭДС E источника питания. Сопротивление резисторов $R_1 = 6$ Ом; $R_2 = 10$ Ом; $R_3 = 10$ Ом; $R_4 = 20$ Ом; $R_5 = 10$ Ом; $R_6 = 5$ Ом; $R_7 = 15$ Ом, внутреннее сопротивление источника $R_0 = 0,5$ Ом, показание амперметра А: $I_2 = 2$ А. Ответ: $I = 10$ А; $I_1 = I_2 = I_4 = 2$ А; $I_3 = 4$ А; $U = 100$ В; $E = 100$ В.

Контрольное задание

1.17. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.17) определить ток I , напряжение на зажимах потребителя U , мощность потребителя электроэнергии P_2 и источника питания P_1 , КПД η установки, составить баланс мощностей. ЭДС источника E , внутреннее сопротивление источника R_0 , сопротивления резисторов R_1, R_2, R_3 , а также положение выключателей B_1 и B_2 для соответствующих вариантов задания приведены в табл. 1.3.

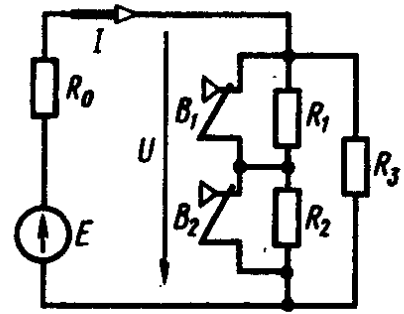


Рис. 1.17

Примечание. Для расширения числа вариантов контрольного задания в вариантах с 31-го по 60-й R_1, R_3 увеличить в 2 раза, в вариантах 61—90 R_2, R_3 уменьшить в 2 раза.

Таблица 1.3

Величины	Варианты контрольного задания 1.17														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$E, В$	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	12	12	12	12	12
$R_0, Ом$	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,5	0,4	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,6	0,4
$R_1, Ом$	—	—	1	—	—	—	3	—	2	—	2	2	3	—	—
$R_2, Ом$	3	—	1	1	—	5	—	2	—	2	—	2	—	3	4
$R_3, Ом$	1	1	2	3	4	5	6	6	8	2,6	8	1	2	3	4
Замкнутые выключатели	B_1	B_2	—	B_1	B_2	B_1	B_2	B_1	B_2	B_1	B_2	—	B_2	B_1	B_1

Продолжение табл. 1.3

Величины	Варианты контрольного задания 1.17														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$E, В$	12	12	12	12	12	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
$R_0, Ом$	0,5	0,6	0,3	0,4	0,3	0,8	0,8	0,6	0,8	0,2	0,2	0,4	0,4	0,8	0,8
$R_1, Ом$	5	—	3	—	1	1	—	—	2	2	—	3	1	—	1
$R_2, Ом$	—	4	—	2	—	1	3	2	—	2	2	—	1	2	1
$R_3, Ом$	5	6	7	8	9	8	1	2	3	4	2,2	6	6	8	8
Замкнутые выключатели	B_2	B_1	B_2	B_1	B_2	—	B_1	B_1	B_2	—	B_1	B_2	—	B_1	—

§ 1.2. МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Неразветвленная электрическая цепь характеризуется тем, что на всех ее участках протекает один и тот же ток, а разветвленная содержит одну или несколько узловых точек, при этом на участках цепи протекают разные токи.

При расчетах неразветвленных и разветвленных линейных электрических цепей постоянного тока могут быть использованы различные методы, выбор которых зависит от вида электрической цепи.

При расчетах сложных электрических цепей во многих случаях целесообразно производить их упрощение путем свертывания, заменяя отдельные участки цепи с последовательным, параллельным и смешанным соединениями сопротивлений одним эквивалентным сопротивлением с помощью метода эквивалентных преобразований (метода трансформаций) электрических цепей.

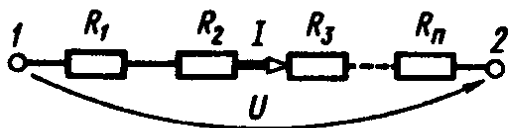


Рис. 1.2.1

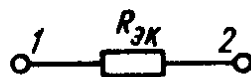


Рис. 1.2.2

Электрическая цепь с последовательным соединением сопротивлений (рис. 1.2.1) заменяется при этом цепью с одним эквивалентным сопротивлением $R_{эк}$ (рис. 1.2.2), равным сумме всех сопротивлений цепи:

$R_{эк} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k$, где R_1 ,

R_2, R_3, \dots, R_n — сопротивления отдельных участков цепи. При этом ток I в электрической цепи сохраняет неизменным свое значение, все сопротивления обтекаются одним и тем же током. Напряжения (падения напряжения) на сопротивлениях при их последовательном соединении распределяются пропорционально сопротивлениям отдельных участков: $U_1/R_1 = U_2/R_2 = U_3/R_3 \dots U_n/R_n$. При параллельном соединении сопротивлений все сопротивления находятся под одним и тем же напряжением U (рис. 1.2.3). Электрическую цепь, состоящую из параллельно соединенных сопротивлений, целесообразно заменить цепью с эквивалентным сопротивлением $R_{эк}$ (см. рис. 1.2.2), которое определяется из выражения

$$\frac{1}{R_{эк}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}, \quad \text{где} \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} = G_{эк} = \sum_{k=1}^n G_k$$

сумма величин, обратных сопротивлениям участков параллельных ветвей электрической цепи (сумма проводимостей ветвей цепи); R_k — сопротивление параллельного участка цепи; $G_{эк}$ — эквивалентная проводимость параллельного участка цепи, $G_{эк} = \frac{1}{R_{эк}}$; n — число параллельных ветвей цепи. Эквивалентное сопротивление участка цепи, состоящего из одинаковых параллельно соединенных сопротивлений, $R_{эк} = R_x/n$. При параллельном соединении двух сопротивлений R_1 и R_2 эквивалентное со-

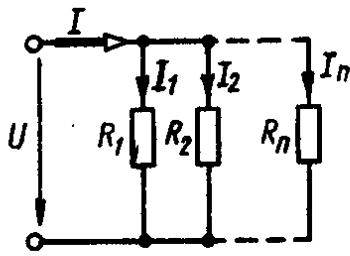


Рис. 1.2.3

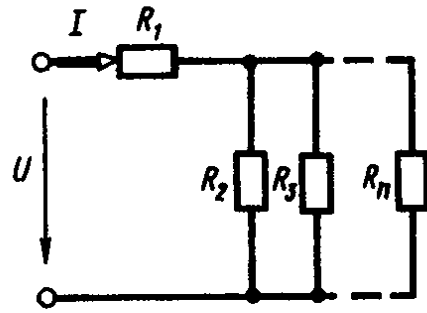


Рис. 1.2.4

противление $R_{эк} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$, а токи распределяются обратно пропорционально их сопротивлениям, при этом $U = R_1 I_1 = R_2 I_2 = R_3 I_3 = \dots = R_n I_n$. При смешанном соединении сопротивлений (рис. 1.2.4), т. е. при наличии участков электрической цепи с последовательным и параллельным соединением сопротивлений, эквивалентное сопротивление (см. рис. 1.2.2) цепи определяется в соответствии с выражением

$$R_{эк} = \sum_{k=1}^n R_k + \frac{1}{\sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}}; \quad R_{нчк} = \sum_{k=1}^n R_k + \frac{1}{G_{эк}}$$

Во многих случаях оказывается целесообразным также преобразование сопротивлений, соединенных треугольником (рис. 1.2.5), эквивалентной звездой (рис. 1.2.6). При этом сопротивления лучей эквивалентной звезды определяют по формулам: $R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$; $R_2 = \frac{R_{12} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$; $R_3 = \frac{R_{23} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$, где R_1, R_2, R_3 — сопротивления лучей эквивалентной звезды сопротивлений; R_{12}, R_{23}, R_{31} — сопротивления сторон эквивалентного треугольника сопротивлений. При замене звезды сопротивлений эквивалентным треугольником сопротивлений сопротивления его сторон рассчитывают по формулам: $R_{31} = R_3 + R_1 + R_3 R_1 / R_2$; $R_{12} = R_1 + R_2 + R_1 R_2 / R_3$; $R_{23} = R_2 + R_3 + R_2 R_3 / R_1$.

Литература. [1] § 1.10.2—1.10.5; [2] § 1.8—1.12.

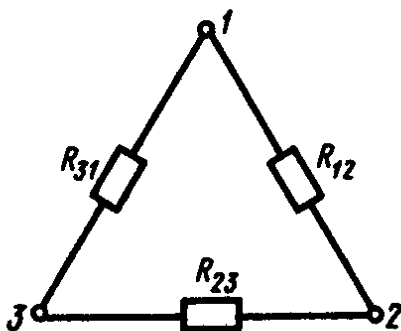


Рис. 1.2.5

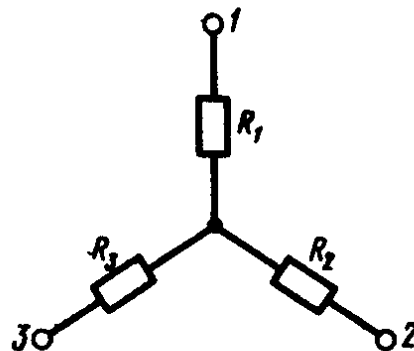


Рис. 1.2.6

Примеры решения задач

1.18. Для электрической цепи постоянного тока с параллельным соединением резисторов R_1 , R_2 и R_3 (рис. 1.18) определить ток I в неразветвленной ее части и токи в отдельных ветвях: I_1 , I_2 , I_3 . Сопротивления резисторов: $R_1 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 15 \text{ Ом}$, напряжение питающей сети $U = 110 \text{ В}$.

Решение. Эквивалентное сопротивление $R_{\text{эк}}$ всей электрической цепи находят исходя из формулы для ее эквивалентной проводимости: $G_{\text{эк}} = \frac{1}{R_{\text{эк}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{11}{30}$ или $R_{\text{эк}} = \frac{30}{11} = 2,73 \text{ Ом}$. Ток в неразветвленной части электрической цепи: $I = U/R_{\text{эк}} = 110/2,73 = 40,3 \text{ А}$. Ток в ветви резистора R_1 : $I_1 = U/R_1 = 110/5 = 22 \text{ А}$. Ток в ветви резистора R_2 : $I_2 = U/R_2 = 110/10 = 11 \text{ А}$.

Ток в ветви резистора R_3 : $I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{110}{15} = 7,33 \text{ А}$. Проверка по первому закону Кирхгофа для узла разветвления рассматриваемой цепи: $I = I_1 + I_2 + I_3$ или $40,3 \text{ А} = 22 + 11 + 7,33 = 40,3 \text{ А}$.

1.19. В условиях задачи 1.18 ток в неразветвленной части цепи $I = 22 \text{ А}$. Определить токи I_1 , I_2 , I_3 в ветвях резисторов R_1 , R_2 , R_3 . Задачу решить методом проводимостей.

Решение. Проводимости отдельных участков электрической цепи: $G_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ См}$; $G_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См}$; $G_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{15} = 0,0667 \text{ См}$.

Эквивалентная проводимость цепи: $G_{\text{эк}} = G_1 + G_2 + G_3 = 0,2 +$

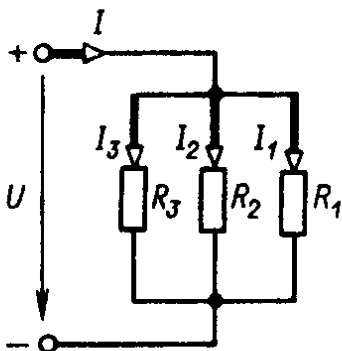


Рис. 1.18

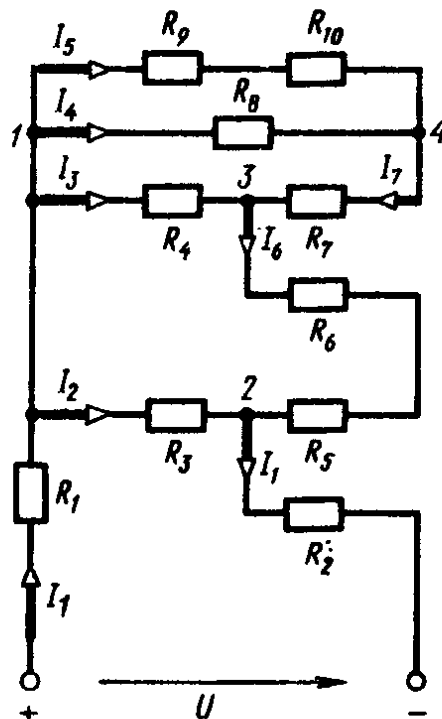


Рис. 1.20

$+0,1 + 0,067 = 0,367$ См. Напряжение между узловыми точками:

$$U = \frac{I}{G_{\text{эк}}} = \frac{22}{0,367} = 60 \text{ В. Токи в ветвях резисторов: } I_1 = U/R_1 = 60/5 = 12 \text{ А; } I_2 = U/R_2 = 60/10 = 6 \text{ А; } I_3 = U/R_3 = 60/15 = 4 \text{ А.}$$

1.20. Определить общее сопротивление R_0 и распределение токов в электрической цепи постоянного тока (рис. 1.20). Сопротивления резисторов: $R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом}$; $R_3 = 6 \text{ Ом}$; $R_5 = R_6 = 1 \text{ Ом}$; $R_4 = R_7 = 6 \text{ Ом}$; $R_8 = 10 \text{ Ом}$; $R_9 = 5 \text{ Ом}$; $R_{10} = 10 \text{ Ом}$. Напряжение питающей сети $U = 120 \text{ В}$.

Решение. Сопротивление участка цепи между узлами 1 и 4: $R_{14} = \frac{(R_9 + R_{10})R_8}{R_9 + R_{10} + R_8} = \frac{(5 + 10)10}{5 + 10 + 10} = 6 \text{ Ом}$. Сопротивление участка

между узлами 1 и 3 цепи: $R_{13} = \frac{(R_{14} + R_7)R_4}{R_{14} + R_7 + R_4} = \frac{(6 + 6)6}{6 + 6 + 6} = 4 \text{ Ом}$.

Сопротивление участка между узлами 1 и 2 цепи: $R_{12} = \frac{(R_{13} + R_6 + R_5)R_3}{R_{13} + R_6 + R_5 + R_3} = \frac{(4 + 1 + 1)6}{4 + 1 + 1 + 6} = 3 \text{ Ом}$. Общее сопротивление

всей электрической цепи: $R_0 = R_1 + R_{12} + R_2 = 1 + 3 + 1 = 5 \text{ Ом}$.

Ток в неразветвленной электрической части цепи: $I_1 = U/R_0 = 120/5 = 24 \text{ А}$. Напряжение между узлами 1 и 2 цепи в соответствии со вторым законом Кирхгофа: $U_{12} = U - R_1 I_1 - R_2 I_1 = 120 - 1 \cdot 24 - 1 \cdot 24 = 72 \text{ В}$. Напряжение между узлами 1 и 3 цепи: $U_{13} = U_{12} - U_{32} = U_{12} - I_6 \cdot (R_5 + R_6) = 72 - 12 \cdot (1 + 1) = 72 - 24 = 48 \text{ В}$.

По первому закону Кирхгофа ток в ветви резистора R_3 : $I_2 = U_{12}/R_3 = 72/6 = 12 \text{ А}$.

Токи в ветвях резисторов R_5, R_6 : $I_6 = I_1 - I_2 = 24 - 12 = 12 \text{ А}$;

R_4 : $I_3 = \frac{U_{13}}{R_4} = \frac{48}{6} = 8 \text{ А}$; R_7 : $I_7 = I_6 - I_3 = 12 - 8 = 4 \text{ А}$. Напряжение между узлами 1 и 4 цепи: $U_{14} = R_8 I_7 = 10 \cdot 4 = 40 \text{ В}$. Токи

в ветвях резисторов R_8 : $I_4 = \frac{U_{14}}{R_8} = \frac{40}{10} = 4 \text{ А}$; R_9 и R_{10} : $I_5 = \frac{U_{14}}{R_9 + R_{10}} = \frac{40}{5 + 10} = 2,66 \text{ А}$.

1.21. Для цепи постоянного тока, приведенной на рис. 1.21, определить общий ток I и токи I_1, I_2, I_3, I_4 в ветвях резисторов $R_1 - R_4$. К цепи подведено напряжение $U = 240 \text{ В}$, сопротивления резисторов $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = 15 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 5 \text{ Ом}$.

Решение. Эквивалентное сопротивление участка электрической цепи с резисторами R_1 и R_2 :

$$1/R'_{\text{эк}} = 1/R_1 + 1/R_2 = 1/20 + 1/15 = 7/60, \text{ откуда } R'_{\text{эк}} = 60/7 \text{ Ом. Эквивалентное сопротивление участка}$$

$$\text{цепи с резисторами } R_3 \text{ и } R_4: 1/R''_{\text{эк}} = 1/R_3 + 1/R_4 = 1/10 + 1/5 = 2/10, \text{ откуда } R''_{\text{эк}} = 10/3 \text{ Ом. Общее сопротивление}$$

$$R = R'_{\text{эк}} + R''_{\text{эк}} = 60/7 + 10/3 = 11,9 \text{ Ом. Общий ток в цепи: } I = U/R = 240/11,9 = 20,2 \text{ А. Па-}$$

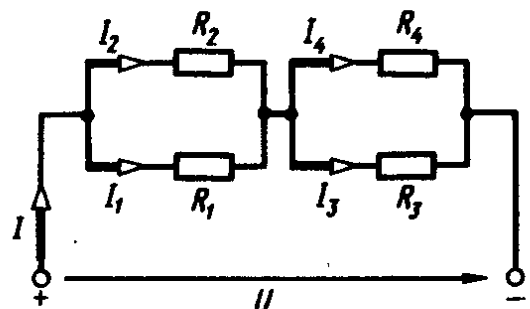


Рис. 1.21

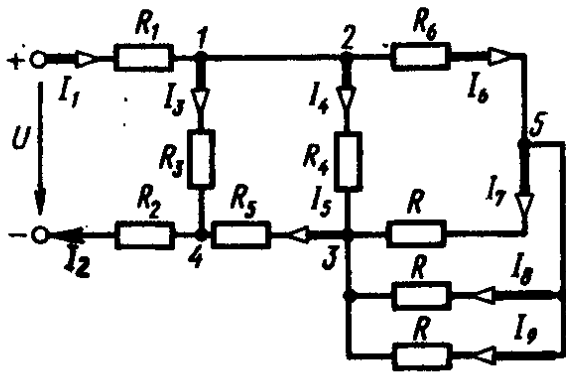


Рис. 1.22

$$= \frac{173}{15} = 11,5 \text{ А};$$

$$= 13,5 \text{ А}.$$

$$I_3 = \frac{U_2}{R_3} = \frac{67,3}{10} = 6,7 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{U_2}{R_4} = \frac{67,3}{5} =$$

дения напряжений на параллельных участках цепи: $U_1 = R'_{\text{эк}} I = \frac{60}{7} \cdot 20,2 = 173 \text{ В}$; $U_2 = R''_{\text{эк}} I = \frac{10}{3} \cdot 20,2 = 67,3 \text{ В}$.

Токи в ветвях соответствующих резисторов: $I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{173}{20} = 8,7 \text{ А}$; $I_2 = \frac{U_1}{R_2} =$

Проверка. По первому закону Кирхгофа для узлов разветвлений цепи: $I = I_1 + I_2$ или $20,2 \text{ А} = 8,7 + 11,5 = 20,2 \text{ А}$. $I = I_3 + I_4$ или $20,2 \text{ А} = 6,7 + 13,5 = 20,2 \text{ А}$.

1.22. Определить токи $I_1 - I_9$ на участках электрической цепи постоянного тока (рис. 1.22). Сопротивления резисторов: $R = 30 \text{ Ом}$; $R_1 = R_2 = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 15 \text{ Ом}$; $R_4 = 10 \text{ Ом}$; $R_5 = 4 \text{ Ом}$; $R_6 = 5 \text{ Ом}$. Напряжение питающей сети $U = 100 \text{ В}$.

Решение. Эквивалентные сопротивления отдельных участков электрической цепи между соответствующими узлами: $R_{35} = R/3 = 30/3 = 10 \text{ Ом}$; $R_{\text{эк1}} = (R_{35} + R_6) = 10 + 5 = 15 \text{ Ом}$; $R_{23} = \frac{R_4 R_{\text{эк1}}}{R_4 + R_{\text{эк1}}} = \frac{10 \cdot 15}{10 + 15} = 6 \text{ Ом}$; $R_{\text{эк2}} = \frac{R_3 (R_5 + R_{23})}{R_3 + R_5 + R_{23}} = \frac{15 \cdot (4 + 6)}{15 + 4 + 6} = 6 \text{ Ом}$.

Общее сопротивление цепи: $R_0 = 2R_1 + R_{\text{эк2}} = 2 \cdot 2 + 6 = 10 \text{ Ом}$. Ток в резисторах R_1 и R_2 : $I_1 = I_2 = U/R_0 = 100/10 = 10 \text{ А}$. Ток в ветви резистора R_3 : $I_3 = U_{14}/R_3 = 60/15 = 4 \text{ А}$. Напряжение между узлами 1—4 цепи: $U_{14} = R_{\text{эк2}} I = 6 \cdot 10 = 60 \text{ В}$. Ток в ветви резистора R_5 по первому закону Кирхгофа для узла 5 цепи: $I_5 = I - I_3 = 10 - 4 = 6 \text{ А}$. Напряжение между узлами 2 и 3 цепи: $U_{23} = U_{14} - R_5 I_5 = 60 - 4 \cdot 6 = 36 \text{ В}$. Ток в ветви резистора R_4 : $I_4 = U_{23}/R_4 = 36/10 = 3,6 \text{ А}$. Ток в ветви резистора R_6 по первому закону Кирхгофа для узла разветвления 2: $I_6 = I - (I_3 + I_4) = 10 - (4 + 3,6) = 2,4 \text{ А}$. Напряжение между узлами 3 и 5 цепи: $U_{35} = U_{23} - R_6 I_6 = 36 - 5 \cdot 2,4 = 24 \text{ В}$. Токи в цепях резисторов $R_7 - R_9$: $I_7 = I_8 = I_9 = U_{35}/R = 24/30 = 0,8 \text{ А}$.

1.23. Для электрической цепи постоянного тока рис. 1.23 определить эквивалентное сопротивление $R_{\text{эк}}$ и общий ток I в цепи, а также падения напряжения ΔU на резисторах R_1, R_2, R_8 . Сопротивления резисторов: $R_1 = 5 \text{ Ом}$; $R_2 = 4 \text{ Ом}$; $R_3 =$

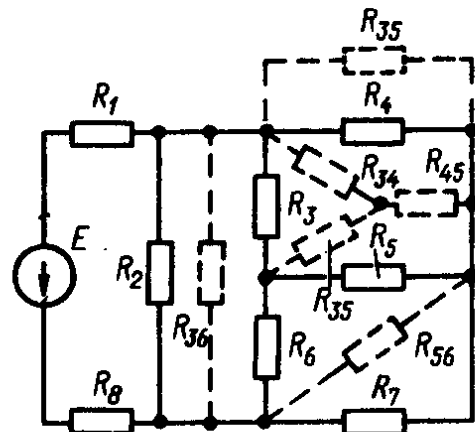


Рис. 1.23

$= 20 \text{ Ом}; R_4 = 30 \text{ Ом}; R_5 = 50 \text{ Ом}; R_6 = 100 \text{ Ом}; R_7 = 5 \text{ Ом}; R_8 = 1,8 \text{ Ом}$. ЭДС источника питания $E = 50 \text{ В}$. Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

Решение. В результате преобразования треугольника сопротивлений R_3, R_4, R_5 в эквивалентную звезду определяем сопротивления: $R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30 + 50} = 6 \text{ Ом}; R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{30 \cdot 50}{20 + 30 + 50} = 15 \text{ Ом}; R_{35} = \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{20 \cdot 50}{20 + 30 + 50} = 10 \text{ Ом}$.

Суммарное (эквивалентное) сопротивление последовательно включенных резисторов R_{45} и R_7 : $R_{\text{эк1}} = R_{45} + R_7 = 15 + 5 = 20 \text{ Ом}$. Суммарное (эквивалентное) сопротивление последовательно включенных резисторов R_{35} и R_6 : $R_{\text{эк2}} = R_{35} + R_6 = 10 + 10 = 20 \text{ Ом}$. Эквивалентное сопротивление ветвей цепи с резистором $R_{\text{эк1}}$ и R_{34} и $R_{\text{эк2}}$: $R_{\text{эк3}} = R_{34} + \frac{R_{\text{эк1}} R_{\text{эк2}}}{R_{\text{эк1}} + R_{\text{эк2}}} = 6 + \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 16 \text{ Ом}$. Общее сопротивление всей цепи: $R_0 = R_1 + R_8 + \frac{R_2 R_{\text{эк3}}}{R_2 + R_{\text{эк3}}} = 5 + 1,8 + \frac{4 \cdot 16}{4 + 16} = 5 + 1,8 + 3,2 = 10 \text{ Ом}$. Ток в неразветвленной части цепи: $I = E/R_0 = 50/10 = 5 \text{ А}$. Падение напряжений на резисторах R_1, R_2 и R_8 : $\Delta U_1 = R_1 I = 5 \cdot 5 = 25 \text{ В}; \Delta U_8 = R_8 I = 1,8 \cdot 5 = 9 \text{ В}; \Delta U_2 = I \frac{R_2 R_{\text{эк2}}}{R_2 + R_{\text{эк2}}} = 5 \cdot \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 5 \cdot 3,2 = 16 \text{ В}$. Проверка. На основании второго закона Кирхгофа имеем: $E = U_1 + U_2 + U_8$ или $50 \text{ В} = 25 + 9 + 16 = 50 \text{ В}$.

1.24. Для условий задачи 1.23 преобразовать соединение звезды резисторов R_3, R_5, R_6 в эквивалентный треугольник и вычислить сопротивления его сторон.

Решение. Сопротивления резисторов эквивалентного треугольника:

$$R_{35} = R_3 + R_5 + \frac{R_3 R_5}{R_6} = 20 + 50 + \frac{20 \cdot 50}{10} = 20 + 50 + 100 = 170 \text{ Ом};$$

$$R_{36} = R_3 + R_6 + \frac{R_3 R_6}{R_5} = 20 + 10 + \frac{20 \cdot 10}{50} = 20 + 10 + 4 = 34 \text{ Ом};$$

$$R_{56} = R_5 + R_6 + \frac{R_5 R_6}{R_3} = 50 + 10 + \frac{50 \cdot 10}{20} = 50 + 10 + 25 = 85 \text{ Ом}.$$

1.25. Определить ЭДС E источника питания электрической цепи постоянного тока (рис. 1.25), если сопротивления каждого из резисторов $R = 0,3 \text{ кОм}$; а токи в параллельных ветвях $I = 0,3 \text{ А}$. Сопротивлением источника питания пренебречь.

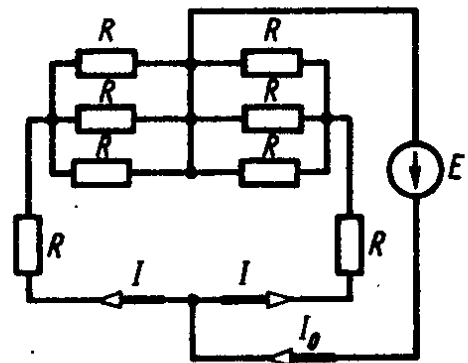


Рис. 1.25

Решение. Эквивалентное сопротивление всей электрической цепи

$$R_{\text{эк}} = \frac{(R_{\text{эк1}} + R)^2}{2(R_{\text{эк1}} + R)} = \frac{(0,1 + 0,3)^2}{2 \cdot (0,1 + 0,3)} = \frac{0,16}{0,8} = 0,2 \text{ кОм} = 200 \text{ Ом},$$

где $R_{\text{эк1}} = \frac{R_{\text{эк2}}R}{R_{\text{эк2}} + R} = \frac{0,15 \cdot 0,3}{0,15 + 0,3} = \frac{0,045}{0,45} = 0,1 \text{ кОм}, \quad R_{\text{эк2}} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2} = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ кОм}.$

Ток в цепи источника питания: $I_0 = 2I = 2 \cdot 0,3 = 0,6 \text{ А}.$ ЭДС источника питания в соответствии с законом Ома для всей цепи: $E = R_{\text{эк}}I_0 = 200 \cdot 0,6 = 120 \text{ В}.$

Задачи

1.26. Определить эквивалентное сопротивление $R_{\text{эк}}$ и ток I в электрической цепи постоянного тока (рис. 1.26), содержащей три параллельно соединенные одинаковые электрические лампы. Номинальная мощность лампы $P_{\text{ном}} = 100 \text{ Вт},$ номинальное напряжение $U_{\text{ном}} = 100 \text{ В}.$ Ответ. $R_{\text{эк}} = 33,3 \text{ Ом}; I = 3 \text{ А}.$

1.27. Резисторы, имеющие сопротивления $R_1 = R_2 = R_3 = 3 \text{ Ом},$ включены параллельно в питающую сеть. Определить, какими сопротивлениями R должны обладать резисторы, чтобы при последовательном соединении резисторов эквивалентное сопротивление их было таким же, как и при параллельном включении. Ответ. $R = 0,33 \text{ Ом}.$

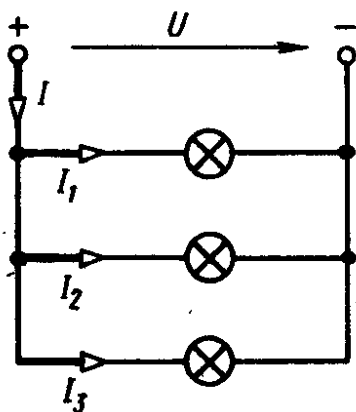


Рис. 1.26

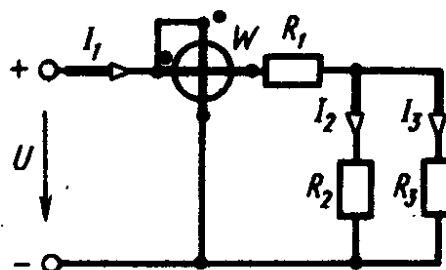


Рис. 1.28

1.28. Определить токи I_1, I_2, I_3 в ветвях электрической цепи постоянного тока при напряжении $U = 240 \text{ В}$ (рис. 1.28) и сопротивлении резистора $R_1.$ Сопротивления резисторов: $R_2 = 10 \text{ Ом}; R_3 = 15 \text{ Ом},$ мощность, потребляемая цепью, измеренная ваттметром $W, P_1 = 7,2 \text{ кВт}.$ Как изменится мощность $P_1,$ потребляемая из сети, если напряжение питающей сети увеличить на 30% при неизменных параметрах резисторов? Ответ. $I_1 = 30 \text{ А}; I_2 = 18 \text{ А}; I_3 = 12 \text{ А}; R_1 = 2 \text{ Ом}; P_1 = 12,2 \text{ кВт}.$

1.29. Для разветвленной электрической цепи постоянного тока, представленной на рис. 1.28, определить токи $I_1 - I_3$ в ветвях при напряжении питающей сети $U = 80 \text{ В}.$ Сопротивления резисторов $R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 15 \text{ Ом}; R_3 = 10 \text{ Ом}.$ Ответ. $I_1 = 5 \text{ А}; I_2 = 2 \text{ А}; I_3 = 3 \text{ А}.$

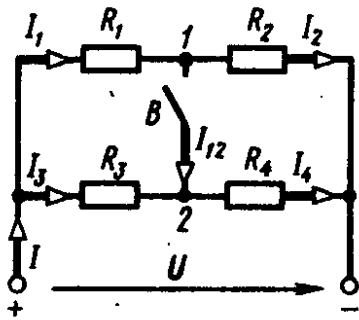


Рис. 1.30

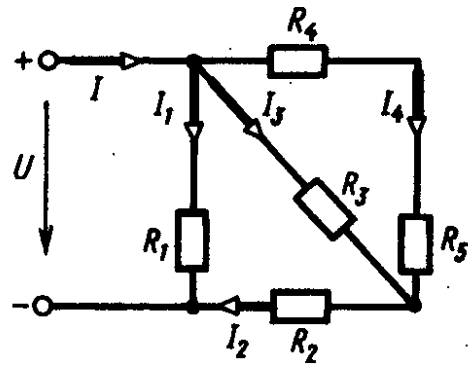


Рис. 1.31

1.30. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.30) определить общий ток I и токи $I_1—I_4$ в ветвях резисторов при разомкнутом и замкнутом выключателе B , а также ток I_{12} в перемычке $1—2$, если к зажимам цепи подведено напряжение $U = 240$ В, сопротивления резисторов: $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 150$ Ом; $R_3 = 10$ Ом; $R_4 = 5$ Ом. *Ответ.* При разомкнутом выключателе: $I = 22,9$ А; $I_1 = I_2 = 6,87$ А; $I_3 = I_4 = 16$ А.

При замкнутом выключателе: $I = 23,1$ А; $I_1 = 7,7$ А; $I_2 = 5,78$ А; $I_3 = 15,4$ А; $I_4 = 17,4$ А; $I_{12} = 1,92$ А.

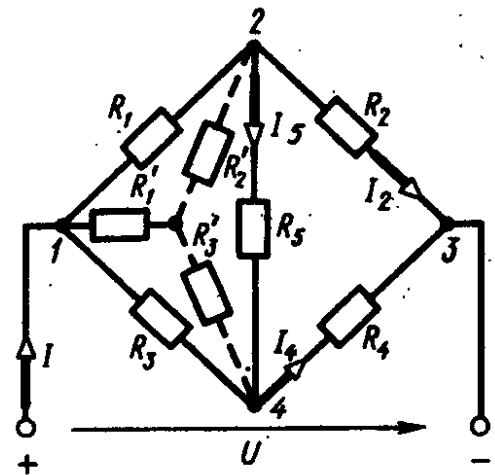


Рис. 1.32

1.31. Определить токи $I, I_1—I_4$ в ветвях электрической цепи постоянного тока, представленной на рис. 1.31. Сопротивления резисторов: $R_1 = 4$ Ом; $R_2 = 6$ Ом; $R_3 = 8$ Ом; $R_4 = 10$ Ом; $R_5 = 14$ Ом. Напряжение питающей сети $U = 240$ В. *Ответ:* $I = 80$ А; $I_1 = 60$ А; $I_2 = 20$ А; $I_3 = 15$ А; $I_4 = 5$ А.

1.32. На рис. 1.32 приведена мостовая схема соединения сопротивлений $R_1—R_5$ в цепи постоянного тока с напряжением источника питания $U = 120$ В. Определить величину и направление тока I_5 в диагонали моста, если сопротивления резисторов: $R_1 = 25$ Ом; $R_2 = 5$ Ом; $R_3 = 20$ Ом; $R_4 = 10$ Ом; $R_5 = 5$ Ом. *Ответ.* $I_5 = 1,26$ А. Ток направлен от узла 2 к узлу 4 цепи.

Контрольные задания

1.33. Определить эквивалентное сопротивление $R_{эк}$ электрической цепи постоянного тока (рис. 1.33, а) и распределение токов по ветвям. Вариант электрической цепи (включая ее участок $1—2$, рис. 1.33, б—з, ограниченный на схеме рис. 1.33, а пунктиром), положение выключателей B_1 и B_2 в схемах, величины сопротивлений резисторов $R_1—R_{12}$ и питающего напряжения U для каждого из вариантов задания представлены в табл. 1.4.

Примечание. Для расширения числа вариантов задания в вариантах 31—60 сопротивления резисторов: $R_6 = \infty$, $R_{12} = 0$, в вариантах 61—90: $R_9 = \infty$, $R_2 = 0$.

Величины	Варианты контрольного задания 1.33																																																																																																																							
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30																																																																																										
$R_1, \text{ Ом}$	2	2	1	1	2	1	3	2	2	1	2	2	4	2	3	2	6	2	1	2	1	3	2	3	2	4	4	3	1	2	2																																																																																									
$R_2, \text{ Ом}$	4	1	1	1	2	1	3	2	1	2	1	2	3	2	2	4	6	4	4	2	2	3	2	2	3	3	4	4	2	2																																																																																										
$R_3, \text{ Ом}$	6	6	8	6	3	6	2	8	2	1	4	1	2	4	5	1	4	3	1	2	1	4	5	5	4	2	2	2	8	1	2																																																																																									
$R_4, \text{ Ом}$	6	7	7	6	3	6	4	12	3	1	4	1	1	2	6	1	2	1	2	2	2	2	3	4	2	1	5	6	6	4																																																																																										
$R_5, \text{ Ом}$	1	1	3	1	2	2	4	1	2	2	2	3	2	1	2	2	1	2	1	2	3	3	2	4	4	2	2	1	2	3																																																																																										
$R_6, \text{ Ом}$	2	2	6	1	2	2	1	1	4	2	1	1	2	2	1	3	3	6	3	2	2	2	1	2	1	2	4	2	2	6																																																																																										
$R_7, \text{ Ом}$	5	3	3	6	3	3	4	2	3	4	5	4	3	3	2	4	4	6	4	3	2	2	2	4	6	1	3	4	4	4																																																																																										
$R_8, \text{ Ом}$	10	5	5	10	10	10	5	15	5	5	5	5	5	10	10	10	5	10	4	2	3	1	5	10	15	5	10	5	5	5																																																																																										
$R_9, \text{ Ом}$	5	15	15	5	10	5	10	10	10	10	6	8	10	8	15	5	15	10	6	8	10	10	10	10	5	5	5	5	15	15																																																																																										
$R_{10}, \text{ Ом}$	5	10	10	10	5	10	5	20	5	10	15	20	10	5	10	5	10	5	5	10	15	5	10	10	10	10	10	5	10	10																																																																																										
$R_{11}, \text{ Ом}$	5	2	4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2	4	6	1	5	4	2	3	4	6	7	8	8	10	6	8	10																																																																																										
$R_{12}, \text{ Ом}$	8	8	7	2	4	6	8	10	1	2	3	4	5	6	7	8	2	4	3	5	8	10	1	2	3	4	6	6	2	4																																																																																										
$U, \text{ В}$	110 или 220															110 или 220																																																																																																								
Положение выключателей B_1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	1	1	1	2	2	1	2																																																																																										
B_2	---																																																																																																																							
Схема участка, ограниченного пунктиром	См. рис. 1.33, а															См. рис. 1.33, б															См. рис. 1.33, в															См. рис. 1.33, г															См. рис. 1.33, д															См. рис. 1.33, е															См. рис. 1.33, ж															См. рис. 1.33, з														

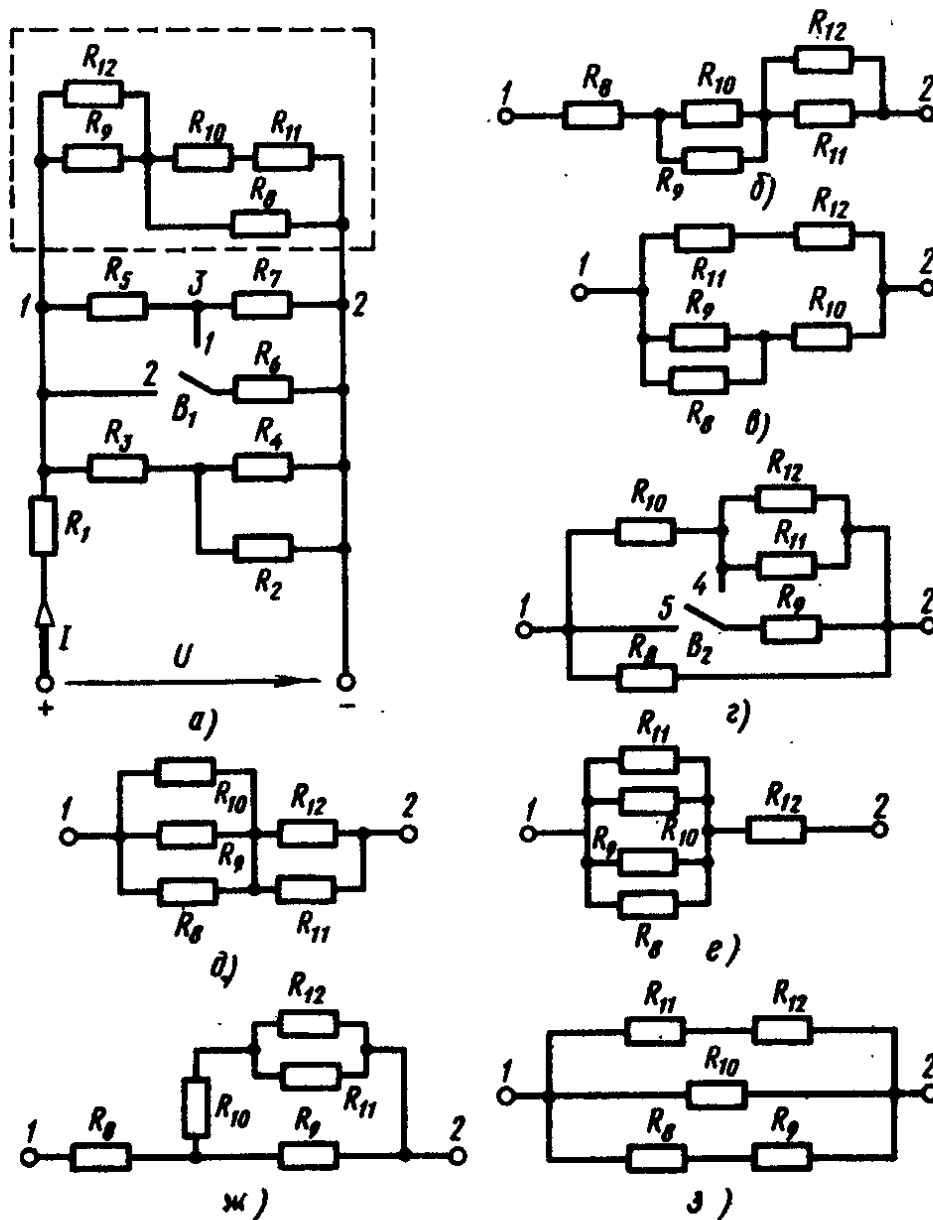


Рис. 1.33

1.34. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.34, а) определить общий ток I , токи I_1, I_2, I_3, I_4 в ветвях резисторов и ток I_{23} в перемычке 2—3 цепи при разомкнутом и замкнутом выключателе B , а также напряжение U_{23} между узлами 2 и 3 при разомкнутом выключателе. Напряжение U , подводимое к электрической цепи, сопротивления резисторов $R_1—R_7$, положение выключателя B и участок электрической цепи между узлами 1 и 2 цепи, показанный на рис. 1.34, а пунктиром для соответствующего варианта рис. 1.34, б—е, приведены в табл. 1.5.

В вариантах 31—60 сопротивление резистора $R_2 = 0$, в вариантах 61—90 $R_4 = \infty$.

§ 1.3. МЕТОД ПРИМЕНЕНИЯ ЗАКОНОВ КИРХГОФА

В любой электрической цепи в соответствии с первым законом Кирхгофа алгебраическая сумма токов, направленных к узлу

разветвления, равна нулю: $\sum_{k=1}^n I_k = 0$, где I_k — ток в k -й ветви.

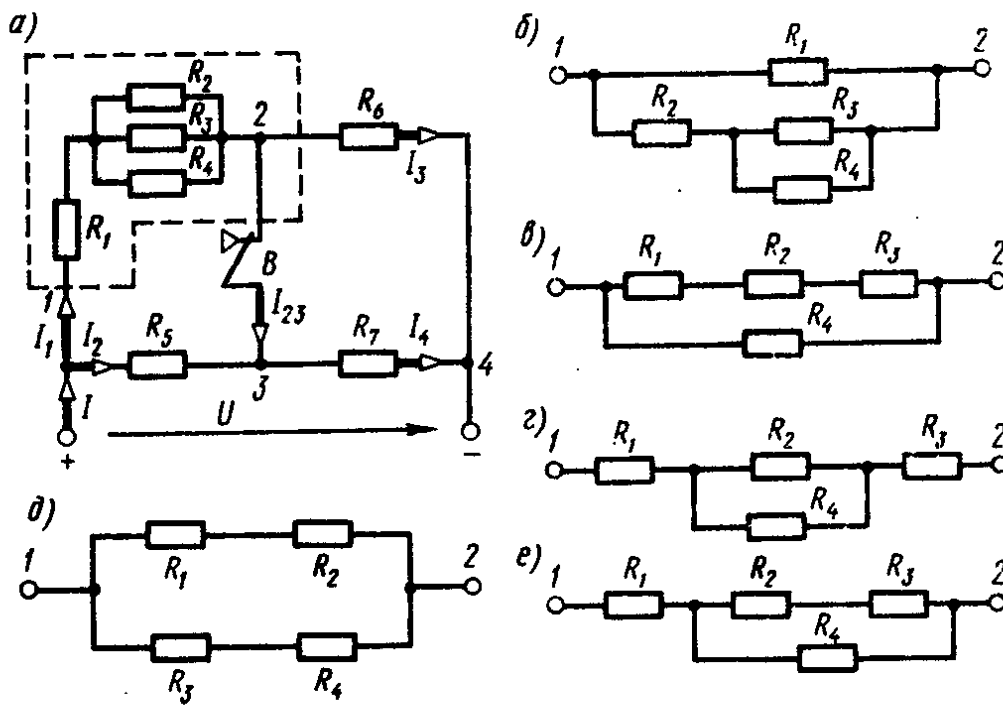


Рис. 1.34

В соответствии со вторым законом Кирхгофа алгебраическая сумма ЭДС $\sum_1^n E_k$ в любом замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме напряжений $\sum_{k=1}^n \bar{U}_x$ и алгебраической

сумме падений напряжений $\sum_{k=1}^n R_x I_x$ в этом контуре: $\sum_{k=1}^n E_x =$
 $= \sum_{k=1}^n R_k I_k + \sum_{k=1}^n U_k$, где R_k — сопротивление участка цепи рассматриваемого контура; I_k — ток в цепи сопротивления R_k .

При расчете электрических цепей методом применения законов Кирхгофа выбирают условные положительные направления токов, ЭДС и напряжений на участках цепи, которые обозначают стрелками на схеме, затем выбирают замкнутые контуры и задаются положительным направлением обхода контуров. При этом для удобства расчетов направление обхода для всех контуров рекомендуется выбирать одинаковым (например, по часовой стрелке).

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа для электрических цепей, содержащих источники тока, выбирают замкнутые контуры без источников тока. Для получения независимых уравнений необходимо, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна новая ветвь, не вошедшая в предыдущие контуры, для которых уже записаны уравнения по второму закону Кирхгофа.

Число уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа,

Таблица 1.5

Величины	Варианты контрольного задания 1.34														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$U, В$	110 или 220														
$R_1, Ом$	10	10	10	10	10	10	10	20	30	40	10	30	20	30	40
$R_2, Ом$	10	10	20	30	40	10	10	20	30	40	10	20	20	30	40
$R_3, Ом$	10	20	20	30	40	10	20	20	30	40	10	10	20	30	40
$R_4, Ом$	10	30	20	30	40	10	30	20	30	40	10	10	20	30	40
$R_5, Ом$	10	10	5	20	10	10	10	5	20	10	5	10	10	20	20
$R_6, Ом$	10	20	10	5	5	10	20	10	5	5	5	10	20	10	10
$R_7, Ом$	5	10	20	30	40	5	10	20	30	40	40	30	20	10	5
Схема	Рис. 1.34, а					Рис. 1.34, б					Рис. 1.34, в				
Положение выключателя В	Разомкнут					Замкнут					Разомкнут				
	Замкнут					Разомкнут					Замкнут				

Продолжение табл. 1.5

Величины	Варианты контрольного задания 1.34														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$U, В$	110 или 220														
$R_1, Ом$	30	10	10	40	20	10	20	20	30	40	10	10	20	30	40
$R_2, Ом$	30	10	10	40	20	10	10	20	30	40	10	10	20	30	40
$R_3, Ом$	30	10	20	40	20	10	10	10	10	10	10	20	20	30	40
$R_4, Ом$	30	10	30	40	20	20	20	30	30	30	10	30	20	30	40
$R_5, Ом$	20	10	10	10	5	10	10	10	5	20	10	20	5	20	10
$R_6, Ом$	5	10	20	5	10	5	10	20	10	5	10	20	10	5	5
$R_7, Ом$	30	5	10	40	20	10	20	30	40	5	5	10	20	40	40
Схема	Рис. 1.34, г					Рис. 1.34, д					Рис. 1.34, е				
Положение выключателя В	Замкнут					Разомкнут					Замкнут				
	Разомкнут					Замкнут					Разомкнут				

необходимое для выполнения расчета данной электрической цепи, равно числу неизвестных N .

В большинстве случаев параметры источников ЭДС или напряжения, источников тока, сопротивлений участков электрической цепи известны, при этом число неизвестных равно разности между числом ветвей и числом источников тока $N = (N_b - N_r)$. Для упрощения расчетов сначала записывают более простые уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа, а недостающие — по второму закону Кирхгофа.

Число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, берется на единицу меньше числа узлов N_y в цепи: $N_1 = N_y - 1$. При этом токи, направленные к узлу, условно принимаются положительными, а направленные от узла — отрицательными.

Остальное число уравнений $N_{11} = N - N_1$ составляется по второму закону Кирхгофа: $N_{11} = N_b - N_y - N_r + 1$.

При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа ЭДС источников принимаются положительными, если направления их действия совпадают с выбранным направлением обхода контура, независимо от направления тока в них. При несовпадении их записывают со знаком «—». Падения напряжений в ветвях, в которых положительное направление тока совпадает с направлением обхода, независимо от направления ЭДС в этих ветвях — со знаком «+». При несовпадении с направлением обхода падения напряжений записываются со знаком «—».

В результате решения полученной системы из N уравнений находят действительные направления определяемых величин с учетом их знака. При этом величины, имеющие отрицательный знак, в действительности имеют направление, противоположное условно принятому. Направления величин, имеющих положительный знак, совпадают с условно принятым направлением.

Во многих случаях электрические цепи содержат только источники ЭДС и источники напряжения и не имеют источников тока. При этом расчет электрических цепей значительно проще, так как запись уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, упрощается: $\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n U_k + \sum_{k=1}^n R_k I_k$. Для схемы

рис. 1.3.1, содержащей два узла ($N_y = 2$), при числе неизвестных $N = 3$, подлежащих определению, число уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа, $N_1 = N_y - 1 = 2 - 1 = 1$.

Число недостающих уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа, $N_{11} = N - N_1 = 3 - 1 = 2$. При заданных условных положительных направлениях токов уравнение, составленное по первому закону Кирхгофа для узла 1 электрической цепи (рис. 1.3.1) с учетом того, что токам, направленным к узлу, приписывается знак «+», а токам, направленным от узла, — знак «—», имеет вид: $I_1 + I_2 - I_3 = 0$. В соответствии с выбранным условным положительным направлением обхода контура, показанным на рис. 1.3.1 пунктирными стрелками, уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа для левого замкнутого контура с учетом положительных направлений токов и ЭДС, записывают в следующем виде: $E_1 - E_2 = R_1 I_1 - R_2 I_2$. Аналогично составляют уравнение по второму закону Кирхгофа для правого замкнутого контура схемы рис. 1.3.1: $E_2 = R_2 I_2 + R_3 I_3 + U$.

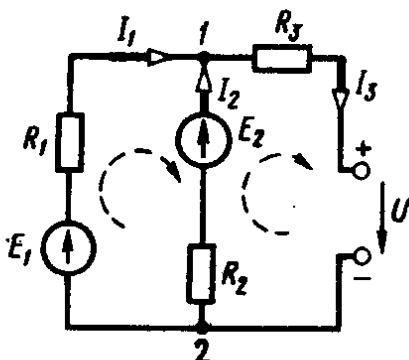


Рис. 1.3.1

Решение полученной системы трех

уравнений позволяет определить неизвестные величины. При этом величины со знаком «+» в действительности имеют направление, совпадающее с соответствующим первоначально заданным на схеме условным направлением. Величины со знаком «-» в действительности имеют направление, противоположное первоначально заданному условному направлению, показанному на схеме рис. 1.3.1.

Литература. [1] § 1.7, 1.14; [2] § 1.8—1.10.

Примеры решения задач

1.35. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.35) определить токи I_1 — I_3 в ветвях. ЭДС $E_1 = 1,8$ В; $E_2 = 1,2$ В; сопротивления резисторов: $R_1 = 0,2$ Ом; $R_2 = 0,3$ Ом; $R_3 = 0,8$ Ом; $R_{01} = 0,6$ Ом; $R_{02} = 0,4$ Ом.

Решение. Для узла разветвления в соответствии с принятым на схеме условным положительным направлением составляют уравнение для токов по первому закону Кирхгофа: $I_1 + I_2 = I_3$. Для внешнего замкнутого контура составляют уравнение по второму закону Кирхгофа: $E_1 = R_{01}I_1 + R_1I_1 + R_3I_3 = (R_{01} + R_1) \times I_1 + R_3I_3$, т. е. $1,8 = (0,6 + 0,2)I_1 + 0,8I_3$; $1,8 = 0,8I_1 + 0,8I_3$. Аналогично, для нижнего замкнутого контура по второму закону Кирхгофа: $E_2 = (R_{02} + R_2)I_2 + R_3I_3$; $1,2 = 0,7I_2 + 0,8I_3$. В результате совместного решения полученной системы трех уравнений определяют ток I_1 в первой ветви: $1,8 = 0,8I_1 + 0,8(I_1 + I_2)$; $1,8 = 1,6I_1 + 0,8I_2$; $1,2 = 0,7I_2 + 0,8(I_1 + I_2)$; $1,2 = 1,5I_2 + 0,8I_1$ или $I_1 = \frac{1,2 - 1,5I_2}{0,8}$.

Ток второй ветви I_2 находят по значению тока I_1 из уравнений для ЭДС E_1 и E_2 в соответствии с выражением: $1,8 = 1,6 \times \frac{1,2 - 1,5I_2}{0,8} + 0,8I_2$; $1,8 = 2,4 - 3I_2 + 0,8I_2$, откуда $I_2 = 0,6/2,2 = 0,272$ А.

Ток в первой ветви I_1 определяют по значению тока I_2 из уравнения для ЭДС E_1 , откуда $1,8 = 1,6I_1 + 0,8 \cdot 0,27$ или $I_1 =$

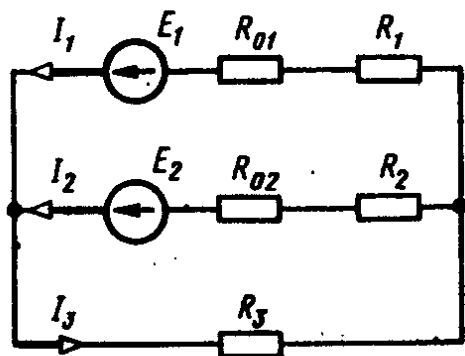


Рис. 1.35

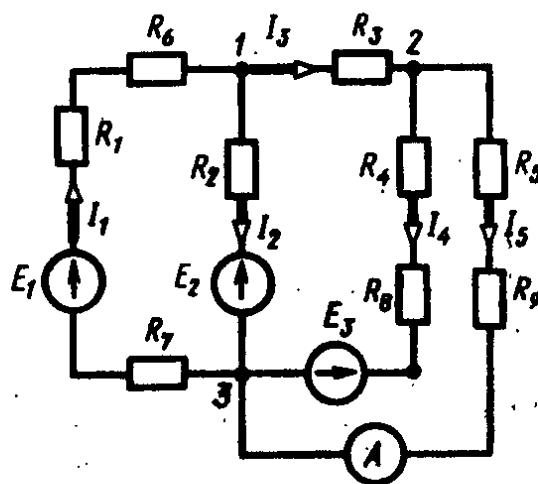


Рис. 1.36

$= \frac{1,58}{1,6} = 0,99$ А, а ток третьей ветви I_3 — из уравнения для токов: $I_1 + I_2 = 0,99 + 0,27 = I_3$, откуда $I_3 = 1,26$ А.

1.36. В электрической цепи постоянного тока (рис. 1.36) показание амперметра А: $I_5 = 5$ А. Определить токи I_1 — I_4 во всех ветвях цепи, пользуясь законами Кирхгофа. Сопротивления резисторов: $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 10$ Ом; $R_3 = 10$ Ом; $R_4 = 4$ Ом; $R_5 = 3$ Ом; $R_6 = 1$ Ом; $R_7 = 1$ Ом; $R_8 = 6$ Ом; $R_9 = 7$ Ом; ЭДС $E_1 = 162$ В; $E_2 = 50$ В; $E_3 = 30$ В. Внутренним сопротивлением источников питания пренебречь. Решить задачу также для случая, когда показание амперметра неизвестно.

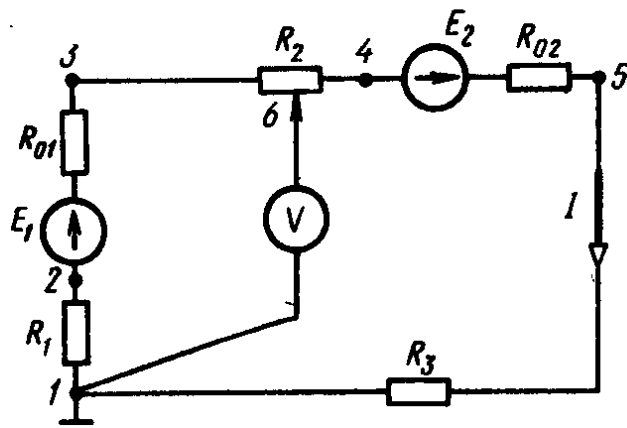
Решение. При заданном включении источников питания за положительные направления токов принимаем направления, указанные на схеме рис. 1.36. Схема содержит три узла и пять ветвей. Следовательно, необходимо определить пять неизвестных токов.

В соответствии с этим составляют два уравнения по первому закону Кирхгофа и три — по второму закону Кирхгофа. Для узлов 1 и 2 цепи составляют уравнения для токов по первому закону Кирхгофа: $I_1 = I_2 + I_3$; $I_3 = I_4 + I_5$, а по второму закону Кирхгофа уравнение для левого замкнутого контура с ЭДС E_1 и E_2 : $E_1 - E_2 = (R_1 + R_6 + R_7) I_1 + R_2 I_2$.

Для среднего замкнутого контура с ЭДС E_2 и E_3 имеем: $E_2 - E_3 = -R_2 I_2 + R_3 I_3 + (R_4 + R_8) I_4$, а для правого замкнутого контура с амперметром А в ветви $E_3 = -(R_4 + R_8) I_4 + (R_5 + R_9) I_5$. Ток в цепи резистора R_4 определяют из последнего уравнения: $30 = -(4 + 6) I_4 + (3 + 7) \cdot 5 = -10 I_4 + 50$, откуда $I_4 = 20/10 = 2$ А, а ток I_3 в ветви резистора R_3 — из уравнения, составленного для узла 2 цепи: $I_3 = I_4 + I_5 = 2 + 5 = 7$ А, а ток в ветви резистора R_2 — из уравнения, записанного для среднего замкнутого контура: $E_2 - E_3 = -10 I_2 + 10 \cdot 7 + (4 + 6) \cdot 2$; $50 - 30 = -10 I_2 + 70 + 20$, откуда $I_2 = 70/10 = 7$ А. Токи в ветви резисторов: R_1 , R_6 , R_7 находят из уравнения для токов: $I_1 = I_2 + I_3 = 7 + 7 = 14$ А. Ток I_1 можно определить из уравнения $E_2 - E_3 = 162 - 50 = (1 + 1 + 1) I_1 + 7 \cdot 10$, откуда $I_1 = (112 - 70)/3 = 42/3 = 14$ А. Если ток в ветви резисторов R_5 и R_9 не задан, искомые токи и их направления в других ветвях определяют в результате решения системы пяти составляемых по законам Кирхгофа уравнениям.

Положительные значения токов свидетельствуют о том, что действительные направления токов в соответствующих ветвях совпадают с условными направлениями.

1.37. Рассчитать и построить потенциальную диаграмму для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.37, а), если дано: ЭДС источников питания $E_1 = 16$ В; $E_2 = 14$ В, внутреннее сопротивление $R_{01} = 3$ Ом; $R_{02} = 2$ Ом, сопротивления резисторов $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 15$ Ом; $R_3 = 10$ Ом. Определить положение движка потенциометра, в котором вольтметр V покажет нуль, составить баланс мощностей для цепи. Как повлияет на вид по-



a)

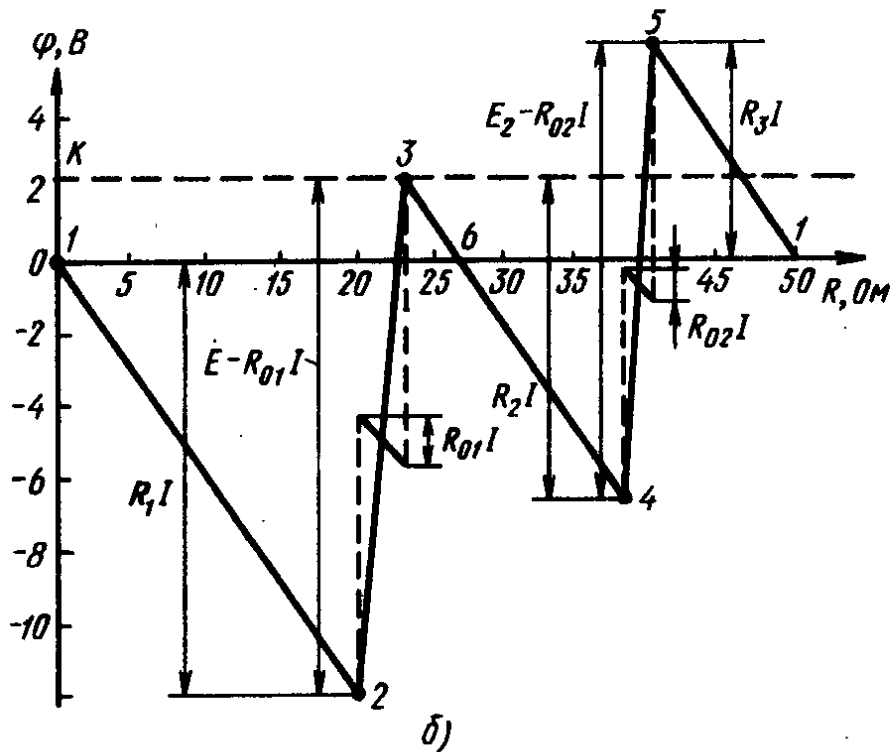


Рис. 1.37

тенциальной диаграммы выбор другой точки с нулевым потенциалом?

Решение. Ток в цепи определяют по уравнению, составленному по второму закону Кирхгофа, приведенному к виду: $I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_{01} + R_2 + R_{02} + R_3} = \frac{16 + 14}{20 + 3 + 15 + 2 + 10} = \frac{30}{50} = 0,6 \text{ А}$.

Потенциальную диаграмму строят в прямоугольной системе координат. При этом по оси абсцисс откладывают в соответствующем масштабе сопротивления всех участков цепи, а по оси ординат — потенциалы соответствующих точек. При построении потенциальной диаграммы одна из точек цепи условно заземляется, т. е. принимается, что потенциал ее $\varphi = 0$. На диаграмме эта точка помещается в начале координат.

В соответствии с условием задачи определяют потенциалы точек 1—5 электрической цепи, при этом принимают потенциал φ_1 точки 1 цепи равным нулю.

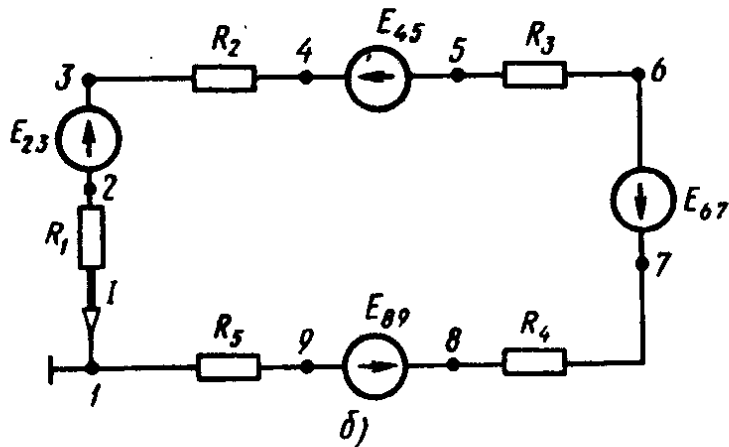
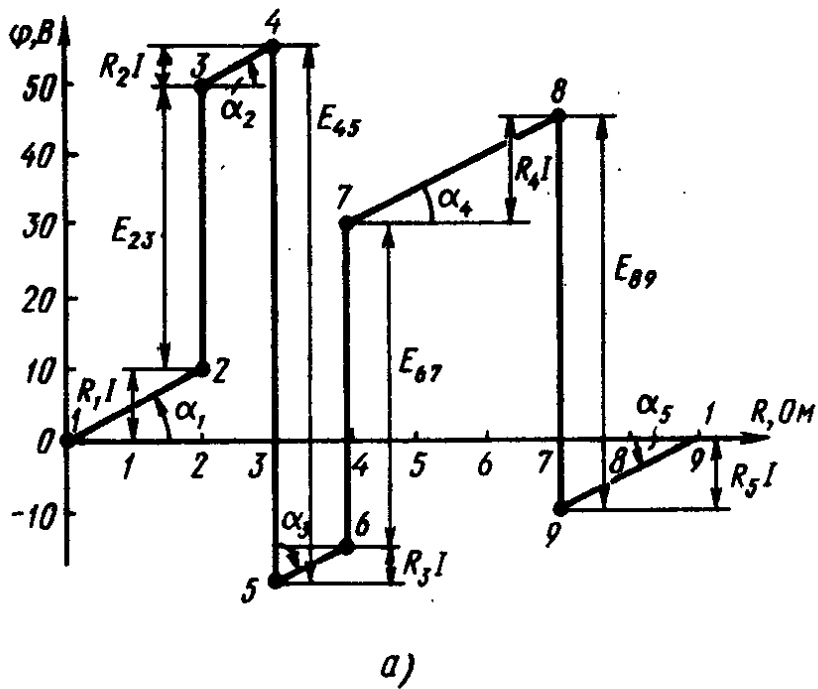


Рис. 1.38

Потенциал φ_2 точки 2 находят из выражения, записанного по второму закону Кирхгофа для участка 1—2 цепи: $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$, откуда $\varphi_2 = \varphi_1 - R_1 I_1 = 0 - 20 \cdot 0,6 = -12$ В. Координаты точки 2: $R = 20$ Ом; $\varphi_2 = -12$ В.

По второму закону Кирхгофа для участка цепи 1—3 справедливо уравнение: $E_1 = U_{12} + R_{01} I = (\varphi_3 - \varphi_2) + R_{01} I$, откуда потенциал точки 3 цепи: $\varphi_3 = \varphi_2 + E_1 - R_{01} I = -12 + 16 - 3 \cdot 0,6 = 2,2$ В; координаты точки 3 цепи: $R = 20 + 3 = 23$ Ом; $\varphi_3 = 2,2$ В. Аналогично определяют потенциал точки 4 цепи: $U_{43} = \varphi_3 - \varphi_4 = R_2 I$, откуда $\varphi_4 = \varphi_3 - R_2 I = 2,2 - 15 \cdot 0,6 = -6,8$ В. Координаты точки 4 цепи: $R = 23 + 15 = 38$ Ом; $\varphi_4 = -6,8$ В.

Потенциал φ_5 точки 5 цепи находят из уравнения, записанного по второму закону Кирхгофа для участка 4—5 цепи: $E_2 = U_{54} + R_{02} I = \varphi_5 - \varphi_4 + R_{02} I$, откуда $\varphi_5 = \varphi_4 + E_2 - R_{02} I = -0,8 + 14 - 2 \cdot 0,6 = 6$ В.

Координаты точки 5 цепи: $R = 38 + 2 = 40$ Ом; $\varphi_5 = 6$ В.

Потенциал φ_1 точки 1 цепи находят из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для участка 4—5 цепи: $U_{51} = \varphi_5 - \varphi_1 = R_3 I$; $\varphi_1 = \varphi_6 - R_3 I = 6 - 10 \cdot 0,6 = 0$. Координаты точки 1 цепи: $R = 40 + 10 = 50$ Ом; $\varphi_1 = 0$.

Для рассматриваемой электрической цепи по результатам расчетов на рис. 1.37, б приведена потенциальная диаграмма.

Из этой диаграммы следует, что положение движка потенциометра в точке 6 цепи соответствует показанию вольтметра, равному нулю, так как потенциалы точек 1 и 6 цепи равны.

При выборе другой точки электрической цепи с нулевым потенциалом разности потенциалов на соответствующих участках цепи не изменяются, так как они определяются величиной тока и величиной сопротивления. Если принять потенциал точки 3 цепи $\varphi_3 = 0$, то ось абсцисс переместится в точку 3 потенциальной диаграммы (пунктирная линия), т. е. потенциалы всех точек цепи уменьшаются на величину потенциала φ , равного отрезку $OK = 2,3$ В.

Баланс мощностей соответствует следующему уравнению: $E_1 I + E_2 I = I^2 R_1 + I^2 R_{01} + I^2 R_2 + I^2 R_{02} + I^2 R_3 = I^2 (R_1 + R_{01} + R_2 + R_{02} + R_3)$; $16 \cdot 0,6 + 14 \cdot 0,6 = 0,6^2 (20 + 3 + 15 + 2 + 10)$. 18 Вт = 18 Вт.

1.38. Составить схему электрической цепи постоянного тока исходя из данных потенциальной диаграммы, приведенной на рис. 1.38, а.

Решение. Построение электрической цепи целесообразно начать с точки 1, которая совпадает с началом координат и, следовательно, имеет потенциал $\varphi = 0$ (точка заземлена).

Так как на потенциальной диаграмме сопротивления отдельных участков цепи откладываются в определенном масштабе по оси абсцисс, а по оси ординат — потенциалы, то каждой точке цепи соответствует точка на потенциальной диаграмме.

Из приведенной потенциальной диаграммы следует, что при переходе от точки 1 к точке 2 цепи потенциал линейно возрастает. При этом тангенс угла α_1 наклона прямой 0—2 к оси абсцисс пропорционален потенциалу точки 2. Следовательно, согласно диаграмме на участке цепи 1—2 должен быть включен резистор с сопротивлением $R_1 = 2$ Ом.

Так как при переходе от точки 1 к точке 2 цепи потенциал увеличивается, то ток цепи направлен от точки 2 к точке 1 цепи: $I = U_{20} / R_1 = 10 / 2 = 5$ А, где $U_{20} = \varphi_2 - \varphi_0 = 10 - 0 = 10$ В.

На участке 2—3 диаграммы потенциал растет скачком. Это свидетельствует о том, что между соответствующими точками цепи включен источник ЭДС, направление которой встречно току (источник работает в режиме потребителя электроэнергии).

Согласно потенциальной диаграмме ЭДС, $E_{23} = 40$ В.

На участке 3—4 цепи согласно диаграмме должен быть включен резистор, имеющий сопротивление $R_2 = 1$ Ом. На этом участке $\varphi_3 = \varphi_2 + E_{23} = 10 + 40 = 50$ В. При этом $\varphi_4 = \varphi_3 + I R_2 = 50 + 5 \cdot 1 = 55$ В.

На участке 4—5 цепи согласно диаграмме должен быть вклю-

чен источник ЭДС $E_{45} = 75$ В. Так как при переходе от точки 4 к точке 5 цепи потенциал понижается, то ЭДС должна быть направлена от точки 5 к точке 4 цепи.

На участке 5—6 цепи потенциал повышается на величину $R_3 I = 1 \cdot 5 = 5$ В, поэтому здесь должен быть включен резистор с сопротивлением $R_3 = 1$ Ом.

На участке 6—7 цепи потенциал резко возрастает. Здесь согласно диаграмме должен быть включен источник ЭДС $E_{67} = 45$ В, который работает в схеме в режиме потребителя.

При переходе от точки 7 к точке 8 цепи потенциал возрастает на величину, равную произведению $R_4 I = 3 \cdot 5 = 15$ В, так как здесь должен быть включен резистор с сопротивлением $R_4 = 3$ Ом.

На участке 8—9 цепи потенциал уменьшается скачком вследствие того, что источник ЭДС $E_{89} = 55$ В подключен положительным полюсом к точке 8, а отрицательным — к точке 9. В данном случае источник ЭДС E_{89} работает в цепи в качестве источника питания.

На участке 9—1 цепи потенциал повышается на величину, равную произведению $R_5 I = 2 \cdot 5 = 10$ В. Поэтому здесь должен быть включен резистор с сопротивлением $R_5 = 2$ Ом.

Результаты определения потенциалов рассматриваемой электрической цепи приведены в табл. 1.6.

Т а б л и ц а 1.6

Участок электрической цепи	Сопротивление участка, Ом	Потенциалы точек, В
—	—	$\varphi_1 = 0$
1—2	2	$\varphi_2 = \varphi_1 + R_1 I = 2 \cdot 5 = 10$
2—3	0	$\varphi_3 = \varphi_2 + E_{23} = 10 + 40 = 50$
3—4	1	$\varphi_4 = \varphi_3 + R_2 I = 50 + 1 \cdot 5 = 55$
4—5	0	$\varphi_5 = \varphi_4 - E_{45} = 55 - 75 = -20$
5—6	1	$\varphi_6 = \varphi_5 + R_3 I = -20 + 1 \cdot 5 = -15$
6—7	0	$\varphi_7 = \varphi_6 + E_{67} = -15 + 45 = 30$
7—8	3	$\varphi_8 = \varphi_7 + R_4 I = 30 + 3 \cdot 5 = 45$
8—9	0	$\varphi_9 = \varphi_8 - E_{89} = 45 - 55 = -10$
9—1	2	$\varphi_1 = \varphi_9 + R_5 I = -10 + 2 \cdot 5 = 0$

По результатам анализа представленной потенциальной диаграммы составлена схема неразветвленной электрической цепи постоянного тока (рис. 1.38, б).

Проверка. Пользуясь вторым законом Кирхгофа, составляем уравнение электрического равновесия для полученной в результате расчета электрической цепи: $E_{89} + E_{45} - E_{23} - E_{67} = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)I$, откуда ток в цепи $I = \frac{E_{89} + E_{45} - E_{23} - E_{67}}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = \frac{55 + 75 - 40 - 45}{2 + 1 + 1 + 3 + 2} = \frac{45}{9} = 5$ А.

На всех участках цепи углы α одинаковы, следовательно:
 $\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{tg}\alpha_2 = \operatorname{tg}\alpha_3 = \operatorname{tg}\alpha_4 = \operatorname{tg}\alpha_5 = I \frac{m_\varphi}{m_R}$ или $I = 10/2 = 5/1 =$
 $= 5/1 = 15/3 = 10/2 = 5 \text{ А.}$

Уравнение баланса мощностей: $E_{89}I + E_{45}I - E_{23}I - E_{67}I =$
 $= I^2R_1 + I^2R_2 + I^2R_3 + I^2R_4 + I^2R_5 = 55 \cdot 5 + 75 \cdot 5 - 40 \cdot 5 - 45 \times$
 $\times 5 = 5^2 \cdot 2 + 5^2 \cdot 1 + 5^2 \cdot 1 + 5^2 \cdot 3 + 5^2 \cdot 2; 225 \text{ Вт} = 225 \text{ Вт.}$ Баланс мощностей соблюдается.

Задачи

1.39. Пользуясь законами Ома и Кирхгофа, определить внутреннее сопротивление R_0 источника питания электрической цепи постоянного тока и напряжение U_2 на резисторе R_2 (рис. 1.39), если дано: $E = 70 \text{ В}$, $U = 30 \text{ В}$; $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 38 \text{ Ом}$; $U_1 = 20 \text{ В}$. *Ответ.* $R_0 = 2 \text{ Ом}$; $U_2 = 76 \text{ В}$.

1.40. Ток в электрической цепи постоянного тока (рис. 1.40) $I = 1 \text{ А}$, ЭДС источника питания $E_1 = 48 \text{ В}$, сопротивления резисторов $R_1 = 120 \text{ Ом}$, $R_2 = 10 \text{ Ом}$. Внутренние сопротивления источников одинаковы и равны $R_{01} = R_{02} = 1 \text{ Ом}$. Определить величину и направление ЭДС источника питания E_2 . *Ответ.* $E_2 = -24 \text{ В}$. ЭДС E_2 направлена от точки 4 к точке 3 цепи.

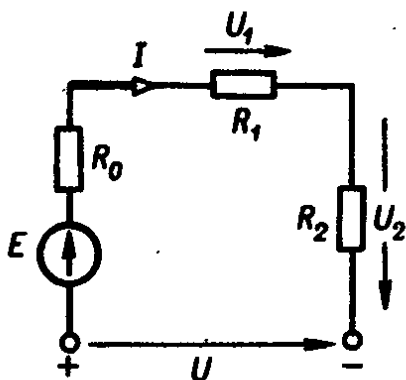


Рис. 1.39

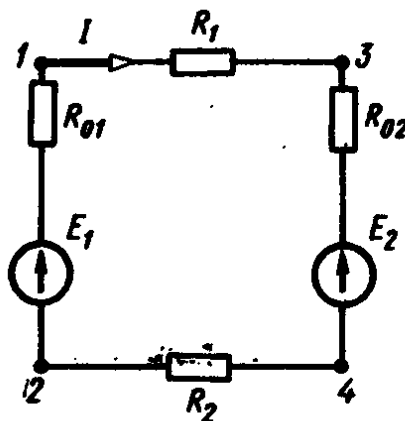


Рис. 1.40

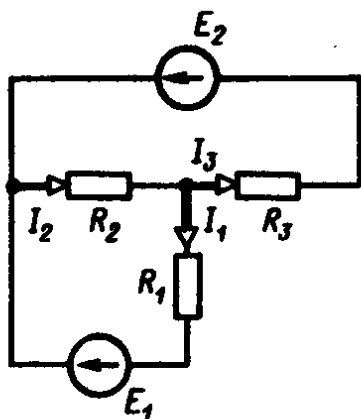


Рис. 1.42

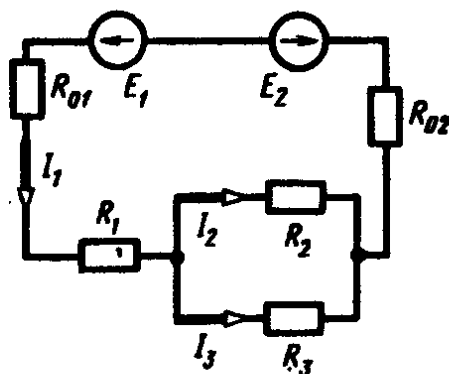


Рис. 1.43

1.41. Для условий задачи 1.40 определить ток I в электрической цепи и напряжения U_1 и U_2 на зажимах источников питания, если ЭДС источника E_1 направлена от точки 1 к точке 2, а E_2 — от точки 4 к точке 3 цепи. *Ответ.* $I = 3$ А; $U_1 = 45$ В; $U_2 = 21$ В.

1.42. Пользуясь законами Кирхгофа, определить токи I_1 — I_3 в ветвях электрической цепи, представленной на рис. 1.42. ЭДС источников питания: $E_1 = 100$ В; $E_2 = 110$ В. Сопротивления резисторов: $R_1 = 35$ Ом; $R_2 = 10$ Ом; $R_3 = 16$ Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь. *Ответ.* $I_1 = 1,65$ А; $I_2 = 4,25$ А; $I_3 = 2,6$ А.

1.43. Определить токи I_1 — I_3 в электрической цепи постоянного тока (рис. 1.43) и составить баланс мощностей, если сопротивления резисторов: $R_1 = 6$ Ом; $R_2 = R_3 = 4$ Ом. ЭДС источников питания: $E_1 = 22$ В; $E_2 = 2$ В, а внутренние сопротивления источников: $R_{01} = R_{02} = 1$ Ом. *Ответ.* $I_1 = 2$ А; $I_2 = I_3 = 1$ А.

Уравнение баланса мощностей: $E_1 I_1 = E_2 I_2 + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_1^2 (R_{01} + R_{02}) = 22 \cdot 2 = 2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 6 + 1^2 \cdot 4 + 1^2 \cdot 4 + 2^2 \cdot 1 + 2^2 \cdot 1$; 44 Вт = 44 Вт. Следовательно, баланс мощностей соблюдается.

Контрольные задания

1.44. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.44), используя данные, приведенные для данного варианта задания в табл. 1.7, определить токи I_1 — I_9 в ветвях резисторов R_1 — R_9 , режимы работы источников питания, составить баланс мощностей. ЭДС и напряжения источников, сопротивления резисторов и положение выключателей для соответствующих вариантов задания приведены в табл. 1.7. Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

Примечание. Для расширения числа вариантов контрольного задания

Величины	Варианты контрольного												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
E_1 , В	110												
E_3 , В	90	—	—	—	—	220	60	40	50	—	—	—	—
E_4 , В	—	80	—	—	—	150	—	—	—	40	40	80	—
U_6 , В	—	—	80	—	—	—	50	—	—	40	—	—	60
U_8 , В	—	—	—	80	—	—	—	20	—	—	40	—	50
R_1 , Ом	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	1	0,2	0,2	0,2	0,4	0,2	0,4	0,2
R_2 , Ом	2	2	1	3	2	—	—	—	—	—	—	—	—
R'_2 , Ом	2	2	3	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—
R_3 , Ом	0,2	—	—	—	—	2	2	2	4	—	—	—	—
R_4 , Ом	—	0,2	—	—	—	2	—	—	—	2	2	4	—
R_5 , Ом	—	—	0,4	—	—	—	1	—	—	0,4	—	—	1
R_6 , Ом	—	—	—	0,4	—	—	—	1	—	—	0,5	—	1
R_7 , Ом	—	—	—	—	0,2	—	—	—	1	—	—	1	—
R_8 , Ом	0,8	0,8	0,4	0,4	0,4	1	1,8	1,9	0,8	1,6	0,8	0,6	0,4
R_9 , Ом	—	—	0,2	0,2	0,4	—	1	1	1	1,6	0,5	1	0,4
Замкнутые выключатели	B_2, B_3	B_2, B_4	B_2, B_5	B_2, B_6	B_2, B_7	B_3, B_4	B_3, B_5	B_3, B_5	B_3, B_7	B_4, B_5	B_4, B_6	B_4, B_7	B_5, B_5

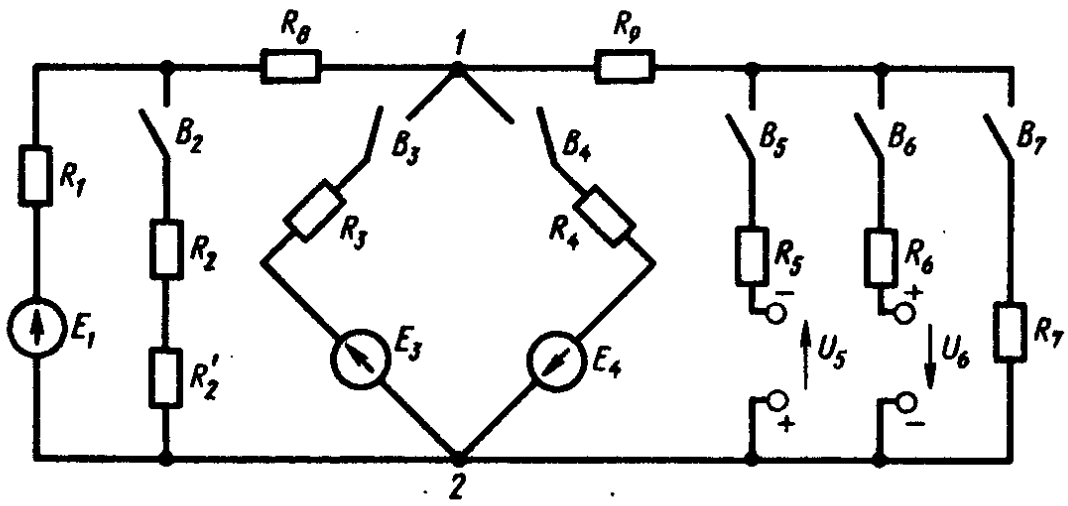


Рис. 1.44

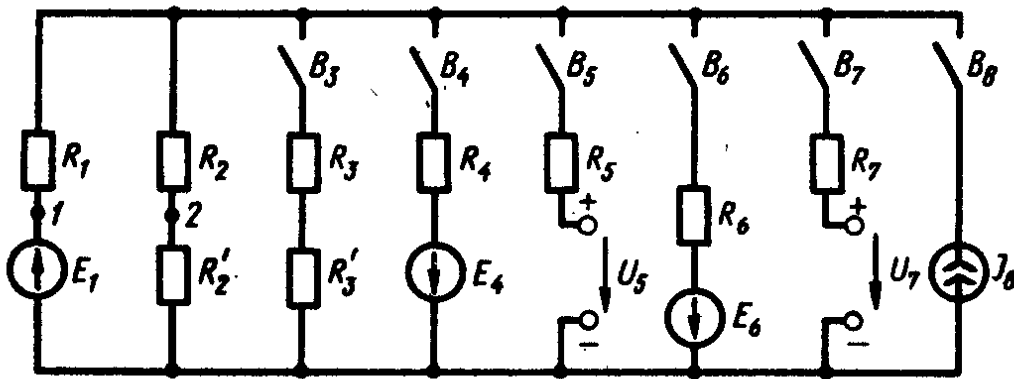


Рис. 1.45

Таблица 1.7

задания 1.44

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
—	—	10	—	—	—	—	110	20	10	40	—	—	—	—	—	—
—	—	—	160	—	—	—	220	—	—	—	10	20	100	—	—	—
60	—	—	—	160	—	—	—	20	—	—	10	—	—	120	250	—
—	40	—	—	—	80	—	—	—	10	—	—	40	—	10	—	40
0,2	0,2	0,4	0,2	0,2	0,2	0,4	1	0,2	0,2	0,1	0,4	0,2	0,4	0,5	0,2	1
—	—	2	2	1	3	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	2	2	3	1	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	0,2	—	—	—	—	2	2	2	4	—	—	—	—	—	—
—	—	—	0,2	—	—	—	1	—	—	—	2	1	1	—	—	—
0,5	—	—	—	0,4	—	—	—	0,5	—	—	0,4	—	—	1	0,5	—
—	1	—	—	—	0,4	—	—	—	1	—	—	0,5	—	1	—	1
1	5	—	—	—	—	0,4	—	—	—	1	—	—	1	—	1	2
0,2	0,4	0,8	0,8	0,4	0,2	0,8	1	1,8	1,8	0,4	1,6	0,8	0,6	0,2	0,2	0,5
0,6	0,4	—	—	—	0,1	0,8	—	1	1	1	1,6	0,5	1	0,3	0,6	0,5
B_5, B_7	B_5, B_7	B_2, B_3	B_2, B_4	B_2, B_5	B_2, B_5	B_2, B_7	B_3, B_4	B_3, B_5	B_3, B_5	B_3, B_7	B_4, B_5	B_4, B_6	B_4, B_7	B_5, B_5	B_5, B_7	B_5, B_7

Величины	Варианты контрольного												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$E_1, В$	110												
$E_4, В$	90	—	80	—	—	220	—	—	60	—	—	80	—
$E_6, В$	—	—	—	90	60	150	50	—	—	—	—	—	—
$U_5, В$	—	100	40	—	80	—	—	40	—	—	—	—	60
$U_7, В$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	40	40	40
$R_1, Ом$	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	1
$R_4, Ом$	2	—	2	—	—	1	—	—	1	—	—	2	—
$R_6, Ом$	—	—	—	2	2	4	2	—	—	—	—	—	—
$R_2, Ом$	2	2	1	2	2	1	2	3	1	2	1	1	2
$R'_2, Ом$	3	3	4	2	2	4	3	2	4	2	4	4	3
$R_3, Ом$	1	1	—	3	—	—	—	—	—	2	3	—	—
$R'_3, Ом$	4	4	—	2	—	—	—	—	—	3	2	—	—
$R_5, Ом$	—	10	—	—	1	—	—	2	—	—	—	—	5
$R_7, Ом$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5	5	5
$J_6, А$	—	—	—	—	—	—	10	5	5	8	—	—	—
Выключатели разомкнуты	B_5, B_6, B_7, B_6	B_4, B_6, B_7, B_6	B_3, B_6, B_7, B_5	B_4, B_5, B_7, B_6	B_3, B_4, B_7, B_8	B_3, B_5, B_7, B_6	B_3, B_4, B_6, B_7	B_3, B_4, B_6, B_7	B_3, B_5, B_6, B_7	B_4, B_6, B_6, B_7	B_4, B_5, B_6, B_6	B_3, B_6, B_6, B_6	B_3, B_4, B_5, B_6

в вариантах 31—60 сопротивления резисторов $R_1 — R_9$ увеличить в 2 раза, в вариантах 61—90 — уменьшить в 3 раза.

1.45. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.45) определить токи $I_1 — I_7$ в ветвях резисторов $R_1 — R_7$, составить баланс мощностей, а также определить режим работы источников питания и напряжение U_{12} между точками 1 и 2 цепи. Сопротивления резисторов $R_1 — R_7$, ЭДС $E_1 — E_6$ и напряжения U_5 и U_7 источников питания, ток J_6 источника тока и положения выключателей $B_3 — B_5$ для соответствующих вариантов задания приведены в табл. 1.8. Задачу решить методом применения уравнений, составленных по законам Кирхгофа.

§ 1.4. МЕТОД КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Для расчета сложных электрических цепей широко используют метод контурных токов, в основу которого положены расчетные (условные) контурные токи, замыкающиеся по смежным контурам разветвленных электрических цепей.

Метод контурных токов позволяет при составлении системы уравнений для расчета электрических цепей не записывать уравнения по первому закону Кирхгофа и тем самым уменьшить общее количество уравнений, необходимых для расчета. Истинные значения токов в ветвях электрической цепи определяются по значениям контурных токов.

В процессе расчета по этому методу определяют независимые замкнутые контуры и задаются условными положительными направлениями контурных токов. При этом во всех замкнутых

задания 1.45

14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
220																
—	—	140	—	150	—	—	110	—	—	100	—	—	100	—	—	—
80	—	—	—	—	180	80	100	100	—	—	—	—	—	—	150	—
—	—	—	80	40	—	150	—	—	80	—	—	—	—	50	—	—
20	30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	80	80	60	10	60
1	1	5	4	5	2	5	2	2	2	2	4	4	4	2	2	1
—	—	4	—	4	—	—	2	—	—	2	—	—	4	—	—	—
4	—	—	—	—	4	4	1	2	—	—	—	—	—	—	4	—
1	3	1	2	2	1	2	4	2	3	1	2	2	1	2	3	2
2	2	4	3	2	1	3	1	2	2	1	2	3	4	2	2	2
—	—	2	1	—	2	—	—	—	—	—	2	4	—	—	—	—
—	—	3	4	—	2	—	—	—	—	—	2	1	—	—	—	—
—	—	—	10	10	—	5	—	—	2	—	—	—	—	5	—	—
4	5	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	5	2	4	2
—	6	—	—	—	—	—	—	8	10	5	5	—	—	—	—	6
B_3, B_4, B_5, B_6	B_5, B_4, B_5, B_5	B_4, B_5, B_7, B_8	B_3, B_5, B_7, B_8	B_4, B_5, B_7, B_8	B_3, B_5, B_7, B_3	B_3, B_4, B_7, B_6	B_3, B_5, B_7, B_8	B_3, B_4, B_5, B_7	B_3, B_4, B_5, B_6, B_7	B_4, B_5, B_6, B_7	B_4, B_5, B_5, B_5, B_7	B_3, B_5, B_6, B_6, B_8	B_3, B_5, B_6, B_5, B_8	B_3, B_4, B_5, B_5, B_8	B_3, B_4, B_5, B_5, B_8	B_3, B_4, B_5, B_5, B_8

контурах для упрощения процесса расчета целесообразно задавать контурным токам одинаковые положительные направления. Число уравнений при расчете по методу контурных токов равно числу контурных токов.

При составлении контурных уравнений по второму закону Кирхгофа для замкнутых контуров ЭДС источников питания принимаются положительными, если их направления совпадают с направлениями контурных токов, при несовпадении с контурным током их записывают со знаком «—». Со знаком «—» записывают напряжения, а также падения напряжений, направленные против контурного тока, а со знаком «+», если они совпадают с ним.

При этом величины контурных токов во внешних (не смежных) ветвях оказываются равными по значению токам в ветвях, которые нанесены на электрическую схему. Токи смежных ветвей равны разности контурных токов соседних контуров. При этом со знаком «+» записывается контурный ток, совпадающий с направлением тока в смежной ветви.

Применительно к электрической цепи (рис. 1.4.1) в соответствии с заданным направлением ЭДС, напряжения, токов

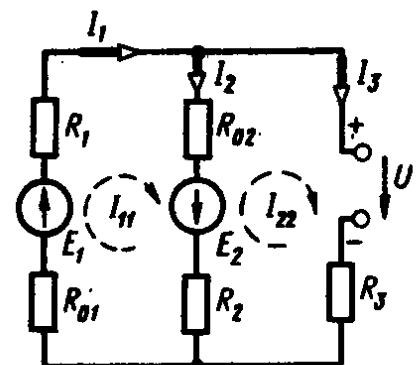


Рис. 1.4.1

в ветвях и контурных токов уравнения, составленные по второму закону Кирхгофа для замкнутых контуров, записывают в следующем виде: $E_1 + E_2 = (R_{01} + R_{02} + R_1 + R_2)I_{11} - (R_{02} + R_2)I_{22}$; $-E_2 = (R_{02} + R_2 + R_3)I_{22} - (R_{02} + R_2)I_{11} + U$. В результате решения полученной системы уравнений и определяют контурные токи I_{11} и I_{22} .

При этом токи во внешних (несмежных) ветвях электрической цепи оказываются численно равными соответствующим контурным токам: $I_1 = I_{11}$; $I_3 = I_{22}$.

Ток в смежной ветви определяют из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для точки разветвления электрической цепи: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$, откуда $I_2 = I_1 - I_3 = I_{11} - I_{22}$.

Литература. [1] § 1.14.2; [2] § 1.14; [3] § 3.5.

Примеры решения задач

1.46. В электрической цепи постоянного тока, представленной на рис. 1.46, определить токи $I_1 - I_5$ в ветвях, напряжения U_{12} и U_{34} между точками 1—2 и 3—4 цепи. Составить уравнение баланса мощностей. ЭДС источника питания $E = 30$ В (внутренним сопротивлением источника пренебречь), ток источника тока $J = 25$ мА, сопротивления резисторов: $R_1 = 1$ кОм; $R_2 = R_3 = R_4 = 2$ кОм; $R_5 = 3$ кОм.

Решение. Условные положительные направления контурных токов в электрической цепи принимаем соответствующими рис. 1.46 (показаны пунктирными стрелками).

По второму закону Кирхгофа составляют уравнение для правого верхнего контура электрической цепи (обход контура по ходу часовой стрелки): $-E = (R_1 + R_2 + R_5)I_{11} + R_5I_{22} - R_1J$. После подстановки цифровых значений имеем: $-30 = (1 + 2 + 3) \cdot 10^3 I_{11} + 3 \cdot 10^3 I_{22} - 1 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3}$; или $-5 = 6 \cdot 10^3 I_{11} + 3 \cdot 10^3 I_{22}$. То же, для правого нижнего контура: $0 = R_5 I_{11} + (R_3 + R_4 + R_5) I_{22} + R_3 J$; $0 = 3 \cdot 10^3 I_{11} + (2 + 2 + 3) \times 10^3 I_{22} + 2 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3}$ или $-50 = 3 \cdot 10^3 I_{11} + 7 \cdot 10^3 I_{22}$. В результате решения уравнения получают $95 = -11 \cdot 10^3 I_{22}$. Откуда находят контурный ток $I_{22} = \frac{-95}{11 \cdot 10^3} = -8,636 \cdot 10^{-3}$ А =

= -8,636 мА. Контурный ток I_{11} находят из уравнения, составленного для правого нижнего контура:

$$I_{11} = \frac{-5 + 3 \cdot 8,636}{6 \cdot 10^3} = 3,4848 \text{ мА.}$$

Ток в общей ветви смежных контуров является результатом наложения токов J и I_{11} : $I_1 = J - I_{11} = 25 - 3,4848 = 21,5152$ мА. (Ток I_1 совпадает с направлением большего тока J .)

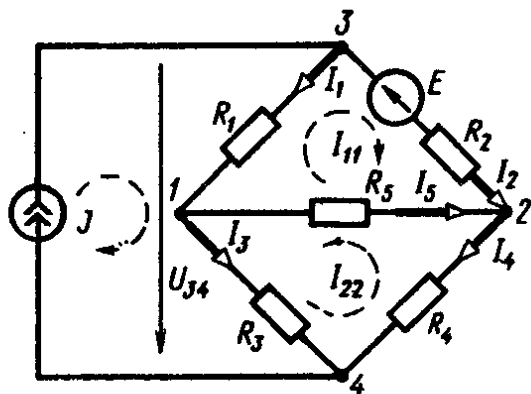


Рис. 1.46

Ток в ветви резистора R_2 : $I_2 = I_{11} = 3,4848$ мА. Ток в ветви резистора R_3 находится в результате наложения контурных токов J и I_{22} : $I_3 = J + I_{22} = 25 + (-8,636) = 25 - 8,636 = 16,364$ мА. Ток в ветви резистора R_4 : $I_4 = -I_{22} = -(-8,636) = 8,636$ мА. Знак «—» в выражении для тока I_4 показывает, что в действительности этот ток имеет направление, обратное первоначально заданному направлению. Ток в ветви резистора R_5 , т. е. в общей ветви смежных контуров, находится в результате наложения контурных токов I_{11} и I_{22} : $I_5 = -(I_{11} + I_{22}) = -[3,4848 + (-8,636)] = 5,1512$ мА. Напряжение между узлами 3 и 4 цепи находят из уравнения, составленного в соответствии со вторым законом Кирхгофа для контура 2342: $E = U_{34} - R_2 I_2 - R_4 I_4$, откуда $U_{34} = 30 + 2 \cdot 10^3 \cdot 8,636 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 \cdot 3,4848 \cdot 10^3 = 54,24$ В.

Напряжение между узлами 1 и 2 цепи: $U_{12} = R_5 I_5 = 3 \cdot 10^3 \frac{5,15}{10^3} = 15,45$ В.

Уравнение баланса мощностей: $-EI + U_{34}J = -EI_2 + (R_1 I_1 + R_3 I_3)J = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5$, откуда после подстановки числовых данных получим тождество: $1,25$ Вт = $1,25$ Вт.

1.47. Определить ток в цепи резистора $R_1 = 21$ Ом электрической цепи постоянного тока (рис. 1.47). Питающее напряжение $U = 142$ В, ток источника тока $J = 4$ А, сопротивление резисторов $R = 4$ Ом, выключатель B находится в замкнутом положении.

Решение. Заменяем источник тока эквивалентным источником ЭДС $E = RJ = 4 \cdot 4 = 16$ В. При этом электрическая цепь (рис. 1.47) заменяется эквивалентной электрической цепью без пунктирной ветви (выключатель B разомкнут). При принятом на схеме направлении контурных токов в соответствии со вторым законом Кирхгофа записываем уравнения электрического равновесия для соответствующих замкнутых контуров: $0 = 3RI_{11} - RI_{33} - RI_{22}$; $E = (2R + R_1)I_{22} - RI_{11} - R_1 I_{33}$; $0 = (2R + R_1)I_{33} - R_1 I_{22} - RI_{11} + U$.

Подставляя в полученные выражения соответствующие известные значения, получаем систему уравнений: $12I_{11} - 4I_{22} - 4I_{33} = 0$; $-4I_{11} + 29I_{22} - 21I_{33} = 16$; $-4I_{11} - 21I_{22} - 29I_{33} = -142$. Решение этой системы уравнений осуществляется с помощью определителей.

Составляем определитель Δ из коэффициентов в уравнениях при неизвестных (с добавлением двух первых столбцов):

$$\Delta = \begin{vmatrix} 12 & -4 & -4 & 12 & -4 \\ -4 & 29 & -21 & -4 & 29 \\ -4 & -21 & -29 & -4 & -21 \end{vmatrix} = 12 \cdot 29 \cdot (-29) +$$

$$+ (-4)(-21)(-4) + (-4)(-4)(-21) - (-4) \cdot 29(-4) -$$

$$- (-21)(-21) \cdot 12 - (-29)(-4)(-4) = -5472.$$

Составляем определители для соответствующих контурных токов:

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 12 & 0 & -4 & 12 & 0 \\ -4 & 16 & -21 & -4 & 16 \\ -4 & -142 & -29 & -4 & -142 \end{vmatrix} = 12 \cdot 16(-29) +$$

$$+ (-4)(-4)(-142) - (-4) \cdot 16(-4) - 12 \cdot (-142)(-21) = -43\,888.$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 12 & -4 & 0 & 12 & -4 \\ -4 & 29 & 16 & -4 & 29 \\ -4 & -21 & -142 & -4 & -2 \end{vmatrix} = 12 \cdot 29(-142) +$$

$$+ (-4) \cdot 16(-4) - (-4)(-4)(-142) - 12(-21) \cdot 16 = -42\,856.$$

Откуда контурные токи: $I_{22} = \Delta_{22}/\Delta = -43\,888/-5472 = 8,02$ А; $I_{33} = \Delta_{33}/\Delta = -42\,856/-5472 = 7,83$ А.

Ток в ветви резистора R_1 : $I = I_{22} - I_{33} = 8,02 - 7,83 = 0,19$ А.

1.48. Определить общий ток I и токи $I_1 - I_5$ в ветвях электрической цепи постоянного тока (рис. 1.48). ЭДС источников питания: $E_1 = 32$ В; $E_2 = 120$ В; $E_3 = 10$ В, внутреннее сопротивление источника E_1 : $R_0 = 2$ Ом (внутренним сопротивлением других источников пренебречь). Сопротивления резисторов: $R_1 = 10$ Ом; $R_2 = 4$ Ом; $R_3 = 6$ Ом; $R_4 = 5$ Ом; $R_5 = 8$ Ом.

Решение. Условные положительные направления токов принимаем по схеме рис. 1.48. Она содержит шесть ветвей ($N_B = 6$) и четыре узла ($N_U = 4$). Для узлов 1, 3 и 4 цепи составляем уравнения для токов по первому закону Кирхгофа ($N_I = N_U - 1 = 4 - 1 = 3$; N_I — число уравнений по первому закону Кирхгофа): $I = I_1 + I_2$; $I_2 + I_5 = I_4$; $I_3 + I_4 = I_5$.

Недостающее число уравнений ($N_B - N_I = 6 - 3 = 3$) составляем по второму закону Кирхгофа.

Для замкнутых контуров:

левого: $E_1 = R_0 I + R_1 I_1$; среднего: $E_3 = -R_2 I_2 - R_4 I_4 + R_3 I_3 + R_1 I_1$; правого: $E_2 = R_5 I_5 + R_4 I_4$.

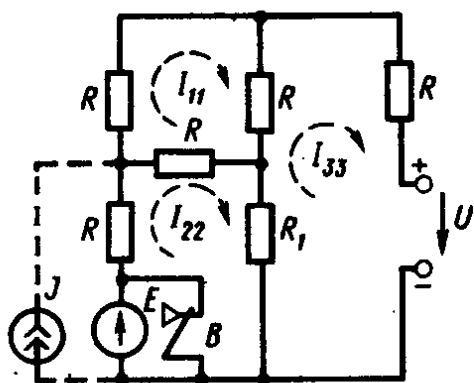


Рис. 1.47

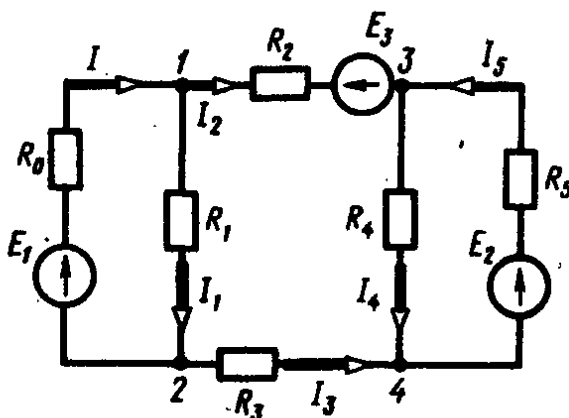


Рис. 1.48

Ток в ветви резистора R_4 определяем из последнего уравнения с учетом уравнения, записанного для узла 3 цепи: $I_4 = \frac{E_2 + R_5 I_2}{R_5 + R_4}$.

При совместном решении уравнения для тока I и ЭДС E_1 определяем ток в цепи резистора R_1 : $I_1 = \frac{E_1 - R_0 I_2}{R_0 + R_1}$.

Решение уравнений, записанных для узлов 3 и 4, позволяет определить ток в цепи резистора R_2 : $I_2 = -I_3$.

Подставляя значения входящих в полученное уравнение известных величин, получаем: $-10 = 4I_2 + \frac{120 + 8I_2}{8 + 5} \cdot 5 + 6I_2 - \frac{32 - 2I_2}{2 + 10} \cdot 10$,

откуда $I_2 = -\frac{29,8}{14,75} = -2 \text{ A}$.

Токи в ветвях резисторов:

$$R_3: I_3 = 2 \text{ A.}$$

$$R_1: I_1 = \frac{E_1 - R_0 I_2}{R_0 + R_1} = \frac{32 - 2 \cdot (-2)}{2 + 10} = \frac{36}{12} = 3 \text{ A.}$$

$$R_0: I = I_1 + I_2 = 3 - 2 = 1 \text{ A.}$$

$$R_4: I_4 = \frac{E_2 + R_5 I_2}{R_5 + R_4} = \frac{120 + 8 \cdot 2}{8 + 5} = \frac{120 + 16}{13} = 10,47 \text{ A.}$$

$$R_5: I_5 = I_4 - I_2 = 10,46 + 2 = 12,46 \text{ A.}$$

1.49. В условиях задачи 1.48 определить общий ток I и токи $I_1 - I_5$ в ветвях электрической цепи (рис. 1.48), положив ЭДС источника питания $E_3 = 0$.

Решение. В этом случае уравнение, записанное по второму закону Кирхгофа для среднего замкнутого контура, примет вид: $0 = -R_2 I_2 - R_4 I_4 + R_3 I_3 + R_1 I_1$.

Подставляя известные величины, с учетом полученных выше выражений, имеем: $0 = -4I_2 - 5 \frac{120 + 8I_2}{5 + 8} + 6I_3 + \frac{(32 - 2I_2)10}{2 + 10}$, откуда $I_2 = -\frac{18,9}{14,75} = -1,28 \text{ A}$.

Токи в ветвях цепи резисторов:

$$R_3: I_3 = 1,28 \text{ A.}$$

$$R_1: I_1 = \frac{E_1 - R_0 I_2}{R_0 + R_1} = \frac{32 - 2 \cdot (-1,28)}{2 + 10} = \frac{32 + 2,56}{12} = \frac{34,56}{12} = 2,88 \text{ A.}$$

$$R_0: I = I_1 + I_2 = 2,88 - 1,28 = 1,6 \text{ A.}$$

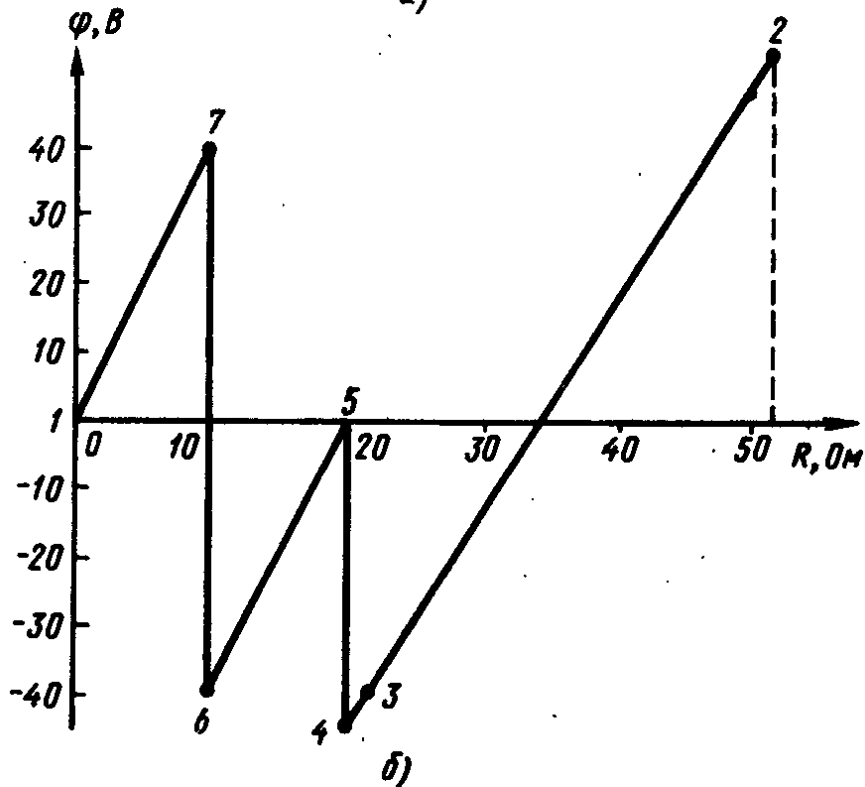
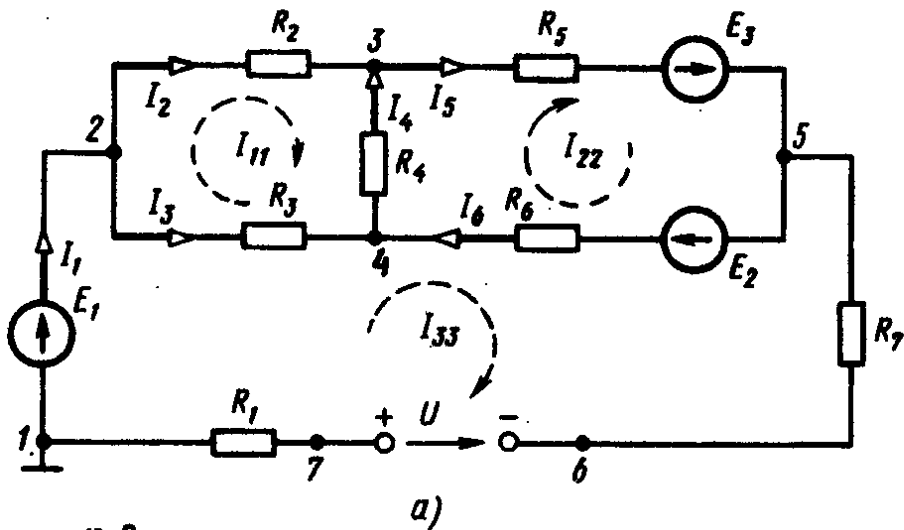


Рис. 1.50

$$R_4: I_4 = \frac{E_2 + R_5 I_2}{R_5 + R_4} = \frac{120 - 8 \cdot 1,28}{8 + 5} = 8,47 \text{ A.}$$

$$R_5: I_5 = I_4 - I_2 = 8,47 + 1,28 = 9,75 \text{ A.}$$

1.50. Электрическая цепь постоянного тока (рис. 1.50, а) содержит источники питания: $E_1 = 50 \text{ В}$; $E_2 = 20 \text{ В}$; $E_3 = 45 \text{ В}$ и резисторы с сопротивлениями: $R_1 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = 30 \text{ Ом}$; $R_3 = 50 \text{ Ом}$; $R_4 = 20 \text{ Ом}$; $R_5 = 1,0 \text{ Ом}$; $R_6 = 20 \text{ Ом}$; $R_7 = 10 \text{ Ом}$. Напряжение, приложенное к цепи, $U = 80 \text{ В}$. Внутренние сопротивления источников $R_0 = 0$. Определить токи $I_1 - I_6$ в ветвях электрической цепи и напряжение U_{14} , действующее между точками 1 и 4 цепи. Составить уравнение баланса мощностей для всей цепи и построить потенциальную диаграмму для внешнего контура цепи.

Решение. По второму закону Кирхгофа составляем уравнения электрического равновесия соответственно для левого верхнего, правого верхнего и нижнего замкнутых контуров:

$$(R_2 + R_3 + R_4)I_{11} - R_4I_{22} - R_3I_{33} = 0;$$

$$(R_4 + R_5 + R_6)I_{22} - R_4I_{11} - R_6I_{33} = E_2 + E_3;$$

$$(R_7 + R_1 + R_6 + R_3)I_{33} - R_3I_{11} - R_6I_{22} - U = E_1 - E_2.$$

Подставляя в полученные уравнения известные величины, имеем: $(30 + 50 + 20)I_{11} - 20I_{22} - 50I_{33} = 0$; $(20 + 1 + 20)I_{22} - 20I_{11} - 20I_{33} = 20 + 45$; $(10 + 50 + 20 + 10)I_{33} - 50I_{11} - 20I_{33} - 80 = 50 - 20$, откуда получаем три уравнения: $100I_{11} - 20I_{22} - 50I_{33} = 0$; $-20I_{11} + 41I_{22} - 20I_{33} = 65$; $-50I_{11} - 20I_{22} + 90I_{33} = 110$.

Решая совместно первое и третье уравнения, получаем: $-60I_{22} + 13I_{33} = 220$, отсюда определяем значение тока: $I_{33} = \frac{220 + 60I_{22}}{130} = \frac{22 + 6I_{22}}{13}$.

Решая совместно второе и третье уравнения, имеем: $-122,5I_{22} + 140I_{33} = -52,5$.

Контурный ток I_{22} получаем, решая совместно последние два уравнения: $-122,5I_{22} + 140 \frac{22 + 6I_{22}}{13} = -52,5$, откуда $I_{22} = 5$ А.

С учетом значения тока I_{22} определяем контурный ток: $I_{33} = \frac{22 + 6 \cdot 5}{13} = \frac{22 + 30}{13} = \frac{52}{13} = 4$ А.

Контурный ток I_{11} определяем из первого уравнения: $100I_{11} - 20 \cdot 5 - 50 \cdot 4 = 0$, откуда $I_{11} = 3$ А.

Токи в ветвях электрической цепи определяем с учетом первого закона Кирхгофа для соответствующих узловых точек: $I_2 = I_{11} = 3$ А; $I_3 = I_{33} - I_{11} = 4 - 3 = 1$ А; $I_1 = I_2 + I_3 = 3 + 1 = 4$ А; $I_4 = I_{22} - I_{11} = 5 - 3 = 2$ А; $I_5 = I_{22} = 5$ А; $I_6 = I_{22} - I_{33} = 5 - 4 = 1$ А.

Напряжение между точками 1 и 4 цепи находят из соответствующего уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа: $E_1 = R_2I_2 + R_5I_5 - U_{14}$, откуда $U_{14} = -50 + 30 \cdot 3 + 1 \times 55 = 45$ В.

Уравнение баланса мощностей всей цепи записывают в соответствии с выражением $\sum EI + \sum UI = \sum I^2R$. При этом $50 \cdot 4 + 20 \cdot 1 + 45 \cdot 5 + 80 \cdot 4 = 765$ Вт = 0,765 кВт; $4^2 \cdot 10 + 3^2 \cdot 30 + 1^2 \cdot 50 + 2^2 \cdot 20 + 5^2 \cdot 1 + 1^2 \cdot 20 + 4^2 \cdot 10 = 765$ Вт = 0,765 кВт, т. е. соблюдается баланс мощностей: 0,765 кВт = 0,765 кВт.

При построении потенциальной диаграммы (рис. 1.50, б) условно принимаем потенциал точки 1 равным нулю ($\varphi_1 = 0$). Потенциал точки 7 цепи при заданной полярности напряжения: $\varphi_7 = R_1I_1 - \varphi_1 = 10 \cdot 4 - 0 = 40$ В. Координаты точки 7 потенциальной диаграммы: $R_7 = 10$ Ом; $\varphi_7 = 40$ В.

Потенциалы и координаты других точек находят аналогично:

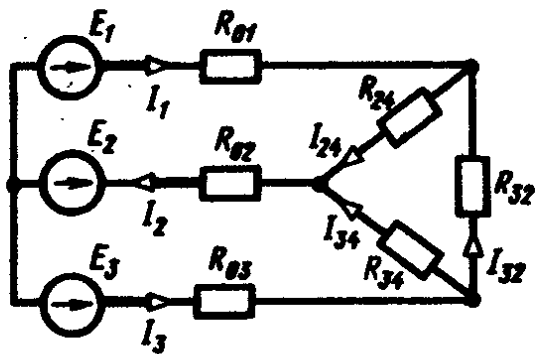


Рис. 1.51

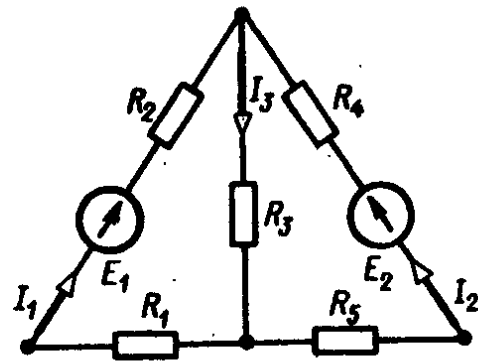


Рис. 1.52

$$\begin{aligned} \varphi_6 &= \varphi_7 - U = 40 - 80 = -40 \text{ В}; & \varphi_5 &= \varphi_6 + R_7 I_1 = -40 + 10 \cdot 4 = 0; \\ \varphi_4 &= \varphi_5 - E_3 = 0 - 45 = -45 \text{ В}; & \varphi_3 &= \varphi_4 + R_5 I_5 = -45 + 1 \cdot 5 = \\ &= -40 \text{ В}; & \varphi_2 &= \varphi_3 + R_2 I_2 = -40 + 30 \cdot 3 = 50 \text{ В}. \end{aligned}$$

Потенциальная диаграмма, построенная по данным расчетов, приведена на рис. 1.50, б.

Задачи

1.51. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.51) определить токи в ветвях I_1 , I_2 , I_3 и I_{24} , I_{32} , I_{34} и построить потенциальную диаграмму для внешнего контура цепи, составить уравнение баланса мощностей. ЭДС источников питания: $E_1 = 120 \text{ В}$; $E_2 = 60 \text{ В}$; $E_3 = 140 \text{ В}$, сопротивления резисторов: $R_{24} = R_{32} = R_{34} = 3 \text{ Ом}$, внутренние сопротивления источников: $R_{01} = 1 \text{ Ом}$; $R_{02} = 0,5 \text{ Ом}$; $R_{03} = 0,4 \text{ Ом}$. Ответ: $I_1 = 6,8 \text{ А}$; $I_2 = 30,9 \text{ А}$; $I_3 = 24,1 \text{ А}$; $I_{24} = 12,6 \text{ А}$; $I_{32} = 5,8 \text{ А}$; $I_{34} = 18,3 \text{ А}$.

1.52. Пользуясь методом контурных токов, определить токи $I_1 - I_3$ в ветвях электрической цепи рис. 1.52. ЭДС источников питания: $E_1 = 50 \text{ В}$; $E_2 = 10 \text{ В}$, сопротивления резисторов: $R_1 = 4 \text{ Ом}$; $R_2 = 6 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 10 \text{ Ом}$; $R_5 = 10 \text{ Ом}$. Внутренними сопротивлениями источников питания пренебречь. Ответ: $I_1 = 2,8 \text{ А}$; $I_2 = -0,6 \text{ А}$; $I_3 = 2,2 \text{ А}$.

Контрольные задания

1.53. Решить задачу 1.44 методом контурных токов.

1.54. Решить задачу 1.45 методом контурных токов.

§ 1.5. МЕТОД УЗЛОВОГО НАПРЯЖЕНИЯ

Метод узлового напряжения целесообразно использовать для расчета электрических цепей, содержащих несколько параллельных ветвей, присоединенных к паре узлов.

Преимущество этого метода перед другими возрастает с увеличением числа параллельных ветвей электрических цепей. При этом определяется узловое напряжение, что позволяет достаточно просто определять токи в параллельных ветвях и

другие величины, характеризующие подобные электрические цепи.

Узловое напряжение между двумя точками разветвлений (узлами) определяют в соответствии с выражением

$$U = \frac{\sum_{k=1}^n E_k G_k + \sum_{k=1}^n U_k G_k + \sum_{k=1}^n J_k}{\sum_{k=1}^n G_k},$$

где $\sum_{k=1}^n E_k G_k$ — алгебраическая сумма произведений ЭДС на про-

водимости соответствующих ветвей; $\sum_{k=1}^n U_k G_k$ — алгебраическая

сумма произведений напряжений на проводимости соответствующих ветвей; $\sum_{k=1}^n J_k$ — алгебраическая сумма токов источников то-

ка в ветвях; $G_k = \frac{1}{R_k}$ — проводимость k -й ветви цепи, равная

величине, обратной ее сопротивлению; $\sum_{k=1}^n G_k$ — сумма проводимостей всех ветвей.

При расчете электрических цепей по методу узлового напряжения задаются условным положительным направлением указанного напряжения, рассчитывая его по соответствующей формуле. При этом определяют проводимости всех ветвей, выбирая условные положительные направления токов в ветвях.

При определении токов в параллельных ветвях для соответствующих замкнутых контуров выбирают направления обхода контура и составляют уравнения по второму закону Кирхгофа. При этом ЭДС, напряжения и токи источников тока принимаются положительными, если они направлены по направлению обхода контура, и отрицательными, если они направлены против направления его обхода.

При отсутствии в электрической цепи источников тока процесс расчета существенно упрощается. При этом выражение для определения напряжения, действующего между двумя узлами, приводится к виду

$$U = \frac{\sum_{k=1}^n E_k G_k + \sum_{k=1}^n U_k G_k}{\sum_{k=1}^n G_k}.$$

При заданном условном положительном направлении напряжения U_{12} , действующего между узлами 1 и 2 (рис. 1.5.1, а), ЭДС

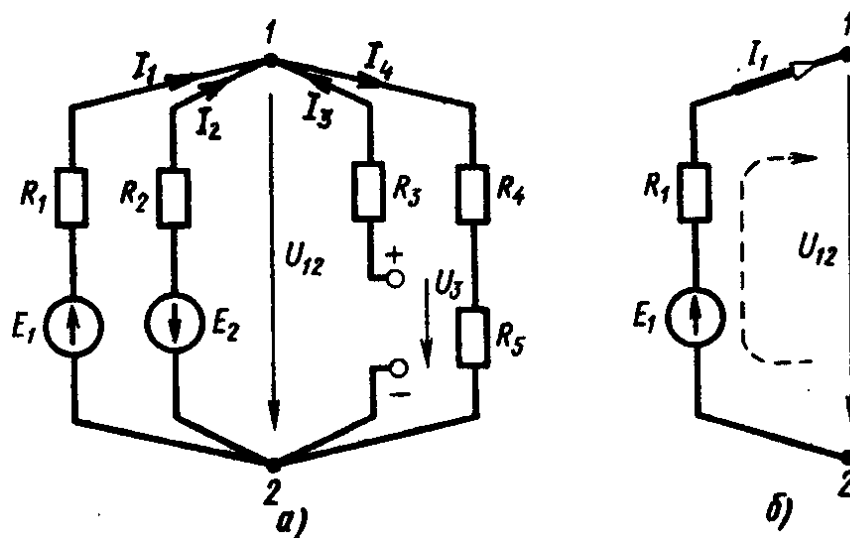


Рис. 1.5.1

в замкнутом контуре, образованном из соответствующей ветви и замыкающего напряжения U_{12} , при обходе контура по заданному положительному направлению принимается со знаком «+», если совпадает с направлением обхода, а если не совпадает — со знаком «-». Напряжения, не совпадающие при обходе соответствующего контура с направлением напряжения между узлами U_{12} , принимаются со знаком «+», а совпадающие — со знаком «-».

Знаки в расчетной формуле не зависят от направления токов в ветвях электрической цепи.

С учетом этого выражение для напряжений между узлами 1 и 2 цепи записываем в следующем виде:

$$U_{12} = \frac{E_1 G_1 - E_2 G_2 + U_3 G_3}{G_1 + G_2 + G_3 + G_4}.$$

Для расчета токов в ветвях электрической цепи составляют замкнутый контур, состоящий из рассматриваемой ветви цепи, замыкаемой напряжением U_{12} между узлами, с учетом действительного его направления. Расчетная схема ветви с резистором R_1 и ЭДС E_1 приведена на рис. 1.5.1, б. Задавшись условным положительным направлением обхода полученного таким образом контура, например, по часовой стрелке (направление обхода показано пунктирной стрелкой), записывается с учетом знаков уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа; $E_1 = R_1 I_1 + U_{12}$, отсюда определяется величина тока I_1 в данной ветви цепи. Аналогичным образом определяются токи в других ветвях электрической цепи.

Литература. [1] § 1.14, [2] § 1.13.

Примеры решения задач

1.55. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.55) определить, при какой величине ЭДС E_3 ток I_3 ветви резистора

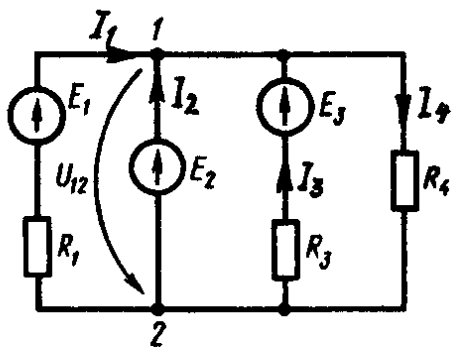


Рис. 1.55

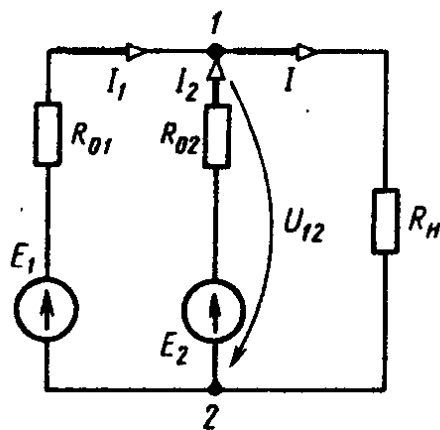


Рис. 1.56

R_3 уменьшится в 3 раза по сравнению с его первоначальным значением? ЭДС источников питания $E_1 = 100$ В; $E_2 = 120$ В; $E_3 = 150$ В, сопротивления резисторов: $R_1 = 20$ Ом; $R_3 = 100$ Ом; $R_4 = 60$ Ом, внутренними сопротивлениями источников питания пренебречь.

Решение. В соответствии со вторым законом Кирхгофа напряжение, действующее между узлами 1 и 2 электрической цепи, $U_{12} = E_2 = 120$ В. Ток I_3 в ветви резистора R_3 для первоначальных условий определяется из выражения, записанного для данной ветви по второму закону Кирхгофа: $E_3 = U_{12} + R_3 I_3$, откуда $I_3 = (E_3 - U_{12}) / R_3 = (150 - 120) / 100 = 0,3$ А

Величина ЭДС E'_3 , при которой ток I'_3 в цепи резистора R_3 уменьшается в 3 раза, определяется из полученного ранее преобразованного выражения для ЭДС E_3 : $E'_3 = U_{12} + R_3 I'_3 = 120 - 100 I'_3$.

В соответствии с условием $I'_3 = I_3 / 3 = 0,3 / 3 = 0,1$ А, откуда $E'_3 = 120 + 100 \cdot 0,1 = 120 + 10 = 130$ В.

1.56. Два источника постоянного тока с ЭДС $E_1 = E_2 = 115$ В и внутренними сопротивлениями $R_{01} = 0,2$ Ом и $R_{02} = 0,4$ Ом включены параллельно на нагрузку $R_n = 5$ Ом (рис. 1.56). Определить токи I , I_1 , I_2 в ветвях электрической цепи и составить баланс мощностей.

Решение. Проводимости ветвей электрической цепи: $G_1 = 1/R_{01} = 1/0,2 = 5$ См; $G_n = 1/R_n = 1/5 = 0,2$ См; $G_2 = 1/R_{02} = 1/0,4 = 2,5$ См.

Узловое напряжение, действующее между узлами 1 и 2 цепи:

$$U_{12} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2}{G_n + G_1 + G_2} = \frac{115 \cdot 5 + 115 \cdot 2,5}{0,2 + 5 + 2,5} = 112 \text{ В.}$$

Принимаем положительные направления токов в ветвях в соответствии с рис. 1.56. По второму закону Кирхгофа для ветви генератора с ЭДС E_1 можно записать следующее уравнение электрического равновесия: $U_{12} + R_{01} I_1 = E_1$, откуда $I_1 = \frac{E_1 - U_{12}}{R_{01}} = (E_1 - U_{12}) G_1 = (115 - 112) \cdot 5 = 15$ А.

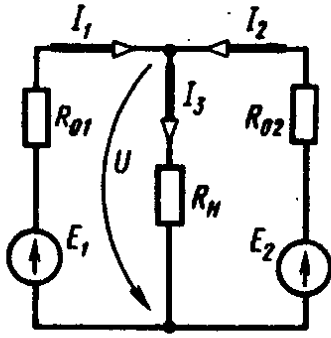


Рис. 1.57

Аналогично записывают уравнение для ветви с ЭДС E_2 для определения тока: $I_2 = (E_2 - U_{12})/R_{02} = (E_2 - U_{12})G_2 = (115 - 112)2,5 = 7,5$ А.

Ток в цепи резистора R_n в соответствии с законом Ома: $I_3 = U_{12}/R_n = 112/5 = 22,4$ А. Сумма мощностей P_1 и P_2 , развиваемых источниками питания, принята равной сумме мощностей нагрузки R_n и потерь мощностей P_{01} и P_{02} в источниках: $P_{01} + P_{02} + P_n = P_1 + P_2$, т. е. $I_1^2 R_{01} + I_2^2 R_{02} + I_3^2 R_n = E_1 I_1 + E_2 I_2$, $15^2 \cdot 0,2 + 7,5^2 \cdot 0,4 + 22,4^2 \cdot 5 = 115 \cdot 15 + 115 \cdot 7,5$, откуда $2587,5$ Вт = $2587,5$ Вт (баланс мощностей соблюдается).

1.57. Электромашинны постоянного тока (рис. 1.57), работающие в режиме генератора, включены параллельно и работают на сеть с нагрузкой $R_n = 0,1$ Ом. Один генератор развивает ЭДС $E_1 = 20$ В и имеет внутреннее сопротивление $R_{01} = 0,01$ Ом, второй генератор — ЭДС $E_2 = 22$ В и внутреннее сопротивление $R_{02} = 0,01$ Ом. Определить значения и направление токов I_1 — I_3 в ветвях, а также напряжение U на зажимах генераторов.

Решение. Напряжение на зажимах генераторов, включенных параллельно:

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{\sum EG}{\sum G} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2}{G_1 + G_2 + G_n} = \\
 &= \frac{E_1 \frac{1}{R_{01}} + E_2 \frac{1}{R_{02}}}{\frac{1}{R_{01}} + \frac{1}{R_{02}} + \frac{1}{R_n}} = \\
 &= \frac{20 \frac{1}{0,01} + 22 \frac{1}{0,01}}{\frac{1}{0,01} + \frac{1}{0,01} + \frac{1}{0,1}} = \frac{4200}{210} = 20 \text{ В.}
 \end{aligned}$$

Определяем токи в ветвях исходя из уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа: $E_1 = U + R_{01} I_1$, откуда $I_1 = \frac{E_1 - U}{R_{01}} = \frac{20 - 20}{0,01} = 0$; $E_2 = U + R_{02} I_2$, откуда $I_2 = \frac{E_2 - U}{R_{02}} = \frac{22 - 20}{0,01} = 200$ А.

При заданном соотношении ЭДС E_1 и E_2 вся нагрузка приходится на второй генератор, так как первый генератор при этом работает в режиме холостого хода ($I_1 = 0$).

Исходя из уравнения, записанного по первому закону Кирхгофа для узла 1 цепи, находим ток в цепи нагрузки: $I_3 = I_1 + I_2 = 0 + 200 = 200$ А. Из условия обеспечения равенства ЭДС генераторов при одинаковой нагрузке: $I_1 = I_2 = I_3/2 = 200/2 = 100$ А

находим: $E_1 = U + R_{01}I_1 = 20 + 0,01 \cdot 100 = 21 \text{ В}$; $E_2 = U + R_{02}I_2 = 20 + 0,01 \cdot 100 = 21 \text{ В}$. При этом $E_1 = E_2 = 21 \text{ В}$.

Следовательно, для обеспечения одинаковой нагрузки генераторов необходимо изменить токи их возбуждения, с тем чтобы ЭДС первого из них повысилась, а другого — понизилась на 1 В.

1.58. Определить, при каком сопротивлении нагрузочного резистора R_n и токе нагрузки I_1 аккумуляторной батареи, включенной в электрическую цепь рис. 1.58, а, батарея начнет разряжаться, если ее ЭДС $E_1 = 8 \text{ В}$? ЭДС источника питания $E_2 = 10 \text{ В}$, его внутреннее сопротивление $R_{02} = 0,5 \text{ Ом}$, сопротивление резистора $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$.

Решение. Напряжение между узлами электрической цепи

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{E_1 \frac{1}{R_1} + E_2 \frac{1}{R_{02}}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{02}} + \frac{1}{R_n}} = \\
 &= \frac{8 \frac{1}{0,5} + 10 \frac{1}{0,5}}{\frac{1}{0,5} + \frac{1}{0,5} + \frac{1}{R_n}} = \\
 &= \frac{36R_n}{4R_n + 1} = \frac{18R_n}{2R_n + 0,5}.
 \end{aligned}$$

По закону Ома для участка цепи ток в ветви нагрузочного резистора R_n : $I = \frac{U}{R_n} = \frac{18}{2R_n + 0,5}$.

Из уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла разветвления цепи, ток в ветви источника питания:

$$I_2 = I - I_1.$$

Токи аккумуляторной батареи и источника питания с ЭДС

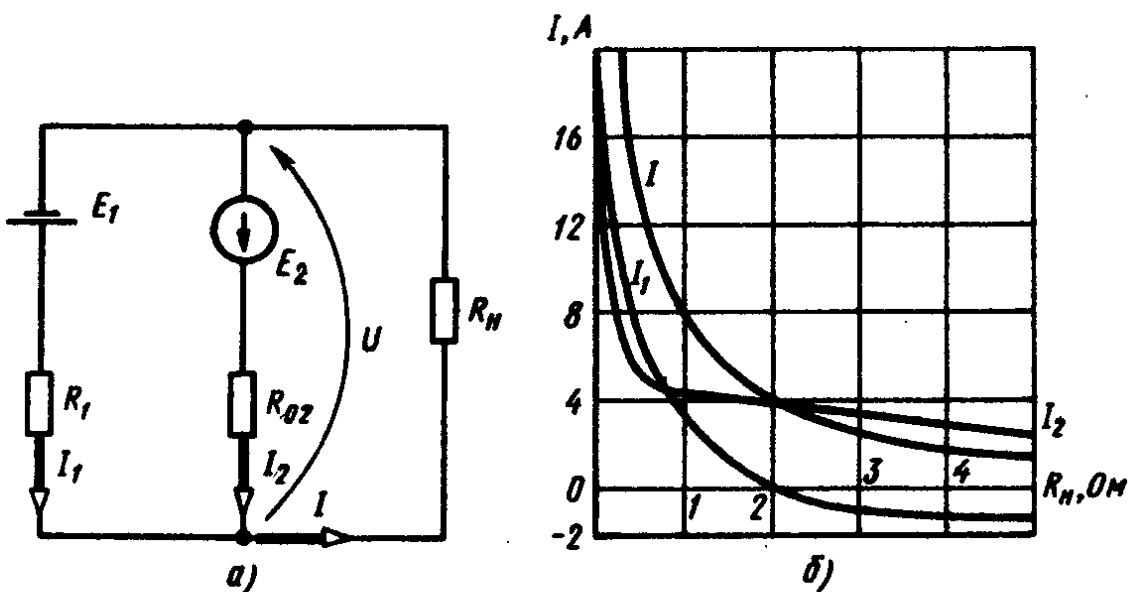


Рис. 1.58

E_2 связаны между собой уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа для левого замкнутого контура цепи: $E_2 - E_1 = -R_1 I_1 + R_{02} I_2$.

Ток в ветви аккумуляторной батареи находят в результате совместного решения представленных выше уравнений для токов:

$$\frac{18}{2R_n + 0,5} = I_1 + \frac{E_2 - E_1 + R_1 I_1}{R_{02}} ;$$

$$\frac{18}{2R_n + 0,5} = I_1 + \frac{10 - 8 + 0,5 I_1}{0,5} ; I_1 = \frac{9}{2R_n + 0,5} - 2.$$

По данным полученных расчетов на рис. 1.58, б построены кривые зависимостей I , I_1 , I_2 (R_n), из которых видно, что при сопротивлении нагрузочного резистора $R_n < 2$ Ом ток I_1 имеет направление, совпадающее с его направлением на схеме (аккумулятор разряжается). При сопротивлении резистора $R_n > 2$ Ом ток изменяет свое направление (аккумулятор заряжается). При токе $I > I_2$ аккумулятор разряжается.

Задачи

1.59. На рис. 1.59 приведена мостовая электрическая схема соединения сопротивлений $R_1 - R_5$. Определить величину и направление тока I_5 в диагонали моста с резистором R_5 , если напряжение источника питания $U = 120$ В, сопротивление резисторов в плечах моста: $R_1 = 20$ Ом; $R_2 = 40$ Ом; $R_3 = 10$ Ом; $R_4 = 30$ Ом; $R_5 = 50$ Ом. Ответ. $I_5 = 0,7$ А, ток направлен от узла 1 к узлу 2 цепи.

1.60. Определить токи $I_1 - I_3$ в ветвях электрической цепи рис. 1.60 методом двух узлов. ЭДС $E_1 = 60$ В; $E_2 = 65$ В; $E_3 = 50$ В, сопротивление резисторов: $R_1 = R_2 = 0,5$ Ом; $R_3 = 1$ Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь. Ответ. $I_1 = 0$; $I_2 = 10$ А; $I_3 = -10$ А.

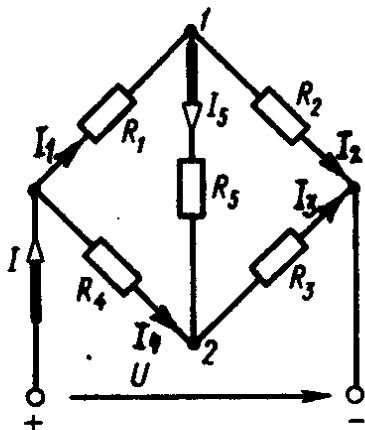


Рис. 1.59

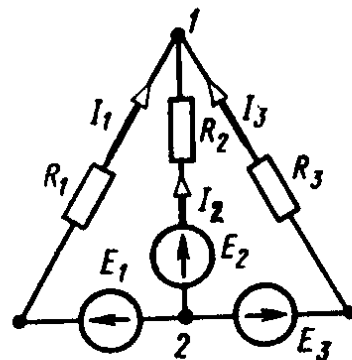


Рис. 1.60

- 1.61. Решить задачу 1.44 методом узлового напряжения.
 1.62. Решить задачу 1.45 методом узлового напряжения.
 1.63. Определить токи в ветвях, режимы работы источников, проверить соблюдение баланса мощностей в электрической цепи постоянного тока (рис. 1.63, а). ЭДС источников питания E_1 и E_2 , их внутренние сопротивления R_{01} и R_{02} , сопротивления резисторов $R_1—R_7$, а также схема включения резисторов на участке 2—3 цепи (ограниченная пунктиром) (рис. 1.63, б—е) для соответствующих вариантов задания приведены в табл. 1.9. Задачу решить методом узлового напряжения. В вариантах 31—60 сопротивление резистора $R_6 = \infty$, в вариантах 61—90 — $R_6 = \infty$.

§ 1.6. МЕТОД НАЛОЖЕНИЯ ТОКОВ

Метод наложения токов (метод суперпозиции) применяется для расчета сложных электрических цепей постоянного тока с несколькими источниками энергии. Наиболее целесообразно применять его при небольшом числе источников. По сравнению с другими методами он имеет преимущества в тех случаях, когда не требуется полный расчет цепи, а можно ограничиться, например, только определением токов на участках электрической цепи с источником питания. Метод наложения заключается в том, что воздействие нескольких источников питания (ЭДС и напряжений) на электрическую цепь можно рассматривать как результат воздействия на нее каждого из источников независимо от воздействия других источников, имеющих в данной электрической цепи. При этом в каждой из ветвей электрической цепи ток определяется как алгебраическая сумма токов, вызываемых в ней действием каждого из источников. В процессе расчета по методу наложения рассматриваемая электрическая цепь с несколькими источниками ЭДС и напряжений заменяется расчетными электрическими цепями с одним источником, число

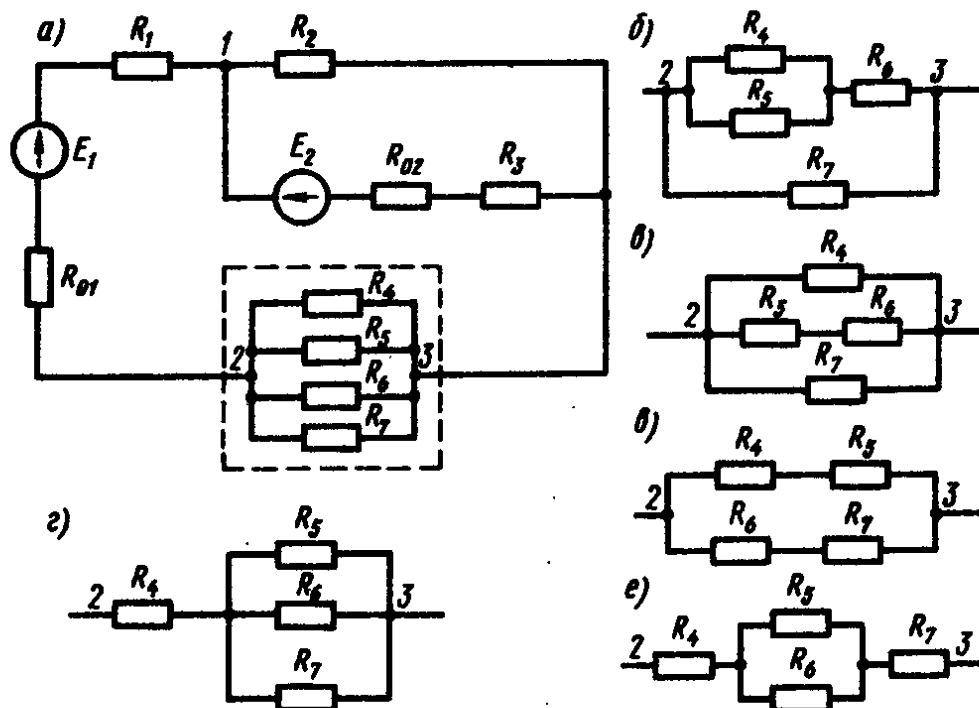


Рис. 1.63

Величины	Варианты контрольного задания 1.63														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$E_1, В$	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150
$E_2, В$	90	95	100	105	110	115	120	125	130	135	140	145	150	155	160
$R_{01}, Ом$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
$R_{02}, Ом$	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
$R_1, Ом$	4	1	2	2	2	2	2	2	2	1	4	3	2	1	1
$R_2, Ом$	6	2	2	4	4	3	3	3	4	2	6	5	4	2	2
$R_3, Ом$	3	2	2	3	3	4	3	3	3	1	6	5	3	3	2
$R_4, Ом$	10	12	16	20	24	2	4	5	8	10	3	6	9	15	18
$R_5, Ом$	10	12	16	20	24	2	4	5	8	10	2	5	5	10	10
$R_6, Ом$	10	12	16	20	24	1	2	2,5	4	5	1	1	2	5	8
$R_7, Ом$	10	12	16	20	24	2	4	5	8	10	3	6	9	15	18
Схема	См. рис. 1.63, а					См. рис. 1.63, б					См. рис. 1.63, в				

которых равно числу источников, действующих в электрической цепи. Другие источники питания, кроме рассматриваемого, при этом закорачиваются, т. е. удаляются из цепи. В результате расчета каждой из этих преобразованных цепей определяются частичные токи от действия данного источника. Значение действительных токов ветвей определяется алгебраическим суммированием частичных токов в этих ветвях. Применительно к исходной электрической цепи (рис. 1.6.1, а), на которой предварительно

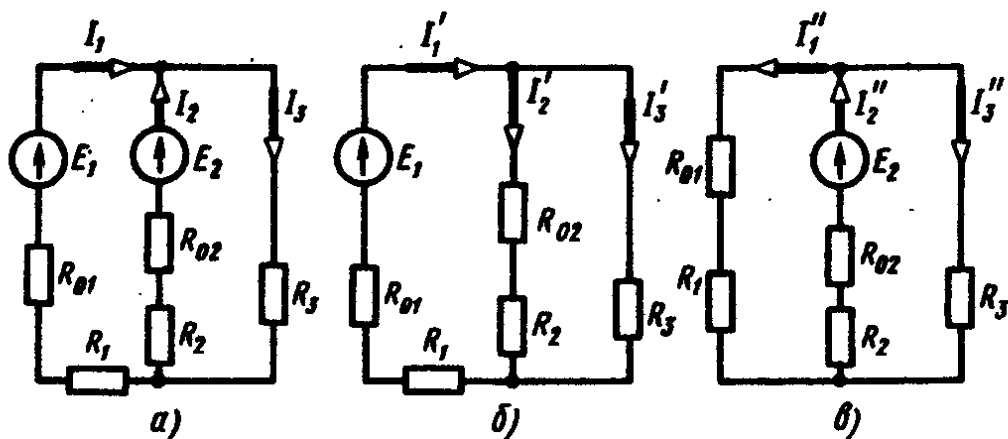


Рис. 1.6.1

нанесены положительные направления токов в ветвях, на рис. 1.6.1, б, в приведены расчетные электрические цепи для частичных токов от действия ЭДС E_1 и E_2 . При расчете этих цепей определяются частичные токи во всех ветвях. С учетом направления частичных токов и токов в ветвях исходной электрической цепи определяют действительные токи в ветвях рассматриваемой цепи путем наложения (алгебраического суммирования) частичных токов в ветвях: $I_1 = I'_1 - I''_1$; $I_2 = I''_2 - I'_2$; $I_3 = I'_3 + I''_3$.

Литература: [1] § 1.14; [2] § 1.15; [3] § 3.2—3.6.

Величины	Варианты контрольного задания 1.63														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$E_1, \text{В}$	155	160	165	170	175	80	85	90	95	100	105	110	115	120	125
$E_2, \text{В}$	165	170	175	180	185	85	90	95	100	105	110	115	120	125	130
$R_{01}, \text{Ом}$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
$R_{02}, \text{Ом}$	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,05	0,05		0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05
$R_1, \text{Ом}$	2	1	1	1	1	1	2	2	0,5	1	1	2	2	2	1
$R_2, \text{Ом}$	3	2	2	2	1	2	2	2	0,5	1	2	1	2	4	2
$R_3, \text{Ом}$	4	1	1	1	1	1	3	4	0,5	2	2	1	2	3	3
$R_4, \text{Ом}$	2	3	4	5	6	2	1	1	2	1	1	1	0,5	1	0,5
$R_5, \text{Ом}$	3	3	4	5	6	3	3	6	9	12	2	3	4	5	6
$R_6, \text{Ом}$	2	3	4	5	6	3	3	6	9	12	2	3	4	5	6
$R_7, \text{Ом}$	2	3	4	5	6	3	3	6	9	12	1	1	0,5	0,5	0,5
Схема	См. рис. 1.63, а					См. рис. 1.63, б					См. рис. 1.63, в				

Примеры решения задач

1.64. Определить ток I в электрической цепи постоянного тока (рис. 1.64, а), а также диапазон изменения сопротивления резистора R для зарядки аккумуляторной батареи до ЭДС $E_2 = 16 \text{ В}$ в конце зарядки при неизменном токе нагрузки цепей. Сопротивление резистора $R = 4 \text{ Ом}$, ЭДС генератора $E_1 = 36 \text{ В}$, внутреннее сопротивление $R_{01} = 0,3 \text{ Ом}$, ЭДС аккумуляторной батареи в начале зарядки $E_2 = 12 \text{ В}$, внутреннее ее сопротивление $R_{02} = 0,01 \text{ Ом}$. Задачу решить методом наложения.

Решение. Ток в цепи при ЭДС $E_2 = 0$ (рис. 1.64, б) по закону Ома для всей цепи: $I' = \frac{E_1}{R_{01} + R + R_{02}} = \frac{36}{0,3 + 4 + 0,01} = \frac{36}{4,31} = 8,35 \text{ А}$.

Ток в ветви резистора R при ЭДС $E_1 = 0$ (рис. 1.64, в): $I'' = \frac{E_2}{R_{01} + R + R_{02}} = \frac{12}{0,3 + 4 + 0,01} = \frac{12}{4,31} = 2,09 \text{ А}$.

Ток в электрической цепи при наличии обоих источников питания: $I = I' - I'' = 8,35 - 2,09 = 6,26 \text{ А}$.

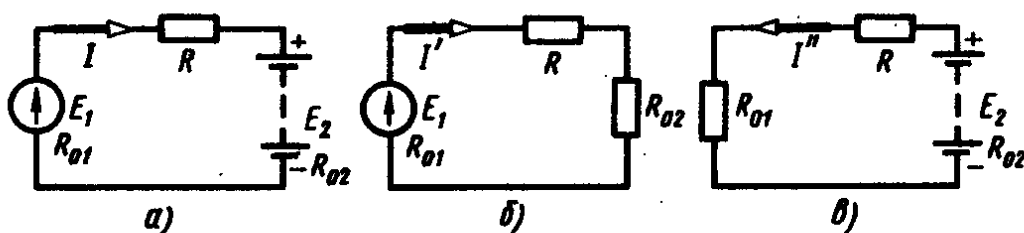


Рис. 1.64

Сопротивление электрической цепи в начале зарядки аккумуляторной батареи при токе $I = 6,26$ А: $R'_u = \frac{E_1 - E_2}{I} = \frac{36 - 12}{6,26} = \frac{24}{6,26} = 3,85$ Ом.

Сопротивление нагрузочного резистора в начале зарядки батареи: $R' = R'_u - (R_{01} + R_{02}) = 3,85 - (0,3 + 0,01) = 3,85 - 0,31 = 3,75$ Ом.

Сопротивление электрической цепи в конце зарядки аккумуляторной батареи при токе $I = 6,26$ А: $R''_u = \frac{E_1 - E_2}{I} = \frac{36 - 16}{6,26} = \frac{20}{6,26} = 3,2$ Ом.

Сопротивление нагрузочного резистора в конце зарядки аккумуляторной батареи при токе $I = 6,26$ А: $R'' = R''_u - (R_{01} + R_{02}) = 3,2 - (0,3 + 0,01) = 2,89$ Ом.

Диапазон изменения сопротивления нагрузочного резистора при заданных условиях: $K_R = \frac{R'}{R''} = \frac{3,75}{2,89} = 1,3$.

Задачи

1.65. Задачу 1.57 решить методом наложения. *Ответ.* $I_1 = 15$ А; $I_2 = 7,5$ А; $I_3 = 22,4$ А.

1.66. В электрической цепи, приведенной на рис. 1.58, ЭДС аккумуляторной батареи $E_1 = 8$ В, ЭДС источника питания $E_2 = 10$ В, его внутреннее сопротивление $R_{02} = 0,5$ Ом; сопротивление резистора $R_1 = 0,05$ Ом, сопротивление резистора нагрузки $R_n = 2$ Ом. Определить общий ток I в цепи, токи I_1 и I_2 в ветвях. Задачу решить методом наложения. *Ответ.* $I = 4,15$ А; $I_1 = 0,15$ А; $I_2 = 4$ А.

1.67. Задачу 1.57 решить методом применения законов Кирхгофа. *Ответ.* $I_1 = 15$ А; $I_2 = 7,5$ А; $I_3 = 22,4$ А.

1.68. Задачу 1.57 решить методом контурных токов. *Ответ.* $I_1 = 15$ А; $I_2 = 7,5$ А; $I_3 = 22,4$ А.

1.69. Задачу 1.66 решить методом применения законов Кирхгофа. *Ответ.* $I = 4,15$ А; $I_1 = 0,15$ А; $I_2 = 4$ А.

Контрольное задание

1.70. Контрольное задание 1.63 решить методом наложения.

§ 1.7. МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Метод эквивалентного генератора (метод активного двухполюсника, или метод холостого хода и короткого замыкания) применяют при определении тока, напряжения или мощности в

одной из ветвей сложной электрической цепи, так как он значительно сокращает вычисления, связанные с решением системы уравнений со многими неизвестными, что характерно для некоторых других методов.

Сущность метода эквивалентного генератора заключается в том, что любая электрическая цепь с одним или несколькими источниками питания может быть представлена в виде активного двухполюсника АД с этими источниками питания и ветви электрической цепи с сопротивлением R , подключенной к его зажимам, напряжение U и ток I в которой нужно определить (рис. 1.7.1, а).

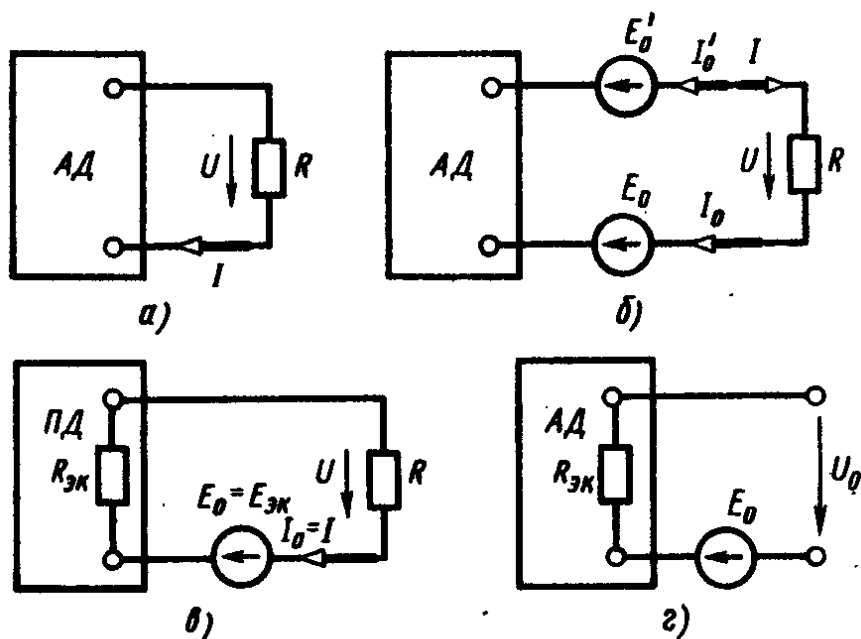


Рис. 1.7.1

Нетрудно видеть, что включение в цепь этого двухполюсника последовательно с сопротивлением R двух одинаковых источников $E_0 = E'_0$ противоположной полярности с одинаковыми внутренними сопротивлениями $R_0 = 0$ (рис. 1.7.1, б) не нарушит режима работы электрической цепи (рис. 1.7.1, а), при этом ток I в этой цепи остается равным току исходной цепи, так как в этом случае E_0 и E'_0 взаимно компенсируют друг друга. Электрической цепи (рис. 1.7.1, б) можно дать и несколько иное обоснование. Каждая из ЭДС E_0 и E'_0 обуславливает наличие тока I_0 и I'_0 в ветви с сопротивлением R . Так как E_0 и E'_0 включены последовательно в электрическую цепь с противоположной полярностью, обусловленные ими токи I_0 и I'_0 направлены встречно и компенсируют друг друга.

При этом результирующий ток в цепи R (рис. 1.7.1, б) в соответствии с принципом наложения окажется равным: $I = I + I_0 - I'_0$.

В этом уравнении ток I обусловлен результирующим действием всех источников ЭДС и напряжений, имеющих в активном двухполюснике. Ток I_0 обусловлен действием только ЭДС E_0 , включенной согласно с током I , поэтому в получении урав-

нении для тока он имеет знак «+», а ток — I'_0 обусловлен действием ЭДС E'_0 , включенной встречно с током I , поэтому в уравнении для тока он имеет знак «-».

Значение тока I_0 зависит от ЭДС источников $E_0 = E'_0$. При некотором значении E_0 ток I_0 численно равен току I . Значения обеих ЭДС $E_0 = E'_0$ принимаются равными тому их значению, при котором $I_0 = I$.

В соответствии с изложенным от результирующего воздействия всех источников, входящих в состав активного двухполюсника АД, совместно с источником ЭДС E_0 , включенным встречно току I , ток в ветви сопротивления R окажется равным $(I - I_0) = 0$, так как согласно условию $I_0 = I$.

Таким образом, все источники активного двухполюсника АД (рис. 1.7.1, б) оказываются полностью скомпенсированными ЭДС E_0 , включенной встречно с током I в ветвь, и активный двухполюсник при этом может уже рассматриваться как пассивный двухполюсник ПД (рис. 1.7.1, в) с удаленными из активного двухполюсника источниками, на входе которого действует только ЭДС E_0 , включенная согласно с током I . В результате эту реальную электрическую цепь (рис. 1.7.1, а) можно заменить эквивалентной ей электрической цепью (рис. 1.7.1, г). При этом ток I в ветви с сопротивлением R , обусловленный этой ЭДС E_0 , равной эквивалентной ЭДС $E_{эк}$, определится в соответствии с законом Ома для всей электрической цепи (рис. 1.7.1, в):

$$I = I_0 = \frac{E_0}{R + R_{эк}} = \frac{E_{эк}}{R + R_{эк}} = \frac{U_0}{R + R_{эк}},$$

а напряжение U для участка этой цепи: $U = IR$, где $U_0 = E_{эк}$ — напряжение холостого хода эквивалентного генератора, равное эквивалентной ЭДС $E_{эк}$, определяется из исходной электрической цепи (см. рис. 1.7.1, а) в режиме холостого хода при отключенном сопротивлении ветви R (рис. 1.7.1, г); $R_{эк}$ — эквивалентное сопротивление двухполюсника, равное входному его сопротивлению (определяется из электрической цепи пассивного двухполюсника в режиме короткого замыкания при закороченных источниках питания активного двухполюсника).

Для электрической цепи (рис. 1.7.2, а) напряжение U_{12} , действующее между узлами 1 и 2 цепи (рис. 1.7.2, б), определяют

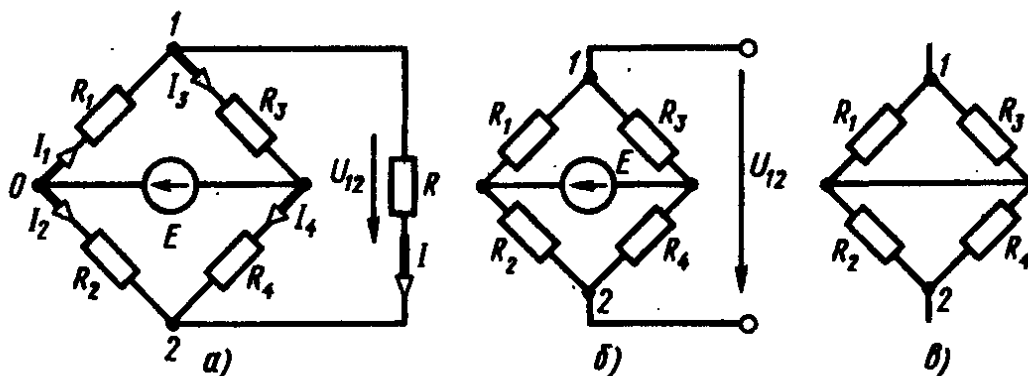


Рис. 1.7.2

в режиме холостого хода при отключенном резисторе R как разность потенциалов соответствующих точек $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$. Условно принимая потенциал точки 0 цепи $\varphi_0 = 0$, потенциал точки 1 определится как падение напряжения $\varphi_1 = R_1 I_1$. Аналогично находят и потенциал точки 2 цепи: $\varphi_2 = R_2 I_2$. Отсюда напряжение U_{12} , равное эквивалентной ЭДС: $U_{12} = R_1 I_1 - R_2 I_2 = E_{\text{эк}}$. Входящие в это выражение токи определяют из равенств: $I_1 = \frac{E}{R_1 + R_3}$; $I_2 = \frac{E}{R_2 + R_4}$, так как сопротивления R_1 и R_3 , так же как и сопротивления R_2 и R_4 , в схеме рис. 1.7.2, б включены последовательно. Принимая внутреннее сопротивление источника ЭДС E равным нулю, из схемы рис. 1.7.2, в находят эквивалентное сопротивление электрической цепи относительно узлов 1 и 2 цепи. При этом цепь состоит из двух участков, каждый из которых имеет два параллельно включенных резистора. Поэтому $R_{\text{эк}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}$. Ток в цепи резистора R определяют из уравнения, составленного по закону Ома для всей цепи: $I = E_{\text{эк}} / (R_{\text{эк}} + R)$.

Литература. [1] § 1.14; [2] § 1.17.

Примеры решения задач

1.71. Методом эквивалентного генератора определить показание вольтметра V в электрической цепи с активным двухполюсником АД (рис. 1.71, а), если переключатель Π находится в положении 3. Показания приборов (вольтметра V и амперметра A) для различных положений переключателя Π приведены в табл. 1.10.

Решение. Положение 1 переключателя соответствует режиму холостого хода активного двухполюсника АД, который заменяем эквивалентной электрической цепью (рис. 1.71, б). При этом напряжение холостого хода равно эквивалентной ЭДС генератора: $E_{\text{эк}} = U = 500$ В.

Положение 2 переключателя Π соответствует режиму короткого замыкания эквивалентного генератора (рис. 1.71, в). При этом ток короткого замыкания: $I_{\text{к}} = E_{\text{эк}} / R_{\text{эк}}$, откуда $R_{\text{эк}} = \frac{E_{\text{эк}}}{I_{\text{к}}} = \frac{500}{250} = 2$ Ом.

Положение 3 переключателя Π соответствует режиму нагрузки электрической цепи (рис. 1.71, г).

При этом ток в цепи: $I = \frac{E_{\text{эк}}}{R_{\text{эк}} + R}$, откуда $R = \frac{E_{\text{эк}} - R_{\text{эк}} I}{I} = \frac{500 - 2 \cdot 100}{100} = 3$ Ом.

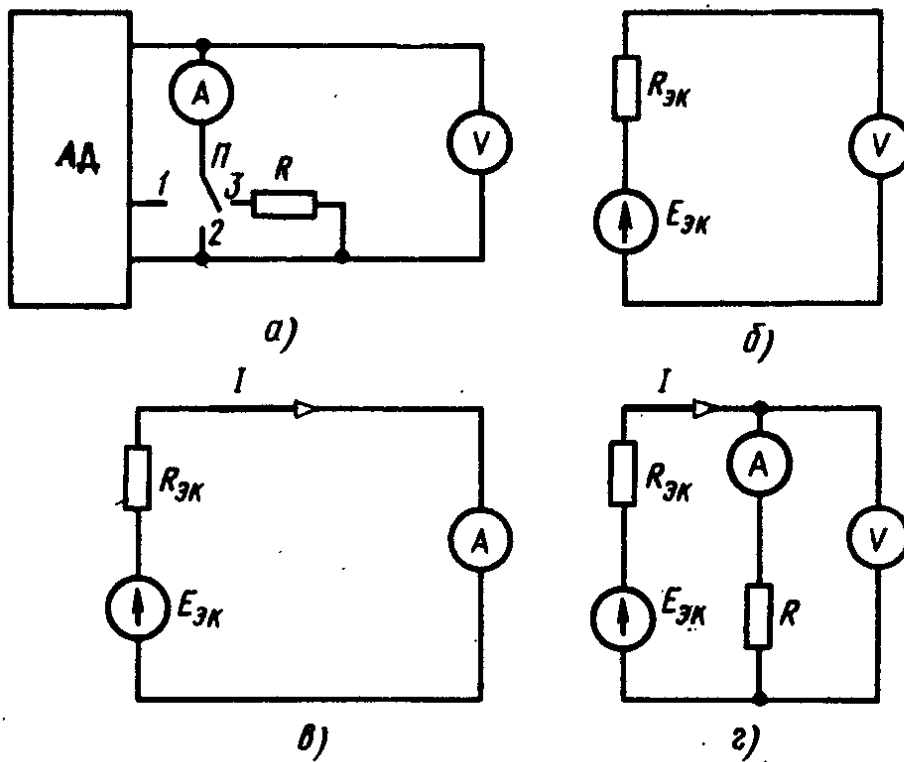


Рис. 1.71

Таблица 1.10

Положение переключателя П	Показания приборов	
	U, В	I, А
1	500	0
2	0	250
3	—	100

Показание вольтметра в положении 3 переключателя П: $U = RI = 3 \cdot 100 = 300$ В.

1.72. Определить показание вольтметра V в электрической цепи (рис. 1.72, а) в положении 1 переключателя П. Сопротивление резистора $R = 36$ Ом, показания амперметра А и вольтметра V для положений 2 и 3 переключателя приведены в табл. 1.11.

Таблица 1.11

Положение переключателя П	Показания приборов	
	U, В	I, А
1	—	0
2	0	18
3	162	4,5

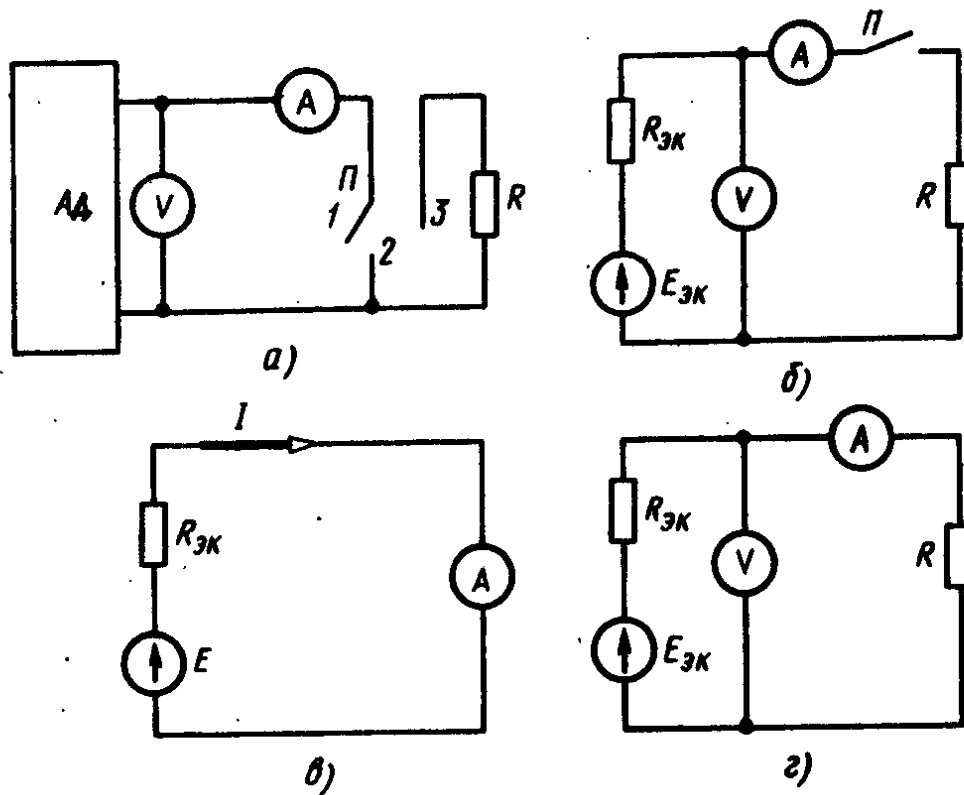


Рис. 1.72

Решение. Положение 1 переключателя П соответствует режиму холостого хода эквивалентного двухполюсника АД (рис. 1.72, б). При этом напряжение холостого хода равно ЭДС эквивалентного генератора: $E_{\text{эк}} = U_0$. Положение 2 переключателя соответствует режиму короткого замыкания двухполюсника (рис. 1.72, в). При этом ток короткого замыкания по закону Ома для всей цепи:

$$I_k = E_{\text{эк}} / R_{\text{эк}} = 18 \text{ А, откуда } R_{\text{эк}} = E_{\text{эк}} / 18.$$

Положение 3 переключателя соответствует рабочему режиму электрической цепи (рис. 1.72, г).

В соответствии со вторым законом Кирхгофа: $E_{\text{эк}} = R_{\text{эк}}I + RI$,
 $R_{\text{эк}} = \frac{E_{\text{эк}} - RI}{I}$ или с учетом выражения для тока короткого замы-

кания:

$$\frac{E_{\text{эк}}}{18} = \frac{E_{\text{эк}} - R \cdot 4,5}{4,5}, \text{ откуда } E_{\text{эк}} = 3R = 3 \cdot 36 = 216 \text{ В.}$$

1.73. Методом эквивалентного генератора определить ток I_5 в диагонали моста рис. 1.73, а. Сопротивление резисторов: $R_1 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = 40 \text{ Ом}$; $R_3 = 30 \text{ Ом}$; $R_4 = 10 \text{ Ом}$; $R_5 = 50 \text{ Ом}$, ЭДС источника питания $E = 120 \text{ В}$.

Решение. Токи в плечах моста (рис. 1.73, б) при разомкнутой ветви 1—2 цепи по закону Ома для всей цепи:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{120}{20 + 40} = \frac{120}{60} = 2 \text{ А;}$$

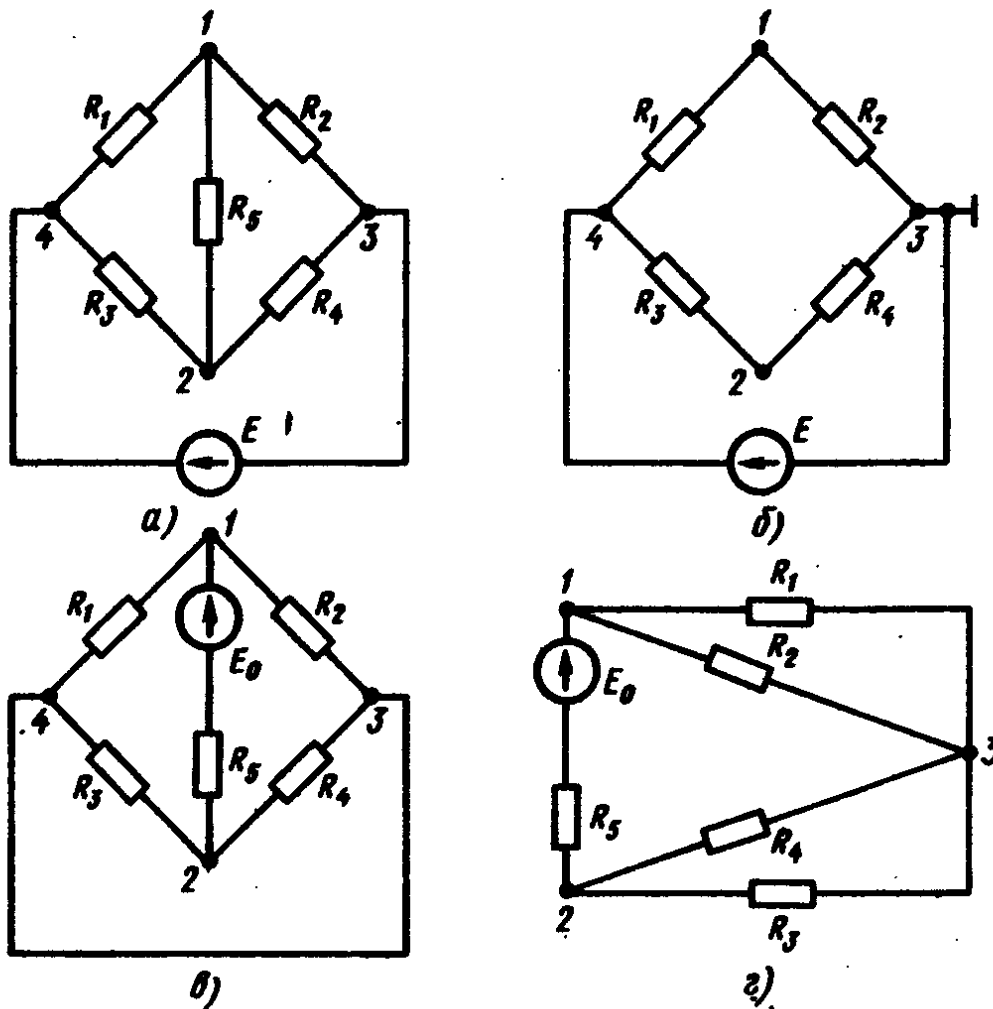


Рис. 1.73

$$I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{120}{30 + 10} = \frac{120}{40} = 3 \text{ А.}$$

Напряженье холостого хода при разомкнутой ветви 1—2 цепи (принимая потенциал точки 3 цепи равным нулю ($\varphi_3=0$): $U_x = U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = 80 - 30 = 50$ В, где φ_1 и φ_2 — потенциалы точек 1 и 2 цепи: $\varphi_1 = R_2 I_1 = 40 \cdot 2 = 80$ В; $\varphi_2 = R_4 I_2 = 10 \cdot 3 = 30$ В.

Для определения сопротивления $R_{\text{эк}}$ эквивалентного генератора вводим в схему источника питания ЭДС E_0 , равную по величине и противоположную по знаку напряжению холостого хода $U_x = E_0$ (рис. 1.73, в), и приводим ее к виду рис. 1.73, г. При этом:

$$R_{\text{эк}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{20 \cdot 40}{20 + 40} + \frac{30 \cdot 10}{30 + 10} = 13,3 + 7,5 = 20,8 \text{ Ом.}$$

Ток в диагонали моста: $I_5 = \frac{-E_0}{R_{\text{эк}} + R_5} = -\frac{50}{20,8 + 50} = -0,71 \text{ А.}$

Этот ток направлен от точки 1 к точке 2 цепи, так как $\varphi_1 > \varphi_2$.

1.74. Методом эквивалентного генератора определить показания амперметра А в электрической цепи (рис. 1.74, а). Сопротивления резисторов: $R_1=1$ Ом; $R_2=1$ Ом; $R_3=2$ Ом; $R_4=3$ Ом; $R_5=1,25$ Ом, ЭДС источника питания $E=120$ В, внутреннее сопротивление источника $R_0=2$ Ом.

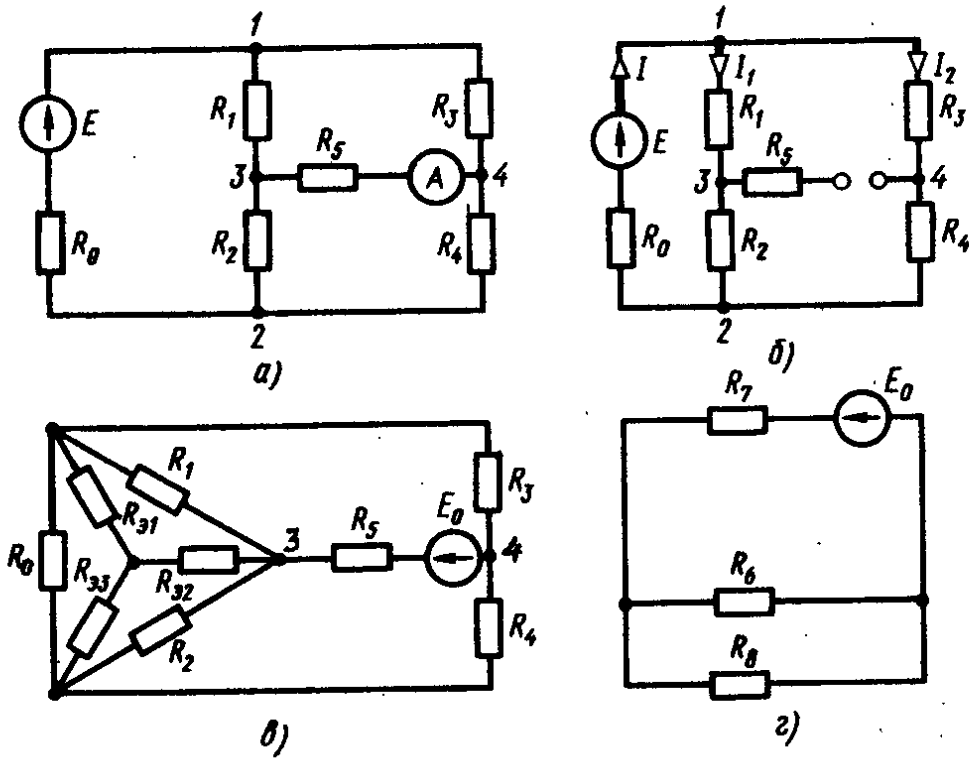


Рис. 1.74

Решение. Напряжение между узлами 1 и 2 при разомкнутой ветви 3—4 цепи (рис. 1.74, б): $U_{12} = \frac{EG_0}{G_0 + G_1 + G_3} =$

$$= \frac{\frac{E}{R_0}}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{(R_1 + R_2)} + \frac{1}{(R_3 + R_4)}} = \frac{120 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{5}} = \frac{60}{1,2} = 50 \text{ В}; \quad \text{ТОКИ В}$$

ветвях цепи: $I_1 = \frac{U_{12}}{R_1 + R_2} = \frac{50}{1+1} = 25 \text{ А}; \quad I_2 = \frac{U_{12}}{R_3 + R_4} = \frac{50}{2+3} = 10 \text{ А}.$

Напряжение холостого хода при разомкнутой ветви 3—4 цепи: $U_x = U_{34} = \varphi_3 - \varphi_4 = 25 - 30 = -5 \text{ В}$, где φ_3 и φ_4 — соответственно потенциалы точек 3 и 4 цепи: $\varphi_3 = R_2 I_1 = 1 \cdot 25 = 25 \text{ В}$; $\varphi_4 = R_4 I_2 = 3 \cdot 10 = 30 \text{ В}$. Вводим в схему источник питания с ЭДС E_0 , равной по величине U_x , но противоположной по знаку напряжению холостого хода U_0 , и приводим ее к виду (рис. 1.74, в). Сопротивление лучей эквивалентной звезды:

$$R_{\text{эк1}} = \frac{R_1 R_0}{R_0 + R_1 + R_2} = \frac{1 \cdot 2}{2 + 1 + 1} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ Ом}; \quad R_{\text{эк2}} = \frac{R_1 R_2}{R_0 + R_1 + R_2} = \frac{1 \cdot 1}{2 + 1 + 1} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{эк3}} = \frac{R_0 R_2}{R_0 + R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 1}{2 + 1 + 1} = \frac{2}{4} = 0,5 \text{ Ом}.$$

Эквивалентные сопротивления участков электрической цепи (рис. 1.74, г): $R_6 = R_{\text{эк1}} + R_3 = 0,5 + 2 = 2,5 \text{ Ом}$; $R_7 = R_{\text{эк2}} + R_5 = 0,25 + 1,25 = 1,5 \text{ Ом}$; $R_8 = R_{\text{эк3}} + R_4 = 0,5 + 3 = 3,5 \text{ Ом}$; $R_9 = \frac{R_6 R_8}{R_6 + R_8} =$

$$= \frac{2,5 \cdot 3,5}{2,5 + 3,5} = \frac{8,75}{6} = 1,46 \text{ Ом}. \text{ Отсюда } R_{\text{эк}} = R_7 + R_9 = 1,5 + 1,46 = 2,96 \text{ Ом}.$$

Величины	Варианты контрольного														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$E, В$	60	80	100	120	140	60	80	100	120	140	60	80	100	120	140
$R_1, Ом$	12,5	11	30	25	50	20	5	5	5	5	10	5	5	5	5
$R_2, Ом$	15	10	20	15	15	10	10	10	10	10	10	20	10	20	20
$R_3, Ом$	20	20	30	30	50	20	20	30	40	50	20	20	30	40	50
$R_4, Ом$	10	12	40	60	80	30	45	60	75	90	20	30	40	50	60
$R_5, Ом$	10	12	40	60	80	15	30	40	40	60	20	30	40	50	60
$R_6, Ом$	10	12	40	60	80	15	15	20	35	30	10	15	20	25	30
$R_7, Ом$	10	12	40	60	80	30	45	60	75	90	20	30	40	50	60
$R_8, Ом$	5	10	30	15	20	10	30	10	30	60	20	20	10	20	15
Схема узла 2—3 цепи	Рис. 1.77					Рис. 1.63, б					Рис. 1.63, в				

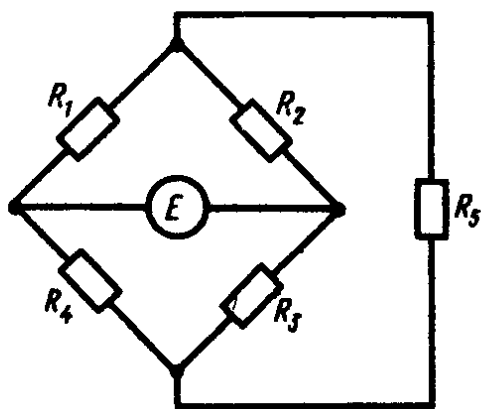


Рис. 1.75

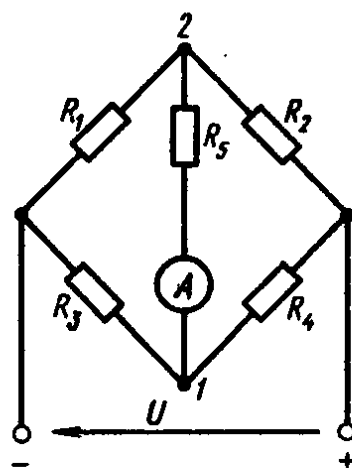


Рис. 1.76

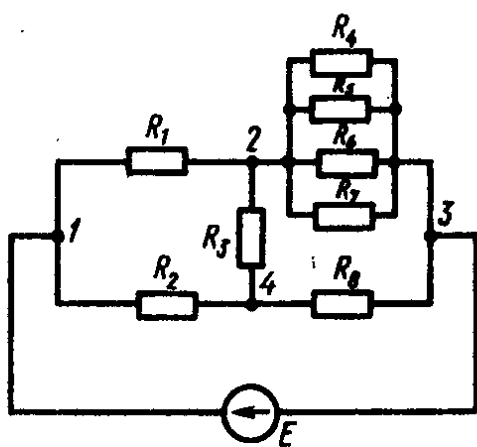


Рис. 1.77

$$\begin{aligned} \text{Ток в цепи амперметра: } I_5 &= \\ &= \frac{E_{\text{эк}}}{R_{\text{эк}}} = \frac{E_0}{R_7 + R_8} = \frac{5}{1,5 + 1,46} = \frac{5}{2,96} \\ &= 1,69 \text{ А.} \end{aligned}$$

Здесь: $E_0 = U_x = E_{\text{эк}}$.

Задачи

1.75. Пользуясь методом эквивалентного генератора, определить ток I_5 в ветви резистора R_5 электрической цепи постоянного тока (рис. 1.75). ЭДС источника

питания $E = 30 \text{ В}$, сопротивления резисторов: $R_1 = R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_2 = R_4 = 20 \text{ Ом}$; $R_5 = 1,7 \text{ Ом}$. Ответ. $I_5 = 0,66 \text{ А}$.

1.76. Для электрической цепи постоянного тока (рис. 1.76)

задания 1.77

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
60	80	100	120	140	60	80	100	120	140	60	80	100	120	140
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	10	5	15	10	5
10	20	10	20	30	10	10	10	20	30	10	10	10	10	30
20	20	30	40	50	20	20	30	40	50	20	20	30	40	50
10	15	20	25	30	5	5	5	5	5	2,5	5	10	10	10
10	15	20	25	30	15	30	45	60	75	10	10	10	20	20
10	15	20	25	30	15	30	45	60	75	10	10	10	20	20
10	15	20	25	30	15	30	45	60	75	25	5	10	10	10
10	20	10	20	40	10	30	10	20	40	20	30	20	20	40
Рис. 1.63, з					Рис. 1.63, д					Рис. 1.63, е				

методом эквивалентного генератора определить ток I_5 и падение напряжения ΔU_5 на резисторе R_5 в диагонали моста. Напряжение $U=15$ В, сопротивления резисторов: $R_1=30$ Ом; $R_2=R_4=270$ Ом; $R_3=40$ Ом; $R_5=54$ Ом. Ответ. $I_5=4,6 \cdot 10^{-3}$ А; $\Delta U_5=0,248$ В.

Контрольные задания

1.77. В электрической цепи постоянного тока (рис. 1.77) методом эквивалентного генератора определить ток I_3 в диагонали моста с резистором R_3 . ЭДС источника питания E , сопротивления резисторов R_1-R_8 цепи для соответствующего варианта задания приведены в табл. 1.12.

В вариантах 31—60 сопротивление резистора $R_5=\infty$, в вариантах 61—90 — $R_6=\infty$.

Глава 2

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

§ 2.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

К нелинейным электрическим цепям постоянного тока относятся электрические цепи, содержащие нелинейные сопротивления, обладающие нелинейными вольт-амперными характеристиками $I(U)$, т. е. нелинейной зависимостью тока от приложенного к нелинейному сопротивлению напряжения.

Различают *неуправляемые* нелинейные сопротивления (лампы накаливания, газотроны, бареттеры, полупроводниковые диоды и т. д.), которые характеризуются одной вольт-амперной характеристикой, и *управляемые* (многоэлектродные лампы, транзисторы, тиристоры и др.), которые характеризуются семейством вольт-амперных характеристик.

Расчет нелинейных электрических цепей постоянного тока обычно осуществляют графоаналитическим методом. При этом можно использовать и аналитический метод расчета, который, однако, достаточно сложен. Для выполнения расчета нелинейных электрических цепей должна быть известна вольт-амперная характеристика соответствующего нелинейного сопротивления, представленная в виде графика или таблицы.

При расчете электрических цепей с *последовательным* включением нелинейных (или линейных и нелинейных) сопротивлений R_1 и R_2 (рис. 2.1.1) вольт-амперные характеристики соответствующих сопротивлений $I_1(U)$ и $I_2(U)$ представляются в общей координатной системе и по ним строится общая вольт-амперная характеристика $I(U)$ всей нелинейной электрической цепи (рис. 2.1.2), абсцисса каждой из точек которой при заданном токе I (заданной ординате) находится как сумма соответствующих падений напряжения ($U = U_1 + U_2$) на этих сопротивлениях R_1 и R_2 , поскольку при последовательном соединении по сопротивлениям протекает один и тот же ток I цепи. Таким образом, по общей вольт-амперной характеристике $I(U)$ нелинейной цепи при заданном значении напряжения U и последовательном соединении сопротивлений легко определяют ток I в нелинейной цепи, а по заданному току I находят напряжение U , подводимое к нелинейной цепи, и напряжения U_1 и U_2 на каждом из последовательно соединенных сопротивлений.

При *параллельном* соединении нелинейных (или линейных и

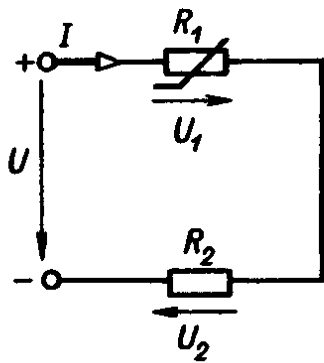


Рис. 2.1.1

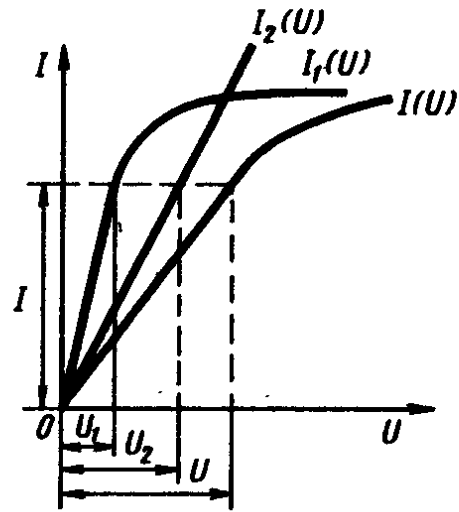


Рис. 2.1.2

нелинейных) сопротивлений R_1 и R_2 (рис. 2.1.3) также строят общую вольт-амперную характеристику $I(U)$ нелинейной электрической цепи (рис. 2.1.4). При этом ординату каждой из точек общей вольт-амперной характеристики при заданном подводимом к цепи напряжении U (заданной абсциссе) определяют как сумму токов в цепях соответствующих сопротивлений ($I=I_1+I_2$), так как при параллельном соединении на всех сопротивлениях действует одно и то же напряжение U . Следовательно, при параллельном включении сопротивлений по общей вольт-амперной характеристике $I(U)$ и заданном значении напряжения U нетрудно определить и ток I в нелинейной электрической цепи. При заданном общем токе I также легко определить и напряжение U , подводимое к данной нелинейной электрической цепи, и токи I_1 и I_2 , протекающие в цепи каждого из параллельно соединенных сопротивлений.

Следует отметить, что изложенная методика расчета нелинейных электрических цепей при последовательном и параллельном соединении сопротивлений справедлива для любого числа сопротивлений, включенных в цепь последовательно или параллельно.

При расчете нелинейных электрических цепей со *смешанным*

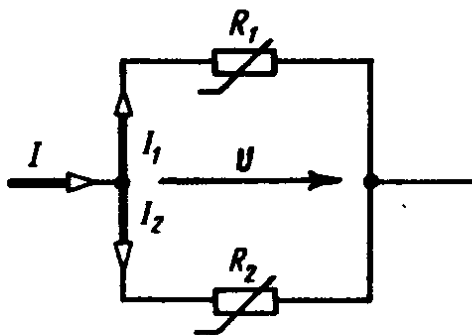


Рис. 2.1.3

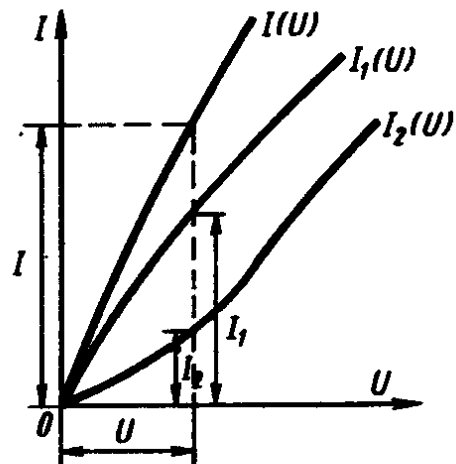


Рис. 2.1.4

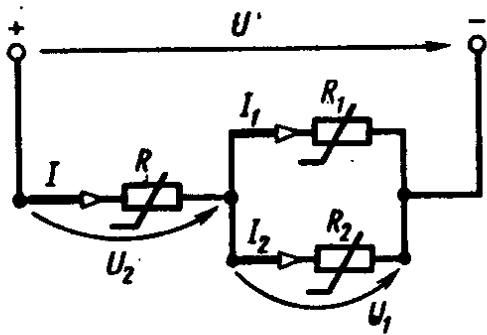


Рис. 2.1.5

(последовательно-параллельным) соединением нелинейных (или линейных и нелинейных) сопротивлений (рис. 2.1.5) строят вольт-амперную характеристику $I(U_1)$ параллельного участка цепи; при этом образуется нелинейная электрическая цепь с последовательным соединением сопротивлений, для которой строится общая вольт-амперная характеристика $I(U)$ с учетом того, что под-

водимое к цепи напряжение U при данном токе цепи I равно сумме напряжений на параллельном U_1 и на последовательном U_2 участках цепи ($U = U_1 + U_2$).

Литература. [1] § 1.16; [2] § 1.20, 1.21; [3] § 6.2.

Примеры решения задач

2.1. Электрическая цепь постоянного тока (рис. 2.1, а) содержит источник ЭДС $E=100$ В, сопротивления: $R_1=80$ Ом; $R_2=160$ Ом; $R_3=40$ Ом; $R_4=80$ Ом и нелинейное сопротивление

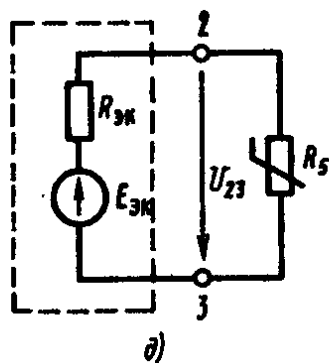
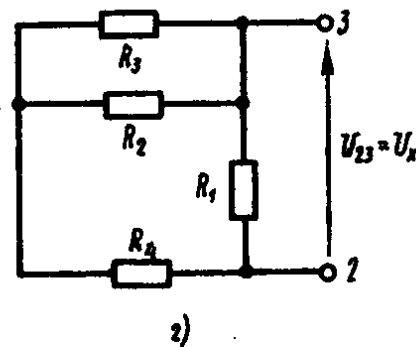
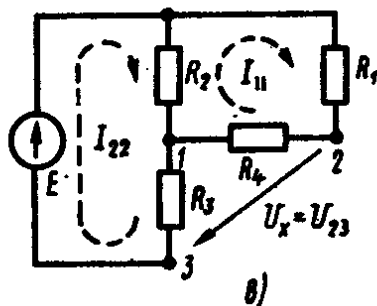
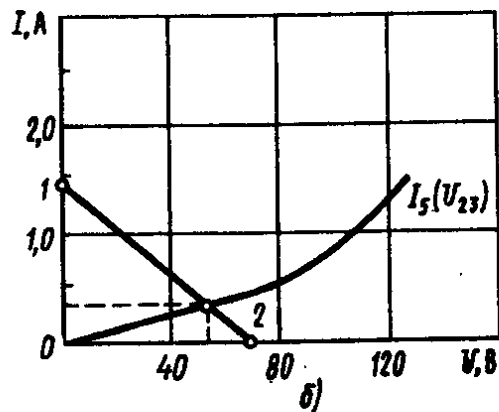
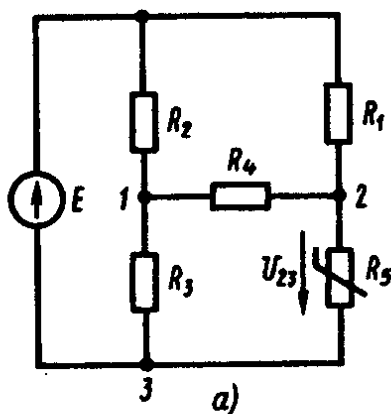


Рис. 2.1

R_5 , вольт-амперная характеристика которого $I_5(U_{23})$ приведена на рис. 2.1, б. Определить ток I_5 в ветви нелинейного сопротивления R_5 .

Решение. В соответствии с методом эквивалентного генератора рассматриваем данную электрическую цепь в режиме холостого хода при разомкнутой цепи нелинейного сопротивления R_5 (рис. 2.1, в).

По методу контурных токов определяем контурные токи I_{11} и I_{22} в электрической цепи (рис. 2.1, в). При этом, задавшись условным положительным направлением контурных токов, в соответствии с уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа для правого замкнутого контура цепи рис. 2.1, в, имеем: $(R_1 + R_2 + R_4)I_{11} - R_2I_{22} = 0$, или $(80 + 160 + 80)I_{11} - 160I_{22} = 0$. То же самое для левого замкнутого контура: $E = (R_2 + R_3)I_{22} - R_2I_{11}$, или $100 = (160 + 40)I_{22} - 160I_{11}$.

В результате совместного решения полученных уравнений определяют контурные токи: $I_{11} = 5/12$ А; $I_{22} = 5/6$ А.

ЭДС эквивалентного генератора при отключенном нелинейном сопротивлении R_5 , равную напряжению холостого хода ($E_{\text{ЭК}} = U_x$), находят из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для соответствующего замкнутого контура цепи рис. 2.1, в: $U_x - R_3I_{22} - R_4I_{11} = 0$ или $U_x = R_3I_{22} + R_4I_{11} = 40 \frac{5}{6} + 80 \frac{5}{12} = 66,7$ В, т. е. $E_{\text{ЭК}} = U_x = 66,7$ В.

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора $R_{\text{ЭК}}$ относительно точек 2 и 3 цепи при отключенном нелинейном сопротивлении R_5 и закороченном источнике ЭДС E (рис. 2.1, з):

$$R_{\text{ЭК}} = \frac{R_0 R_1}{R_0 + R_1} = \frac{112 \cdot 80}{112 + 80} = \frac{112 \cdot 80}{192} = 46,7 \text{ Ом, где } R_0 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + R_4 = \frac{160 \cdot 40}{160 + 40} + 80 = 112 \text{ Ом.}$$

Записав уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа для электрической цепи с эквивалентным генератором (рис. 2.1, д), получим выражение, связывающее ток I_5 в цепи нелинейного сопротивления R_5 с напряжением U_{23} , действующим на его зажимах: $E_{\text{ЭК}} = U_{23} + R_{\text{ЭК}}I_5$ или $I_5 = \frac{E_{\text{ЭК}} - U_{23}}{R_{\text{ЭК}}}$, т. е. $I_5(U_{23})$.

Вместе с тем зависимость тока I_5 от напряжения U_{23} выражается и вольт-амперной характеристикой $I_5(U_{23})$ нелинейного сопротивления R_5 (рис. 2.1, б).

С учетом того, что при постоянном значении эквивалентной ЭДС $E_{\text{ЭК}}$ и эквивалентного сопротивления $R_{\text{ЭК}}$, что имеет место в данном случае, зависимость, представленная приведенным выше уравнением для тока, является линейной, ее можно построить по двум точкам, соответствующим режиму холостого хода и режиму короткого замыкания эквивалентного генератора, так как в режиме холостого хода ток $I_5 = 0$ и напряжение $U_{23} = E_{\text{ЭК}}$ (точка 2

на рис. 2.1, б). В режиме короткого замыкания $U_{23}=0$, а ток $I_5 = E_{\text{эк}}/R_{\text{эк}} = 66,7/46,7 = 1,43$ А (точка 1). Построив указанную линейную зависимость $I_5(U_{23})$ в общей координатной системе с вольт-амперной характеристикой $I_5(U_{23})$ (рис. 2.1, б), получим искомые напряжение U_{23} и ток I_5 в цепи нелинейного сопротивления R_5 как соответствующие координаты точки пересечения указанных зависимостей: $I_5 = 0,27$ А; $U_{23} = 54$ В.

2.2. В электрическую цепь постоянного тока (рис. 2.2, а) включено нелинейное сопротивление R_5 . Определить ток I_5 в нелинейном сопротивлении и напряжение U_{12} , действующие между точками 1 и 2 цепи. Вольт-амперная характеристика нелинейного сопротивления R_5 (кривая 3) приведена на рис. 2.2, б. ЭДС источника питания $E = 90$ В, сопротивления резисторов: $R_1 = 15$ Ом; $R_2 = 45$ Ом; $R_3 = 43$ Ом; $R_4 = 45$ Ом.

Решение. Используя метод эквивалентного генератора, определяем напряжение U_{12} , действующее между точками 1 и 2 электрической цепи в режиме холостого хода при отключении нелинейного сопротивления R_5 (рис. 2.2, а).

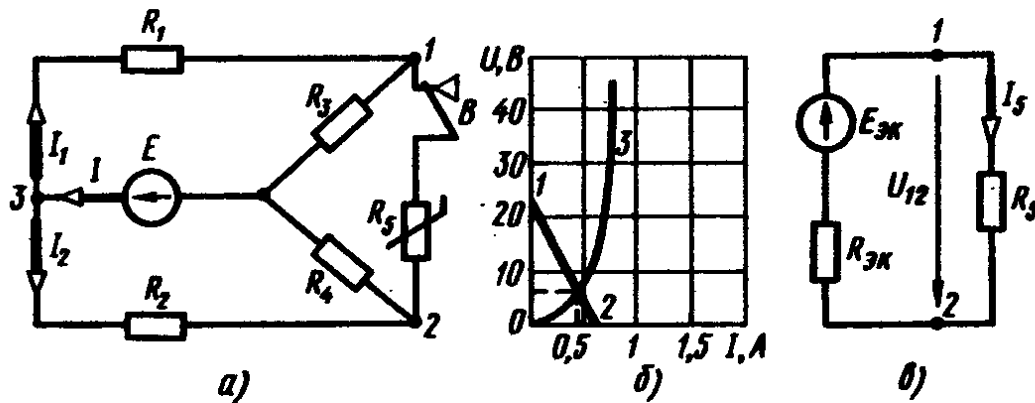


Рис. 2.2

Ток в ветви резистора R_1 при отключенном нелинейном сопротивлении R_5 (выключатель В выключен): $I_1 = E/(R_1 + R_3) = 90/(15 + 45) = 1,5$ А.

Ток в ветви резистора R_2 при отключении нелинейного сопротивления R_5 : $I_2 = E/(R_2 + R_4) = 90/(45 + 45) = 90/90 = 1$ А.

ЭДС эквивалентного генератора $E_{\text{эк}}$ определяют при отключенном нелинейном сопротивлении R_5 . По второму закону Кирхгофа из уравнения электрического равновесия, составленного для внешнего замкнутого контура электрической цепи (рис. 2.2, а): $U_x = R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0$ или $U_x = 45 \cdot 1 - 15 \cdot 1,5 = 22,5$ В, откуда $E_{\text{эк}} = U_x = 22,5$ В.

Внутреннее сопротивление $R_{\text{эк}}$ эквивалентного генератора относительно точек 1 и 2 электрической цепи рис. 2.2, а, при закороченном источнике ЭДС E :

$$R_{\text{эк}} = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{15 \cdot 45}{15 + 45} + \frac{45 \cdot 45}{45 + 45} = 33,75 \text{ Ом.}$$

В соответствии со схемой замещения рассматриваемой нелинейной электрической цепи (рис. 2.2, в) исходя из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа, имеем: $U_{12} + R_{эк} I_5 = E_{эк}$, отсюда $I_5 = (E_{эк} - U_{12}) / R_{эк}$.

Полученное уравнение представляет аналитическое выражение зависимости $I_5(U_{12})$. Поскольку ЭДС $E_{эк} = \text{const}$ и $R_{эк} = \text{const}$, последнее уравнение является уравнением прямой в системе координат I_5 и U_{12} (рис. 2.2, б, точка 1), проходящей через точки с координатами, которые определяются в режиме холостого хода (при $I_5 = 0$; $U_x = E_{эк} = 22,5$ В) и в режиме короткого замыкания ($U_k = 0$), ток $I_5 = E_{эк} / R_{эк} = 22,5 / 33,75 = 0,666$ А (точка 2).

Ток I_5 в цепи нелинейного сопротивления R_5 и напряжение U_{12} на его зажимах определяют графическим способом как координаты точек пересечения вольт-амперной характеристики нелинейного элемента R_5 (рис. 2.2, б) с полученной прямолинейной зависимостью $I_5(U_{12})$. При этом $I_5 = 0,45$ А; $U_{12} = 6,75$ В.

2.3. Нелинейные сопротивления R_1 и R_2 , включенные последовательно в электрическую цепь постоянного тока (рис. 2.3, а), имеют вольт-амперные характеристики I и II, приведенные на рис. 2.3, б. Определить ток I в цепи и напряжения U_1 и U_2 на этих сопротивлениях, если приложенное к цепи напряжение $U = 60$ В. В каких пределах изменится напряжение ΔU цепи при изменении тока I от $I_1 = 25$ мА до $I_2 = 175$ мА?

Решение. Строят общую вольт-амперную характеристику III указанных двух последовательно соединенных нелинейных элементов (рис. 2.3, б) исходя из условия, что подводимое к цепи напряжение U при данном токе I нагрузки равно сумме напряжений на сопротивлениях R_1 и R_2 , т. е. $U = U_1 + U_2$.

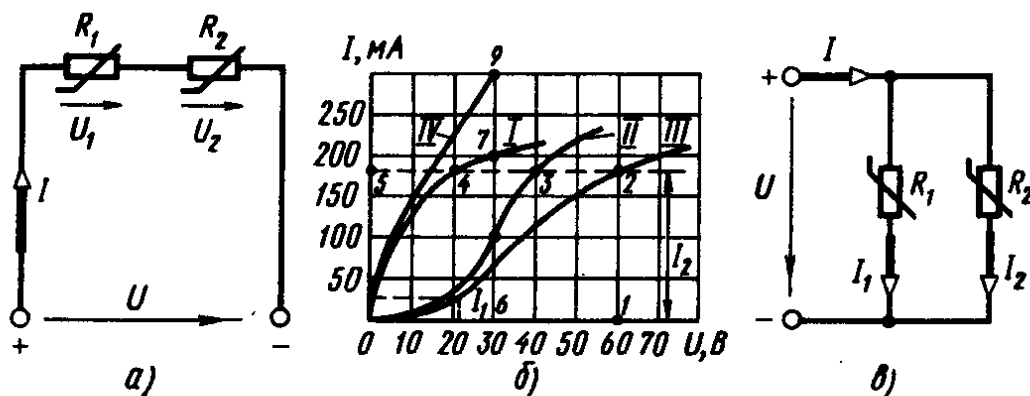


Рис. 2.3

Ток в цепи при напряжении $U = 60$ В согласно зависимости III определяется ординатой 0—5, соответствующей $I_2 = 175$ мА.

Напряжения на участках цепи находят из графических зависимостей. При токе $I_2 = 175$ мА $U_1 = 19$ В (абсцисса 5—4), $U_2 = 41$ В (абсцисса 5—3). При токе $I_1 = 25$ мА напряжение, подводимое к цепи, $U = 22$ В. Следовательно, изменение подводимого к цепи напряжения при изменении тока в заданных

пределах согласно рис. 2.3, б составляет: $\Delta U = 66 - 22 = 38$ В.

2.4. В электрическую цепь постоянного тока (рис. 2.3, в) при напряжении $U = 30$ В включены параллельно нелинейные сопротивления R_1 и R_2 , вольт-амперные характеристики I и II которых представлены на рис. 2.3, б. Определить общий ток I в цепи, токи I_1 и I_2 в ветвях.

Решение. Общая вольт-амперная характеристика IV (рис. 2.3, б) при параллельном соединении нелинейных сопротивлений построена сложением токов (ординат) зависимостей I и II при соответствующем напряжении. Ток нелинейного сопротивления R_1 (рис. 2.3, а) при заданном напряжении $U = 30$ В равен ординате 6—7: $I_1 = 205$ мА. Ток нелинейного сопротивления R_2 при том же напряжении $U = 30$ В равен ординате 6—8: $I_2 = 100$ мА. Общий ток в неразветвленной части цепи равен ординате 6—9: $I = I_1 + I_2 = 205 + 100 = 305$ мА.

2.5. Определить токи $I_1 - I_3$ и напряжения U_1 и U_{23} на нелинейных сопротивлениях R_1 , R_2 и R_3 при смешанном соединении их в электрической цепи постоянного тока (рис. 2.5, а), если приложенное напряжение $U = 40$ В. Вольт-амперные характеристики I , II и III нелинейных сопротивлений даны на рис. 2.5, б.

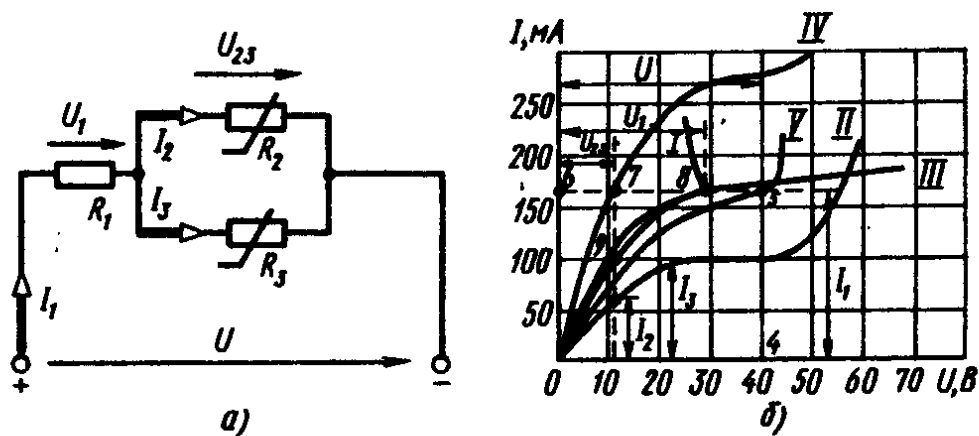


Рис. 2.5

Решение. Общая вольт-амперная характеристика IV нелинейных параллельно включенных сопротивлений $R_2 - R_3$ (рис. 2.5, б) строится сложением токов при одинаковых напряжениях. Затем строится общая вольт-амперная характеристика V всей цепи для последовательного соединения нелинейных сопротивлений по характеристикам I и IV . Ток в неразветвленной части цепи: $I_1 = 165$ мА при напряжении $U = 40$ В определяет ордината 4—5, напряжение $U_{23} = 11,5$ В — абсцисса 6—7, а напряжение $U_1 = 28,5$ В — абсцисса 6—8.

Для определения токов в ветвях проводим через точку 7, соответствующую напряжению U_{23} , прямую параллельно оси ординат. Пересечение этой прямой с вольт-амперными характеристиками II и III и определяет токи в соответствующих ветвях: $I_2 = 65$ мА; $I_3 = 100$ мА.

2.6. Определить ток I_a и напряжение U_a анодной цепи лампового триода в электрической цепи (рис. 2.6, а) при различных значениях напряжения U_c на сетке. Семейство анодных характеристик триода $I_a(U_a)$ представлено на рис. 2.6, б. Сопротивление резистора в анодной цепи $R_a = 10$ кОм, ЭДС источника питания $E_a = 300$ В.

Решение. Анодная цепь триода состоит из последовательного соединенного нелинейного внутреннего сопротивления R_i и линейного анодного сопротивления R_a . Поэтому схема замещения цепи рис. 2.6, а приводится к виду рис. 2.6, в. Анодная характеристика нелинейного сопротивления R_i лампового триода задана. Необходимо определить зависимость анодного тока I_a от линейного R_a и нелинейного R_i сопротивлений. Пересечение этих характеристик позволяет определить параметры анодной цепи.

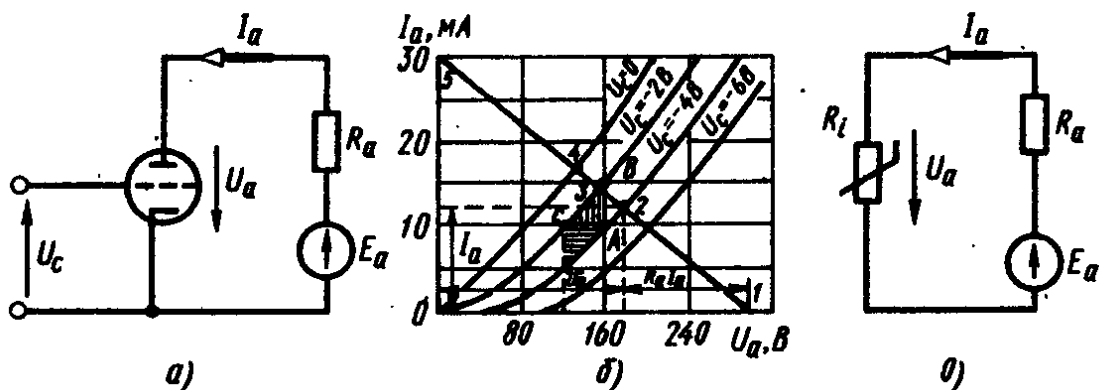


Рис. 2.6

Для схемы рис. 2.6, а на основании второго закона Кирхгофа справедливо уравнение электрического равновесия: $E_a = U_a + R_a I_a = U_a + U_R$ или $U_a = E_a - R_a I_a$, откуда $I_a = \frac{E_a - U_a}{R_a}$.

Зависимость анодного тока $I_a(U_a)$ при $E_a = \text{const}$ и $R_a = \text{const}$ определяют из уравнения: $I_a = \frac{E_a}{R_a} - \frac{U_a}{R_a}$, являющегося уравнением прямой в системе координат I_a и U_a . При $I_a = 0$: $E_a = U_a = 300$ В (точка 1 на рис. 2.6, б). При $U_a = 0$: $I_a = \frac{E_a}{R_a} = \frac{300}{10 \cdot 10^3} = 30$ мА (точка 5).

На рис. 2.6, б нанесена прямолинейная зависимость 1—2, т. е. нагрузочная характеристика $I_a(U_a)$. Ток в анодной цепи при напряжении $U_c = -4$ В $I_a = 12,2$ мА (ордината 2—6). Напряжение на нелинейном сопротивлении при $U_c = -4$ В $U_a = 178$ В (абсцисса 0—6). Напряжение на линейном сопротивлении при $U_c = -4$ В: $U_R = E_a - U_a = 300 - 178 = 122$ В или $U_R = R_a I_a = 10 \cdot 10^3 \cdot 12,2 \cdot 10^{-3} = 122$ В.

Аналогично определяют параметры при других значениях напряжения U_c на сетке лампового триода.

2.7. Определить внутреннее сопротивление R_i , крутизну S анодно-сеточной характеристики $I_a(U_c)$ и коэффициент усиления μ лампового триода для точки A прямолинейного участка анодной характеристики $I_a(U_a)$, приведенной на рис. 2.6, б.

Решение. Внутреннее сопротивление триода, соответствующее точке A : $R_i = \left. \frac{-\Delta U_a}{-\Delta I_a} \right|_{U_c = \text{const}}$; $R_i = \frac{-40}{-5 \cdot 10^{-3}} = 8 \times 10^3 \text{ Ом} = 8 \text{ кОм}$.

Ординаты AB и AC определяют приращение соответственно анодного тока и анодного напряжения ΔI_a и ΔU_a . Приращение анодного напряжения $AC = \Delta U_a = -40 \text{ В}$ при напряжении на сетке $U_c = -2 \text{ В} = \text{const}$.

Это обуславливает изменение анодного тока на величину $\Delta I_a = -5 \text{ мА}$.

Крутизна анодно-сеточной характеристики лампового триода

$$S = \left. \frac{\Delta I_a}{\Delta U_c} \right|_{U_a = \text{const}} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ мА/В}.$$

Изменение анодного тока $\Delta I_a = 5 \text{ мА} = AB$ (рис. 2.6, б) обусловлено изменением напряжения на сетке $\Delta U_c = -2 - (-4) = 2 \text{ В}$ при $U_a = \text{const}$.

Коэффициент усиления лампового триода: $\mu = - \left. \frac{\Delta U_a}{\Delta U_c} \right|_{I_a = \text{const}} = - \frac{-40}{2} = 20$.

Коэффициент усиления триода можно найти также из внутреннего уравнения лампы: $\mu = SR_i = 2,5 \cdot 8 = 20$.

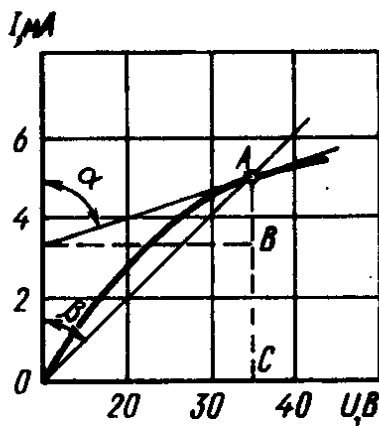


Рис. 2.8

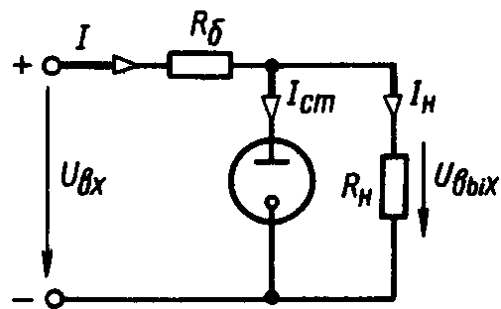


Рис. 2.9

2.8. Для точки A вольт-амперной характеристики $I(U)$ нелинейного элемента (рис. 2.8) определить статическое $R_{ст}$ и дифференциальное R_d сопротивления.

Решение. Статическое сопротивление, соответствующее точке A вольт-амперной характеристики: $R_{ст} = U/I = OC/AC = 35/5 \cdot 10^{-3} = 7 \cdot 10^3 = 7 \text{ кОм}$. Статическое сопротивление пропорционально тангенсу угла β , т.е. $R_{ст} = \text{tg} \beta m_r$, где m_r — масштаб сопротивлений.

Дифференциальное сопротивление, соответствующее точке A

вольт-амперной характеристики: $R_x = m, \operatorname{tg} \alpha = OC/AB = 35 / 1,75 \cdot 10^{-3} = 20 \cdot 10^3 \text{ Ом} = 20 \text{ кОм}$. Дифференциальное сопротивление пропорционально тангенсу угла α .

2.9. На рис. 2.9 приведена электрическая схема газового стабилизатора напряжения с газоразрядным стабилитроном типа СГ4С. Определить сопротивление балластного резистора R_6 и мощность P_6 , выделяемую на нем, если ток на прямолинейном участке вольт-амперной характеристики стабилитрона изменяется от минимального значения $I_{\min} = 5 \text{ мА}$ до максимального $I_{\max} = 40 \text{ мА}$. Значение стабилизированного выходного напряжения $U_{\text{вых}} = 150 \text{ В}$, а напряжение на входе $U_{\text{вх}} = 240 \text{ В}$, сопротивление нагрузочного резистора $R_n = 10 \text{ кОм}$.

Решение. Среднее значение тока стабилитрона, соответствующее рабочей точке: $I_{\text{ср}} = (I_{\max} + I_{\min})/2 = (40 + 5)/2 = 22,5 \text{ мА}$.

Ток в цепи нагрузочного резистора: $I_n = U_{\text{вых}}/R_n = 150 / 10 \cdot 10^3 = 15 \text{ мА}$.

Напряжение на балластном резисторе исходя из уравнения электрического равновесия напряжений, составленного по второму закону Кирхгофа: $U_{\text{вх}} = R_6 I + U_{\text{вых}}$, откуда $U_6 = R_6 I = U_{\text{вх}} - U_{\text{вых}} = 240 - 150 = 90 \text{ В}$.

Ток на входе стабилизатора исходя из первого закона Кирхгофа для точки разветвления: $I = I_{\text{ст}} + I_n = 22,5 + 15 = 37,5 \text{ мА} = 0,0375 \text{ А}$.

Сопротивление R_6 балластного резистора определяется по падению напряжения на нем: $\Delta U_6 = R_6 I$, откуда $R_6 = \frac{\Delta U_6}{I} = \frac{90}{37,5} = 2,4 \text{ кОм}$. Мощность, выделяемая в балластном резисторе: $P_6 = I^2 R_6 = 0,0375^2 \cdot 2,4 \cdot 10^3 = 3,4 \text{ Вт}$.

Задачи

2.10. Определить сопротивления R' и R'' нелинейного элемента R , включенного в электрическую цепь постоянного тока по его вольт-амперной характеристике $I(U)$ при токах $I_1 = 60 \text{ А}$ и $I_2 = 80 \text{ А}$ (рис. 2.10). Ответ. $R' = 0,5 \text{ Ом}$; $R'' = 0,25 \text{ Ом}$.

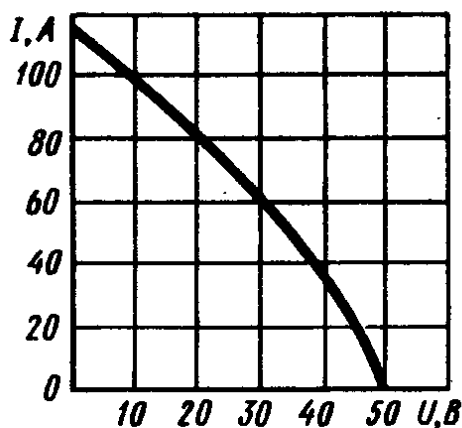


Рис. 2.10

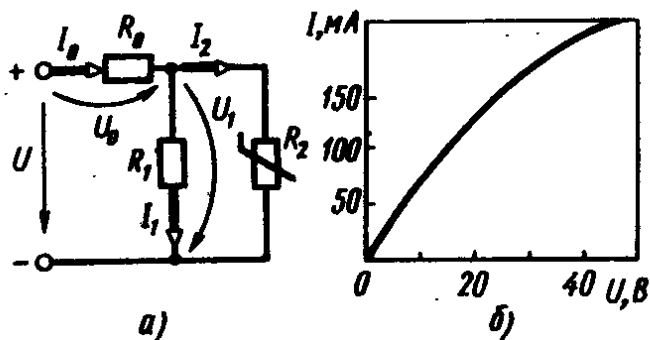


Рис. 2.11

2.11. Определить общий ток I_0 , токи I_1 и I_2 в ветвях электрической цепи постоянного тока, напряженне U_0 на резисторе R_0 и приложенное к цепи напряжение U при смешанном соединении сопротивлений: R_0, R_1, R_2 (рис. 2.11, а), если напряжение на нелинейном сопротивлении R_2 : $U_1 = 30$ В, а сопротивления резисторов: $R_0 = 10$ Ом; $R_1 = 2$ кОм. Вольт-амперная характеристика нелинейного сопротивления приведена на рис. 2.11, б.
 Ответ. $I_0 = 325$ мА; $I_1 = 150$ мА; $I_2 = 175$ мА; $U_0 = 3,25$ В; $U = 33,25$ В.

2.12. Определить ток стабилизатора газового стабилизатора напряжения (см. рис. 2.9), если напряженне на входе $U_{вх} = 200$ В, напряженне на выходе $U_{вых} = 150$ В, ток нагрузки $I_n = 5$ мА, сопротивление балластного резистора $R_б = 2,5$ кОм.
 Ответ. $I_{ст} = 15$ мА.

2.13. Определить допустимый предел колебания напряжения на входе газового стабилизатора напряжения $\Delta U_{вх}$ и коэффициент стабилизации $K_{ст}$, если изменение напряжения на нагрузочном резисторе $R_n = 10$ кОм ограничено пределами $\Delta U_{вых} = +5$ В, сопротивление балластного резистора $R_б = 2,4$ кОм, величина стабилизированного выходного напряжения $U_{вых} = 150$ В, напряжение на входе $U_{вх} = 240$ В при напряжении $U_{вх} = 155$ В, ток стабилизатора $I_{ст} = 29$ мА (см. рис. 2.9).
 Ответ. $\Delta U_{вых} = -22$ В; $K_{ст} = 2,84$.

Контрольное задание

2.14. Электрическая цепь постоянного тока (рис. 2.1.1) с последовательно соединенными нелинейным R_1 и линейным R_2 сопротивлениями включена в питающую сеть с напряжением U . Используя вольт-амперные характеристики $I(U_1)$ нелинейного сопротивления R_1 (табл. 2.2), а также данные, приведенные в табл. 2.1 для каждого варианта задания, определить ток I в цепи и падения напряжений ΔU_1 и ΔU_2 на сопротивлениях R_1 и R_2 .

Построить зависимость изменения тока $I(U)$ в электрической цепи при изменении напряжения U источника питания в пределах $\pm 20\%$ U .

Таблица 2.1

Величины	Варианты контрольного задания 2.14														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$U_2, В$	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	11	11	11	11	11
$I, А$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4

Вольт-амперная характеристика 1 линейного элемента

Величины	Варианты контрольного задания 2.14														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$U_2, В$	11	11	11	11	11	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
$I, А$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4

Вольт-амперная характеристика 2 линейного элемента

Таблица 2.2

Величины	Вольт-амперные характеристики нелинейного элемента													
	1							2						
	1	2	4	8	12	16	20	2	4	6	8	10	12	14
$U_1, В$	1	2	4	8	12	16	20	2	4	6	8	10	12	14
$I, А$	2	3	4	4,2	4,3	4,4	2,5	0,5	1,1	2,2	3,5	4,8	6	8

Глава 3

ОДНОФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

§ 3.1. СПОСОБЫ ИЗОБРАЖЕНИЯ СИНУСОИДАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ВРЕМЕНИ

Синусоидальные функции времени могут быть представлены тригонометрической формой записи, линейными диаграммами изменения синусоидальной величины во времени, вращающимися векторами и комплексными числами.

Тригонометрическая форма записи синусоидально изменяющейся во времени величины в общем виде представляется выражением $a = A_m \cdot \sin(\omega t + \psi) = A_m \sin \alpha$, где a — мгновенное значение синусоидальной функции времени; A_m — амплитудное значение синусоидальной функции времени; ω — угловая или круговая частота, характеризующая скорость изменения фазового угла; t — текущее значение времени; $\alpha = (\omega t + \psi)$ — фаза или фазовый угол (аргумент синусоидальной функции во времени); ψ — начальная фаза (начальный фазовый угол) (рис. 3.1.1, а).

В соответствии с выражением для мгновенного значения синусоидальная функция времени во многих случаях изображается в виде линейной диаграммы — графика изменения соответствующей синусоидальной функции от времени (от угла ωt) (рис. 3.1.1, б).

Период изменяющейся во времени синусоидальной величины $T = 1/f$ [f — частота синусоидально изменяющейся во времени

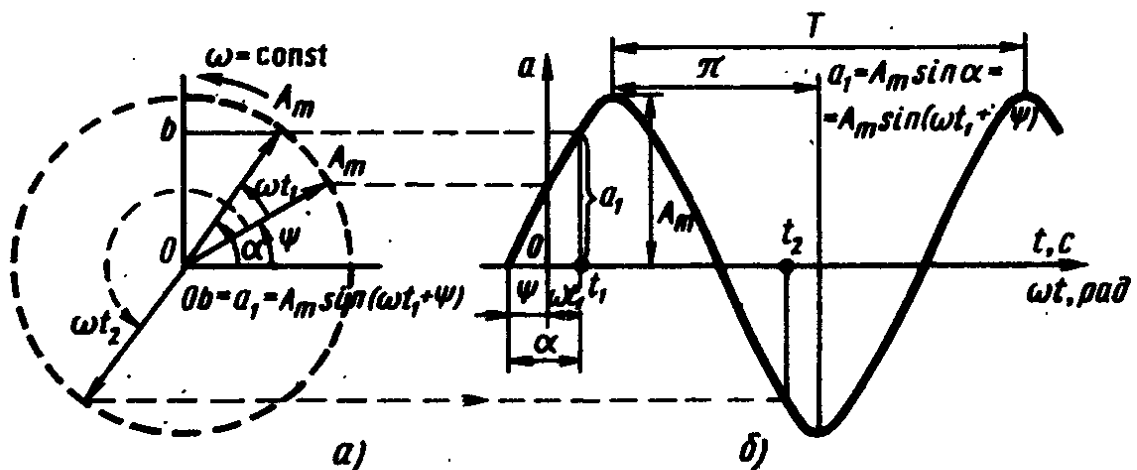


Рис. 3.1.1.

величины (число периодов в секунду)]. В электротехнике кроме мгновенных и максимальных значений переменных синусоидальных величин используются действующие и средние значения.

Действующие значения синусоидально изменяющейся ЭДС напряжений и токов записывают соответственно в виде выражений: $E = E_m/\sqrt{2} = 0,707E_m$; $U = U_m/\sqrt{2} = 0,707U_m$; $I = I_m/\sqrt{2} = 0,707I_m$. Соответственно, средние значения синусоидально изменяющихся ЭДС, напряжений и токов: $E_{cp} = 2E_m/\pi = 0,637E_m$; $U_{cp} = 2U_m/\pi = 0,637U_m$; $I_{cp} = 2I_m/\pi = 0,637I_m$.

Синусоидальная функция времени изображается также вращающимся вектором (см. рис. 3.1.1, а). Длина вращающегося радиуса-вектора равна амплитуде A_m синусоидальной функции времени, угол между вращающимся вектором и осью абсцисс для момента времени $t = 0$ представляет начальную фазу ψ синусоидальной величины. Проекция вращающегося радиуса-вектора на ось ординат определяет мгновенное значение синусоидальной величины.

В электротехнике за положительное направление вращения векторов принято направление против хода часовых стрелок.

Синусоидальные функции времени $a = A_m \sin(\omega t + \psi)$ изображаются также комплексными числами. При этом на плоскости комплексных чисел (рис. 3.1.2) из начала координат под углом ψ к оси действительных чисел (вещественной оси) проводят вектор A_m , концу которого соответствует определенное комплексное число. Комплексная амплитуда синусоидальных величин определяется выражением $\underline{A}_m = A_m e^{j\psi}$ (где e — основание натурального логарифма). Для действующих значений синусоидальных величин это выражение преобразуется к виду: $\underline{A} = A e^{j\psi}$.

С увеличением времени фаза $\alpha = (\omega t + \psi)$ синусоидальной величины возрастает, при этом угол между радиусом-вектором и осью действительных величин увеличивается, радиус-вектор поворачивается на соответствующий угол против хода часовых стрелок. Для момента времени t_1 (см. рис. 3.1.1, б) комплексная амплитуда $\underline{A}_m = A_m e^{j(\omega t_1 + \psi)}$, а действующее значение $\underline{A} = A e^{j(\omega t_1 + \psi)}$.

Комплексное число представляет собой сумму действительной и мнимой частей: $\underline{A} = A' + jA'' = \text{Re}\underline{A} + j\text{Im}\underline{A}$, где A' — вещественная (действительная) часть комплексного числа; jA'' — мнимая часть комплексного числа; Re и Im — символы, обозначающие действительную и мнимую части комплексного числа ($\text{Re}\underline{A} = A'$; $\text{Im}\underline{A} = A''$).

Комплексные числа $A' + jA''$ и $A'_1 + jA''_1$ считаются равными, если их действительные и мнимые части равны ($A' = A'_1$; $A'' = A''_1$).

В выражении комплексного числа фигурирует также символ $j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица, с по-

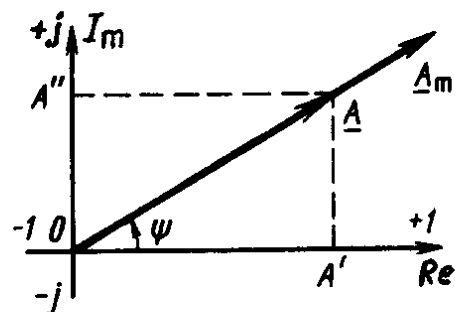


Рис. 3.1.2

Математические выражения			
Мгновенное значение синусоидальной функции времени	Формы записи комплексных величин		
	показательная	тригонометрическая	алгебраическая
1. $e = E_m \sin \omega t = 84,6 \sin \omega t$ В	$\underline{E} = Ee^{j\psi} = 60e^{j0} = 60$ В, здесь $\psi = 0$	$\underline{E} = E(\cos \psi + j \sin \psi) = 60(\cos 0 + j \sin 0) = 60$ В	$\underline{E} = E' + jE'' = 60$ В, $E' = E \cos \psi = 60$ В, $E'' = E \sin \psi = 0$
2. $e = E_m \cos \omega t = E_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = 84,6 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ В	$\underline{E} = Ee^{j\frac{\pi}{2}} = 60e^{j\frac{\pi}{2}}$ В	$\underline{E} = E(\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2}) = 60(0 + j1) = j60$ В	$\underline{E} = E' + jE'' = j60$ В, $E' = E \cos \frac{\pi}{2} = 0$, $E'' = E \sin \frac{\pi}{2} = 60$ В
3. $e = E_m \sin(\omega t \pm \frac{\pi}{6}) = 84,6 \sin(\omega t \pm \frac{\pi}{6})$ В	$\underline{E} = Ee^{\pm j\frac{\pi}{6}} = 60e^{\pm j\frac{\pi}{6}}$ В	$\underline{E} = E(\cos \frac{\pi}{6} \pm j \sin \frac{\pi}{6}) = 60(\frac{\sqrt{3}}{2} \pm j\frac{1}{2}) = 30(\sqrt{3} \pm j)$ В	$\underline{E} = E' \pm jE'' = 30(\sqrt{3} \pm j)$ В, $E' = E \cos \frac{\pi}{6} = 30\sqrt{3}$ В, $E'' = E \sin \frac{\pi}{6} = 30$ В
4. $e = E_m \sin(\omega t \pm \frac{2\pi}{3}) = 84,6 \sin(\omega t \pm \frac{2\pi}{3})$ В	$\underline{E} = Ee^{\pm j\frac{2\pi}{3}} = 60e^{\pm j\frac{2\pi}{3}}$ В	$\underline{E} = E(\cos \frac{2\pi}{3} \pm j \sin \frac{2\pi}{3}) = 60(-\frac{1}{2} \pm j\frac{\sqrt{3}}{2}) = -30 \pm j30\sqrt{3} = (-30 \pm j51,9)$ В	$\underline{E} = E' \pm jE'' = (-30 \pm j51,9)$ В, $E' = E \cos \frac{2\pi}{3} = 30$ В, $E'' = E \sin \frac{2\pi}{3} = 51,9$ В

мощью которого из комплексного числа выделяется его мнимая составляющая. Умножение вектора \underline{A} на множитель j соответствует повороту его на угол, равный $\frac{\pi}{2}$ в положительном направлении (против хода часовой стрелки), а умножение на $-j$ —

поворот в отрицательном направлении (по ходу часовой стрелки).

Модуль комплексного числа: $A = |\underline{A}| = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2}$, а его аргумент $\psi = \operatorname{arctg} \frac{A''}{A'}$.

Используют три формы записи комплексных чисел. *Алгебраическая* (координатная) форма записи комплексного числа: $\underline{A} = A' + jA''$.

Сопряженное ему комплексное число имеет противоположный знак при мнимой части: $\underline{A}^* = A' - jA''$.

При этом произведение сопряженных комплексных чисел $\underline{A} \cdot \underline{A}^* = A^2$ оказывается равным квадрату модуля комплексного числа. При отсутствии мнимой части комплексного числа: $\underline{A} = A' + j0 = A'$. При отсутствии действительной части комплексного числа: $\underline{A} = 0 \pm jA'' = \pm jA''$.

Следует заметить, что алгебраическая форма — более удобная форма записи комплексных чисел при их сложении и вычитании.

Тригонометрическая форма записи комплексных чисел является производной алгебраической формы с учетом того, что $\cos \psi = A'/A$, $\sin \psi = A''/A$; $\underline{A} = A(\cos \psi + j \sin \psi)$.

Тригонометрическая форма записи комплексных чисел наиболее удобна при переходе к алгебраической форме записи от показательной.

Показательная форма записи комплексных чисел является производной от тригонометрической с учетом того, что в соответствии с формулой Эйлера $(\cos \psi + j \sin \psi) = e^{j\psi}$, $\underline{A} = Ae^{j\psi}$, где $e^{j\psi}$ — поворотный множитель (показывает, что вектор повернут относительно вещественной оси в положительном направлении на угол ψ).

Поворотные множители j и $e^{j\psi}$ могут быть записаны в следующем виде: $j = \sqrt{-1}$; $j \cdot j = -1$; $1/j = -j/j(-j) = -j$; $1/-j = j$.

При $\psi = \pm \pi/2$ в соответствии с формулой Эйлера $e^{\pm j\frac{\pi}{2}} = \left(\cos \frac{\pi}{2} \pm j \sin \frac{\pi}{2} \right) = (0 \pm j1) = \pm j$, поэтому $e^{j\frac{\pi}{2}} = j$; $e^{-j\frac{\pi}{2}} = -j$.

Показательная форма записи комплексных чисел оказывается более удобной формой записи при умножении, делении, извлечении корней, логарифмировании комплексных чисел.

В табл. 3.1 показан переход от записи мгновенных значений синусоидальных функций времени к показательной, тригонометрической и алгебраической формам записи комплексных чисел (максимальное значение ЭДС $E_m = 84,6$ В, действующее ее значение $E = E_m/\sqrt{2} = 84,6/\sqrt{2} = 60$ В).

Примечание. Содержание § 3.1 ограничено изложением сведений, необходимых для решения последующих задач.

Литература. [1] § 2.3; [2] § 2.7.

§ 3.2. МЕТОД КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ

При расчетах электрических цепей переменного тока широко применяется метод комплексных чисел, позволяющий графические операции над векторами заменить алгебраическими действиями над комплексными числами.

При использовании комплексных чисел методы расчета электрических цепей переменного тока аналогичны методам расчета электрических цепей постоянного тока. Записи соответствующих уравнений, составленных по законам Ома и законам Кирхгофа, одинаковы по форме для электрических цепей однофазного переменного и постоянного токов.

При этом в уравнениях, записанных для электрических цепей переменного тока, токи \underline{I} , напряжения \underline{U} , ЭДС \underline{E} , сопротивление \underline{Z} , проводимости \underline{Y} , мощности \underline{S} записывают в комплексной форме.

С учетом этого математическое выражение закона Ома в комплексной форме приводят к виду: $\underline{I} = \underline{U}/\underline{Z}$ или $\underline{I} = \underline{Y}\underline{U}$.

Математическое выражение *первого закона Кирхгофа* в комплексной форме: $\sum_{k=1}^n \underline{I}_x = 0$. В соответствии с этим алгебраическая сумма комплексных токов, сходящихся в узле разветвления электрической цепи, равна нулю.

Математическое выражение *второго закона Кирхгофа* в комплексной форме: $\sum_{k=1}^n \underline{E}_x = \sum_{k=1}^n \underline{U}_x + \sum_{k=1}^n \underline{Z}_x \underline{I}_x$.

Согласно этому уравнению алгебраическая сумма комплексных ЭДС в любом замкнутом контуре электрической цепи равна алгебраической сумме комплексных напряжений и алгебраической сумме падений напряжений в этом контуре.

При расчете электрических цепей по методу комплексных чисел оперируют с этими числами. Алгебраические действия над комплексными числами сводятся к сложению, вычитанию, умножению и делению комплексных чисел:

$$\underline{A}_1 = A_1' + jA_1'' = A_1 e^{j\psi_1} \quad \text{и} \quad \underline{A}_2 = A_2' + jA_2'' = A_2 e^{j\psi_2}.$$

Сложение комплексных чисел осуществляется следующим образом:

$$\underline{A}_1 + \underline{A}_2 = (A_1' + jA_1'') + (A_2' + jA_2'') = (A_1' + A_2') + j(A_1'' + A_2'').$$

Вычитание комплексных чисел производится аналогично:

$$\underline{A}_1 - \underline{A}_2 = (A_1' + jA_1'') - (A_2' + jA_2'') = (A_1' - A_2') + j(A_1'' - A_2'').$$

Умножение комплексных чисел производится по схеме:

$$\begin{aligned} \underline{A}_1 \underline{A}_2 &= (A_1' + jA_1'')(A_2' + jA_2'') = A_1' A_2' + jA_1'' A_2' + \\ &+ jA_2'' A_1' - A_1'' A_2'' = (A_1' A_2' - A_1'' A_2'') + j(A_1'' A_2' + A_2'' A_1') \quad \text{или} \\ \underline{A}_1 \underline{A}_2 &= A_1 e^{j\psi_1} A_2 e^{j\psi_2} = A_1 A_2 e^{j(\psi_1 + \psi_2)}. \end{aligned}$$

Деление комплексных чисел осуществляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\underline{A}_1}{\underline{A}_2} &= \frac{A_1 + jA_1\tau}{A_2 + jA_2\tau} = \frac{(A_1 + jA_1\tau)(A_2 - jA_2\tau)}{(A_2 + jA_2\tau)(A_2 - jA_2\tau)} = \\ &= \frac{A_1A_2 + A_1\tau A_2\tau + j(A_1\tau A_2 - A_2\tau A_1)}{(A_2)^2 + (A_2\tau)^2} = \\ &= \frac{A_1A_2 + A_1\tau A_2\tau}{(A_2)^2 + (A_2\tau)^2} + j \frac{A_1\tau A_2 - A_2\tau A_1}{(A_2)^2 + (A_2\tau)^2} \text{ или} \\ \frac{\underline{A}_1}{\underline{A}_2} &= \frac{A_1 e^{j\varphi_1}}{A_2 e^{j\varphi_2}} = \frac{A_1}{A_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} \end{aligned}$$

При делении комплексных чисел для исключения в знаменателе мнимого числа числитель и знаменатель умножают на сопряженное со знаменателем комплексное число.

Литература. [1] § 2.16—2.20; [2] § 2.10; [3] § 2.5—2.10.

Примеры решения задач

3.1. Определить угловую частоту вращения Ω_p ротора генератора переменного тока при частоте питающего напряжения $f = 50$ Гц и угловую частоту ω ЭДС, если ротор вращается с частотой $n_1 = 1000$ об/мин.

Решение. Число пар полюсов генератора: $p = \frac{60f}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1000} = 3$. Угловая частота вращения ротора: $\Omega_p = \frac{\pi p}{30} = \frac{3,14 \cdot 1000}{30} = 104,5 \text{ с}^{-1}$. Угловая частота переменного тока: $\omega = \Omega_p p = 104,5 \cdot 3 = 314 \text{ с}^{-1}$ или $\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ с}^{-1}$.

3.2. Определить среднее значение синусоидального тока I_{cp} по мгновенному его значению $i = 31,4 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$.

Решение. Среднее значение синусоидального тока $I_{cp} = \frac{2}{\pi} I_m = \frac{2}{\pi} 31,4 = \frac{2}{3,14} 31,4 = 20 \text{ А}$.

3.3. Определить коэффициенты амплитуды K_a и формы K_f периодически изменяющегося тока, форма которого приведена на рис. 3.3.

Решение. Макси-

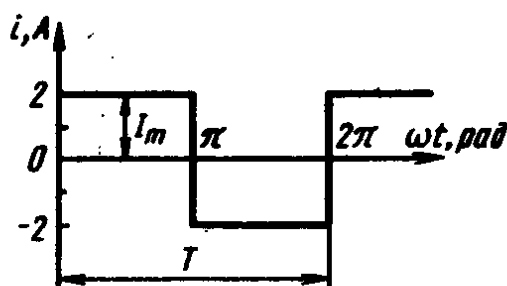


Рис. 3.3

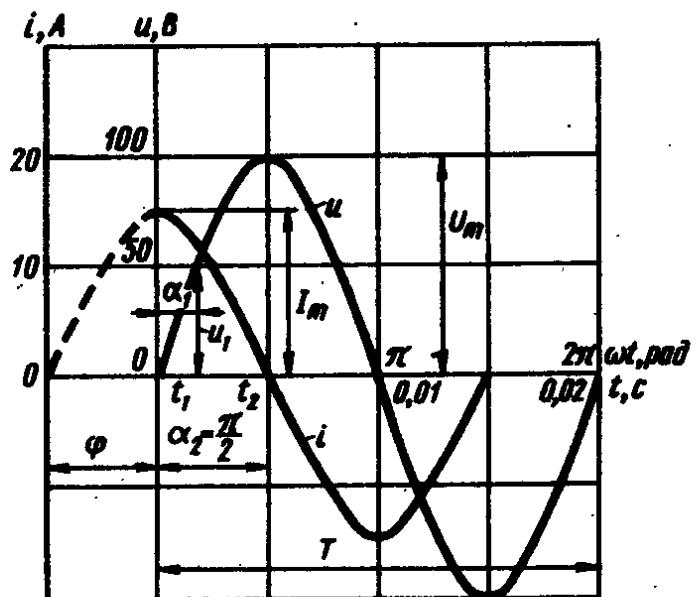


Рис. 3.4

мальное значение тока в данном случае равно действующему его значению, т. е. $I_m = I = 2$ А. Коэффициент амплитуды тока: $K_a = I_m / I = 2 / 2 = 1$. При этом среднее значение тока равно действующему его значению, т. е. $I_{cp} = I = 2$ А. Коэффициент формы тока: $K_f = I / I_{cp} = 2 / 2 = 1$.

3.4. Для синусоидального напряжения и тока (рис. 3.4) записать выражения для мгновенных их значений. Определить период T и время t_0 , соответствующее начальной фазе тока ψ_i , а также мгновенные значения напряжений u_1 и u_2 для моментов времени $t_1 = 0,00167$ с и $t_2 = 0,005$ с, если частота тока $f = 50$ Гц.

Решение. Мгновенные значения напряжения и тока имеют вид:

$$u = U_m \sin \omega t = 100 \sin 314t \text{ В,}$$

$$i = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 15 \sin\left(314t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ А,}$$

где U_m, I_m — амплитудные значения напряжения и тока.

Начальная фаза тока (в радианах): $\psi_i = \frac{90^\circ \cdot 2\pi}{360^\circ} = \frac{\pi}{2}$. Период переменного напряжения и тока: $T = 1/f = 1/50 = 0,02$ с. Время начала отсчета, т. е. время, соответствующее начальной фазе тока: $t_0 = \frac{\psi_i}{\omega} = \frac{\pi/2}{2\pi/T} = \frac{\pi T}{2 \cdot 2\pi} = \frac{T}{4} = 0,005$ с.

В моменты времени: t_1 : $\alpha_1 = \omega t_1 = \pi/6 = 30^\circ$; $u_1 = 100 \sin \omega t_1 = 100 \sin 30^\circ = 50$ В; t_2 : $\alpha_2 = \omega t_2 = \pi/2 = 90^\circ$; $u_2 = 100 \sin \omega t_2 = 100 \sin 90^\circ = 100$ В.

3.5. В условиях задачи 3.4 записать выражения для мгновенных значений напряжения u , соответствующих моментам времени t_1 и t_2 .

Решение. Мгновенное значение напряжения, соответствующее моменту времени t_1 : $u = U_m \sin(\omega t_1 + \pi/6)$.

Мгновенное значение напряжения, соответствующее моменту времени t_2 : $u = U_m \sin(\omega t_2 + \pi/2)$.

3.6. В однородном магнитном поле (рис. 3.6) равномерно вращается вокруг оси OO' замкнутая коротко замкнутая рамка, в которой индуцируется периодическая ЭДС с максимальным значением $E_m = 10$ В. Определить линейную скорость v перемещения рамки, частоту вращения n , частоту f ЭДС и ее мгновенное значение e в момент времени $t = 0,00166$ с, если размеры сторон рамки $ac = bd = 0,16$ м, $ab = cd = 0,2$ м. Магнитная индукция поля $B = 1$ В·с/м².

Решение. Линейная скорость перемещения рамки $v = \frac{E_m}{Bc} = \frac{10}{1 \cdot 2 \cdot 0,2} =$

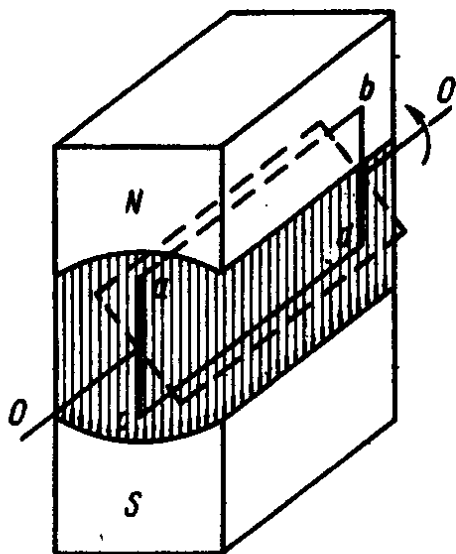


Рис. 3.6

$= 25 \text{ м/с}$. Частота вращения рамки: $n = \frac{60v}{\pi d} = \frac{60v}{\pi \text{ас}} = \frac{60 \cdot 25}{3,14 \cdot 0,16} =$
 $= 3000 \text{ об/мин}$. Частота индуцированной ЭДС $f = n/60 = 3000/60 =$
 $= 50 \text{ Гц}$. Мгновенное значение ЭДС в момент времени $t = 0,00166 \text{ с}$:
 $e = E_m \sin \omega t = 10 \sin 2\pi f t = 10 \sin \cdot 100\pi \cdot 0,00166 = 10 \sin \frac{1}{6}\pi = 10 \times$
 $\times \sin 30^\circ = 5 \text{ В}$.

3.7. Определить максимальное E_m и действующее E значения ЭДС, наводимой в прямоугольной катушке с числом витков $\omega = 200$, вращающейся в однородном магнитном поле с постоянной частотой вращения $n = 1500 \text{ об/мин}$. Размеры витка катушки 3×3 (площадь витка $S_v = 3 \cdot 3 = 9 \text{ см}^2$). Индукция магнитного поля $B = 0,8 \text{ Т} = 8000 \text{ Гс}$. Построить кривые изменения магнитного потока и ЭДС во времени $e, \Phi(t)$, а также векторную диаграмму цепи.

Решение. Частота индуцированной в катушке ЭДС: $f = n/60 = 1500/60 = 25 \text{ Гц}$. Максимальное значение магнитного потока: $\Phi_m = S_v B = 3 \cdot 3 \cdot 8000 \cdot 10^{-8} = 0,00072 \text{ Вб}$. Амплитудное значение ЭДС, наводимой в катушке, находят исходя из мгновенного ее значения: $e = -\omega \frac{d\Phi}{dt} = -\omega \frac{d(\Phi_m \sin \omega t)}{dt} =$
 $= -\omega \omega \Phi_m \cos \omega t = -\omega \omega \Phi_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \omega 2\pi f \Phi_m \sin (\omega t - \pi/2) =$
 $= E_m \sin (\omega t - \pi/2) = 200 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 25 \cdot 0,00072 \sin (\omega t - \pi/2) = 22,5 \times$
 $\times \sin (\omega t - \pi/2)$, откуда $E_m = 22,5 \text{ В}$. Действующее значение ЭДС катушки $E = E_m / \sqrt{2} = 22,5 / \sqrt{2} = 16 \text{ В}$. Изменение потока и ЭДС во времени и векторная диаграмма приведены на, рис. 3.7, а, б.

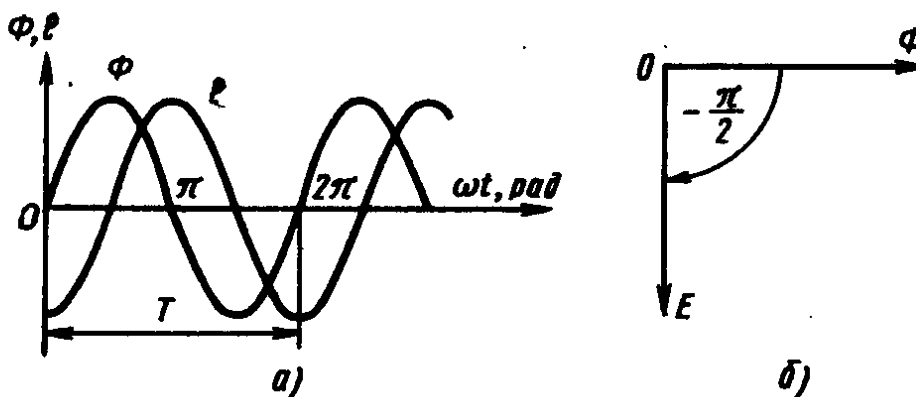


Рис. 3.7

3.8. Представить комплексный ток $\underline{I} = (4 + j3) \text{ А}$ в тригонометрической и показательной формах записи.

Решение. Действующее значение тока (модуль комплексного тока): $I = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ А}$. Аргумент комплексного тока: $\text{tg } \psi_i = 3/4 = 0,75$, откуда $\psi_i = 36^\circ 50'$. Тригонометрическая форма записи комплексного тока $\underline{I} = (4 + j3) = I(\cos \psi_i + j \sin \psi_i) =$

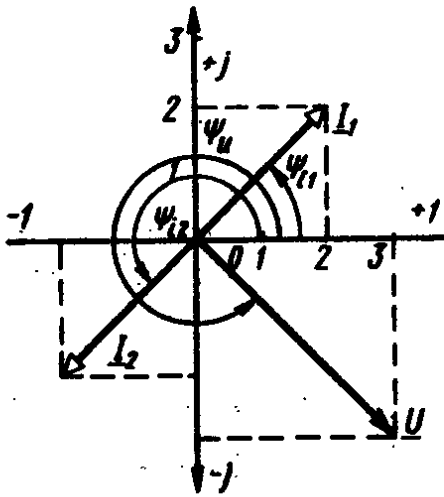


Рис. 3.11

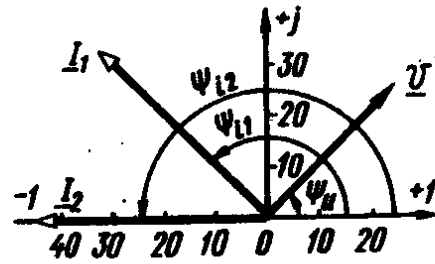


Рис. 3.12

$= 5(\cos 36^\circ 50' + j \sin 36^\circ 50')$. Показательная форма записи комплексного тока $\underline{I} = (4 + j3) = I e^{j\psi} = 5e^{36^\circ 50'}$ А.

3.9. Записать выражение для комплексной амплитуды тока I_m исходя из выражения для мгновенного его значения $i = 10 \sin(\omega t + 30^\circ)$ А.

Решение. Амплитудное значение тока: $I_m = 10$ А. Начальная фаза тока: $\psi_i = 30^\circ$. Комплексная амплитуда тока: $\underline{I}_m = I_m e^{j\psi} = 10e^{j30^\circ}$ А.

3.10. Представить комплексный ток $\underline{I} = 10e^{j30^\circ}$ А в алгебраической (координатной) форме записи.

Решение. Действительная часть комплексного тока $\text{Re} \underline{I} = 10 \cos 30^\circ = 10 \cdot 0,865 = 8,65$ А. Мнимая часть комплексного тока $\text{Im} \underline{I} = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5$ А. Алгебраическая форма записи комплексного тока $\underline{I} = (8,65 + j5)$ А.

3.11. На комплексной плоскости (рис. 3.11) приведена векторная диаграмма токов и напряжений. Представить токи I_1 и I_2 и напряжение U в алгебраической форме записи и найти их аргументы.

Решение. Комплексные токи и напряжение в алгебраической форме записи: $\underline{I}_1 = (2 + j2)$ А; $\underline{I}_2 = (-2 - j2)$ А; $\underline{U} = (3 - j3)$ В. Аргумент комплексного тока \underline{I}_1 : $\text{tg} \psi_{11} = 2/2 = 1$. В общем случае этому условию удовлетворяют углы 45° и 225° . Но угол 225° в данном случае не является аргументом числа $(2 + j2)$. Правильный ответ $-\psi_{11} = 45^\circ (-315^\circ)$ или 405° и т. д., так как аргументами комплексного числа $(2 + j2)$ являются все углы вида $45^\circ \pm 360^\circ K$ (где K — любое целое число). Этот результат получится, если учесть, что действительная и мнимая части комплексного тока \underline{I}_1 положительны. Аргумент комплексного тока \underline{I}_1 найден из выражения для соответствующего коэффициента мощности: $\cos \psi_{11} = 2/\sqrt{2^2 + 2^2} = 2/2\sqrt{2} = 1/\sqrt{2} = \sqrt{2}/2$, откуда аргумент комплексного тока $\psi_{11} = 45^\circ$, или через синус соответствующего угла: $\sin \psi_{11} = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\psi_{11} =$

$= 45^\circ$. Так как значения косинуса и синуса положительны, то угол ψ_{i1} находится в первой четверти плоскости комплексных чисел.

Аргумент комплексного тока \underline{I}_2 : $\operatorname{tg} \psi_{i2} = \frac{-2}{-2} = 1$. Так как абсцисса и ордината комплексного тока отрицательны, то $\psi_{i2} = 225^\circ$ или -135° , или 585° и т. д. Следовательно, вектор тока \underline{I}_2 находится в третьей четверти плоскости комплексных чисел.

Аргумент комплексного напряжения \underline{U}_2 : $\operatorname{tg} \psi_u = \frac{-3}{3} = -1$. Здесь абсцисса положительна, а ордината отрицательна, поэтому вектор напряжения \underline{U} расположен в четвертой четверти плоскости комплексных чисел $\psi_u = 315^\circ$ (или -45° , или 675° и т. д.).

3.12. На плоскости комплексных чисел (рис. 3.12) заданы комплексные напряжение \underline{U} и токи \underline{I}_1 и \underline{I}_2 электрической цепи. Представить их в алгебраической и показательной формах записи.

Решение. Выражения для напряжения и токов в алгебраической форме записи: $\underline{U} = (25 + j25) \text{ В}$; $\underline{I}_1 = (-35 + j35) \text{ А}$; $\underline{I}_2 = -45 \text{ А}$.

То же, в показательной форме записи: $\underline{U} = 35,25 e^{j\psi_u} = 35,25 e^{j45^\circ} \text{ В}$; $\underline{I}_1 = 49,35 e^{j\psi_{i1}} = 49,35 e^{j135^\circ} \text{ А}$; $\underline{I}_2 = 45 e^{j\psi_{i2}} = 45 e^{-j180^\circ} \text{ А}$.

3.13. В условиях задачи 3.12 записать аналитические выражения для мгновенных значений напряжения u и токов i_1 и i_2 , считая, что положения векторов токов \underline{I}_1 и \underline{I}_2 и напряжения \underline{U} на плоскости комплексных чисел даны для момента времени $t = 0$.

Решение. Мгновенные значения:

$$\text{напряжения } u = \sqrt{2} \cdot 35,25 \sin(\omega t + \pi/4) \text{ В};$$

$$\text{токов } i_1 = \sqrt{2} \cdot 49,35 \sin(\omega t + 3\pi/4) \text{ А}; \quad i_2 = \sqrt{2} \cdot 45 \sin(\omega t + \pi) \text{ А}.$$

3.14. Определить действующие значения напряжений U_1 , U_2 , U_3 и токов I_1 , I_2 , I_3 , комплексные сопротивления \underline{Z}_1 , \underline{Z}_2 , \underline{Z}_3 , активные R_1 , R_2 , R_3 и реактивные сопротивления X_1 , X_2 , X_3 , комплексные проводимости \underline{Y}_1 , \underline{Y}_2 , \underline{Y}_3 , а также комплексные мощности \underline{S}_1 , \underline{S}_2 , \underline{S}_3 , если для соответствующих электрических цепей в различных формах записи даны комплексные напряжения и токи: $\underline{U}_1 = 220 \text{ В}$; $\underline{U}_2 = (60 + j80) \text{ В}$; $\underline{U}_3 = 50 e^{j60^\circ} \text{ В}$; $\underline{I}_1 = (8,8 - j6,6) \text{ А}$; $\underline{I}_2 = 10 \text{ А}$; $\underline{I}_3 = 10 e^{j15^\circ} \text{ А}$.

Решение. Действующие значения напряжений и токов: $U_1 = 220 \text{ В}$; $U_2 = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ В}$; $U_3 = 50 \text{ В}$; $I_1 = \sqrt{8,8^2 + 6,6^2} = 11 \text{ А}$; $I_2 = 10 \text{ А}$; $I_3 = 10 \text{ А}$.

Комплексные сопротивления: $\underline{Z}_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{220}{8,8 - j6,6} =$
 $= \frac{220(8,8 + j6,6)}{(8,8 - j6,6)(8,8 + j6,6)} = \frac{220(8,8 + j6,6)}{(8,8^2 + 6,6^2)} = (16 + j12) \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_2 = \frac{U_2}{I_2} =$
 $= \frac{60 + j80}{10} = (6 + j8) \text{ Ом}; \quad \underline{Z}_3 = \frac{U_3}{I_3} = \frac{50 e^{j60^\circ}}{10 e^{j15^\circ}} = 5 e^{j(60^\circ - 15^\circ)} =$

$= 5e^{j45^\circ}$ Ом. Активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 16$ Ом; $R_2 = 6$ Ом; $X_{L1} = 12$ Ом; $X_{L2} = 8$ Ом; $R_3 = 3,535$ Ом; $X_{L3} = 3,535$ Ом; $Z_3 = 5(\cos 45^\circ + j\sin 45^\circ) = 5(0,707 + j0,707) = (3,535 + j3,535)$ Ом. Комплексные проводимости: $\underline{Y}_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{1}{16 + j12} = \frac{16 - j12}{(16 + j12)(16 - j12)} = (0,04 - j0,03)$ См; $\underline{Y}_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{6 + j8} = \frac{6 - j8}{(6 + j8)(6 - j8)} = (0,06 - j0,08)$ См; $\underline{Y}_3 = \frac{1}{Z_3} = \frac{1}{5e^{j45^\circ}} = 0,2e^{-j45^\circ}$ См или $\underline{Y}_3 = 0,2(\cos 45^\circ - j\sin 45^\circ) = (0,1414 - j0,1414)$ См. Комплексные, активные и реактивные мощности: $S_1 = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* = 220(8,8 + j6,6) = (1936 + j1452)$ В·А; $S_1 = \sqrt{1936^2 + 1452^2} = 2400$ В·А; $P_1 = 1936$ Вт; $Q_1 = 1452$ вар; $S_2 = \underline{U}_2 \underline{I}_2^* = (60 + j80)10 = (600 + j800)$ В·А; $S_2 = 1000$ В·А; $P_2 = 600$ Вт; $Q_2 = 800$ вар; $S_3 = \underline{U}_3 \underline{I}_3^* = 50e^{j60^\circ} \cdot 10e^{-j15^\circ} = 500e^{j(60^\circ - 15^\circ)} = 500e^{j45^\circ} = 500(\cos 45^\circ + j\sin 45^\circ) = 500(0,707 + j0,707) = (353,5 + j353,5)$ В·А; $S_3 = 500$ В·А; $P_3 = 353,5$ Вт; $Q_3 = 353,5$ вар.

Задачи

3.15. Определить амплитудные U_m и действующие U значения синусоидального напряжения, если его среднее значение $U_{cp} = 198$ В. *Ответ.* $U_m = 310$ В; $U = 220$ В.

3.16. Определить амплитудное U_m значение напряжения в электрической цепи синусоидального тока, частоту f , период T переменного тока и начальный фазовый угол ψ_u , если мгновенное напряжение в сети $u = 310\sin\left(628t + \frac{\pi}{3}\right)$ В. *Ответ.* $U_m = 310$ В; $f = 100$ Гц; $T = 0,01$ с; $\psi_u = 60^\circ = \pi/3$.

3.17. Определить коэффициенты амплитуды K_a и формы K_ϕ периодического напряжения $u(t)$, линейная диаграмма изменения мгновенного значения во времени которого приведена на рис. 3.17. *Ответ.* $K_a = 1,41$; $K_\phi = 1,11$.

3.18. Определить углы сдвига фаз ψ_1 и ψ_2 и время t , соответствующее углу сдвига фаз ψ синусоидальных ЭДС $e_1 = E_{1m} \times$

$\times \sin\left(\omega t_1 + \frac{\pi}{4}\right)$ и $e_2 = E_{2m} \sin\left(\omega t_2 + \frac{\pi}{12}\right)$. Мгновенные значения времени

t_1 и t_2 соответствуют начальным фазам e_1 и e_2 . *Ответ.* $\psi_1 = \pi/4$; $\psi_2 = \pi/12$; $\psi = \pi/6$; $t = 0,001665$ с.

3.19. Написать выражение для мгновенного значения синусоидального тока i , комплексная амплитуда которого $\underline{I}_m = 10e^{-j30^\circ}$ А. *Ответ.* $i = 10\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$ А.

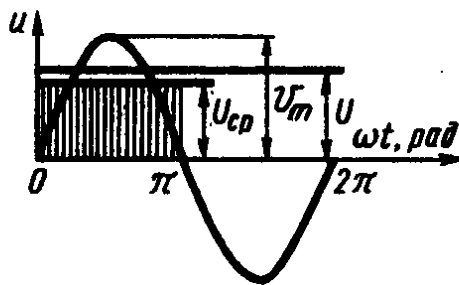


Рис. 3.17

3.20. Определить ток I , равный сумме комплексных токов $I_1 = (3 + j4)$ А и $I_2 = (2 + j)$ А. Суммарный ток I представить в показательной форме записи. Ответ. $I = 7,05$ А; $I = 7,05e^{j45^\circ}$.

3.21. Записать выражения для комплексной амплитуды токов: $i_1 = 15 \sin\left(\omega t_1 + \frac{\pi}{2}\right)$ А и $i_2 = 15 \sin\left(\omega t_2 + \frac{\pi}{3}\right)$ А. Ответ: $I_{1m} = 15e^{j\frac{\pi}{2}}$; $I_{2m} = 15e^{j\frac{\pi}{3}}$.

3.22. Исходя из выражения для мгновенного значения тока $i = 14,1 \sin(\omega t + \pi/6)$ А, записать выражения для действующего значения тока I в комплексной форме записи. Ответ. $I = 10e^{j\pi/6}$ А.

3.23. Определить комплексную S , активную P и реактивную Q мощности электрической цепи, если дано $U = 220$ В; $I = (10 - j20)$ А. Ответ. $S = (2200 + j4400)$ В·А; $P = 2200$ Вт; $Q = 4400$ вар.

3.24. Определить активное R и реактивное X_L сопротивления электрической цепи синусоидального тока, если ее комплексное сопротивление $Z = 10e^{j29^\circ 30'}$. Ответ. $R = 8,704$ Ом; $X_L = 4,92$ Ом.

3.25. Определить комплексное сопротивление Z , полное сопротивление цепи Z , ток I в электрической цепи, если комплексное напряжение $U = 220$ В, а ток $I = (8,8 - j6,6)$ А. Ответ. $Z = (16 + j12)$ Ом; $Z = 20$ Ом; $I = 11$ А.

Контрольное задание

3.26. Определить величины, указанные в табл. 3.2 для последовательной электрической цепи переменного тока, соответствующие варианту задания. Заданы: комплексные напряжение U и ток I в цепи; i , u — мгновенные значения тока и напряжения; I , U — действующие значения тока и напряжения; I_m , U_m — комплексные амплитуды тока и напряжения; Z , \underline{Z} — полное и комплексное сопротивления; R — активное и X — реактивное сопротивления; S — комплексная и полная S мощности; активная P и реактивная Q составляющие комплексной мощности; $\cos \varphi$ — коэффициент мощности; φ_k — аргумент комплексного числа; ψ_i и ψ_u — начальные фазы, тока и напряжения; A_{Au} , A_{Au} — алгебраическая (координатная), A_{Ti} , A_{Tu} — тригонометрическая, A_{Pi} , A_{Pu} — показательная формы записи комплексных тока и напряжения.

Дополнительное задание. На плоскости комплексных чисел построить векторную диаграмму напряжения U и тока I в цепи, а также графики зависимости индуктивного сопротивления катушки X_L и емкостного сопротивления конденсатора X_C от частоты f переменного тока, т. е. X_L , $X_C(f)$.

Примечание. Для расширения числа вариантов задания в вариантах 31—60 ток I увеличить в 2 раза, а в вариантах 61—90 напряжением U — в 2 раза.

§ 3.3. ЛИНЕЙНЫЕ ОДНОФАЗНЫЕ СИНУСОИДАЛЬНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ ЦЕПИ

В электрической цепи синусоидального тока с активным сопротивлением R (табл. 3.3) под действием синусоидального напряжения $u = U_m \sin \omega t$ возникает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, совпадающий по фазе с напряжением, так как начальные фазы напряжения U и тока I равны нулю ($\psi_u = 0$;

Величины	Варианты контрольного						
	1	2	3	4	5	6	7
\underline{U} , В	$0,75 - j$	1,25	5	$6 + j8$	$9 - j12$	$-12 + j16$	$15 + j20$
\underline{I} , А	0,25	$1,5 - j2$	$3 + j4$	$+j5$	10	-10	5
Необходимо определить	$\underline{U}, \underline{U}_m, \underline{I}, \underline{R}, \underline{P}, \underline{Q}, \cos \varphi$	$\underline{I}, \underline{Z}, \underline{i}, \underline{R}, \underline{X}, \underline{S}, \underline{A}_{pi}$	$\underline{U}, \underline{I}, \underline{i}, \underline{Z}, \underline{P}, \underline{Q}, \underline{A}_{pi}$	$\underline{U}, \underline{U}_m, \underline{I}, \underline{R}, \underline{X}, \underline{P}, \underline{A}_{pi}$	$\underline{U}, \underline{I}, \underline{R}, \underline{X}, \underline{P}, \underline{\psi}_u, \cos \varphi$	$\underline{U}, \underline{I}, \underline{R}, \underline{X}, \underline{S}, \underline{\psi}_u, \sin \varphi$	$\underline{U}, \underline{u}, \underline{I}, \underline{Z}, \underline{S}, \underline{Q}, \cos \varphi$

Величины	Варианты контрольного						
	16	17	18	19	20	21	22
\underline{U} , В	2,5	$1,5 - j2$	$3 + j4$	$+j50$	45	100	125
\underline{I} , А	$0,75 - j$	2	2	$6 + j8$	$9 - j12$	$12 + j16$	$15 + j20$
Необходимо определить	$\underline{U}, \underline{I}, \underline{I}_m, \underline{X}, \underline{P}, \underline{A}_{pi}, \sin \varphi$	$\underline{U}, \underline{U}_m, \underline{I}, \underline{Z}, \underline{R}, \underline{P}, \cos \varphi$	$\underline{U}, \underline{u}, \underline{I}, \underline{R}, \underline{X}, \underline{Q}, \varphi_k$	$\underline{U}, \underline{I}, \underline{I}_m, \underline{R}, \underline{X}, \underline{P}, \underline{Q}, \underline{A}_{pi}$	$\underline{U}, \underline{I}, \underline{Z}, \underline{R}, \underline{P}, \underline{\psi}_i, \underline{A}_{pi}$	$\underline{U}, \underline{I}, \underline{R}, \underline{X}, \underline{S}, \underline{\psi}_i, \underline{A}_{pi}$	$\underline{U}, \underline{I}, \underline{i}, \underline{Z}, \underline{R}, \underline{P}, \underline{A}_{pi}$

$\psi_i = 0$). При этом угол сдвига фаз между напряжением и током $\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$, что свидетельствует о том, что для этой цепи зависимости изменения напряжения и тока совпадают между собой на линейной диаграмме во времени.

Векторная диаграмма напряжения \underline{U} и тока \underline{I} на плоскости комплексных чисел для данной электрической цепи приведена в табл. 3.3.

На векторной диаграмме ток в цепи направлен по оси действительных чисел, поэтому выражение для комплексного тока записывают в следующем виде: $\underline{I} = I e^{j\psi_i} = I e^{j0} = I$. Комплексное напряжение совпадает по фазе с током, поэтому $\underline{U} = U e^{j\psi_u} = U e^{j0} = U$.

Комплексное сопротивление цепи по закону Ома: $\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I} = U/I = R$.

Комплексная проводимость цепи: $\underline{Y} = 1/\underline{Z} = 1/R$ или $G = 1/R$, где R и G — активные сопротивление и проводимость цепи.

В электрической цепи синусоидального тока, содержащей активное сопротивление R и катушку с индуктивностью L , под

задания 3.26

8	9	10	11	12	13	14	15
$18 + j24$	$50e^{j\frac{\pi}{4}}$	$100e^{j\frac{\pi}{4}}$	$21 + j28$	100	$27 + j36$	100	$-j100$
10	$10e^{j\frac{\pi}{6}}$	$20e^{j\frac{\pi}{12}}$	5	$24 + j32$	3	$30 - j40$	$42 - j56$
$U, i, I, R, X, S, \underline{A}_{\text{ли}}$	$U, I, R, X, S, \underline{A}_{\text{ли}}, \cos \varphi$	$U, I, R, X, S, \underline{A}_{\text{ли}}, \sin \varphi$	$U, u, I, R, P, \psi_u, \cos \varphi$	$U, I, R, P, Q, \underline{A}_{\text{ли}}, \cos \varphi$	$U, I, R, X, S, \underline{A}_{\text{ли}}, \psi_u$	$U, \underline{U}_m, I, \underline{I}_m, R, Q, \psi_i$	$U, \underline{U}_m, I, X, P, Q, \underline{A}_{\text{ли}}$

задания 3.26

23	24	25	26	27	28	29	30
100	$100e^{j\frac{\pi}{3}}$	$3 - j4$	$12 - j16$	$15 + j20$	$-18 - j20$	$21 - j28$	$42 - j56$
$18 + j24$	$50e^{j\frac{\pi}{6}}$	5	10	$+j5$	-10	10	$-j10$
$U, I, i, R, \underline{S}, P, \underline{A}_{\text{ли}}$	$U, I, Z, R, X, S, \underline{A}_{\text{ли}}$	$U, \underline{U}_m, Z, R, Q, \underline{A}_{\text{ли}}, \sin \varphi$	$u, R, X, Z, S, Q, \underline{A}_{\text{ли}}$	$U, I, R, Q, S, \underline{A}_{\text{ли}}, \cos \varphi$	$U, u, R, P, \psi_u, \underline{A}_{\text{ли}}, \sin \varphi$	$U, u, Z, Q, \underline{S}, \underline{A}_{\text{ли}}, \sin \varphi$	$U, u, Z, P, S, \underline{A}_{\text{ли}}, \sin \varphi$

действием изменяющегося по синусоидальному закону напряжения $u = U_m \sin(\omega t + \pi/2)$ возникает синусоидальный ток $i = I_m \sin \omega t$, отстающий по фазе от напряжения на угол $\pi/2$.

При этом начальная фаза напряжения $\psi_u = \pi/2$, а начальная фаза тока $\psi_i = 0$. Угол сдвига фаз между напряжением и током $\varphi = (\psi_u - \psi_i) = \pi/2$.

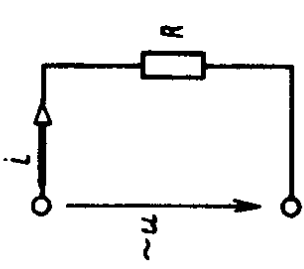
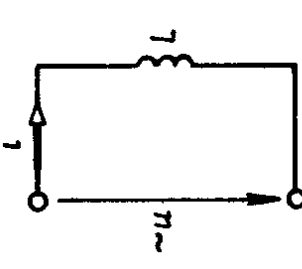
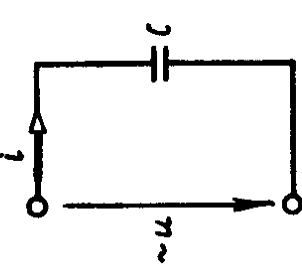
Векторная диаграмма напряжения \underline{U} и тока \underline{I} на плоскости комплексных чисел для данного случая приведена в табл. 3.3.

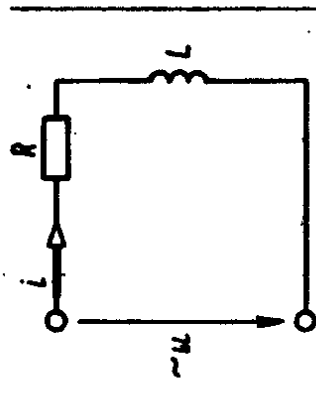
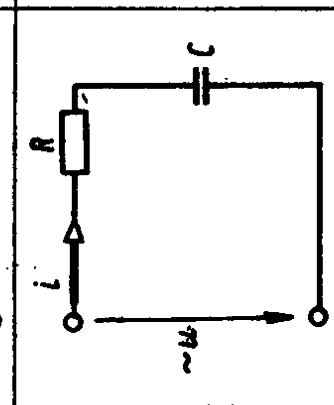
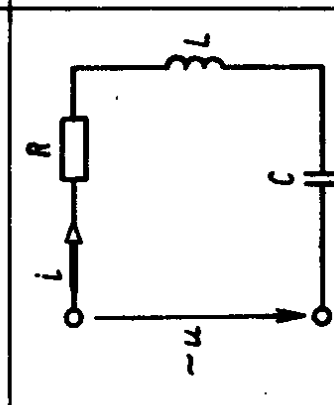
Комплексный ток и комплексное напряжение в этой цепи: $\underline{I} = I e^{i\psi} = I e^{i0} = I$; $\underline{U}_L = U_L e^{i\psi_u} = U_L e^{j\pi/2} = jU$, так как $e^{j\pi/2} = \cos \pi/2 + j \sin \pi/2 = 0 + j \cdot 1 = j$.

Комплексное сопротивление цепи по закону Ома: $\underline{Z}_L = \frac{\underline{U}_L}{\underline{I}} = \frac{jU_L}{I} = j \frac{U_L}{I} = jX_L$, где X_L — индуктивное сопротивление катушки индуктивности.

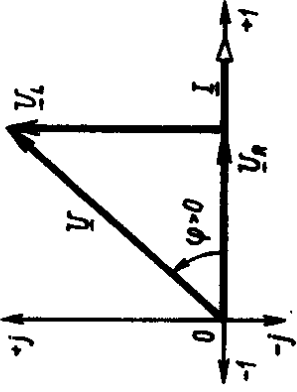
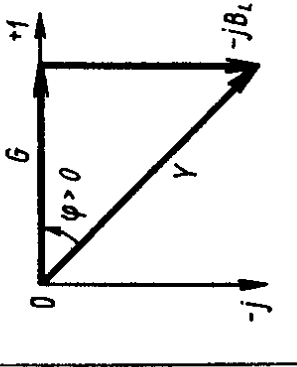
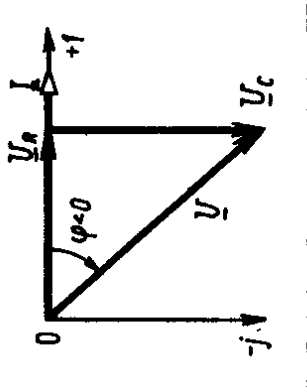
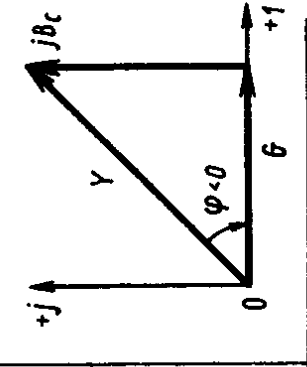
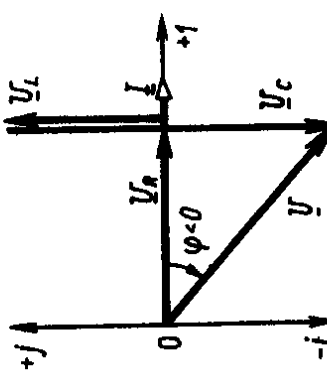
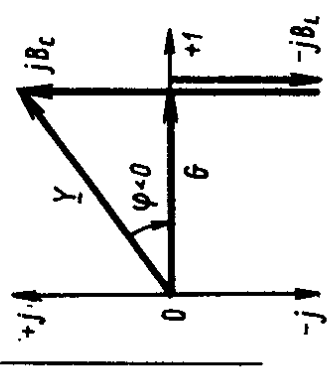
Модуль комплексного сопротивления катушки индуктивности: $Z_L = \sqrt{X_L^2} = X_L (R_x = 0)$.

Комплексная проводимость цепи с катушкой: $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}_L} =$

Элементы цепи	Условное изображение на схемах	Сопротивление, Ом	Комплексное сопротивление, Ом	Проводимость, См
Резистор		R	$\underline{Z} = R$	$G = \frac{1}{R}$
Катушка индуктивности		$X_L = \omega L$	$\underline{Z} = jX_L = j\omega L = X_L e^{j\frac{\pi}{2}}$	$B_L = \frac{1}{\omega L}$
Конденсатор ($R_x = 0$)		$X_C = \frac{1}{\omega C}$	$\underline{Z}_C = -jX_C = -j\frac{1}{\omega C} = X_C e^{-j\frac{\pi}{2}}$	$B_C = \omega C$

<p>Резистор и катушка индуктивности</p>		$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$	$\underline{Z} = R + jX_L = Ze^{j\varphi}$	$G = \frac{R}{R^2 + X_L^2},$ $B_L = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2},$ $Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$
<p>Резистор и конденсатор</p>		$Z = \sqrt{R^2 - X_C^2}$	$\underline{Z} = R - jX_C = Ze^{-j\varphi}$	$G = \frac{R}{R^2 + X_C^2},$ $B_C = \frac{X_C}{R^2 + X_C^2},$ $Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}$
<p>Резистор, катушка индуктивности и конденсатор</p>		$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$	$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = Ze^{j\varphi}$	$G = \frac{R}{R^2 + (X_L - X_C)^2},$ $B_L = \frac{X_L}{R^2 + (X_L - X_C)^2},$ $B_C = \frac{X_C}{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

Элементы цепи	Комплексная проводимость, См	Угол сдвига фаз между напряжением и током, рад	Комплексная мощность $\underline{S} = P + jQ = P + j(Q_L - Q_C)$	Векторные диаграммы на плоскости комплексных чисел	
				тока и напряжений	проводимостей
Резистор	$\underline{Y} = G = \frac{1}{R}$	$\varphi = 0$	$\underline{S} = P = I^2 Z = I^2 R,$ $Q_L = 0; Q_C = 0$		
Катушка индуктивности	$\underline{Y}_L = -jB_L$	$\varphi = \pi/2$	$\underline{S} = jQ_L = jI^2 X_L;$ $P = 0; Q_C = 0$		
Конденсатор	$\underline{Y}_C = jB_C$	$\varphi = -\pi/2$	$\underline{S} = -jQ_C = -jI^2 X_C;$ $P = 0; Q_L = 0$		

Резистор и катушка индуктивности	$\underline{Y} = G - jB_L$	$\varphi = \arctg \frac{X_L}{R},$ $\varphi = \arctg \frac{B_L}{G}$	$\underline{S} = P + jQ_L =$ $= I^2(R + jX_L) =$ $I^2 \underline{Z} = \underline{UI}^*, Q_C = 0$		
Резистор и конденсатор	$\underline{Y} = G + jB_C$	$\varphi = -\arctg \frac{X_C}{R},$ $-\varphi = \arctg \frac{B_C}{G}$	$\underline{S} = P - jQ_C =$ $= I^2 \underline{Z} = \underline{UI}^*,$ $Q_C = 0$		
Резистор, катушка индуктивности и конденсатор	$\underline{Y} = G - j(B_L - B_C)$	$\varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R} =$ $= \frac{B_L - B_C}{G}$	$\underline{S} = P + j(Q_L - Q_C) = I^2 \underline{Z} = \underline{UI}^*$		

П р и м е ч а н и е. Угол сдвига фаз $\varphi \leq \pi/2$ для цепи RL и C зависит от параметров и может быть положительным (при активно-индуктивной нагрузке $X_L > X_C$; $B_C > B_L$) и отрицательным (при активно-емкостной нагрузке $X_C > X_L$; $B_L > B_C$).

$= \frac{1}{jX_L} = \frac{-j}{jX_L(-j)} = -j \frac{1}{X_L} = -jB_L$, где $B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$ — индуктивная реактивная проводимость; L — индуктивность катушки.

В электрической цепи синусоидального тока с конденсатором, обладающим емкостью C (табл. 3.3), под действием напряжения $u = U_m \sin(\omega t - \pi/2)$ возникает ток $i = I_m \sin \omega t$, опережающий напряжение на конденсаторе на угол $\pi/2$.

Начальный фазовый угол тока $\psi_i = 0$, а напряжения $\psi_u = -\pi/2$. Угол сдвига фаз между напряжением U и током I $\varphi = \psi_u - \psi_i = -\pi/2$. Векторная диаграмма напряжения U и тока I на плоскости комплексных чисел для этой цепи приведена в табл. 3.3.

Комплексный ток в цепи конденсатора: $\underline{I} = I e^{j\psi_i} = I$.

Комплексное напряжение на конденсаторе: $\underline{U}_C = U_C e^{j\psi_u} = U e^{-j\pi/2} = -jU_C$.

Комплексное сопротивление конденсатора: $\underline{Z}_C = \underline{U}_C / \underline{I} = -jU_C / I = -jX_C$, где X_C — емкостное сопротивление конденсатора. Модуль комплексного сопротивления цепи с конденсатором: $Z_C = \sqrt{X_C^2} = X_C$.

Комплексная электрическая проводимость конденсатора: $\underline{Y}_C = 1/\underline{Z}_C = 1/(-jX_C) = jB_C$, где $B_C = 1/X_C = \omega C$ — емкостная проводимость конденсатора.

Электрическая цепь синусоидального тока в общем случае содержит активное сопротивление R , индуктивность L и емкость C (табл. 3.3).

В электрической цепи с последовательным соединением активного сопротивления R и индуктивностью L ток отстает от напряжения на угол $\varphi > 0$. При этом комплексное сопротивление цепи и его модуль: $\underline{Z} = R + jX_L = Z e^{j\varphi}$; $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$.

Комплексная проводимость цепи и ее модуль: $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX_L} = \frac{R - jX_L}{(R + jX_L)(R - jX_L)} = \frac{R - jX_L}{R^2 + X_L^2} = \frac{R - jX_L}{Z^2} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X_L}{Z^2}$; $\underline{Y} = G - jB_L$ $Y = \sqrt{G^2 + B_L^2}$, где $G = R/Z^2$ — активная проводимость цепи; $B_L = X_L/Z^2$ — индуктивная реактивная проводимость цепи; $Z^2 = R^2 + X_L^2$.

Угол сдвига фаз между напряжением и током: $\varphi = \arctg \frac{X_L}{R} = \arctg \frac{B_L}{G}$.

Аналогично можно получить соответствующие расчетные формулы для электрических цепей синусоидального тока с различным сочетанием элементов R , L и C , которые даны в табл. 3.3.

Комплексная мощность цепи с активным, индуктивным и емкостным сопротивлениями (R , L , C): $\underline{S} = P + jQ = P + j(Q_L - Q_C)$, где $P = I^2 R$ — активная мощность, $Q_L = I^2 X_L$ — индуктивная составляющая реактивной мощности, $Q_C = I^2 X_C$ — емкостная составляющая реактивной мощности.

Выражение для комплексной мощности может быть записано

в развернутом виде: $S = P + j(Q_L - Q_C) = I^2 R + jI^2 X_L - jI^2 X_C = I^2 [R + j(X_L - X_C)] = I^2 \underline{Z}$, где $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$ — комплексное сопротивление цепи.

Так как квадрат модуля тока $I^2 = \underline{I}^* \underline{I}$, то $S = I^2 Z = \underline{I}^* \underline{I} Z = \underline{I}^* \underline{U}$, где \underline{I} — комплексный ток; \underline{I}^* — сопряженный комплексный ток; I — действующее значение (модуль) тока.

В неразветвленной электрической цепи синусоидального тока с индуктивностью L , емкостью C и активным сопротивлением R при определенных условиях может возникнуть резонанс напряжений (особое состояние электрической цепи, при котором ее реактивное индуктивное сопротивление X_L оказывается равным реактивному емкостному X_C сопротивлению цепи). Таким образом, резонанс напряжений наступает при равенстве реактивных сопротивлений цепи, т. е. при $X_L = X_C$ или $\omega L = 1/\omega C$.

Комплексное сопротивление цепи при резонансе: $\underline{Z} = R + j(X_L - X_C)$; $Z = R$, т. е. полное сопротивление цепи при резонансе напряжений имеет минимальное значение, равное активному сопротивлению R цепи.

Угол сдвига фаз между напряжением и током при резонансе напряжений: $\varphi = \psi_u - \psi_i = \text{arctg} \frac{\omega L - \omega C}{R} = 0$, при этом ток I и напряжение U совпадают по фазе. Коэффициент мощности цепи имеет максимальное значение: $\cos \varphi = R/Z = 1$. Комплексный ток в цепи: $\underline{I} = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{Z e^{j\varphi}} = I e^{j(\psi_u - \varphi)} = I e^{j\psi_i}$, его модуль $I = U/Z = U/R$. При этом ток в цепи приобретает максимальное значение.

Реактивная мощность цепи при резонансе напряжений: $Q = Q_L - Q_C = I^2 X_L - I^2 X_C = I^2 (X_L - X_C) = 0$.

Активная мощность цепи при резонансе приобретает наибольшее значение, равное полной мощности: $P = UI \cos \varphi = S \cos \varphi = S$. На рис. 3.3.1 приведена векторная диаграмма напряжений и тока при резонансе напряжений.

При построении векторной диаграммы для электрической цепи с последовательным включением сопротивлений исходным

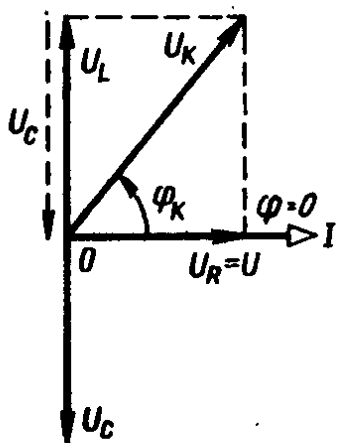


Рис. 3.3.1

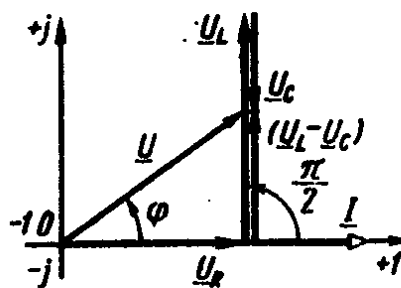


Рис. 3.3.2

является ток I , так как в этом случае значение тока на всех участках цепи одинаково.

Ток I откладывают в соответствующем масштабе ($m_I = n$, А/см), затем относительно тока в принятом масштабе ($m_U = k$, В/см) откладывают напряжение U и падения напряжения ΔU на соответствующих сопротивлениях в последовательности их расположения в цепи.

При этом падение напряжения U_R на активном сопротивлении R строится от начала тока I , совпадающим с ним по фазе (по направлению). Напряжение U_L на индуктивном сопротивлении пристраивается к концу U_R под углом $\pi/2$ относительно тока I в направлении против движения часовой стрелки.

Напряжение U_C на емкости C конденсатора пристраивается к концу вектора U_L под углом $\pi/2$ относительно тока по направлению движения часовой стрелки, т. е. в противофазе с U_L .

Напряжение U , приложенное к цепи (рис. 3.3.2), находят как сумму: $U = U_R + U_L + U_C$. При этом угол сдвига фаз φ между током I и приложенным напряжением U принимается положительным, если он направлен от тока к напряжению в направлении против движения стрелок часов, в противном случае — угол сдвига фаз φ принимается отрицательным.

Литература. [1] § 2.1—2.12; [2] § 2.1—2.14; [3] § 2.1—2.7.

Примеры решения задач

3.27. В сеть переменного тока при напряжении $U = 120$ В и частоте $f = 50$ Гц включена катушка с индуктивностью $L = 0,009$ Г ($R_k = 0$). Определить реактивную мощность Q катушки и энергию W_{Lm} , запасаемую в магнитном поле катушки, записать выражения для мгновенных значений напряжения u , тока i , ЭДС самоиндукции e_L , мгновенной мощности p и средней мощности P за период, если начальная фаза напряжения $\psi_u = \pi/2$. Построить векторную и временную диаграммы.

Решение. Индуктивное сопротивление катушки: $X_L = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,009 = 3$ Ом. Действующее значение тока: $I = U/X_L = 120/3 = 40$ А. Реактивная мощность цепи: $Q = UI = 120 \cdot 40 = 4800$ вар = 4,8 квар. Максимальная энергия, запасаемая в магнитном поле катушки: $W_{Lm} = LI^2 = 0,009 \cdot 40^2 = 14,4$ Дж. Амплитудные значения напряжения и тока: $U_m = \sqrt{2}U = 1,41 \cdot 120 = 169,2$ В; $I_m = \sqrt{2}I = \sqrt{2} \cdot 40 = 1,41 \cdot 40 = 56,4$ А.

Мгновенные значения:

напряжения $u = u_L = U_m \sin(\omega t + \pi/2) = 169,2 \sin(314t + \pi/2)$ В;

тока $i = I_m \sin \omega t = 56,4 \sin 314$ А;

ЭДС самоиндукции катушки $e_L = -u_L = 169,2 \sin(314t - \pi/2)$ В;

мощности цепи $p = ui = U_m \sin(\omega t + \pi/2) I_m \sin \omega t = U_m \cos \omega t I_m \times \sin \omega t = U_m I_m \frac{\sin 2\omega t}{2}$, так как $\sin(\omega t + \pi/2) = \cos \omega t$, а $\sin 2\omega t = 2 \sin \omega t \cos \omega t$.

Для действующих значений напряжения и тока: $p = UI \sin 2\omega t = 120 \cdot 40 \sin 2 \cdot 314t = 4800 \sin 628t$ В · А.

Средняя мощность за период: $P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2\omega t \times dt = 0$.

Векторная диаграмма для действующих значений напряжений и тока приведена на рис. 3.27, а (для цепи с L , $R_r = 0$).

График изменения мгновенной мощности (рис. 3.27, б) представляет собой синусоиду с двойной частотой и амплитудой Q_{Lm} . При этом реактивная мощность $Q_L = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{\sqrt{2}U \sqrt{2}I}{2} = UI = 120 \cdot 40 = 4800$ вар.

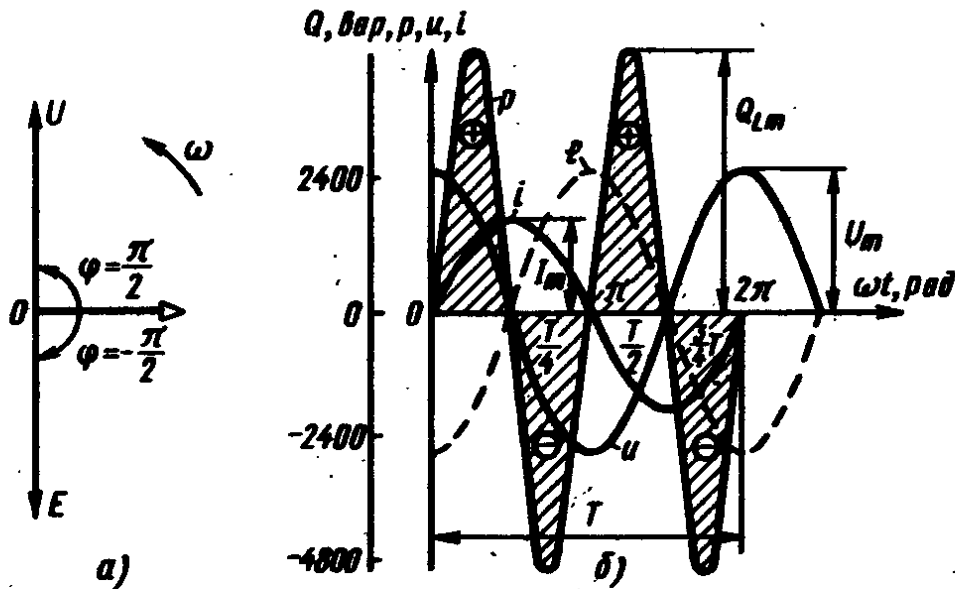


Рис. 3.27

3.28. К сети переменного тока при напряжении $U = 220$ В и частоте $f = 50$ Гц подключен конденсатор с емкостью $C = 20$ мкФ. Определить его реактивное сопротивление X_C , ток I , реактивную мощность Q_C , максимальную энергию W_{cm} , запасаемую в электрическом поле конденсатора. Построить векторную диаграмму для данной цепи.

Решение. Реактивное сопротивление конденсатора: $X_C = 1/\omega C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 160$ Ом. Ток в цепи конденсатора: $I = U/X_C = 220/160 = 1,37$ А. Реактивная мощность цепи: $Q_C = UI = 220 \cdot 1,37 = 302$ вар. Максимальная энергия, запасаемая в электрическом поле конденсатора: $W_{cm} = CU^2 = 20 \cdot 10^{-6} \cdot 220^2 = 968 \cdot 10^{-3}$ Дж.

Векторная диаграмма тока и напряжения приведена на рис. 3.28.

3.29. Для электрической цепи синусоидального тока с конденсатором, обладающим емкостью C , построить временную диа-

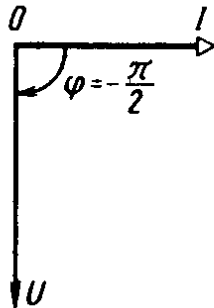


Рис. 3.28

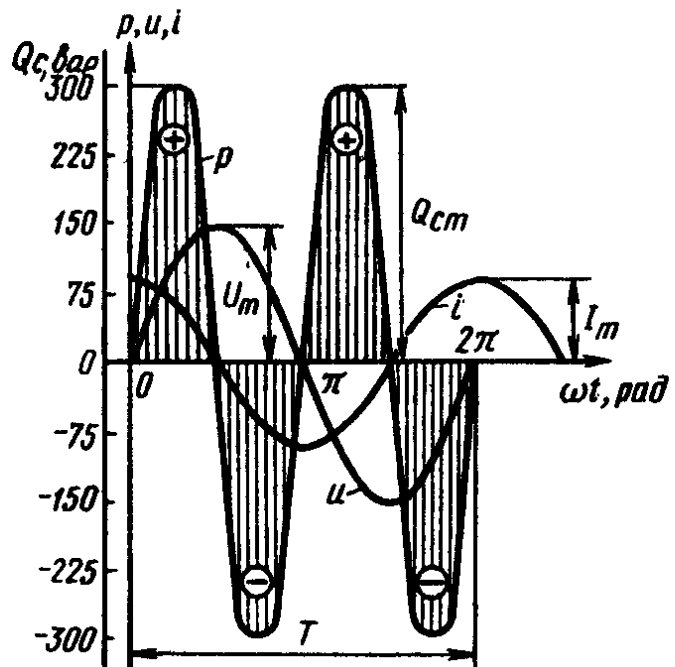


Рис. 3.29

грамму мгновенных значений мощности $p(t)$, если мгновенное значение напряжения $u = 310 \sin 314t$ В, емкостное сопротивление конденсатора $X_C = 160$ Ом.

Решение. Мгновенное значение тока в цепи: $i = \frac{dq}{dt} = \frac{Cdu}{dt} = \frac{Cd(U_m \sin \omega t)}{dt} = CU_m \omega \sin(\omega t + \pi/2) = I_m \cos \omega t$.

Мгновенная мощность цепи: $p = ui = U_m \sin \omega t I_m \cos \omega t = U_m I_m \frac{\sin 2\omega t}{2}$ или для действующих значений напряжения и тока:

$$p = UI \sin 2\omega t = 220 \cdot \frac{220}{160} \sin 2 \cdot 314t = 302 \sin 628t.$$

График изменения мгновенной мощности во времени (рис. 3.29) представляет собой синусоиду с двойной частотой и амплитудой, равной реактивной мощности: $Q_{cm} = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{\sqrt{2}U \sqrt{2}I}{2} =$

$$= UI = 220 \cdot 1,37 = 302 \text{ вар.}$$

3.30. В электрической цепи переменного тока напряжение U и ток I изменяются во времени в соответствии с выражениями $u = 28,2 \sin(628t + 4\pi/9)$ В; $i = 2,82 \sin(628t + 5\pi/18)$ А. Определить активную P , реактивную Q и полную S мощность цепи.

Решение. Мгновенное значение мощности цепи: $p = ui = 28,2 \sin(628t + 4\pi/9) \cdot 2,82 \sin(628t + 5\pi/18) = 28,2 \cdot 2,82 \left\{ \frac{1}{2} \times \right.$

$$\left. \times [\cos(628t + 4\pi/9 - 628t - 5\pi/18) - \cos(628t + 4\pi/9 + 628t + 5\pi/18)] \right\} = 79,5 \left\{ \frac{1}{2} [\cos \pi/6 - \cos(1225t + 13\pi/18)] \right\}$$
 или для

действующих значений тока и напряжения: $p = \frac{28,2 \cdot 2,82}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \times$

$$\times \frac{1}{2} [\cos \pi/6 - \cos(1225t + 13\pi/18)] = 19,8 \cos \pi/6 - 19,8 \cos(1225t + 13\pi/18).$$

Мощности цепи:

активная $P = 19,8 \cos \pi/6 = 19,8 \frac{\sqrt{3}}{2} = 17,1$ Вт; реактивная:
 $Q = 19,8 \sin \pi/6 = 19,8 \cdot \frac{1}{2} = 9,9$ вар; полная: $S = UI = 19,8$ В·А.

3.31. Определить показания ваттметра W в электрической цепи переменного тока (рис. 3.31) при замкнутом и разомкнутом выключателе B . Напряжение источника питания $U = 100$ В, активное и реактивное сопротивления: $R = X_L = X_C = 5$ Ом.

Решение. Полное сопротивление электрической цепи при разомкнутом выключателе B : $Z_p = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2} = \sqrt{5^2} = 5$ Ом, так как $X_L = X_C$, в цепи имеет место резонанс напряжений.

Ток в цепи при разомкнутом выключателе: $I = \frac{U}{Z_p} = \frac{100}{5} = 20$ А. Показания ваттметра при разомкнутом выключателе: $P = RI^2 = 5 \cdot 20^2 = 2000$ Вт = 2 кВт. Полное сопротивление цепи при замкнутом выключателе: $Z_s = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$ Ом. Ток в цепи при замкнутом выключателе: $I = U/Z_s = 100/5\sqrt{2} = 14,2$ А. Показания ваттметра при замкнутом выключателе: $P = RI^2 = 5 \cdot 14,2^2 = 1000$ Вт = 1 кВт.

3.32. При дуговой электросварке на переменном токе дуга развивает мощность $P_d = 600$ Вт при потребляемом токе $I = 20$ А (рис. 3.32, а). Напряжение источника питания $U = 120$ В, частота тока $f = 50$ Гц. Для уменьшения напряжения дуги включена катушка индуктивности, активное сопротивление которой $R_k = 1$ Ом. Найти индуктивность L катушки, величину активного R сопротивления, которое могло бы эту катушку заменить, коэффициент мощности $\cos \phi$, а также КПД η установки при наличии активного сопротивления, заменяющего катушку. Построить векторную диаграмму тока и напряжений.

Решение. Сопротивление электрической дуги: $R_d = P_d/I^2 = 600/20^2 = 1,5$ Ом.

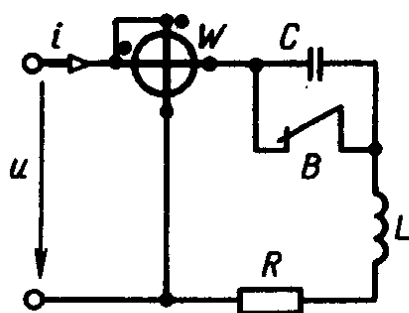


Рис. 3.31

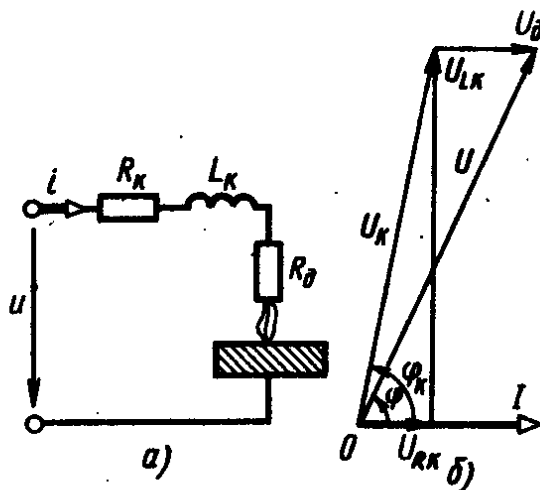


Рис. 3.32

Активная мощность электрической цепи: $P = P_d + I^2 R_k = 600 + 20^2 \cdot 1 = 1000$ Вт; коэффициент мощности: $\cos \varphi = P / IU = 1000 / (20 \cdot 120) = 0,417$; полное сопротивление: $Z = U / I = 120 / 20 = 6$ Ом; индуктивное сопротивление: $X_L = X_k = \sqrt{Z^2 - (R_k + R_d)^2} = \sqrt{6^2 - (1 + 1,5)^2} = 5,46$ Ом.

Индуктивность катушки: $L_k = \frac{X_k}{\omega} = \frac{X_k}{2\pi f} = \frac{5,46}{2 \cdot 3,14 \cdot 50} = 0,0173$ Гн = 17,3 мГн. Напряжение дуги: $U_d = I / R_d = 20 / 1,5 = 30$ В.

Значение эквивалентного активного сопротивления, заменяющего катушку: $R_{эк} = \frac{U - U_d}{I} = \frac{120 - 30}{20} = 4,5$ Ом.

КПД установки при наличии катушки: $\eta = P_d / P = 600 / 1000 = 0,6$ (при $\cos \varphi = 0,417$); то же, установки при наличии эквивалентного активного сопротивления: $\eta_{эк} = \frac{P_d}{P_d + I^2 (R_{эк} + R_d)} = \frac{600}{600 + 20^2 (4,5 + 1)} = \frac{600}{2800} = 0,215$ (при $\cos \varphi = 1$).

Падение напряжения на активном сопротивлении катушки: $U_{R_k} = R_k I = 1 \cdot 20 = 20$ В; на индуктивном сопротивлении катушки: $U_{L_k} = X_k I = 5,46 \cdot 20 = 109,2$ В; на всей катушке: $U_k = \sqrt{U_{R_k}^2 + U_{L_k}^2} = \sqrt{20^2 + 109,2^2} = 111$ В.

Напряжение источника питания: $U = \sqrt{U_k^2 + U_d^2} = \sqrt{111^2 + 30^2} = 120$ В. Векторная диаграмма тока и напряжений приведена на рис. 3.32, б.

3.33. Для неразветвленной электрической цепи переменного тока с катушкой индуктивности L и конденсатором C определить частоту f , ток I в цепи, напряжения на зажимах индуктивности U_L и на зажимах конденсатора U_C при резонансе напряжений. Рассчитать эти же значения при частоте f' , равной 0,8 от резонансной f , построить векторную диаграмму тока I и напряжений: U_k ; U_L ; U_C ; U при этой частоте, если индуктивность катушки $L = 1,5$ Гн, емкость конденсатора $C = 42$ мкФ, активное сопротивление катушки $R = 50$ Ом, напряженно действующее в цепи, $U = 100$ В.

Решение. Резонансная частота цепи: $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \sqrt{1,5 \cdot 42 \cdot 10^{-6}}} = 0,1595 \sqrt{\frac{10^6}{63}} = 20$ Гц.

При резонансе ток в цепи: $I = U / R = 100 / 50 = 2$ А.

Напряжение на зажимах катушки при резонансе: $U_k = Z_k I = I \sqrt{R^2 + X_k^2} = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = 2 \sqrt{50^2 + (6,28 \cdot 20 \cdot 1,5)^2} = 2 \sqrt{50^2 + 189^2} = 2 \cdot 195,3 = 390$ В, то же, активная составляющая напряжения: $U_{ак} = RI = 50 \cdot 2 = 100$ В, реактивная составляющая напряжения: $U_L = X_L I = \omega L I = 6,28 \cdot 20 \cdot 1,5 \cdot 2 = 378$ В; напряжение на конденсаторе: $U_C = I \frac{1}{\omega C} = 2 \frac{1}{6,28 \cdot 42 \cdot 10^{-6}} = 378$ В.

Согласно условию значение пониженной частоты: $f' = 0,8f = 0,8 \cdot 20 = 16$ Гц.

При пониженной частоте: реактивное сопротивление катушки индуктивности: $X_L = \omega'L = 2\pi f'L = 6,28 \cdot 16 \cdot 1,5 = 150,72$ Ом; реактивное сопротивление конденсатора: $X_C = 1/\omega'C =$

$$= \frac{1}{6,28 \cdot 16 \cdot 42 \cdot 10^{-6}} = \frac{10^6}{4220} = 237 \text{ Ом}; \text{ полное со-}$$

противление катушки индуктивности: $Z'_k =$

$$= \sqrt{R^2 + (\omega'L)^2} = \sqrt{50^2 + (150,72)^2} = 162 \text{ Ом}; \text{ пол-}$$

ное сопротивление цепи: $Z' = \sqrt{R^2 + (\omega'L -$

$$- \frac{1}{\omega'C})^2} = \sqrt{50^2 + (150,72 - 237)^2} \cong 100 \text{ Ом}; \text{ ток}$$

в цепи: $I = U/Z' = 100/100 = 1$ А; напряжение

на катушке: $U_k = Z'_k I = 162 \cdot 1 = 162$ В; напряжение на конденса-

торе: $U_c = X_C I = 237 \cdot 1 = 237$ В; полная мощность цепи: $S = UI =$

$= 100 \cdot 1 = 100$ В·А; активная мощность цепи: $P = RI^2 = 50 \cdot I^2 =$

$= 50$ Вт; реактивная мощность цепи: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{100^2 - 50^2} =$

$= \sqrt{7500} = 87$ вар; коэффициент мощности установки: $\cos \varphi =$

$= P/S = 50/100 = 0,5$.

Векторная диаграмма для рассматриваемой неразветвленной цепи R, L и C при частоте $f = 16$ Гц приведена на рис. 3.33.

3.34. Катушка индуктивности L и конденсатор с емкостью C включены последовательно в сеть переменного тока с частотой $f = 50$ Гц (рис. 3.34, а). Для определения параметров цепи нако-

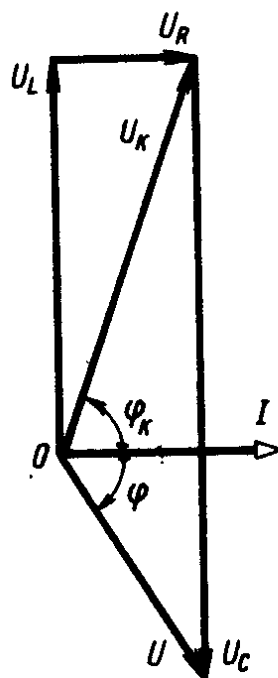


Рис. 3.33

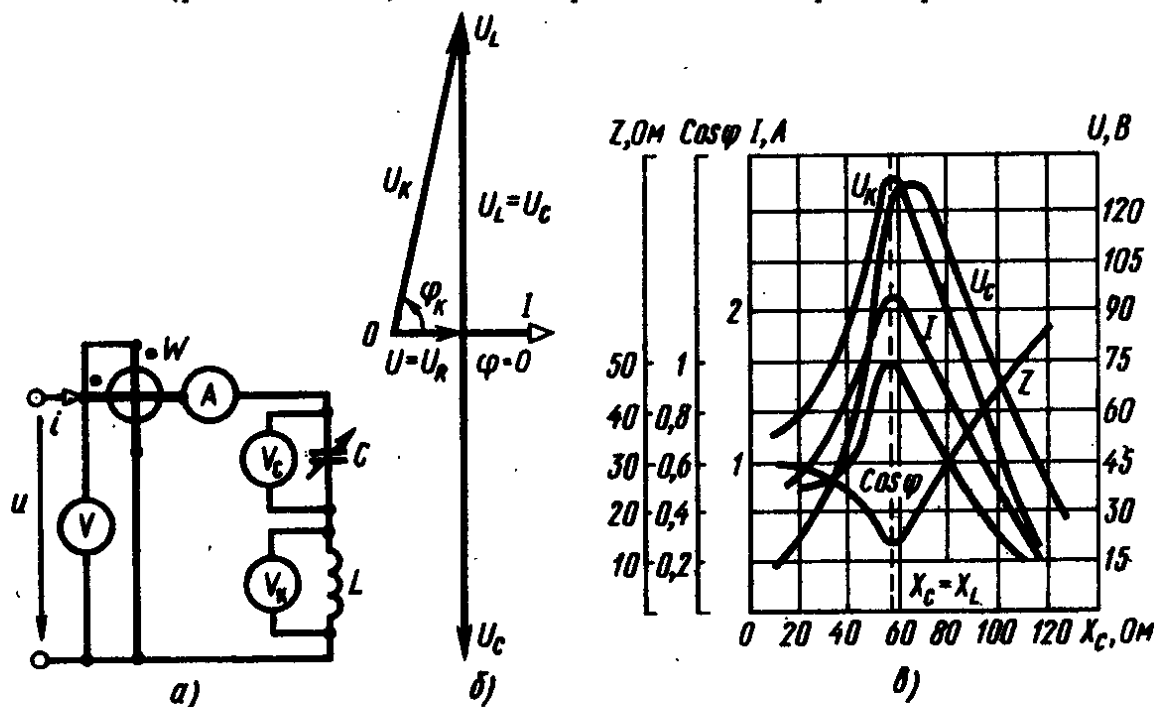


Рис. 3.34

ротко замкнули катушку проводником и сняли показания приборов. Затем проводник, закорачивающий катушку, отсоединили, закоротили им конденсатор и сняли показания приборов, далее при отсутствии закорачивающего проводника, изменяя значение емкости конденсатора, сняли показания приборов до и после резонанса и при резонансе напряжений (табл. 3.4).

Определить параметры катушки индуктивности и конденсатора, построить векторную диаграмму тока I и напряжений U для резонанса напряжений, а также зависимости изменения тока I , коэффициента мощности цепи $\cos\varphi$ и $\cos\varphi_k$ катушки, напряжения на катушке U_k , напряжения на конденсаторе U_c и полного сопротивления цепи Z от емкостного сопротивления X_c конденсатора, т. е. I , $\cos\varphi$, $\cos\varphi_k$, U_k , U_c , $Z(X_c)$.

Таблица 3.4

Измерения					Вычисления								
U , В	U_k , В	U_c , В	I , А	P , Вт	Z , Ом	X_c , Ом	Z_k , Ом	X_k , Ом	R_k , Ом	L , Гн	C , мкФ	$\cos\varphi_k$	$\cos\varphi$
50	0	50	2	0	25	25	—	—	—	—	127	—	—
48	48	0	0,8	8,35	60	—	60	59,5	13	0,185	—	0,217	0,25
26	30	55	0,5	3	52	110	60	59	12	0,19	29	0,2	0,23
30	116	130	1,95	50	15,4	66	59,5	59	13,2	0,19	47,7	0,22	0,86
30	130	125	2,16	65	13,9	58	60,2	58	13,9	0,19	54,7	0,23	1
33	88	60	1,47	30	22,4	41	60	58,5	13,8	0,186	77,8	0,23	0,617
26	57	15	0,93	12	28	16,1	16,2	60	13,8	0,196	197	0,25	0,565

Решение. Полное сопротивление цепи при закороченной катушке индуктивности ($U_k=0$, по данным табл. 3.4): $Z=U/I=50/2=25$ Ом.

Емкостное сопротивление конденсатора: $X_c = \frac{U_c}{I} = \frac{50}{2} = 25$ Ом; емкость конденсатора: $C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{314 \cdot 25} = 0,000127$ Ф = 127 мкФ.

Полное сопротивление цепи при закороченном конденсаторе ($U_c=0$, по данным табл. 3.4): $Z=U/I=48/0,8=60$ Ом.

Сопротивления катушки индуктивности: полное $Z_k = U_k/I = 48/0,8 = 60$ Ом; активное $R_k = P/I^2 = 8,35/0,8^2 = 13$ Ом; индуктивное $X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{60^2 - 13^2} = 59,5$ Ом.

Индуктивность катушки: $L = X_k/\omega = 59,5/314 = 0,185$ Гн.

Коэффициент мощности катушки: $\cos\varphi_k = R_k/Z_k = 13/60 = 0,217$.

Полное сопротивление цепи при наличии конденсатора с измененной емкостью C и катушкой индуктивности (см. табл. 3.4): $Z=U/I=26/0,5=52$ Ом.

Емкостное сопротивление конденсатора: $X_c = U_c/I = 55/0,5 =$

$= 110 \text{ Ом}$. Емкость конденсатора: $C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \cdot 110} = 29 \text{ мкФ}$.

Полное сопротивление катушки индуктивности: $Z_k = U_k / I = 30 / 0,5 = 60 \text{ Ом}$.

Сопротивления катушки индуктивности: активное $R_k = P / I^2 = 3 / 0,5^2 = 12 \text{ Ом}$; индуктивное $X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{60^2 - 12^2} = 59 \text{ Ом}$.

Индуктивность катушки: $L_k = X_k / \omega = 59 / 314 = 0,19 \text{ Гн}$.

Коэффициенты мощности: катушки $\cos \varphi_k = R_k / Z_k = 12 / 60 = 0,2$; цепи $\cos \varphi = R_k / Z = 12 / 52 = 0,23$.

Полные сопротивления цепи при резонансе $Z = U / I = 30 / 2,16 = 13,9 \text{ Ом}$, катушки $Z_k = U_k / I = 130 / 2,16 = 60,2 \text{ Ом}$.

Емкостное сопротивление конденсатора: $X_C = U_C / I = 125 / 2,16 = 58 \text{ Ом}$. Емкость конденсатора: $C = 1 / (\omega X_C) = 1 / (314 \cdot 58) = 54,7 \text{ мкФ}$. Активное сопротивление катушки: $R_k = P / I^2 = 65 / 2,16 = 13,9 \text{ Ом}$. Индуктивное сопротивление катушки: $X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{60,2^2 - 13,9^2} = 58 \text{ Ом}$ или $X_L = X_C$ (точка резонанса).

Индуктивность катушки: $L = \frac{X_k}{\omega} = \frac{58,4}{314} \cong 0,19 \text{ Гн}$.

Падение напряжения на индуктивном сопротивлении: $U_L = X_L I = 58 \cdot 2,16 = 125 \text{ В}$, т. е. $U_L \cong U_C$.

Падение напряжения на активном сопротивлении катушки $U_R = R_k I = 13,9 \cdot 2,16 = 30 \text{ В}$.

цепи $\cos \varphi = \frac{R_k}{Z} = \frac{13,9}{13,9} = 1$.

Коэффициент мощности цепи $\cos \varphi = \frac{R_k}{Z} = \frac{13,9}{13,9} = 1$.

Следует заметить, что некоторый разброс полученных расчетных данных обусловлен погрешностью эксперимента.

Векторная диаграмма тока и напряжений при резонансе представлена на рис. 3.34, б, а резонансные кривые на рис. 3.34, в.

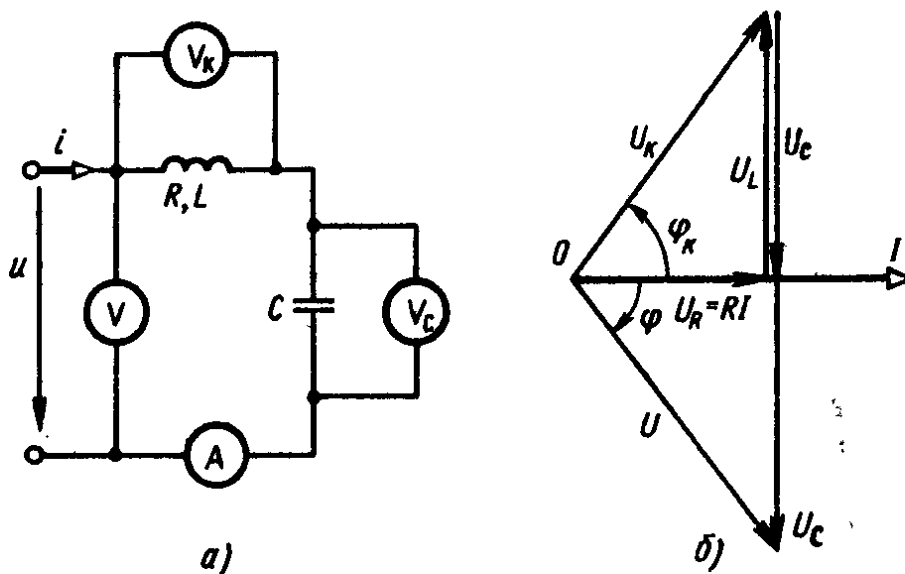


Рис. 3.35

3.35. Вольтметр V , включенный в схему рис. 3.35, *а*, показывает напряжение $U = 50$ В. Определить показания всех других приборов, если сопротивления: $R = 3$ Ом; $X_L = 4$ Ом; $X_C = 8$ Ом. Каковы будут показания амперметра A и вольтметров V_k и V_c , если индуктивные сопротивления катушки конденсатора приобретут значения $X'_L = 1004$ Ом и $X'_C = 1008$ Ом. Построить векторную диаграмму тока I и напряжений: U_R , U_k и U_c .

Решение. Полное сопротивление катушки индуктивности: $Z_k = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ Ом. Полное сопротивление цепи: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3^2 + (4 - 8)^2} = 5$ Ом. Показание амперметра A (ток в цепи): $I = U/Z = 50/5 = 10$ А. Показание вольтметра U_c (напряжение на конденсаторе): $U_c = I \cdot X_C = 10 \cdot 8 = 80$ В. Показание вольтметра U_k (напряжение на катушке индуктивности): $U_k = Z_k I = 5 \cdot 10 = 50$ В. Полное сопротивление катушки с индуктивным сопротивлением $X'_L = 1004$ Ом: $Z'_k = \sqrt{R^2 + (X'_L)^2} = \sqrt{3^2 + 1004^2} = 1005$ Ом.

При индуктивном X'_L и емкостном X'_C сопротивлениях: полное сопротивление $Z' = \sqrt{R^2 + (X'_L - X'_C)^2} = \sqrt{3^2 + (1004 - 1008)^2} = 5$ Ом, ток в цепи $I = U/Z' = 50/5 = 10$ А, показание вольтметра конденсатора $U_c = X'_C I = 1008 \cdot 10 = 10\,080$ В, показание вольтметра катушки $U_k = Z'_k I = 1005 \cdot 10 = 10\,050$ В. Векторная диаграмма напряжений \underline{U} , $\underline{U_R}$, $\underline{U_c}$, $\underline{U_L}$ и тока \underline{I} для рассматриваемой цепи приведена на рис. 3.35, *б*.

Задачи

3.36. В сеть переменного тока с напряжением $U = 220$ В при частоте $f = 50$ Гц включен потребитель электроэнергии с сопротивлением $R = 88$ Ом. Определить действующее I и амплитудное I_m значения тока, а также активную мощность P цепи. Записать выражения для мгновенных значений напряжения u и тока i , если начальная фаза напряжения $\psi_u = \frac{\pi}{3}$. Построить векторную и временную диаграммы. *Ответ.* $I = 2,5$ А; $I_m = 3,52$ А; $P = 0,55$ кВт; $u = 311 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$; $i = 3,52 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$.

3.37. Определить индуктивное сопротивление X_L катушки с индуктивностью $L = 0,4$ мГн, включенной в цепь переменного тока с частотой $f = 50$ Гц. *Ответ.* $X_L = 0,1256$ Ом.

3.38. Определить реактивное сопротивление X_C конденсатора с емкостью $C = 2$ мкФ, включенного в цепь переменного тока, при частоте питающего напряжения $f = 25$ Гц. *Ответ.* $X_C \cong 3200$ Ом.

3.39. Построить график зависимости реактивного сопротивления конденсатора X_C с емкостью $C = 2$ мкФ, включенного в цепь переменного тока, от частоты f переменного тока в пределах от 0 до $f = 100$ Гц. *Без ответа.*

3.40. Для однофазной неразветвленной электрической цепи переменного тока определить падение напряжения ΔU_L на индуктивном сопротивлении X_L , напряжение U , приложенное в цепи,

активную P , реактивную Q и полную S мощности и коэффициент мощности $\cos\varphi$ цепи, если активное и реактивное сопротивления $R = X_L = 3 \text{ Ом}$, а падение напряжения на активном сопротивлении $\Delta U_R = 60 \text{ В}$. *Ответ.* $\Delta U_L = 60 \text{ В}$; $U = 84,6 \text{ В}$; $P = 1,2 \text{ кВт}$; $Q = 1,2 \text{ квар}$; $S = 1,692 \text{ кВ}\cdot\text{А}$; $\cos\varphi = 0,71$.

3.41. В неразветвленную электрическую цепь переменного тока с напряжением $U = 110 \text{ В}$ при частоте $f = 50 \text{ Гц}$ включена катушка с индуктивностью $L = 9 \text{ мГн}$ и активным сопротивлением $R = 4 \text{ Ом}$. Определить индуктивное сопротивление X_L катушки,

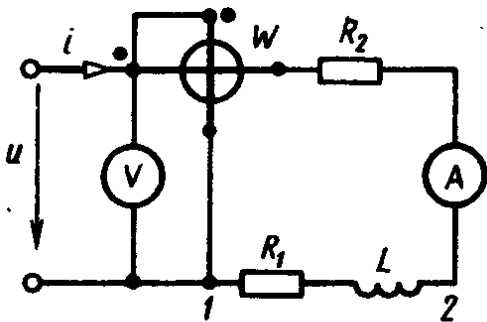


Рис. 3.42

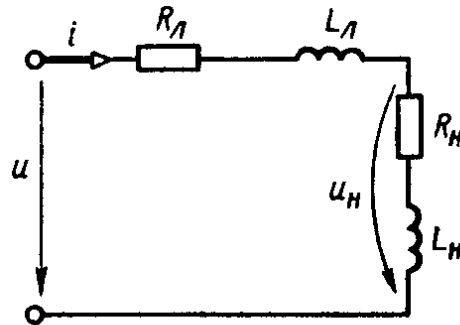


Рис. 3.43

падение напряжения на сопротивлениях ΔU_R и ΔU_L , активную I_a и реактивную I_p составляющие тока I , а также энергию W , потребляемую цепью за время $t = 50 \text{ с}$. *Ответ:* $X_L = 3 \text{ Ом}$; $\Delta U_R = 88 \text{ В}$; $\Delta U_L = 66 \text{ В}$; $I_a = 17,6 \text{ А}$; $I_p = 13,2 \text{ А}$; $W = 26 \text{ Вт}$.

3.42. Приборы, включенные в электрическую цепь переменного тока (рис. 3.42), показывают: ток $I = 5 \text{ А}$, напряжение $U = 120 \text{ В}$, мощность $P = 512 \text{ Вт}$. Определить величину сопротивлений R_1 и X_L , найти падение напряжения ΔU_{12} и сдвиг фаз φ между током и напряжением на участке 1—2 цепи, если $R_2 = 11 \text{ Ом}$. Построить векторную диаграмму напряжений. *Ответ.* $R_1 = 9,5 \text{ Ом}$; $X_L = 25 \text{ Ом}$; $\Delta U_{12} = 78 \text{ Ом}$; $\varphi_{12} = 35^\circ 15'$.

3.43. К однофазной сети переменного тока с активным и реактивным сопротивлениями линии: $R_\lambda = 1 \text{ Ом}$ и $X_\lambda = 2 \text{ Ом}$ присоединен потребитель электроэнергии с номинальными значениями мощности $P_{\text{ном}} = 100 \text{ кВт}$, коэффициента мощности $\cos\varphi_{\text{ном}} = 0,8$ и напряжения $U_{\text{ном}} = 1000 \text{ В}$ (рис. 3.43). Определить ток I в линии, активное R_n , индуктивное X_L и полное Z_n сопротивления потребителя, а также напряжение U в начале линии. *Ответ.* $I = 125 \text{ А}$; $R_n = 6,4 \text{ Ом}$; $X_L = 4,8 \text{ Ом}$; $Z_n = 0,8 \text{ Ом}$; $U = 1250 \text{ В}$.

3.44. В неразветвленную электрическую цепь переменного тока включены резистор R и конденсатор C . Определить полное сопротивление Z цепи, приложенное к ней напряжение U , а также напряжения на резисторе U_R и конденсаторе U_C , построить векторную диаграмму напряжений и тока и треугольник сопротивлений, если известно, что мгновенное значение приложенного к цепи напряжения $u_1 = 141 \sin \omega t \text{ В}$, величины активного и емкостного сопротивлений: $R = 3 \text{ Ом}$; $X_C = 4 \text{ Ом}$. *Ответ.* $I = 20 \text{ А}$; $U = 100 \text{ В}$; $Z = 5 \text{ Ом}$; $U_R = 60 \text{ В}$; $U_C = 80 \text{ В}$.

3.45 В неразветвленную электрическую цепь переменного

тока с сопротивлениями $R=3\text{ Ом}$ и $X_C=4\text{ Ом}$ включен ваттметр, показание которого $P=1,2\text{ кВт}$. Определить ток I , полное сопротивление цепи Z , коэффициент мощности $\cos\varphi$ и приложенное к цепи напряжение U , построить векторную диаграмму тока и напряжения. Нарисовать схему электрической цепи. *Ответ.* $I=20\text{ А}$; $Z=5\text{ Ом}$; $\cos\varphi=0,6$; $U=100\text{ В}$.

3.46. Определить полное сопротивление Z , ток I и питающее напряжение U , построить векторную диаграмму напряжений и треугольнички сопротивлений и мощности для неразветвленной электрической цепи переменного тока с активными и реактивными сопротивлениями $R=10\text{ Ом}$; $X_L=25\text{ Ом}$; $X_C=15\text{ Ом}$, если мгновенное значение приложенного к цепи напряжения $u=310\sin\omega t$, В. *Ответ.* $Z=14,1\text{ Ом}$; $I=15,5\text{ А}$; $U=220\text{ В}$.

3.47. Для неразветвленной электрической цепи переменного тока, содержащей активное и реактивное сопротивления $R=4\text{ Ом}$; $X_C=15\text{ Ом}$; $X_L=12\text{ Ом}$, определить полное сопротивление цепи Z и ток I , если приложенное к цепи напряжение $U=110\text{ В}$. Построить векторную диаграмму напряжений и тока. *Ответ.* $Z=5\text{ Ом}$; $I=22\text{ А}$.

3.48. В электрическую цепь переменного тока включены последовательно катушка с индуктивностью $L=158\text{ мГн}$ и активным сопротивлением $R_1=8\text{ Ом}$, конденсатор с емкостью $C=64,5\text{ мкФ}$ и резистор с сопротивлением $R_2=3\text{ Ом}$. Можно ли включить такую цепь под напряжение $U=66\text{ В}$ при частоте $f=50\text{ Гц}$, если номинальное напряжение катушки $U_{\text{ном}}=120\text{ В}$? Построить векторную диаграмму тока и напряжений. *Ответ.* $U_k=300\text{ В}$. Нельзя включать, так как при этом $U_k > U_{\text{ном}}$.

3.49. Определить ток I , напряжение U , активную P , реактивную Q и полную S мощности неразветвленной электрической цепи переменного тока, содержащей активное и реактивные сопротивления: $R=4\text{ Ом}$; $X_L=7\text{ Ом}$ и $X_C=10\text{ Ом}$. Мгновенное значение приложенного напряжения $u=310\sin\omega t$, В. Построить треугольник мощностей. *Ответ.* $I=44\text{ А}$; $U=220\text{ В}$; $P=7,75\text{ кВт}$; $Q=5,8\text{ квар}$; $S=9,68\text{ кВт}\cdot\text{А}$.

3.50. В условиях задачи 3.49 определить частоту f_0 , при которой наступит в цепи резонанс напряжений, ток I_0 , а также полную мощность S_0 цепи при резонансе. *Ответ.* $f_0=60\text{ Гц}$; $I_0=55\text{ А}$; $S_0=12,1\text{ кВт}\cdot\text{А}$.

3.51. В сеть переменного тока включены последовательно ка-

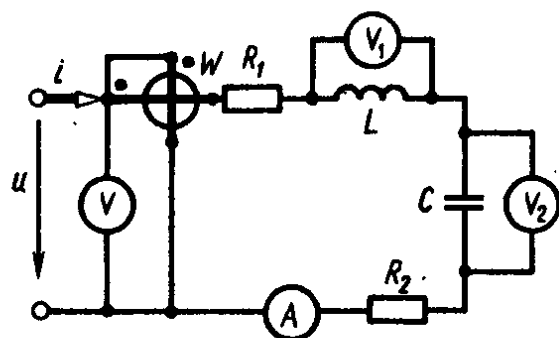


Рис. 3.53

тушка с активным сопротивлением $R=10\text{ Ом}$ и индуктивностью $L=133\text{ мГн}$ и конденсатор с емкостью $C=159\text{ мФ}$. Определить ток I в цепи и напряжения на катушке U_k и конденсаторе U_c при напряжении питающей сети $U=120\text{ В}$, построить векторную диаграмму тока и напряжений. *Ответ.* $I=5\text{ А}$; $U_k=215\text{ В}$; $U_c=100\text{ В}$.

3.52. Определить ток в нераз-

ветвленной электрической цепи переменного тока, содержащей активное и реактивные сопротивления: $R = 1 \text{ Ом}$; $X_C = 5 \text{ Ом}$; $X_L = 80 \text{ Ом}$, а также частоту f_0 , при которой наступает резонанс напряжений, ток I_0 , напряжение на конденсаторе U_C и индуктивности U_L при резонансе, если напряжение питающей сети $U = 300 \text{ В}$ при частоте $f = 50 \text{ Гц}$. *Ответ.* $I = 3,9 \text{ А}$; $f_0 = 12,5 \text{ Гц}$; $I_0 = 300 \text{ А}$; $U_C = U_L = 6000 \text{ В}$.

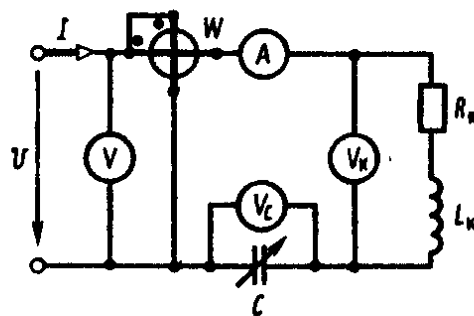


Рис. 3.54

3.53. В электрической цепи переменного тока, приведенной на рис. 3.53, показание вольтметра $U = 200 \text{ В}$, активные и реактивные сопротивления цепи: $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$; $X_L = X_C = 20 \text{ Ом}$. Определить показания вольтметров V_1 и V_2 , амперметра A и ваттметра W . *Ответ:* $U_1 = U_2 = 200 \text{ В}$; $I = 10 \text{ А}$; $P = 2000 \text{ Вт}$.

Контрольное задание

3.54. В электрической цепи переменного тока имеет место резонанс напряжений (рис. 3.54) при частоте питающего тока f . Используя данные, приведенные в табл. 3.5 для соответствующего варианта задания, определить показания вольтметра V_k на зажимах катушки индуктивности, активное R_k и индуктивное X_k сопротивления катушки, показание ваттметра W , реактивную мощность Q_k катушки индуктивности, емкость C конденсатора, индуктивность L_k и коэффициент мощности $\cos \phi_k$ катушки. Построить векторную диаграмму тока I и напряжений в цепи. Показания вольтметра V_C , включенного на зажимы конденсатора U_C , напряжение U , приложенное к цепи, и показание амперметра A приведены в табл. 3.5.

Т а б л и ц а 3.5

Величины	Варианты контрольного задания 3.54														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$U, \text{ В}$	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
$U_C, \text{ В}$	60	62	64	66	68	70	72	74	76	78	80	82	84	86	88
$I, \text{ А}$	2	4	7	8	9	10	11	12	13	14	10	8	17	9	19

Продолжение табл. 3.5

Величины	Варианты контрольного задания 3.54														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$U, \text{ В}$	48	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68
$U_C, \text{ В}$	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114	116	118
$I, \text{ А}$	20	7	11	23	6	10	13	27	28	29	10	31	16	11	17

Варианты	1—3	4—6	7—9	10—12	13—15	16—18	19—21	22—24	25—27	28—30
f , Гц	25	50	60	75	100	125	150	175	200	250

Дополнительное задание. а. Определить емкость C конденсатора, соответствующую условиям резонанса напряжений, приняв величину реактивного индуктивного сопротивления X_L , определенную в условиях основного задания, неизменной, если частота f питающего напряжения для соответствующего варианта изменилась (указана в табл. 3.6).

б. По п. а определить индуктивность катушки L_K при неизменном емкостном сопротивлении X_C в условиях резонанса напряжений.

в. По п. а и б определить все величины, соответствующие резонансу напряжений в цепи.

Построить векторную диаграмму тока и напряжений при резонансе напряжений, треугольники сопротивлений и проводимостей катушки индуктивности.

Примечание. В вариантах 31—60 ток I увеличить в 2 раза, в вариантах 61—90 напряжение U_C на конденсаторе уменьшить в 2 раза.

§ 3.4. ЛИНЕЙНЫЕ ОДНОФАЗНЫЕ СИНУСОИДАЛЬНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ И СМЕШАННЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ ЦЕПИ

Во многих случаях приходится встречаться с расчетом сложных электрических цепей синусоидального тока, которые в общем случае являются цепями со смешанным соединением сопротивлений (рис. 3.4.1). Эти электрические цепи могут быть разделены на участки с последовательным и участки с параллельным соединением сопротивлений.

При *параллельном* соединении сопротивлений (участок 1—2, рис. 3.4.1) параллельные ветви электрической цепи находятся под одним и тем же напряжением $U_1 = U_{12}$, поэтому для каждой из этих ветвей определение всех расчетных величин производится по формулам, справедливым для отдельных сопротивлений электрических цепей с *последовательным* соединением сопротивлений. Для участка цепи с *параллельным* соединением сопротивлений ток на разветвленном участке определяется в соответствии

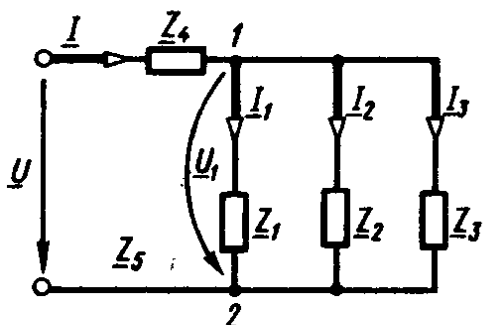


Рис. 3.4.1

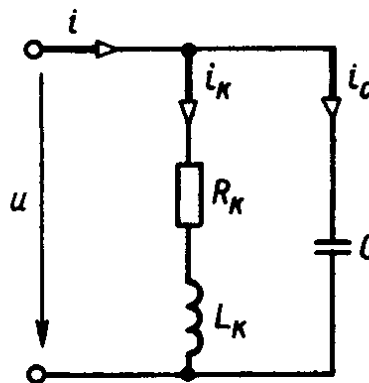


Рис. 3.4.2

с первым законом Кирхгофа, записанным для узла разветвления в векторной форме: $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$. Этот ток можно определить графически с помощью векторной диаграммы как сумму составляющих векторов токов, а также с помощью комплексных чисел, так как комплексный ток $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$, т. е. равен сумме комплексных составляющих токов.

Токи в отдельных ветвях электрической цепи могут быть определены через комплексные сопротивления или комплексные проводимости соответствующих ветвей: $\underline{I}_1 = \underline{U}_1 / \underline{Z}_1 = \underline{U}_1 (1 / \underline{Z}_1) = \underline{U}_1 \underline{Y}_1$; $\underline{I}_2 = \underline{U}_1 / \underline{Z}_2 = \underline{U}_1 (1 / \underline{Z}_2) = \underline{U}_1 \underline{Y}_2$; $\underline{I}_3 = \underline{U}_1 / \underline{Z}_3 = \underline{U}_1 \underline{Y}_3$, где в общем случае $\underline{Z}_1 = R_1 \pm jX_1$; $\underline{Z}_2 = R_2 \pm jX_2$; $\underline{Z}_3 = R_3 \pm jX_3$.

При этом ток в неразветвленной части цепи равен произведению напряжения \underline{U}_1 на параллельном участке цепи на сумму комплексных проводимостей параллельно включенных сопротивлений $\underline{I}_1 = \underline{U}_1 (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3)$. Сопротивления отдельных ветвей могут носить активно-реактивный характер при наличии индуктивных X_L и емкостных X_C сопротивлений, поэтому в общем случае комплексные сопротивления могут быть определены через активные G и реактивные B проводимости: $\underline{Y}_1 = G_1 \pm jB_1$; $\underline{Y}_2 = G_2 \pm jB_2$; $\underline{Y}_3 = G_3 \pm jB_3$. Модули полных проводимостей ветвей: $Y_1 = \sqrt{G_1^2 + B_1^2}$; $Y_2 = \sqrt{G_2^2 + B_2^2}$; $Y_3 = \sqrt{G_3^2 + B_3^2}$.

С учетом этого полная проводимость участка электрической цепи с параллельным соединением сопротивлений: $\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 +$

$$+ \underline{Y}_3 = (G_1 + G_2 + G_3) \pm j(B_1 + B_2 + B_3) = \sum_{k=1}^n G_k \pm j \sum_{k=1}^n B_k, \text{ где } B_1 = \\ = (B_{L1} - B_{C1}); B_2 = (B_{L2} - B_{C2}); B_3 = (B_{L3} - B_{C3}); \sum_{k=1}^n B_k = \left(\sum_{k=1}^n B_{Lk} - \right. \\ \left. - \sum_{k=1}^n B_{Ck} \right).$$

При этом активные и реактивные проводимости: $G_1 = \frac{R_1}{Z_1^2}$; $G_2 = \frac{R_2}{Z_2^2}$; $G_3 = \frac{R_3}{Z_3^2}$ и $B_1 = \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1^2}$; $B_2 = \frac{X_{L2} - X_{C2}}{Z_2^2}$; $B_3 = \frac{X_{L3} - X_{C3}}{Z_3^2}$.

При параллельном соединении индуктивного и емкостного сопротивлений (рис. 3.4.2) в электрической цепи возможен резонанс токов (особое состояние электрической цепи, в простейшем случае при параллельном соединении индуктивности L и емкости C , при котором реактивная индуктивная проводимость равна реактивной емкостной проводимости, т. е. $B_L = B_C$).

Полная проводимость электрической цепи при резонансе токов $Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = G$ оказывается минимальной, равной активной проводимости цепи.

Векторная диаграмма токов и напряжения при резонансе токов приведена на рис. 3.4.3. Коэффициент мощности в электрической цепи $\cos \varphi = G / Y = G / G = 1$ принимает максимальное значение, а угол сдвига фаз между током и напряжением $\varphi = 0$,

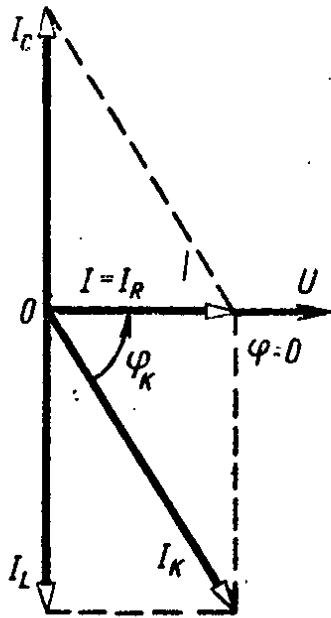


Рис. 3.4.3

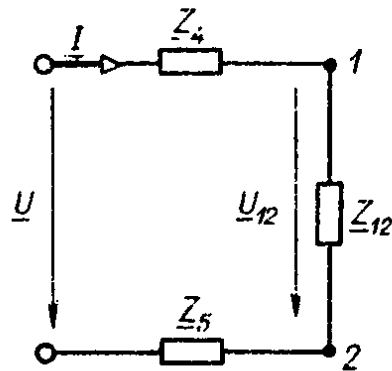


Рис. 3.4.4

поэтому при резонансе токов напряжение U и общий ток I совпадают по фазе ($\Psi_i = \Psi_u$).

При наличии в цепи идеальной катушки индуктивности с активным сопротивлением $R_k = 0$ при резонансе энергия из питающей сети не потребляется.

Реактивная мощность цепи: $Q = Q_L - Q_C = U^2 B_L - U^2 B_C = U^2 (B_L - B_C) = 0$.

При смешанном соединении сопротивлений (см. рис. 3.4.1) электрическая цепь при расчете приводится к виду рис. 3.4.4. Полное сопротивление Z_{12} участка цепи 1—2 может быть определено через ее полную проводимость $Z_{12} = 1/Y_{12}$. При этом расчет электрической цепи со смешанным соединением сопротивлений сводится к расчету простейшей электрической цепи с последовательным соединением сопротивлений.

Если при последовательном соединении сопротивлений векторная диаграмма строится начиная с комплексного тока I , который является общим для всех сопротивлений, то при параллельном и смешанном соединении сопротивлений векторную диаграмму строят, начиная с вектора напряжения U_{12} на параллельном участке электрической цепи.

Литература. [1] § 2.13—2.15; [2] § 2.17—2.19; [3] § 2.8—2.11.

Примеры решения задач

3.55. Определить полное Z , активное R , реактивное X сопротивления, коэффициент мощности $\cos \varphi$, индуктивность L и полную мощность S катушки магнитного пускателя и потери мощности P_m на перемагничивание его сердечника, если при напряжении $U = 220$ В ток катушки $I = 3$ А, потребляемая катушкой мощность $P = 36$ Вт, активное сопротивление провода катушки $R_1 = 3,2$ Ом.

Решение. Полная мощность катушки: $S = UI = 220 \cdot 3 = 660 \text{ В} \cdot \text{А}$.

Сопротивления полное: $Z = U/I = 220/3 = 73,5 \text{ Ом}$; активное: $R = P/I^2 = 36/3^2 = 4 \text{ Ом}$; индуктивное: $X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{73,5^2 - 4^2} =$

$= \sqrt{5390 - 16} = 73 \text{ Ом}$. Индуктивность: $L = X_L/2\pi f =$

$= 73/(2 \cdot 3,14 \cdot 50) = 73/314 = 0,232 \text{ Гн}$. Коэффициент мощности: $\cos \varphi = P/S = 36/660 = 0,0545$.

Электрические потери мощности в проводе катушки: $P_s = I^2 R_1 = 3^2 \cdot 3,2 = 9 \cdot 3,2 = 28,8 \text{ Вт}$.

Потери мощности на перемагничивание сердечника (магнитные потери мощности): $P_m = P - P_s = 36 - 28,8 = 7,2 \text{ Вт}$.

3.56. В сеть переменного тока параллельно катушке индуктивности включены конденсатор и резистор R_1 , соединенные между собой последовательно (рис. 3.56, а). Определить ток I_1 в ветви конденсатора, ток I_2 в ветви катушки и общий ток в цепи I , построить векторную диаграмму напряжений и токов, если напряжение источника питания $U = U = 200 \text{ В}$, а активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 3 \text{ Ом}$; $R_2 = 8 \text{ Ом}$; $X_{L1} = 4 \text{ Ом}$; $X_{L2} = 6 \text{ Ом}$.

Решение. Полное сопротивление параллельных ветвей цепи: $\underline{Z}_1 = R_1 - jX_{L1} = (3 - j4) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = (8 + j6) \text{ Ом}$.

Проводимости параллельных ветвей: $\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{3 - j4} = \frac{3 + j4}{(3 - j4)(3 + j4)} = (0,12 + j0,16) \text{ См}$; $\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{8 + j6} = \frac{8 - j6}{(8 + j6)(8 - j6)} = (0,08 - j0,06) \text{ См}$, где $\underline{Y}_1 = G_1 + jB_1$ и $\underline{Y}_2 = G_2 + jB_2$; $G_1 = 0,12$; $G_2 = 0,08$; $B_1 = 0,16$; $B_2 = 0,06$ — активные и реактивные проводимости ветвей, См.

Полная проводимость цепи: $\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = 0,12 + j0,16 + 0,08 - j0,06 = (0,2 + j0,1) \text{ См}$, где $\underline{Y} = G + jB$; G, B — активная и реактивная проводимости цепи, См.

Комплексный ток в неразветвленной части цепи: $\underline{I} = \underline{U}\underline{Y} = 200(0,2 + j0,1) = (40 + j20)$; $G = 0,2 \text{ См}$; $B = 0,1 \text{ См}$. Ток в цепи: $I = \sqrt{40^2 + 20^2} = 45 \text{ А}$.

Угол сдвига между общим током и напряжением: $\cos \varphi = B/G = 0,1/0,2 = 0,5$; $\varphi = 26^\circ 33'$.

Комплексный ток в ветви конденсатора: $\underline{I}_1 = \underline{U}\underline{Y}_1 = 200(0,12 + j0,16) = (24 + j32) \text{ А}$. Ток ветви конденсатора $I_1 = \sqrt{24^2 + 32^2} = 40 \text{ А}$. Угол сдвига между напряжением и током в ветви с конденсатором: $\tan \varphi_1 = B_1/G_1 = 0,16/0,12 = 1,33$; $\varphi_1 = 53^\circ 5'$ (угол

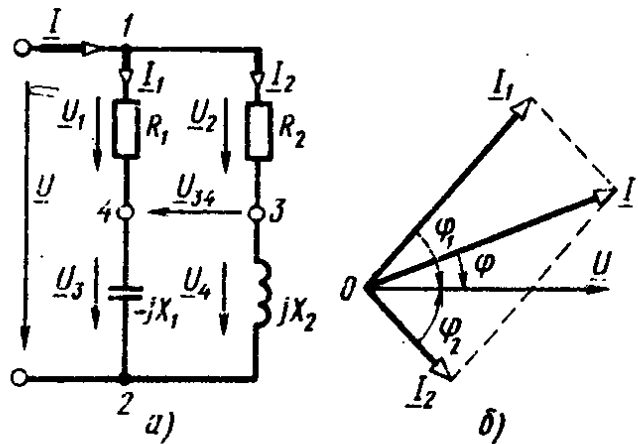


Рис. 3.56

отрицательный). Комплексный ток в ветви катушки индуктивности: $\underline{I}_2 = \underline{U} Y_2 = 200(0,08 - j0,06) = (16 - j12)$ А, где $G_2 = 0,08$ См — активная проводимость и $B_2 = 0,06$ См — реактивная проводимость ветви с катушкой. Ток в ветви катушки: $I_2 = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$ А.

Угол сдвига фаз между током и напряжением в ветви катушки: $\operatorname{tg} \varphi_2 = B_2/G_2 = 0,06/0,08 = 0,75$; $\varphi_2 = 36^\circ 55'$.

Проверка: $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 24 + j32 + 16 - j12 = (40 + j20)$ А.

На рис. 3.56, б приведена векторная диаграмма напряжений и токов для рассматриваемой цепи.

3.57. В условиях задачи 3.56 определить напряжение U_{34} между точками 3 и 4 электрической цепи рис. 3.56, а, угол между вектором приложенного напряжения \underline{U} и вектором напряжения \underline{U}_{34} . Построить топографическую диаграмму и определить графически напряжение \underline{U}_{34} , а также это напряжение, если вместо индуктивного сопротивления X_{L2} в цепь включено емкостное сопротивление X_C .

Решение. Комплексное напряжение \underline{U}_{34} определяют из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для верхнего замкнутого контура цепи: $R_1 \underline{I}_1 - \underline{U}_{34} - R_2 \underline{I}_2 = 0$ или $3(24 + j32) - \underline{U}_{34} - 8(16 - j12) = 0$, откуда $\underline{U}_{34} = (-56 + j192)$ В. Напряжение между точками 3 и 4 цепи: $U_{34} = \sqrt{56^2 + 192^2} = 200$ В.

Комплексные падения напряжения и напряжения на резисторах R_1 и R_2 : $\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 = 3(24 + j32) = (72 + j96)$ В, откуда $U_1 = \sqrt{72^2 + 96^2} = 120$ В; $\underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 = 8(16 - j12) = (128 - j96)$ В, откуда $U_2 = \sqrt{128^2 + 96^2} = 160$ В.

Комплексы напряжений на конденсаторах: $\underline{U}_3 = -jX_{L1} \underline{I}_1 = -j4(24 + j32) = (128 - j96)$ В, откуда $U_3 = \sqrt{128^2 + 96^2} = 160$ В; $\underline{U}'_4 = -jX_{L2} \underline{I}_2 = -j6(16 - j12) = (-96 + j72)$ В, откуда $U'_4 = \sqrt{96^2 + 72^2} = 120$ В.

Уравнение комплексных напряжений, составленное по второму

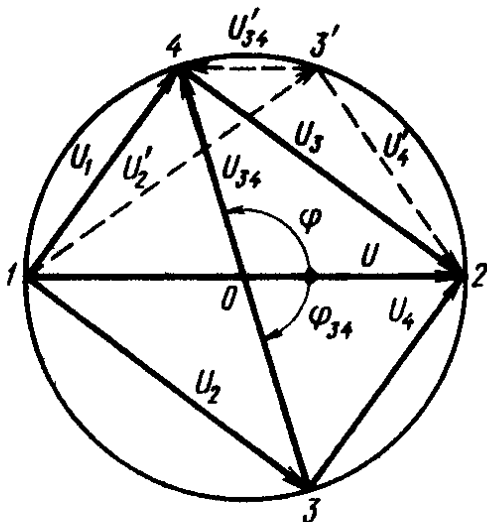


Рис. 3.57

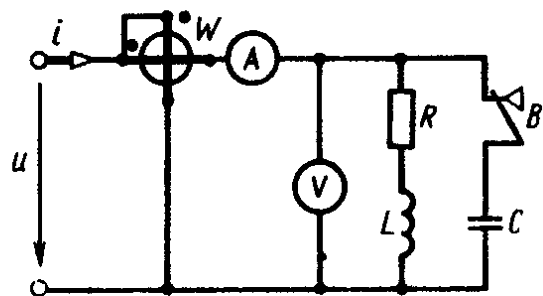


Рис. 3.58

закону Кирхгофа: $\underline{U} = \underline{U}_2 + \underline{U}_4$ или $\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_3 = [(72 + j96) + (128 - j96)]$ В, откуда $U = \sqrt{200^2} = 200$ В.

На рис. 3.57 приведена топографическая диаграмма напряжений для рассматриваемой электрической цепи.

Аргумент комплексного напряжения U_{34} : $\operatorname{tg} \varphi_{34} = \frac{-192}{56} = -3,43$, откуда угол $\varphi_{34} = -73^\circ 45'$.

Угол между приложенным напряжением \underline{U} и напряжением U_{34} : поскольку вектор \underline{U} направлен по вещественной оси, $\varphi = 180^\circ - \varphi_{34} = 180^\circ - 73^\circ 45' = 106^\circ 15'$, так как $\operatorname{tg}(180 - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$. Из приведенной топографической диаграммы имеем: $U'_{34} = 60$ В.

3.58. В электрическую сеть переменного тока включена катушка индуктивности с активным R и индуктивным X_L сопротивлениями, параллельно которой для повышения коэффициента мощности $\cos \varphi$ включен конденсатор с емкостью C (рис. 3.58). Определить показания вольтметра V , амперметра A и ваттметра W , включенных в цепь, если до включения выключателя B коэффициент мощности установки $\cos \varphi_1 = 0,6$, а после его включения $\cos \varphi_2 = 0,92$. Емкость конденсатора, необходимая для улучшения коэффициента мощности в указанных пределах, $C = 200$ мкФ (реактивная мощность конденсатора $Q_C = 3,2$ квар).

Решение. Так как емкость конденсатора $C = \frac{Q_C}{\omega U^2}$, то показание вольтметра, включенного в цепь: $U = \sqrt{\frac{Q_C}{\omega C}} = \sqrt{\frac{3200}{314 \cdot 200}} = 220$ В. Реактивная мощность конденсатора: $Q_C = P(\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2)$, откуда активная мощность катушки (показание ваттметра): $P = \frac{Q_C}{\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2} = \frac{Q_C}{\frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1} - \frac{\sin \varphi_2}{\cos \varphi_2}} = \frac{3200}{\frac{0,8}{0,6} - \frac{0,317}{0,92}} = 3200$ Вт = 3,2 кВт, где $\sin \varphi_1 = 0,8$; $\sin \varphi_2 = 0,317$. Ток в цепи до включения выключателя: $I_1 = \frac{P}{U \cos \varphi_1} = \frac{3200}{220 \cdot 0,6} = 24,3$ А. Ток в цепи после включения выключателя: $I'_1 = I_1 \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} = 24,3 \frac{0,6}{0,92} = 15,8$ А.

Активная составляющая общего тока I остается неизменной до и после замыкания выключателя, поэтому: $I_a = I_1 \cos \varphi_1 = I'_1 \cos \varphi_2$.

3.59. В электрической цепи синусоидального тока с напряжением питания $U = 100$ В (рис. 3.59) возможны два соединения элементов: последовательное соединение резистора R с конденсатором C , обладающим емкостным сопротивлением X_C (сплошные линии), и параллельное соединение резистора R' с конденсатором C' , обладающим

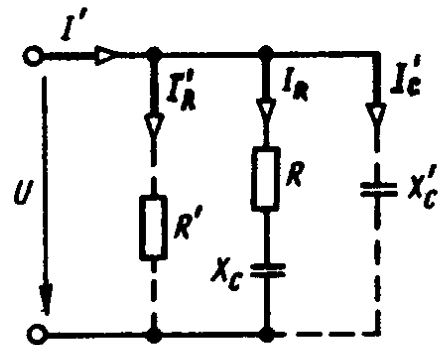


Рис. 3.59

емкостным сопротивлением X'_C (пунктирная линия). Определить токи I и I' для каждой из цепей и соотношение K_I между этими токами, если сопротивления: $R=R'=3\text{ Ом}$; $X_C=X'_C=4\text{ Ом}$.

Решение. Полное сопротивление последовательной цепи (сплошные линии): $Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{ Ом}$. Ток в последовательной цепи: $I = U/Z = 100/5 = 20\text{ А}$. Активная проводимость первой ветви при параллельном соединении (пунктирные линии): $G' = 1/R' = 1/3\text{ См}$. Реактивная проводимость второй ветви при параллельном соединении: $B'_C = 1/X'_C = 1/4\text{ См}$.

Составляющие тока первой параллельной ветви:

активная $I'_a = I'_R = UG' = 100 \cdot 1/3 = 33,3\text{ А}$,

реактивная $I'_p = I'_C = UB'_C = 100 \cdot 1/4 = 25\text{ А}$.

Ток в неразветвленной части параллельной цепи: $I' = \sqrt{(I'_a)^2 + (I'_p)^2} = \sqrt{33,3^2 + 25^2} = \sqrt{1099 + 625} = 41,5\text{ А}$. Соотношение между токами при параллельном и последовательном соединении сопротивлений: $K_I = I'/I = 41,5/20 = 2,07$.

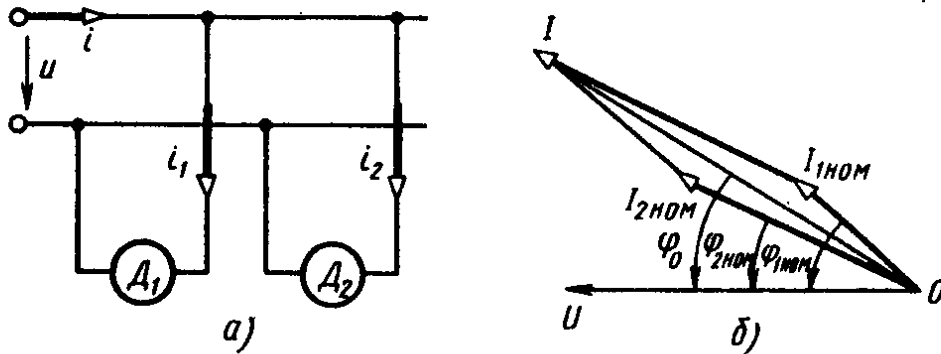


Рис. 3.60

3.60. В электрическую цепь переменного тока включены два электродвигателя D_1 и D_2 (рис. 3.60, а). Определить ток I в цепи и общий коэффициент мощности $\cos \varphi$, построить векторную диаграмму токов I_1 , I_2 , I и напряжения U , если электродвигатели имеют номинальные данные: $P_{1\text{ном}} = 7,35\text{ кВт}$; $U_{1\text{ном}} = U_{2\text{ном}} = 110\text{ В}$; $\eta_{1\text{ном}} = 0,8$; $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,75$; $P_{2\text{ном}} = 14,6\text{ кВт}$; $\eta_{2\text{ном}} = 0,85$; $\cos \varphi_{2\text{ном}} = 0,9$.

Решение. Мощность, потребляемая электродвигателями при номинальной нагрузке: $P_{д1} = P_{1\text{ном}}/\eta_{1\text{ном}} = \frac{7,35 \cdot 10^3}{0,8} = 9200\text{ Вт}$;

$$P_{д2} = P_{2\text{ном}}/\eta_{2\text{ном}} = \frac{14,6 \cdot 10^3}{0,85} = 17\,318\text{ Вт}.$$

Номинальные токи электродвигателей: $I_{1\text{ном}} = P_{д1}/(U_{1\text{ном}} \times \cos \varphi_{1\text{ном}}) = 9200/(110 \cdot 0,75) = 111,52\text{ А}$; $I_{2\text{ном}} = P_{д2}/(U_{2\text{ном}} \times \cos \varphi_{2\text{ном}}) = 17\,318/(110 \cdot 0,9) = 174,85\text{ А}$.

Векторная диаграмма для рассматриваемой цепи приведена на рис 3.60, б.

Общий ток в цепи находим исходя из векторной диаграммы:

$$I = \sqrt{I_{1\text{ном}}^2 + I_{2\text{ном}}^2 - 2I_{1\text{ном}}I_{2\text{ном}}\cos(\varphi_{1\text{ном}} - \varphi_{2\text{ном}})} = \sqrt{(111,52^2) + (174,85^2) - 2 \cdot 111,52 \cdot 174,85 \cdot \cos(41^\circ 20' - 25^\circ 50')} = 285 \text{ А.}$$

По $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,75$ и $\cos \varphi_{2\text{ном}} = 0,9$ находим соответствующие углы: $\varphi_{1\text{ном}} = 41^\circ 21'$ и $\varphi_{2\text{ном}} = 25^\circ 50'$.

Общий коэффициент мощности цепи: $\cos \varphi_0 = \frac{P_{д1} + P_{д2}}{U_{\text{ном}} I} = \frac{9200 + 17318}{110 \cdot 285} = 0,845$, откуда $\varphi_0 = 32^\circ 20'$. Аналогичный результат получается, если $\cos \varphi_0$ определить через токи: $\cos \varphi_0 = \frac{I_{1\text{ном}} \cos \varphi_{1\text{ном}} + I_{2\text{ном}} \cos \varphi_{2\text{ном}}}{I} = (111,52 \cdot 0,75 + 174,18 \cdot 0,9) : 285 = 0,845$.

3.61. Для электрической цепи переменного тока (рис. 3.61, а) определить показания амперметров A , A_1 , A_2 , углы сдвига фаз φ , φ_1 и φ_2 между соответствующими токами I , I_1 и I_2 и напряжением U , построить векторную диаграмму токов и напряжения, если питающее напряжение $U = 120 \text{ В}$, а активные и реактивные сопротивления цепи: $R_1 = 2 \text{ Ом}$; $R_2 = 1 \text{ Ом}$; $X_L = 6 \text{ Ом}$; $X_C = 9,95 \text{ Ом}$.

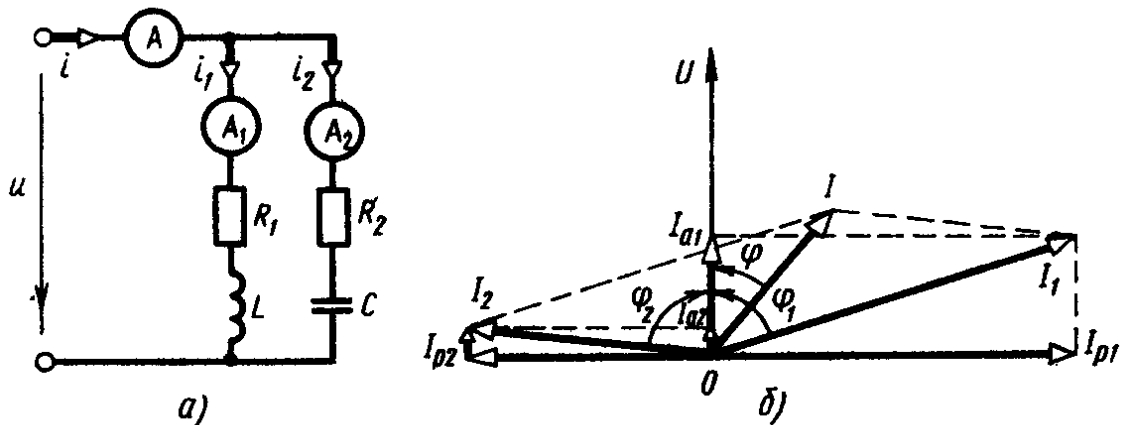


Рис. 3.61

Решение. Полные сопротивления ветвей цепи: $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 6,32 \text{ Ом}$; $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2} = \sqrt{1^2 + 9,95^2} = 10 \text{ Ом}$. Углы сдвига фаз между токами и напряжениями

соответствующих параллельных ветвей: $\cos \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{2}{6,32} = 0,316$; $\varphi_1 = 71^\circ 35'$; $\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{1}{10} = 0,1$; $\varphi_2 = -84^\circ 15'$.

Показания амперметров A_1 и A_2 в параллельных ветвях: $I_1 = U/Z_1 = 120/6,32 = 19 \text{ А}$; $I_2 = U/Z_2 = 120/10 = 12 \text{ А}$.

Активные составляющие токов в параллельных ветвях: $I_{a1} = I_1 \cos \varphi_1 = 19 \cdot 0,316 = 6,01 \text{ А}$, $I_{a2} = I_2 \cos \varphi_2 = 12 \cdot 0,1 = 1,2 \text{ А}$.

Реактивные составляющие токов в параллельных ветвях:

$$I_{p1} = I_1 \sin \varphi_1 = I_1 \frac{X_L}{Z_1} = 19 \frac{6}{6,32} = 18,01 \text{ А}; \quad I_{p2} = I_2 \sin \varphi_2 = I_2 \frac{X_C}{Z_2} = 12(9,95/10) = 11,93 \text{ А}.$$

Активные и реактивные составляющие общего тока: $I_a = I_{a1} + I_{a2} = 6,01 + 1,2 = 7,21 \text{ А}; \quad I_p = I_{p1} + I_{p2} = 18,01 - 11,93 = 6,8 \text{ А}.$

Общий ток в цепи: $I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{7,21^2 + 6,08^2} = 9,43 \text{ А}.$

Угол сдвига фаз между током I и приложенным напряжением U : $\cos \varphi = I_a / I = 7,21 / 9,43 = 0,765; \quad \varphi = 40^\circ 10'.$

Векторная диаграмма токов и напряжения для данной электрической цепи дана на рис. 3.61, б.

3.62. Задачу 3.61 решить методом проводимостей.

Решение. Значения величин полных сопротивлений Z_1, Z_2 , токов I_1, I_2 и коэффициентов мощности $\cos \varphi_1, \cos \varphi_2$ определяются методом, изложенным выше.

Активные и реактивные проводимости параллельных ветвей: $G = G_1 + G_2 = R_1 / Z_1^2 + R_2 / Z_2^2 = 2 / 6,32^2 + 1 / 10^2 = 0,06 \text{ См}; \quad B = B_1 + B_2 = X_L / Z_1^2 - X_C / Z_2^2 = 6 / 6,32^2 - 9,95 / 10^2 = 0,05 \text{ См}.$

Полная проводимость всей цепи: $Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \sqrt{0,06^2 + 0,05^2} = 0,0784 \text{ См}.$ Общий ток в цепи: $I = UY = 120 \times 0,0784 = 9,4 \text{ А}.$ Угол сдвига фаз между общим током I и приложенным напряжением U : $\cos \varphi = G / Y = 0,06 / 0,0784 = 0,765; \quad \varphi = 40^\circ 10'.$

3.63. Задачу 3.61 решить графическим методом.

Решение. Значения величин полных сопротивлений, токов и коэффициентов мощности $Z_1, Z_2, I_1, I_2 \cos \varphi_1, \cos \varphi_2$ определяют методом, изложенным выше.

Общий ток определяют из векторной диаграммы напряжений и токов для данной электрической цепи (рис. 3.61) исходя из

обобщенной теоремы Пифагора: $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 - 2I_1 I_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} = \sqrt{19^2 + 12^2 - 2 \cdot 19 \cdot 12 \cos(71^\circ 35' - (-84^\circ 15'))} =$

$= \sqrt{361 + 144 - 456 \cos 155^\circ 50'} = 9,43 \text{ А},$ так как $\cos 155^\circ 50' = \cos(180^\circ - 155^\circ 50') = \cos 24^\circ 10' = -0,912.$

Коэффициент мощности всей цепи: $\cos \varphi = \frac{I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2}{I} = \frac{19 \cdot 0,316 + 12 \cdot 0,1}{9,43} = 0,765.$ Угол сдвига фаз: $\varphi = 40^\circ 10'.$

3.64. Определить резонансную частоту f_0 , полное сопротивление Z и токи I, I_1, I_2 , построить векторную диаграмму для ре-

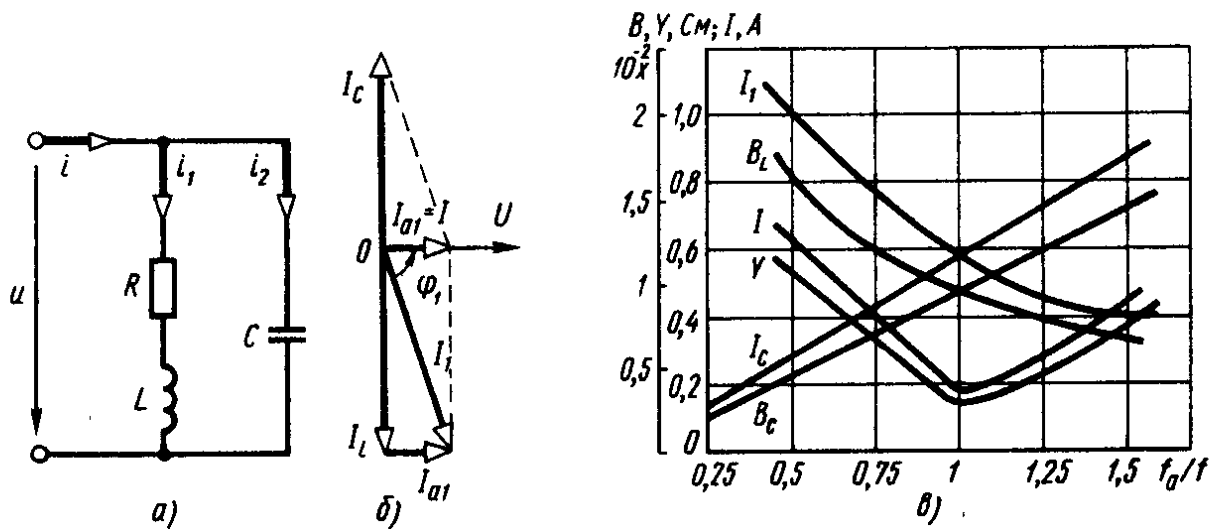


Рис. 3.64

зонансной частоты в электрической цепи рис. 3.64, а. Индуктивность катушки $L = 0,5$ Гн, активное сопротивление резистора $R = 30$ Ом, емкость конденсатора $C = 50$ мкФ, напряжение питающей сети $U = 60$ В. Определить те же величины при частотах f , равных $0,5$; $0,75$; $1,25$; $1,5$ резонансной частоты f_0 , построить графики зависимости токов и проводимостей от относительной частоты переменного тока, т. е. I , I_1 , $I_2(I_C)$, B_L , B_C , Y , (f_0/f) .

Решение. Резонансная частота: $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} =$
 $= \frac{1}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{10^6}{0,5 \cdot 50} - \frac{30^2}{0,5^2}} = 30,4$ Гц.

Проводимости первой параллельной ветви: активная $G_1 =$
 $= \frac{R}{Z_1^2} = \frac{R}{(\sqrt{R^2 + X_L^2})^2} = \frac{30}{30^2 + 95,2^2} = 0,003$ См, где $X_L = 2\pi f_0 L =$
 $= 2 \cdot 3,14 \cdot 30,4 \cdot 0,5 = 95,2$ Ом; реактивная $B_L = \frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{95,2}{30^2 + 95,2^2} =$
 $= 0,00952$ См.

Реактивная проводимость второй параллельной ветви: $B_C =$
 $= \frac{X_C}{Z_2^2} = \frac{X_C}{X_C^2} = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{104,5} = 0,00952$ См, где $X_C = \frac{1}{\omega C} =$
 $= \frac{1}{2\pi f_0 C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 30,4 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 104,5$ Ом.

Полная проводимость цепи: $Y = \sqrt{G_1^2 + (B_L - B_C)^2} =$
 $= \sqrt{0,003^2 + (0,00952 - 0,00952)^2} = 0,003$ См. Полное сопротивление

всей цепи: $Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{0,003} = 334$ Ом. Общий ток в цепи:

$I = UY = 60 \cdot 0,003 = 0,18$ А.

Токи: в первой ветви $I_1 = UY_1 = U \frac{1}{Z_1} = 60 \frac{1}{\sqrt{30^2 + 95,2^2}} = 0,6$ А, во второй ветви $I_2 = I_C = UY_2 = 60/X_C = 60/104,5 = 0,574$ А.

Составляющие тока первой ветви: активная $I_{a1} = UG_1 = I = 60 \cdot 0,003 = 0,18$ А; реактивная: $I_L = UB_L = 60 \cdot 0,00952 = 0,574$ А.

Реактивный ток второй ветви: $I_C = UB_C = 60 \cdot 0,00952 = 0,574$ А. Векторная диаграмма при резонансе токов приведена на рис. 3.64, б.

Определение указанных величин при других частотах производится так же, как это сделано выше для частоты $f = 0,5f_0 = 0,5 \cdot 30,4 = 15,2$ Гц.

Индуктивное сопротивление катушки: $X_L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \times 15,2 \cdot 0,5 = 47,6$ Ом.

Емкостное сопротивление конденсатора: $X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 15,2 \cdot 10^{-6}} = 209$ Ом.

Активная проводимость первой параллельной ветви: $G_1 = \frac{R}{Z_1^2} = \frac{30}{3132} = 0,0095$ См, где $Z_1^2 = R^2 + X_L^2 = 30^2 + 47,6^2 = 3132$ Ом; реактивная проводимость первой параллельной ветви:

$B_L = \frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{47,6}{30^2 + 47,6^2} = 0,0166$ См.

Реактивная проводимость второй параллельной ветви: $B_C = \frac{X_C}{Z_2^2} = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{209} = 0,00475$ См, где $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f 50 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{209}$ См.

Полная проводимость цепи: $Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2} = \sqrt{0,0095^2 + (0,0166 - 0,00475)^2} = 0,0107$ См.

Общий ток в цепи: $I = UY = 60 \cdot 0,0107 = 0,64$ А.

Ток в первой параллельной ветви: $I_1 = UY_1 = U \frac{1}{Z_1} = 60 \frac{1}{\sqrt{30^2 + 47,6^2}} = 10,4$ А.

Ток во второй параллельной ветви: $I_2 = I_C = UY_2 = 60/Z_C = 60/209 = 0,287$ А.

Результаты расчетов сведены в табл. 3.7, по данным которой на рис. 3.64, в построены графики $I, I_1, I_C, B_L, B_C, Y\left(\frac{f_0}{f}\right)$, т. е. зависимости токов и проводимостей данной электрической цепи от относительной частоты переменного тока.

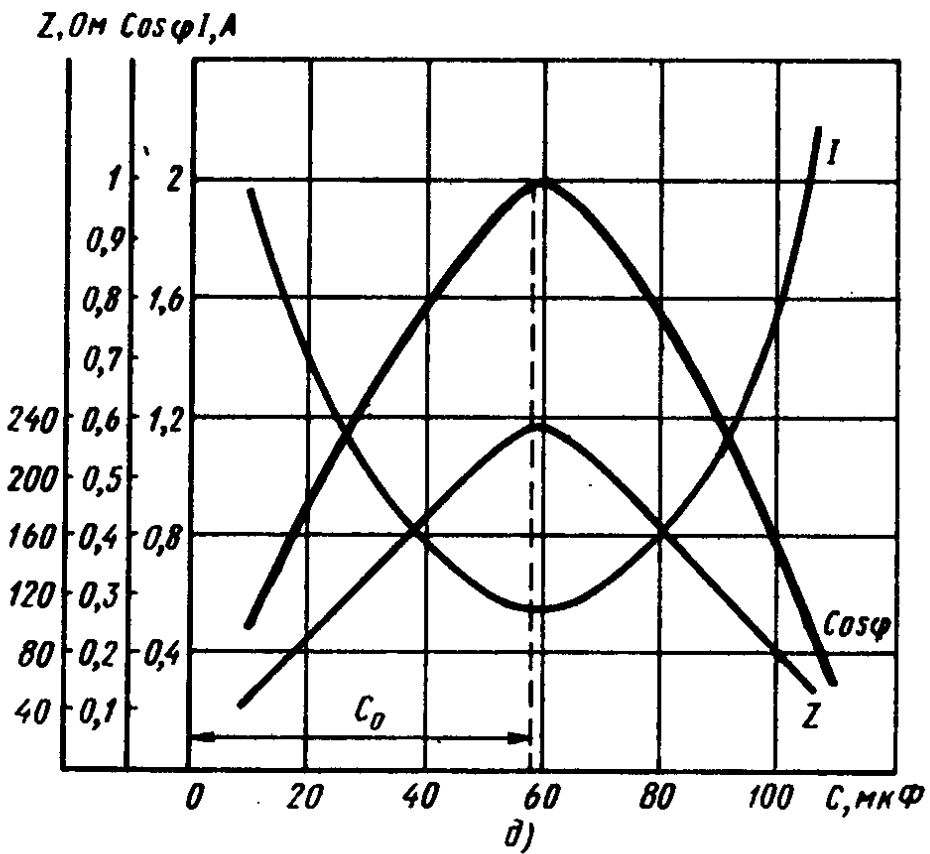
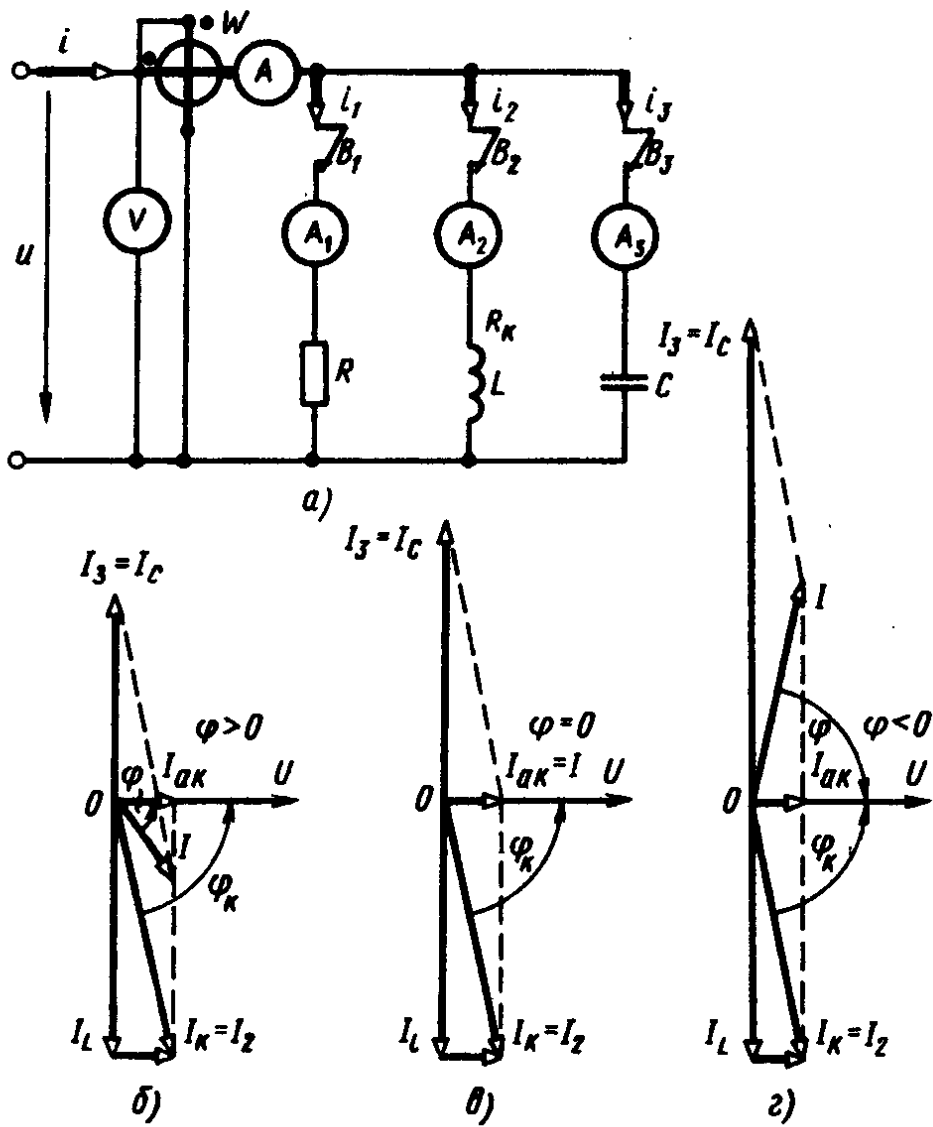


Рис. 3.65

Таблица 3.7

Величины	$f = 0,5f_0 =$ $= 15,2 \text{ Гц}$	$f = 0,75f_0 =$ $= 22,8 \text{ Гц}$	$f = 1f_0 =$ $= 30,4 \text{ Гц}$	$f = 1,25f_0 =$ $= 38 \text{ Гц}$	$f = 1,5f_0 =$ $= 45,5 \text{ Гц}$
$X_L, \text{ Ом}$	47,6	71,5	95,2	119,4	142,8
$X_C, \text{ Ом}$	209	139,4	104,5	83,5	69,7
$G_1, \text{ См}$	0,0095	0,005	0,003	0,00197	0,0014
$B_L, \text{ См}$	0,0166	0,0119	0,00952	0,00785	0,0067
$B_C, \text{ См}$	0,00475	0,00718	0,00952	0,012	0,01436
$Y, \text{ См}$	0,0107	0,00685	0,003	0,0047	0,0077
$I, \text{ А}$	0,64	0,41	0,18	0,282	0,462
$I_1, \text{ А}$	1,04	0,784	0,6	0,487	0,41
$I_C, \text{ А}$	0,287	0,43	0,574	0,72	0,86

3.65. Разветвленная электрическая цепь однофазного тока, питающаяся напряжением $U = 124 \text{ В}$ (рис. 3.65, а), состоит из трех ветвей, соединенных параллельно, измерительных приборов и выключателей $B_1 - B_3$. Для определения параметров цепи вначале: а) включили резистор R и произвели замер тока I и мощности P при отключенных катушке индуктивности L и конденсаторе C . Затем произвели аналогичные замеры при включении только: б) катушки; в) конденсатора; г) резистора и катушки; д) резистора и конденсатора. После этих замеров: е) включили катушку и конденсатор и, изменяя величину емкости C конденсаторов, записали показания приборов с таким расчетом, чтобы получить токи до и после резонанса, а также при резонансе, который определялся по наименьшему общему току I цепи (табл. 3.8).

Определить параметры катушки индуктивности и конденсатора цепи, построить векторную диаграмму токов и напряжения и кривые изменения тока I , общего коэффициента мощности $\cos\varphi$, полного сопротивления Z цепи в зависимости от емкости C конденсатора.

Решение. По данным п. б) табл. 3.8, полное сопротивление цепи: $Z = U/I = 124/2,25 = 55,1 \text{ Ом}$ (полное сопротивление катушки).

Сопротивление катушки:

$$\text{активное } R_k = \frac{P}{I_2^2} = \frac{56,2}{2,25} = 11,1 \text{ Ом};$$

$$\text{индуктивное } X_L = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{55,1^2 - 11,1^2} \cong 54 \text{ Ом.}$$

$$\text{Коэффициент мощности катушки: } \cos\varphi_k = R_k/Z_k = 11,1/55,1 \cong 0,2.$$

По данным п. г) табл. 3.8 полное сопротивление цепи: $Z = U/I = 124/2,75 = 45 \text{ Ом}$. Активное сопротивление первой ветви: $R = U/I_1 = 1,24/1,21 = 102 \text{ Ом}$.

Активная проводимость:

Таблица 3.8

Измерения						Результаты вычислений									
Пункты задания	I , А	I_1 , А	I_2 , А	I_3 , А	P , Вт	Z , Ом	R , Ом	Z_k , Ом	R_k , Ом	X_L , Ом	X_C , Ом	C , мкФ	$\cos \varphi_k$	$\cos \varphi$	
а)	1,21	1,21	0	0	150	102	102	—	—	—	—	—	—	—	
б)	2,25	0	2,25	0	56,2	55,1	—	55,1	11,1	54	—	—	0,2	—	
в)	0,98	0	0	0,98	0	126,3	—	—	—	—	126,3	25	—	—	
г)	2,75	1,21	2,25	0	209	45	102	55,1	11,1	54	—	—	0,2	—	
д)	1,61	1,21	—	1	150	77	102	—	—	—	124	25,6	—	—	
е)	2,48	0	2,28	0,39	65	50	—	55	11	54	320	10	0,2	0,212	
	0,68	0	2,28	1,7	65	182,3	—	55	11	54	73	43,6	0,2	0,66	
	0,55	0	2,28	215	65	225,5	—	55	11	54	57,7	55,3	0,2	0,946	
	0,52	0	2,28	2,25	65	236	—	55	11	54	55	57,8	0,2	1	
	2,13	0	2,28	4,12	65	58,3	—	55	11	54	3,01	106	0,2	0,247	

первой ветви: $G_1 = \frac{1}{R} = 1/102 = 0,0098$ См; второй ветви:

$$G_2 = R_k/Z_k^2 = 11,1/55,1^2 \cong 0,0037 \text{ См.}$$

Активная мощность:

первой ветви: $P_1 = U^2 G_1 = 124^2 \cdot 0,0098 = 150$ Вт; второй ветви: $P_2 = U^2 G_2 = 124^2 \cdot 0,0037 = 57,5$ Вт; всей цепи: $P = P_1 + P_2 = 150 + 57,5 = 207,5$ Вт, что близко к показанию ваттметра $P = 209$ Вт (см. п. г) табл. 3.8).

По данным п. д) табл. 3.8, полное сопротивление всей цепи: $Z = U/I = 124/1,61 = 77$ Ом.

Емкостное сопротивление третьей ветви: $X_C = U/I_3 = 124/1 = 124$ Ом.

$$\text{Емкость конденсатора: } C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 124} = 0,0000256\text{Ф} = 25,6 \text{ мкФ.}$$

Активная мощность цепи: показание ваттметра W равно активной мощности первой ветви $P_1 = P = 150$ Вт.

По данным п. е) табл. 3.8 (последний замер):

Полные сопротивления:
цепи: $Z = U/I = 124/2,13 = 58,3$ Ом; катушки: $Z_k = U/I_2 =$
 $= 124/2,28 = 55$ Ом.

Емкостное сопротивление третьей ветви: $X_C = U/I_3 =$
 $= 124/4,12 = 30,1$ Ом.

Емкость конденсатора: $C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \cdot 30,1} = 0,000106$ Ф =
 $= 106$ мкФ.

Коэффициент мощности всей цепи: $\cos \varphi = P/UI = 65/(124 \times$
 $\times 2,13) = 0,247$.

Для построения векторной диаграммы при резонансе определяют проводимости и токи катушки.

Проводимости второй ветви:

$$\begin{aligned} \text{активная } G_2 &= 0,0037 \text{ См; реактивная } B_L = \frac{X_L}{Z_k^2} = \frac{X_L}{R_k^2 + X_L^2} = \\ &= \frac{54}{11^2 + 54^2} = 0,0179 \text{ См.} \end{aligned}$$

Токи катушки:

активный: $I_{ак} = UG = 124 \cdot 0,0037 = 0,46$ А, что близко к значению $I_0 = 0,525$ А, так как при резонансе $I = I_{ак}$; реактивный: $I_L = UB_L = 124 \cdot 0,0179 = 2,22$ А.

На рис. 3.65, б — г приведены векторные диаграммы токов при резонансе и после резонанса.

$$\begin{aligned} \text{Емкость конденсатора при резонансе: } C &= C_0 = \frac{1}{\omega X_C} = \\ &= \frac{1}{314 \cdot 55} = 0,0000578 \text{ Ф} = 57,8 \text{ мкФ.} \end{aligned}$$

На рис. 3.65, д приведены кривые изменения общего тока I , общего коэффициента мощности $\cos \varphi$, полного сопротивления Z от емкости C конденсаторов (п. е) табл. 3.8).

3.66. Определить активную P , реактивную Q и полную S мощности электрической цепи (рис. 3.66), если токи: $I_1 = 5$ А, $I_2 = 3$ А, $I_3 = 4$ А, а активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 5$ Ом, $X_L = 8$ Ом, $X_C = 5,6$ Ом.

Решение. Активная мощность цепи: $P = P_1 + P_2 + P_3 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 5^2 \cdot 10 + 3^2 \cdot 6 + 4^2 \cdot 5 = 250 + 54 + 80 = 384$ Вт.

Мощности цепи:

$$\begin{aligned} \text{реактивная: } Q &= Q_L - Q_C = I_2^2 X_L - I_3^2 X_C = 3^2 \cdot 8 - 4^2 \cdot 5,6 = \\ &= 72 - 89,6 = -17,6 \text{ вар; полная } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{384^2 + (-17,6^2)} = 385 \text{ В} \cdot \text{А.} \end{aligned}$$

3.67. Определить показания ваттметра W в электрической цепи (рис. 3.67) при замкнутом и разомкнутом выключателе B , если напряжение источника питания $U = 100$ В, активное и реактивные сопротивления: $R = X_{L1} = X_{L2} = X_C = 5$ Ом.

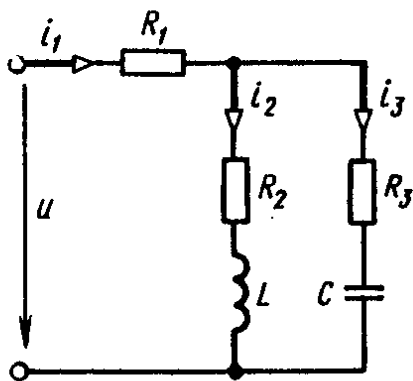


Рис. 3.66

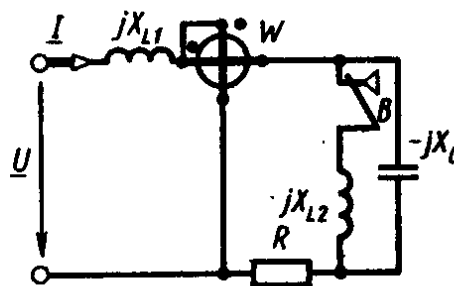


Рис. 3.67

Решение. В данном случае в электрической цепи имеет место резонанс напряжений. Полное сопротивление цепи при разомкнутом выключателе: $Z = \sqrt{R^2 + (X_{L1} - X_C)^2} = \sqrt{5^2 + (5 - 5)^2} = 5 \text{ Ом}$.

Ток в цепи при разомкнутом выключателе: $I = U/Z = 100/5 = 20 \text{ А}$. При этом показание ваттметра $P = RI^2 = 5 \cdot 20^2 = 2000 \text{ Вт} = 2 \text{ кВт}$.

Показание ваттметра при замкнутом выключателе: $P = RI^2 = 5 \cdot 0 = 0 \text{ Вт}$, так как на параллельном участке цепи имеет место резонанс токов и ток в цепи резистора R не протекает.

3.68. В электрической цепи переменного тока (рис. 3.68) найти распределение токов и показание вольтметра V при замкнутом и разомкнутом выключателе B . Сопротивления резисторов: $R_1 = R_2 = R_3 = X_L = 5 \text{ Ом}$, приложенное напряжение $U = 100 \text{ В}$. Задачу решить методом комплексных чисел.

Решение. Сопротивления ветвей цепи при замкнутом выключателе: $Z_1 = R_1 + R_3 = 5 + 5 = 10 \text{ Ом}$; $Z_2 = R_2 = 5 \text{ Ом}$.

Токи в ветвях: $I_1 = U/Z_1 = 100/10 = 10 \text{ А}$; $I_2 = U/Z_2 = 100/5 = 20 \text{ А}$.

Ток на неразветвленном участке цепи в соответствии с уравнением, составленным по первому закону Кирхгофа для узловой точки цепи: $I = I_1 + I_2 = 10 + 20 = 30 \text{ А}$. Показание вольтметра: $U_3 = R_3 I_1 = 5 \cdot 10 = 50 \text{ В}$.

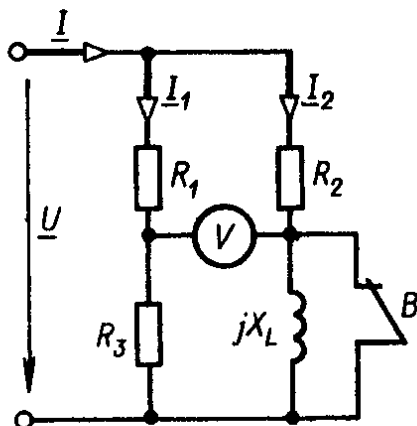


Рис. 3.68

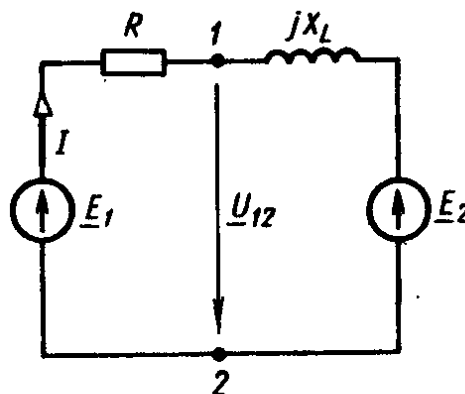


Рис. 3.69

Комплексные сопротивления ветвей при разомкнутом выключателе: $\underline{Z}_1 = R_1 + R_2 = 5 + 5 = 10 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_L = (5 + j5) \text{ Ом}$.

Токи в ветвях при разомкнутом выключателе:

$$\underline{I}_1 = \underline{U} / \underline{Z}_1 = 100 / 10 = 10 \text{ А}; \quad \underline{I}_2 = \underline{U} / \underline{Z}_2 = 100 / (5 + j5) =$$

$$= \frac{100(5 - j5)}{(5 + j5)(5 - j5)} = \frac{100(5 - j5)}{5^2 + 5^2} = (10 - j10) \text{ А},$$

откуда $I_2 = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,1 \text{ А}$. Ток в неразветвленной части цепи: $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 10 + (10 - j10) = (20 - j10) \text{ А}$, откуда $I = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5} \text{ А}$.

В соответствии с уравнением электрического равновесия, составленным по второму закону Кирхгофа для нижнего замкнутого контура: $R_3 \underline{I}_1 - jX_L \underline{I}_2 + \underline{U}_B = 0$, откуда $\underline{U}_B = -R_3 \underline{I}_1 + jX_L \underline{I}_2 = -5 \cdot 10 + j5(10 - j10) = j50 \text{ В}$, откуда $U_B = 50 \text{ В}$.

3.69. Для электрической цепи переменного тока (рис. 3.69) определить напряжение U_{12} между ее точками 1 и 2, а также режимы работы источников питания, если ЭДС $E_1 = 50e^{j60^\circ} \text{ В}$; $E_2 = 100e^{j30^\circ} \text{ В}$, активное и реактивное сопротивления: $R = 5 \text{ Ом}$; $X_L = 5 \text{ Ом}$.

Решение. ЭДС, действующие в цепи, представлены в тригонометрической форме записи: $\underline{E}_1 = 50e^{j60^\circ} = 50(\cos 60^\circ + j\sin 60^\circ) = 50\left(0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = (25 + j25\sqrt{3}) \text{ В}$; $\underline{E}_2 = 100e^{j30^\circ} = 100 \cdot (\cos 30^\circ + j\sin 30^\circ) = 100\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j0,5\right) = (50\sqrt{3} + j50) \text{ В}$.

Комплексный ток в цепи в соответствии с уравнением электрического равновесия напряжений, записанным по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \underline{E}_1 - \underline{E}_2 &= (R + jX_L) \underline{I}, \quad \text{откуда} \quad \underline{I} = \frac{\underline{E}_1 - \underline{E}_2}{R + jX_L} = \\ &= \frac{(25 + j25\sqrt{3}) \cdot (50\sqrt{3} + j50)}{5 + j5} = \frac{5 + j5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - j10}{1 + j} = \\ &= \frac{(5 + j5\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - j10)(1 - j)}{(1 + j)(1 - j)} = (-6,84 + j5,46) \text{ А}. \end{aligned}$$

Комплексное напряжение \underline{U}_{12} , действующее между точками 1 и 2 цепи, находим исходя из уравнения электрического равновесия напряжений, составленного по второму закону Кирхгофа для левого замкнутого контура цепи: $\underline{E}_1 = R \underline{I} + \underline{U}_{12}$, откуда $\underline{U}_{12} = \underline{E}_1 - R \underline{I} = 25 + j25\sqrt{3} - 5(-6,84 + j5,46) = (59,2 + j15,9) \text{ В}$, откуда напряжение $U_{12} = \sqrt{59,2^2 + 15,9^2} \approx 61,1 \text{ В}$.

Комплексные мощности источников питания цепи: $S_1 = \underline{E}_1 \underline{I}^* = (25 + j25\sqrt{3})(-6,84 - j5,46) = 171 - j296 - j137 + 236 =$

$= (407 - j433)$ В·А (источник ЭДС E_1 работает в режиме генератора электрической энергии, так как активная мощность имеет положительное значение ($P > 0$)); $S_2 = -E_2 I^* = -(50\sqrt{3} + j50)(-6,84 - j5,46) = -590 - j343 - j473 + 273 = (-317 - j816)$ В·А (источник ЭДС E_2 работает в режиме потребителя электрической энергии, так как активная мощность имеет отрицательное значение ($P < 0$)).

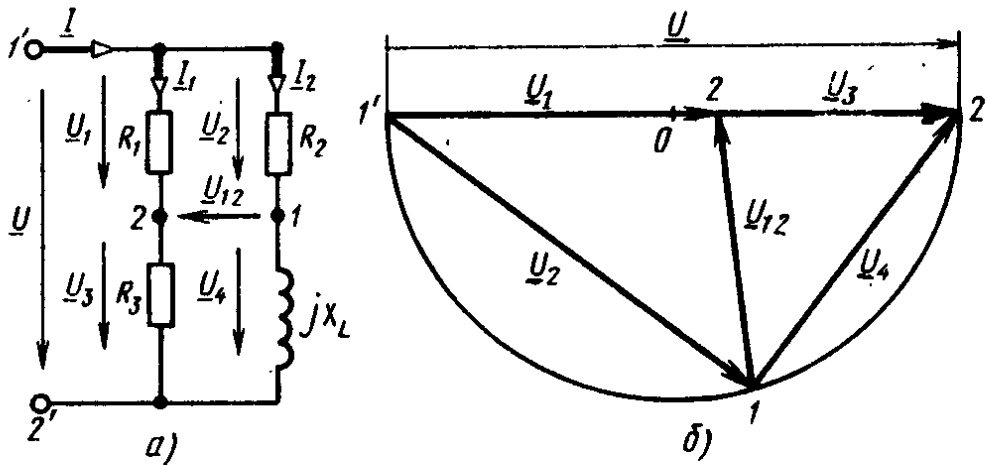


Рис. 3.70

3.70. Определить токи I_1 и I_2 в ветвях, напряжения $U_1 - U_4$ на резисторах $R_1 - R_3$ и на индуктивном сопротивлении X_L , а также напряжении U_{12} , действующее между точками 1 и 2 электрической цепи рис. 3.70, а. Напряжение источника питания $U = 100$ В, сопротивления резисторов: $R_1 = 3$ Ом; $R_2 = 8$ Ом; $R_3 = 2$ Ом, индуктивное сопротивление $X_L = 6$ Ом. Построить векторную диаграмму напряжений.

Решение. Комплексные сопротивления параллельных ветвей: $Z_1 = R_1 + R_3 = 3 + 2 = 5$ Ом; $Z_2 = R_2 + jX_L = (8 + j6)$ Ом.

Ток в ветви с резисторами $R_1 - R_3$: $\underline{I}_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{100}{5} = 20$ А, откуда $I = \sqrt{20^2} = 20$ А.

Комплексный ток в ветви резистора R_2 : $\underline{I}_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{100}{8 + j6} = \frac{100(8 - j6)}{(8 + j6)(8 - j6)} = (8 - j6)$ А, откуда $I_2 = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ А.

Комплексное напряжение, действующее между точками 1 и 2 цепи, определяем из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для верхнего правого контура: $U_{12} - R_1 I_1 + R_2 I_2 = 0$ или $U_{12} = 3 \cdot 20 - 8(8 - j6) = (-4 + j48)$ В, откуда $U_{12} = \sqrt{4^2 + 48^2} = 48,1$ В.

Напряжение на резисторах R_1, R_3 и R_2 : $U_1 = R_1 I_1 = 3 \cdot 20 = 60$ В, откуда $U_1 = 60$ В; $U_3 = R_3 I_1 = 2 \cdot 20 = 40$ В, откуда

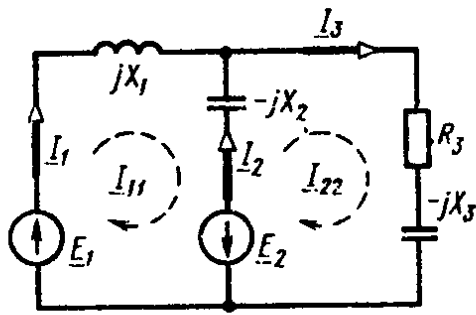


Рис. 3.71

$$U_3 = 40 \text{ В}; \quad U_2 = R_2 I_2 = 8(8 - j6) = (64 - j48) \text{ В}, \text{ откуда } U_2 = \sqrt{64^2 + 48^2} \approx 80 \text{ В}.$$

Напряжение на индуктивности L :

$$U_4 = jX_L I_2 = j6(8 - j6) = (36 + j48) \text{ В}, \text{ откуда } U_4 = \sqrt{36^2 + 48^2} = 60 \text{ В}.$$

Векторная диаграмма напряжений для рассматриваемой цепи приведена на рис. 3.70, б.

3.71. Определить токи $I_1 - I_3$ в ветвях электрической цепи переменного тока (рис. 3.71), если ЭДС источников питания $e_1 = 60\sqrt{2} \cdot \sin \omega t$; $E_2 = 60 \text{ В}$; активное и реактивные сопротивления: $R_3 = 20 \text{ Ом}$; $X_1 = X_2 = 30 \text{ Ом}$, $X_3 = 20 \text{ Ом}$. Задачу решить методом контурных токов.

Решение. Амплитудное и действующее значения ЭДС источника питания E_1 : $E_{1m} = 60\sqrt{2} \text{ В}$, $E_1 = E_{1m}/\sqrt{2} = 60\sqrt{2}/\sqrt{2} = 60 \text{ В}$.

В соответствии с принятыми на схеме рис. 3.71 положительными направлениями контурных токов составляют по числу контурных токов уравнения в соответствии со вторым законом Кирхгофа. При этом для левого замкнутого контура имеем: $\underline{E}_1 + \underline{E}_2 = j(X_1 - X_2)I_{11} - (-jX_2)I_{22}$ или $60 - 60 = j(30 - 30)I_{11} - (-j30)I_{22}$, откуда $j30I_{22} = 0$.

Для правого замкнутого контура: $-\underline{E}_2 = R_3 I_{22} - j(X_2 + X_3)I_{22} - (-jX_2)I_{11}$ или $60 = 20I_{22} - j(30 + 20)I_{22} - (-j30)I_{11}$, откуда $j30 I_{11} = 60$.

В результате решения полученных уравнений определяют контурные токи: $I_{22} = 0$; $I_{11} = j2 \text{ А}$, откуда $\underline{I}_{11} = 2 \text{ А}$; $\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} = 2 \text{ А}$; $\underline{I}_3 = \underline{I}_{22} = 0$. Ток в общей ветви смежных контуров находят в соответствии с уравнением для токов, составленным в соответствии с первым законом Кирхгофа для узла разветвления цепи: $\underline{I}_2 = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{11} = 0 - j2 = -j2 \text{ А}$, откуда $I_2 = 2 \text{ А}$.

3.72. Для последовательно-параллельной электрической цепи переменного тока (рис. 3.72, а) определить токи I , I_1 , I_2 на всех участках цепи, активную P , реактивную Q и полную S мощности цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов. Напряжение питания $U = 127 \text{ В}$, активные и реактивные сопротивления цепи: $R = 2 \text{ Ом}$; $R_1 = 15 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $X_L = 10 \text{ Ом}$; $X_{L1} = 10 \text{ Ом}$; $X_{L2} = 20 \text{ Ом}$; $X_C = 2 \text{ Ом}$; $X_{C1} = 20 \text{ Ом}$; $X_{C2} = 30 \text{ Ом}$.

Решение. Полные сопротивления:
 первой параллельной ветви: $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (X_{L1} - X_{C1})^2} = \sqrt{15^2 + (10 - 20)^2} = \sqrt{325} \approx 18 \text{ Ом}$; второй параллельной ветви: $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (X_{L2} - X_{C2})^2} = \sqrt{10^2 + (20 - 30)^2} = \sqrt{200} = 14,1 \text{ Ом}$.

Активные проводимости:

первой параллельной ветви: $G_1 = R_1/Z_1^2 = 15/18^2 = 0,046 \text{ См}$;

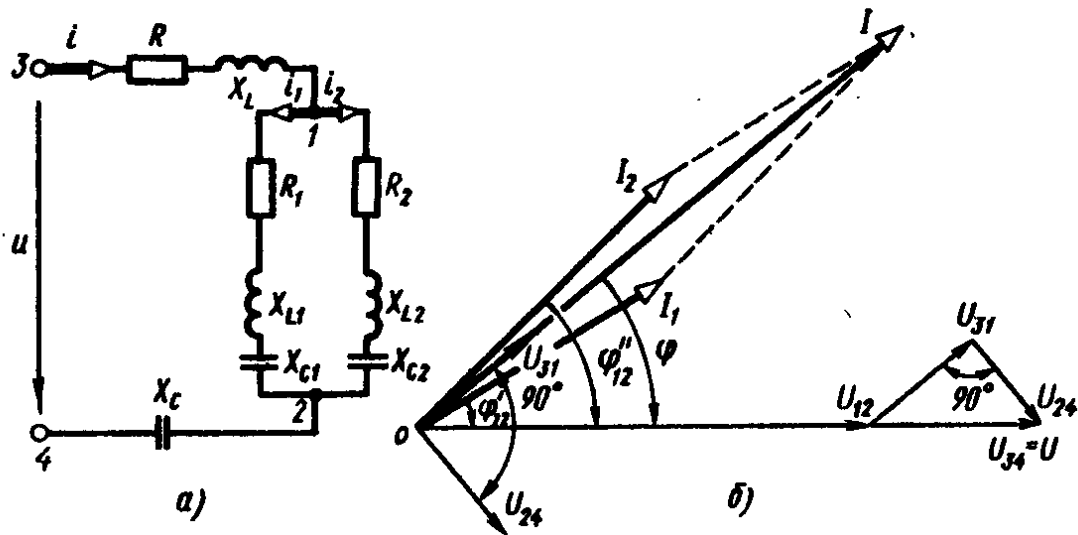


Рис. 3.72

второй параллельной ветви: $G_2 = R_2/Z_2^2 = 10/14,1^2 = 0,05$ См.

Суммарная активная проводимость параллельного участка цепи: $G_{12} = G_1 + G_2 = 0,046 + 0,05 = 0,096$ См.

Реактивные проводимости:

$$\begin{aligned} \text{первой параллельной ветви: } B_1 &= \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1^2} = \frac{10 - 20}{(\sqrt{325})^2} = \\ &= -0,0308 \text{ См; второй параллельной ветви: } B_2 = \frac{X_{L2} - X_{C2}}{Z_2^2} = \\ &= \frac{20 - 30}{(\sqrt{200})^2} = -0,05 \text{ См.} \end{aligned}$$

Общая реактивная проводимость параллельного участка цепи: $B_{12} = B_1 + B_2 = -0,0308 - 0,05 = -0,081$ См.

Полная проводимость параллельного участка цепи: $Y_{12} = \sqrt{G_{12}^2 + B_{12}^2} = \sqrt{(0,096)^2 + (-0,081)^2} = 0,125$ См. Полное сопротивление этого участка цепи: $Z_{12} = 1/Y_{12} = 1/0,125 = 8$ Ом.

Сопротивления параллельного участка цепи:

$$\begin{aligned} \text{активное } R_{12} &= \frac{G_{12}}{Y_{12}^2} = \frac{0,096}{0,125^2} = 6,1 \text{ Ом; реактивное } X_{12} = \\ &= \frac{B_{12}}{Y_{12}^2} = -\frac{0,081}{0,125^2} = -5,16 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

Активное и реактивное сопротивления всей цепи: $R_{\Sigma} = R + R_{12} = 2 + 6,1 = 8,1$ Ом; $X_{\Sigma} = X_L + (-X_{12}) + (-X_C) = 10 - 5,16 - 2 = 2,84$ Ом.

Полное сопротивление всей цепи: $Z_{\Sigma} = \sqrt{R_{\Sigma}^2 + X_{\Sigma}^2} = \sqrt{8,1^2 + (2,84)^2} = 8,5$ Ом.

Ток в неразветвленной части цепи: $I = U/Z_{\Sigma} = 127/8,5 = 15$ А.

Напряжения на отдельных участках цепи: $U_{31} = IZ_{31} = I\sqrt{R^2 + X_L^2} = 15\sqrt{2^2 + 1^2} = 33,7$ В; $U_{12} = IZ_{12} = 15 \cdot 8 = 120$ В; $U_{24} = IX_C = 15 \cdot 2 = 30$ В.

Токи: в первой параллельной ветви: $I_1 = U_{12}/Z_1 = 120/18 = 6,66$ А; во второй параллельной ветви: $I_2 = U_{12}/Z_2 = 120/14,1 = 8,5$ А.

Коэффициенты мощности всей цепи: $\cos \varphi = R_n/Z_n = 8,1/8,5 = 0,96$ ($\sin \varphi = \frac{X_n}{Z_n} = -\frac{2,84}{8,5} = -0,725$).

Коэффициент мощности участка 3—1 цепи: $\cos \varphi_{31} = R_{31}/Z_{31} = 2/\sqrt{5} = 0,9$ ($\sin \varphi_{31} = \frac{X_{31}}{Z_{31}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0,448$, откуда $\varphi_{31} = 26^\circ 40'$).

Коэффициент мощности участка 1—2 цепи: для первого параллельного участка: $\cos \varphi'_{12} = R_1/Z_1 = 15/18 = 0,83$ ($\sin \varphi'_{12} = \frac{X_{L1} - X_{C1}}{Z_1} = \frac{10 - 20}{18} = -0,54$; $\varphi'_{12} = -33^\circ$);

для второго параллельного участка: $\cos \varphi''_{12} = R_2/Z_2 = 10/14,1 = 0,7$ ($\sin \varphi''_{12} = \frac{X_{L2} - X_{C2}}{Z_2} = \frac{20 - 30}{14,1} = -0,7$; $\varphi''_{12} = -45^\circ$);

для всего участка 1—2 цепи: $\cos \varphi_{12} = R_{12}/Z_{12} = 6,1/8 = 0,76$; $\sin \varphi_{12} = X_{12}/Z_{12} = -5,16/8 = -0,642$; $\varphi_{12} = -40^\circ$.

Коэффициент мощности участка 2—4 цепи: $\cos \varphi_{24} = R_{24}/Z_{24} = 0/X_C = 0$ ($\sin \varphi_{24} = -1$).

Активная мощность отдельных участков цепи: $P_{31} = IU_{31} \times \cos \varphi_{31} = 15 \cdot 33,7 \cdot 0,9 = 505$ Вт; $P_{12} = IU_{12} \cos \varphi_{12} = 15 \cdot 120 \cdot 0,76 = 1370$ Вт; $P_{24} = IU_{24} \cos \varphi_{24} = 15 \cdot 30 \cdot 0 = 0$.

Суммарная активная мощность всей цепи: $P = P_{31} + P_{12} + P_{24} = 505 + 1370 + 0 = 1875$ Вт.

Реактивная мощность отдельных участков цепи: $Q_{31} = IU_{31} \times \sin \varphi_{31} = 15 \cdot 33,7 \cdot 0,448 = 227$ вар; $Q_{12} = IU_{12} \sin \varphi_{12} = 15 \times 120 (-0,642) = -1150$ вар; $Q_{24} = IU_{24} \sin \varphi_{24} = 15 \cdot 30 (-1) = -450$ вар.

Суммарная реактивная мощность всей цепи: $Q = U_{34} I \sin \varphi = 127 \cdot 15 (-0,725) = -1380$ вар.

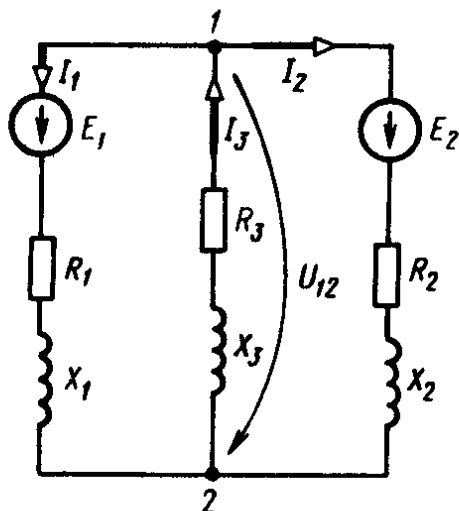


Рис. 3.73

Векторная диаграмма для электрической цепи дана на рис. 3.72, б.

3.73. Определить напряжение U_{12} , действующее между узлами 1—2 электрической цепи переменного тока (рис. 3.73). ЭДС источников питания: $\underline{E}_1 = 200e^{-j\frac{\pi}{2}}$ В; $\underline{E}_2 = -100e^{j\frac{\pi}{2}}$, активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 3$ Ом, $X_1 = 4$ Ом; $R_2 = 6$ Ом; $X_2 = 8$ Ом; $R_3 = 5$ Ом, $X_3 = 3,3$ Ом. Задачу решить методом узлового напряжения.

Решение. Комплексные значения ЭДС, действующих в цепи:

$$\underline{E}_1 = 200e^{-j\frac{\pi}{2}} = 200(\cos \pi/2 - j \sin \pi/2) = 200(0 - j1) = -j200 \text{ В,}$$

$$\underline{E}_2 = -100e^{-j\frac{\pi}{2}} = -100(\cos \pi/2 + j \sin \pi/2) = -100(0 + j1) = -j100 \text{ В.}$$

Комплексные сопротивления ветвей цепи: $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1 = (3 + j4) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_2 = R_2 + jX_2 = (6 + j8) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_3 = R_3 + jX_3 = (5 + j3,3) \text{ Ом}$.

Комплексные проводимости ветвей цепи:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{3 + j4} = \frac{3 - j4}{(3 + j4)(3 - j4)} = \frac{3 - j4}{3^2 + 4^2} = (0,12 - j0,16) \text{ См;}$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{6 + j8} = \frac{6 - j8}{(6 + j8)(6 - j8)} = \frac{6 - j8}{6^2 + 8^2} = (0,06 - j0,08) \text{ См;}$$

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{5 + j3,3} = \frac{5 - j3,3}{(5 + j3,3)(5 - j3,3)} = \frac{5 - j3,3}{5^2 + 3,3^2} = (0,138 - j0,092) \text{ См.}$$

Комплексные токи в ветвях цепи в соответствии с уравнениями электрического равновесия, составленными по второму закону Кирхгофа для замкнутых контуров цепи:

$$\begin{aligned} \underline{E}_1 &= (R_1 + jX_1)\underline{I}_1 - \underline{U}_{12} = \underline{Z}_1\underline{I}_1 - \underline{U}_{12}; \quad \underline{E}_2 = (R_2 + jX_2)\underline{I}_2 - \underline{U}_{12} = \\ &= \underline{Z}_2\underline{I}_2 - \underline{U}_{12}; \quad \underline{U}_{12} + \underline{Z}_3\underline{I}_3 = 0, \text{ откуда } \underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1 + \underline{U}_{12}}{\underline{Z}_1} = \underline{Y}_1\underline{E}_1 + \underline{Y}_1\underline{U}_{12} = \\ &= (0,12 - j0,16)(-j200) + (0,12 - j0,16)\underline{U}_{12} = (-32 - j24) + \\ &\quad + (0,12 - j0,16)\underline{U}_{12}; \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2 + \underline{U}_{12}}{\underline{Z}_2} = \underline{Y}_2\underline{E}_2 + \underline{Y}_2\underline{U}_{12} = \\ &= (0,06 - j0,08)(-j100) + (0,06 - j0,08)\underline{U}_{12} = (-8 - j6) + \\ &\quad + (0,06 - j0,08)\underline{U}_{12}; \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_3} = -\underline{Y}_3\underline{U}_{12} = -(0,138 - j0,092)\underline{U}_{12}. \end{aligned}$$

Комплексное напряжение \underline{U}_{12} , действующее между узлами 1 и 2 цепи, находим с помощью уравнения, составленного по первому закону Кирхгофа для узла 1 цепи: $\underline{I}_1 + \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 0$, откуда, подставляя значения комплексных токов, получим: $\underline{Y}_1\underline{E}_1 + \underline{Y}_2\underline{E}_2 + \underline{U}_{12}(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3) = 0$, откуда $\underline{U}_{12} = \frac{-\underline{E}_1\underline{Y}_1 - \underline{E}_2\underline{Y}_2}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$. Подставляя числовые

$$\begin{aligned} \text{значения токов, имеем: } \underline{U}_{12} &= \frac{40 + j30}{0,32 - j0,33} = \frac{(40 + j30)(0,32 + j0,33)}{(0,32 - j0,33)(0,32 + j0,33)} = \\ &= \frac{-2,9 + j22,8}{0,32^2 + 0,33^2} \cong (14,5 + j114) \text{ В, откуда } U_{12} = \sqrt{14,5^2 + 114^2} \cong \\ &\cong 114,9 \text{ В.} \end{aligned}$$

3.74. Найти распределение токов для электрической цепи переменного тока (рис. 3.74). ЭДС источников питания $\underline{E}_2 = \underline{E}_3 = 100 \text{ В}$, активные и реактивные сопротивления: $R_1 = R_4 = X_2 = X_3 = X_4 = 10 \text{ Ом}$. Внутренним сопротивлением источников питания пренебречь.

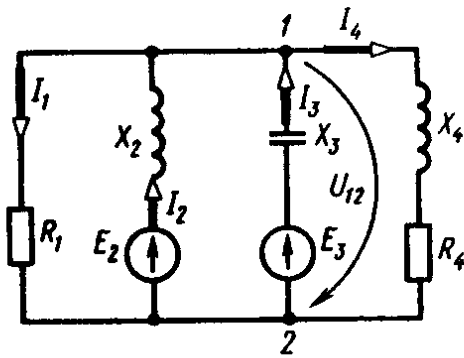


Рис. 3.74

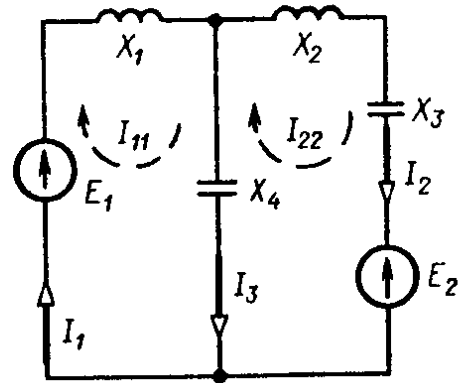


Рис. 3.75

Решение. Комплексные проводимости ветвей цепи: $\underline{Y}_1 = 1/R_1 = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ См}$; $\underline{Y}_2 = 1/jX_2 = 1/j10 = \frac{-j}{j10(-j)} = -j0,1 \text{ См}$;
 $\underline{Y}_3 = \frac{1}{-jX_3} = \frac{1}{-j10} = \frac{j}{-j10j} = j0,1 \text{ См}$; $\underline{Y}_4 = \frac{1}{R_4 + jX_4} = \frac{1}{10 + j10} =$
 $= \frac{(10 - j10)}{(10 + j10)(10 - j10)} = \frac{10 - j10}{10^2 + 10^2} = (0,05 - j0,05) \text{ См}$.

Комплексное напряжение, действующее между узлами 1 и 2 цепи:

$$\underline{U}_{12} = \frac{\underline{E}_2 \underline{Y}_2 + \underline{E}_3 \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4} = \frac{100(-j0,1) + 100(j0,1)}{0,1 - j0,1 + j0,1 + 0,05 - j0,05} =$$

$$= \frac{-j10 + j10}{0,15 - j0,005} = 0.$$

Ток в ветви с сопротивлением X_2 находят из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа: $\underline{E}_2 = \underline{U}_{12} + jX_2 \underline{I}_2$; $\underline{I}_2 = \frac{\underline{E}_2 - \underline{U}_{12}}{jX_2} = \frac{100}{j10} = -j10 \text{ А}$ или $I_2 = 10 \text{ А}$.

Ток в ветви сопротивления X_3 : $\underline{E}_3 = -jX_3 \underline{I}_3 + \underline{U}_{12}$; $\underline{I}_3 = \frac{\underline{E}_3 - \underline{U}_{12}}{-jX_3} = \frac{100 - 0}{-j10} = j10$ или $I_3 = 10 \text{ А}$. Ток в ветви с сопротивлениями R_1 и R_4 : $I_1 = 0$ и $I_4 = 0$, так как $U_{12} = 0$.

3.75. Найти распределение токов I_1, I_2, I_3 в электрической цепи переменного тока (рис. 3.75). ЭДС источников питания $\underline{E}_1 = (60 + j80) \text{ В}$; $\underline{E}_2 = (-60 - j80) \text{ В}$, реактивные сопротивления: $X_1 = X_4 = 20 \text{ Ом}$; $X_2 = X_3 = 40 \text{ Ом}$. Задачу решить методом контурных токов.

Решение. В соответствии с уравнением электрического равновесия, составленным для левого замкнутого контура цепи по второму закону Кирхгофа с учетом принятых положительных направлений контурных токов, имеем: $\underline{E}_1 = (jX_1 - jX_4) \underline{I}_{11} - (-jX_4) \underline{I}_{22}$ или $60 + j80 = j(20 - 20) \underline{I}_{11} - (-j20) \underline{I}_{22}$ $(60 + j80) = j20 \underline{I}_{22}$.

То же, для правого замкнутого контура: $-\underline{E}_2 = j(-X_4 - X_3 + X_2) \underline{I}_{22} - (-jX_4) \underline{I}_{11}$ или $60 + j80 = j(-20 - 40 + 40) \underline{I}_{22} - (-j20) \underline{I}_{11}$;
 $(60 + j80) = -j20 \underline{I}_{22} + 20 \underline{I}_{11}$.

Из полученных уравнений определяют контурные токи: $I_{22} = \frac{3+j4}{j} = \frac{(3+j4)(-j)}{j(-j)} = (4-j3)$ А, откуда $I_{22} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ А; $I_{11} = \frac{(6+j8)}{j} = \frac{(6+j8)(-j)}{j(-j)} = (8-j6)$ А, откуда $I_{11} = \sqrt{6^2+8^2} = 10$ А.

Ток в смежной ветви: $I_3 = I_{11} - I_{22} = (8-j6) - (4-j3) = (4-j3)$ А, откуда $I_3 = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ А. Токи в ветвях источников питания с учетом принятого направления контурных токов: $I_1 = -I_{11} = -10$ А; $I_2 = I_{22} = 5$ А.

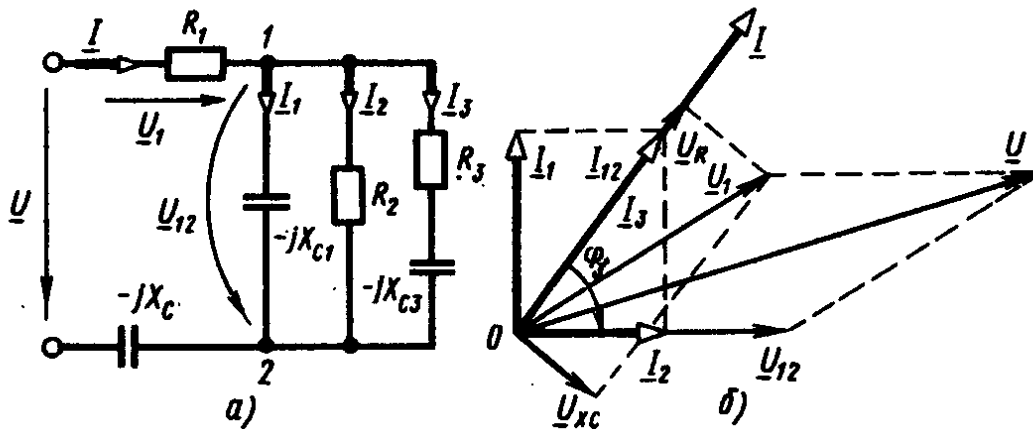


Рис. 3.76

3.76. Найти распределение токов I , I_1 , I_2 , I_3 электрической цепи переменного тока (рис. 3.76, а) и построить векторную диаграмму токов и напряжений, если напряжение источника питания $U = 220$ В, а сопротивления резисторов: $R_1 = 5$ Ом; $R_2 = 16,6$ Ом; $R_3 = 6$ Ом, емкостные сопротивления конденсаторов: $X_c = 2$ Ом; $X_{c1} = 12,5$ Ом; $X_{c3} = 8$ Ом.

Решение. Активная и реактивная проводимости первой параллельной ветви: $G_1 = 0$, так как здесь конденсатор, который активным сопротивлением не обладает: $B_{c1} = 1/X_{c1} = 1/12,5 = 0,08$ См.

Активная и реактивная проводимости второй параллельной ветви: $G_2 = 1/R_2 = 1/16,6 = 0,06$ См; при этом $B_2 = 0$, так как здесь реактивное сопротивление отсутствует.

Активная и реактивная проводимости третьей параллельной ветви: $G_3 = R_3/Z_3^2 = R_3/(R_3^2 + X_{c3}^2) = 6/(6^2 + 8^2) = 6/100 = 0,06$ См; $B_{c3} = X_{c3}/Z_3^2 = 8/100 = 0,08$ См.

Полная проводимость параллельного участка 1—2 цепи: $Y = \sqrt{(\Sigma G)^2 + (\Sigma B)^2} = \sqrt{(G_2 + G_3)^2 + (B_{c1} + B_{c3})^2} = \sqrt{(0,06 + 0,06)^2 + (0,08 + 0,08)^2} = \sqrt{0,12^2 + 0,16^2} = 0,2$ См.

Эквивалентные проводимости параллельного участка 1—2 цепи:

активная $\Sigma G = (G_2 + G_3) = (0,06 + 0,06) = 0,12$ Ом; реактивная $\Sigma B = (B_{c1} + B_{c3}) = (0,08 + 0,08) = 0,16$ Ом.

Полное сопротивление параллельного участка 1—2 цепи: $Z_{12} = 1/Y = 1/0,2 = 5 \text{ Ом}$ или $Z_{12} = \sqrt{R_{12}^2 + X_{12}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ Ом}$.

Полное сопротивление всей цепи: $Z = \sqrt{(R_1 + R_{12})^2 + (X_C + X_{12})^2} = \sqrt{(5 + 3)^2 + (2 + 4)^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ Ом}$.

Ток в неразветвленной части цепи: $I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{10} = 22 \text{ А}$.

Напряжения: на резисторе R_1 : $U_R = R_1 I = 5 \cdot 22 = 110 \text{ В}$; на конденсаторе с сопротивлением X_C : $U_{XC} = X_C I = 2 \cdot 22 = 44 \text{ В}$; на параллельном участке 1—2 цепи: $U_{12} = Z_{12} I = 5 \cdot 22 = 110 \text{ В}$.

Токи в первой параллельной ветви цепи: $I_1 = U_{12}/X_{C1} = 110/12,5 = 8,8 \text{ А}$; в ветви резистора R_2 : $I_2 = U_{12}/R_2 = 110/16,6 = 6,64 \text{ А}$; в ветви резистора R_3 : $I_3 = U_{12}/Z_3 = 110/\sqrt{6^2 + 8^2} = 110/10 = 11 \text{ А}$.

Коэффициент мощности третьей параллельной ветви: $\cos \varphi_3 = R_3/Z_3 = 6/10 = 0,6$, откуда угол $\varphi_3 = -53^\circ 10'$.

Векторная диаграмма токов и напряжений для рассматриваемой электрической цепи дана на рис. 3.76, б.

3.77. Для электрической цепи переменного тока (рис. 3.77) определить общий ток I_0 , показания вольтметров $V_1 - V_3$, а также активные P , реактивные Q и полные S мощности для всех участков цепи, если питающее напряжение $U = 60 \text{ В}$, а активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 15 \text{ Ом}$; $R_2 = 30 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 70 \text{ Ом}$; $R_7 = 16 \text{ Ом}$; $X_{L2} = 20 \text{ Ом}$; $X_{L3} = 5 \text{ Ом}$; $X_{C3} = 10 \text{ Ом}$; $X_{C5} = 40 \text{ Ом}$; $X_{C6} = 12 \text{ Ом}$. Задачу решить методом проводимостей.

Решение. Активные проводимости: первой параллельной ветви участка 1—2 цепи: $G_1 = R_1/Z_1^2 = 1/R_1 = 1/15 = 0,0667 \text{ См}$, так как $R_1 = Z_1$;

второй параллельной ветви участка 1—2: $G_2 = R_2/Z_2^2 = R_2/(R_2^2 + X_{L2}^2) = 30/(30^2 + 20^2) = 0,023 \text{ См}$.

Реактивные проводимости:

первой параллельной ветви участка 1—2 цепи: $B_{L1} = X_{L1}/Z_1^2 = 0/R_1 = 0$;

второй параллельной ветви участка 1—2 цепи: $B_{L2} = X_{L2}/Z_2^2 = 20/(30^2 + 20^2) = 0,0154 \text{ См}$.

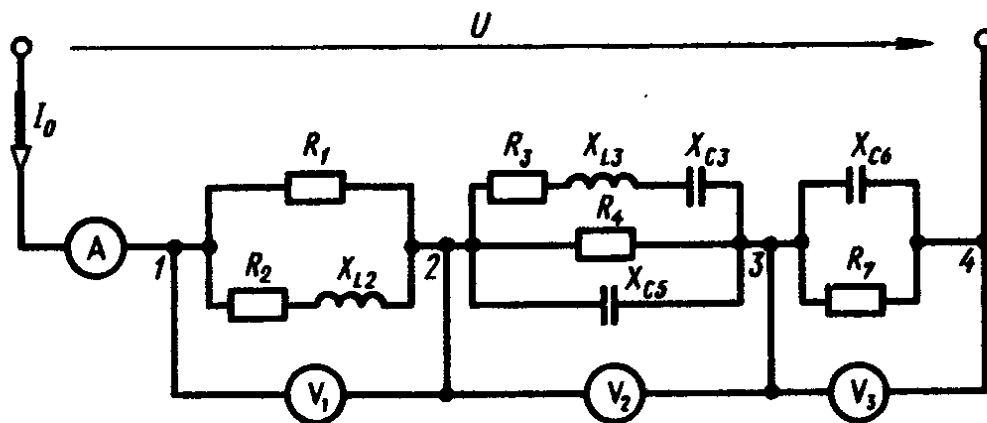


Рис. 3.77

$$\frac{\text{Полная проводимость участка } 1-2 \text{ цепи: } Y_{12} = \sqrt{(G_1 + G_2)^2 + (B_{L1} + B_{L2})^2}}{=} = \sqrt{(0,0667 + 0,023)^2 + (0 + 0,0154)^2} = 0,091 \text{ См.}$$

Сопротивления участка 1—2 цепи:

$$\text{полное } Z_{12} = 1/Y_{12} = 1/0,091 = 10,98 \text{ Ом;}$$

$$\text{активное } R_{12} = Z_{12}G_{12} = Z_{12}^2(G_1 + G_2) = 10,98^2(0,0667 + 0,023) = 10,83 \text{ Ом;}$$

$$\text{индуктивное } X_{12} = Z_{12}^2B_{12} = Z_{12}B_{L2} = 10,98^2 \cdot 0,0154 = 1,85 \text{ Ом.}$$

Активная проводимость:

$$\text{первой параллельной ветви участка } 2-3 \text{ цепи: } G_3 = \frac{R_3}{Z_3^2} =$$

$$= \frac{R_3}{R_3^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2} = \frac{10}{10^2 + (5 - 10)^2} = \frac{10}{125} = 0,08 \text{ См; второй параллельной ветви участка } 2-3 \text{ цепи: } G_4 = 1/R_4 = 1/70 = 0,0143 \text{ См.}$$

$$\text{Емкостная проводимость первой параллельной ветви участка } 2-3 \text{ цепи: } B_{C3} = \frac{X_{C3}}{Z_3^2} = \frac{10}{10^2 + (5 - 10)^2} = \frac{10}{125} = 0,08 \text{ См.}$$

$$\text{Индуктивная проводимость первой параллельной ветви участка } 2-3 \text{ цепи: } B_{L3} = X_{L3}/Z_3^2 = 5/125 = 0,04 \text{ См.}$$

$$\text{Емкостная проводимость третьей параллельной ветви участка } 2-3 \text{ цепи: } B_{C5} = X_{C5}/Z_5^2 = 1/X_{C5} = 1/40 = 0,025 \text{ См.}$$

$$\text{Полная проводимость участка } 2-3 \text{ цепи: } Y_{23} = \sqrt{(G_3 + G_4)^2 + [B_{L3} - (B_{C3} + B_{C5})]^2} = \sqrt{(0,08 + 0,0143)^2 + [0,04 - (0,08 + 0,025)]^2} = 0,1145 \text{ См.}$$

$$\text{Полное сопротивление участка } 2-3 \text{ цепи: } Z_{23} = 1/Y_{23} = 1/0,1145 = 8,76 \text{ Ом.}$$

Сопротивления участка 2—3 цепи:

$$\text{активное } R_{23} = G_{23}Z_{23}^2 = (0,08 + 0,0143)8,76^2 = 7,26 \text{ Ом; индуктивное } X_{23} = (B_{L3} - B_{C3} - B_{C5})Z_{23}^2 = (0,04 - 0,08 - 0,025)8,76^2 = -5 \text{ Ом.}$$

$$\text{Активная проводимость второй параллельной ветви участка } 3-4 \text{ цепи: } G_7 = R_7/Z_7^2 = 1/R_7 = 1/16 = 0,0625 \text{ См.}$$

$$\text{Емкостная проводимость первой параллельной ветви участка } 3-4 \text{ цепи: } B_{C6} = X_{C6}/X_{C6}^2 = 1/X_{C6} = 1/12 = 0,083 \text{ См.}$$

$$\text{Полная проводимость участка } 3-4 \text{ цепи: } Y_{34} = \sqrt{G_7^2 + B_{C6}^2} = \sqrt{0,0625^2 + 0,083^2} = 0,103 \text{ См.}$$

$$\text{Полное сопротивление участка } 3-4 \text{ цепи: } Z_{34} = 1/Y_{34} = 1/0,103 = 9,73 \text{ Ом.}$$

$$\text{Активное сопротивление участка } 3-4 \text{ цепи: } R_{34} = G_7Z_{34}^2 = 0,0625 \cdot 9,73^2 = 5,9 \text{ Ом.}$$

$$\text{Индуктивное сопротивление участка } 3-4 \text{ цепи: } X_{34} = -B_{C6}Z_{34}^2 = -0,083 \cdot 9,73^2 = -7,8 \text{ Ом.}$$

$$\text{Полное сопротивление всей цепи: } Z_0 = \sqrt{(R_{12} + R_{23} + R_{34})^2 + (X_{12} + X_{23} + X_{34})^2} = \sqrt{(10,8 + 7,26 + 5,9)^2 + [1,85 + (-5) + (-7,8)]^2} = 26,4 \text{ Ом.}$$

Общий ток в цепи: $I_0 = U/Z_0 = 60/26,4 = 2,26$ А.

Показания вольтметров в цепи: $U_1 = Z_{12}I_0 = 10,98 \cdot 2,26 = 24,8$ В; $U_2 = Z_{23}I_0 = 8,76 \cdot 2,26 = 19,7$ В; $U_3 = Z_{34}I_0 = 9,73 \times 2,26 = 22$ В.

Активная, реактивная и полная мощности и коэффициент мощности участка 1—2 цепи: $P_1 = U_1I_0 \cos \varphi_1 = 24,8 \cdot 2,26 \times 10,83/10,98 = 51$ Вт, где $\cos \varphi_1 = R_{12}/Z_{12} = 10,83/10,98 = 0,99$; $Q_1 = U_1I_0 \sin \varphi_1 = 24,8 \cdot 2,26 \cdot 1,85/10,98 = 9,45$ вар, где $\sin \varphi_1 = X_{12}/Z_{12} = 1,85/10,98 = 0,168$; $S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = U_1I_0 = 24,8 \times 2,26 = 56$ В·А.

Активная, реактивная и полная мощности участка 2—3 цепи: $P_2 = U_2I_0 \cos \varphi_2 = 19,7 \cdot 2,26 \cdot 7,26/8,76 = 36,8$ Вт; $Q_2 = U_2I_0 \sin \varphi_2 = 19,7 \cdot 2,26 \cdot 5,0/8,76 = 25,4$ вар; $S_2 = U_2I_0 = 19,7 \cdot 2,26 = 42,4$ В·А.

Активная, реактивная и полная мощности участка 3—4 цепи: $P_3 = U_3I_0 \cos \varphi_3 = 22 \cdot 2,26 \cdot \frac{5,9}{9,73} = 30$ Вт; $Q_3 = U_3I_0 \sin \varphi_3 = 22 \times 2,26 \cdot \frac{-7,78}{9,73} = -39,8$ вар; $S_3 = U_3I_0 = 22 \cdot 2,26 = 49,7$ В·А.

3.78. Задачу 3.77 решить методом применения комплексных чисел.

Решение. Комплексные сопротивления ветвей и участка 1—2 электрической цепи: $Z_1 = R_1 = 15$ Ом; $Z_2 = R_2 + jX_{L2} = (30 + j20)$ Ом; $Z_{12} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{15(30 + j20)}{15 + 30 + j20} = (10,8 + j1,85)$ Ом; $R_{12} = 10,8$ Ом; $X_{12} = 1,85$ Ом.

Комплексные сопротивления ветвей и участка 2—3 цепи: $Z_3 = R_3 + j(X_{L3} - X_{C3}) = 10 + j(5 - 10) = (10 - j5)$ Ом; $Z_4 = R_4 = 70$ Ом; $Z_5 = -jX_{C5} = -j40$ Ом; $Z_{45} = \frac{Z_4 Z_5}{Z_4 + Z_5} = \frac{70(-j40)}{70 + (-j40)} = (17,2 - j30,15)$ Ом; $Z_{35} = \frac{Z_{45} Z_3}{Z_{45} + Z_3} = \frac{(17,2 - j30,15)(10 - j5)}{17,2 - j30,15 + 10 - j5} = (7,14 - j5)$ Ом, откуда $R_{35} = 7,14$ Ом; $X_{35} = 5$ Ом.

Комплексные сопротивления ветвей на участке 3—4 цепи: $Z_6 = -jX_{C6} = -j12$ Ом; $Z_7 = R_7 = 16$ Ом; $Z_{67} = \frac{Z_6 Z_7}{Z_6 + Z_7} = \frac{(-j12)16}{16 - j12} = (5,79 - j7,68)$ Ом, откуда $R_{67} = 5,79$ Ом; $X_{67} = -7,68$ Ом.

Общее сопротивление цепи: $Z_0 = Z_{12} + Z_{23} + Z_{34} = 10,8 - j1,85 + 7,14 - j5 + 5,79 - j7,68 = (23,96 - j10,95)$ Ом.

Общий ток в цепи: $I_0 = \frac{U}{Z_0} = \frac{60}{23,96 - j10,95} = \frac{60(23,96 + j10,95)}{(23,96 - j10,95)(23,96 + j10,95)} = (2,08 + j0,95)$ А; отсюда $I_0 = \sqrt{2,08^2 + 0,95^2} = 2,25$ А.

Показания вольтметров в цепи: $U_1 = Z_{12}I_0 = (10,8 + j1,85) \times (2,08 + j0,95) = (20,74 + j14,1)$ В, откуда $U_1 = \sqrt{20,74^2 + 14,1^2} = 25$ В; $U_2 = Z_{23}I_0 = (7,14 - j5)(2,08 + j0,95) = (19,64 - j3,6)$ В, от-

куда $U_2 = \sqrt{19,64^2 + 3,6^2} = 20,35$ В, $U_3 = Z_{34}I_0 = (5,79 - j7,68) \times (2,08 + j0,95) = (19,3 - j10,5)$ В, откуда $U_3 = \sqrt{19,3^2 + 10,5^2} = 22$ В.

Векторная диаграмма напряжений для рассматриваемой электрической цепи приведена на рис. 3.78.

3.79. Для электрической цепи переменного тока со смешанным соединением сопротивлений (рис. 3.79) определить токи $I, I_1 - I_4$, напряжения U_1, U_2 на участках цепи, активную P , реактивную Q и полную S мощности, если питающее напряжения $U = 300$ В, сопротивления резисторов и реактивные сопротивления конденсаторов: $R_1 = X_1 = R_2 = X_{C2} = X_{C3} = R_4 = X_{C5} = 10$ Ом. Задачу решить методом применения комплексных чисел.

Решение. Комплексные сопротивления отдельных ветвей: $Z_1 = R_1 + jX_1 = (10 + j10)$ Ом; $Z_2 = R_2 - jX_2 = (10 - j10)$ Ом; $Z_3 = -jX_{C3} = -j10$ Ом; $Z_4 = R_4 = 10$ Ом; $Z_5 = -jX_{C5} = -j10$ Ом.

$$\begin{aligned} \text{Комплексное сопротивление всей цепи: } \underline{Z} &= \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} + \\ &+ \frac{\underline{Z}_3 \underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} + \underline{Z}_5 = \frac{(R_1 + jX_1)(R_2 - jX_2)}{(R_1 + jX_1 + R_2 - jX_2)} + \frac{-jX_{C3}R_4}{R_4 - jX_{C4}} - jX_{C5} = \\ &= \frac{(10 + j10)(10 - j10)}{10 + j10 + 10 - j10} + \frac{-j10 \cdot 10}{10 - j10} - j10 = (15 - j15) \text{ Ом, откуда } Z = \\ &= \sqrt{15^2 + 15^2} = \sqrt{2} \cdot 15 = 21,2 \text{ Ом.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Общий ток цепи: } \underline{I} &= \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{300}{15 - j15} = (10 + j10) \text{ А, откуда } I = \\ &= \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{2} \cdot 10 = 14,1 \text{ А.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Напряжение на участке } 1-2 \text{ цепи: } \underline{U}_{12} &= \underline{Z}_{12} \underline{I} = \\ &= \frac{(10 + j10)(10 - j10)}{(10 + j10) + (10 - j10)} (10 + j10) = (100 + j100) \text{ В, откуда } U_{12} = \\ &= \sqrt{100^2 + 100^2} = 100\sqrt{2} = 141 \text{ В.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Токи в параллельных ветвях } 1-2: \underline{I}_1 &= \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_1} = \frac{141}{10 + j10} = \\ &= (7,05 - j7,05) \text{ А, откуда } I_1 = \sqrt{7,05^2 + 7,05^2} = \sqrt{2} \cdot 7,05 = 10 \text{ А; } \underline{I}_2 = \\ &= \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_2} = \frac{141}{10 - j10} = (7,05 + j7,05), \text{ откуда } I_2 = \sqrt{7,05^2 + 7,05^2} = \\ &= 10 \text{ А.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Напряжение на участке } 3-4 \text{ цепи: } \underline{U}_{34} &= \underline{Z}_{34} \underline{I} = \frac{-j10 \cdot 10}{10 - j10} \times \\ &\times (10 + j10) = (5 - j5)(10 - j10) = 100 \text{ В, откуда } U_{34} = 100 \text{ В.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Токи в параллельных ветвях на участке } 3-4 \text{ цепи: } \underline{I}_3 &= \\ &= \frac{\underline{U}_{34}}{\underline{Z}_3} = \frac{100}{-j10} = \frac{100 \cdot j10}{-j10 \cdot j10} = j10 \text{ А, откуда } I_3 = 10 \text{ А; } \underline{I}_4 = \underline{U}_{34} / \underline{Z}_4 = \\ &= 100 / 10 = 10 \text{ А, откуда } I_4 = 10 \text{ А.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Полная, активная и реактивная мощности всей цепи: } \underline{S} &= \\ &= \underline{UI}^* = 300(10 - j10) = (3000 - j3000) \text{ В} \cdot \text{А, откуда } P = 3000 \text{ Вт} = \\ &= 3 \text{ кВт; } Q = -j3000 \text{ вар} = 3 \text{ квар, тогда } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \\ &= 3\sqrt{2} = 4,23 \text{ кВ} \cdot \text{А.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Коэффициент мощности всей цепи: } \cos \varphi &= P/S = 3000/4230 = \\ &= 0,71. \end{aligned}$$

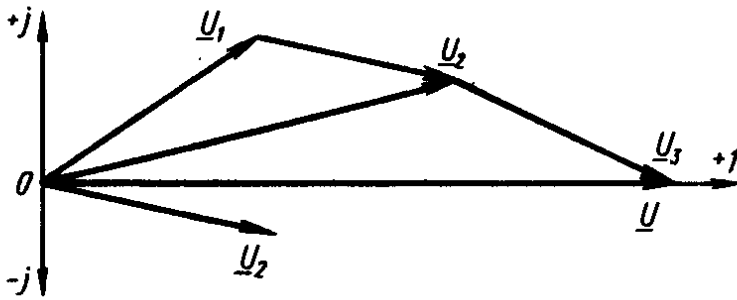


Рис. 3.78

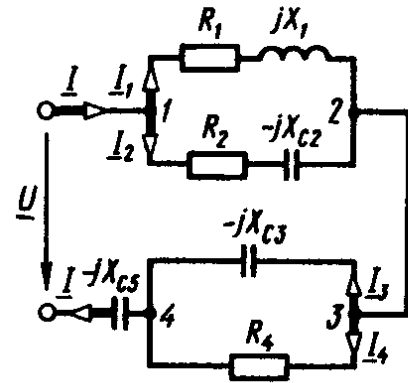


Рис. 3.79

Баланс мощностей: $P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_4^2 R_4 = 10^2 \cdot 10 + 10^2 \cdot 10 + 10^2 \cdot 10 = 3000 \text{ Вт} = 3 \text{ кВт}$; $Q = I_1^2 X_1 - I_2^2 X_{c2} - I_3^2 X_{c3} - I^2 X_{c5} = 10^2 \cdot 10 - 10^2 \cdot 10 - 10^2 \cdot 10 - 14,1^2 \cdot 10 = -3000 \text{ вар} = -3 \text{ квар}$.

3.80. В электрическую цепь переменного тока с частотой питающего напряжения $f = 50 \text{ Гц}$ включена катушка индуктивности, имеющая активное сопротивление $R = 4 \text{ Ом}$ и индуктивное сопротивление $X_L = 3 \text{ Ом}$. Определить полное сопротивление Z катушки, ток I в цепи, а также угол сдвига фаз φ между током и напряжением $\underline{U} = 110e^{j52^\circ}$. Записать комплексные сопротивления и проводимости цепи в алгебраической и показательной формах записи.

Решение. Сопротивления катушки индуктивности:

комплексное: $\underline{Z} = R + jX_L = (4 + j3) \text{ Ом}$; полное: $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ Ом}$.

Угол сдвига фаз между током и напряжением: $\text{tg } \varphi = X_L / R = 3/4 = 0,75$, откуда $\varphi \simeq 37^\circ$.

Комплексное сопротивление катушки в показательной форме записи: $\underline{Z} = Z e^{j\varphi} = 5e^{j37^\circ} \text{ Ом}$.

Комплексный ток в цепи в показательной форме записи:

$$\underline{I} = \underline{U} / \underline{Z} = \frac{110e^{j52^\circ}}{5e^{j37^\circ}} = 22e^{j15^\circ} \text{ А.}$$

Комплексный ток в цепи в алгебраической форме записи: $\underline{I} = I \cos 15^\circ + jI \sin 15^\circ = (22 \cdot 0,965 + j22 \cdot 0,258) = (21,2 + j5,68) \text{ А}$.

Ток в цепи: $I = U / Z = 110 / 5 = 22 \text{ А}$.

Проводимость цепи:

$$\text{комплексная: } \underline{Y} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X_L}{Z^2} = \frac{4}{5^2} - j \frac{3}{5^2} = (0,16 - j0,12) \text{ См};$$

полная: $Y = \sqrt{(0,16)^2 + (0,12)^2} = 0,2 \text{ См}$.

Комплексная проводимость цепи в показательной форме записи: $\underline{Y} = 1 / \underline{Z} = 0,2e^{-j37^\circ} \text{ См}$.

Ток в цепи в показательной форме записи: $\underline{I} = \underline{U} \underline{Y} = 110e^{j52^\circ} \times 0,2e^{-j37^\circ} = 22e^{j15^\circ} \text{ А}$.

3.81. Вычислить токи в ветвях электрической цепи переменного тока рис. 3.81. Напряжение питающей сети $U = 25 \text{ В}$, сопротивления резисторов: $R_1 = R_2 = 1 \text{ Ом}$, индуктивное и емкостное

сопротивления: $X_{L2} = X_{L3} = X_C = 1$ Ом. Решить задачу методом законов Кирхгофа.

Решение. Составляем уравнение по второму закону Кирхгофа для левого замкнутого контура цепи: $0 = -U + R_1 I_1 + (R_2 + jX_{L2} - jX_C) I_2$; $0 = -25 + 1 I_1 + (1 + j1 - j1) I_2 = I_1 + I_2 - 25$.

Аналогично для правого замкнутого контура: $0 = -U + R_1 I_1 + jX_{L3} I_3$; $0 = -25 + 1 I_1 + j1 I_3 = I_1 + j I_3 - 25$.

В результате совместного решения полученных уравнений с учетом уравнения для токов, составленного по первому закону Кирхгофа для узла 2 цепи: $I_1 = I_2 + I_3$, находим: $I_3 = \frac{25}{1 + j2} = \frac{25(1 - j2)}{(1 + j2)(1 - j2)} = (5 - j10)$ А или $I_3 = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,15$ А.

Ток в неразветвленной части цепи находим из уравнения, записанного для правого контура цепи с учетом выражения для комплексного тока I_3 : $U = R_1 I_1 + jX_{L3} I_3$; $25 = 1 I_1 + j1(5 - j10)$, откуда $I_1 = (15 - j5)$ А; $I_1 = \sqrt{15^2 + 5^2} = 15,8$ А.

Ток во второй (параллельной) ветви согласно уравнению для узла 2 цепи, составленному по первому закону Кирхгофа: $I_1 = I_2 + I_3$; $15 - j15 = I_2 + 5 - j10$; $I_2 = (10 + j5)$ А или $I_2 = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11,15$ А.

3.82. Задачу 3.81 решить методом контурных токов.

Решение. Составляем уравнение электрического равновесия напряжений для левого замкнутого контура цепи в соответствии со вторым законом Кирхгофа: $0 = -U + [R_1 + R_2 + j(X_{L2} - X_{C2})] I_{11} - [R_2 + j(X_{L2} - X_C)] I_{22}$; $25 = [1 + 1 + j(1 - 1)] I_{11} - [1 + j(1 - 1)] I_{22}$ или $25 = 2 I_{11} - I_{22}$.

То же, для правого замкнутого контура цепи: $0 = [R_2 + j(X_{L2} + X_{L3} - X_C)] I_{22} - [R_2 + j(X_{L2} - X_C)] I_{11}$; $0 = [1 + j(1 + 1 - 1)] I_{22} - [1 + j(1 - 1)] I_{11}$ или $0 = 1 + j I_{22} - I_{11}$.

В результате совместного решения полученных уравнений имеем: $25 = 2 I_{22} + j2 I_{22} - I_{22}$, откуда $I_{22} = \frac{25}{1 + j2} = \frac{25 \cdot (1 - j2)}{(1 + j2)(1 - j2)} = (5 - j10)$ А или $I_{22} = I_3 = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,15$ А.

Ток в неразветвленной части цепи определяется из уравнения: $25 = 2 I_{11} - I_{22}$, подставляя в него значение I_{22} : $25 = 2 I_{11} - (5 - j10)$, получим $I_1 = I_{11} = (15 - j5)$ А, $I_1 = I_{11} = \sqrt{15^2 + 5^2} = 15,8$ А.

Ток в первой параллельной ветви: $I_2 = I_{11} - I_{22} = 15 - j5 - (5 - j10) = (10 + j5)$ А или $I_2 = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11,15$ А.

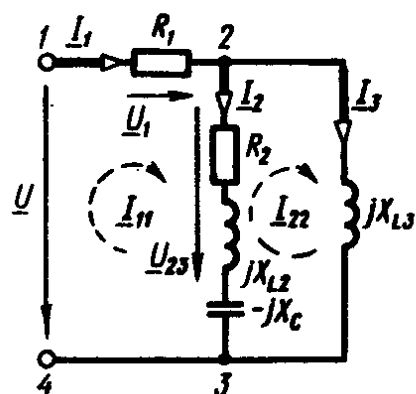


Рис. 3.81

3.83. Задачу 3.81 решить методом проводимостей.

Решение. Комплексные сопротивления участков электрической цепи: $\underline{Z}_1 = R_1 = 1 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_C) = 1 + j(1 - 1) = 1 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_3 = jX_{L3} = j1 = j \text{ Ом}$.

Комплексные проводимости участков цепи: $\underline{Y}_2 = 1/\underline{Z}_2 = 1/1 = 1 \text{ См}$; $\underline{Y}_3 = 1/\underline{Z}_3 = 1/j = -j \text{ См}$; $\underline{Y}_{23} = \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 = (1 - j) \text{ См}$.

Комплексное сопротивление параллельного участка цепи:

$$\underline{Z}_{23} = \frac{1}{\underline{Y}_{23}} = \frac{1}{1-j} = \frac{1(1+j)}{(1-j)(1+j)} = \frac{1+j}{2} = (0,5 + j0,5) \text{ Ом.}$$

Общее сопротивление цепи: $\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = 1 + 0,5 + j0,5 = (1,5 + j0,5) \text{ Ом}$.

Ток в неразветвленной части цепи: $\underline{I}_1 = \frac{U}{\underline{Z}} = \frac{25}{(1,5 + j0,5)} = \frac{25(1,5 - j0,5)}{(1,5 + j0,5)(1,5 - j0,5)} = (15 - j5) \text{ А}$ или $I_1 = \sqrt{15^2 + 5^2} = 15,8 \text{ А}$.

Падение напряжения в неразветвленной части цепи: $\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 = 1(15 - j5) = (15 - j5) \text{ В}$ или $U_1 = \sqrt{15^2 + 5^2} = 15,8 \text{ В}$.

Падение напряжения на параллельном участке цепи в соответствии со вторым законом Кирхгофа: $\underline{U}_{23} = U - \underline{U}_1 = 25 - 15 + j5 = (10 + j5) \text{ В}$ или $U_{23} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11,15 \text{ В}$.

Ток в первой параллельной ветви: $\underline{I}_2 = \underline{U}_{23} \underline{Y}_2 = (10 + j5)1 = (10 + j5) \text{ А}$ или $I_2 = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11,15 \text{ А}$.

Ток во второй параллельной ветви: $\underline{I}_3 = \underline{U}_{23} \underline{Y}_3 = (10 + j5) \times (-j) = (5 - j10) \text{ А}$ или $I_3 = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,15 \text{ А}$.

3.84. Задачу 3.81 решить методом узлового напряжения.

Решение. Комплексные сопротивления участков электрической цепи: $\underline{Z}_1 = R_1 = 1 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_2 = R_2 + j(X_{L2} - X_C) = 1 + j(1 - 1) = 1 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_3 = jX_{L3} = j1 = j \text{ Ом}$.

Комплексные проводимости участков цепи: $\underline{Y}_1 = 1/\underline{Z}_1 = 1/R_1 = 1/1 = 1 \text{ См}$; $\underline{Y}_2 = 1 \text{ См}$; $\underline{Y}_3 = -j \text{ См}$.

Комплексное напряжение, действующее между узлами 2—3 цепи: $\underline{U}_{23} = \frac{\underline{U}_1 \underline{Y}_1}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3} = \frac{25 \cdot 1}{1 + 1 - j} = \frac{25}{2 - j} = \frac{25(2 + j)}{(2 - j)(2 + j)} = (10 + j5) \text{ В}$.

Ток в неразветвленной части цепи определяется из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для левого замкнутого контура цепи: $0 = -U + R_1 I_1 + U_{23}$; $25 = 1 \cdot I_1 + 10 + j5$; $\underline{I}_1 = (15 - j5) \text{ А}$ или $I_1 = \sqrt{15^2 + 5^2} = 15,8 \text{ А}$.

Ток в первой параллельной ветви в соответствии со вторым законом Кирхгофа: $0 = [R_2 + j(X_{L2} - X_C)] I_2 - U_{23}$; $10 + j5 = [1 + j(1 - 1)] I_2$, откуда $\underline{I}_2 = (10 + j5) \text{ А}$ или $I_2 = \sqrt{10^2 + 5^2} = 11,15 \text{ А}$.

Ток во второй параллельной ветви в соответствии с уравнением, составленным для узла 2 по первому закону Кирхгофа: $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3$; $15 - j5 = 10 + j5 + \underline{I}_3$, откуда $\underline{I}_3 = (5 - j10) \text{ А}$ или $I_3 = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,15 \text{ А}$.

Задачи

3.85. Неразветвленная электрическая цепь переменного тока находится под напряжением $U = 84,6$ В и содержит активное и индуктивное сопротивления $R = X_L = 3$ Ом. Определить полное сопротивление Z , ток I , полную S , активную P и реактивную Q_L мощности цепи. *Ответ.* $Z = 4,23$ Ом; $I = 19,7$ А; $S = 1,68$ кВ·А; $P = 1,19$ кВт; $Q_L = 1,19$ квар.

3.86. Определить полное Z , активное R и реактивное X сопротивления электрической цепи переменного тока, а также характер нагрузки цепи, если ее комплексное сопротивление $\underline{Z} = 4e^{-j30^\circ}$. *Ответ.* $Z = 4$ Ом; $R = 3,46$ Ом; $X = 2$ Ом.

3.87. В разветвленную электрическую цепь переменного тока включены осветительная нагрузка с активным сопротивлением R_1 , катушка индуктивности с индуктивным сопротивлением X_L и активным сопротивлением R_2 и конденсатор с емкостным сопротивлением X_C (рис. 3.87). Определить напряжение U источника питания и токи I_2 и I_3 в ветвях; если общий ток в цепи $I_1 = 5$ А, активные и реактивные сопротивления цепи: $R_1 = 44$ Ом; $R_2 = 7$ Ом; $R_3 = 15$ Ом; $X_L = 24$ Ом; $X_C = 20$ Ом. *Ответ.* $U = 220$ В; $I_2 = 8,8$ А; $I_3 = 8,8$ А.

3.88. Определить показания амперметра А, включенного в электрическую цепь переменного тока рис. 3.88 при разомкнутом (I) и замкнутом (I') выключателе В в резонансном контуре. Напряжение источника питания $U = 100$ В, активные и реактивные сопротивления: $R = X_L = X_C = 5$ Ом. *Ответ.* $I = 14,2$ А; $I' = 0$.

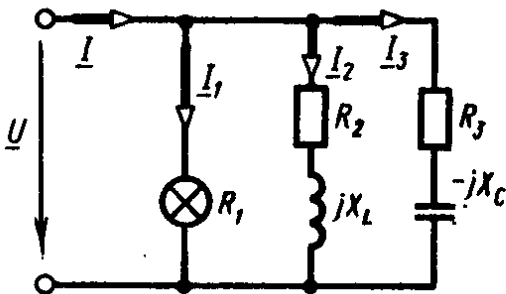


Рис. 3.87

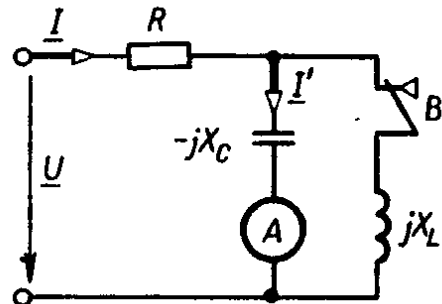


Рис. 3.88

3.89. В разветвленной электрической цепи переменного тока (рис. 3.89), находящейся под напряжением $U = 100$ В, включены активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 2$ Ом; $X_1 = 2$ Ом; $X_2 = 4$ Ом. Определить общий ток I и токи I_1 и I_2 в ветвях цепи, построить векторную диаграмму напряжения и токов. *Ответ.* $I = 67$ А; $I_1 = 44,5$ А; $I_2 = 22,25$ А.

3.90. Для условий предыдущей задачи определить полные Y , активные G и реактивные B проводимости всей цепи и ее ветвей, построить треугольник проводимостей. *Ответ.* $Y = 0,66$ См; $G = 0,298$ См; $B = 0,595$ См; $G_1 = 0,198$ См; $G_2 = 0,1$ См; $B_1 = 0,396$ См; $B_2 = 0,198$ См.

3.91. В разветвленной электрической цепи переменного тока

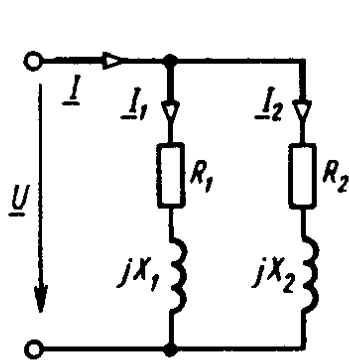


Рис. 3.89

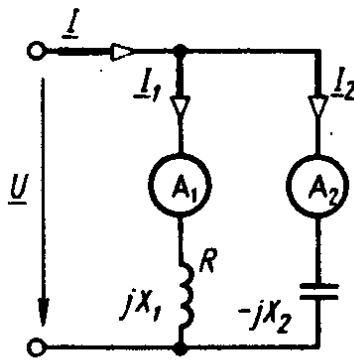


Рис. 3.91

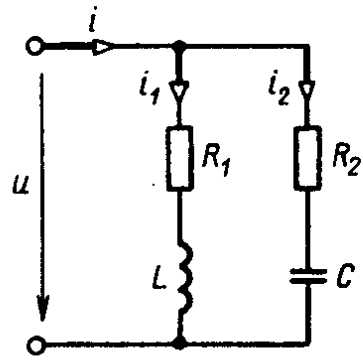


Рис. 3.92

(рис. 3.91) имеет место резонанс токов, при этом показания амперметров A_1 и A_2 соответственно равны: $I_1 = 10$ А и $I_2 = 4$ А. Определить емкостное сопротивление X_2 идеального конденсатора ($R_C = 0$), если индуктивное сопротивление катушки $X_1 = 10$ Ом. *Ответ.* $X_2 = 62,5$ Ом.

3.92. Определить общий ток I , активные P и реактивные Q мощности отдельных ветвей и всей электрической цепи переменного тока рис. 3.92, построить векторную диаграмму напряжения и токов, если питающее напряжение $U = 110$ В, активные и реактивные сопротивления соответственно равны: $R_1 = 2$ Ом; $R_2 = \sqrt{6}$ Ом; $X_L = 4$ Ом; $X_C = 2$ Ом. *Ответ.* $I = 38$ А; $P_1 = 1,21$ кВт; $P_2 = 2,97$ кВт; $Q_1 = 2,42$ квар; $Q_2 = -2,42$ квар; $P = 4,18$ кВт; $Q = 0$.

3.93. Определить значения токов I_1 и I_2 в ветвях, общий ток I и соответствующие коэффициенты мощности $\cos \varphi$, построить векторную диаграмму напряжения и токов электрической цепи переменного тока (рис. 3.92), если напряженне питающей сети $U = 120$ В, активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 2$ Ом; $R_2 = 1$ Ом; $X_L = 6$ Ом; $X_C = 9,55$ Ом. Задачу решить методом проводимостей. *Ответ.* $I_1 = 19$ А; $I_2 = 12$ А; $I = 9,4$ А; $\cos \varphi_1 = 0,317$; $\cos \varphi_2 = 0,1$; $\cos \varphi = 0,766$.

3.94. Определить реактивную мощность Q разветвленной электрической цепи переменного тока (рис. 3.92), если питающее напряжение $U = 100$ В, активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 3$ Ом; $X_L = 2$ Ом; $X_C = 1$ Ом. *Ответ.* $Q = 3$ квар.

3.95. Найти напряжение U источника питания, активную P , реактивную Q и полную S мощности электрической цепи переменного тока (рис. 3.95), если ток в цепи $I = 5$ А, а токи в ветвях: $I_1 = 4$ А; $I_2 = 3$ А; активные и реактивные сопротивления

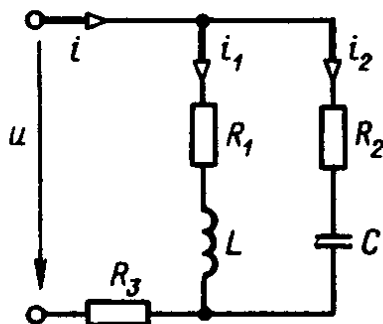


Рис. 3.95

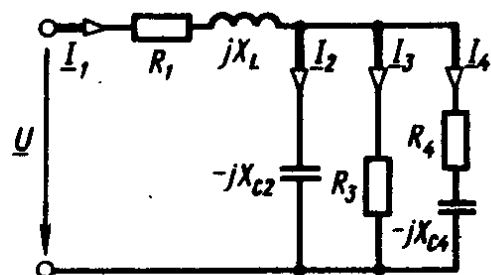


Рис. 3.96

участков цепи: $R_1 = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = 5 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $X_L = 8 \text{ Ом}$; $X_C = 5 \text{ Ом}$. *Ответ.* $U = 81 \text{ В}$; $P = 391 \text{ Вт}$; $Q = 63 \text{ вар}$; $S = 400 \text{ В} \cdot \text{А}$.

3.96. Найти распределение токов электрической цепи переменного тока (рис. 3.96), если напряжение источника питания $U = 100 \text{ В}$, активные и реактивные сопротивления ветвей: $R_1 = 0,68 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $R_4 = 10 \text{ Ом}$; $X_L = 0,32 \text{ Ом}$; $X_{C2} = 10 \text{ Ом}$; $X_{C4} = 10 \text{ Ом}$. *Ответ.* $I_1 = 20 \text{ А}$; $I_2 = 9,4 \text{ А}$; $I_3 = 9,4 \text{ А}$; $I_4 = 6,63 \text{ А}$.

3.97. Найти распределение токов в электрической цепи переменного тока (рис. 3.97), определить напряжения U_1 и U_{12} на участках цепи, построить векторную диаграмму, если напряжение источника питания $U = 100 \text{ В}$, активные и реактивные сопротивления: $R_1 = 2 \text{ Ом}$; $R_2 = 3 \text{ Ом}$; $R_3 = 8 \text{ Ом}$; $X_{C1} = 2 \text{ Ом}$; $X_{C2} = 4 \text{ Ом}$; $X_{L3} = 6 \text{ Ом}$. Задачу решить методом узловых напряжений. *Ответ.* $I_1 = 13,9 \text{ А}$; $I_2 = 12,4 \text{ А}$; $I_3 = 6,18 \text{ А}$; $U_1 = 43,2 \text{ В}$; $U_{12} = 62,5 \text{ В}$.

3.98. Определить общий ток I и токи в ветвях I_1, I_2, I_3 , активную P , реактивную Q и полную S мощности, а также коэффициент мощности $\cos \varphi$ электрической цепи переменного тока (рис. 3.98), если напряжение источника питания $U = 100 \text{ В}$, активные и реактивные сопротивления: $R = 6 \text{ Ом}$; $R_2 = 10 \text{ Ом}$; $R_3 = 10 \text{ Ом}$; $X_L = 18 \text{ Ом}$; $X_{L3} = 10 \text{ Ом}$; $X_{C1} = 10 \text{ Ом}$. Задачу решить методом проводимостей. *Ответ.* $I = 5 \text{ А}$; $I_1 = 3,16 \text{ А}$; $I_2 = 3,16 \text{ А}$; $I_3 = 2,24 \text{ А}$; $P = 300 \text{ Вт}$; $Q = 400 \text{ вар}$; $S = 500 \text{ В} \cdot \text{А}$; $\cos \varphi = 0,6$.

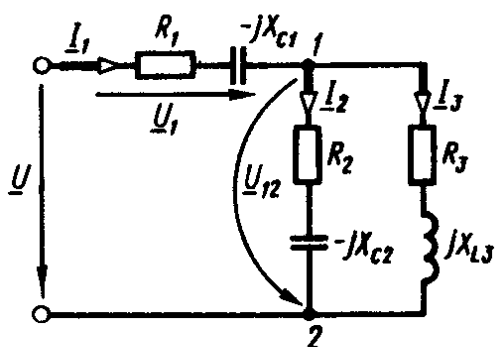


Рис. 3.97

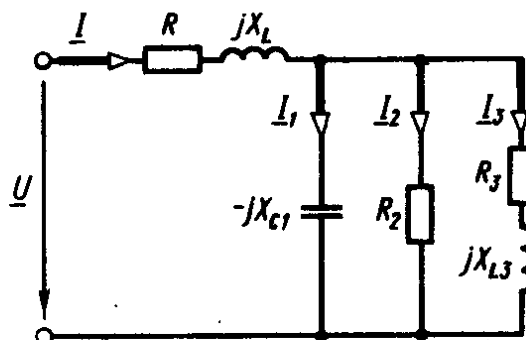


Рис. 3.98

3.99. Задачу 3.98 решить методом применения комплексных чисел. Построить векторную диаграмму токов и напряжений электрической цепи. *Ответ.* См. задачу 3.98.

3.100. Определить токи: $I, I_1 - I_3$ в электрической цепи переменного тока (рис. 3.100), если напряжение источника питания $U = 100 \text{ В}$, активные и реактивные сопротивления: $R = 8,67 \text{ Ом}$; $R_2 = R_3 = 10 \text{ Ом}$; $X_C = 12,67 \text{ Ом}$; $X_{C1} = 10 \text{ Ом}$; $X_{C3} = 10 \text{ Ом}$. Построить векторную диаграмму токов и напряжений. Задачу решить методом применения комплексных чисел. *Ответ.* $I = 5 \text{ А}$; $I_1 = 2,53 \text{ А}$; $I_2 = 2,53 \text{ А}$; $I_3 = 1,66 \text{ А}$.

3.101. Для электрической цепи переменного тока (рис. 3.101) определить токи $I_1 - I_3$ и построить векторную диаграмму токов и напряжений, если напряжение источника питания $U = 52 \text{ В}$, активные и реактивные сопротивления: $R_1 = R_2 = R_3 = X_{L1} =$

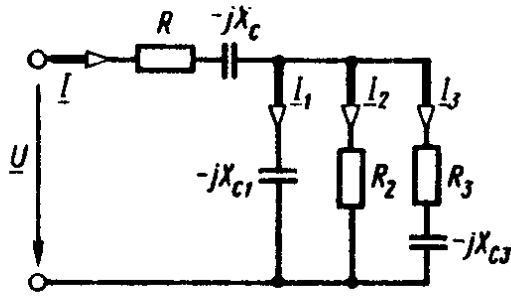


Рис. 3.100

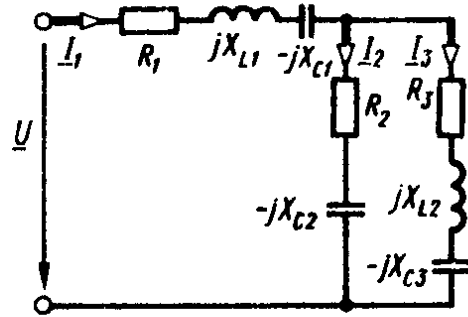


Рис. 3.101

$= X_{L2} = X_{C1} = X_{C2} = X_{C3} = 1 \text{ Ом}$. Задачу решить методом применения комплексных чисел. *Ответ.* $I_1 = 32,9 \text{ А}$; $I_2 = 14,4 \text{ А}$; $I_3 = 20,4 \text{ А}$.

3.102. Задачу 3.101 решить методом проводимостей. *Ответ.* См. задачу 3.101.

3.103. Найти распределение токов и напряжений на участках электрической цепи переменного тока рис. 3.97. Построить векторную диаграмму напряжений и токов. Напряжение источника питания $\underline{U} = 200 \text{ В}$. Сопротивления резисторов: $R_1 = 4 \text{ Ом}$; $R_2 = 3 \text{ Ом}$; $R_3 = 8 \text{ Ом}$, емкостные и индуктивное сопротивления: $X_{C1} = 4 \text{ Ом}$; $X_{C2} = 4 \text{ Ом}$; $X_{L3} = 6 \text{ Ом}$. Задачу решить методом законов Кирхгофа с применением комплексных чисел. *Ответ.* $I_1 = 20 \text{ А}$; $I_2 = (13,1 + j12,1) \text{ А}$; $I_2 = 17,83 \text{ А}$; $I_3 = (6,08 - j6,52) \text{ А}$; $I_3 = 8,94 \text{ А}$; $\underline{U}_1 = (112 - j16) \text{ В}$; $U_1 = 113,4 \text{ В}$; $\underline{U}_{12} = (88 - j16) \text{ В}$; $U_{12} = 89,44 \text{ В}$.

3.104. Задачу 3.103 решить методом контурных токов.

3.105. Задачу 3.103 решить методом проводимостей.

3.106. Задачу 3.103 решить методом узловых напряжений.

Контрольное задание*

3.107. Для электрической цепи переменного тока с частотой $f = 50 \text{ Гц}$ (рис. 3.107) определить полные сопротивления Z ветвей, токи I в ветвях и напря-

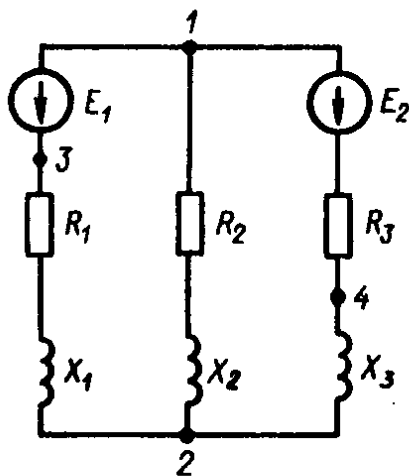


Рис. 3.107

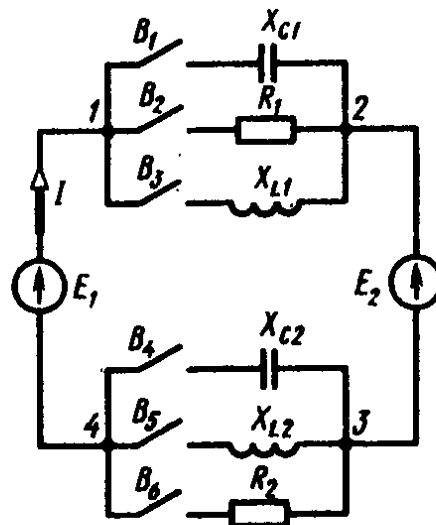


Рис. 3.108

*) В контрольных заданиях 3.107—3.111 для реактивных сопротивлений в вариантах 31—60 задания принята частота тока $f = 75 \text{ Гц}$, а в вариантах 61—90 частота $f = 25 \text{ Гц}$.

Таблица 3.9

Варианты контрольного задания 3.107																														
Величины	Варианты контрольного задания 3.107															Варианты контрольного задания 3.107														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
\underline{E}_1 или \underline{e}_1 , В	$\underline{E}_1 = 200e^{-j\pi/2}$	$\underline{E}_1 = 150e^{-j\pi/2}$	$\underline{E}_1 = 80$	$e_2 = 80\sqrt{2}\cos\omega t$	$\underline{E}_1 = 60 + j80$	$\underline{E}_1 = 90 + j120$	$e_1 = 200\sqrt{2}\sin(\omega t - \pi/2)$	$\underline{E}_1 = 200e^{-j\pi/2}$	$\underline{E}_1 = 150e^{-j\pi/2}$	$\underline{E}_1 = 80$	$e_1 = 80\sqrt{2}\cos\omega t$	$\underline{E}_1 = 60 + j80$	$\underline{E}_1 = 90 + j120$	$e_1 = 200\sqrt{2}\sin(\omega t - \pi/2)$	$\underline{E}_1 = 200e^{-j\pi/2}$	$\underline{E}_1 = 150e^{-j\pi/2}$	$\underline{E}_1 = 80$	$e_1 = 80\sqrt{2}\cos\omega t$	$\underline{E}_1 = 60 + j80$	$\underline{E}_1 = 90 + j120$	$e_1 = 200\sqrt{2}\sin(\omega t - \pi/2)$	$\underline{E}_1 = 200e^{-j\pi/2}$	$\underline{E}_1 = 150e^{-j\pi/2}$	$\underline{E}_1 = 80$	$e_1 = 80\sqrt{2}\cos\omega t$	$\underline{E}_1 = 60 + j80$	$\underline{E}_1 = 90 + j120$	$e_1 = 200\sqrt{2}\sin(\omega t - \pi/2)$	$\underline{E}_1 = 200e^{-j\pi/2}$	
	\underline{E}_2 или \underline{e}_2 , В	$\underline{E}_2 = -100e^{j\pi/2}$	$\underline{E}_2 = 50e^{j\pi/2}$	$\underline{E}_2 = 60e^{j\pi/2}$	$e_2 = 60\sqrt{2}\sin\omega t$	$\underline{E}_2 = 30$	$\underline{E}_2 = 30$	$e_2 = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	$\underline{E}_2 = 100e^{j\pi/2}$	$\underline{E}_2 = 50e^{j\pi/2}$	$\underline{E}_2 = 60e^{j\pi/2}$	$e_2 = 60\sqrt{2}\sin\omega t$	$\underline{E}_2 = 30$	$\underline{E}_2 = 30$	$e_2 = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	$\underline{E}_2 = -100e^{j\pi/2}$	$\underline{E}_2 = 50e^{j\pi/2}$	$\underline{E}_2 = 60e^{j\pi/2}$	$e_2 = 60\sqrt{2}\sin\omega t$	$\underline{E}_2 = 30$	$\underline{E}_2 = 30$	$\underline{E}_2 = -100e^{j\pi/2}$	$\underline{E}_2 = 50e^{j\pi/2}$	$\underline{E}_2 = 60e^{j\pi/2}$	$e_2 = 60\sqrt{2}\sin\omega t$	$\underline{E}_2 = 30$	$\underline{E}_2 = 30$	$e_2 = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	$\underline{E}_2 = -100e^{j\pi/2}$	
$R_1, \text{ Ом}$ $R_2, \text{ Ом}$ $R_3, \text{ Ом}$ $X_1, \text{ Ом}$ $X_2, \text{ Ом}$ $X_3, \text{ Ом}$	3 6 4 4 8 3	6 3 12 8 4 16	9 16 3 12 12 4	18 6 4 24 8 3	3 9 3 4 12 4	4 12 8 3 16 6	8 4 12 6 3 9	3 6 4 4 8 3	6 3 12 8 4 16	9 16 3 12 12 4	18 6 4 24 8 3	3 9 3 4 12 4	4 12 8 3 16 6	8 4 12 6 3 9	3 6 4 4 8 3	6 3 12 8 4 16	9 16 3 12 12 4	18 6 4 24 8 3	3 9 3 4 12 4	4 12 8 3 16 6	8 4 12 6 3 9	3 6 4 4 8 3	6 3 12 8 4 16	9 16 3 12 12 4	18 6 4 24 8 3	3 9 3 4 12 4	4 12 8 3 16 6	8 4 12 6 3 9		
Необходимо определить	Напряжение U_{12} между узлами 1 и 2 цепи															Напряжение U_{23} между точками 2 и 3 цепи														
	Метод законов Кирхгофа															Метод узловых напряжений														
Метод решения задачи	Метод контурных токов															Метод узловых напряжений														
	Метод контурных токов															Метод узловых напряжений														

Таблица 3.10

Величины		Варианты контрольного задания 3.108														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
e_1 или E_1, B	$70,5 \sin(\omega t - \pi/2)$	$60\sqrt{2} \sin \omega t$	$60\sqrt{2} \sin \omega t$	$-50\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/2)$	$60\sqrt{2} \sin \omega t$	$60\sqrt{2} \sin \omega t$	$200\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/2)$	$60\sqrt{2} \sin \omega t$	$60\sqrt{2} \sin \omega t$	$6 + j8$	$60\sqrt{2} \sin \omega t$	$50\sqrt{2} \sin \omega t$	$12 + j16$	$25\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/2)$	$15 + j12$	30
	$80\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$	$-80\sqrt{2} \cos \omega t$	$-80\sqrt{2} \cos \omega t$	$-50\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/2)$	$-80\sqrt{2} \cos \omega t$	$-80\sqrt{2} \cos \omega t$	$100\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$	$80\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$	$3 + j4$	$80\sqrt{2} \cos \omega t$	$-60\sqrt{2} \cos \omega t$	$6 + j8$	$6 + j8$	$25\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$	$j4$	$-j40$
e_2 или E_2, B	5	5	—	—	—	5	3	—	—	—	—	—	—	3	—	—
	—	—	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$R_1, \text{ Ом}$ $R_2, \text{ Ом}$ $X_{L1}, \text{ Ом}$ $X_{L2}, \text{ Ом}$ $X_{C1}, \text{ Ом}$ $X_{C2}, \text{ Ом}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Замкнуты выключатели	B_2, B_4	B_2, B_5	B_1, B_4	B_3, B_6	B_1, B_4	B_2, B_4	B_2, B_5	B_3, B_5	B_2, B_6	B_2, B_5	B_1, B_4	B_2, B_6	B_2, B_5	B_2, B_5	B_3, B_5	B_2, B_4
	B_2, B_4	B_2, B_5	B_1, B_4	B_3, B_6	B_1, B_4	B_2, B_4	B_2, B_5	B_3, B_5	B_2, B_6	B_2, B_5	B_1, B_4	B_2, B_6	B_2, B_5	B_2, B_5	B_3, B_5	B_2, B_4
Необходимо определить	E_1, i, P, Q, S	Z, I_m, ψ, P, Q	E_1, Z, i, U_{13}, Q	E_1, E_2, I_m, U_i, S	$E_1, Z, \psi, \psi_{e2}, Q$	E_1, Z, i, U_{12}, S	Z, I, ψ, Q, S	E_1, Z, i, U_{13}, P	e_2, I, Z, U_{11}, P	Z, i, ψ, U_R, P	E_2, Z, I, U_{12}, Q	e_2, Z, I_m, U_{13}, P	E_2, Z, i, U_L, S	$E_2, Z, e_1, E_2, I, U_{12}, Q$	E_2, Z, ψ, U_{13}, Q	E_2, Z, ψ, U_{13}, Q
	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_1
Установить режим работы источника питания	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_2	E_1	E_1

Варианты контрольного задания 3.108

Величины	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
e_1 или E_1, B	$282 \sin(\omega t - \pi/2)$	$60\sqrt{2} \sin \omega t$	$18 + j24$	$100\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/2)$	$24 + j32$	$70\sqrt{2} \sin \omega t$	$75\sqrt{2} \sin(\omega t - \pi/2)$	$32 + j14$	$60 + j15$	$282 \sin \omega t$	$50e^{j\pi/3}$	$12 - j16$	$282 \sin \omega t$	$60\sqrt{2} \sin \omega t$	$24 + j15$	
e_2 или E_2, B	$-141 \sin(\omega t + \pi/2)$	$-80\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$	$12 + j16$	$-50\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$	$9 + j12$	$-100\sqrt{2} \cos \omega t$	$75\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$	$-j2$	$j4$	$35,25 \sin \omega t$	$100e^{j\pi/4}$	$6 + j8$	$42,3 \sin \omega t$	$80\sqrt{2} \sin(\omega t + \pi/2)$	$j5$	
$R_1, \text{ Ом}$ $R_2, \text{ Ом}$ $X_{L1}, \text{ Ом}$ $X_{L2}, \text{ Ом}$ $X_{C1}, \text{ Ом}$ $X_{C2}, \text{ Ом}$	4 — — 3 — —	8 — — — — 6	5 5 — — — —	4 — — 3 — —	— — — — — —	— — — — 10 10	4 — — — 3 —	— — 0,5 0,5 — —	— — — — — —	— — — — — —	6 — — 7 — —	5 — — 5 — —	1 — — — — —	7 — — 6 — —	6 — — 8 — —	— — — — — —
Замкнуты выключатели	B_2 B_5	B_3 B_4	B_2 B_6	B_2 B_5	B_2 B_6	B_1 B_4	B_2 B_5	B_3 B_5	B_1 B_4	B_2 B_6	B_2 B_6	B_2 B_6	B_2 B_5	B_2 B_5	B_1 B_5	
Необходимо определить	$Z, L_L, \psi_{i, P}, \underline{S}$	$E_1, i, \psi_{e2, P}$	e_2, Z, I, U_{12}, P	$E_1, Z, I, U_{12}, \underline{S}$	$i, Z, \psi_{e2}, U_{12}, Q$	E_2, Z, i, U_{12}, P	$E_1, E_2, Z, I, U_{12}, \underline{S}$	$e_1, Z, I, i, \underline{S}$	e_1, Z, I, U_{12}, Q	Z, i, ψ_{i, U_L}, Q	Z, I_m, U_R, P, Q	$E_2, Z, U_{12}, P, \underline{S}$	$E_1, I, \psi_{i, Q}, \underline{S}$	$Z, I, \psi_{i, P}, \underline{S}$	e_2, i, Z, U_{12}, Q	
Установить режим работы источника питания	E_1	E_2	E_1	E_2	E_2	E_2	E_2	E_1	E_2	E_2	E_1	E_1	E_2	E_1	E_2	

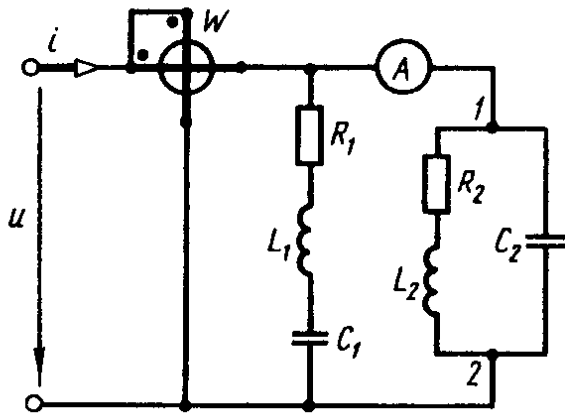


Рис. 3.109

питания. Построить для ветви 2—3 цепи в масштабе векторную диаграмму тока и напряжений.

3.108. Для электрической цепи синусоидального тока (рис. 3.108) определить действующие значения ЭДС и режим работы источников E_1 и E_2 , полное сопротивление Z электрической цепи, ток I , его амплитудное I_m и мгновенное i значения, напряжение U между заданными точками цепи, падение напряжения U_R на резисторе и на индуктивном сопротивлении U_L , активную P , реактивную Q , полную S , комплексную \underline{S} мощности цепи, начальные фазы ψ , тока и ψ_e ЭДС. Известны мгновенные e или комплексные \underline{E} значения ЭДС источников питания, сопротивления R резисторов, индуктивные X_L и емкостные X_C сопротивления и положение выключателей B в цепи для заданного варианта задания, приведенные в табл. 3.10.

3.109. Используя данные, приведенные в табл. 3.11 для электрической цепи переменного тока (рис. 3.109) для каждого варианта задания, определить напряжение U , действующее на зажимах цепи, показание ваттметра W , емкость C_2 конденсатора при резонансе токов, если на участке 1—2 электрической цепи амперметр A показывает ток $I = 6$ А, а частота тока питающей сети $f = 50$ Гц. Построить векторную диаграмму токов и напряжений для всей электрической цепи.

Дополнительное задание. Определить активное R , реактивное X и полное Z сопротивление и соответствующие проводимости G , B и Y , а также коэффициенты мощности $\cos \varphi$, полную S , активную P и реактивную Q мощности ветвей и всей электрической цепи переменного тока.

3.110. Электрическая цепь переменного синусоидального тока с частотой $f = 50$ Гц (рис. 3.110), находящаяся под действием напряжения U , содержит активные $R_1 - R_5$ сопротивления, реактивные индуктивные X_{L2} , X_{L3} , X_{L6} и реактивные емкостные X_{C1} , X_{C4} , X_{C7} сопротивления. По данным табл. 3.12 с учетом поло-

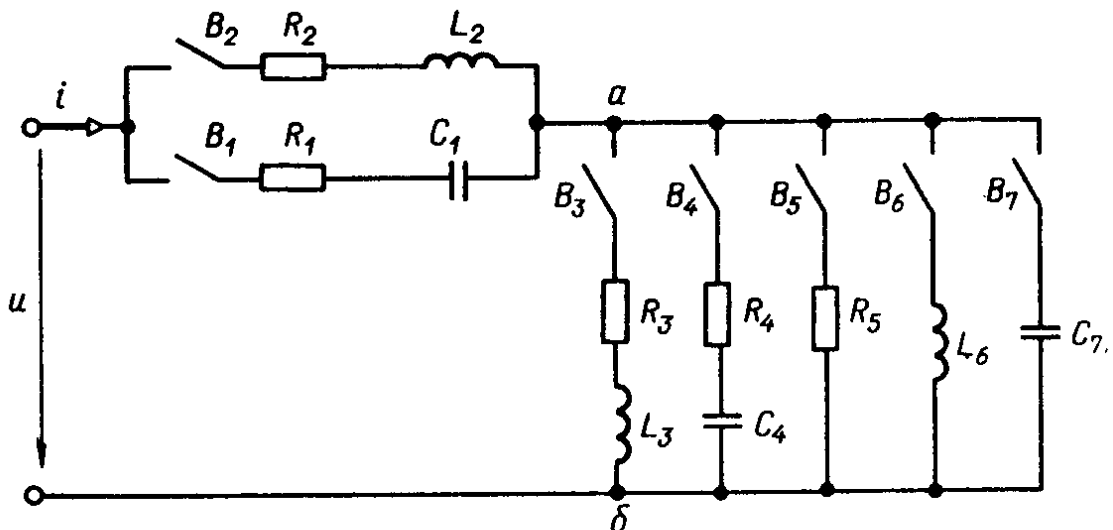


Рис. 3.110

жения U на элементах электрической цепи, составить баланс активных мощностей. Комплексные \underline{E} или мгновенные e значения ЭДС источников питания, сопротивления R резисторов и реактивные сопротивления X элементов электрической цепи, а также предлагаемый метод решения задачи для соответствующего варианта задания приведены в табл. 3.9.

Дополнительное задание. Для соответствующего варианта задания определить напряжение U_{13} между точками 1—3 и напряжение U_{34} между точками 3—4 цепи, а также режим работы источников

Варианты	Варианты контрольного задания 3.109					Варианты	Варианты контрольного задания 3.109				
	Величины, Ом						Величины, Ом				
	R_1	R_2	X_{L1}	X_{L2}	X_{C1}		R_1	R_2	X_{L1}	X_{L2}	X_{C1}
1	3	2	4	2	8	16	1,5	1,5	4	4	2
2	3	2	8	4	4	17	2	2	1,5	2,5	1
3	4	4	5	4	8	18	3	4	2	2	6
4	6	4	4	8	12	19	3	8	4	4	8
5	6	5	5	5	13	20	4	5	4	4	8
6	6	6	6	6	14	21	6	4	2	12	10
7	9	6	14	8	2	22	3	5	9	9	5
8	9	8	16	16	4	23	9	14	6	8	2
9	9	10	18	10	6	24	9	16	16	8	4
10	10	12	15	16	5	25	6	10	18	10	10
11	10	15	20	20	10	26	10	16	15	12	5
12	12	18	12	24	3	27	10	20	15	20	10
13	10	20	25	15	15	28	12	24	12	18	3
14	12	24	14	32	5	29	12	32	14	24	5
15	12	30	15	40	6	30	12	40	15	30	6

жения выключателей $B_1—B_7$ определить для данного варианта задания приведенные в ней величины. Проверить соблюдение баланса полных S , активных P и реактивных Q мощностей, построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Дополнительное задание. Определить комплексные Y , активные G и реактивные B проводимости отдельных участков и всей электрической цепи.

3.111. Методом контурных токов определить действующие I и мгновенные i значения токов в ветвях электрической цепи переменного тока с частотой $f = 50$ Гц (рис. 3.111), режим работы источников ЭДС $E_1—E_8$, коэффициенты мощности $\cos \varphi$ всей цепи, составить баланс активных мощностей. Комплексные E или мгновенные e значения ЭДС источников питания, напряжения U и полные сопротивления Z ветвей для соответствующих вариантов задания приведены в табл. 3.13.

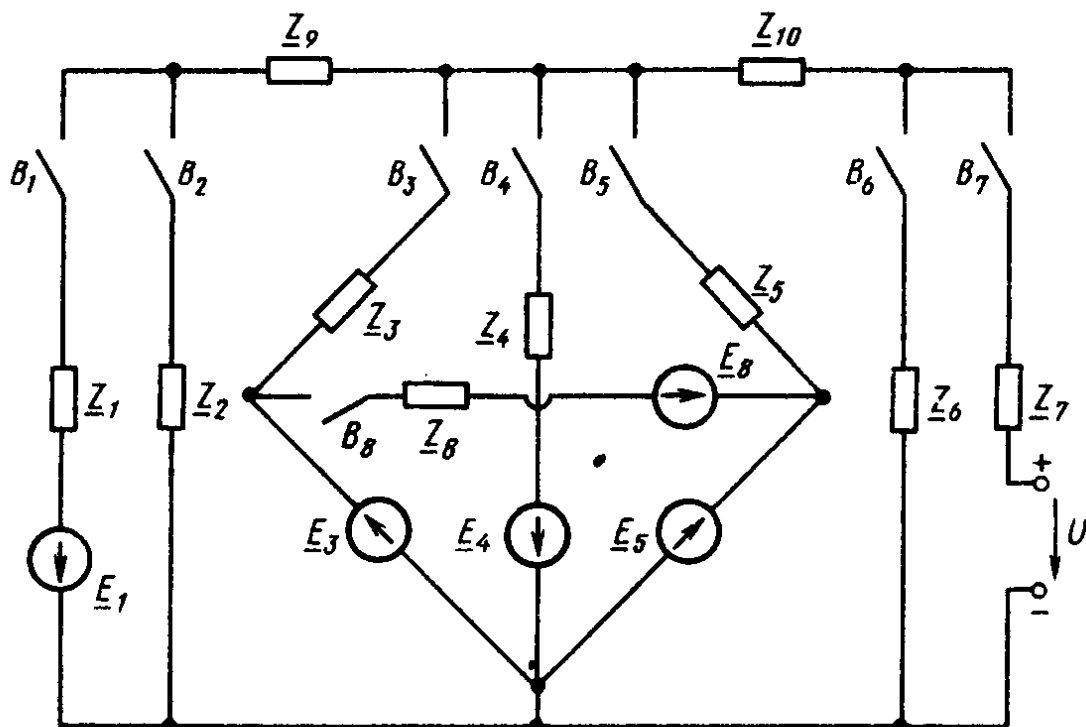


Рис. 3.111

Таблица 3.12

Величины		Варианты контрольного задания 3.110														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U_1, B	100	—	100	100	—	141	200	141	100	—	100	—	100	100	100	—
$\underline{U}_{L3}, B/I_3, A$	—	32/—	—	—	32/—	—	—	—	—	—/5	—	—	—	—	—	—
R_1, OM	2	—	4	2	—	10	—	10	2	—	—	—	4	2	—	—
R_2, OM	—	4	—	—	4	—	2	—	—	3	—	—	—	—	—	—
R_3, OM	—	12	8	—	12	12	10	—	—	7	—	—	24	—	—	—
R_4, OM	6	—	3	6	—	—	—	—	6	15	—	—	3	10	—	—
R_5, OM	10	20	—	10	20	50	20	40	10	44	5	5	20	20	20	20
X_{L2}, OM	—	4	—	—	10	—	16	—	—	4	—	—	—	—	—	4
X_{L3}, OM	—	16	6	—	16	16	10	16	—	24	—	—	4	—	—	12
X_{L6}, OM	—	5	—	—	50	100	—	50	—	—	—	5	—	—	—	30
X_{C1}, OM	5	—	4	5	—	10	—	10	5	—	—	—	4	5	—	—
X_{C4}, OM	8	—	4	8	—	—	—	—	8	20	—	—	4	24	—	—
X_{C7}, OM	25	—	—	25	—	—	20	—	25	—	—	—	—	15	—	—
Выключатели замкнуты	B_1, B_4, B_5, B_7	B_2, B_3, B_5, B_6	B_1, B_3, B_4, B_5	B_1, B_4, B_5, B_7	B_2, B_3, B_5, B_6	B_1, B_3, B_5, B_6	B_2, B_3, B_5, B_7	B_1, B_3, B_5, B_6	B_3, B_4, B_5, B_7	B_2, B_3, B_4, B_5	B_2, B_3, B_4, B_5	B_1, B_4, B_5, B_7	B_2, B_3, B_4, B_5	B_1, B_3, B_4, B_5, B_7	B_1, B_4, B_5, B_7	B_2, B_3, B_5, B_6
Необходимо определить	$I_1, I_2, I_3, I_4, \cos \varphi_1$	$I_2, I_3, I_4, \underline{U}_{a6}, \cos \varphi_1$	$Z_{a6}, Z_1, Z_2, I_3, I_4$	$Z_1, I_{p4}, I_{a3}, P_4, U_{a6}$	$Z_1, Z_2, I_1, I_2, \underline{U}_{a6}$	$I_1, I_2, I_3, Z_1, \cos \varphi_1$	I_3, I_4, P, Q, U_{a6}	$I_2, I_3, Z_1, \cos z_3, P_3$	$I_4, I_2, I_{a3}, I_{p3}, \cos \varphi_4$	$U, I_1, I_2, I_3, I_{a3}, S_2$	$I_4, I_{a1}, \cos \varphi_1, \cos \varphi_4, U_{a6}$	$I_2, Z_1, Z_{a6}, I_3, \cos \varphi_2$	$I_1, Z_2, P_3, Q_3, \cos \varphi_1$	I_1, I_2, P_4, P_5, S_2	B_1, B_3, B_4, B_5	$I_2, I_3, P, Q, \sin \varphi_3$

Величины		Варианты контрольного задания 3.110														
		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
\underline{U}_1, B	282	200	282	200	—	200	—	200	200	200	—	282	200	282	—	100
$\underline{U}_{L3}, B/I_{L3}, A$	—	—	—	—	—/5	—	—	64/—	—	—	—	—	—	—	—	—
$R_{11}, \text{ Ом}$	10	—	10	2	—	2	—	—	4	2	—	10	—	10	—	—
$R_2, \text{ Ом}$	—	2	—	—	3	—	4	—	—	—	3	—	2	—	—	4
$R_3, \text{ Ом}$	12	10	6	—	7	—	12	—	8	—	7	—	10	—	3	—
$R_4, \text{ Ом}$	—	—	—	6	15	6	—	—	3	6	15	—	—	6	5	24
$R_5, \text{ Ом}$	50	20	40	10	44	10	20	20	20	10	22	25	20	40	—	3
$X_{L2}, \text{ Ом}$	—	16	—	—	4	—	4	—	—	—	4	—	16	—	—	20
$X_{L3}, \text{ Ом}$	16	10	8	—	24	—	32	6	—	—	24	16	10	8	—	7
$X_{L6}, \text{ Ом}$	100	—	50	—	—	—	5	—	—	—	—	100	—	50	—	—
$X_{C1}, \text{ Ом}$	10	—	10	5	—	5	—	—	—	5	—	10	—	10	—	4
$X_{C4}, \text{ Ом}$	—	—	—	8	20	8	—	—	4	8	—	—	—	—	—	4
$X_{C7}, \text{ Ом}$	—	20	—	25	—	25	—	—	—	25	—	—	20	—	—	—
Выключатели зам- кнуты	B_1, B_3, B_5, B_6	B_2, B_3, B_5, B_7	B_1, B_3, B_6, B_6	B_1, B_4, B_5, B_7	B_2, B_3, B_4, B_5	B_1, B_4, B_5, B_7	B_2, B_3, B_5, B_6	B_1, B_3, B_4, B_5	B_2, B_4, B_5, B_7	B_2, B_4, B_5, B_7	B_2, B_3, B_4, B_5	B_1, B_3, B_5, B_6	B_2, B_3, B_5, B_7	B_1, B_3, B_5, B_6	B_2, B_3, B_5, B_6	B_1, B_3, B_4, B_5
Необходимо опре- делить	$\underline{I}_1, \underline{I}_{L1}, P_3, S_1, I_{a1}$	$\underline{I}_1, \underline{I}_{a3}, I_{p3}, S_3, \cos \varphi_2$	$\underline{I}_1, \underline{I}_{a3}, P_1, S_2, \cos \varphi_1$	$\underline{I}_1, Q_3, P_3, U_{a6}, \cos \varphi$	$\underline{I}_1, I_5, P_3, Q_4, S, \cos \varphi_3$	$\underline{I}_{L1}, I_{a4}, P_4, Q_4, S, \cos \varphi_3$	$\underline{I}_1, I_{a2}, I_{p2}, Q, \cos \varphi_3$	$\underline{I}_3, \underline{I}_{L1}, S_1, U_{a6}, \cos \varphi_3$	$\underline{I}_1, \underline{I}_{L1}, P_2, Q_2, \cos \varphi_4$	$\underline{I}_1, \underline{I}_{L1}, P_3, Q_4, S_2, S, \cos \varphi_3$	$\underline{I}_1, I_{a3}, I_{p3}, S_1, \sin \varphi_1, \cos \varphi_3$	$\underline{I}_1, \underline{I}_{L1}, Z_{a6}, S_2, \cos \varphi_3$	$\underline{I}_1, \underline{I}_{L1}, P_3, S_3, U_{a6}, \cos \varphi_3$	$\underline{I}_2, \underline{Z}_1, Z_2, P_3, \cos \varphi_3$	B_1, B_3, B_5, B_6	$\underline{I}_1, \underline{I}_{L1}, S_1, \sin \varphi_3, U_{a6}$

Величины	Варианты контрольного задания 3.111						
	1	2	3	4	5	6	7
$\underline{E}_1(e_1), \text{ В}$	—	$100\sqrt{2}\sin\omega t$	$100\sqrt{2}\sin\omega t$	—	$200\sqrt{2}\sin\omega t$	100	—
$\underline{E}_3(e_3), \text{ В}$	$-70,5\sin\omega t$	—	—	$50\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	100	$200\sqrt{2}\sin\omega t$	$100\sqrt{2}\sin\omega t$
$\underline{E}_4(e_4), \text{ В}$	$56,4\sin\omega t$	—	—	—	—	—	—
$\underline{E}_5(e_5), \text{ В}$	$141\sin(\omega t - \pi/2)$	$100\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	$100\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	$50\sqrt{2}\sin\omega t$	$200\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	50	$100\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$
$\underline{E}_8(e_8), \text{ В}$	100	50	50	25	50	$200\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	100
$\underline{U}_1, \text{ В}$	—	—	100	50	—	—	—
$\underline{Z}_1, \text{ Ом}$	—	—	—	—	$3+j4$	$3+j4$	—
$\underline{Z}_2, \text{ Ом}$	—	—	—	—	—	—	—
$\underline{Z}_3, \text{ Ом}$	$3+j4$	$6+j8$	$3+j4$	$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$	$1,5+j2$
$\underline{Z}_4, \text{ Ом}$	$6+j8$	—	—	—	—	—	$6+j8$
$\underline{Z}_5, \text{ Ом}$	$3+j4$	$9+j12$	$6+j8$	$3+j4$	$9+j12$	$6+j8$	—
$\underline{Z}_6, \text{ Ом}$	—	$12+j16$	—	—	—	—	—
$\underline{Z}_7, \text{ Ом}$	—	—	$9+j12$	$12+j16$	—	—	—
$\underline{Z}_8, \text{ Ом}$	$9+j12$	$3+j4$	$12-j16$	$3-j4$	$6+j8$	$9+j12$	$3-j4$
$\underline{Z}_9, \text{ Ом}$	—	—	—	—	$3-j4$	$3-j4$	—
$\underline{Z}_{10}, \text{ Ом}$	—	$3+j4$	$3-j4$	$6+j8$	—	—	—
Выключатели замкнуты	B_3, B_4, B_5, B_6	B_3, B_5, B_6, B_8	B_3, B_5, B_7, B_8	B_3, B_6, B_7, B_8	B_1, B_3, B_5, B_8	B_1, B_3, B_5, B_8	B_2, B_3, B_5, B_8
Режим работы источников питания	E_4	E_5	E_3	E_5	E_3	E_1	E_2
Мгновенный ток ветви замкнутого выключателя	B_5	B_5	B_3	B_8	B_1	B_3	B_8

Величины	Варианты контрольного задания 3.111							
	8	9	10	11	12	13	14	15
$\underline{E}_1(e_1), B$	$100\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	—	—	—	—	—	50	100
$\underline{E}_3(e_3), B$	—	100	$-70,5\sin\omega t$	$100\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	$50\sqrt{2}\sin\omega t$	—	$200\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	$200\sqrt{2}\sin\omega t$
$\underline{E}_4(e_4), B$	—	—	$56,4\sin\omega t$	—	—	—	—	—
$\underline{E}_5(e_5), B$	100	$141\sin(\omega t - \pi/2)$	$141\sin(\omega t - \pi/2)$	100	$50\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	$50\sqrt{2}\sin\omega t$	100	50
$\underline{E}_6(e_6), B$	$100\sqrt{2}\omega t$	$-70,5\sin\omega t$	100	$100\sqrt{2}\sin\omega t$	25	$50\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$	$200\sqrt{2}\sin\omega t$	$200\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi/2)$
U, B	—	—	—	—	50	25	—	—
$Z_1, \text{ Ом}$	—	—	—	—	—	—	$6+j8$	$6+j8$
$Z_2, \text{ Ом}$	$3+j4$	—	—	—	—	—	—	—
$Z_3, \text{ Ом}$	$9+j12$	$6+j8$	—	$3+j4$	$3-j4$	$6+j8$	$3+j4$	$3+j4$
$Z_4, \text{ Ом}$	—	$1,5+j2$	$9+j12$	—	—	—	—	—
$Z_5, \text{ Ом}$	$3+j4$	$3+j4$	$6+j8$	$9+j12$	$3+j4$	$6+j8$	$9+j12$	$9+j12$
$Z_6, \text{ Ом}$	—	—	—	$6+j8$	—	—	—	—
$Z_7, \text{ Ом}$	—	—	—	—	$3+j4$	$9+j12$	—	—
$Z_8, \text{ Ом}$	$3-j4$	$3-j4$	$3-j4$	$12+j16$	$3+j4$	$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$
$Z_9, \text{ Ом}$	—	—	—	—	—	—	$6+j8$	$3+j4$
$Z_{10}, \text{ Ом}$	—	—	—	$3+j4$	$6+j8$	$3+j4$	—	—
Выключатели замкнуты	B_2, B_8, B_5, B_6	B_2, B_3, B_5, B_6	B_3, B_4, B_5, B_6	B_3, B_6, B_5, B_6	B_3, B_5, B_7, B_6	B_3, B_5, B_7, B_6	B_1, B_3, B_7, B_6	B_1, B_3, B_5, B_6
Режим работы источников питания	E_3	E_2	E_5	E_3	E_3	E_6	E_1	E_5
Мгновенный ток ветви замкнутого выключателя	B_2	B_5	B_3	B_6	B_7	B_3	B_6	B_1

Величины	Варианты контрольного задания 3.111						
	16	17	18	19	20	21	22
E_1, e_1, B E_3, e_3, B	— $-70,5 \sin \omega t$	$100\sqrt{2} \sin \omega t$ 50	— $50\sqrt{2} \sin (\omega t + \pi/2)$	— $-70,5 \sin \omega t$	— 100	— $100\sqrt{2} \sin (\omega t - \pi/2)$	— $50\sqrt{2} \sin \omega t$
F_1, e_4, B	$141 \sin (\omega t - \pi/2)$	—	—	$56,4 \sin \omega t$	$56,4 \sin \omega t$	—	—
F_2, e_5, B	$56,4 \sin \omega t$	$100\sqrt{2} \sin (\omega t + \pi/2)$	50	$141 \sin (\omega t - \pi/2)$	$141 \sin (\omega t - \pi/2)$	50	$50\sqrt{2} \sin (\omega t + \pi/2)$
F_2, e_5, B	50	25	$50\sqrt{2} \sin \omega t$	50	$-70,5 \sin \omega t$	$100\sqrt{2} \sin \omega t$	25 50
U_1, B	—	—	—	—	—	—	—
$Z_1, \text{ Ом}$	—	$3+j4$	—	—	—	—	—
$Z_2, \text{ Ом}$	—	—	—	—	—	—	—
$Z_3, \text{ Ом}$	—	—	—	—	—	—	—
$Z_4, \text{ Ом}$	$6+j8$	$6+j8$	$3+j4$	$3+j4$	$3-j4$	$9+j12$	$3+j4$
$Z_5, \text{ Ом}$	$6+j8$	—	—	$6+j8$	$9+j12$	—	—
$Z_6, \text{ Ом}$	$3-j4$	$12+j16$	$3+j4$	$3+j4$	$3+j4$	$12+j16$	$6+j8$
$Z_7, \text{ Ом}$	—	—	—	—	—	—	—
$Z_8, \text{ Ом}$	—	$3+j4$	$9+j12$	$3+j4$	$6+j8$	$15+j20$	$3+j4$
$Z_9, \text{ Ом}$	—	$6-j8$	—	—	—	—	—
$Z_{10}, \text{ Ом}$	—	—	$3-j4$	—	—	$3+j4$	$6+j8$
Выключатели замкнуты	B_3, B_4, B_5, B_8	B_1, B_3, B_5, B_8	B_3, B_5, B_7, B_8	B_3, B_4, B_5, B_8	B_3, B_4, B_5, B_8	B_3, B_5, B_6, B_8	B_3, B_5, B_7, B_8
Режим работы источника питания	E_3	E_8	E_5	E_8	E_3	E_5	E_5
Мгновенный ток ветви замкнутого выключателя	B_5	B_3	B_8	B_5	B_4	B_5	B_5

		Варианты контрольного задания 3.111								
Величины		23	24	25	26	27	28	29	30	
E_1, e_1, B	E_3, e_3, B	$50\sqrt{2} \sin \omega t$	50	75 $50\sqrt{2} \sin \omega t$	$50\sqrt{2} \sin \omega t$	$50\sqrt{2} \sin (\omega t + \pi/2)$	$100\sqrt{2} \sin \omega t$	—	—	
E_4, e_4, B	E_5, e_5, B	$50\sqrt{2} \sin \omega t$	—	—	$50\sqrt{2} \sin (\omega t + \pi/2)$	25	$100\sqrt{2} \sin (\omega t + \pi/2)$	100	141 sin $(\omega t - \pi/2)$	
E_8, e_8, B		50	$50\sqrt{2} \sin \omega t$	$50\sqrt{2} \sin (\omega t + \pi/2)$	50	$50\sqrt{2} \sin \omega t$	50	$100\sqrt{2} \sin \omega t$	100 $-70,5 \sin \omega t$	
U, B		25	—	—	—	50	25	—	—	
$Z_1, \text{Ом}$		—	$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$	—	—	—	—	
$Z_2, \text{Ом}$		—	—	—	—	—	—	—	—	
$Z_3, \text{Ом}$		$3-j4$	$1,5-j2$	$1,5+j2$	$1,5+j2$	—	$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$	
$Z_4, \text{Ом}$		—	—	—	—	—	—	—	$3-j4$	
$Z_5, \text{Ом}$		$3+j4$	$3+j4$	$1,5+j2$	$6+j8$	$3+j4$	$6-j8$	$9+j12$	$9+j12$	
$Z_6, \text{Ом}$		—	—	—	—	—	—	$12+j16$	—	
$Z_7, \text{Ом}$		$3+j4$	—	—	—	$6+j8$	$3+j4$	—	—	
$Z_8, \text{Ом}$		$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$	$6+j8$	
$Z_9, \text{Ом}$		—	$3+j4$	$6+j8$	$9+j12$	—	—	—	—	
$Z_{10}, \text{Ом}$		$9+j12$	—	—	—	$9+j12$	$3-j4$	$3+j4$	—	
Выключатели замкнуты		B_3, B_6, B_7, B_8	B_1, B_3, B_6, B_8	B_1, B_3, B_5, B_8	B_1, B_3, B_5, B_8	B_3, B_5, B_7, B_8	B_3, B_5, B_7, B_8	B_3, B_5, B_6, B_8	B_3, B_4, B_5, B_8	
Режим работы источников питания		E_8	E_1	E_3	E_3	E_3	E_8	E_8	E_5	
Мгновенный ток ветви замкнутого выключателя		B_3	B_8	B_1	B_8	B_6	B_8	B_3	B_8	

Глава 4

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО НЕСИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

§ 4.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕСИНУСОИДАЛЬНЫХ ТОКАХ

Наличие нелинейных элементов, содержащихся в источниках питания и потребителях электрической энергии, является причиной появления периодических несинусоидальных ЭДС, напряжений и токов в электрических цепях. Периодические несинусоидальные токи способны оказывать неблагоприятное воздействие на работу измерительной аппаратуры, создавать добавочные потери в электрических машинах и аппаратах, вследствие чего возникает дополнительный нагрев и соответствующее снижение их КПД, появляется мешающее воздействие на линии связи. Вместе с тем в системах автоматического управления, вычислительной технике, телевидении, радиотехники и т. д. широко используются устройства, предназначенные для получения периодических несинусоидальных напряжений и токов. Несинусоидальные токи возникают и при выпрямлении синусоидального тока в постоянный.

В процессе анализа электрической цепи с периодическими несинусоидальными токами кривые несинусоидальных ЭДС, напряжений и токов, удовлетворяющие условиям Дирихле, представляется возможным разложить в гармонический ряд Фурье.

Кривая периодического несинусоидального напряжения, действующего на зажимах электрической цепи, может быть описана следующим тригонометрическим рядом:

$$u = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_{1u}) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{2u}) + \dots + U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku}).$$

Аналогичным рядом может быть описана и кривая периодической несинусоидальной ЭДС в электрической цепи

$$e = E_0 + E_{1m} \sin(\omega t + \psi_{1e}) + E_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{2e}) + \dots + E_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ke}).$$

Под действием периодического несинусоидального напряжения или несинусоидальной ЭДС в электрической цепи возникает соответствующий периодический несинусоидальный ток:

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_{1i}) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_{2i}) + \dots + I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ki}).$$

Постоянные, составляющие несинусоидального напряжения, ЭДС и тока равны их средним значениям за период T :

$$U_0 = U_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt; \quad E_0 = E_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T e(t) dt; \quad I_0 = I_{\text{cp}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt,$$

где U_{1m} , E_{1m} , I_{1m} — амплитудные значения основной (первой) гармоники несинусоидального напряжения, ЭДС и тока; U_{2m} , ..., U_{km} , E_{2m} ... E_{km} и I_{2m} ... I_{km} — амплитудные значения высших гармоник периодических несинусоидальных напряжений, ЭДС и тока; ψ_{1u} , ψ_{2u} , ..., ψ_{ku} ; ψ_{1e} , ψ_{2e} , ..., ψ_{ke} , ψ_{1i} , ψ_{2i} , ..., ψ_{ki} — начальные фазы первой и высших гармоник напряжения, ЭДС и токов.

При расчете и анализе электрических цепей периодического несинусоидального тока используют принцип наложения, в соответствии с которым периодическое несинусоидальное напряжение или ЭДС источника питания можно представить в виде совокупного воздействия нескольких последовательно соединенных источников. Периодический несинусоидальный ток определяется как сумма токов, обусловленных постоянной составляющей и гармоническими составляющими периодических несинусоидальных напряжений или ЭДС в данной электрической цепи. Причем переменные составляющие тока, соответствующие каждой из гармоник, определяют по методам расчета цепей переменного тока, а постоянную составляющую тока — по методам расчета цепей постоянного тока.

При этом должно быть принято во внимание, что реактивное индуктивное сопротивление электрической цепи X_{Lk} для данной гармоники тока с возрастанием порядка высших гармоник увеличивается по сравнению с его значением $X_{L1} = \omega_1 L$, соответствующим первой гармонике тока, пропорционально номеру высшей гармоники, т. е. $X_{Lk} = k\omega_1 L$. В это же время реактивное емкостное сопротивление электрической цепи X_{Ck} для данной гармоники тока с возрастанием порядка k высших гармоник уменьшается по сравнению с его значением $X_{C1} = 1/(\omega_1 C)$, соответствующим первой гармонике тока, обратно пропорционально номеру высшей гармоники, т. е. $X_{Ck} = 1/(k\omega_1 C)$. Активное сопротивление электрической цепи R_k для данной гармоники тока вследствие относительно небольших частот высших гармонических составляющих тока, имеющих место на практике, принимается равным его значению, соответствующему основной гармонике тока, т. е. $R_k = R_1$.

Действующие значения периодических несинусоидальных напряжения, ЭДС и тока приняты равными среднеквадратичным их значениям за период T :

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\sum_{k=0}^n U_k^2}, \quad E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2(t) dt} = \sqrt{\sum_{k=0}^n E_k^2}, \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\sum_{k=0}^n I_k^2}$$

$$\begin{aligned} \overline{e^2(t)dt} &= \sqrt{\sum_{k=0}^n E_k^2}, \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \\ &= \sqrt{\sum_{k=0}^n I_k^2}. \end{aligned}$$

В результате интегрирования полученных выражений формулы для определения действующих значений периодических несинусоидальных напряжения, ЭДС и тока приводятся к виду

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_k^2} = \sqrt{U_0^2 + \frac{1}{2}(U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + \\ &+ \dots + U_{km}^2)}; \quad E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_k^2} = \sqrt{E_0^2 + \\ &+ \frac{1}{2}(E_{1m}^2 + E_{2m}^2 + \dots + E_{km}^2)}; \quad I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2} = \\ &= \sqrt{I_0^2 + \frac{1}{2}(I_{1m}^2 + I_{2m}^2 \dots + I_{km}^2)}. \end{aligned}$$

Действующие значения периодических несинусоидальных напряжений, ЭДС и токов в электрических цепях несинусоидального тока измеряются с помощью электрических приборов электромагнитной, электростатической и электродинамической систем. Активная мощность электрической цепи периодического несинусоидального тока определяется как среднее значение мгновенной мощности за период T :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) u(t) dt.$$

С учетом приведенных выше выражений для мгновенных значений периодических несинусоидальных тока i и напряжения u после их подстановки и интегрирования получим выражение для активной мощности цепи как сумму мощности постоянной составляющей и мощностей гармонических составляющих:

$$P = \sum_{k=0}^n U_k I_k \cos \varphi_k = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_n I_n \cos \varphi_n.$$

Здесь углы сдвига фаз между соответствующими гармоническими составляющими напряжений и токов: $\varphi_1 = \psi_{1u} - \psi_{1i}$; $\varphi_2 = \psi_{2u} - \psi_{2i}$; $\varphi_k = \psi_{ku} - \psi_{ki}$.

При этом реактивная мощность может быть рассчитана как сумма реактивных мощностей гармонических составляющих:

$$\begin{aligned} Q &= \sum_{k=0}^n U_k I_k \sin \varphi_k = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + \dots + \\ &+ U_n I_n \sin \varphi_n. \end{aligned}$$

Полезная мощность электрической цепи периодического несинусоидального тока определяется как произведение действующих

значений несинусоидального тока и несинусоидального напряжения:

$$S = \sqrt{\sum_{k=0}^n U_k^2 \sum_{k=0}^n I_k^2} = UI.$$

Среднюю мощность несинусоидального тока за период можно определить по действующим значениям несинусоидальных напряжения U и тока I при замене их равнозначными синусоидальными напряжением и током с одинаковыми действующими значениями напряжения U и тока I , при этом $P = UI \cos \varphi_u$, откуда можно определить условный коэффициент мощности $\cos \varphi_u = P/(UI)$, который не является тригонометрическим косинусом угла сдвига фаз между действующими значениями несинусоидальных напряжения U и тока I , а представляет собой некоторое условное его значение.

При анализе формы зависимостей периодических несинусоидальных ЭДС, напряжений и токов во времени используются коэффициенты, характеризующие несинусоидальные величины и степень их отличия от синусоидальных величин. Коэффициенты:

формы $K_\phi = I/I_{\text{ср. мод.}}$, где $I_{\text{ср. мод.}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$; амплитуды $K_a = \frac{I_m}{I}$; среднего значения $K_{\text{ср}} = \frac{I_{\text{ср.}}}{I_m}$; пульсаций $K_n = \frac{I_1}{I_0}$; гармо-

ник $K_r = \frac{I_r}{I}$, где $I_r = \sqrt{I_2^2 + I_3^2}$ — действующие значения высших гармонических составляющих периодического несинусоидального тока искажения $K_n = I_1/I$.

Аналогичным образом определяют и коэффициенты, характеризующие периодические несинусоидальные ЭДС и напряжения. Для синусоидальных величин ЭДС, напряжения и тока указанные коэффициенты имеют значения: $K_\phi = 1,11$; $K_a = 1,41$; $K_{\text{ср}} = 0$; $K_n = 1$; $K_r = 0$.

Литература. [1] § 5.1—5.8; [2] § 4.1—4.4; [3] § 7.1—7.5.

Примеры решения задач

4.1. К зажимам неразветвленной электрической цепи переменного тока (рис. 4.1), содержащей резистор с активным сопротивлением $R = 10$ Ом, конденсатор C , имеющий емкостное сопротивление $X_C = 5$ Ом, и индуктивности L_1 и L_2 с индуктивными сопротивлениями $X_{L1} = 10$ Ом и $X_{L2} = 10$ Ом, приложено периодическое несинусоидальное напряжение, мгновенное значение которого $u = (20 + 20\sqrt{2}\sin \omega t)$ В, с угловой частотой переменной со-

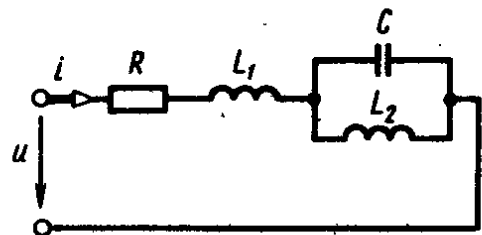


Рис. 4.1.

ставляющей $\omega = 314$ рад/с. Определить действующие значения переменных составляющих тока I и напряжения U , выражение для мгновенного значения тока i , а также максимальное и минимальное значения несинусоидального тока в электрической цепи.

Решение. В соответствии со структурой заданного выражения для мгновенного значения напряжения последнее может быть представлено в следующем виде:

$$u = (U_0 + U_{1m} \sin \omega t) \text{ В,}$$

где $U_0 = 20$ В — постоянная составляющая; $U_{1m} = 20\sqrt{2}$ В — амплитудное значение первой гармонической составляющей периодического несинусоидального напряжения.

Действующее значение переменной составляющей напряжения: $U_1 = U_{1m}/\sqrt{2} = 20\sqrt{2}/\sqrt{2} = 20$ В. Полное сопротивление электрической цепи для переменной составляющей (первой гармоники) несинусоидального тока в соответствии со структурой цепи:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= R + jX_{L1} + \frac{(-jX_c)jX_{L2}}{-jX_c + jX_{L2}} = 5 + j10 + \frac{-j5 \cdot j10}{-j5 + j10} = 10 + \\ &+ j10 - j10 = 10 \text{ Ом,} \end{aligned}$$

откуда $Z_1 = 10$ Ом.

Значения переменной составляющей тока:

действующее $I_1 = \frac{U_1 Z_1}{Z_1} = 20/10 = 2$ А, откуда $I_1 = 2$ А; амплитудное $I_{1m} = I_1 \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ А.

Выражение для мгновенного значения переменной составляющей тока: $i_1 = I_{1m} \sin \omega t = (2\sqrt{2} \sin \omega t)$ А.

Величина постоянной составляющей тока в цепи: $I_0 = U_0/R = 20/10 = 2$ А.

Выражение для мгновенного значения периодического несинусоидального тока: $i = I_0 + i_1 = (2 + 2\sqrt{2} \sin \omega t)$ А.

Значение мгновенного тока в цепи: максимальное: $I_{\max} = I_0 + I_{1m} = 2 + 2\sqrt{2} = 4,84$ А; минимальное: $I_{\min} = I_0 - I_{1m} = 2 - 2\sqrt{2} = -0,82$ А.

4.2. Неразветвленная электрическая цепь переменного тока содержит катушку индуктивности с активным сопротивлением $R = 5$ Ом и индуктивностью $L = 31,9$ мГн и конденсатор, емкость которого $C = 91$ мкФ. Определить действующие значения тока I и напряжения U , активную P , реактивную Q и полную S мощности электрической цепи, находящейся под действием периодического несинусоидального напряжения, мгновенное значение которого $u = (100 + 100\sqrt{2} \sin \omega t + 76 \sin 3\omega t)$ В, а угловая частота $\omega = 314$ с⁻¹.

Решение. Структура мгновенного значения данного периодического несинусоидального напряжения может быть представ-

лена в общем виде: $u = U_0 + U_{1m} \sin \omega t + U_{3m} \sin 3\omega t$ В, из которой следует, что $U_0 = 100$ В — постоянная составляющая напряжения, $U_{1m} = 100\sqrt{2}$ В и $U_{3m} = 76$ В — амплитудные значения соответственно первой и третьей гармоник несинусоидального напряжения.

Так как в электрической цепи имеется конденсатор C , сопротивление которого для постоянного тока (частота $f = 0$) составляет $X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 0 \cdot C} = \infty$, то постоянная составляющая периодического несинусоидального тока $I_0 = 0$.

Реактивные сопротивления катушки индуктивности и конденсатора при частоте для основной угловой частоты $\omega = 314^{-1}$ переменной составляющей тока: $X_{1L} = \omega L = 2\pi f L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \times 0,0319 = 1,0$ Ом; $X_{1C} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{10^6}{314 \cdot 91} = 35$ Ом.

Полное сопротивление электрической цепи, соответствующее основной частоте $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$ тока:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (X_{1L} - X_{1C})^2} = \sqrt{5^2 + (1,0 - 35)^2} = 34,5 \text{ Ом.}$$

Значения первой гармоники тока:

амплитудное: $I_{1m} = U_{1m}/Z_1 = 100\sqrt{2}/34,5 = 4,1$ А; действующее:

$$I_1 = I_{1m}/\sqrt{2} = 4,1/1,41 = 2,9 \text{ А.}$$

Условный коэффициент мощности электрической цепи, соответствующий первой гармонике тока: $\cos \varphi_1 = R/Z_1 = 5/34,5 = 0,145$, откуда угол сдвига фаз $\varphi_1 = 88^\circ 54' = 0,488 \pi$.

Так как для основной частоты тока в электрической цепи преобладает емкостное сопротивление ($X_c > X_L$), т. е. нагрузка имеет активно-емкостный характер, ток I_1 опережает соответствующее напряжение на угол φ_1 .

Реактивные сопротивления катушки индуктивности и конденсатора для третьей гармоники тока: $X_{3L} = 3\omega L = 3 \cdot 2\pi f L = 3 \times 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,0319 = 30$ Ом, $X_{3C} = \frac{1}{3\omega C} = \frac{1}{3 \cdot 2\pi f C} = \frac{10^6}{3 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 91} = \frac{X_{1C}}{3} = \frac{35}{3} = 11,66$ Ом.

Полное сопротивление цепи для третьей гармоники тока: $Z_3 = \sqrt{R^2 + (X_{3L} - X_{3C})^2} = \sqrt{5^2 + (30 - 11,66)^2} = \sqrt{361,35} = 19$ Ом.

Коэффициент мощности электрической цепи, соответствующий третьей гармонике тока: $\cos \varphi_3 = R/Z_3 = 5/19 = 0,263$, откуда угол сдвига фаз между соответствующим напряжением и током: $\varphi_3 = \arccos 0,263 = 74^\circ 40' = 0,416 \pi$.

Полное сопротивление электрической цепи для третьей гармоники тока носит активно-индуктивный характер, т. е. ток третьей гармонической составляющей отстает от соответствующей составляющей напряжения на угол $\varphi_3 = 74^\circ 40' = 0,416 \pi$.

Значение третьей гармоники тока:

амплитудное: $I_{3m} = U_{3m}/Z_3 = 76/19 = 4$ А; действующее: $I_3 = I_{3m}/\sqrt{2} = 4\sqrt{2} = 2,836$ А.

Действующее значение периодического несинусоидального тока цепи; $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{0 + 3,92^2 + 2,836^2} = 4,84 \text{ А}$.

Выражение для мгновенного значения несинусоидального тока в цепи:

$$i = 5,53 \sin(\omega t + \varphi_1) + 4 \sin(3\omega t - \varphi_3) = [5,53 \sin(3,14t + 0,488 \pi) + 4 \sin(942 t - 0,416 \pi)].$$

Действующее значение напряжения источника питания:

$$U = \sqrt{U_0^2 + \left(\frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{U_{3m}}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{100^2 + \left(\frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{76}{\sqrt{2}}\right)^2} = 142,44 \text{ В}.$$

Активная составляющая мощности электрической цепи, обусловленная постоянной составляющей несинусоидального тока: $P_0 = U_0 I_0 = 100 \cdot 0 = 0$.

Активная мощность, обусловленная токами первой и третьей гармоник несинусоидального тока: $P_1 = I_1^2 R = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 100\sqrt{2}/\sqrt{2} \cdot 3,92 \cdot 0,196 = 76,83 \text{ Вт}$, где $U_1 = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$

$= 100 \text{ В}$; $P_3 = I_3^2 R = U_3 I_3 \cos \varphi_3 = 76/\sqrt{2} \cdot 2,836 \cdot 0,263 = 40,2 \text{ Вт}$, где $U_3 = \frac{U_{3m}}{\sqrt{2}} = \frac{76}{\sqrt{2}} \text{ В}$.

Мощности электрической цепи несинусоидального тока:

активная: $P = P_0 + P_1 + P_3 = 0 + 76,83 + 40,2 = 117,03 \text{ Вт}$; ре-

активная: $Q = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_3 I_3 \sin \varphi_3 = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot 3,92 \cdot 0,98 + \frac{76}{\sqrt{2}} \times 2,836 \cdot 0,964 = 384 + 147,5 = 531,5 \text{ вар}$; полная: $S = UI = 142,44 \cdot 4,84 = 689,4 \text{ В} \cdot \text{А}$.

Условный коэффициент мощности электрической цепи несинусоидального тока: $\cos \varphi_n = P/(UI) = 117,03/(142,44 \cdot 4,84) = 0,17$.

4.3. По данным задачи 4.2 определить мгновенное i и действующее I напряжение на зажимах катушки индуктивности.

Решение. Полное сопротивление катушки индуктивности для первой и третьей гармоник несинусоидального тока: $Z_1 = \sqrt{R^2 + X_{1L}^2} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,18 \text{ Ом}$; $Z_3 = \sqrt{R^2 + X_{3L}^2} = \sqrt{5^2 + 30^2} = 30,41 \text{ Ом}$.

Коэффициенты мощности катушки индуктивности, соответствующие первой и третьей гармоникам несинусоидального тока: $\cos \varphi_1 = R/Z_1 = 5/11,18 = 0,447$; $\cos \varphi_3 = R/Z_3 = 5/30,41 = 0,164$, откуда углы сдвига фаз $\varphi_1 = 0,35\pi$; $\varphi_3 = 0,494\pi$.

Значения первой и третьей гармоник напряжения на катушке индуктивности:

амплитудные: $U_{1m} = Z_1 I_{1m} = 11,18 \cdot 5,53 = 61,82 \text{ В}$; $U_{3m} =$

$$= Z_3 I_{3m} = 30,41 \cdot 4 = 121,64 \text{ В}; \text{ действующие: } U_1 = \frac{U_{1m}}{\sqrt{2}} = \frac{61,82}{\sqrt{2}} = 43,84 \text{ В}; U_3 = \frac{U_{3m}}{\sqrt{2}} = \frac{121,64}{\sqrt{2}} = 86,26 \text{ В}.$$

Действующее значение периодического несинусоидального напряжения на катушке индуктивности: $U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2} = \sqrt{43,84^2 + 86,26^2} = 96,76 \text{ В}.$

Выражение для мгновенного периодического несинусоидального напряжения на катушке индуктивности: $u = U_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1 + \varphi_3) + U_{3m} \sin(3\omega t - \varphi_1 + \varphi_3) = 61,82 \sin(314t + 0,838\pi) + 121,64 \sin(942t - 0,078\pi).$

4.4. В электрической цепи переменного тока соединены параллельно катушка индуктивности с активным сопротивлением $R = 5 \text{ Ом}$ и индуктивностью $L = 31,9 \text{ мГн}$ и конденсатор с емкостью $C = 91 \text{ мкФ}$. Определить составляющие тока и активные мощности катушки индуктивности и всей цепи, находящиеся под действием периодического несинусоидального напряжения, мгновенное значение которого представлено выражением $u = (100 + 100\sqrt{2} \cdot \sin \omega t + 76 \sin 3\omega t) \text{ В}.$

Решение. Полные сопротивления параллельных ветвей для тока первой гармоники: $\underline{Z}_{1L} = R + jX_{1L} = (5 + j10) \text{ Ом}, \underline{Z}_{1C} = -jX_{1C} = -j35 \text{ Ом},$ откуда $\underline{Z}_{1L} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,2 \text{ Ом}$ и $\underline{Z}_{1C} = 35 \text{ Ом}.$

Постоянная составляющая несинусоидального тока цепи катушки: $I_{0L} = I_0 = U_0/R = 100/5 = 20 \text{ А},$ так как индуктивность катушки не влияет на значение постоянного тока.

Действующее значение тока первой гармоники в цепи катушки индуктивности: $\underline{I}_{1L} = \frac{U_1}{\underline{Z}_{1L}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}(5 + j10)} = \frac{100(5 - j10)}{(5 + j10)(5 - j10)} = \frac{500 - j1000}{5^2 + 10^2} = (4 - j8) \text{ А},$ откуда ток $I_{1L} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 8,94 \text{ А}.$

Аргумент комплексного тока: $\varphi_{1L} = \arctg \frac{-8}{4} = \arctg(-2),$

откуда $\varphi_{1L} = 296^\circ 30' = 1,64\pi.$

Комплексный ток первой гармоники: $\underline{I}_{1L} = I e^{j\varphi_{1L}} = 8,94 e^{j1,64\pi} \text{ А}.$

Действующее значение тока первой гармоники в цепи конденсатора $\underline{I}_{1C} = \underline{U}_1 / \underline{Z}_{1C} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}(-j35)} = \frac{100}{-j35} = j2,857 \text{ А},$ откуда ток $I_{1C} = 2,857 \text{ А}.$

Амплитудное значение первой гармоники тока катушки индуктивности $I_{1mL} = I_{1L} \sqrt{2} = 8,94 \sqrt{2} = 12,61 \text{ А}.$

Амплитудное значение первой гармоники тока в цепи конденсатора: $I_{1mC} = I_{1C} \sqrt{2} = 2,857 \sqrt{2} = 4 \text{ А}.$

Действующее значение тока первой гармоники в неразветвленной части электрической цепи в соответствии с первым законом Кирхгофа: $\underline{I}_1 = \underline{I}_{1L} + \underline{I}_{1C} = 4 - j8 + j2,857 = (4 - j5,14)$ А, откуда ток $I_1 = \sqrt{4^2 + 5,14^2} = 6,51$ А. Аргумент комплексного тока I_1 неразветвленной части цепи первой гармоники: $\varphi_1 = \operatorname{arctg} \frac{5,14}{4}$, откуда $\varphi_1 = 0,288\pi$.

Амплитудное значение первой гармоники тока в неразветвленной части электрической цепи: $I_{1m} = \sqrt{2}I_1 = \sqrt{2} \cdot 6,51 = 9,18$ А.

Полные сопротивления параллельных ветвей электрической цепи для третьей гармоники тока $\underline{Z}_{3L} = R + jX_{3L} = (5 + j30)$ Ом; $\underline{Z}_{3C} = -jX_{3C} = -j11,66$ Ом, откуда $Z_{3L} = \sqrt{5^2 + 30^2} = 30,41$ Ом; $Z_{3C} = 11,66$ Ом.

Токи третьей гармоники в параллельных ветвях электрической цепи: $\underline{I}_{3L} = \frac{U_3}{Z_{3L}} = \frac{76}{\sqrt{2}(5 + j30)} = \frac{53,9(5 - j30)}{(5 + j30)(5 - j30)} = \frac{269,5 - j1617}{5^2 + 30^2} = (0,29 - j1,75)$ А, откуда $I_{3L} = \sqrt{0,29^2 + 1,75^2} = 1,77$ А; $\underline{I}_{3C} = \frac{U_3}{Z_{3C}} = \frac{76}{\sqrt{2}(-j11,66)} \cong j4,74$ А, откуда $I_{3C} = 4,74$ А.

Аргумент комплексного тока \underline{I}_{3L} третьей гармоники: $\varphi_{3L} = \operatorname{arctg} \frac{-1,75}{0,29}$, откуда $\varphi_{3L} = 280^\circ = 1,55\pi$.

Амплитудные значения токов третьей гармоники в параллельных ветвях электрической цепи: $I_{3mL} = I_{3L}\sqrt{2} = 1,77\sqrt{2} = 2,495$ А; $I_{3mC} = I_{3C}\sqrt{2} = 4,74\sqrt{2} = 6,68$ А.

Действующее значение третьей гармоники тока в неразветвленной части электрической цепи: $\underline{I}_3 = \underline{I}_{3L} + \underline{I}_{3C} = 0,29 - j1,75 + j4,74 \cong (0,29 + j3)$ А, откуда $I_3 = \sqrt{0,29^2 + 3^2} = 3,01$ А.

Аргумент комплексного тока третьей гармоники I_3 в неразветвленной части цепи: $\varphi_3 = \operatorname{arctg} \frac{3}{0,29}$, откуда $\varphi_3 = 84^\circ 20' = 0,466\pi$.

Амплитудное значение тока третьей гармоники I_3 в неразветвленной части цепи: $I_{3m} = \sqrt{2}I_3 = 1,41 \cdot 3,01 = 4,25$ А.

Мгновенное значение тока катушки индуктивности: $i_L = I_0 + i_{1L} + i_{3L} = I_0 + I_{1mL}\sin(314t - \varphi_{1L}) + I_{3mL}\sin(3 \cdot 314t - \varphi_{3L}) = 20 + 12,61\sin(314t - 1,64\pi) + 2,494\sin(942t - 1,55\pi)$.

Мгновенное значение тока конденсатора: $i_C = i_{1C} + i_{3C} = I_{1mC}\sin(314t + \pi/2) + I_{3mC}\sin(3\omega t + \pi/2) = [4 \sin(314t + \pi/2) + 6,68(942t + \pi/2)]$ А.

Выражение для мгновенного значения тока в неразветвленной части электрической цепи: $i = I_0 + i_1 + i_3 = I_0 + I_{1m}\sin(314t + \varphi_1) + I_{3m}\sin(3 \cdot 314 + \varphi_3) = 20 + 9,18\sin(314t + 0,228\pi) + 4,25\sin(942t + 0,466\pi)$.

Действующее значение тока цепи катушки индуктивности: $I_L = \sqrt{I_0^2 + I_{1L}^2 + I_{3L}^2} = \sqrt{20^2 + 8,94^2 + 1,77^2} = 22,03$ А.

Действующее значение тока цепи конденсатора: $I_C = \sqrt{I_{1C}^2 + I_{3C}^2} = \sqrt{2,857^2 + 4,74^2} = 5,53 \text{ А}$.

Действующее значение тока в неразветвленной части электрической цепи: $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_3^2} = \sqrt{20^2 + 6,51^2 + 3,01^2} = 21,25 \text{ А}$.

Активная мощность, потребляемая конденсатором, $P_C = 0$, так как активное сопротивление конденсатора практически равно нулю ($R_C = 0$). Активная мощность, потребляемая катушкой индуктивности:

$$P_L = U_0 I_0 + U_1 I_{1L} \cos \varphi_{1L} + U_3 I_{3L} \cos \varphi_{3L} = 100 \cdot 20 + \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \\ \times 8,94 \cdot 0,447 + 76/\sqrt{2} \cdot 1,77 \cdot 0,164 = 2415,25 \text{ Вт} = 2,415 \text{ кВт}.$$

Активная мощность всей цепи: $P = P_L + P_C = 2,415 + 0 = 2,415 \text{ кВт}$.

4.5. В условиях задачи 4.4 определить коэффициенты K_n , K_r , K_p , характеризующие периодический несинусоидальный ток на неразветвленном участке электрической цепи.

Решение. Коэффициент искажения, равный отношению действующего значения основной гармоники тока к действующему значению несинусоидального тока, $K_n = I_1/I = 6,51/21,25 = 0,306$.

Коэффициент гармоники, равный отношению действующего значения высшей гармоники несинусоидального тока к действующему значению основной его гармоники, $K_r = I_r/I_1 = 3,01/6,51 = 0,462$, где $I_r = \sqrt{I_2^2 + I_3^2 + \dots} = \sqrt{I_3^2} = \sqrt{3,01^2} = 3,01 \text{ А}$ (четных гармоник кривая несинусоидального тока не содержит ($I_2 = 0$)).

Коэффициент пульсаций, равный отношению амплитудного значения основной гармоники тока к постоянной составляющей несинусоидального тока, $K_p = I_{1m}/I_0 = 9,18/20 = 0,459$.

Задачи

4.6. В неразветвленной электрической цепи переменного тока протекает периодический несинусоидальный ток, выражение для мгновенного значения которого имеет вид $i = [141 \sin \omega t + 84,6 \sin 3\omega t + 56,4 \sin 5\omega t] \text{ А}$. Определить действующее значение несинусоидального тока в данной электрической цепи. Ответ: $I = 123,29 \text{ А}$.

4.7. Катушка индуктивности L и конденсатор C соединены параллельно и подключены к источнику несинусоидального напряжения, мгновенное значение которого $u = 150 + 282 \sin \omega t + 141 \sin 3\omega t \text{ В}$. Определить постоянную составляющую несинусоидального тока, если активное сопротивление катушки индуктивности $R_k = 15 \text{ Ом}$. Ответ: $I_0 = 10 \text{ А}$.

4.8. Определить коэффициент амплитуды K_a , коэффициент формы K_f и коэффициент искажения K_n зависимости $i(t)$ периодического несинусоидального тока, мгновенное значение которого представлено выражением $i = (100 \sin \omega t + 30 \sin 2\omega t) \text{ А}$. Ответ: $K_a = 1,58$; $K_f = 1,16$; $K_n = 0,96$.

Таблица 4.1

Варианты контрольного задания 4.14															
Величины	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
и, В															
	$u(t) = 80\sqrt{2}\sin\omega t + 50\sqrt{2}\sin 3\omega t + 20\sqrt{2}\sin 5\omega t$														
R, Ом	5	5	5	5	5	5	5	5	6	6	6	7	7	7	7
L, мГн	15,98	31,85	47,8	63,7	15,98	31,85	47,8	63,7	15,98	31,85	47,8	63,7	15,98	31,85	46,8
C, мкФ	265,5	91	88,5	29,5	29,5	88,5	91	265,5	91	88,5	29,5	265,5	91	88,5	29,5

Продолжение табл. 4.1

Варианты контрольного задания 4.14															
Величины	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
и, В															
	$u(t) = 40 + 80\sqrt{2}\sin\omega t + 50\sqrt{2}\sin 3\omega t$														
R, Ом	8	8	8	8	9	9	9	9	10	10	10	10	12	12	12
L, мГн	63,7	15,98	31,85	47,8	63,7	15,98	31,85	47,8	63,7	15,98	31,85	47,8	63,7	15,98	31,85
C, мкФ	265,5	91	88,5	29,5	265,5	91	88,5	29,5	265,5	91	88,5	29,5	265,5	91	88,5

4.9. Электрическая цепь периодического несинусоидального тока, содержащая катушку индуктивности с активным сопротивлением $R_1 = 18 \text{ Ом}$ и индуктивностью $L_1 = 60 \text{ мГн}$, последовательно соединенную с резистором, сопротивление которого $R_2 = 30 \text{ Ом}$, подключена к источнику несинусоидального напряжения $u = [120 + 200\sin\omega t + 50\sin(3\omega t + \frac{\pi}{6})]$, В. Определить

активную P , реактивную Q и полную S мощности электрической цепи. *Ответ.* $P = 0,67 \text{ кВт}$; $Q = 153,42 \text{ квар}$; $S = 706,86 \text{ кВ}\cdot\text{А}$.

4.10. По условиям задачи 4.9 определить максимальные значения основной I_{1m} и третьей I_{3m} гармоник периодического несинусоидального тока в электрической цепи. *Ответ.* $I_{1m} = 3,88 \text{ А}$; $I_{3m} = 0,674 \text{ А}$.

4.11. Мгновенное значение периодического несинусоидального тока в электрической цепи соответствует выражению $i = [3 + 5,88\sin(\omega t - 0,915\pi) + 26\sin(3\omega t + 0,305\pi)]$, А. Определить действующее значение несинусоидального тока I и активную мощность P , потребляемую электрической цепью. *Ответ.* $I = 5,45 \text{ А}$; $P = 0,415 \text{ кВт}$.

4.12. Определить постоянную составляющую тока I_0 , действующие значения гармоник составляющих тока I_1 , I_3 , I_5 и действующее I значения периодического несинусоидального тока, мгновенное значение которого представлено выражением $i = 100 + 70,5\sin\omega t + 60\sin3\omega t + 50\sin5\omega t$. *Ответ.* $I_0 = 100 \text{ А}$; $I = 127 \text{ А}$; $I_1 = 56,7 \text{ А}$; $I_3 = 42,6 \text{ А}$; $I_5 = 35,5 \text{ А}$.

4.13. В электрической цепи переменного тока под действием периодического несинусоидального напряжения $u = [10 + 3\sin(\omega t - 0,222\pi) + 0,9\sqrt{2}\sin(3\omega t + 0,695\pi)]$ В возникает периодический несинусоидальный ток $i = [30 + 25,9(\omega t - 0,0665\pi) + 6\sin(3\omega t + 0,695)]$, А. Определить действующие значения несинусоидальных напряжения U и тока I и активную мощность P электрической цепи. *Ответ:* $U = 10,3 \text{ В}$; $I = 35,3 \text{ А}$; $P = 0,336 \text{ кВт}$.

Контрольное задание

4.14. К зажимам электрической цепи переменного тока параллельно подключены катушка индуктивности с активным сопротивлением R и индуктивностью L и конденсатор с емкостью C . К цепи подведено периодическое несинусоидальное напряжение $u(t)$. С учетом схемы включения R , L , C , а также данных, приведенных для соответствующего варианта задания в табл. 4.1, определить амплитудные I_m и действующие I значения несинусоидальных токов и напряжений U_m и U , а также их гармонических составляющих, выражение для мгновенного значения тока $i(t)$, активную P , реактивную Q и полную P мощности отдельных гармонических составляющих цепи.

Примечание. В вариантах 31—60 катушка индуктивности и конденсатор включены последовательно, в вариантах 61—90 сопротивление катушки R уменьшить в 2 раза.

Глава 5

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

§ 5.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ

В линейных электрических цепях наряду с установившимися режимами работы имеют место переходные электромагнитные процессы, происходящие при переходе от одного установившегося режима цепи к другому.

Переходные процессы в линейных электрических цепях описываются линейными дифференциальными уравнениями. При этом ток или напряжение определяются общим интегралом соответствующего дифференциального уравнения со свободным членом. Общий интеграл уравнения представляет собой сумму частного решения этого уравнения и решения того же уравнения без свободного члена.

Переходящие, или свободные, составляющие тока $i_{св}$ и напряжения $u_{св}$, определяемые решением дифференциального уравнения без свободного члена, с течением времени стремятся к нулю.

В результате частного решения дифференциального уравнения можно получить установившиеся, или принужденные составляющие тока и напряжения i_y, u_y , имеющие место при установившемся режиме, т. е. при законченном переходном процессе.

При этом ток и напряжение переходного процесса в электрической цепи могут быть записаны как суммы: $i_{пер} = i_y + i_{св}$; $u_{пер} = u_y + u_{св}$. В общий интеграл дифференциального уравнения входят постоянные интегрирования, число которых определяется порядком соответствующего уравнения. Переходные процессы в неразветвленной электрической цепи с параметрами R, L и C описываются дифференциальным уравнением для мгновенных значений напряжений, составленным по второму закону Кирх-

гофа: $u(t) = Ri + Ldi/dt + \frac{1}{C}\int idt$.

После дифференцирования имеем уравнение вида $L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{du}{dt}$. Для определения принужденной (установившейся) составляющей i_y тока переходного процесса, когда воздействующая функция $u(t)$ постоянная или является периодической, необходимо найти его значение в установившемся режиме.

Переходную (свободную) составляющую $i_{св}$ тока находят в результате решения дифференциального уравнения без свободного члена:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

При этом соответствующее характеристическое уравнение приводится к виду: $Lp^2 + Rp + 1/C = 0$. Корни этого уравнения:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

Свободная составляющая тока переходного процесса: $i_{св}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$.

Ток переходного процесса: $i_{пер}(t) = i_y(t) + i_{св}(t)$.

Аналогичным образом можно определить напряжение и другие электрические и магнитные величины на любом участке линейной электрической цепи в переходном режиме.

При включении электрической цепи с R и L под постоянное напряжение (рис. 5.1.1) переходный процесс описывается дифференциальным уравнением, записанным по второму закону Кирхгофа для цепи при установке переключателя Π из положения 1 в положение 2:

$$Ri + L \frac{di}{dt} = u(t) = U.$$

Характеристическое уравнение, соответствующее полученному дифференциальному уравнению, имеет вид: $R + Lp = 0$, где $p = -R/L$ — корень характеристического уравнения.

С учетом этого выражение для свободной составляющей тока переходного процесса приводят к виду:

$$i_{св} = Ae^{pt} = Ae^{-Rt/L},$$

где A — постоянная интегрирования; e — основание натурального логарифма.

Так как воздействующее на электрическую цепь напряжение $u(t)$ постоянно, значение принужденной составляющей тока цепи в переходном режиме оказывается равным его установившемуся значению: $i_y = U/R$. Ток в цепи при переходном процессе:

$$i_{пер} = i_y + i_{св} = U/R + Ae^{-\frac{Rt}{L}}.$$

Постоянную интегрирования A определяют из начальных условий. Так как в цепи с индуктивностью ток не может измениться скачком, то при $t = 0$ ток в цепи равен нулю: $i(0) =$

$$= U/R + A = 0. \text{ Отсюда } A = -U/R, \text{ тогда } i_{св} = -\frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t}. \quad C$$

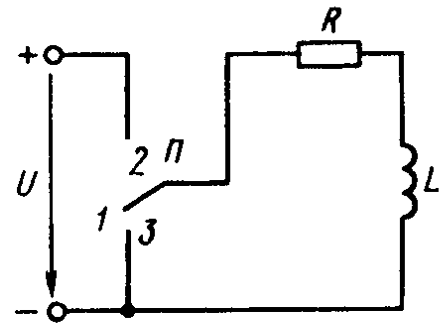


Рис. 5.1.1

учетом этого выражение для тока переходного процесса приобретает вид:

$$i_{\text{пер}} = i_y + i_{\text{св}} = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} \times \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right),$$

где $\tau = L/R$ — постоянная времени цепи, равная промежутку времени, по истечении которого свободная составляющая тока в цепи изменяется в e раз по сравнению со своим исходным значением.

Напряжение переходного процесса на индуктивности L , уравновешивающее ЭДС самоиндукции, определяют из уравнения

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = L d \left[\frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \right] / dt = L \frac{U}{R\tau} \times \times e^{-\frac{t}{\tau}} = U e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

При коротком замыкании RL -цепи, присоединенной к источнику постоянного напряжения U , переключатель Π из положения 2 устанавливается в положение 3, в цепи возникает переходный процесс, обусловленный наличием запаса энергии в магнитном поле катушки с индуктивностью L . Происходящий переходный процесс характеризуется свободным током, так как $i_y = 0$; в результате $i_{\text{пер}} = i_{\text{св}} = A e^{-pt} = A e^{-\frac{R}{L}t}$.

Постоянную интегрирования A определяют исходя из условия, что до момента короткого замыкания ток в цепи: $i_{(0)} = I = U/R = A$.

С учетом этого ток переходного процесса:

$$i_{\text{пер}} = i_{\text{св}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} e^{-t/\tau}.$$

Аналогично изменяется в данной цепи и напряжение:

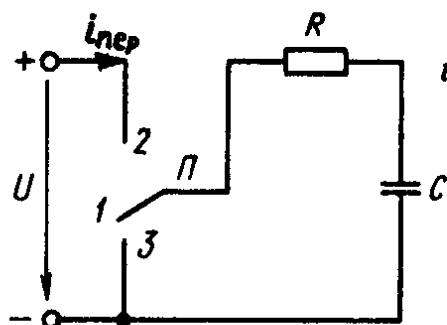


Рис. 5.1.2

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = L d \left(\frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \right) / dt = L \frac{U}{R} \times \times \left(-\frac{R}{L} \right) e^{-\frac{R}{L}t} = -U e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

При включении RC -цепи (рис. 5.1.2) под постоянное напряжение $u(t) = U$ переключатель Π устанавливается в положение 2 (принято, что

к моменту включения ($t=0$) конденсатор C не был заряжен ($u_{C(0)}=0$). В соответствии с этим, исходя из уравнения электрического равновесия для мгновенных напряжений, записанного по второму закону Кирхгофа для рассматриваемой RC -цепи при $t \geq 0$, имеем: $Ri + u_C = u(t)$.

В рассматриваемой цепи ток $i = C \frac{du_C}{dt}$. В результате дифференциальное уравнение приводится к виду: $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = u(t) = U$.

Ему соответствует характеристическое уравнение: $RCp + 1 = 0$, где корень характеристического уравнения $p = -1/RC$.

Решение дифференциального уравнения без свободного члена относительно напряжения на конденсаторе позволяет определить

свободную составляющую этого напряжения: $u_{C_{св}} = A e^{pt} = A e^{-\frac{t}{RC}}$, где A — постоянная интегрирования, определяемая исходя из принятых начальных условий $u_C(0) = 0$.

Напряжение u_{Cy} на обкладках конденсатора в установившемся режиме определяют в результате частного решения соответствующего дифференциального уравнения цепи. В установившемся режиме ток в цепи $i_y = 0$, следовательно, $u_{Cy} = u(t) = U$ и напряжение на конденсаторе во время переходного процесса:

$$u_C(t) = u_{Cy} + u_{C_{св}} = U + A e^{-\frac{t}{RC}}$$

Постоянную интегрирования A находят из начальных условий. Напряжение на конденсаторе до включения $u_C(0) = 0$, так как к моменту включения цепи конденсатор C не был заряжен.

При этом $u_C(0) = U + A = 0$, откуда $A = -U$ и $u_{C_{св}} = -U e^{-\frac{t}{RC}}$.

Временная зависимость напряжения на обкладках конденсатора во время переходного процесса описывается уравнением

$$u_C(t) = U - U e^{-\frac{t}{RC}} = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = U(1 - e^{-t/\tau}),$$

где $\tau = RC$ — постоянная времени.

Ток в цепи при переходном процессе: $i_{пер} = i_y + i_{св} = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{du_{Cy}}{dt} + C \frac{du_{C_{св}}}{dt} = 0 + \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}} =$

$$= \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{U}{R} e^{-t/\tau}, \text{ где } i_y = 0, i_{св} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \text{ и}$$

$$i = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Короткое замыкание неразветвленной RC -цепи, ранее находившейся под постоянным напряжением $U = \text{const}$, осуществля-

ется установкой переключателя П (в момент времени $t=0$) из положения 2 в положение 3 (в положении 1 схема отключена). Электромагнитные процессы в цепи с момента ее замыкания происходят за счет энергии, равной $\frac{1}{2}CU^2$, сосредоточенной к этому моменту времени в электрическом поле конденсатора, которая в течение переходного процесса преобразуется в теплоту, рассеиваемую резистором R .

Для установившихся значений тока в RC -цепи и напряжения на обкладках конденсатора C при переходном процессе имеем: $i_y=0$, а $u_{C_y}=0$.

При этом свободные составляющие тока в цепи и напряжения на конденсаторе: $i_{св} = -\frac{A}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$, $u_{C_{св}} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$.

Ток в цепи и напряжение на обкладках конденсатора в переходном режиме: $i_{пер} = i_y + i_{св} = -\frac{A}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$; $u_C = u_{C_y} + u_{C_{св}} = Ae^{-t/RC}$.

Постоянную интегрирования A определяют из начальных условий. При $t=0$ напряжение на обкладках конденсатора равно U , т. е. $u_C(0) = U = A$. При этом для переходных значений тока и напряжения на конденсаторе справедливы уравнения:

$$i = -\frac{U}{R}e^{-t/RC} = -Ie^{-t/RC}; u_C = Ue^{-t/RC}.$$

При расчете переходных процессов в линейных разветвленных электрических цепях для определения токов в отдельных ветвях и напряжений на участках цепи записывают соответствующее число уравнений, составленных по первому и второму законам Кирхгофа. При получении характеристического уравнения необходимо приводить полученную систему уравнений к одному уравнению относительно одной неизвестной функции.

Система однородных дифференциальных уравнений, записанных для свободных составляющих токов в ветвях разветвленной цепи, записывается в виде соответствующей системы алгебраических уравнений и в отличие от исходной системы не содержит производных интегралов. В этой системе уравнений производные свободной составляющей тока $di_{св}/dt$ заменяют символом $pi_{св}$, а интеграл от этого тока $\int i_{св} dt$ — символом $i_{св}/p$ (где p — корень характеристического уравнения — показатель затухания, одинаковый для всех свободных составляющих токов цепи). Действительно, если $i_{св} = Ae^{pt}$, то производная от свободного тока $di_{св}/dt = d(Ae^{pt})/dt = pAe^{pt} = pi_{св}$, а интеграл $\int i_{св} dt = \int Ae^{pt} dt = A e^{pt}/p = i_{св}/p$.

Постоянная интегрирования при этом оказывается равной нулю, так как свободные составляющие не содержат не зависящих от времени слагаемых. Подобный переход от системы линейных дифференциальных уравнений к системе алгебраических,

называемый алгебраизацией системы дифференциальных уравнений, для свободных токов значительно упрощает составление характеристического уравнения. Из полученной системы алгебраических уравнений составляется затем определитель $\Delta(p)$, который должен равняться нулю, так как данная система уравнений имеет решение, отличное от нулевого, если определитель системы равен нулю.

Выражение для $\Delta(p) = 0$ и является характеристическим уравнением, в котором единственным неизвестным является его корень p . Составить характеристическое уравнение системы однородных дифференциальных уравнений (уравнение без свободного члена) можно и другим путем. Для этого записывают выражение комплексного входного сопротивления $Z(j\omega)$ для соответствующей цепи, в котором $j\omega$ заменяют символ p . Полученное обобщенное сопротивление приравнивают к нулю. Уравнение $Z(p) = 0$ и будет характеристическим уравнением данной цепи.

Число корней характеристического уравнения определяется его степенью. Если это уравнение имеет n корней, общее решение системы однородных дифференциальных уравнений имеет вид:

$i_{св}(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{p_k t}$, где p_k — корни уравнения; A_k — постоянные интегрирования.

Для нахождения постоянных интегрирования необходимо решить систему уравнений для искомого свободного тока $i_{св}(t)$, соответствующих моменту времени $t = 0$. В качестве недостающих $(n - 1)$ уравнений используются уравнения, полученные путем $(n - 1)$ -кратного дифференцирования уравнения для свободного тока $i_{св}(t)$.

Литература. [1] § 4.1—4.10; [2] § 5.1—5.8; [3] § 5.1—5.6.

Примеры решения задач

5.1. Катушка индуктивности с активным сопротивлением $R = 5$ Ом и индуктивностью $L = 50$ мГн = 0,05 Гн включается в сеть постоянного тока с напряжением $U = 110$ В (рис. 5.1, а). Уста-

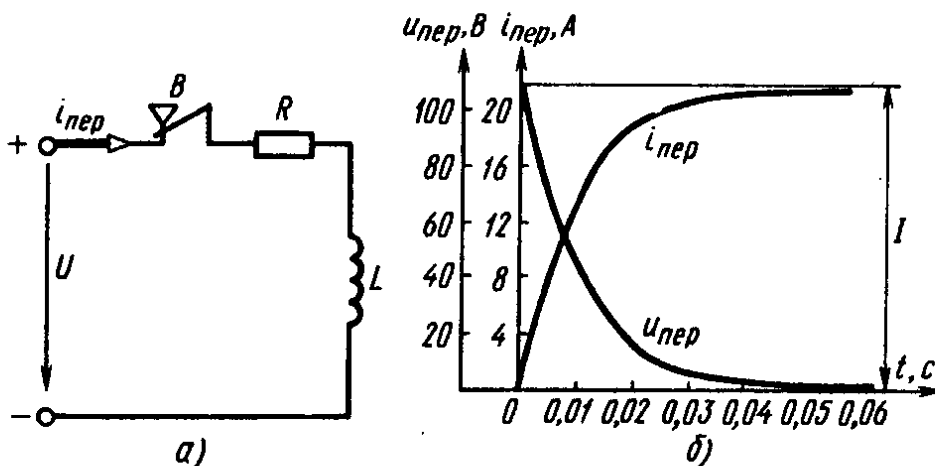


Рис. 5.1

новить зависимость изменения переходных тока $i_{\text{пер}}(t)$ в катушке и напряжения $u_{\text{пер}}(t)$ на катушке при переходном процессе. Определить энергию магнитного поля A_L катушки для момента времени, равного постоянной времени электрической цепи ($t = \tau$), после включения выключателя В.

Решение. После замыкания выключателя В происходит нарастание тока в катушке индуктивности, при этом создается ЭДС самоиндукции $e = L \frac{di_{\text{пер}}}{dt}$, которую преодолевает приложенное напряжение U . Постоянная времени электрической цепи: $\tau = L/R = 0,05/5 = 0,01$ с.

Переходный ток в электрической цепи находят как сумму установившейся i_y и свободной $i_{\text{св}}$ составляющих тока: $i_{\text{пер}} = i_y + i_{\text{св}} = \frac{U}{R} + A e^{-t/\tau} = A e^{-t/0,01}$, где $i_y = I = U/R = 110/5 = 22$ А; $i_{\text{св}} = A e^{-t/\tau} = A e^{-t/0,01}$.

Постоянную интегрирования A находят из начальных условий. При $t = 0$ ток в цепи $i_{(0)} = 0$, отсюда $A = -U/R = -110/5 = -22$ А.

Переходный ток в цепи определяют в соответствии с уравнением

$$i_{\text{пер}} = \frac{U}{R} (1 - e^{-t/\tau}) = 22(1 - e^{-t/0,01}) = 22(1 - e^{-100t}) \text{ А.}$$

Переходное напряжение на катушке индуктивности: $u_{\text{пер}} = U e^{-t/\tau} = 110 e^{-100t}$ В. Результаты подсчета переходных тока $i_{\text{пер}}(t)$ и напряжения $u_{\text{пер}}(t)$ на катушке во времени приведены в табл. 5.1, а соответствующие зависимости — на рис. 5.1, б.

Т а б л и ц а 5.1

$t, \text{ с}$	0	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
e^{-100t}	1	0,606	0,368	0,135	0,05	0,018	0,0067
$1 - e^{-100t}$	0	0,394	0,632	0,865	0,95	0,982	0,993
$i_{\text{пер}}, \text{ А}$	0	8,64	13,9	19,04	20,9	21,6	21,8
$u_{\text{пер}}, \text{ В}$	110	67	40,5	14,9	5,5	1,98	0,74

Энергия магнитного поля катушки индуктивности: $W_{L \text{ пер}} = \frac{Li_{\text{пер}}^2}{2} = \frac{0,05(13,9)^2}{2} = 4,38$ Дж, где $i_{\text{пер}} = 13,9$ А при $t = \tau = 0,01$ с.

5.2. Измерение напряжения на зажимах обмотки электромагнита, обладающей активным сопротивлением $R = 2$ Ом и индуктивностью $L = 1$ Гн = 1000 мГн, осуществляется вольтметром V , включенным в сеть постоянного тока с напряжением $U = 110$ В, в соответствии со схемой рис. 5.2. Определить ток в

обмотке электромагнита в момент отключения ее от питающей сети с помощью выключателя В.

Решение. Установившееся значение тока в цепи обмотки электромагнита: $i_y = U/R = I = 110/2 = 55 \text{ А}$.

После размыкания выключателя значение свободного тока определится в соответствии с уравнением: $i_{св} = Ae^{-\frac{R}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} =$

$= Ae^{-\frac{t}{0,5}}$, так как постоянная времени электрической цепи $\tau = L/R = 1/2 = 0,5 \text{ с}$. Переходный ток в обмотке электромагнита при переходном процессе: $i_{пер} = i_y + i_{св} = 55 + Ae^{-\frac{t}{0,5}} = 55 + Ae^{-\frac{t}{0,5}}$.

Постоянная интегрирования A определится из начальных условий.

В момент размыкания выключателя $t = 0$, свободная составляющая тока: $i_{св} = Ae^{-\frac{t}{0,5}} = Ae^0 = A$, при этом $i_{пер} = i_y + i_{св} = 55 + Ae^{-\frac{t}{0,5}} = 55 - (i_{пер} - 55)e^{-\frac{t}{0,5}} = 55 \text{ А}$, т. е. в первый момент ($t = 0$) отключения выключателя в цепи вольтметра пройдет ток $I = 55 \text{ А}$, вследствие чего прибор выйдет из строя. Поэтому при отключении катушки электромагнита, так же как и других катушек электротехнических устройств, обладающих индуктивностью, следует цепь вольтметра сначала отключить.

5.3. Электрическая цепь постоянного тока (рис. 5.3, а), содержащая резисторы с сопротивлениями $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 0,15 \text{ Гн}$, находится под постоянным напряжением $U = 60 \text{ В}$. Определить ток в цепи до замыкания и после замыкания выключателя В, а также зависимость переходного $i_{пер}(t)$ и

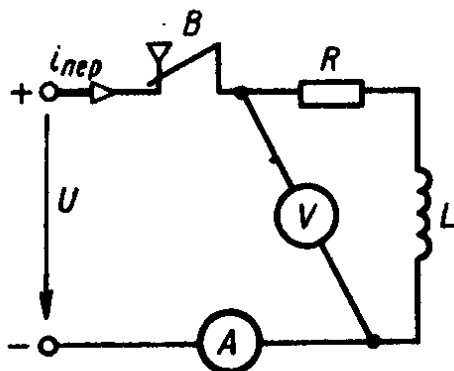


Рис. 5.2

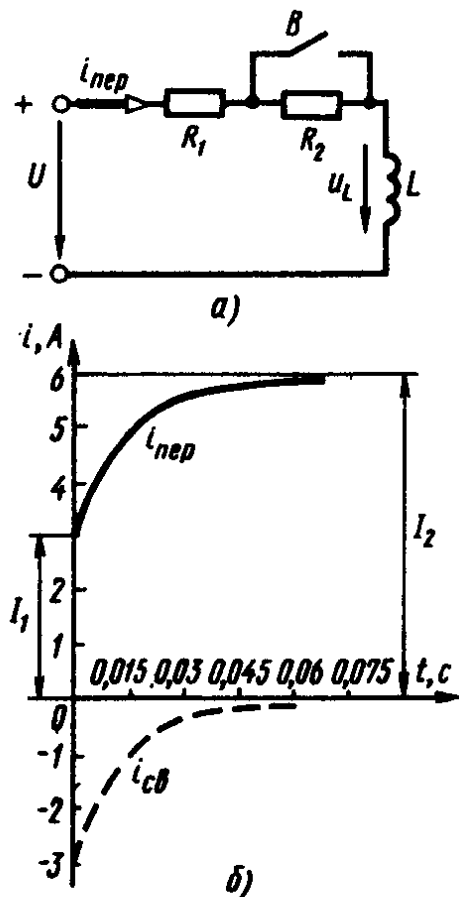


Рис. 5.3

свободного $i_{св}(t)$ токов во времени при замкнутом выключателе.

Решение. В соответствии с законом Ома ток в электрической цепи в установившемся режиме при разомкнутом выключателе: $i_{1y} = I_1 = U/(R_1 + R_2) = 60/(10 + 10) = 3$ А.

Постоянная времени электрической цепи до замыкания выключателя: $\tau_1 = L/(R_1 + R_2) = 0,15/(10 + 10) = 0,15/20 = 0,0075$ с. Установившийся ток в цепи после замыкания выключателя: $i_{2y} = I_2 = U/R_1 = 60/10 = 6$ А. Постоянная времени электрической цепи при замкнутом выключателе: $\tau_2 = L/R_1 = 0,15/10 = 0,015$ с.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа уравнение электрического равновесия для электрической цепи при замкнутом выключателе: $u_{пер} = u_R + u_L = R_1 i_{пер} - e_L$, откуда переходный

ток в цепи $i_{пер} = i_{2y} + i_{св} = \frac{U}{R_1} + \frac{e_L}{R_1} = \frac{U}{R_1} + A e^{-\frac{t}{\tau_2}}$, где свободная составляющая тока переходного процесса $i_{св} = e_L/R_1 = A e^{-t/\tau_2}$.

Постоянную интегрирования определяют из начальных условий. В первый момент после замыкания выключателя при $t = 0$ ток в цепи $i_{пер}(0) = \frac{U}{R_1} + A e^0 = U/R_1 + A$ или $i_{1y} = U/R_1 + A = i_{2y} + A$, так как ток в цепи при этом будет таким же, как перед замыканием выключателя, т. е. $i_{пер}(0) = i_{1y}$. Отсюда постоянная интегрирования: $A = i_{1y} - i_{2y} = 3 - 6 = -3$ А.

В электрической цепи при переходном режиме при заданных условиях ток $i_{пер} = i_{2y} + A e^{-\frac{t}{\tau_2}} = 6 - 3e^{-t/\tau_2} = 6 - 3e^{-t/0,015} = 6 - 3e^{-66,66t}$. Задаваясь значениями времени переходного процесса, определяют зависимость переходного тока $i_{пер}(t)$.

На рис. 5.3, б приведены зависимости переходного тока $i_{пер}$ и свободной $i_{св}$ составляющих тока во времени.

5.4. Электрическая цепь (рис. 5.4) содержит катушку, индуктивность которой $L = 10$ Гн и активное сопротивление $R = 5$ Ом; параллельно катушке подключен резистор с сопротивлением $R_1 = 10$ Ом. Цепь включена под постоянное напряжение $U = 220$ В с помощью переключателя П. Определить энергию магнитного поля W_L катушки индуктивности, записать выражение

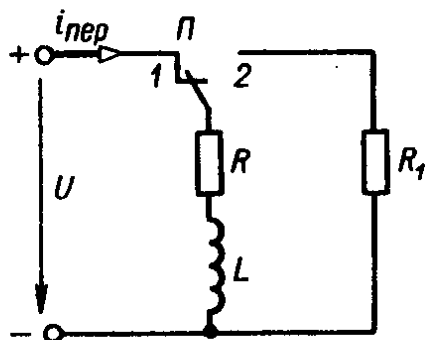


Рис. 5.4

для переходного тока $i_{пер}(t)$ и найти напряжение на резисторе R_1 в момент переключения переключателя П из положения 1 в положение 2.

Решение. Ток в цепи катушки индуктивности в установившемся режиме (положение 1 переключателя): $I = U/R = 220/5 = 44$ А. Постоянная времени электрической цепи при том же положении переключателя: $\tau_1 = L/R = 10/5 =$

$$= 2 \text{ с. Энергия магнитного поля катушки индуктивности: } W_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{10 \cdot 44^2}{2} = 9680 \text{ Дж.}$$

Дифференциальное уравнение переходного режима, составленное по второму закону Кирхгофа для электрической цепи (положение 2 переключателя): $e = -L \frac{di_{\text{пер}}}{dt} = i_{\text{пер}}(R + R_1)$ или $L \frac{di_{\text{пер}}}{dt} + i_{\text{пер}}(R + R_1) = 0$, отсюда $\frac{di_{\text{пер}}}{dt} + \frac{i_{\text{пер}}(R + R_1)}{L} = 0$, т. е. $\frac{di_{\text{пер}}}{dt} + \frac{i_{\text{пер}}}{\tau_2} = 0$. Постоянная времени электрической цепи в том же положении переключателя $\tau_2 = L/(R + R_1) = 10/(5 + 10) = 0,67 \text{ с}$.

В этом случае ток переходного режима, равный свободной составляющей, определяют в результате решения полученного уравнения: $i_{\text{пер}} = i_{\text{св}} = A e^{-t/\tau_2}$.

В соответствии с первым законом коммутации ток в катушке индуктивности в момент переключения ($t = 0$) переключателя из положения 1 в положение 2 не может изменяться скачком. Поэтому постоянная интегрирования $A = \frac{U}{R} = 44 \text{ А}$. При этом получим уравнение для переходного тока $i_{\text{пер}} = A e^{-t/\tau_2} = 44 e^{-t/0,67}$.

Напряжение на резисторе R_1 в начальный момент после переключения переключателя из положения 1 в положение 2: $U_{R_1} = R_1 I = 10 \cdot 44 = 440 \text{ В}$. Из этого следует, что в процессе коммутации электрических цепей, содержащих индуктивности, могут возникнуть опасные для соответствующего электрооборудования перенапряжения.

5.5. Электрическая цепь составлена из конденсатора, емкость которого $C = 200 \text{ мкФ}$, соединенного последовательно с резистором $R = 50 \text{ Ом}$ (рис. 5.5, а), подключается к источнику постоянного напряжения $U = 100 \text{ В}$. Установить зависимость тока

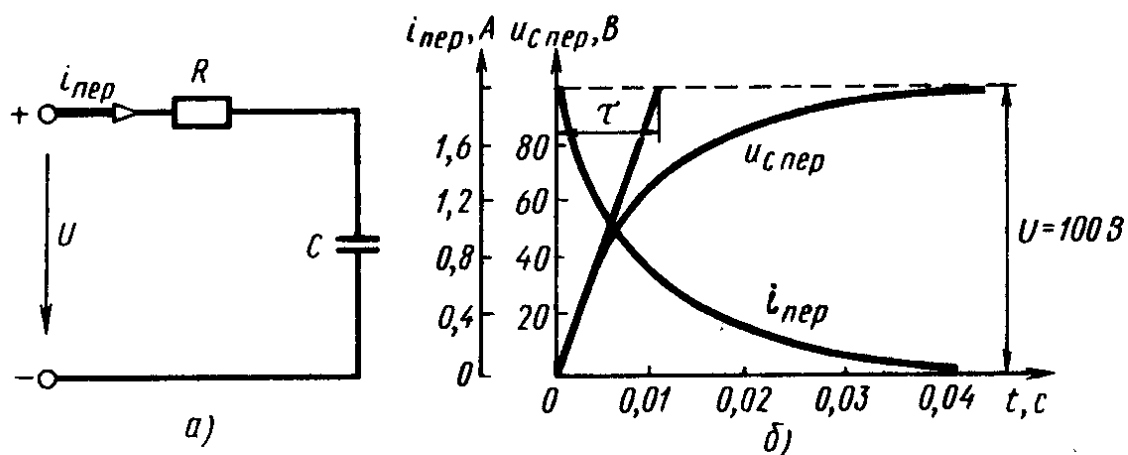


Рис. 5.5

$i_{\text{пер}}(t)$ в цепи и напряжения $u_{\text{Спер}}(t)$ на обкладках конденсатора в функции времени.

Решение. Постоянная времени электрической цепи: $\tau = RC = 50 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 0,01$ с.

Переходное напряжение на зажимах конденсатора при включении электрической цепи в питающую сеть равно сумме установившейся и свободной его составляющих: $u_{\text{Спер}} = u_{\text{Су}} + u_{\text{Ссв}}$.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа уравнение электрического равновесия для цепи, рассматриваемой в переходном режиме: $Ri_{\text{пер}} + u_{\text{Спер}} = RC \frac{du_{\text{Спер}}}{dt} + u_{\text{Спер}} = U$.

Установившееся напряжение на конденсаторе определяют при $t = \infty$. При этом $u_{\text{Су}} = U = 100$ В, так как при $t = 0$ ток

$i_{\text{пер}} = \frac{du_{\text{Спер}}}{dt} = 0$. Решение однородного дифференциального уравнения $RC \frac{du_{\text{Спер}}}{dt} + u_{\text{Ссв}} = 0$ позволяет найти свободную составляющую переходного напряжения $u_{\text{Ссв}} = Ae^{-t/\tau}$.

Отсюда переходное напряжение $u_{\text{Спер}} = u_{\text{Су}} + u_{\text{Ссв}} = U + Ae^{-t/\tau} = 100 + Ae^{-t/0,01}$. Постоянная интегрирования A находится из условия, что до включения под напряжение ($t = 0$) конденсатор не был заряжен и напряжение на нем $u_{\text{Спер}} = 100 + Ae^{-t/0,01} = 100 + A = 0$, откуда $A = -100$ В.

В результате изменение переходного напряжения на конденсаторе во времени будет происходить по экспоненциальному закону: $u_{\text{Спер}} = U(1 - e^{-t/\tau}) = 100(1 - e^{-t/0,01})$ В. При этом зависимость переходного тока в цепи во времени определяется уравнением: $i_{\text{пер}} = C \frac{du_{\text{Спер}}}{dt} = CU \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} = \frac{U}{R} e^{-t/\tau} = \frac{100}{50} e^{-t/0,01} = 2e^{-t/0,01}$ А.

По полученным уравнениям рассчитаны и построены на рис. 5.5, б графики изменения тока $i_{\text{пер}}$ и напряжения $u_{\text{Спер}}$ переходного процесса во времени.

Процесс нарастания $u_{\text{Спер}}$ до установившегося значения $U = 100$ В и снижение тока $i_{\text{пер}}$ до нуля теоретически длится бесконечно долго, однако практически его можно считать законченным за время $t = (4 \div 5)\tau$ или в данных условиях за время $t = 40$ мс (0,04 с).

5.6. Электрическая цепь постоянного тока (рис. 5.6) содержит конденсатор с емкостью $C = 100$ мкФ, включенный последовательно с резистором, активное сопротивление которого $R = 20$ Ом включается под напряжение $U = 100$ В. Определить энергию электрического поля W_C конденсатора в конце процесса зарядки и установить зависимость напряжения на обкладках конденсатора $u_{\text{Спер}}(t)$ и тока в цепи $i_{\text{пер}}(t)$

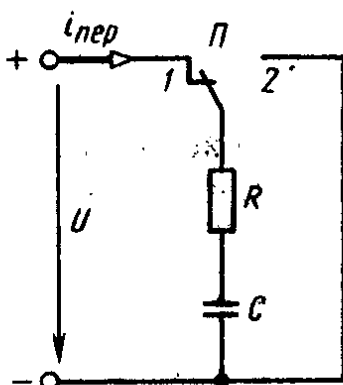


Рис. 5.6

от времени в переходном режиме при зарядке конденсатора (переключатель П — в положении 1).

Решение. Энергия электрического поля заряженного конденсатора: $W_c = \frac{CU^2}{2} = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2}{2} = 0,5$ Дж.

Уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа для электрической цепи при зарядке конденсатора: $Ri_{\text{пер}} + u_{\text{Спер}} = U$ или $RC \frac{du_{\text{Спер}}}{dt} + u_{\text{С}} = U$, где $i_{\text{пер}} = C \frac{du_{\text{Спер}}}{dt}$ — переходный ток цепи.

Переходное напряжение на конденсаторе складывается из установившейся и свободной его составляющих: $u_{\text{Спер}} = u_{\text{Су}} + u_{\text{Ссв}}$. Свободную составляющую переходного напряжения находят в результате решения однородного дифференциального уравнения без свободного члена: $RC \frac{du_{\text{Ссв}}}{dt} + u_{\text{Ссв}} = 0$, отсюда $u_{\text{Ссв}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$. Постоянная времени рассматриваемой цепи $\tau = RC = 20 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 0,002$ с.

Выражение для переходного напряжения на обкладках конденсатора приводят к виду: $u_{\text{Спер}} = u_{\text{Су}} + u_{\text{Ссв}} = u_{\text{Су}} + Ae^{-\frac{t}{0,002}} = u_{\text{Су}} + Ae^{-500t}$.

После окончания процесса зарядки ток в цепи $i_{\text{пер}} = 0$, поэтому в установившемся режиме напряжение на конденсаторе становится равным напряжению питающей сети: $u_{\text{Спер}} = u_{\text{Су}} = U$. Постоянную интегрирования определяют исходя из начальных условий: при $t = 0$ $u_{\text{Спер}} = 0$ и $u_{\text{Су}} = U$, отсюда в соответствии с уравнением для переходного напряжения $A = -U$.

В результате при переходном режиме зарядки конденсатора зависимость напряжения (в В) на обкладках конденсатора во времени определяется уравнением

$$u_{\text{Спер}} = u_{\text{Су}} + u_{\text{Ссв}} = U - Ue^{-\frac{t}{\tau}} = U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 100(1 - e^{-\frac{t}{0,002}}) = 100(1 - e^{-500t}).$$

Переходный ток в цепи

$$i_{\text{пер}} = i_y + i_{\text{св}} = i_y + \frac{u_{\text{Ссв}}}{R} = i_y + \frac{A}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

так как $u_{\text{Ссв}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$.

Постоянную интегрирования A , входящую в полученное выражение, находят из начальных условий.

После окончания зарядки переходное напряжение на конденсаторе $u_{\text{Спер}} = U$, а в установившемся режиме $i_y = 0$, поэтому $A = -U$. При этом переходный ток зарядки конденсатора

изменяется в соответствии с выражением $i_{\text{пер}} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{100}{20} \times e^{-\frac{t}{0,002}} = 5e^{-500t}$. В начальный момент при $t = 0$ переходный ток $i_{\text{пер}} = U/R = 5$ А. Как следует из полученных выражений,

переходное напряжение при зарядке конденсатора возрастает, а переходный ток убывает по экспоненциальному закону.

По полученным формулам можно построить зависимости переходных напряжения $u_{\text{Спер}}(t)$ и тока $i_{\text{пер}}(t)$ при зарядке конденсатора C в цепи с резистором R .

5.7. В условиях задачи 5.6 определить энергию электрического поля конденсатора W_C и установить зависимость переходных напряжения на обкладках конденсатора $u_{\text{Спер}}(t)$ и тока в его цепи (рис. 5.6) $i_{\text{пер}}(t)$ от времени при переходном режиме разрядки предварительно заряженного до напряжения $U = 100$ В конденсатора с емкостью $C = 100$ мкФ.

Решение. При включении переключателя Π в положение 2 (рис. 5.6) энергия электрического поля конденсатора C , расходуемая на нагревание резистора: $W_C = \frac{CU^2}{2} = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2}{2} = 0,5$ Дж. При этом переходное напряжение на конденсаторе в переходном режиме разрядки имеет такой же вид, как и при зарядке: $u_{\text{Спер}} = u_{\text{Су}} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}$. После окончания процесса разрядки, когда конденсатор будет полностью разряжен, напряжение на обкладках и ток в его цепи: $u_{\text{Спер}} = 0$ и $i_{\text{Спер}} = 0$. Постоянную интегрирования A находят из начальных условий при $t = 0$ и $u_{\text{Су}} = 0$. При этом $u_{\text{Ссв}} = Ae^0 = U$. Переходное напряжение на конденсаторе $u_{\text{Спер}} = Ue^{-\frac{t}{\tau}} = 100e^{-500t}$.

Уравнение, описывающее переходный ток при разрядке конденсатора, имеет тот же вид, что и при его зарядке: $i_{\text{пер}} = i_y - \frac{A}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Однако в первоначальный момент разрядки конденсатора (при $t = 0$) ток разрядки $i_y = 0$. С учетом этого переходной ток разрядки конденсатора: $i_{\text{пер}} = -\frac{A}{R} e^{-t/\tau} = -\frac{U}{R} e^{-t/\tau} = -\frac{100}{20} e^{-t/0,002} = -5e^{-500t}$.

Из полученных уравнений следует, что переходные напряжение $u_{\text{Спер}}$ и ток $i_{\text{пер}}$ убывают во времени по экспоненциальному закону. Знак « $-$ » в выражении для переходного тока $i_{\text{пер}}$ свидетельствует о том, что ток разрядки конденсатора имеет направление, обратное току зарядки.

По полученным формулам можно построить зависимости переходных напряжения $u_{\text{Спер}}(t)$ и тока $i_{\text{пер}}(t)$ при разрядке конденсатора C в цепи с резистором R .

Задачи

5.8. Электрическая цепь, состоящая из последовательно включенных резистора с сопротивлением $R_1 = 4$ Ом и катушки с индуктивностью $L = 8$ Гн и сопротивлением $R = 1$ Ом, присоединяется к источнику постоянного напряжения $U = 12$ В. Опре-

делить постоянную времени τ переходного процесса. Построить график изменения тока и ЭДС катушки за период времени $t = 6$ с с момента подключения цепи к источнику постоянного тока. Ответ. $\tau = 1,6$ с.

5.9. Определить графическим способом постоянную времени τ переходного процесса неразветвленной электрической цепи, содержащей конденсатор с емкостью $C = 150$ мкФ и резистор с сопротивлением $R = 2$ Ом при включении ее под постоянное напряжение $U = 100$ В. Ответ. $\tau = 0,0003$ с.

5.10. Электрическая цепь, состоящая из катушки с индуктивностью $L = 15$ Гн и резистора с сопротивлением $R = 10$ Ом, отключается от источника постоянного напряжения $U = 100$ В и замыкается на разрядный резистор $R_1 = 5$ Ом. Построить зависимость изменения во времени тока $i_{пер}(t)$ и напряжения $u_{пер}(t)$ в переходном режиме и определить постоянную времени τ цепи. Ответ. $\tau = 1$ с.

5.11. Неразветвленная электрическая цепь постоянного тока содержит два резистора с сопротивлениями $R = 200$ Ом, включенных параллельно, и конденсатор с емкостью $C = 50$ мкФ. Определить постоянную времени τ цепи и характер изменения во времени напряжения на зажимах конденсатора $u_{Cпер}(t)$ и тока в цепи $i_{пер}(t)$ при включении ее под напряжение $U = 110$ В. Ответ. $\tau = 0,005$ с.

Контрольное задание

5.12. Электрические цепи постоянного тока (рис. 5.12, а—в) содержат источники питания с ЭДС E и внутренними сопротивлениями R_0 , резисторы R_1 и R_2 , катушки индуктивности с активным сопротивлением R_L и индуктивностью L , конденсатор с емкостью C . По данным, приведенным для соответствующего варианта задания в табл. 5.2, рассчитать и построить зависимость изменения переходного тока в цепи конденсатора $i_{Cпер}(t)$ и напряжения $u_{Cпер}(t)$ на его обкладках при зарядке и разрядке, а также переходного тока в цепи катушки индуктивности $i_{Lпер}(t)$ и переходного напряжения на катушке $u_{Lпер}(t)$ в функции времени при замыкании выключателя В и переключении переключателя П из одного положения в другое в соответствии с заданием. Определить запас энергии в электрическом поле конденсатора W_C и в магнитном поле W_L катушки индуктивности.

Примечание. В вариантах 31—60 сопротивление резистора R_1 увеличить в 2 раза, в вариантах 61—90 сопротивление резистора R_2 уменьшить в 2 раза.

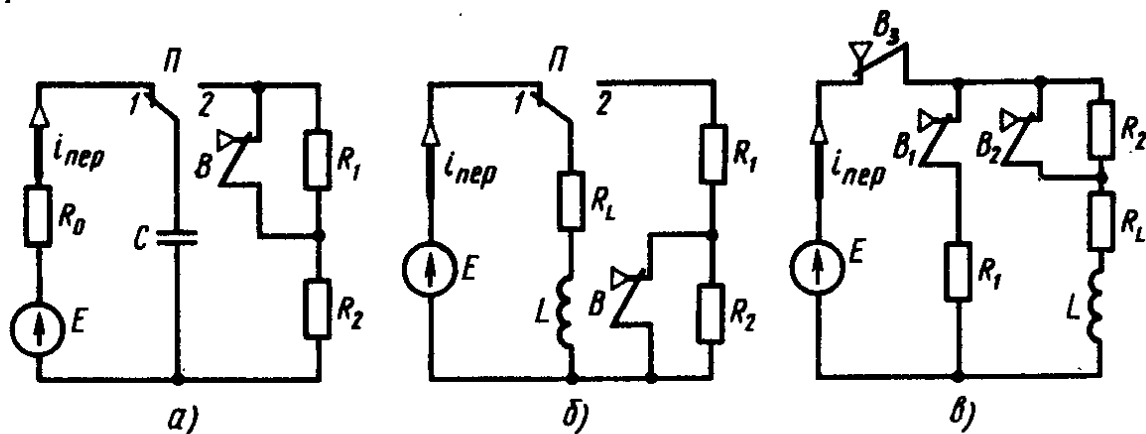


Рис. 5.12

Таблица 5.2

Величины	Варианты контрольного задания 5.12														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$E, В$	110	220	110	220	110	220	110	220	110	220	110	220	110	220	110
$R_0, Ом$	800	800	600	800	600	800	500	500	400	400	—	—	—	—	—
$R_1, кОм$	1,5	1,2	1	1	1,1	0,8	0,6	0,6	0,6	0,5	100	110	55	100	55
$R_2, кОм$	0,5	0,6	0,6	0,8	0,7	0,8	0,9	0,9	0,9	1	100	110	55	100	55
$R_L, Ом$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	400	200	400	200	150
$C, мкФ$	5	5	5	10	10	10	15	15	20	20	—	—	—	—	—
$L, Гн$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10	6	10	5	9
Схема электрической цепи	См. рис. 5.12, а														
Выключатели замкнуты	В	—	В	—	В	—	В	—	В	—	В	—	В	—	В
Положение переключателя	Переключатель П переводится из положения 1 в положение 2														

Величины	Варианты контрольного задания 5.12														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$E, В$	220	110	220	110	220	110	220	110	220	110	220	110	220	110	220
$R_0, Ом$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$R_1, кОм$	44	55	50	50	50	40	30	40	90	30	80	30	60	20	60
$R_2, кОм$	44	55	50	50	50	80	100	70	100	60	80	60	80	40	60
$R_L, Ом$	150	180	150	100	100	60	80	60	80	50	70	50	60	40	50
$C, мкФ$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$L, Гн$	4,5	4	3	2	2	0,6	1	0,8	0,8	0,6	1	0,4	0,8	0,2	0,8
Схема электрической цепи	См. рис. 5.12, б														
Выключатели замкнуты	—	В	—	В	—	V_3, V_1	V_3, V_2	V_3, V_1	V_3, V_2	V_3, V_1	V_3, V_2	V_3, V_1	V_3, V_2	V_3, V_1	V_3, V_2
Положение переключателя и выключателя	Выключатель V_3 размыкается														
	Переключатель П переводится из положения / в положение 2														

Глава 6

ПРОМЫШЛЕННАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

§ 6.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРОВАКУУМНЫХ И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРАХ

Промышленная электроника базируется в основном на использовании полупроводниковых приборов: диодов, транзисторов, тиристоров и др. Кроме того, в специальных областях техники используются электронные лампы, выпрямительные, усилительные, генераторные и др. Миниатюрные вакуумные лампы (с холодным катодом) широко применяются в вычислительной технике вследствие того, что скорость перемещения электронов в лампах значительно быстрее, чем в кремнии или арсениде галлия [6].

Электроракуумные диоды обладают односторонней проводимостью, поэтому широко используются для преобразования переменного тока в постоянный в установках малой мощности.

В электроракуумных триодах посредством незначительного изменения разности потенциалов U_c между управляющей сеткой и катодом можно получить значительное изменение потока электронов между катодом и анодом (анодного тока).

Режим электроракуумного триода задается двумя не зависящими друг от друга напряжениями: анодным U_a и сеточным U_c . При аналитических расчетах как статических, так и динамических характеристик триода пользуются статическими параметрами триода, которые определяются по статической анодно-сеточной и статической анодной характеристикам (рис. 6.1.1, а, б).

Внутреннее сопротивление электронной лампы: $R_i = \partial U_a / \partial I_a$ или $R_i = dU_a / dI_a = \Delta U_a / \Delta I_a = (U'_a - U''_a) / \Delta I_a$ при $U_c = \text{const}$.

Крутизна анодно-сеточной характеристики обуславливает управляющие свойства лампы: $S = \partial I_a / \partial U_c$ при $S = dI_a / dU_c = \Delta I_a / \Delta U_c = I'_a - I''_a / U'_c - U''_c$ при $U_a = \text{const}$. Коэффициент усиления, характеризующий усилительные свойства электронной

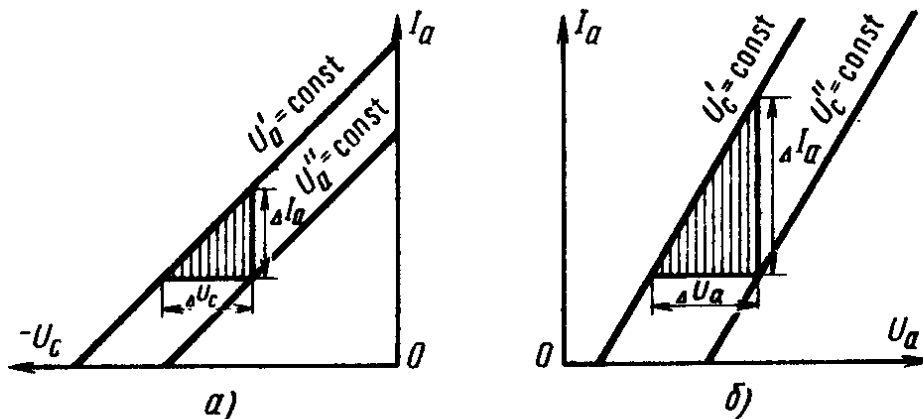


Рис. 6.1.1

лампы: $\mu = -\partial U_a / \partial U_c$ или $\mu = -dU_a / dU_c = -\Delta U_a / \Delta U_c = -U'_a - U''_a / U'_c - U''_c$ при $I_a = \text{const}$. Параметры электронной лампы связаны между собой внутренним уравнением: $\mu = R_i S$. При наличии линейных статических характеристик параметры лампы R_i , S и μ остаются постоянными при изменении U_a , U_c и анодного тока I_a . Так как анодный ток триода зависит от напряжения на аноде U_a и напряжения на сетке U_c , то полный дифференциал анодного тока: $dI_a = \frac{\partial I_a}{\partial U_a} dU_a + \frac{\partial I_a}{\partial U_c} dU_c$ или с учетом

того, что $dI_a = -R_a I_a$, имеем: $dI_a = \frac{R_i}{R_i + R_a} S dU_c$. Крутизна динамической анодно-сеточной характеристики триода $I_a(U_a)$ при

$R_a > 0$: $S_d = \frac{\partial I_a}{\partial U_c} = \frac{R_i}{R_i + R_a} S$, откуда видно, что она меньше крутизны статической характеристики ($S > S_d$). Уравнение динамической характеристики приводится к виду: $I_a = \frac{E_a}{R_i + R_a} + S_d U_c$.

Статическую характеристику триода $I_a(U_c)$ при $R_a = 0$ получают из выражения для анодного тока с учетом того, что $E_a = U_a$ при $U_c = \text{const}$: $I_a = U_a / R_i + S_d U_c$. Динамическую анодную характеристику триода $I_a(U_a)$ при $R_a > 0$ можно получить из уравнения $U_a = E_a - R_a I_a$, записанного для цепи анодного тока: $I_a = E_a / R_a - U_a / R_a$, откуда видно, что она не зависит от параметров R_i , S и μ триода. Электронные полупроводниковые приборы основаны на явлениях электропроводности, свойственных полупроводниковым материалам, которые определяются валентными электронами, не прочно связанными с ядрами и не участвующими в создании электропроводности электроионами. Электроионно-дырочная проводимость возникает в результате разрыва валентных связей, являясь собственной проводимостью, которая обычно невелика. Воздействие на полупроводники электрического поля, температуры и других внешних факторов оказывает большее влияние на их свойства, чем на проводники и изоляторы. Введение незначительного количества инородных примесей значительно увеличивает электрическую проводимость полупроводника, при этом оказывается, что в зависимости от рода примеси можно получить как полупроводник n -типа, так и полупроводник p -типа. При сплавлении полупроводников различных типов создается область по обе стороны от границы раздела, называемая электронно-дырочным или p - n -переходом. При включении p - n -перехода под прямое напряжение полярность приложенного напряжения $U_{\text{пр}}$ будет обратной полярности напряжения $U_{\text{зап}}$ запирающего слоя. С возрастанием внешнего напряжения сопротивление p - n -перехода снижается, а ток возрастает. При обратном включении p - n -перехода полярность внешнего напряжения $U_{\text{пр}}$ соответствует полярности напряжения $U_{\text{зап}}$ запирающего слоя. Обратный ток, обусловленный неосновными носителями заряда, оказывается во много сотен или тысяч раз меньше прямого тока. В полупроводниковых диодах

используется односторонняя проводимость электроно-дырочного перехода, так как из вольт-амперной характеристики $p-n$ -перехода следует, что он обладает неодинаковыми сопротивлениями в прямом и обратном направлениях. Поэтому полупроводниковые диоды используются для выпрямления переменного тока. Транзистор (полупроводниковый триод) является электронным прибором, основанным на свойствах двух, расположенных весьма близко друг от друга электроно-дырочных $p-n$ -переходов. Наличие трех слоев с различной проводимостью обуславливает на границах их раздела два $p-n$ -перехода, характеризующихся динамическим равновесием. Чтобы вывести $p-n$ -переход из состояния равновесия, к нему подводится внешнее напряжение $U_{вх}$. При этом значение тока i_k в цепи закрытого коллекторного перехода зависит от значения тока $i_э$ открытого эмиттерного перехода. Связь между токами коллекторной и эмиттерной цепей транзистора характеризуется коэффициентом передачи тока: $\alpha = i_k/i_э$, $\alpha = 0,92...0,99$. Число рекомбинирующих в базе основных носителей заряда эмиттера определяет ток базы: $i_б = i_э - i_k$. При рассмотрении усилительных свойств транзисторов для переменных сигналов схемы их включения рассматривают без источников питания, так как по сравнению с другими сопротивлениями внутренние сопротивления источников питания весьма малы. Наиболее часто используют схему транзистора с общим эмиттером (ОЭ) (рис. 6.1.2), с помощью которой осуществляют усиление по току, напряжению и мощности. Для этой схемы коэффициенты усиления по току, напряжению и мощности определяют из выражений

$$K_i = \frac{i_{вых}}{i_{вх}} = \frac{i_k}{i_б} = \frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta > 1; \quad K_u = \frac{u_{вых}}{u_{вх}} = \frac{i_k R_n}{i_б R_{эб}} = \alpha \frac{R_n}{R_{эб}} > 1; \quad K_p = K_i K_u = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)} \frac{R_n}{R_{эб}} > 1.$$

где $R_{эб}$ — сопротивление перехода эмиттер — база.

При этом выходное напряжение $u_{вых}$ находится в противофазе с входным напряжением $u_{вх}$. Для схемы транзистора с общей базой ОБ (рис. 6.1.3) коэффициенты усиления по напряжению, току и мощности находят из выражений

$$K_i = \frac{i_{вых}}{i_{вх}} = \frac{i_k}{i_э} = \alpha < 1; \quad K_u = \frac{u_{вых}}{u_{вх}} = \frac{i_k R_n}{i_э R_{эб}} = \alpha \frac{R_n}{R_{эб}} > 1;$$

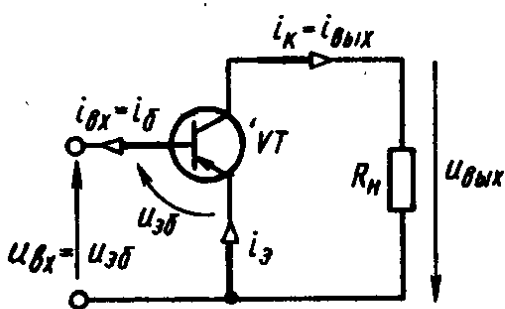


Рис. 6.1.2

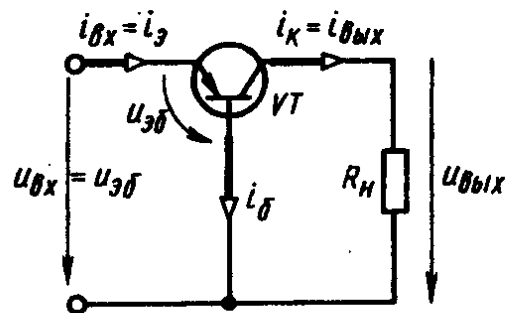


Рис. 6.1.3

$$K_P = K_i K_u = \alpha^2 \frac{R_n}{R_{\Sigma 0}} > 1.$$

Включение транзистора по схеме с общей базой применяется обычно на более высоких частотах, однако эта схема характеризуется коэффициентом усиления по току меньшим единицы $K_i < 1$. При этом выходное напряжение $u_{\text{вых}}$ оказывается в фазе с входным напряжением $u_{\text{вх}}$. Для схемы включения транзистора с общим коллектором (ОК) (рис. 6.1.4) коэффициенты усиления по току, напряжению и мощности определяют из выражений

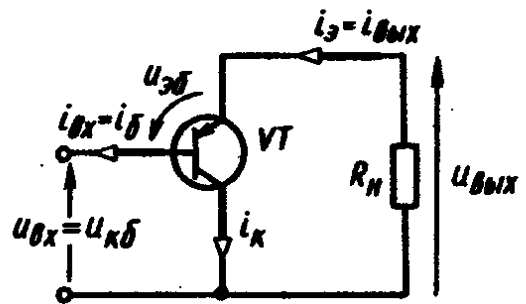


Рис. 6.1.4

$$K_i = \frac{i_{\text{вых}}}{i_{\text{вх}}} = \frac{i_{\text{э}}}{i_{\text{б}}} = \frac{i_{\text{к}} + i_{\text{б}}}{i_{\text{б}}} = \beta + 1 = \frac{\alpha}{1 - \alpha} + 1 = \frac{1}{1 - \alpha} > 1;$$

$$K_u = \frac{u_{\text{вых}}}{u_{\text{вх}}} = \frac{u_{\text{вых}}}{u_{\text{вых}} + u_{\Sigma 0}} = \frac{i_{\text{э}} R_n}{i_{\text{э}} (R_n + R_{\Sigma 0})} = \frac{R_n}{R_n + R_{\Sigma 0}} \leq 1;$$

$$K_P = K_i K_u \cong K_i = \beta + 1 = \frac{1}{1 - \alpha} > 1,$$

где $\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$.

При этом выходное напряжение $u_{\text{вых}}$ находится в фазе с входным напряжением $u_{\text{вх}}$. Рассматривая основные усилительные схемы включения, исходят из того, что работа транзистора происходит на линейных участках его характеристик, что соответствует малым входным сигналам, и при расчете коэффициентов усиления транзисторно-резисторных усилителей схемы, учитывая условия работы на средних частотах, влиянием входных, переходных и выходных емкостей пренебрегают. Основными характеристиками транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером, являются статическая входная характеристика $I_{\text{б}}(U_{\text{б}})$ при $U_{\text{к}} = \text{const}$ (рис. 6.1.5) и статическая выходная характеристика $I_{\text{к}}(U_{\text{к}})$ при $I_{\text{б}} = \text{const}$ (рис. 6.1.6). В схеме транзистора с ОЭ к эмиттерному переходу транзистора приложено прямое напряжение $U_{\text{пр}}$, поэтому при напряжении на коллекторе $U_{\text{к}} = 0$ входная характе-

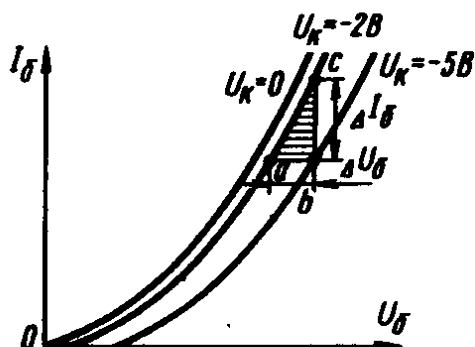


Рис. 6.1.5

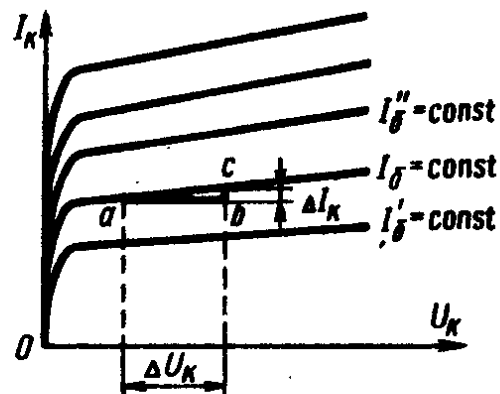


Рис. 6.1.6

Параметры усилителя	Схема включения транзистора		
	с общей базой (ОБ)	с общим эмиттером (ОЭ)	с общим коллектором (ОК)
Коэффициенты усиления: по току K_i	$\alpha = \frac{\beta}{1+\beta};$ (10—200)	$\frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta;$ (10—200)	$\frac{1}{1-\alpha} = 1+\beta$ (10—100)
по напряжению K_u	$\alpha \frac{R_n}{R_{вхб}} =$ $= \frac{\beta}{1+\beta} \frac{R_n}{R_{вхб}}$ (1000—10 000)	$\frac{R_n \alpha}{R_{вхб}} =$ $= \frac{R_n \beta}{(1+\beta) R_{вхб}};$ (30—100)	1
по мощности K_p	$\alpha^2 \frac{R_n}{R_{вхб}} =$ $= \frac{\beta^2 R_n}{(1+\beta)^2 R_{вхб}};$ (1000—10 000)	$\frac{\alpha^2 R_n}{(1-\alpha) R_{вхб}} =$ $= \frac{\beta^2 R_n}{(1+\beta) R_{вхб}};$ (1000—20 000)	$\frac{1}{1-\alpha} = 1+$ $+\beta$ (10—100)
Входное сопротивление, $R_{вхб}$	10—100 Ом	100—1000 Ом	0,5—1 мОм
Выходное сопротивление, $R_{вых}$	0,1—1 мОм	10—100 кОм	10—100 Ом

ристика соответствует прямой ветви вольт-амперной характеристики p - n -перехода.

Свойства транзисторов в рабочем (динамическом) режиме оцениваются по их характеристическим параметрам, представляющим собой величины, которые устанавливают связь между малыми изменениями токов и напряжений. Наиболее распространена система h -параметров, выражающая функциональную зависимость между входными напряжением и током и выходным напряжением. Основные h -параметры транзистора для схемы включения с общим эмиттером можно определить с помощью

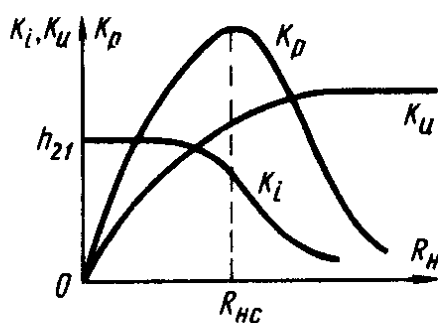


Рис. 6.1.7

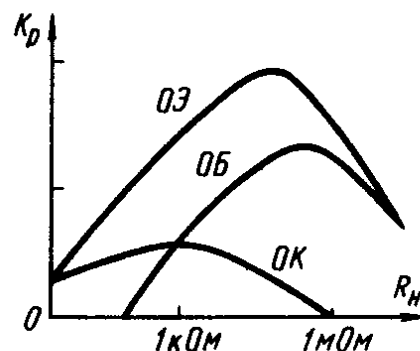


Рис. 6.1.8

характеристических треугольников, построенных на семействе входных и выходных характеристик (см. рис. 6.1.5 и 6.1.6). Параметры, найденные по характеристическому треугольнику, являются малосигнальными, так как они справедливы только для прямолинейных участков характеристик. Из характеристического треугольника определяют входное сопротивление транзистора $h_{11} = \Delta U_{\delta} / \Delta I_{\delta} |_{U_k = \text{const}}$ и коэффициент обратной связи $h_{12} = \Delta U_{\delta} / \Delta U_k |_{I_{\delta} = \text{const}}$. Из семейства статических выходных характеристик определяют коэффициенты усиления по току $h_{21} = \Delta I_k / \Delta I_{\delta} |_{U_k = \text{const}}$ и выходную проводимость транзистора $h_{22} = \Delta I_k / \Delta U_k |_{I_{\delta} = \text{const}}$. Параметры транзисторов зависят от схемы включения (табл. 6.1). На рис. 6.1.7 представлены зависимости коэффициентов усиления K_i , K_u , K_P от сопротивления R_n нагрузочного резистора. Характер изменения коэффициента усиления по мощности K_P для различных схем включения транзистора иллюстрирует рис. 6.1.8. На рис. 6.1.9, а представлена зависимость входного $R_{вх}$ сопротивления от сопротивления R_n , а на рис. 6.1.9, б — зависимость выходного сопротивления $R_{вых}$ транзистора от внутреннего сопротивления R_r генератора входного сигнала при различных схемах включения транзистора. Для низких частот ($\omega < \frac{1}{2} \pi R_k C_k$) приведена табл. 6.2, связывающая h -параметры схемы замещения транзистора для различных схем включения.

Приближенные формулы для пересчета h -параметров транзистора при включении его по данной схеме, если известны h -параметры, соответствующие другой схеме его включения, приводятся к следующему виду.

Схемы включения транзистора:

$$\text{с общим эмиттером (ОЭ): } h_{11\varepsilon} = \frac{h_{11\delta}}{1 + h_{21\delta}}; \quad h_{12\varepsilon} = \frac{h_{11\delta} h_{22\delta}}{1 + h_{21\delta}} - h_{12\delta};$$

$$h_{21\varepsilon} = -\frac{h_{21\delta}}{1 + h_{21\delta}}; \quad h_{22\varepsilon} = \frac{h_{22\delta}}{1 + h_{21\delta}};$$

$$\text{с общей базой (ОБ): } h_{11\delta} = \frac{h_{11\varepsilon}}{1 + h_{21\varepsilon}}; \quad h_{12\delta} = \frac{h_{11\varepsilon} h_{22\varepsilon}}{1 + h_{21\varepsilon}} - h_{12\varepsilon};$$

$$h_{21\delta} = -\frac{h_{21\varepsilon}}{1 + h_{21\varepsilon}}; \quad h_{22\delta} = \frac{h_{22\varepsilon}}{1 + h_{21\varepsilon}};$$

$$\text{с общим коллектором (ОК): } h_{11\kappa} = \frac{h_{11\delta}}{1 + h_{21\delta}} = h_{11\varepsilon}; \quad h_{12\kappa} = 1;$$

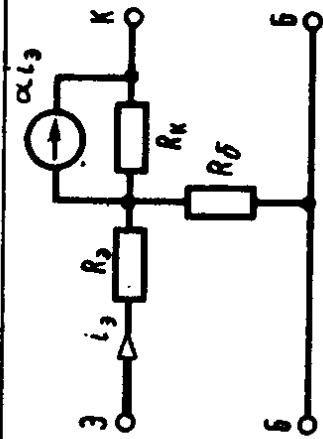
$$h_{21\kappa} = -\frac{1}{1 + h_{21\delta}} = -(h_{21\varepsilon} + 1); \quad h_{22\kappa} = \frac{h_{22\delta}}{1 + h_{21\delta}} = h_{22\varepsilon}.$$

Транзистор при определенных допущениях можно рассматривать как линейный активный четырехполюсник, для которого справедливы зависимости: $u_{\delta} = h_{11i\delta} + h_{12}u_k$; $i_k = h_{21i\delta} + h_{22}u_k$. Учитывая, что безразмерный параметр h_{12} для транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером, мал, на практике принимают $h_{12} = 0$. В соответствии с представленными выше уравнениями схему замещения транзистора с ОЭ приводят к ви-

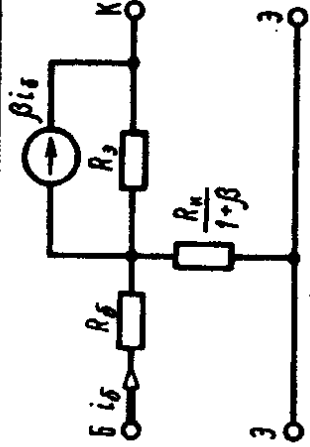
Параметры транзистора	Схема замещения транзистора		
	с общей базой (ОБ)	с общим эмиттером (ОЭ)	с общим коллектором (ОК)
h_{11}	$R_s + R'_s(1 + \alpha)$	$R'_s + R_s(1 + \beta)$	$R'_s + R_s(1 + \beta)$
h_{12}	$\frac{R_6}{R_s + R_6} \approx \frac{R_6}{R_k}$	$\frac{R_s(1 + \beta)}{2 R_k}$	$\frac{R_k}{R_s + R_s(1 + \beta)} \approx 1$
h_{21}	$-\alpha$	$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$	$-(1 + \beta) \approx -\beta$
h_{22}	$\frac{1}{R_s + R_6} \approx \frac{1}{R_k}$	$\frac{1 + \beta}{R_s + R_s(1 + \beta)} \approx \frac{1 + \beta}{R_k}$	$\frac{1 + \beta}{R_k}$

Примечание. В таблице $R_6 = R'_6 + R'_k = \frac{h_{12}}{h_{22}}$; $R'_6 = 2 \frac{h_{12}}{h_{22}} - \frac{h_{11}}{h_{22} + 1}$; $R'_k = \frac{h_{11}}{1 + h_{21}} - \frac{h_{12}}{h_{22}}$; $\alpha = -h_{21}$; $R_s = h_{11} - \frac{h_{12}}{h_{22}} (1 + h_{21})$; $R_k = \frac{1}{h_{22}}$.

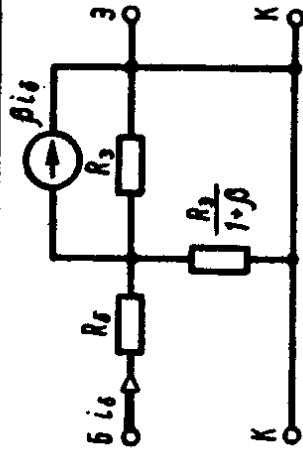
Схема замещения транзистора



с общей базой (ОБ)



с общим эмиттером (ОЭ)



с общим коллектором (ОК)

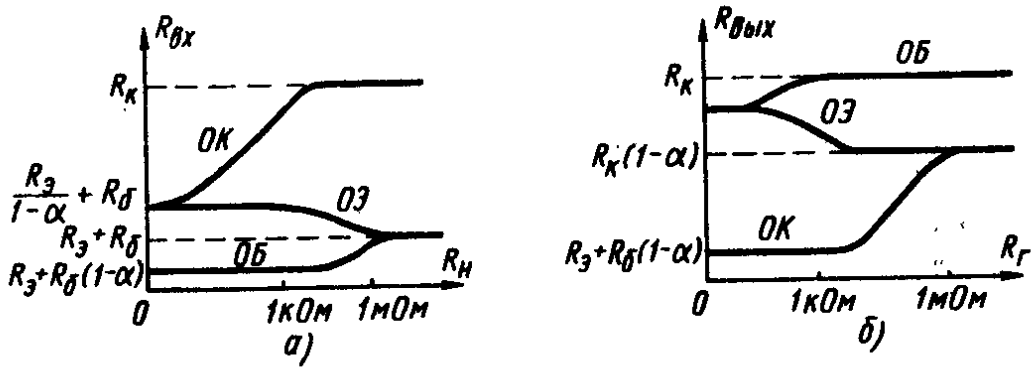


Рис. 6.1.9

ду (рис. 6.1.10, а), а h -параметры определяют по семейству входных и выходных характеристик. При этом коэффициенты усиления по напряжению K_u , току K_i и мощности K_p определяют через h -параметры транзистора и параметры элементов электрической цепи:

$$K_u = \frac{u_{\text{вых}}}{u_{\text{вх}}} = \frac{i_{\text{вых}} R_{\text{вых}}}{i_{\text{вх}} R_{\text{вх}}} = \frac{i_k R_K}{(1 + h_{22} R_K) i_{\delta} h_{11}} = \frac{h_{21} R_K}{h_{11} (1 + h_{22} R_K)},$$

где $i_k = i_{\text{вых}}$; $i_{\delta} = i_{\text{вх}}$; $R_{\text{вх}} = h_{11}$; $R_{\text{вых}} = \frac{R_K}{1 + h_{22} R_K}$; $K_i = \frac{i_{\text{вых}}}{i_{\text{вх}}} = \frac{i_k}{i_{\delta}} = h_{21}$ и $K_p = K_i K_u = \frac{h_{21} R_K}{h_{11} (1 + h_{22} R_K)}$.

Схема усилительного каскада на транзисторе с общим эмиттером (ОЭ) приведена на рис. 6.1.10, б. Она составлена на основе схемы замещения транзистора с введением в нее резистивных $R'_1 = R_1 \parallel R(R_1 + R_2) \parallel R_{11}$ и емкостных элементов $C_1, C_C, C_0 = (C_{\text{вых}} + C_M)$, где $C_{\text{вых}}$ — емкость участка коллектор — эмиттер; C_M — монтажная емкость. При этом коэффициент усиления каскада

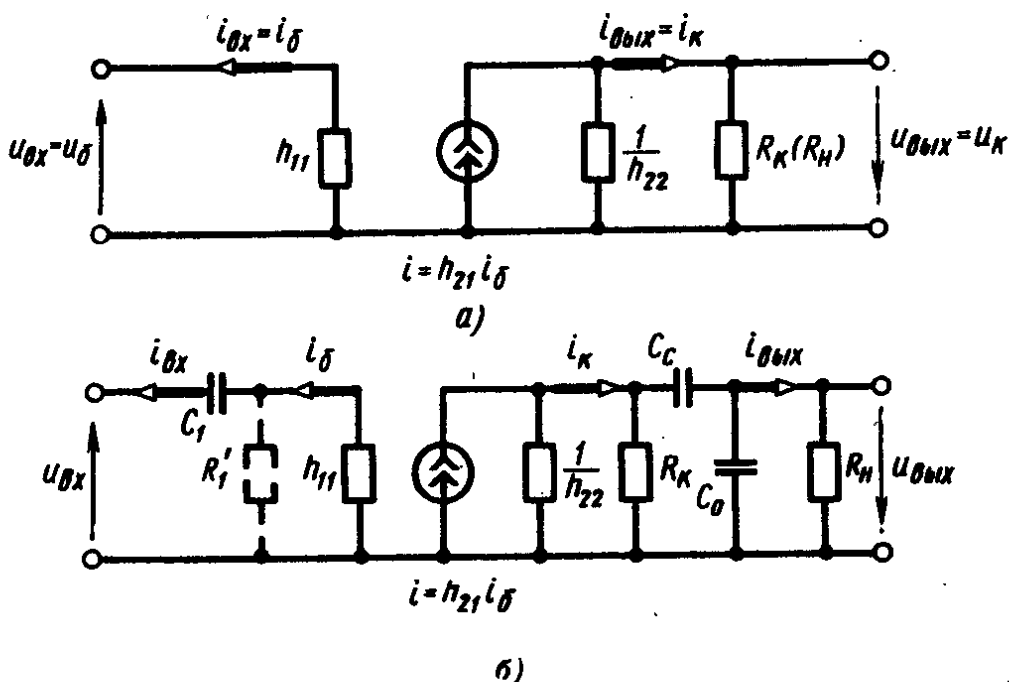


Рис. 6.1.10

по напряжению: $K_u = K_0 / \sqrt{1 + (\omega\tau_n - 1/\omega\tau_n^2)}$, где K_0 — коэффициент усиления по напряжению каскада на средних частотах $R_1' \gg h_{11}$, $K_0 = h_{21}R_kR_n / (R_k + R_n + h_{22}R_kR_n)$, где τ_n — постоянная времени усилительного каскада на верхних частотах ($\tau_n = C_0R_{\text{вых}} = C_0 \times R_kR_n / (R_k + R_n + h_{22}R_kR_n)$); τ_n — постоянная времени усилительного каскада на нижних частотах без учета влияния емкости $C_1\tau_n = C_cR_{\text{вых}} = C_cR_kR_n / R_k + R_n + h_{22}R_kR_n$. На практике используется схема с общим эмиттером, так как она позволяет усиливать не только напряжение, но также ток и мощность.

Типовая схема усилительного каскада с общим эмиттером показана на рис. 6.1.11. Резисторы R_1, R_2, R_k в схеме обеспечивают необходимые значения постоянных напряжений на коллекторном и эмиттерных переходах при питании всех цепей транзистора от одного общего источника питания E_a . Резистор R_3 обеспечивает температурную стабилизацию рабочей точки, что для транзисторных усилительных схем очень существенно. С ростом температуры постоянная составляющая тока эмиттера $I_{э0}$ возрастает, вследствие чего увеличивается падение напряжения $R_3I_{э0}$ на резисторе R_3 , при этом потенциал эмиттера относительно базы снижается, что уменьшает постоянную составляющую тока базы и ограничивает степень нарастания тока покоя в цепи коллектора. Для устранения этого воздействия при прохождении по цепям транзистора переменных составляющих резистор R_3 шунтируется конденсатором C_3 . Конденсаторы C_1 и C_c предназначены для предотвращения попадания постоянной составляющей тока от источника питания и сигнала на выход и вход усилительного каскада. Одним из важнейших показателей, характеризующих свойства усилителей, является его комплексный коэффициент усиления, который в общем случае можно представить как отношение комплексного напряжения на выходе усилителя к комплексному напряжению на его входе: $K = \underline{U}_{\text{вых}} / \underline{U}_{\text{вх}} =$

$$= \frac{U_{\text{вых}} e^{j\psi_{\text{вых}}}}{U_{\text{вх}} e^{j\psi_{\text{вх}}}} = Ke^{j(\psi_{\text{вых}} - \psi_{\text{вх}})} = Ke^{j\varphi}, \text{ где } K = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} \text{ — модуль коэф-}$$

фициента усиления усилителя, $\varphi = \psi_{\text{вых}} - \psi_{\text{вх}}$ — разность фазовых углов сигнала. Усилители неизбежно содержат комбинации

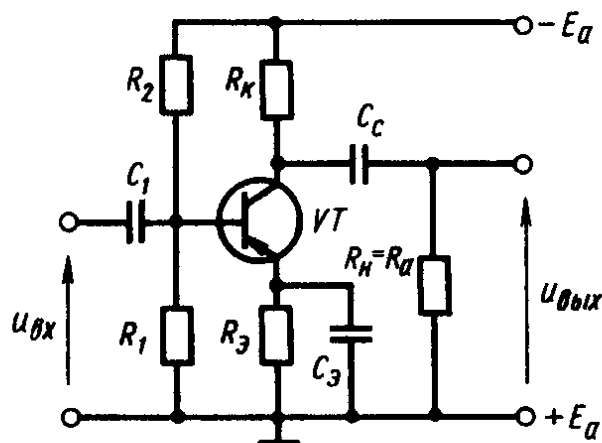


Рис. 6.1.11

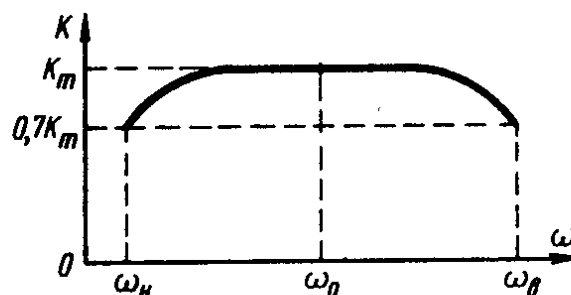


Рис. 6.1.12

активных и реактивных элементов, поэтому модуль коэффициента усиления и разность фазовых углов на выходе и входе усилителя являются частотно-зависимыми. Зависимость комплексного коэффициента усиления от частоты $\underline{K}(\omega)$ является частотно-фазовой характеристикой усилителя (рис. 6.1.12). В процессе изучения усилителя зависимость модуля коэффициента от частоты $K(\omega)$ амплитудно-частотной характеристики усилителя и зависимость изменения фазового угла от частоты обычно рассматривают отдельно. Области частот от 0 до ω_n и от ω_r до $\omega = \infty$ характеризуются значительным изменением коэффициента усиления, а область от ω_n до ω_v (полоса пропускания) характеризуется незначительным изменением коэффициента усиления от частоты. Особенность работы усилителя в области низких, средних и высоких частот частотной характеристики (рис. 6.1.12) может быть установлена при анализе этой характеристики с использованием схемы замещения (см. рис. 6.1.10, б) усилительного каскада с общим эмиттером (см. рис. 6.1.11).

При анализе частотной характеристики усилительного каскада в области средних частот ($\omega_n < \omega < \omega_v$) в эквивалентной схеме можно не учитывать внешние (C_1 и C_c) и внутренние (C_k^*) емкости каскада, а рассматривать эквивалентную схему усилительного каскада как частотно-независимую. Зависимости коэффициентов усиления тока и напряжения от частоты в точном аналитическом выражении описываются гиперболическими функциями комплексного аргумента. Их непосредственное использование значительно усложняет анализ работы усилителя. В малосигнальных усилителях низкой частоты при известных значениях сопротивления нагрузки R_n и генератора сигналов R_r и известных значениях h -параметров транзистора в избранной схеме включения в соответствующей рабочей точке основные параметры одиночного каскада могут быть рассчитаны по следующим формулам.

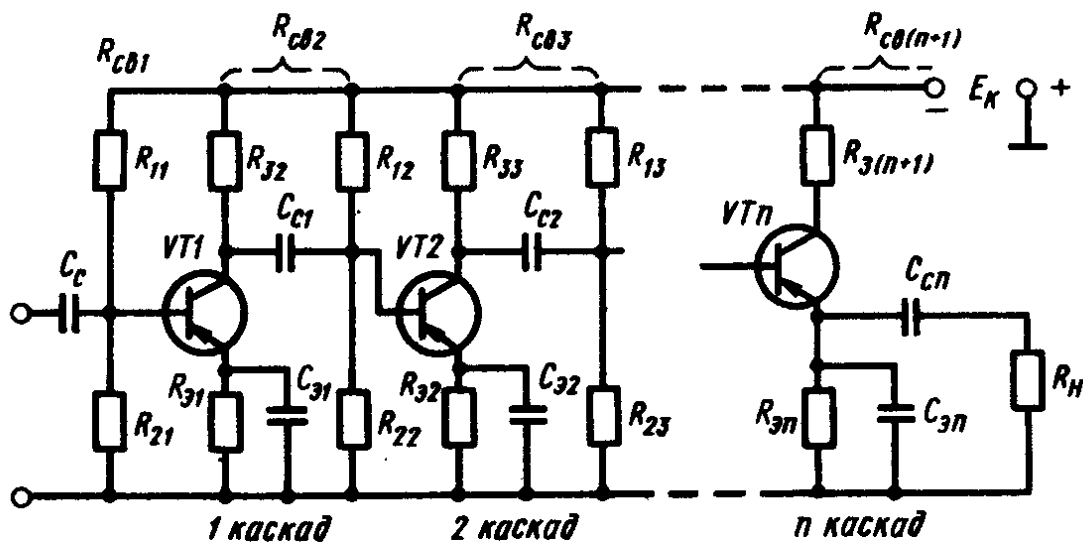


Рис. 6.1.13

Коэффициенты усиления:

$$\begin{aligned} \text{по току } K_i &= \frac{i_{\text{ВЫХ}}}{i_{\text{ВХ}}} = \frac{h_{21}}{1 + h_{22}R_H}; \text{ по напряжению } K_u = \frac{u_{\text{ВЫХ}}}{u_{\text{ВХ}}} = \\ &= \frac{h_{21}R_H}{h_{11}(1 + h_{22}R_H) - h_{12}h_{21}R_H}; \text{ по мощности } K_p = K_i K_u. \end{aligned}$$

Сопротивления:

$$\begin{aligned} \text{входное } R_{\text{ВХ}} &= \frac{h_{11}(h_{22} + 1/R_H) - h_{22}h_{21}}{h_{22} + 1/R_H}; \text{ выходное } R_{\text{ВЫХ}} = \\ &= \frac{h_{11} + R_{\Gamma}}{h_{22}(h_{11} + R_{\Gamma}) - h_{12}h_{21}}. \end{aligned}$$

В приведенные формулы входят значения h -параметров, соответствующие способу включения транзистора. Полное согласование нагрузки затруднительно, так как в усилительных каскадах при включении транзисторов по схемам с общей базой и общим эмиттером $R_H \ll R_{\text{нс}}$ (где $R_{\text{нс}}$ — согласованная нагрузка), при этом R_H можно определить исходя из выражения $R_H =$

$$= \sqrt{\frac{h_{11}}{h_{22}(h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21})}}, \text{ тогда для расчетов параметров усилитель-$$

ного каскада справедливы приближенные формулы: $K_i = h_{21}$;

$$K_u = \frac{h_{21}R_H}{h_{11}}; K_p = \frac{h_{21}^2 R_H}{h_{11}}; R_{\text{ВХ}} = h_{11}. \text{ В усилительных каскадах}$$

при включении транзистора по схеме с общим коллектором обычно $R_H \cong R_{\text{нс}}$, при этом можно пользоваться следующими приближенными формулами: $K_i \cong h_{21}$; $K_u = 1$; $K_p \cong K_i$; $R_{\text{ВЫХ}} = R_{\Gamma}/h_{21}$. Процесс расчета многокаскадных усилителей (рис. 6.1.13) осуществляется покаскадно от последнего каскада к первому. В связи с наличием в сопротивлениях резисторов связи потерь мощности, передаваемой от одного транзистора к другому, коэффициенты усиления каскадов по току и мощности оказываются меньше рассчитываемых по формулам для однокаскадного усилителя. Коэффициенты усиления по напряжению остаются практически неизменными при правильно выбранном сопротивлении R_H и сопротивлении генератора сигнала R_{Γ} для каждого каскада.

Литература. [2] § 10.1—10.17.

Примеры решения задач

6.1. Определить внутреннее сопротивление R_i , крутизну динамической анодно-сеточной характеристики S_d и динамический коэффициент усиления K_d лампового триода типа 6Н7С, если его статический коэффициент усиления $\mu = 40$, крутизна статической характеристики $S = 2,5 \text{ мА/В} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ А/В}$, сопротивление нагрузочного резистора $R_a = 20 \text{ кОм}$.

Решение. Определяют внутреннее сопротивление исходя

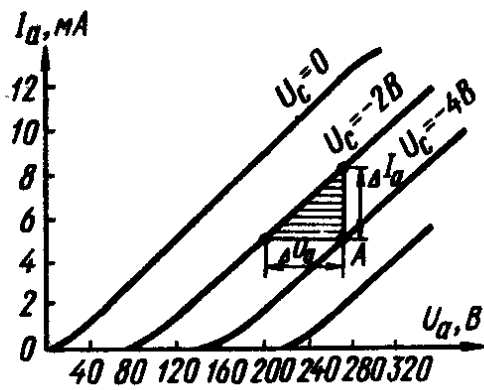


Рис. 6.2

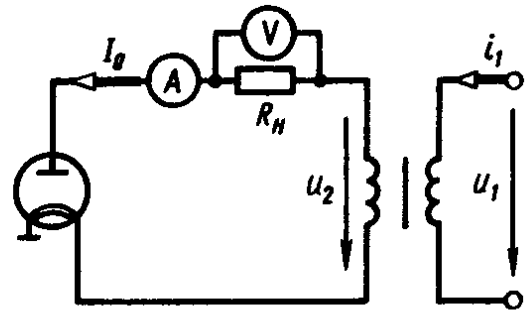


Рис. 6.3

из внутреннего уравнения триода: $R_i = \mu / S = 40 / (2,5 \cdot 10^{-3}) = 16\,000 \text{ Ом} = 16 \text{ кОм}$.

Крутизна динамической анодно-сеточной характеристики:

$$S_d = S \frac{R_i}{R_a + R_i} = 2,5 \frac{16}{20 + 16} = \frac{40}{36} = 1,11 \text{ мА/В}$$

Динамический коэффициент усиления: $K_d = \mu \frac{R_a}{R_a + R_i} = 40 \frac{20}{20 + 16} = \frac{800}{36} = 22,2$.

6.2. По анодным характеристикам, приведенным на рис. 6.2, определить параметры лампового триода типа 6Н7С для точки А. **Решение.** Крутизна статической анодно-сеточной характеристики триода

$$S = \frac{\partial I_a}{\partial U_c} = \left. \frac{dI_a}{dU_c} \right|_{U_a = \text{const}} = \left. \frac{\Delta I_a}{\Delta U_c} \right|_{U_a = \text{const}} = \frac{3,3}{2} \Big|_{U_a = \text{const}} = 1,65 \frac{\text{мА}}{\text{В}}$$

Внутреннее сопротивление триода

$$R_i = \frac{\partial U_a}{\partial I_a} = \left. \frac{dU_a}{dI_a} \right|_{U_c = \text{const}} = \left. \frac{\Delta U_a}{\Delta I_a} \right|_{U_c = \text{const}} = \frac{-73}{-3,3 \cdot 10^{-3}} \Big|_{U_c = \text{const}} = 22\,120 \text{ Ом} = 22,12 \text{ кОм}$$

Коэффициент усиления триода

$$\mu = - \frac{\partial U_a}{\partial U_c} = - \left. \frac{dU_a}{dU_c} \right|_{I_a = \text{const}} = - \left. \frac{\Delta U_a}{\Delta U_c} \right|_{I_a = \text{const}} = - \frac{-73}{2} \Big|_{I_a = \text{const}} = 36,5 \text{ или } \mu = SR_i = 1,65 \cdot 22,12 = 36,5$$

6.3. Определить действующее значение напряжения U_2 на вторичной обмотке и коэффициент трансформации n трансформатора, амплитудные значения U_{2m} напряжения и тока I_{2m} на вторичной его обмотке, показание магнитоэлектрического миллиамперметра А, включенного в цепь однополупериодного выпрямления (рис. 6.3), собранного на кенотроне. Напряжение питаю-

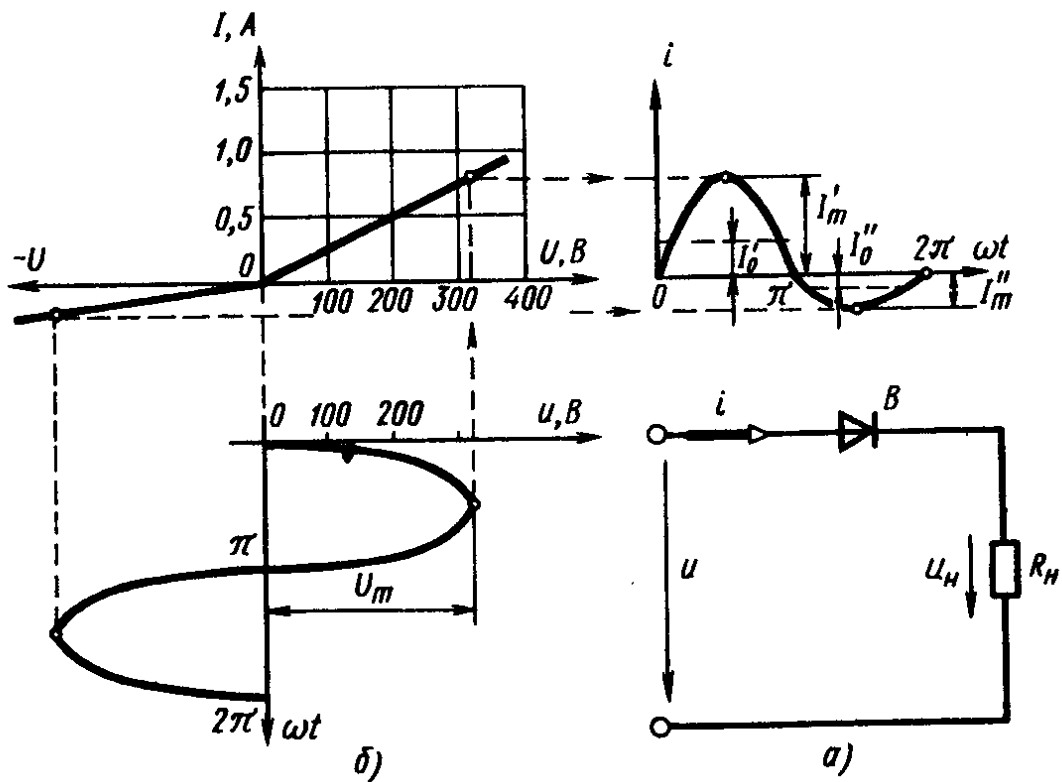


Рис. 6.4

щей сети $U_1 = 220$ В, вольтметр V магнитоэлектрической системы показывает постоянную составляющую напряжения $U_0 = 170$ В, нагрузочное сопротивление $R_n = 10,7$ кОм.

Решение. Действующее значение напряжения вторичной обмотки трансформатора:

$$U_2 = \frac{\pi U_0}{\sqrt{2}} = U_0 / 0,45 = 170 / 0,45 = 378 \text{ В.}$$

Амплитудное значение вторичного напряжения $U_{2m} = \sqrt{2} U_2 = 1,41 \cdot 378 \approx 534$ В. Коэффициент трансформации трансформатора: $n = U_1 / U_2 = 220 / 378 = 0,58$. Амплитудное значение тока в цепи вторичной обмотки трансформатора

$$I_{2m} = \frac{U_{2m}}{R_n} = \frac{534 \cdot 10^{-3}}{10\,700} = 50 \text{ мА.}$$

Значение выпрямленного тока (постоянной составляющей тока), соответствующее показанию миллиамперметра магнитоэлектрической системы: $I_0 = I_{m2} / \pi = 50 / 3,14 = 15,9$ мА.

6.4. Определить средние значения выпрямленного тока I_0 и напряжения U_0 , а также мощность P , выделяемую в нагрузочном резисторе R_n , обусловленную этим током, для однополупериодного выпрямителя, собранного на полупроводниковом диоде (рис. 6.4, а), если его сопротивление в проводящем прямом направлении $R_{пр} = 5$ Ом, а в непроводящем (обратном) направлении $R_{обр} = 1000$ Ом, сопротивление нагрузочного резистора $R_n = 400$ Ом, и напряженне питающей сети $U = 220$ В. Вольт-амперная характеристика электрической цепи приведена на рис. 6.4, б, и нелинейностью характеристики пренебречь.

Решение. Сопротивление электрической цепи:

в проводящий (прямой) полупериод $R_1 = R_{пр} + R_n = 5 + 400 = 405 \text{ Ом}$,

в непроводящий (обратный) полупериод $R_2 = R_{обр} + R_n = 1000 + 400 = 1400 \text{ Ом}$.

Амплитудное значение напряжения питающей сети: $U_m = \sqrt{2}U = \sqrt{2} \cdot 200 = 310,2 \text{ В}$.

Амплитудное значение тока цепи:

в проводящий полупериод $I'_m = U_m/R_1 = 310,2/405 = 0,766 \text{ А}$,

в непроводящий полупериод $I''_m = U_m/R_2 = 310,2/1400 = 0,222 \text{ А}$.

Постоянные составляющие:

прямого тока $I'_0 = I'_m/\pi = 0,766/3,14 = 0,244 \text{ А}$; обратного

тока $I''_0 = \frac{I''_m}{\pi} = \frac{0,222}{3,14} = 0,071 \text{ А}$.

Средние значения:

выпрямленного тока $I_0 = I'_0 - I''_0 = 0,244 - 0,071 = 0,173 \text{ А}$;
выпрямленного напряжения $U_0 = R_n I_0 = 400 \cdot 0,173 = 69,2 \text{ В}$.

Мощность, выделяемая в сопротивлении резистора, обусловленная постоянной составляющей выпрямленного тока: $P = I_0^2 R_n = (0,173)^2 400 = 11,972 \text{ Вт}$.

6.5. Определить действующее U_2 и амплитудное U_{2m} значения напряжения на вторичной обмотке трансформатора, его коэффициент трансформации n , постоянную составляющую выпрямленного тока I_0 ; выбрать полупроводниковые вентили для двухполупериодного выпрямителя, выполненного по мостовой схеме рис. 6.5. Выпрямленное напряжение $U_0 = 350 \text{ В}$ на нагрузочном резисторе $R_n = 1400 \text{ Ом}$, напряжение питающей сети $U_1 = 127 \text{ В}$.

Решение. Действующее значение напряжения на вторичной обмотке трансформатора в данной схеме выпрямления:

$U_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} U_0 = U_0/0,9 = 350/0,9 \cong 390 \text{ В}$. Коэффициент транс-

формации трансформатора: $n = U_1/U_2 = 127/390 = 0,333$.

Амплитудное значение напряжения на вторичной обмотке трансформатора: $U_{m2} = \sqrt{2}U_2 = 1,41 \cdot 390 = 549,9 \text{ В}$.

Значение максимального обратного напряжения вентилей в данной мостовой схеме: $U_{обр\max} = U_{m2} = 549,9 \cong 550 \text{ В}$.

Постоянная составляющая выпрямленного тока: $I_0 = U_0/R_n = 350/1400 = 0,25 \text{ А}$.

По справочнику, исходя из расчетного значения тока I_0 и значения обратного напряжения $U_{обр\max}$, выбираем вентили типа Д7Ж с номинальными данными: током $I_0 = 0,3 \text{ А}$ и максимальным допустимым обратным напряжением вентилей $U_{обр\max\text{В}} = 400 \text{ В}$.

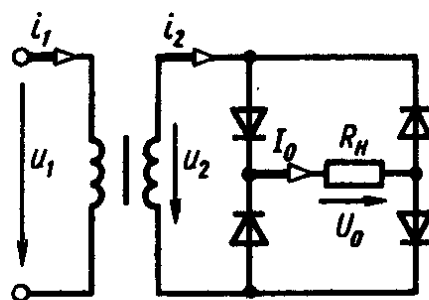


Рис. 6.5

Число последовательно включенных вентилях в плече мостовой схемы: $N \geq U_{\text{обр max}} / U_{\text{обр max в}} = 550/400 = 1,38$. Принимаем $N=2$.

6.6. По условию задачи 6.5 определить максимальные значения I_{2m} выпрямленного тока, напряжения U_{2m} и мощность P , выделяемую в сопротивлении нагрузочного резистора R_n .

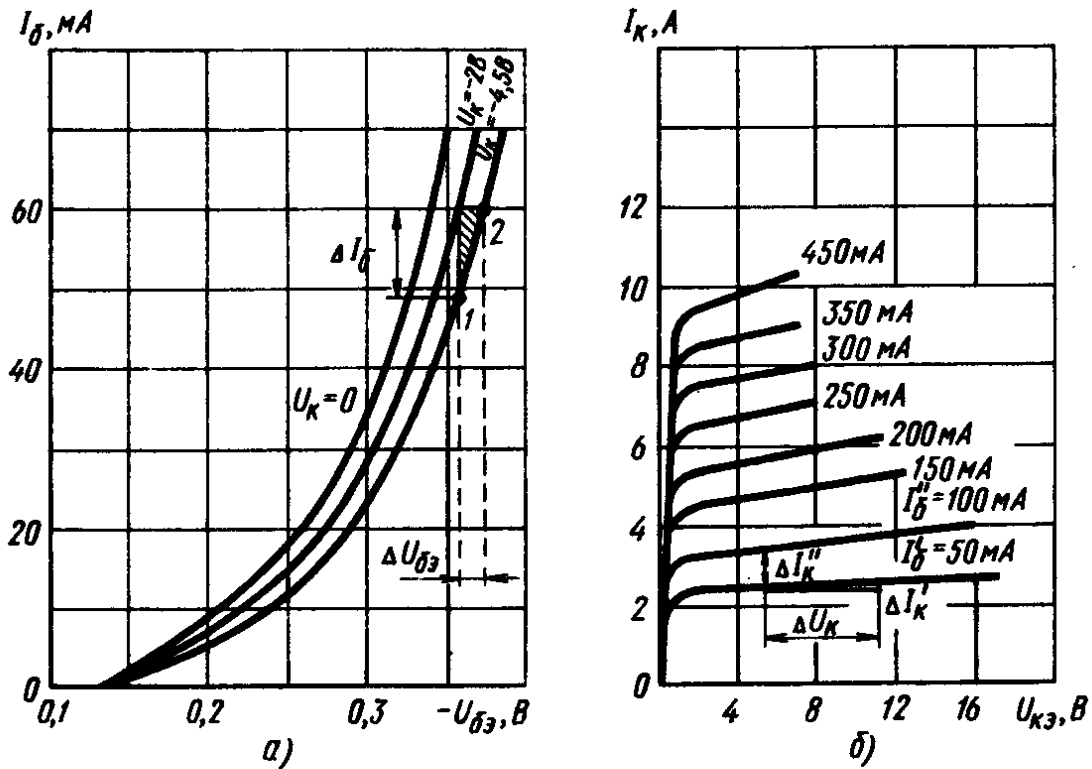


Рис. 6.7

Решение. Значение выпрямленного тока: $I_0 = U_0/R_n = 350/1400 = 0,25$ А.

Амплитудные значения:

$$\text{выпрямленного тока } I_{2m} = \frac{\pi I_0}{2} = \frac{3,14 \cdot 0,25}{2} = 0,393 \text{ А,}$$

$$\text{выпрямленного напряжения } U_{2m} = \frac{\pi U_0}{2} = \frac{3,14 \cdot 350}{2} = 550 \text{ В}$$

или $U_{2m} = R_n I_{2m} = 1400 \cdot 0,393 = 550$ В.

Мощность, выделяемая в сопротивлении нагрузочного резистора: $P = U_0 I_0 = 350 \cdot 0,25 = 87,5$ Вт или $P = I_0^2 R_n = 0,25^2 \cdot 1400 = 87,5$ Вт.

6.7. Пользуясь входными и выходными характеристиками транзистора типа П210Б — П210В (рис. 6.7, а, б), включенными по схеме с общим эмиттером (ОЭ), определить h -параметры для точки 1 с координатами $U_{к1} = -4,5$ В, $I_{б1} = 47$ мА. Нелинейностью характеристик на рассматриваемом участке пренебречь.

Решение. Входное сопротивление транзистора: $h_{11} = \frac{U_{б2} - U_{б1}}{I_{б2} - I_{б1}} = \frac{\Delta U_{бэ}}{\Delta I_{бэ}} = \frac{0,38 - 0,36}{60 - 47} = \frac{0,02}{13 \cdot 10^{-3}} = 1,54$ Ом, где

в соответствии с входной характеристикой (рис. 6.7, а), для точек 1 и 2: $U_{61} = 0,36$ В; $U_{62} = 0,38$ В; $U_{к1} = -4,5$ В и $U_{к2} = -2$ В; $I_{61} = 47$ мА; $I_{62} = 60$ мА.

Коэффициент обратной связи по напряжению

$$h_{12} = \frac{\Delta U_6}{\Delta U_k} = \frac{U_{62} - U_{61}}{U_{к2} - U_{к1}} = \frac{0,38 - 0,36}{-2 - (-4,5)} = \frac{0,02}{2,5} = 0,008 = 8 \cdot 10^{-3},$$

здесь

$$\Delta U_k = U_{к2} - U_{к1} = -2 - (-4,5) = 2,5 \text{ В}; \Delta U_6 = U_{62} - U_{61} = 0,38 - 0,36 = 0,02 \text{ В},$$

где в соответствии с входными характеристиками транзистора (рис. 6.7, а) для точек 1 и 2 $U_{к2} = -2$ В и $U_{к1} = -4,5$ В при неизменном токе базы $I_{62} = 60$ мА.

Коэффициент передачи тока: $h_{21} = \frac{\Delta I_k''}{\Delta I_6} = \frac{1}{0,05} = 20$, где $\Delta I_k'' = 1$ А; $\Delta I_{62} - I_{61} = 100 - 50 = 50$ мА = 0,05 А, где в соответствии с выходной характеристикой (рис. 6.7, б) транзистора при неизменном значении напряжения коллектора $U_{к1} = -4,5$ В; $I_{62} = 100$ мА, $I_{61} = 50$ мА.

• Выходная проводимость транзистора: $h_{22} = \frac{\Delta I_k'}{\Delta U_k} = \frac{0,4}{6,5} = 0,0615 \frac{\text{А}}{\text{В}} = 61,5$ мА/В, где $\Delta I_k' = 0,4$ А; $\Delta U_k = U_{к2} - U_{к1} = -4,5 - (-11) = 6,5$ В; здесь в соответствии с выходной характеристикой транзистора (рис. 6.7, б) при неизменном токе базы $I_6 = 50$ мА при $U_{к2} = -4,5$ В и $U_{к1} = -11$ В.

6.8. Для схемы рис. 6.8, а полупроводникового стабилизатора напряжения с кремниевым опорным диодом VD определить пределы изменения напряжения $U_H = 7,85$ В на нагрузочном резисторе $R_H = 12,5$ кОм, если напряжение источника питания $U = 12$ В изменяется в пределах $\pm 10\%$. Сопротивление балластного резистора $R_B = 1000$ Ом, вольт-амперная характеристика диода представлена на рис. 6.8, б. Нелинейностью вольт-амперной характеристики на рабочем участке пренебречь.

Решение. Дифференциальное сопротивление диода на рабочем участке характеристики $R_i = \Delta U / \Delta I = 0,3 / (3 \cdot 10^{-3}) = 100$ Ом. Нижний предел напряжения источника питания,

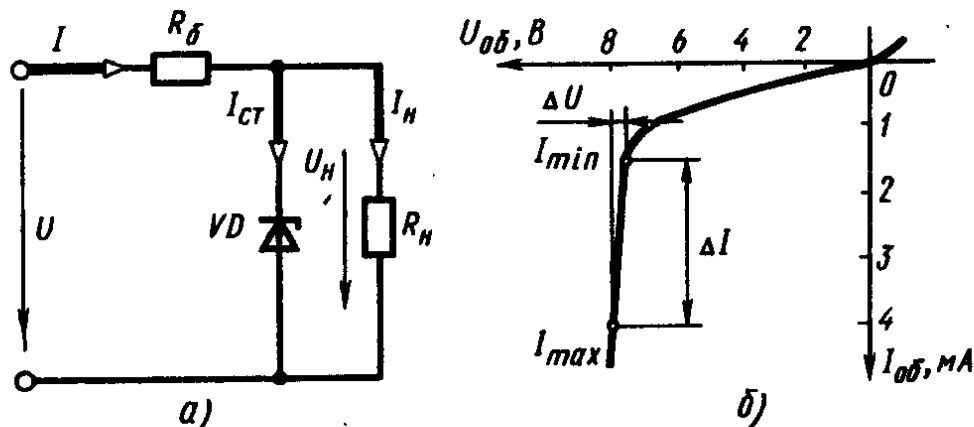


Рис. 6.8

соответствующий изменению напряжения (-10%): $U' = 0,9U = 0,9 \cdot 12 = 10,8$ В. Верхний предел напряжения источника питания, соответствующий изменению напряжения ($+10\%$): $U'' = 1,1U = 1,1 \cdot 12 = 13,2$ В. Изменение напряжения источника питания: $\Delta U = U'' - U' = 13,2 - 10,8 = 2,4$ В.

Предел изменения напряжения на нагрузочном резисторе:

$$\Delta U_n = \frac{\Delta U}{1 + R_6/R_n + R_6/R_i} = \frac{2,4}{1 + 1000/12,5 \cdot 10^3 + 1000/100} = \frac{2,4}{1 + 0,001 + 10} = \pm 0,218$$
 В. Процентное изменение напряжения на нагрузочном резисторе: $\Delta U_n \% = \pm \frac{\Delta U_n}{U_n} 100 \% = \pm \frac{0,218}{7,85} 100 \% = \pm 2,78 \%$.

6.9. В условиях задачи 6.8 определить среднее значение тока I_{cp} стабилитрона, соответствующее рабочей точке вольт-амперной характеристики, ток I_n в цепи нагрузочного резистора R_n , а также ток стабилитрона $I_{ст}$ и напряжение U_6 на балластном резисторе при нормальном (номинальном) режиме работы стабилизатора.

Решение. Среднее значение тока стабилитрона, соответствующее рабочей точке характеристики: $I_{cp} = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} = \frac{4 + 1,5}{2} = 3$ мА, где I_{max} и I_{min} — соответственно максимальное и минимальное значения токов стабилитрона (рис. 6.8, б). Ток в цепи нагрузочного резистора: $I_n = U_n/R_n = 7,85/12,5 \cdot 10^3 = 0,625$ мА.

Напряжение на балластном резисторе при номинальном режиме в соответствии с уравнением электрического равновесия напряжений, составленным по второму закону Кирхгофа для замкнутого контура: $U_6 = U - U_n = 12 - 7,85 = 4,15$ В.

Ток стабилитрона при номинальном режиме работы в соответствии с уравнением, составленным на основе законов Кирхгофа для рассматриваемой схемы: $U_6 = R_6 I = R_6 (I_{стном} + I_n)$, откуда

$$I_{стном} = \frac{U_6 - R_6 I_n}{R_6} = \frac{4,15 - 12,5 \cdot 10^3 \cdot 0,625 \cdot 10^{-3}}{12,5 \cdot 10^3} = 0,29 \text{ мА.}$$

6.10. Для полупроводникового стабилизатора напряжения на кремниевом диоде, схема которого представлена на рис. 6.8, а, определить допустимые пределы изменения напряжения $\pm \Delta U$ на входе, а также коэффициент стабилизации $K_{ст}$, если напряжение питающей сети $U = 12$ В, сопротивление балластного резистора $R_6 = 1000$ Ом, напряжение на нагрузочном резисторе $U_n = 7,6$ В, отклонение напряжения на нагрузке $\Delta U_n = \pm 0,4$ В, а сопротивление нагрузочного резистора $R_n = 10$ кОм.

Решение. Ток в цепи нагрузочного резистора при отклонении напряжения: $\Delta U_n = +0,4$ В: $I_n = \frac{U_n'}{R_n} = \frac{U_n + \Delta U_n'}{R_n} = \frac{7,6 + 0,4}{10 \cdot 10^3} = \frac{8}{10 \cdot 10^3} = 0,8$ мА. Из вольт-амперной характеристики стабилитрона (рис. 6.8, б) следует, что при напряжении $U_n' = U_n + \Delta U_n = 7,6 + 0,4 = 8$ В, $I_{ст} = 4$ мА. Напряжение питающей сети (входное

напряжение) для заданных условий в соответствии с уравнением, составленным по второму закону Кирхгофа: $U' = R_{\text{с}} I + U'' = R_{\text{с}}(I'_{\text{с}} + I_{\text{н}}) + U'_{\text{вых}} = 10^3(4 + 0,8)10^{-3} + 8 = 12,8 \text{ В}$.

Значения отклонения питающего входного напряжения: $\Delta U' = U - U' = 12 - 12,8 = -0,8 \text{ В}$. Значение отклонения напряжения на нагрузочном резисторе (выходного напряжения) $\Delta U'' = U_{\text{н}} - U'' = 7,6 - 8 = -0,4 \text{ В}$. Коэффициент стабилизации стабилизатора напряжения: $K_{\text{ст}} = \frac{\Delta U'}{U} : \frac{\Delta U''}{U_{\text{н}}} = \frac{-0,8}{12} : \frac{-0,4}{7,6} = 1,26$.

Аналогично производится расчет при отклонении напряжения на нагрузке $\Delta U_{\text{н}} = -0,4 \text{ В}$, т. е. при $U'' = U_{\text{н}} - \Delta U_{\text{н}} = 7,6 - 0,4 = 7,2 \text{ В}$.

6.11. Рассчитать значения h -параметров транзистора типа П 416, включенного по схеме с общей базой, если известны значения этих параметров при включении транзистора по схеме с общим эмиттером: $h_{11\text{э}} = 650 \text{ Ом}$; $h_{12\text{э}} = 32 \cdot 10^{-3}$; $h_{21\text{э}} = 40$; $h_{22\text{э}} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ См}$.

Решение. Входное сопротивление транзистора при включении его по схеме с общей базой: $h_{11\text{б}} = \frac{h_{11\text{э}}}{1 + h_{21\text{э}}} = \frac{650}{1 + 40} = 15,8 \text{ Ом}$. То же, коэффициент обратной связи транзистора: $h_{12\text{б}} = \frac{h_{11\text{э}} h_{22\text{э}}}{1 + h_{21\text{э}}} - h_{12\text{э}} = \frac{650 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}}{1 + 40} - 32 \cdot 10^{-3} = -30,62 \cdot 10^{-3}$.

Коэффициент усиления по току: $h_{21\text{б}} = -\frac{h_{21\text{э}}}{1 + h_{21\text{э}}} = -\frac{40}{1 + 40} = -0,975 \text{ Ом}$.

Выходная проводимость: $h_{22\text{б}} = \frac{h_{22\text{э}}}{1 + h_{21\text{э}}} = \frac{1,5 \cdot 10^{-4}}{1 + 40} = 3,67 \cdot 10^{-6} \text{ См}$.

6.12. Рассчитать значения h -параметров транзистора типа П 416, включенного по схеме с общим коллектором, если известны значения указанных параметров при включении транзистора по схеме с общей базой: $h_{11\text{б}} = 15,8 \text{ Ом}$; $h_{12\text{б}} = -30,62 \cdot 10^{-3}$; $h_{21\text{б}} = -0,975$; $h_{22\text{б}} = 3,67 \cdot 10^{-6} \text{ См}$.

Решение. Входное сопротивление транзистора, включенного по схеме с общим коллектором: $h_{11\text{к}} = h_{11\text{б}} / (1 + h_{21\text{б}}) = 15,8 / (1 - 0,975) = 632 \text{ Ом}$. Коэффициент обратной связи при включении транзистора по схеме с общим коллектором: $h_{12\text{к}} = 1$.

То же, коэффициент усиления по току транзистора: $h_{21\text{к}} = 1 / (1 - h_{21\text{б}}) = 1 / (1 - 0,975) = 40$. Выходная проводимость транзистора: $h_{22\text{к}} = \frac{h_{22\text{б}}}{1 - h_{21\text{б}}} = \frac{3,67 \cdot 10^{-6}}{1 - 0,975} = 146,8 \cdot 10^{-6} \text{ См}$.

6.13. Рассчитать значения h -параметров транзистора типа П 416, включенного по схеме с общим коллектором, если известны значения этих параметров при включении его по схеме с общим эмиттером: $h_{11\text{э}} = 650 \text{ Ом}$; $h_{12\text{э}} = 32 \cdot 10^{-3}$; $h_{21\text{э}} = 40$; $h_{22\text{э}} = 1,5 \times 10^{-4} \text{ См}$.

Решение. Входное сопротивление транзистора при вклю-

чении его по схеме с общим коллектором: $h_{11к} = h_{11э} = 650 \text{ Ом}$.

То же, коэффициент обратной связи транзистора: $h_{12к} \cong 1$.

Коэффициент усиления по току транзистора: $h_{21к} = -(h_{21э} + 1) = -(40 + 1) = -41$. Выходная проводимость транзистора: $h_{22к} = h_{22э} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ См}$.

6.14. Рассчитать значения h -параметров транзистора типа ГТ322А, включенного по схеме с общей базой, если известны значения этих параметров транзистора при включении его по схеме с общим эмиттером: $h_{11э} = 330 \text{ Ом}$; $h_{12э} = 1,6 \cdot 10^{-4}$; $h_{21э} = 56$, $h_{22э} = 62,5 \cdot 10^{-6} \text{ См}$.

Решение. Входное сопротивление транзистора при включении его по схеме с общей базой: $h_{11б} = \frac{h_{11э}}{1 + h_{21э}} = \frac{330}{1 + 56} = 5,79 \text{ Ом}$.

Коэффициент обратной связи транзистора: $h_{12б} = \frac{h_{11э} h_{22э}}{1 + h_{21э}} - h_{12э} = \frac{330 \cdot 62,5 \cdot 10^{-6}}{1 + 56} - 1,6 \cdot 10^{-4} = -0,202 \cdot 10^{-3}$. Коэффициент

усиления по току: $h_{21б} = -\frac{h_{21э}}{1 + h_{21э}} = -\frac{56}{1 + 56} = -0,9825$.

Выходная проводимость: $h_{22б} = \frac{h_{22э}}{1 + h_{21э}} = \frac{62,5 \cdot 10^{-6}}{1 + 56} = 1,1 \times 10^{-6} \text{ См}$.

6.15. Рассчитать значения h -параметров транзистора типа ГТ322А, включенного по схеме с общим коллектором, если известны значения этих параметров транзистора при включении его по схеме с общей базой: $h_{11б} = 5,79 \text{ Ом}$; $h_{12б} = 0,202 \cdot 10^{-3}$; $h_{21б} = -0,985$; $h_{22б} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ См}$.

Решение. Входное сопротивление транзистора при включении его по схеме с общим коллектором: $h_{11к} = \frac{h_{11б}}{1 + h_{21б}} = \frac{5,79}{1 + 0,9825} = 331 \text{ Ом}$.

То же, коэффициент обратной связи транзистора: $h_{12к} = 1$.

Коэффициент усиления по току: $h_{21к} = -\frac{1}{1 + h_{21б}} = -\frac{1}{1 - 0,9825} = -57$.

Выходная проводимость: $h_{22к} = \frac{h_{22б}}{1 + h_{21б}} = \frac{1,1 \cdot 10^{-6}}{1 - 0,9825} = 62,7 \times 10^{-6} \text{ См}$.

6.16. Рассчитать значения h -параметров транзистора типа ГТ322А, включенного по схеме с общим эмиттером, если известны значения этих параметров при включении его по схеме с общей базой: $h_{11б} = 5,79 \text{ Ом}$; $h_{12б} = 0,202 \cdot 10^{-3}$; $h_{21б} = -0,9825$; $h_{22б} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ См}$.

Решение. Входное сопротивление транзистора, включенно-

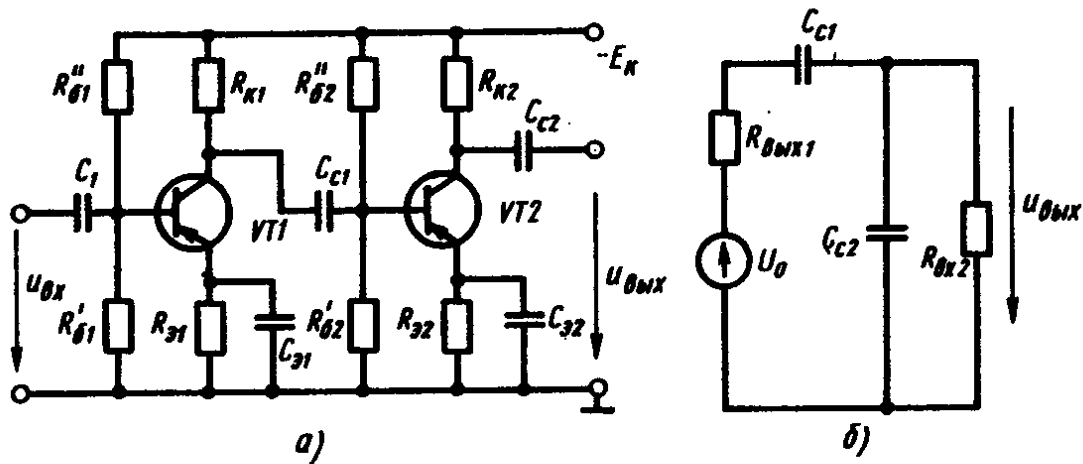


Рис. 6.19

го по схеме с общим эмиттером: $h_{11э} = \frac{h_{11к}}{1+h_{21к}} = \frac{5,79}{1-0,9825} = 331 \text{ Ом.}$

То же, коэффициент обратной связи транзистора: $h_{12э} = \frac{h_{11к} h_{22к}}{1+h_{21к}} - h_{12к} = \frac{5,79 \cdot 1,1 \cdot 10^{-6}}{1-0,9825} - 0,202 \cdot 10^{-3} = 1,62 \cdot 10^{-4}.$

Коэффициент усиления по току: $h_{21э} = -\frac{h_{21к}}{1+h_{21к}} = \frac{-0,9825}{1-0,9825} = -56,1.$

Выходная проводимость: $h_{22э} = \frac{h_{22к}}{1+h_{21к}} = \frac{1,1 \cdot 10^{-6}}{1-0,9825} = 63 \cdot 10^{-6} \text{ См.}$

6.17. Рассчитать значения h -параметров транзистора типа ГТ322А, включенного по схеме с общей базой, если известны значения этих параметров при включении его по схеме с общим коллектором: $h_{11к} = 331 \text{ Ом}$; $h_{21к} = -57$; $h_{22к} = 62,7 \cdot 10^{-6} \text{ См.}$

Решение. Коэффициент усиления по току транзистора при включении его по схеме с общей базой: $h_{21б} = -\frac{1+h_{21к}}{h_{21к}} = -\frac{1-57}{-57} = -0,9825.$

То же, входное сопротивление транзистора: $h_{11б} = h_{11к}(1+h_{21б}) = 331(1-0,9825) = 5,79 \text{ Ом.}$

Выходная проводимость транзистора: $h_{22б} = h_{22к}(1+h_{21б}) = 62,7 \cdot 10^{-6}(1-0,9825) = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{ См.}$

6.18. Рассчитать значения h -параметров транзистора типа ГТ322А, включенного по схеме с общим эмиттером, если известны значения этих параметров при включении его по схеме с общим коллектором: $h_{11к} = 331 \text{ Ом}$; $h_{12к} = 1$; $h_{21к} = -57$; $h_{22к} = 1,1 \times 10^{-6} \text{ См.}$

Решение. Входное сопротивление транзистора при включении его по схеме с общим эмиттером: $h_{11э} = h_{11к} = 331 \text{ Ом.}$

Коэффициент усиления по току транзистора: $h_{21э} = -(1+h_{21к}) = -1+57 = 56.$

Выходная проводимость транзистора: $h_{22э} = h_{22к} = 62,7 \times 10^{-6} \text{ См.}$

6.19. Определить коэффициент усиления K_0 на средних частотах двухкаскадного усилителя на транзисторах типа $p-n-p$, включенных по схеме с общим эмиттером, а также нижнюю ω_n и верхнюю ω_v граничные частоты (рис. 6.19, а). Схема замещения приведена на рис. 6.19, б. Коэффициент усиления по напряжению усилителя в режиме холостого хода $K_{u0} = 200$, выходное сопротивление первого каскада $R_{вых1} = 1,5$ кОм, входное сопротивление второго каскада $R_{вх2} = 500$ Ом, емкость конденсатора связи $C_{с1} = 4$ мкФ, входная емкость второго каскада с учетом монтажной емкости $C_{02} = 0,015$ мкФ.

Решение. Коэффициенты усиления усилителя по напряжению: на средних частотах схемы замещения усилительного каскада

$$K_{cp} = \frac{u_{вых}}{u_{вх}} = \frac{K_{u0} R_{вх2}}{R_{вых1} + R_{вх2}} = \frac{200 \cdot 500}{1500 + 500} = 40; \text{ с учетом допустимых частотных искажений } K_m = K_{cp} / \sqrt{2} = 40 / 1,41 = 25,5.$$

Граничные частоты полосы пропускания частотной характеристики усилителя:

$$\text{нижняя: } f_n = \frac{1}{2\pi C_{с1} (R_{вых1} + R_{вх2})} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot (1500 + 500)} = 19,9 \text{ Гц,}$$

$$\text{откуда } \omega_n = 2\pi f_n = 2 \cdot 3,14 \cdot 19,9 = 125 \text{ с}^{-1};$$

$$\text{верхняя: } f_v = \frac{1}{2\pi C_{02} \frac{R_{вых1} R_{вх2}}{R_{вых1} + R_{вх2}}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,015 \cdot 10^{-6} \frac{1500 \cdot 500}{1500 + 500}} =$$

$$= 28,3 \text{ кГц, откуда } \omega_v = 2\pi f_v = 2 \cdot 3,14 \cdot 28,3 \cdot 1000 = 177 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

6.20. Определить коэффициент усиления по току K_i и напряжению K_u катодного повторителя на ламповом триоде, коэффициент усиления которого $\mu = 100$, а крутизна анодно-сеточной характеристики $S = 10$ мА/В. Сопротивление резистора в цепи катода $R_k = 1,5$ кОм, сопротивление резистора смещения на сетке $R_c = 1,2$ мОм.

Решение. Внутреннее сопротивление триода исходя из внутреннего уравнения лампы: $R_i = \mu / S = 100 / (10 \cdot 10^{-3}) = 10\,000 \text{ Ом} = 10 \text{ кОм}.$

Коэффициенты усиления:

$$\text{по напряжению: } K_u = \frac{u_{вых}}{u_{вх}} = \mu \frac{R_k}{R_i + R_k(\mu + 1)} = 100 \frac{1,5}{10 + 1,5(100 + 1)} =$$

$$= \frac{150}{160} = 0,94; \text{ по току: } K_i = \frac{u_{вых}/R_k}{u_{вх}/R_c} = K_u \frac{R_c}{R_k} = 0,94 \frac{1,2 \cdot 10^3}{1,5} = 755.$$

6.21. Определить коэффициент усиления по напряжению K_u и току K_i , а также входное $R_{вх}$ и выходное $R_{вых}$ сопротивления каскада, выполненного на транзисторе типа $p-n-p$ по схеме с общим эмиттером. Сопротивление эмиттерного резистора $R_э = 1,1$ кОм, входное сопротивление транзистора $h_{11} = 350$ Ом, коэффициент усиления по току транзистора $h_{21} = 50$, выходная проводимость транзистора $h_{22} = 60 \cdot 10^{-6} \text{ См}.$

Решение. Коэффициент усиления усилительного каскада:

$$\text{по напряжению: } K_u = \frac{1}{1+h_{11} \left[\frac{1+h_{22}R_s}{R_s(1+h_{21})} \right]} = \frac{1}{1+350 \left[\frac{1+60 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1 \cdot 10^3}{1,1 \cdot 10^3(1+50)} \right]}$$

$$= 0,99; \text{ по току: } K_i = K_u \frac{h_{11}}{R_s(1-K_u)} = 0,98 \cdot \frac{350}{1,1 \cdot 10^3(1-0,99)} = 31.$$

Сопротивления усилительного каскада:

входное: $R_{вх} = h_{11}/(1-K_u) = 350/(1-0,99) = 35$ кОм, выходное: $R_{вых} = h_{11}/(1+h_{21}) = 350/(1+50) = 6,85$ Ом.

6.22. Определить коэффициенты усиления по току K_i , напряжению K_u и мощности K_P , а также входное $R_{вх}$ сопротивление усилителя, выполненного на транзисторе по схеме с общим эмиттером. В рабочей точке транзистор имеет входное сопротивление $h_{11} = 1,1$ кОм, коэффициент усиления по току $h_{21} = 32$, выходную проводимость $h_{22} = 18,5 \cdot 10^{-6}$ См, коэффициент обратной связи по напряжению $h_{12} = 2,8 \cdot 10^{-4}$, нагрузочное сопротивление $R_n = 2$ кОм. Расчеты выполнить по точным и приближенным формулам, результаты сравнить.

Решение. Коэффициенты усиления усилителя по току, напряжению, мощности и значения входного сопротивления усилителя, рассчитанные по точным формулам:

$$K_i = \frac{h_{21}}{1+h_{22}R_n} = \frac{32}{1+18,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2000} = 31; \quad K_u = \frac{h_{21}R_n}{h_{11}(1+h_{22}R_n) - h_{12}h_{21}R_n} = \frac{32 \cdot 2000}{1100(1+18,5 \cdot 10^{-6} \cdot 2000) - 2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 32 \cdot 2000} = 57;$$

$$K_P = K_i K_u = 31 \cdot 57 = 1770; \quad R_{вх} = \frac{h_{11}(h_{22} + 1/R_n) - h_{12}h_{21}}{h_{22} + 1/R_n} = \frac{1100(18,5 \cdot 10^{-6} + 1/2000) - 2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 32}{18,5 \cdot 10^{-6} + 1/2000} = 1080 \text{ Ом.}$$

Коэффициенты усиления и значения входного сопротивления усилителя, рассчитанные по приближенным формулам: $K_i = h_{21} = 32$; $K_u = \frac{h_{21}R_n}{h_{11}} = \frac{32 \cdot 2000}{1100} = 58$; $K_P = K_i K_u = 32 \cdot 58 = 1850$; $R_{вх} = 1100$ Ом.

Сравнение полученных результатов показывает, что по приближенным формулам погрешность расчета K_i составляет +3%, K_u — (+2%), K_P — (+4,5%), $R_{вх}$ — (+2%), т. е. погрешность весьма незначительна.

6.23. Определить коэффициент усиления по мощности трехкаскадного усилителя, аналогично схеме рис. 6.1.13, выполненного на транзисторах по схеме с общим эмиттером с параметрами: $h_{11} = 1$ кОм; $h_{12} = 5 \cdot 10^{-4}$; $h_{21} = 25$; $h_{22} = 10 \cdot 10^{-6}$ См. Сопротивление нагрузочных резисторов в каскадах $R_1 = 5$ кОм; $R_2 = 20$ кОм; $R_3 = 2$ кОм; $R_n = 600$ Ом. Расчет произвести по приближенным формулам.

Решение. Выходное сопротивление трехкаскадного усилителя: $R_{\text{вых3}} = \frac{R_{\text{н}} R_3}{R_{\text{н}} + R_3} = \frac{600 \cdot 2000}{600 + 2000} = 460 \text{ Ом}$. Коэффициент усиления третьего каскада усиления: $K_{u3} = \frac{h_{21} R_{\text{н3}}}{h_{11}} = \frac{25 \cdot 460}{1000} = 11,5$.

Сопротивление связи второго и третьего каскадов усилителя: $R_{\text{св2}} = R_{\text{св3}} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{20} + \frac{1}{2}} = 1,33 \text{ кОм}$.

Нагрузочные сопротивления первого и второго каскадов усилителя: $R_{\text{н1}} = R_{\text{н2}} = \frac{R_{\text{св3}} R_{\text{вх3}}}{R_{\text{св3}} + R_{\text{вх3}}} = \frac{1330 \cdot 1000}{1330 + 1000} = 570 \text{ Ом}$.

Коэффициенты усиления первого и второго каскадов усилителя: $K_{u1} = K_{u2} = \frac{h_{21}}{h_{11}} R_{\text{н2}} = \frac{25}{1000} 570 = 14,2$.

Коэффициент усиления трехкаскадного усилителя: $K_u = K_{u1} K_{u2} K_{u3} = 14,2 \cdot 14,2 \cdot 11,5 = 2320$.

Сопротивление связи первого каскада усилителя: $R_{\text{св1}} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{1}{1/5 + 1/20} = 4 \text{ кОм}$.

Входное сопротивление усилителя: $R_{\text{вх}} = \frac{R_{\text{св1}} R_{\text{вх1}}}{R_{\text{св1}} + R_{\text{вх1}}} = \frac{4000 \cdot 1000}{4000 + 1000} = 800 \text{ Ом}$.

Коэффициент усиления по мощности усилителя: $K_p = K_u^2 \frac{R_{\text{вх}}}{R_{\text{н}}} = 2320^2 \frac{800}{460} = 9,3 \cdot 10^6$.

Задачи

6.24. Коэффициент усиления усилителя без обратной связи $K = 120$. Определить коэффициент усиления усилителя $K_{\text{ос}}$ после введения отрицательной обратной связи с коэффициентом передачи цепи обратной связи $\beta = 0,015$. *Ответ:* $K_{\text{ос}} = 42,85$.

6.25. Постоянная составляющая выпрямленного напряжения при однополупериодной схеме выпрямления однофазного синусоидального тока с частотой $f = 50 \text{ Гц}$ составляет $U_0 = 2,8 \text{ В}$. Напряжение на вторичной обмотке трансформатора $U_2 = 6,13 \text{ В}$. Пренебрегая внутренним сопротивлением выпрямительного вентиля, определить коэффициент пульсации и записать выражение для основной гармоники переменной составляющей выпрямленного напряжения. *Ответ:* $q = 1,54$; $u_2 = \frac{8,6433}{2} \sin 314t, \text{ В}$.

6.26. Рассчитать по приближенным формулам значения h -параметров транзистора типа П14 при включении его по схеме с общим эмиттером, если известны параметры при включении по схеме с общей базой: $h_{11\text{б}} = 31 \text{ Ом}$; $h_{12\text{б}} = 3,2 \cdot 10^{-4}$; $h_{21\text{б}} = -0,96$; $h_{22\text{б}} = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ См}$. *Ответ:* $h_{11\text{э}} = 775 \text{ Ом}$; $h_{12\text{э}} = 3 \cdot 10^{-4}$; $h_{21\text{э}} = 24$; $h_{22\text{э}} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ См}$.

6.27. Рассчитать по приближенным формулам значения h -па-

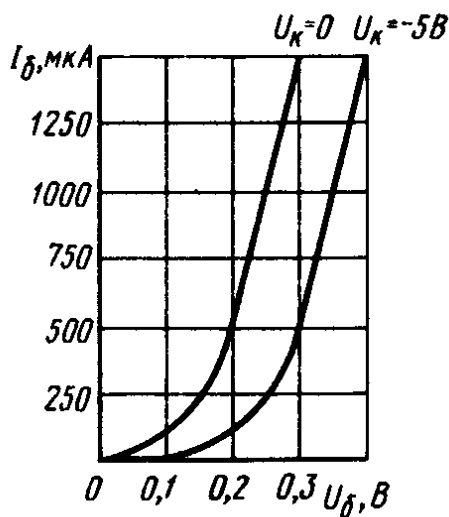


Рис. 6.29

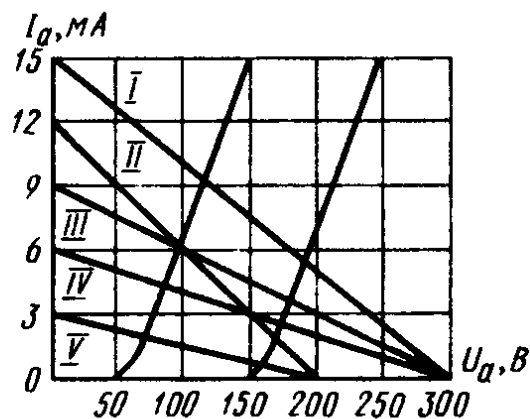


Рис. 6.32

параметров транзистора типа П14 при включении его по схеме с общим коллектором, если известны параметры при включении по схеме с общим эмиттером: $h_{11э} = 775 \text{ Ом}$; $h_{12э} = 3 \cdot 10^{-4}$; $h_{21э} = 24$; $h_{22э} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ См}$. Ответ. $h_{11к} = 775 \text{ Ом}$; $h_{12к} = 1$; $h_{21к} = -25$; $h_{22к} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ См}$.

6.28. Рассчитать по приближенным формулам значения h -параметров транзистора типа П14 при включении его по схеме с общей базой, если известны параметры при включении по схеме с общим эмиттером: $h_{11э} = 775 \text{ Ом}$; $h_{12э} = 3 \cdot 10^{-4}$; $h_{21э} = 24$; $h_{22э} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ См}$. Ответ. $h_{11б} = 31 \text{ Ом}$; $h_{12б} = 3,2 \cdot 10^{-4}$; $h_{21б} = -0,96$; $h_{22б} = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ См}$.

6.29. По приведенным входным характеристикам $I_b(U_b)$ (рис. 6.29). Определить входное сопротивление $R_{вх}$ транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером. Ответ. $R_{вх} = 100 \text{ Ом}$.

6.30. Определить крутизну статической анодно-сеточной характеристики $I_a(U_c)$ электровакуумного триода с коэффициентом усиления $\mu = 10$ при $U_c = -2 \text{ В}$; $R_i = 5 \text{ кОм}$; $E_a = 100 \text{ В}$; $I_a = 16 \text{ mA}$. Ответ. $S = 2 \text{ mA/V}$.

6.31. Определить анодное напряжение U_a лампового триода, если известно, что анодный ток $I_a = 18 \text{ mA}$, ЭДС источника питания $E_a = 120 \text{ В}$, сопротивление нагрузочного резистора $R_a = 5 \text{ кОм}$. Ответ. $U_a = 30 \text{ В}$.

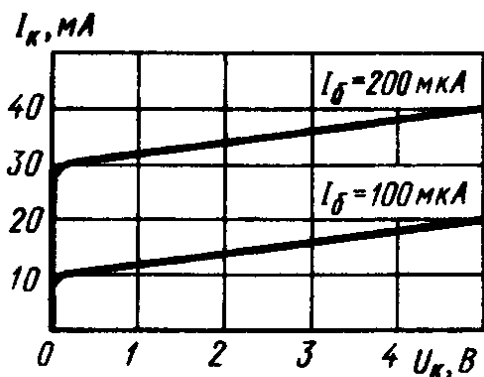


Рис. 6.33

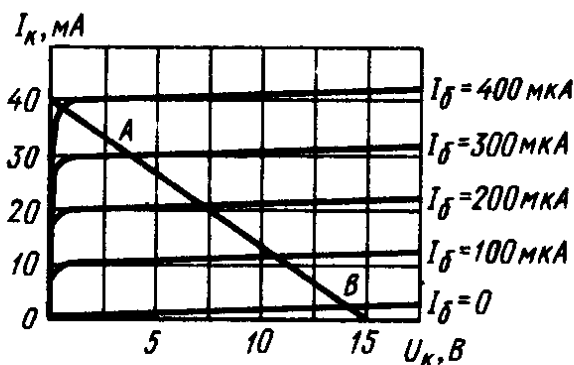


Рис. 6.34

Схема включения и параметры транзистора	Варианты контрольного задания 6.39													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Тип транзистора	П416	П416	П416	П416	П14	П14	ГТ332А	ГТ332А	ГТ332А	ГТ332А	П416	П416	П14	П14
Схема включения	ОБ	ОБ	ОК	ОК	ОЭ	ОЭ	ОБ	ОЭ	ОБ	ОК	ОБ	ОЭ	ОК	ОБ
$h_{11}, \text{ Ом}$	15,8	632	632	31	775	775	5,79	330	331	331	650	632	31	31
$h_{12}, \text{ Ом}$	$30,62 \cdot 10^{-3}$	1	1	1	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$0,202 \cdot 10^{-3}$	$0,202 \cdot 10^{-3}$	1	1	$32 \cdot 10^{-3}$	$32 \cdot 10^{-3}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$
$h_{21}, \text{ Ом}$	-0,975	40	-40	-40	24	24	-0,9825	-0,9825	-57	-57	40	40	-0,96	-0,96
$h_{22}, \text{ Ом}$	$3,76 \cdot 10^{-6}$	$2,44 \cdot 10^{-4}$	$2,44 \cdot 10^{-4}$	$2,44 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$0,8 \cdot 10^{-6}$	$0,8 \cdot 10^{-6}$
$R_{11}, \text{ кОм}$	8	1,5	1,5	2,5	2,5	2,5	10,5	10,5	2	2	5	5	12,5	12,5
$R_{12}, \text{ кОм}$	3,5	10	10	1,25	1,25	1,25	5,5	5,5	12	12	2	2	3,5	3,5
$R_{21}, \text{ кОм}$	10	25	25	20	20	20	10	10	25	25	7,5	7,5	5,5	5,5
$R_{22}, \text{ кОм}$	15	15	15	30	30	30	15	15	5	5	35	35	4	4

Схема включения и параметры трансформатора	Варианты контрольного задания 6.39															
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Тип трансформатора	П14	П14	ГТ332А	ГТ332А	П416	П416	П416	П416	П14	П14	П14	ГТ322А	ГТ332А	ГТ332А	П416	П416
Схема включения	ОК	ОК	ОЭ	ОЭ	ОБ	ОБ	ОБ	ОК	ОЭ	ОК	ОК	ОБ	ОБ	ОК	ОК	ОЭ
$h_{11}, \text{ Ом}$	775	775	330	330	15,8	632	632	632	775	775	775	5,79	331	331	331	650
$h_{12}, \text{ Ом}$	1	5,79	331	331	650	31	31	31	775	775	775	330	330	15,8	632	632
$h_{21}, \text{ Ом}$	$0,202 \cdot 10^{-3}$	$0,202 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$-30,62 \cdot 10^{-3}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$3,2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$0,202 \cdot 10^{-3}$	$0,202 \cdot 10^{-3}$	$30,62 \cdot 10^{-3}$	$32 \cdot 10^{-3}$	$32 \cdot 10^{-3}$
$h_{22}, \text{ См}$	25	25	56	56	-0,975	-40	-40	-40	24	24	24	-0,9825	-0,9825	-57	-57	40
$R_{\text{н}}, \text{ КОм}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$62,5 \cdot 10^{-6}$	$62,5 \cdot 10^{-6}$	$3,67 \cdot 10^{-6}$	$2,44 \cdot 10^{-4}$	$2,44 \cdot 10^{-4}$	$2,44 \cdot 10^{-4}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$20 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
$R_{\text{н}}, \text{ КОм}$	8	8	30	30	8	4	4	4	30	30	30	5	5	10	10	30

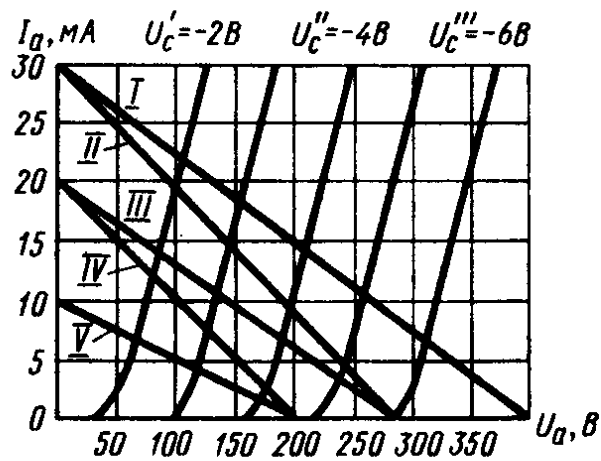


Рис. 6.35

6.32. Указать линию нагрузки, построенную на семействе анодных характеристик $I_a(U_a)$ (рис. 6.32) электровакуумного триода при ЭДС анодного питания $E_a = 300$ В и анодной нагрузке $R_a = 20$ кОм. *Ответ.* Линия I на рис. 6.32.

6.33. В семействе выходных характеристик $I_k(U_k)$ (рис. 6.33) определить коэффициент усиления по току K_i транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером (ОЭ). *Ответ.* $K_i = 200$.

6.34. По приведенным выходным характеристикам $I_k(U_k)$ (рис. 6.34) и линии нагрузки АВ определить коэффициент усиления по току K_i усилительного каскада, выполненного на базе транзистора, включенного по схеме с общим эмиттером. *Ответ.* $K_i = 93,5$.

6.35. Указать линию нагрузки, построенную на анодных характеристиках $I_a(U_a)$ (рис. 6.35) лампового триода при анодной нагрузке $R_a = 10$ кОм и ЭДС источника питания $E_a = 300$ В. *Ответ.* Линия II на рис. 6.35.

6.36. Определить коэффициент усиления по напряжению K_u усилительной ячейки на ламповом триоде, которая характеризуется следующими параметрами: $S = 5$ мА/В; $R_i = 2,5$ кОм; $R_a = 10$ кОм; $R_c = 100$ кОм. *Ответ.* $K_u = 10$.

6.37. Определить коэффициент усиления μ триода, если коэффициент усиления по напряжению усилительной ячейки, в которой он использован, $K_u = 100$. Анодная нагрузка $R_a = 10$ кОм, внутреннее сопротивление триода $R_i = 5$ кОм. *Ответ.* $\mu = 150$.

6.38. Определить коэффициент усиления усилительной ячейки $K_{ос}$ при введении положительной обратной связи, если коэффициент передачи цепи обратной связи $\beta = 0,008$, а коэффициент усиления усилителя без обратной связи $K = 100$. *Ответ.* $K_{ос} = 500$.

Контрольное задание.

6.39. Составить схему однокаскадного низкочастотного усилителя и рассчитать коэффициенты усиления по току K_i , напряжению K_u и мощности K_p , а также входное $R_{вх}$ и выходное $R_{вых}$ сопротивления для заданного варианта схемы включения транзистора по его h -параметрам для рабочей точки. Величины сопротивления R_n нагрузки и внутреннего сопротивления генератора сигналов R_r приведены для соответствующего варианта контрольного задания в табл. 6.3.

Глава 7

ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

§ 7.1. ТРЕХФАЗНАЯ СИСТЕМА ПИТАНИЯ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

Трехфазная система питания электрических цепей представляет собой совокупность трех синусоидальных ЭДС или напряжений, одинаковых по частоте и амплитудному значению, сдвинутых по фазе относительно друг друга на угол $2\pi/3$, т. е. на 120° (рис. 7.1.1): $e_A = E_{Am}\sin\omega t$; $e_B = E_{Bm}\sin(\omega t - 2/3\pi)$; $e_C = E_{Cm}\sin(\omega t - 4/3\pi)$.

В симметричных источниках питания максимальные значения ЭДС равны $E_{Am} = E_{Bm} = E_{Cm}$, соответственно равны и действующие значения ЭДС $E_A = E_B = E_C$. Пренебрегая внутренним сопротивлением источника, можно принять соответствующие ЭДС источника равными напряжениям, действующим на его зажимах: $E_A = U_A$; $E_B = U_B$; $E_C = U_C$.

Комплексные ЭДС симметричного источника питания могут быть представлены системой уравнений

$$\begin{aligned} \underline{E}_A &= E_A e^{j\varphi} = E_A e^{j0} = E_A; \quad \underline{E}_B = E_B e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \\ &= E_B \left(\cos\frac{2\pi}{3} - j\sin\frac{2\pi}{3} \right) = E_B \left(-0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right); \quad \underline{E}_C = \\ &= E_C e^{-j\frac{4\pi}{3}} = E_C \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j\sin\frac{4\pi}{3} \right) = \\ &= E_C \left(-0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right). \end{aligned}$$

При симметричной нагрузке $E_A = E_B = E_C = E_\phi$. При этом алгебраическая сумма комплексных значений ЭДС источника: $\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0$.

Электрическая цепь, в которой действует трехфазная система ЭДС или напряжений, называется **т р е х ф а з н о й**.

В качестве трехфазного источника электрической энергии в основном используются трехфазные синхронные генераторы, преобразующие механическую энергию в электрическую, каж-

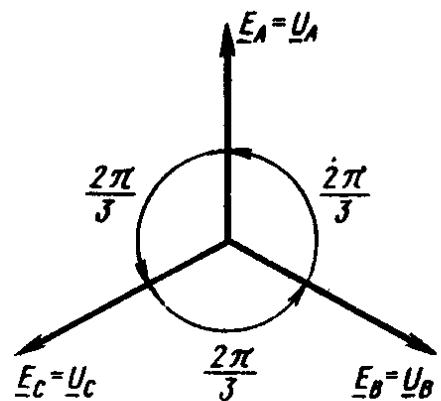


Рис. 7.1.1

дая из трех обмоток якоря которого является источником однофазной синусоидальной ЭДС.

К трехфазным потребителям электрической энергии относятся трехфазные синхронные и асинхронные двигатели и трансформаторы (с нагрузкой), электрические печи, приборы электрического освещения и др.

Существуют различные способы соединения фаз трехфазных источников питания и трехфазных потребителей электроэнергии. Наиболее распространенными являются соединения «звезда» и «треугольник». При этом способы соединения фаз источников и фаз потребителей в трехфазных системах могут быть различными. Фазы источника обычно соединены «звездой», фазы потребителей соединяются либо «звездой», либо «треугольником».

Несвязанная трехфазная система питания электрических цепей объединяет три однофазных источника питания, к каждому из которых может быть подключен однофазный потребитель электроэнергии. При этом для создания электрических цепей всех трех однофазных потребителей электроэнергии требуется шесть питающих проводов. При наличии связанной трехфазной системы питания, в зависимости от схемы соединения фаз потребителей и источников, необходимо иметь всего четыре, а в симметричной системе — три провода вместо шести, что обеспечивает значительную экономию дефицитных цветных металлов и соответствующее снижение потерь мощности в питающих проводах при передаче электрической энергии от источников к потребителям электроэнергии.

§ 7.2: ТРЕХФАЗНЫЕ ТРЕХПРОВОДНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ ТРЕХФАЗНЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ «ЗВЕЗДОЙ»

При использовании связанных трехфазных систем питания трехфазных потребителей электроэнергии соединение фаз источника и потребителя выполняется обычно по схемам «звезда» или «треугольник».

При соединении фаз трехфазного источника питания или потребителя электроэнергии «звездой» (рис. 7.2.1) концы фаз источника X, Y, Z объединены в общую нейтральную точку N , а начала фаз A, B, C подключаются к соответствующим линейным проводам Aa, Bb, Cc . Аналогичным образом при соединении трехфазных потребителей объединяются в нейтральную точку n концы его фаз x, y, z , при этом начала фаз a, b, c подключаются к линейным проводам.

Напряжения U_A, U_B, U_C , действующие между началами и концами фаз источника питания, являются его фазными напряжениями, а напряжения U_a, U_b, U_c , действующие между началами и концами фаз потребителя, его фазными напряжениями. Напряжения U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} , действующие между началами фаз источника и напряжения U_{ab}, U_{bc}, U_{ca} , действующие

между началами фаз потребителя, являются линейными напряжениями.

На схеме рис. 7.2.1 приведены условные положительные направления фазных и линейных напряжений. Линейные токи I_L в питающих линиях (I_A, I_B, I_C) при соединении трехфазного источника питания и трехфазного потребителя электроэнергии «звездой», условное положительное направление которых приведено на схеме рис. 7.2.1, одновременно являются и фазными токами I_ϕ , протекающими по фазам потребителя (I_A, I_B, I_C). Поэтому в рассматриваемом случае при наличии симметричной трехфазной системы при соединении фаз потребителя «звездой» линейные токи оказываются равными фазным токам ($I_\phi = I_L$).

Трехфазные источники питания практически всегда выполняются симметричными. В этом случае действующие значения фазных ЭДС $E_A = E_B = E_C = E_\phi$ фазных напряжений $U_A = U_B = U_C = U_\phi$ оказываются соответственно равными и сдвинутыми относительно друг друга по фазе на угол $\frac{2\pi}{3}$. При этом комплексные, активные и индуктивные сопротивления фаз $Z_A = Z_B = Z_C = Z_\phi$; $R_A = R_B = R_C = R_\phi$; $X_A = X_B = X_C = X_\phi$; значения фазных коэффициентов мощности $\cos \varphi_A = \cos \varphi_B = \cos \varphi_C = \cos \varphi_\phi$ также оказываются равными.

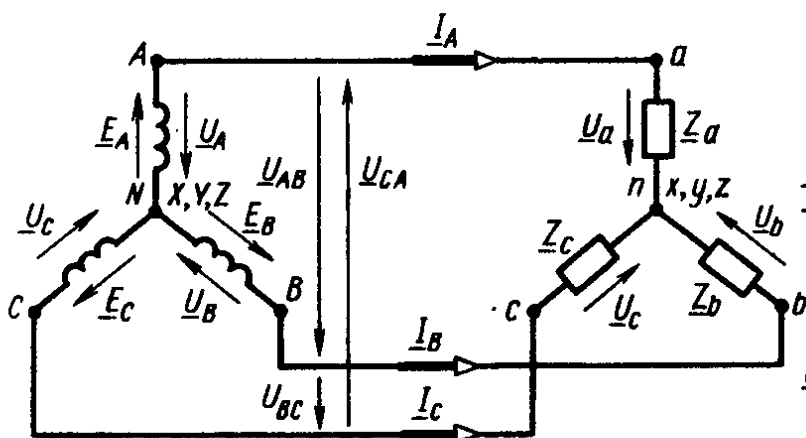


Рис. 7.2.1

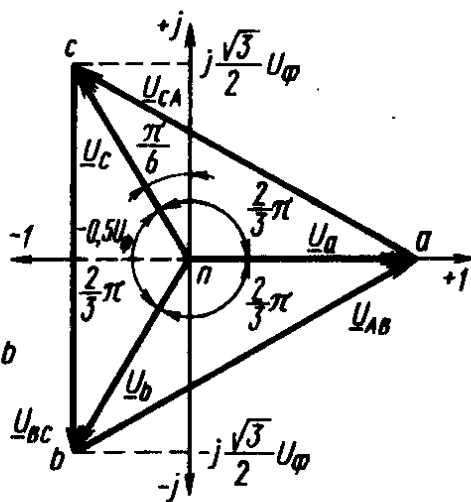


Рис. 7.2.2

Трехфазные потребители электроэнергии могут быть симметричными и несимметричными. Для симметричных потребителей справедливы соотношения, полученные для трехфазных симметричных источников питания. При этом $U_a = U_b = U_c = U_\phi$, $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$, $Z_a = Z_b = Z_c = Z_\phi$, $R_a = R_b = R_c = R_\phi$, $X_a = X_b = X_c = X_\phi$, $\cos \varphi_a = \cos \varphi_b = \cos \varphi_c = \cos \varphi_\phi$. Соотношение между фазными и линейными напряжениями определяется выражением $U_L = \sqrt{3}U_\phi$. Для несимметричных трехфазных потребителей не все эти соотношения соблюдаются.

При анализе трехфазных электрических цепей широко ис-

пользуется метод комплексных чисел. С его помощью можно осуществлять расчеты, которые невозможно выполнить другими методами.

На рис. 7.2.2 на плоскости комплексных чисел приведена векторная диаграмма фазных \underline{U}_a , \underline{U}_b , \underline{U}_c и линейных напряжений \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} , \underline{U}_{CA} потребителя электроэнергии, при этом вектор фазного напряжения \underline{U}_a направлен по вещественной оси в положительном направлении. С учетом этого фазные напряжения трехфазного симметричного потребителя могут быть представлены в комплексной форме записи: $\underline{U}_a = U_a = U_\phi = \frac{U_a}{\sqrt{3}}$; $\underline{U}_b =$

$$= U_b \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = U_\phi \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) =$$

$$= \frac{U_a}{\sqrt{3}} \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right); \underline{U}_c = U_c \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) =$$

$$= U_\phi \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{U_a}{\sqrt{3}} \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

В соответствии с принятыми условными положительными направлениями фазных и линейных напряжений (см. рис. 7.2.1) линейные напряжения потребителя электроэнергии определяются по уравнениям, составленным в комплексной форме записи для соответствующих замкнутых контуров по второму закону Кирхгофа: $\underline{U}_{AB} = \underline{U}_a - \underline{U}_b$; $\underline{U}_{BC} = \underline{U}_b - \underline{U}_c$; $\underline{U}_{CA} = \underline{U}_c - \underline{U}_a$.

Из векторной диаграммы (рис. 7.2.2) следует, что линейные напряжения, так же как и фазные напряжения, сдвинуты относительно друг друга по фазе на угол $\frac{2\pi}{3}$. При этом для симметричной трехфазной системы векторная сумма фазных напряжений $\underline{U}_a + \underline{U}_b + \underline{U}_c = 0$ и сумма линейных напряжений $\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{AC} = 0$.

С учетом приведенных выше выражений линейные напряжения потребителя для симметричной системы могут быть представлены следующими соотношениями: $\underline{U}_{AB} = U_\phi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right)$; $\underline{U}_{BC} = -j U_\phi$; $\underline{U}_{CA} = U_\phi \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right)$.

Аналогичные выражения можно записать и для симметричного трехфазного источника питания при соединении его фаз «звездой».

Пренебрегая сопротивлениями линейных проводов, соединяющих трехфазный источник питания с трехфазным потребителем электроэнергии, линейные напряжения потребителей оказываются равными соответствующим линейным напряжениям источника питания: $U_{ab} = U_{AB}$; $U_{bc} = U_{BC}$; $U_{ca} = U_{CA}$.

При соединении фаз потребителя «звездой» и симметричной нагрузке комплексные фазные токи определяются исходя из выражений, записанных по закону Ома для участка цепи: $\underline{I}_A = \underline{U}_a / \underline{Z}_a$; $\underline{I}_B = \underline{U}_b / \underline{Z}_b$; $\underline{I}_C = \underline{U}_c / \underline{Z}_c$.

Так как фазные напряжения и полные сопротивления всех фаз потребителей равны, фазные и линейные токи так же будут равны: $I_A = I_B = I_C = I_\phi = I_\Delta$.

Активная P , реактивная Q и полная S мощности потребителя электроэнергии при симметричной нагрузке ($\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_\phi$) и соединении фаз «звездой» определяют как сумму соответствующих фазных мощностей

$$\begin{aligned} P &= P_a + P_b + P_c = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos\varphi_\phi = \\ &= 3R_\phi I_\phi^2 = 3R_\phi I_\Delta^2 = \sqrt{3}U_\Delta I_\Delta \cos\varphi_\phi; \\ Q &= Q_a + Q_b + Q_c = 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin\varphi_\phi = \\ &= 3X_\phi I_\phi^2 = 3I_\Delta^2 X_\phi = \sqrt{3}U_\Delta I_\Delta \sin\varphi_\phi; \quad \underline{S} = \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \\ &= 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi = 3Z_\phi I_\phi^2 = 3Z_\phi I_\Delta^2, \end{aligned}$$

где $\cos\varphi_\phi = \frac{R_\phi}{Z_\phi}$; $\sin\varphi_\phi = \frac{X_\phi}{Z_\phi}$. При этом $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3}U_\Delta I_\Delta$.

В приведенных формулах перед реактивным индуктивным сопротивлением ставится знак «+» ($+X_{\phi L}$), а перед емкостным сопротивлением знак «—» ($-X_{\phi C}$). В комплексной форме записи полная мощность трехфазной электрической цепи: $\underline{S} = P \pm jQ$. Полную мощность каждой из фаз потребителя можно определить по формулам:

$\underline{S}_a = P_a \pm jQ_a = \underline{U}_a \underline{I}_a^*$; $\underline{S}_b = P_b \pm jQ_b = \underline{U}_b \underline{I}_b^*$; $\underline{S}_c = P_c \pm jQ_c = \underline{U}_c \underline{I}_c^*$, где \underline{I}_a^* , \underline{I}_b^* , \underline{I}_c^* — соответственно сопряженные комплексные токи в фазах.

§ 7.3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПРИ СОЕДИНЕНИИ ФАЗ ТРЕХФАЗНЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ «ТРЕУГОЛЬНИКОМ»

В связанных трехфазных системах наряду с соединением трехфазных потребителей «звездой» применяется соединение фаз «треугольником». При этом не имеет значения как соединены фазы источника — «звездой» или «треугольником».

Соединение, при котором начало одной фазы потребителя электроэнергии (или источника питания) соединяется с концом другой его фазы, начало которой соединено с концом третьей фазы, а начало третьей — с концом первой фазы (при этом начала всех фаз подключаются к соответствующим линейным проводам), называется **треугольником**.

При соединении «треугольником», как видно из схемы рис. 7.3.1, фазные напряжения оказываются равными линейным напряжениям ($U_\phi = U_\Delta$): $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB}$; $\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC}$; $\underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}$. При

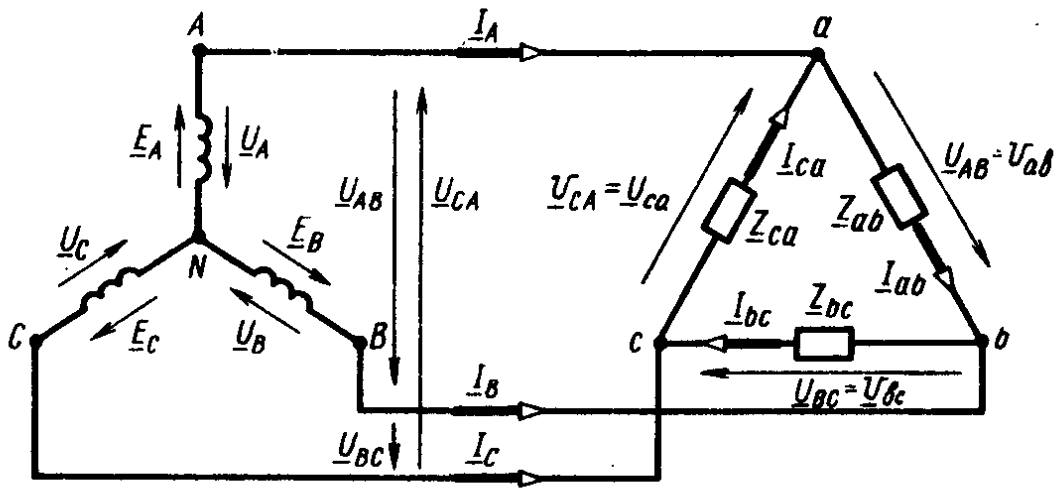


Рис. 7.3.1

симметричной системе питания: $U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{\phi} = U_{л}$.

Векторная диаграмма напряжений на комплексной плоскости при симметричном питании для активно-индуктивной нагрузки ($\varphi > 0$) представлена на рис. 7.3.2. Здесь комплексное линейное напряжение \underline{U}_{ab} направлено по положительной вещественной оси комплексной плоскости. При этом комплексные линейные напряжения записывают в следующем виде: $\underline{U}_{ab} = U_{ab} = U_{л}$;

$$\underline{U}_{bc} = U_{bc} \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = U_{л} \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right); \underline{U}_{ca} = U_{ca} \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = U_{л} \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

Пренебрегая сопротивлением линейных проводов, линейные напряжения потребителя можно приравнять линейным напряжениям источника питания: $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB}$; $\underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC}$; $\underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}$.

Аналогичные выражения могут быть записаны и для линейных напряжений источника питания независимо от схемы соединения его фаз.

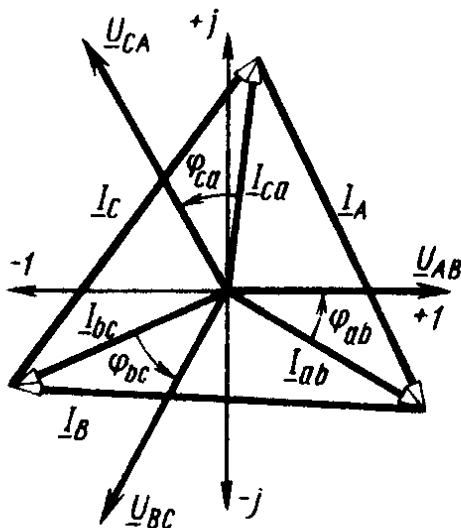


Рис. 7.3.2

Соотношение между линейными и фазными токами при соединении потребителя электроэнергии «треугольником» и симметричной нагрузке определяют из уравнений, составленных для токов в соответствии с первым законом Кирхгофа для узлов a , b , c разветвления электрической цепи (см. рис. 7.3.1): $\underline{I}_A + \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{ab} = 0$; $\underline{I}_B + \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{bc} = 0$; $\underline{I}_C + \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ca} = 0$.

При симметричной нагрузке линейные токи $I_A = I_B = I_C$ и фазные $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca}$. При этом угол сдвига фаз между фазными токами и напря-

жениями $\varphi_{ab} = \varphi_{bc} = \varphi_{ca}$, так как в данном случае коэффициент мощности $\cos \varphi_{ab} = \cos \varphi_{bc} = \cos \varphi_{ca}$.

В соответствии с этими уравнениями на рис. 7.3.2. построена векторная диаграмма фазных и линейных токов потребителя, из которой следует, что при соединении фаз симметричного трехфазного потребителя электроэнергии «треугольником» между линейными и фазными токами имеет место соотношение $I_L = \sqrt{3}I_\phi$.

При симметричной системе питания и симметричном потребителе электроэнергии с соединением его фаз «треугольником» полную S , активную P и реактивную Q мощности отдельных фаз потребителя определяют по формулам, полученным для соединения его фаз «звездой».

§ 7.4. ТРЕХФАЗНЫЕ ЧЕТЫРЕХПРОВОДНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Трехфазная четырехпроводная система питания потребителей электроэнергии, широко распространенная в низковольтных сетях, позволяет получить для питания потребителей два напряжения — линейное U_L и фазное U_ϕ .

При смешанной силовой и осветительной нагрузках силовые низковольтные потребители электроэнергии питаются линейными напряжениями $U_L = 660; 380; 220$ В. Для осветительной нагрузки используются фазные напряжения $U_\phi = 220; 127$ В.

В трехфазных четырехпроводных электрических цепях при наличии линейных проводов, соединяющих начала фаз источника питания и потребителя электроэнергии, имеется также нейтральный провод, соединяющий нейтральную точку N источника с нейтральной точкой n потребителя (рис. 7.4.1), что обеспечивает симметрию фазных напряжений источника и потребителя, так как нейтральный провод уравнивает потенциалы нейтральных точек N и n .

В четырехпроводных электрических цепях фазы источника и фазы потребителя соединяются всегда «звездой».

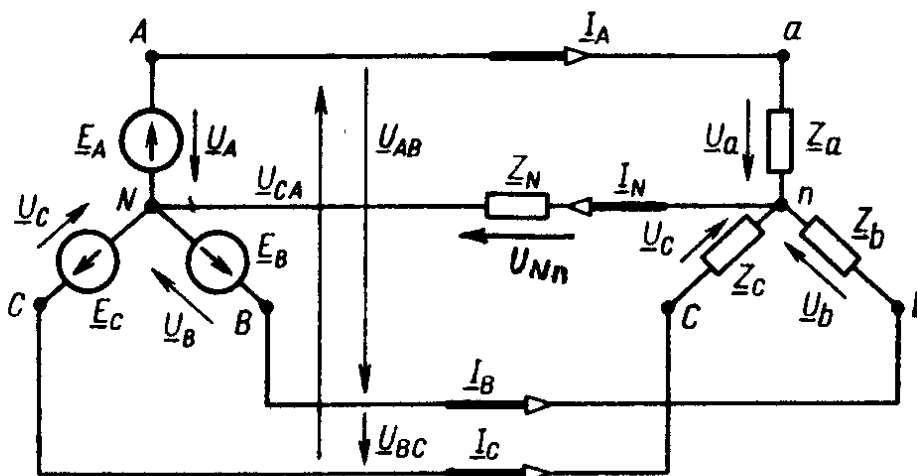


Рис. 7.4.1

При несимметричной нагрузке комплексные сопротивления фаз потребителя не одинаковы ($\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$), при этом комплексное напряжение \underline{U}_{nN} , действующее между нейтральными точками N и n системы, определяют по методу двух узлов

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_a + \underline{E}_B \underline{Y}_b + \underline{E}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N},$$

где $\underline{E}_A, \underline{E}_B, \underline{E}_C$ — комплексные ЭДС источника питания; $\underline{Y}_a = \frac{1}{\underline{Z}_a}$; $\underline{Y}_b = \frac{1}{\underline{Z}_b}$; $\underline{Y}_c = \frac{1}{\underline{Z}_c}$; $\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$ — комплексные проводимости фаз потребителя и нейтрального провода.

При симметричной нагрузке $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c$ сумма комплексных токов в точке n разветвления цепи, записанная в соответствии с первым законом Кирхгофа: $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_N = 0$, так как ток в нейтральном проводе $\underline{I}_N = 0$. При этом напряжение, действующее между нейтральными точками: $\underline{U}_{nN} = \underline{Z}_N \underline{I}_N = 0$.

Пренебрегая внутренним сопротивлением симметричного источника питания и учитывая, что ЭДС $E_A = E_B = E_C = E_\phi = U_\phi / \sqrt{3}$, комплексное напряжение, действующее между нейтральными точками системы, определяют исходя из выражения

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{U_\phi (\underline{Y}_a + a^2 \underline{Y}_b + a \underline{Y}_c)}{\sqrt{3} (\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_N)},$$

где $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $a^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ — поворотные множители (операторы).

Комплексные фазные напряжения потребителя электроэнергии находят из уравнений, составленных по второму закону Кирхгофа для соответствующих замкнутых контуров системы (рис. 7.4.2): $\underline{U}_a = \underline{E}_A - \underline{U}_{nN}$; $\underline{U}_b = \underline{E}_B - \underline{U}_{nN}$; $\underline{U}_c = \underline{E}_C - \underline{U}_{nN}$.

При этом комплексные фазные токи потребителя определяют по закону Ома для соответствующих участков цепи: $\underline{I}_A = \underline{U}_a / \underline{Z}_a$; $\underline{I}_B = \underline{U}_b / \underline{Z}_b$; $\underline{I}_C = \underline{U}_c / \underline{Z}_c$.

Комплексный ток в нейтральном проводе находят в соответствии с уравнением, составленным по первому закону Кирхгофа для нейтральной точки n цепи: $\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$.

При симметричной нагрузке фазные напряжения: $U_a = U_b = U_c = U_\phi$, при этом $U_\phi = U_\phi / \sqrt{3}$; $I_A = I_B = I_C = I_\phi = U_\phi / Z_\phi = U_\phi / \sqrt{3} Z_\phi$. При обрыве нейтрального провода его полное сопротивление $\underline{Z}_N = \infty$, а полная проводимость $\underline{Y} = 0$.

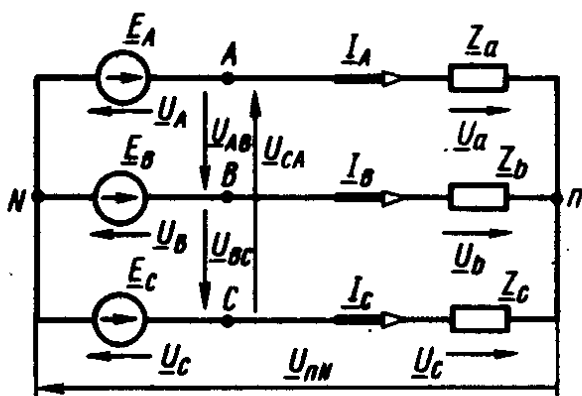


Рис. 7.4.2

При несимметричной нагрузке потребителя электроэнергии ($\underline{Z}_a \neq \underline{Z}_b \neq \underline{Z}_c$) на векторной диаграмме происходит смещение нейтральной точки n потребителя относительно нейтральной точки N источника, что приводит к перекосу фазных напряжений потребителя. В результате на одних фазах потребителя напряжение будет больше, чем на других, что во многих случаях недопустимо, в частности при питании осветительной нагрузки, когда одни осветительные приборы находятся под напряжением, меньшим номинального, а другие — под напряжением, большим номинального, что приводит к преждевременному выходу приборов из строя. Поэтому в цепи нейтрального провода недопустимо наличие различного рода предохранителей и выключателей.

Трехфазная четырехпроводная система обеспечивает потребителя электроэнергией симметричным питанием. При этом активная, реактивная и полная мощности могут быть определены по следующим формулам с учетом знака реактивных сопротивлений:

$$P = I_A^2 R_a + I_B^2 R_b + I_C^2 R_c = I_A U_a \cos \varphi_a + I_B U_b \cos \varphi_b + I_C U_c \cos \varphi_c;$$

$$Q = I_A^2 X_a + I_B^2 X_b + I_C^2 X_c = I_A U_a \sin \varphi_a + I_B U_b \sin \varphi_b + I_C U_c \sin \varphi_c;$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

где $\cos \varphi_a = R_a / Z_a$; $\cos \varphi_b = R_b / Z_b$; $\cos \varphi_c = R_c / Z_c$; $\sin \varphi_a = X_a / Z_a$; $\sin \varphi_b = X_b / Z_b$; $\sin \varphi_c = X_c / Z_c$.

При симметричной нагрузке эти формулы приводятся к виду:

$$P = 3I_\phi^2 R_\phi = \sqrt{3} U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi;$$

$$Q = 3I_\phi^2 X_\phi = \sqrt{3} U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi;$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} U_\phi I_\phi,$$

где $\cos \varphi_\phi = R_\phi / Z_\phi$; $\sin \varphi_\phi = X_\phi / Z_\phi$.

Литература. [1] § 7.1; [2] § 7.2 - 7.5; [3] § 8.1.

Примеры решения задач

7.1. Маркировка вторичной обмотки трехфазного трансформатора с номинальным напряжением $U_{ном} = 220/380$ В указана на рис. 7.1, а. Определить показания вольтметров V , включенных между зажимами 1—2 и 2—6 обмотки после соединения зажимов 3, 4 и 5 в общую точку N , если при правильном соединении обмоток «звездой» фазное напряжение $U_\phi = 220$ В. Указать правильное соединение обмотки трансформатора «звездой».

Решение. Показание вольтметра, включенного между зажимами 1—2 обмотки трансформатора из векторной диаграммы рис. 7.1, б: $\underline{U}_{12} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = U_\phi \sqrt{3} U_\phi = \sqrt{3} \cdot 220 = 380$ В. Линейное напряжение U_{12} представляет собой геометрическую разность

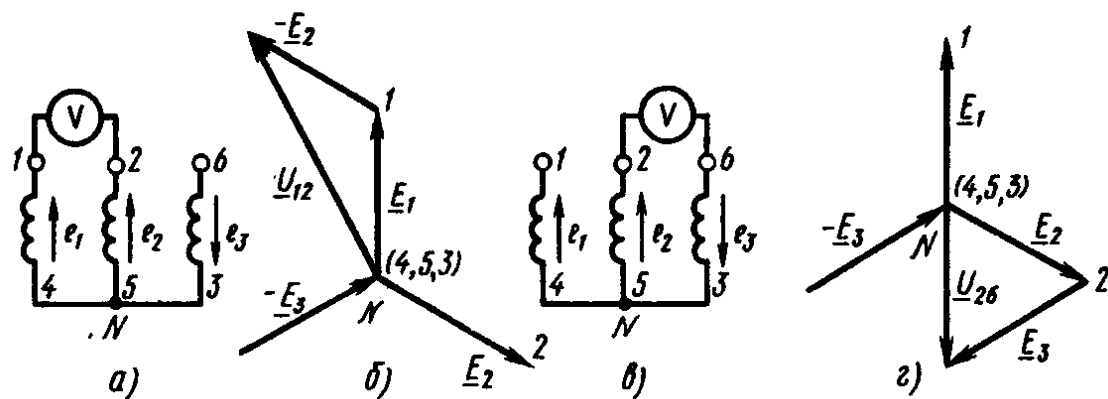


Рис. 7.1

соответствующих фазных ЭДС и отличается от них в $\sqrt{3}$ раз.

Показание вольтметра, включенного между зажимами 2—6 обмоток трансформатора (рис. 7.1, в), определяется из векторной диаграммы рис. 7.1, в: $\underline{U}_{26} = \underline{E}_2 + \underline{E}_3 = 220$ В. Вольтметр покажет фазное напряжение $U_\phi = 220$ В.

Правильное соединение обмотки трансформатора «звездой» соответствует включению зажимов 4, 5 и 6 в общую точку N.

7.2. Трехфазный симметричный потребитель электроэнергии с сопротивлением фаз $Z_a = Z_b = Z_c = Z_\phi = R = 10$ Ом соединен «звездой» и включен в трехфазную сеть с симметричным линейным напряжением $U_\pi = 220$ В (рис. 7.2). Определить показания амперметра А при отключении линейного провода bB (выключатель В разомкнут).

Решение. Суммарное сопротивление между точками a и c цепи при разомкнутом выключателе: $R_{ac} = Z_a + Z_c = 10 + 10 = 20$ Ом. Показание амперметра при отключении линейного провода B: $I_A = I_c = U_\pi / R_{ac} = 220 / 20 = 11$ А.

7.3. Для условий задачи 7.2 построить векторную диаграмму напряжений и токов при симметричной нагрузке фаз и при обрыве линейного провода bB.

Решение. Фазные напряжения при симметричной нагрузке: $U_a = U_b = U_c = U_\phi = U_\pi / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127$ В. Фазные токи при этой нагрузке: $I_\phi = \frac{U_\phi}{R_\phi} = \frac{127}{10} = 12,7$ А. Линейные токи при

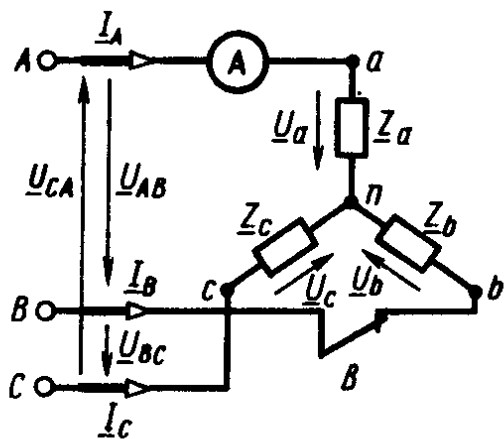


Рис. 7.2

симметричной нагрузке: $I_A = I_c = I_\pi = I_\phi = 12,7$ А, так как симметричный трехфазный потребитель электроэнергии соединен «звездой».

Активная мощность трехфазного симметричного потребителя: $P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = 3 \cdot 127 \cdot 12,7 \times 1 = 4850$ Вт = 4,85 кВт или $P = \sqrt{3} U_\pi I_\pi \cos \varphi_\phi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 12,7 \cdot 1 = 4850$ Вт = 4,85 кВт, где $\cos \varphi_\phi = 1$ при $Z_\phi = R_\phi$.

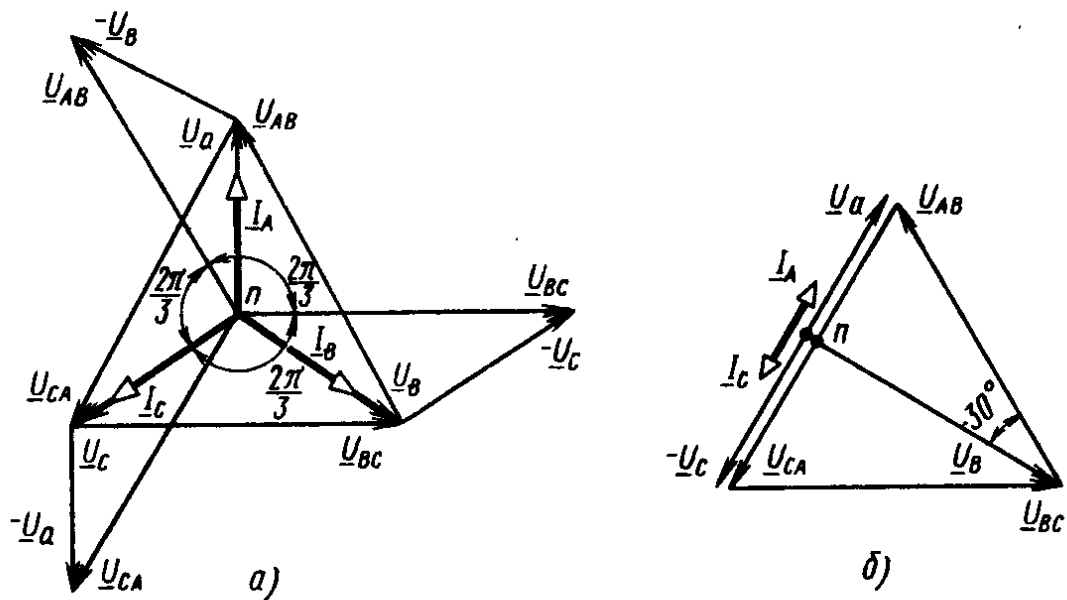


Рис. 7.3

Векторная диаграмма напряжений и токов приведена на рис. 7.3, а.

Токи в линейных проводах *aA* и *cC* при обрыве линейного провода *bB* (выключатель В разомкнут) равны, так как сопротивление фазы $Z_b = \infty$ ($I_B = 0$), а $Z_a = R$ и $Z_c = R$ включены последовательно на линейное напряжение $U_{CA} = U_{л} = 220$ В: $I_A = I_C = I = U_{CA} / (R + R) = 220 / (10 + 10) = 11$ А.

Напряжение на фазах потребителя при обрыве линейного провода *bB* (нейтральная точка *n* в этом случае соответствует середине вектора линейного напряжения U_{CA}): $U_a = U_c = U_{CA} / 2 = 220 / 2 = 110$ В.

Напряжение между проводом фазы *B* и нейтральной точкой *n* определяют из векторной диаграммы (рис. 7.3, б): $U_c = U_{л} \cos \frac{\pi}{6} = 220 \cdot 0,866 = 190,5$ В.

Активная мощность потребителя при обрыве линейного провода *bB*: $P = P_A + P_c = 2I^2 R_{\phi} = 2 \cdot 11^2 \cdot 10 = 2420$ Вт = 2,42 кВт.

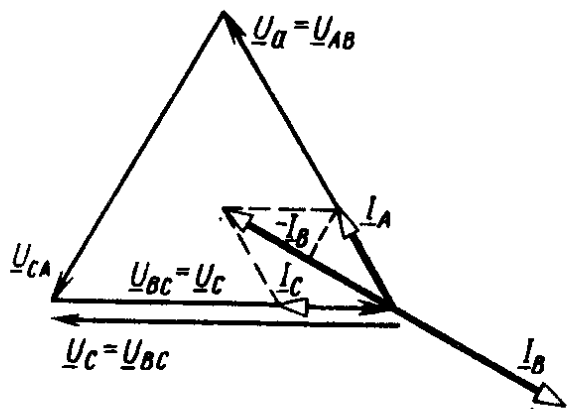


Рис. 7.4

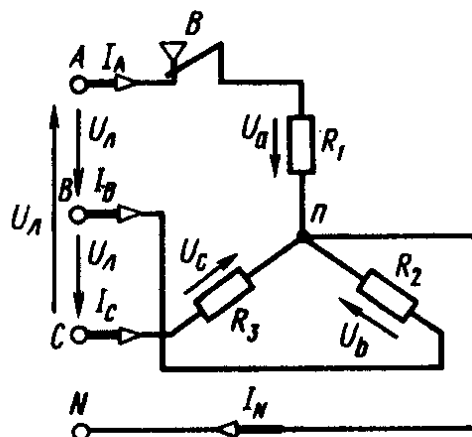


Рис. 7.5

7.4. Для условий задачи 7.3 определить фазные напряжения U_ϕ и токи I_ϕ , активную мощность P_k потребителя при коротком замыкании фазы Z_b , построить векторную диаграмму для этого случая.

Решение. В данном случае $Z_b = 0$ и $U_b = 0$, нейтральная точка n переместится в точку B , при этом фазные напряжения $\underline{U}_c = \underline{U}_{BC}$; $\underline{U}_a = \underline{U}_{AB}$, т. е. фазные напряжения равны линейным напряжениям ($U_\phi = U_l$). При этом фазные токи: $I_A = I_C = U_l/R = 220/10 = 22$ А.

Ток I_B при коротком замыкании в соответствии с первым законом Кирхгофа для нейтральной точки n : $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$ или $-\underline{I}_B = \underline{I}_A + \underline{I}_C$.

Из прямоугольного треугольника на векторной диаграмме рис. 7.4 имеем: $(-I_B/2)^2 + (I_A/2)^2 = I_A^2$, откуда $I_B = \sqrt{3}I_A = \sqrt{3} \cdot 22 \cong 38$ А. При этом $I_A = U_l/Z_a = I_C = U_l/Z_c = U_l/R = 220/10 = 22$ А.

Активная мощность цепи при коротком замыкании: $P_k = P_A + P_C = 2 \cdot I_\phi^2 R = 2 \cdot 22^2 \cdot 10 = 9680$ Вт = 9,68 кВт. Векторная диаграмма напряжений и токов приведена на рис. 7.4.

7.5. Для трехфазной электрической цепи рис. 7.5 определить ток I_N в нейтральном проводе при разомкнутом выключателе В. Линейное симметричное напряжение питающей сети $U_l = 220$ В, сопротивление резисторов $R_1 = R_2 = R_3 = 10$ Ом.

Решение. Комплексные фазные напряжения: $\underline{U}_a = U_a e^{j\varphi} = U_a e^{j0} = U_a = U_\phi = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127$ В; $\underline{U}_b = U_b e^{-j\frac{2\pi}{3}} = U_b \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right)$ В; $\underline{U}_c = U_c e^{-j\frac{4\pi}{3}} = U_c \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right)$ В.

Так как в соответствии с формулами приведения: $\cos \frac{2\pi}{3} = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = -\sin \alpha = -\sin \frac{\pi}{6} = -0,5$; $\sin \frac{2\pi}{3} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = \cos \alpha = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$; $\cos \frac{4\pi}{3} = \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha = -\cos \frac{\pi}{6} = -0,5$; $\sin \frac{4\pi}{3} = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} = -0,866$, то представленные выше формулы комплексных фазных напряжений при этом приводятся к виду:

$$\underline{U}_a = U_\phi = 127 \text{ В}; \quad \underline{U}_b = U_\phi \left(-0,5 - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 127 \times \\ \times \left(-0,5 - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = (-63,5 - j110) \text{ В}; \quad \underline{U}_c = U_\phi \times$$

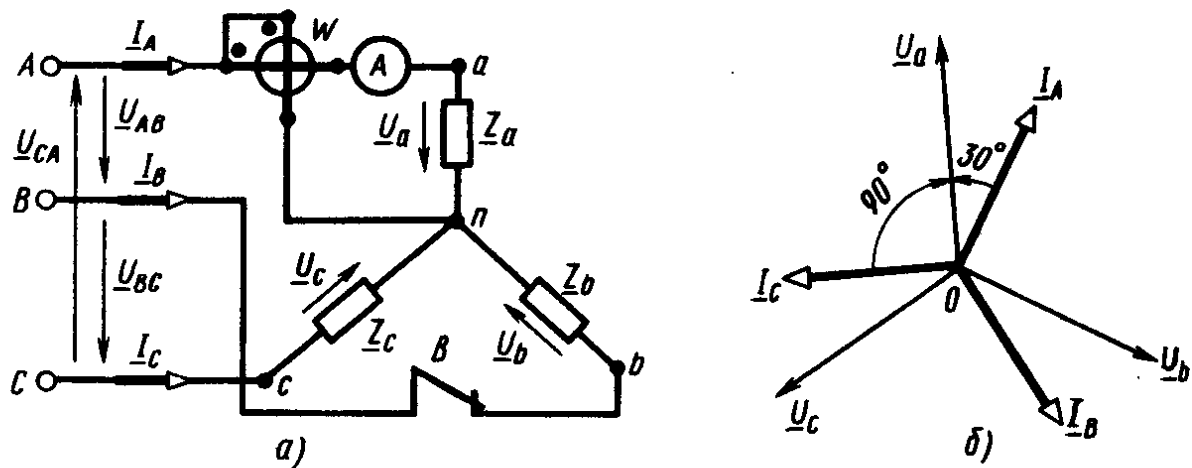


Рис. 7.6

$$\times \left(-0,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 127 \left(-0,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = (-63,5 + j110) \text{ В.}$$

Комплексные фазные токи: $\underline{I}_A = \frac{U_a}{R_1} = 0$, так как выключатель В разомкнут; $\underline{I}_B = \frac{U_b}{R_2} = \frac{(-63,5 - j110)}{10} = (-6,35 - j11) \text{ А}$;
 $\underline{I}_C = \frac{U_c}{R} = \frac{(-63,5 + j110)}{10} = (-6,35 + j11) \text{ А}$.

Ток в нейтральном проводе: $\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = -6,35 - j11 - 6,35 + j11 = -12,7 \text{ А}$ или $I_N = 12,7 \text{ А}$.

7.6. В трехфазную питающую сеть с симметричным напряжением включен симметричный потребитель электроэнергии, фазы которого соединены «звездой» (рис. 7.6, а). Комплексные сопротивления фаз $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = 22e^{j\frac{\pi}{6}}$ Ом (угол $\varphi = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$). Определить линейные токи I_Δ , показание ваттметра W и построить векторную диаграмму напряжений и токов при замкнутом выключателе В, если фазное напряжение $U_\phi = 220 \text{ В}$.

Решение. Комплексные фазные напряжения потребителя электроэнергии определяем, направляя вектор \underline{U}_a по оси действительных чисел в положительном направлении: $\underline{U}_a = U_a e^{j0} = U_a = 220 \text{ В}$;
 $\underline{U}_b = U_b e^{-j\frac{2\pi}{3}} = 220 e^{-j\frac{2\pi}{3}} \text{ В}$;
 $\underline{U}_c = U_c e^{j\frac{2\pi}{3}} = 220 e^{j\frac{2\pi}{3}} \text{ В}$ или $\underline{U}_c = \underline{U}_c e^{-j\frac{4\pi}{3}} = 220 e^{-j\frac{4\pi}{3}} \text{ В}$.

Комплексные линейные (фазные) токи потребителя: $\underline{I}_A = \frac{U_a}{\underline{Z}_a} = \frac{220}{22e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10e^{-j\frac{\pi}{6}} \text{ А}$;
 $\underline{I}_B = \frac{U_b}{\underline{Z}_b} = \frac{220e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{22e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10e^{-j\frac{5\pi}{6}} \text{ А}$ или
 $\underline{I}_C = \frac{220e^{j\frac{2\pi}{3}}}{22e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10e^{j\frac{3\pi}{2}} \text{ А}$;
 $I_A = I_B = I_C = I_\Delta = I_\phi$.

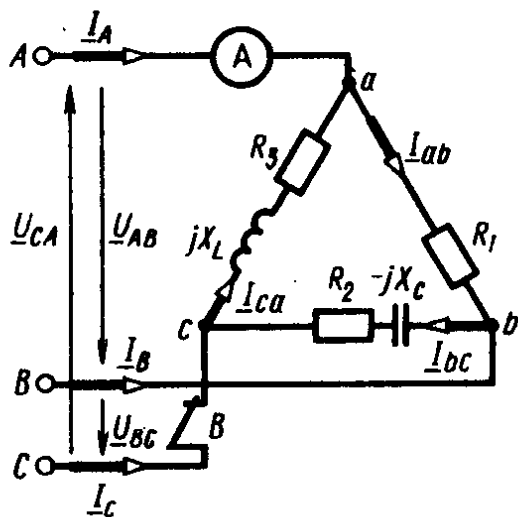


Рис. 7.7

Векторная диаграмма напряжений и токов приведена на рис. 7.6, б. Показание ваттметра: $P_b = U_\phi I_\phi \times \cos \varphi = U_a I_a \cos \frac{\pi}{6} = 220 \cdot 10 \cdot 0,866 = 1905 \text{ Вт} = 1,905 \text{ кВт}$.

Комплексная мощность фазы А потребителя: $\underline{S}_a = \underline{U}_a \underline{I}_a^* = 220 \cdot 10 e^{j\frac{\pi}{6}} = 220 \cdot 10 \left(\cos \frac{\pi}{6} + j \sin \frac{\pi}{6} \right) = 220 \times (8,66 + j5) = 1905 + j1100$.

Действительная часть комплексной мощности и является активной, измеряемой ваттметром. Активная мощность потребителя электроэнергии: $P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = 3 \cdot 220 \cdot 10 \cdot 0,866 = 5715 \text{ Вт} = 5,715 \text{ кВт}$.

7.7. Трехфазный потребитель электроэнергии с активными и реактивными сопротивлениями: $R_1 = 10 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 5 \text{ Ом}$ и $X_L = X_C = 5 \text{ Ом}$ фаз соединен «треугольником» (рис. 7.7) и включен в трехфазную сеть с линейным напряжением $U_\lambda = 100 \text{ В}$ при симметричном питании. Определить показания амперметра А при отключении (обрыве) линейного провода с С (выключатель В разомкнут).

Решение. Полное сопротивление параллельного участка цепи при обрыве линейного провода: $Z_1 = \sqrt{(R_2 + R_3)^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(5 + 5)^2 + (5 - 5)^2} = \sqrt{10^2} = 10 \text{ Ом}$.

Так как реактивные сопротивления $X_L = X_C$, то в цепи имеет место резонанс напряжений, и она ведет себя как активное сопротивление ($Z_1 = R_1 = 10 \text{ Ом}$).

Общее сопротивление цепи при обрыве линейного провода:

$$Z_0 = \frac{Z_1 R_1}{Z_1 + R_1} = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = \frac{100}{20} = 5 \text{ Ом}.$$

Показание амперметра при обрыве линейного провода: $I_A = I_B = U_\lambda / Z_0 = 100 / 5 = 20 \text{ А}$, так как $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_\lambda = 100 \text{ В}$.

7.8. По условию задачи 7.7 определить фазные I_ϕ и линейные I_λ токи, а также активную P , реактивную Q и полную S мощности каждой фазы и всей электрической цепи. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Решение. Фазные токи потребителя:

$$I_{ab} = \frac{U_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{U_{ab}}{R_1} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А};$$

$$I_{bc} = \frac{U_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{U_{bc}}{\sqrt{R_2^2 + X_C^2}} = \frac{100}{\sqrt{5^2 + 5^2}} = \frac{100}{5\sqrt{2}} = 14,2 \text{ А};$$

$$I_{ca} = \frac{U_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{U_{ca}}{\sqrt{R_3^2 + X_L^2}} = \frac{100}{\sqrt{5^2 + 5^2}} = 14,2 \text{ А.}$$

Векторная диаграмма токов и напряжений с учетом характера нагрузки представлена на рис. 7.8.

Составляющие фазных токов:

активные: $I_{ab a} = 10 \text{ А}; I_{bc a} = I_{bc} \cos \varphi_{bc} = I_{bc} \frac{R_3}{Z_{bc}} = 14,2 \frac{5}{5\sqrt{2}} = 10 \text{ А}; I_{ca a} = I_{ca} \cos \varphi_{ca} = I_{ca} \frac{R_2}{Z_{ca}} = 14,2 \frac{5}{\sqrt{5^2 + 5^2}} = 10 \text{ А};$

реактивные: $I_{bc p} = I_{bc} \sin \varphi_{bc} = I_{bc} \frac{X_c}{Z_{bc}} = 14,2 \frac{5}{5\sqrt{2}} = 10 \text{ А};$

$I_{ca p} = I_{ca} \sin \varphi_{ca} = I_{ca} \frac{X_L}{Z_{ca}} = 14,2 \frac{5}{5\sqrt{2}} = 10 \text{ А}; I_{ab p} = 0$, так как $Z_{ab} = R_{ab} = R_1$. Линейные токи потребителя электроэнергии определяют исходя из векторной диаграммы рис. 7.8: $I_A = 15,9 \text{ А}; I_B = 15,9 \text{ А}; I_C = 27,32 \text{ А}.$

Мощности фаз потребителя:

активные: $P_{ab} = U_{ab} I_{ab a} = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ Вт} = 1 \text{ кВт}; P_{bc} = U_{bc} I_{bc a} = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ Вт} = 1 \text{ кВт}; P_{ca} = U_{ca} I_{ca a} = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ Вт} = 1 \text{ кВт}.$

реактивные: $Q_{ab} = U_{ab} I_{ab p} = 100 \cdot 0 = 0; Q_{bc} = U_{bc} I_{bc p} = 100 \cdot 10 = -1000 \text{ вар} = -1 \text{ квар}; Q_{ca} = U_{ca} I_{ca p} = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ вар} = 1 \text{ квар}$ (знак «-» указывает на емкостной характер мощности).

Полные мощности фаз потребителя: $S_{ab} = P_{ab} = U_{ab} I_{ab} = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ В} \cdot \text{А} = 1 \text{ кВ} \cdot \text{А}; S_{bc} = U_{bc} I_{bc} = 100 \cdot 14,2 = 1420 \text{ В} \cdot \text{А} = 1,42 \text{ кВ} \cdot \text{А}; S_{ca} = U_{ca} I_{ca} = 100 \cdot 14,2 = 1420 \text{ В} \cdot \text{А} = 1,42 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$

Мощности всей цепи:

активная: $P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca} = 1 + 1 + 1 = 3 \text{ кВт};$ реактивная: $Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} = 0 - 1 + 1 = 0;$ полная: $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3^2 + 0^2} = 3 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$

7.9. Для трехфазной электрической цепи (рис. 7.9) определить фазные напряжения U_{ϕ} , линейные токи I_L и показание ампермет-

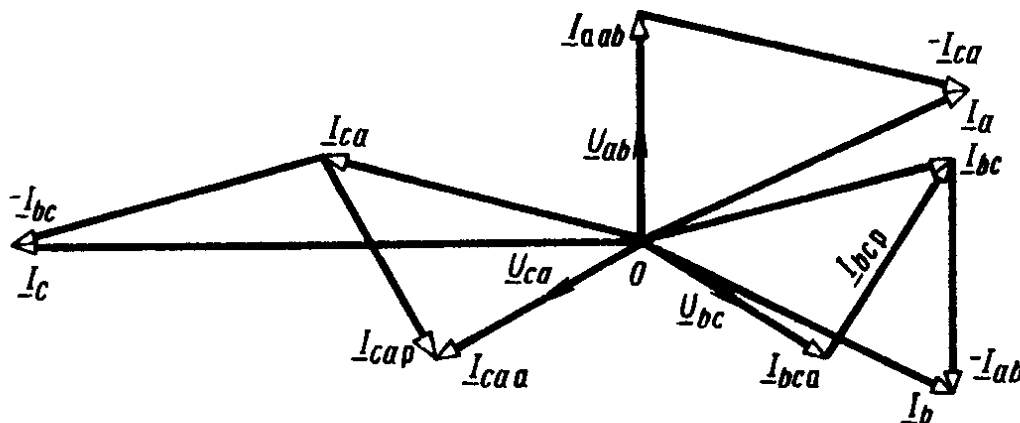


Рис. 7.8

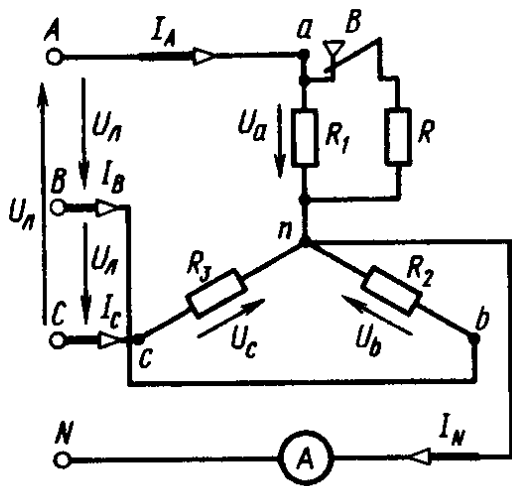


Рис. 7.9

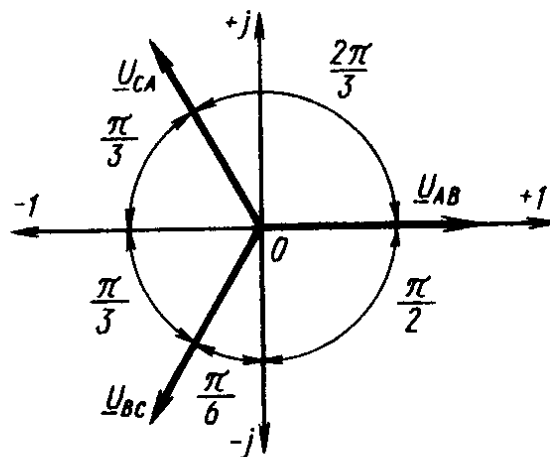


Рис. 7.10

ра A при замкнутом выключателе B . Линейное симметричное напряжение питающей сети $U_n = 380$ В, сопротивления резисторов потребителя электроэнергии: $R_1 = R_2 = R_3 = R = 20$ Ом.

Решение. Комплексные фазные напряжения (направляя вектор \underline{U}_a по оси действительных положительных чисел комплексной плоскости): $\underline{U}_a = U_a e^{j\varphi} = U_a e^{j0} = U_a = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ В;

$$\underline{U}_b = U_b e^{-j\frac{2\pi}{3}} = U_b \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = (-110 + j 190) \text{ В}; \underline{U}_c =$$

$$= U_c e^{-j\frac{4\pi}{3}} = U_c \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = (-110 + j 190) \text{ В, так как}$$

$$\text{в соответствии с формулами приведения: } \cos \frac{2\pi}{3} = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) =$$

$$= -\sin \alpha = -\sin \frac{\pi}{6} = -0,5; \sin \frac{2\pi}{3} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = \cos \alpha =$$

$$= \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866; \cos \frac{4\pi}{3} = \cos (\pi + \alpha) = -\cos \alpha =$$

$$= -\cos \frac{\pi}{6} = -0,5; \sin \frac{4\pi}{3} = \sin (\pi + \alpha) = -\sin \alpha = -\sin \frac{\pi}{6} =$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} = -0,866.$$

Общее сопротивление фазы A потребителя электроэнергии:

$$R_a = \frac{R_1 R}{R_1 + R} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = \frac{400}{40} = 10 \text{ Ом.}$$

Линейные токи, так как резисторы соединены «звездой»: $I_n = I_\phi$; $I_A = \frac{U_a}{R_a} = \frac{U_a}{R_a} = \frac{220}{10} = 22$ А или $I_A = 22$ А; $I_B = \frac{U_b}{R_2} =$

$$= \frac{-110 - j 190}{20} = (-5,5 - j 9,5) \text{ А, или } I_B = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_C = \frac{U_C}{R_3} = \frac{-110 + j190}{20} = (-5,5 + j9,5) \text{ А или } I_C = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11 \text{ А.}$$

Показание амперметра определяется по уравнению, составленному для токов в соответствии с первым законом Кирхгофа для нейтральной точки n : $\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 22 + (-5,5 - j9,5) + (-5,5 + j9,5) = 11 \text{ А}$ или $I_N = 11 \text{ А}$.

7.10. По условию задачи 7.7 определить фазные I_ϕ и линейные I_L токи с применением метода комплексных чисел.

Решение. Комплексные сопротивления фаз потребителя электроэнергии: $\underline{Z}_1 = R_1 = 10 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_2 = R_2 - jX_C = (5 - j5) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_3 = R_3 + jX_L = (5 + j5) \text{ Ом}$.

Комплексные фазные (линейные) напряжения потребителей электроэнергии, принимая, что вектор \underline{U}_{AB} направлен по оси действительных величин (рис. 7.10): $\underline{U}_{AB} = U_{AB} = 100 \text{ В}$; $\underline{U}_{BC} =$

$$= U_{BC} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = U_{BC} \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 100 (-0,5 - j0,866) =$$

$$= (-50 - j86,6) \text{ В}; \underline{U}_{CA} = U_{CA} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = U_{CA} \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) =$$

$$= 100 (-0,5 + j0,866) = (-50 + j86,6) \text{ В, так как в соответствии с формулами приведения: } \cos \frac{2\pi}{3} = \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) =$$

$$= -\sin \alpha = \sin \frac{\pi}{6} = -0,5; \sin \frac{2\pi}{3} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right) = \cos \alpha =$$

$$= \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866; \cos \frac{4\pi}{3} = \cos (\pi + \alpha) = -\cos \alpha =$$

$$= -\cos \frac{\pi}{3} = -0,5; \sin \frac{4\pi}{3} = \sin (\pi + \alpha) = -\sin \alpha = -\sin \frac{\pi}{3} =$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2} = -0,866.$$

Из рис. 7.10 видно, что вектор \underline{U}_{BC} отстает по фазе от вектора \underline{U}_{AB} на угол $\frac{2\pi}{3}$ и с отрицательной частью вещественной оси

образует угол $\frac{\pi}{3}$, а с осью мнимых чисел — угол $\frac{\pi}{6}$. С учетом

$$\text{этого комплексное напряжение: } \underline{U}_{BC} = U_{BC} \left(-\cos \frac{\pi}{3} - j \sin \frac{\pi}{6} \right) =$$

$$= 100 (-0,5 - j0,866) = (-50 - j86,6) \text{ В.}$$

При этом комплексное напряжение \underline{U}_{CA} является зеркальным изображением комплексного напряжения \underline{U}_{BC} на оси вещественных чисел, поэтому выражение для него записывают в виде: $\underline{U}_{CA} = (-50 + j86,6) \text{ В}$, т. е. это напряжение является сопряженным по отношению к напряжению \underline{U}_{BC} с противоположным знаком перед мнимой частью.

$$\text{Фазные токи потребителя: } \underline{I}_{ab} = \frac{U_{AB}}{\underline{Z}_1} = \frac{100}{10} = 10 \text{ А}; \underline{I}_{bc} =$$

$$= \frac{U_{BC}}{\underline{Z}_2} = \frac{-50 - j86,6}{5 - j5} = \frac{(-50 - j86,6)(5 + j5)}{5^2 + 5^2} = (3,66 - j13,66) \text{ А}$$

$$\text{или } I_{bc} = \sqrt{3,66^2 + (13,66)^2} = 14,2 \text{ А}; \underline{I}_{ca} = \frac{U_{ca}}{Z_3} = \frac{-50 + j 86,6}{5 + j 5} = \\ = \frac{(-50 + j 86,6)(5 - j 5)}{5^2 + 5^2} = (3,66 + j 13,66) \text{ А или } I_{ca} = \sqrt{3,66^2 + 13,66^2} = \\ = 14,2 \text{ А.}$$

Линейные токи потребителя: $\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 10 - (3,66 + j 13,66) = (6,34 - j 13,66) \text{ А}$ или $I_A = \sqrt{6,34^2 + (13,66)^2} = 15,9 \text{ А};$
 $\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = (3,66 - j 13,66) - 10 = (-6,34 - j 13,66) \text{ А}$ или $I_B = \sqrt{(6,34)^2 + (13,66)^2} = 15,9 \text{ А};$
 $\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = (3,66 + j 13,66) - (3,66 - j 13,66) = 27,32 \text{ А}$ или $I_C = \sqrt{27,32^2} = 27,32 \text{ А.}$

7.11. Обмотки фаз трехфазного асинхронного электродвигателя с номинальной мощностью на валу $P_{2 \text{ ном}} = 4 \text{ кВт}$ включены в трехфазную питающую сеть с линейным напряжением $U_\lambda = 220 \text{ В}$ «треугольником». Коэффициент мощности двигателя $\cos \varphi_\phi = 0,8$; ($\varphi = 37^\circ$); КПД $\eta = 0,85$. Определить линейные I_λ и фазные I_ϕ токи электродвигателя и построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Решение. Мощность, подводимая к электродвигателю:

$$P_1 = \frac{P_{2 \text{ ном}}}{\eta} = \frac{4 \cdot 10^3}{0,85} = 4700 \text{ Вт} = 4,7 \text{ кВт.}$$

Токи двигателя:

линейный: $I_\lambda = \frac{P_1}{\sqrt{3} U \cos \varphi_\phi} = \frac{4700}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,8} = 15 \text{ А};$ фазный:

$$I_\phi = I_\lambda / \sqrt{3} = 15 / 1,73 = 9 \text{ А.}$$

Сопротивления фазы двигателя при заданной нагрузке на валу:

полное $Z_\phi = \frac{U_\phi}{I_\phi} = \frac{U_\lambda}{I_\phi} = \frac{220}{9} = 24,45 \text{ Ом};$ активное $R_\phi = Z_\phi \cos \varphi_\phi = 24,45 \cdot 0,8 = 19,55 \text{ Ом.}$

Векторная диаграмма токов и напряжений для рассматриваемой цепи приведена на рис. 7.11.

7.12. Для трехфазной электрической цепи (рис. 7.12, а) определить линейные токи I_λ и активную мощность P , потребляемую

цепью, если линейное симметричное напряжение питающей сети $U_\lambda = 220 \text{ В}$, а активные и реактивные сопротивления: $R = 5 \text{ Ом}$, $X_C = 5 \text{ Ом}$, $X_L = 5 \text{ Ом}$. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Решение. Комплексные сопротивления фаз потребителя: $\underline{Z}_{ab} = R = 5 \text{ Ом};$ $\underline{Z}_{bc} = -jX_C = -j5 \text{ Ом};$ $\underline{Z}_{ca} = jX_L = j5 \text{ Ом.}$

Комплексные напряжения фаз (направляем вектор комп-

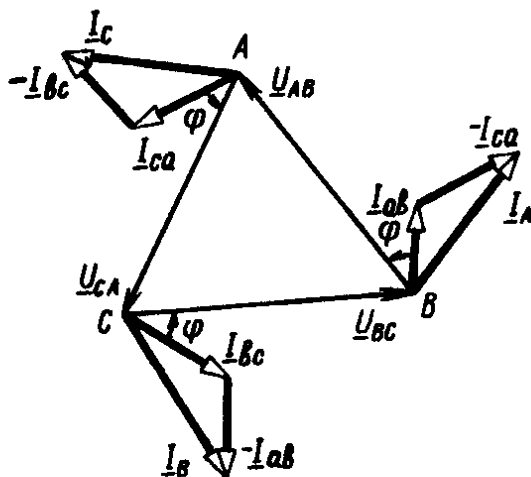


Рис. 7.11

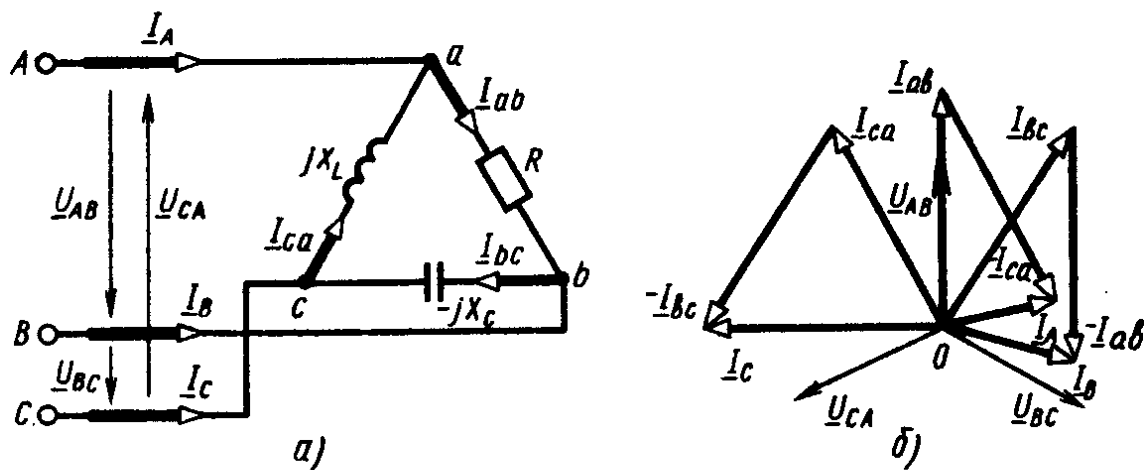


Рис. 7.12

лексного напряжения \underline{U}_{AB} по оси действительных чисел):

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= U_{AB} = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_{BC} = U_{BC} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \\ &= 220 \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 220(-0,5 - j0,866) = \\ &= (-110 - j190,5) \text{ В}; \quad \underline{U}_{CA} = U_{CA} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = \\ &= 220 \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = 220(-0,5 + j0,866) = \\ &= (-110 + j190,5) \text{ В}. \end{aligned}$$

Фазные токи потребителя электроэнергии

$$\begin{aligned} \underline{I}_{ab} &= \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{220}{5} = 44 \text{ А или } I_{ab} = \sqrt{44^2} = 44 \text{ А}; \\ \underline{I}_{bc} &= \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}} = \frac{110 - j190,5}{-j5} = \frac{(-110 - j190,5)j5}{-j5 \cdot j5} = (38,1 - j22) \text{ А или} \\ I_{bc} &= \sqrt{38,1^2 + 22^2} = 44 \text{ А}; \quad \underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}} = \frac{-110 + j190,5}{j5} = \\ &= (38,1 + j22) \text{ А или } I_{ca} = \sqrt{38,1^2 + 22^2} = 44 \text{ А}. \end{aligned}$$

Линейные токи потребителя:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 44 - (38,1 + j22) = (5,9 + j22) \text{ А или } I_A = \\ &= \sqrt{5,9^2 + 22^2} = 22,4 \text{ А}; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = (38,1 - j22) - 44 = \\ &= (-5,9 - j22) \text{ А или } I_B = \sqrt{5,9^2 + 22^2} = 22,4 \text{ А}; \\ \underline{I}_C &= \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = (38,1 + j22) - (38,1 - j22) = j44 \text{ А или} \\ I_C &= \sqrt{44^2} = 44 \text{ А}. \end{aligned}$$

Векторная диаграмма токов и напряжений для рассматриваемой электрической цепи приведена на рис. 7.12, б.

7.13. Для схемы рис. 7.13, а определить показание амперметра А, а также показание вольтметра V при разомкнутом выключателе В и обрыве линейного провода А, если линейное напряжение $U_L = 220 \text{ В}$, а сопротивления резисторов $R = 10 \text{ Ом}$.

Решение. Комплексное фазное напряжение при разомк-

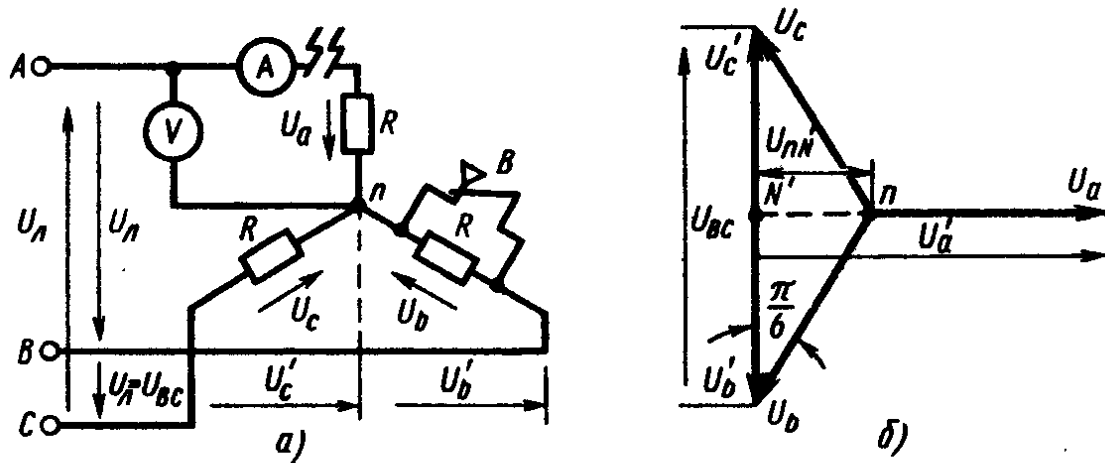


Рис. 7.13

нутом выключателе (направляем вектор \underline{U}_a по оси действительных положительных чисел): $\underline{U}_a = U_a e^{i\varphi} = U_a e^{i0} = U_a = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ В}$.

Показание амперметра: $\underline{I}_\phi = \underline{U}_a / \underline{Z}_a = U_a / R = \frac{127}{10} = 12,7 \text{ А}$ или $I_\phi = I_n = 12,7 \text{ А}$.

При обрыве линейного провода А к двум не поврежденным фазам подводится линейное напряжение $U_{BC} = 220 \text{ В}$, которое распределится на равные части, так как сопротивления фаз одинаковы: $U'_b = U'_c = U_{BC} / 2 = 220 / 2 = 110 \text{ В}$.

Напряжение при смещении нейтральной точки n находят из векторной диаграммы (рис. 7.13, б): $U_{Nn} = U_b / 2 = 127 / 2 = 63,5 \text{ В}$.

Показание вольтметра при замкнутом выключателе находят из векторной диаграммы (рис. 7.13, б): $\underline{U}'_a = \underline{U}_a + \underline{U}'_{Nn} = 127 + 63,5 = 190,5 \text{ В}$.

7.14. Для электрической цепи рис. 7.14, а определить фазные I_ϕ и линейные I_n токи, если при симметричном питании линейное напряжение $U_n = 220 \text{ В}$, а комплексные сопротивления фаз: $\underline{Z}_{ab} = (12 + j16) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_{bc} = 12 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_{ca} = (8 + j6) \text{ Ом}$. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Решение. Комплексные линейные напряжения (направляя вектор линейного напряжения \underline{U}_{AB} по оси действительных чисел):

$$\underline{U}_{AB} = U_{AB} = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_{BC} = U_{BC} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = U_{BC} \times$$

$$\times \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 220(-0,5 - j0,866) = (-110 - j190) \text{ В},$$

$$\underline{U}_{CA} = U_{CA} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = U_{CA} \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) =$$

$$= 220(-0,5 + j0,866) = (-110 + j190) \text{ В}.$$

Комплексные токи:

$$\text{фазные: } \underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{220}{12 + j16} = \frac{220(12 - j16)}{(12 + j16)(12 - j16)} = (6,6 -$$

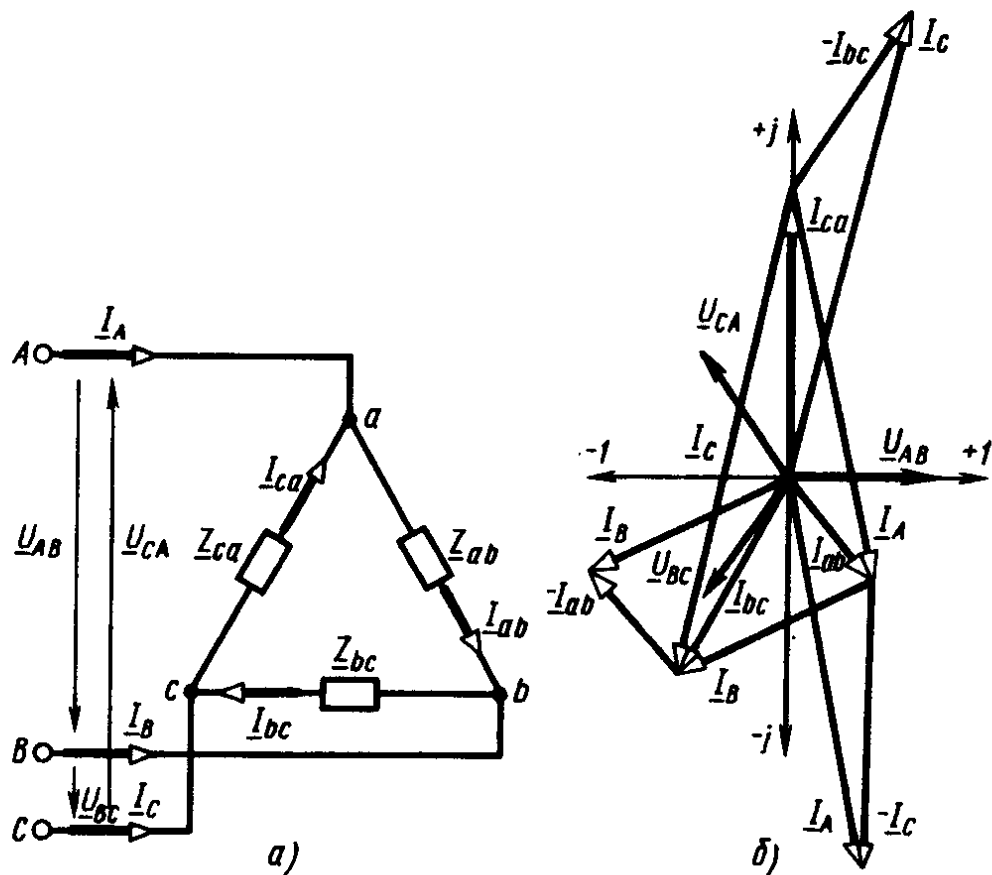


Рис. 7.14

$$-j8,8) \text{ A}; \underline{I}_{bc} = \frac{U_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{-110 - j190}{12} = (-9,17 - j15,8) \text{ A}; \underline{I}_{ca} = \frac{U_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{-110 + j190}{8 + j6} = \frac{(-110 + j190)(8 - j6)}{8^2 + 6^2} = (2,6 + j21,8) \text{ A};$$

линейные: $\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 6,6 - j8,8 - 2,6 - j21,8 = (4 - j30,6) \text{ A}$ или $I_A = \sqrt{4^2 + 30,6^2} = 30,8 \text{ A}$; $\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = -9,17 - j15,8 - 6,6 + j8,8 = (15,8 - j7) \text{ A}$ или $I_B = \sqrt{15,8^2 + 7^2} = 17,3 \text{ A}$; $\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 2,6 + j21,8 + 9,17 + j15,8 = (11,8 - j37,6) \text{ A}$ или $I_C = \sqrt{11,8^2 + 37,6^2} = 39,4 \text{ A}$.

Построение векторной диаграммы напряжений и токов для рассматриваемой цепи представлено на рис. 7.14, б.

7.15. Для схемы рис. 7.15 определить фазные токи I_{ab} , I_{bc} , I_{ca} и фазные напряжения U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} потребителя электроэнергии, соединенного «треугольником». Линейные напряжения симметричной системы питания $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L = 110 \text{ В}$, активные и реактивные сопротивления фаз потребителя: $R_1 = 40 \text{ Ом}$; $R_2 = 35 \text{ Ом}$; $R_3 = 25 \text{ Ом}$; $X_{L1} = 20 \text{ Ом}$; $X_{L2} = 25 \text{ Ом}$; $X_C = 30 \text{ Ом}$.

Решение. Комплексные сопротивления фаз потребителя: $\underline{Z}_{ab} = R_1 + jX_{L1} = (40 + j20) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_{bc} = R_2 + jX_{L2} = (35 + j25) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_{ca} = R_3 - jX_C = (25 - j30) \text{ Ом}$.

Комплексные фазные (в данном случае и линейные) напряжения определяют, считая, что вектор \underline{U}_{AB} направлен по оси действительных величин, тогда:

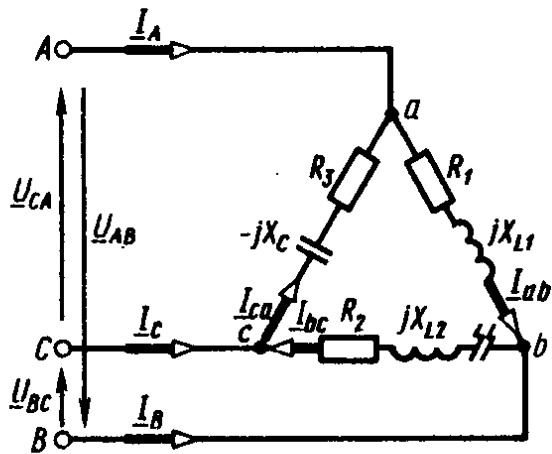


Рис. 7.15

Фазные токи: $\underline{I}_{ab} = \frac{U_{AB}}{Z_{ab}} = \frac{110}{40 + j20} = \frac{110(40 - j20)}{40^2 + 20^2} = (2,2 - j1,1)$ А или $I_{ab} = \sqrt{2,2^2 + 1,1^2} = 2,46$ А; $\underline{I}_{bc} = \frac{U_{BC}}{Z_{bc}} = \frac{-55 - j95}{35 + j25} = \frac{(-55 - j95)(35 - j25)}{35^2 + 25^2} = (2,3 - j1,05)$ А или $I_{bc} = \sqrt{2,3^2 + 1,05^2} = 2,53$ А; $\underline{I}_{ca} = \frac{U_{CA}}{Z_{ca}} = \frac{-55 + j95}{25 - j30} = \frac{(-55 + j95)(25 + j30)}{25^2 + 30^2} = (2,78 + j0,475)$ А или $I_{ca} = \sqrt{2,78^2 + 0,475^2} = 2,82$ А.

Линейные токи: $\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 2,2 - j1,1 + 2,78 - j0,475 = (4,98 - j1,575)$ А или $I_A = \sqrt{4,98^2 + 1,575^2} = 5,22$ А; $\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = -2,3 - j1,05 - 2,2 + j1,1 = (-4,5 - j0,05)$ А или $I_B = \sqrt{4,5^2 + 0,05^2} = 4,50$ А; $\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = -2,78 + j0,475 + 2,3 + j1,05 = (-0,48 + j1,48)$ А или $I_C = \sqrt{0,48^2 + 1,48^2} = 1,56$ А.

7.16. Для условий задачи 7.15 определить линейные токи I_L и построить векторную диаграмму напряжений и токов при обрыве фазы bc (см. рис. 7.15).

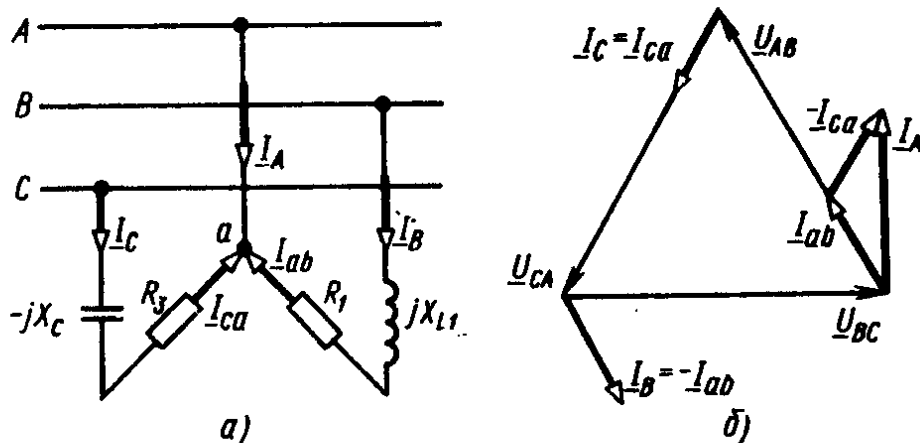


Рис. 7.16

Решение. Комплексные напряжения фаз: $\underline{U}_{AB} = U_{AB} = 110$ В; $\underline{U}_{BC} = (-55 - j95)$ В; $\underline{U}_{CA} = (-55 + j95)$ В.

Фазные токи потребителя (при обрыве фазы bc схема преобразуется в открытый треугольник, рис. 7.16, а): $\underline{I}_{ab} = \frac{U_{AB}}{Z_1} = \frac{110}{40 + j20} = \frac{110(40 - j20)}{40^2 + 20^2} = (-2,2 - j1,1)$ А; $I_{bc} = 0$; $\underline{I}_{ca} = \frac{U_{CA}}{Z_3} =$

$$= \frac{-55 + j95}{25 - j30} = \frac{(-55 + j95)(25 + j30)}{25^2 + 30^2} = (-2,78 + j0,475)$$
 А.

Линейные токи при обрыве фазы bc : $\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 2,2 - j1,1 + 2,78 - j0,475 = (4,98 - j1,575)$ А или $I_A = \sqrt{4,98^2 + 1,575^2} = 5,2$ А; $\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = 0 - \underline{I}_{ab} = -(-2,2 - j1,1) = (2,2 + j1,1)$ А или $I_B = \sqrt{2,2^2 + 1,1^2} = 2,45$ А; $\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = \underline{I}_{ca} - 0 = \underline{I}_{ca} = (-2,78 + j0,475)$ А или $I_C = \sqrt{2,87^2 + 0,475^2} = 2,83$ А.

Векторная диаграмма токов и напряжений для рассматриваемой электрической цепи, построенная топографическим методом, приведена на рис. 7.16, б.

Из диаграммы видно, что линейный ток I_L протекает только в линейном проводе А. В линейных проводах В и С: $I_L = I_\phi$. В линейном проводе В ток изменяет направление.

7.17. Найти распределение токов в электрической цепи (рис. 7.17) при замкнутом и разомкнутом выключателе В. Линейное симметричное напряжение $U_L = 220$ В, сопротивления резисторов: $R_1 = R_2 = R_3 = 20$ Ом.

Решение. При замкнутом выключателе комплексные фазные напряжения (направляем вектор \underline{U}_{AB} по оси действительных чисел комплексной плоскости): $\underline{U}_{AB} = U_{AB} e^{j\varphi} = U_{AB} e^{j0} = U_{AB} = 220$ В; $\underline{U}_{BC} = U_{BC} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = U_{BC} \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 220 \times \left(-0,5 - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = (-110 - j190)$ В; $\underline{U}_{CA} = U_{CA} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = U_{CA} \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = 220 \left(-0,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = (-110 + j190)$ В.

Комплексные токи:

фазные: $\underline{I}_{ab} = \underline{U}_{AB}/R_1 = 220/20 = 11$ А или $I_{ab} = 11$ А; $\underline{I}_{bc} = \frac{U_{BC}}{R_2} = \frac{-110 - j190}{20} = (-5,5 - j9,5)$ А или $I_{bc} = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11$ А; $\underline{I}_{ca} = \frac{U_{CA}}{R_3} = \frac{-110 + j190}{20} = (-5,5 + j9,5)$ А; или $I_{ca} = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11$ А.

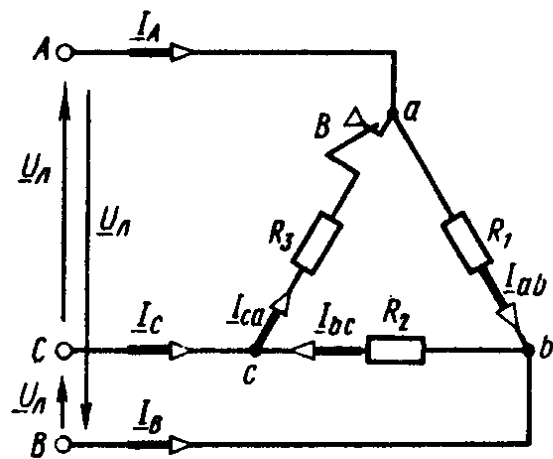


Рис. 7.17

линейные: $\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = 11 - (-5,5 + j9,5) = (16,5 - j9,5)$ А или $I_A = \sqrt{16,5^2 + 9,5^2} = 19$ А; $\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = (-5,5 - j9,5) - 11 = (-16,5 - j9,5)$ А или $I_B = \sqrt{16,5^2 + 9,5^2} = 19$ А; $\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = (-5,5 + j9,5) - (-5,5 - j9,5) = j19$ А или $I_C = 19$ А.

При разомкнутом выключателе комплексные фазные токи:
 $\underline{I}_{ab} = \frac{U_{AB}}{R_1} = \frac{220}{20} = 11$ А или $I_{ab} = 11$ А; $\underline{I}_{bc} = \frac{U_{BC}}{R_2} = \frac{-110 - j190}{20} = (-5,5 - j9,5)$ А или $I_{bc} = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11$ А;

$$\underline{I}_{ca} = \frac{U_{CA}}{R_3} = 0;$$

линейные: $\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = \underline{I}_{ab} - 0 = 11$ А или $I_A = 11$ А; $\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = (-5,5 - j9,5) - 11 = (-16,5 - j9,5)$ А или $I_B = \sqrt{16,5^2 + 9,5^2} = 19$ А; $\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 0 - \underline{I}_{bc} = -(-5,5 - j9,5) = (5,5 + j9,5)$ А или $I_C = \sqrt{5,5^2 + 9,5^2} = 11$ А.

7.18. В трехфазную трехпроводную питающую сеть с линейным симметричным напряжением $U_L = 380$ В включена активная симметричная нагрузка с сопротивлениями фаз $R_1 = 10$ Ом и соединением фаз «звездой», а также трехфазный симметричный потребитель электроэнергии с активным и реактивным индуктивным сопротивлением фаз: $R_2 = 3$ Ом и $X_L = 4$ Ом (рис. 7.18, а).

Пренебрегая сопротивлением питающих проводов, определить коэффициент мощности $\cos \varphi$ и линейные токи I_L в электрической цепи. Построить векторную диаграмму напряжений и токов.

Решение. Ток в цепи активной нагрузки: $I_1 = U_\phi / R_1 = U_L / \sqrt{3} \cdot R_1 = 380 / \sqrt{3} \cdot 10 = 22$ А, так как $U_L = \sqrt{3} U_\phi$.

Фазный ток трехфазного потребителя, содержащего индуктивное сопротивление: $I_2 = \frac{U_\phi}{Z} = \frac{U_\phi}{\sqrt{R_2^2 + X_L^2}} = \frac{220}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 44$ А.

Составляющие фазных токов потребителей:

активные: $I_{1a} = 22$ А; $I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2 = I_2 R_2 / Z = 44 \cdot \frac{3}{5} = 26,4$ А;

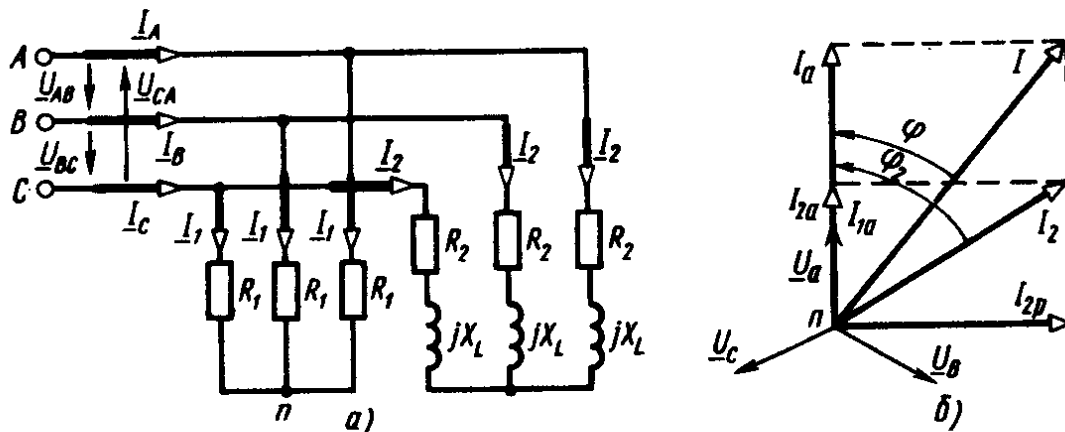


Рис. 7.18

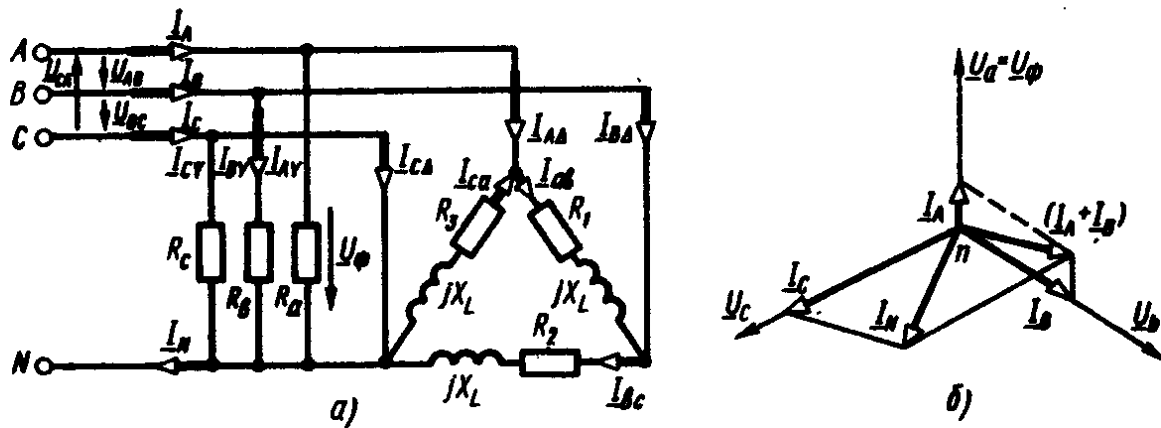


Рис. 7.19

реактивные: $I_{1p} = 0$; $I_{2p} = I_2 \sin \varphi_2 = I_2 \frac{X_L}{Z} = 44 \cdot \frac{4}{5} = 35,2 \text{ А}$.

Составляющие токов в линейном проводе:

активная: $I_a = I_{1a} + I_{2a} = 22 + 26,4 = 48,4 \text{ А}$; реактивная: $I_p = I_{1p} + I_{2p} = 0 + 35 = 35,2 \text{ А}$.

Линейные токи: $I_A = I_B = I_C = I_n = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{48,4^2 + 35,2^2} = 59,5 \text{ А}$.

Коэффициент мощности всей цепи: $\cos \varphi = I_a / I_n = 48,4 / 59,5 = 0,815$.

Векторная диаграмма напряжений и токов для одной фазы потребителя приведена на рис. 7.18, б.

7.19. В четырехпроводную трехфазную электрическую цепь (рис. 7.19, а) с линейным симметричным напряжением $U_n = 380 \text{ В}$ включены «звездой» три активных сопротивления, активная мощность которых $P_A = 0,55 \text{ кВт}$; $P_B = 1,1 \text{ Вт}$; $P_C = 2,64 \text{ кВт}$ и трехфазный симметричный потребитель с мощностью $P = 3630 \text{ Вт}$, имеющий коэффициент мощности $\cos \varphi = 0,8$, включенный «треугольником». Пренебрегая сопротивлением питающих проводов, определить токи I_n в линии и ток I_N в нейтральном проводе.

Решение. Фазные напряжения потребителя электроэнергии, соединенного «звездой»: $U_\phi = U_a = U_b = U_c = U_n / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$.

Фазные токи потребителя, соединенного «звездой»: $I_A = \frac{P_A}{U_a \cos \varphi_a} = \frac{550}{220 \cdot 1} = 2,5 \text{ А}$; $I_B = \frac{P_B}{U_b \cos \varphi_b} = \frac{1100}{220 \cdot 1} = 5 \text{ А}$; $I_C = \frac{P_C}{U_c \cos \varphi_c} = \frac{2640}{220 \cdot 1} = 12 \text{ А}$.

Ток в нейтральном проводе определяем графическим путем. В соответствии с первым законом Кирхгофа для нейтральной точки n имеем: $I_N = I_A + I_B + I_C$; $I_N = 9 \text{ А}$.

На рис. 7.19, б приведена векторная диаграмма напряжений и токов потребителя, соединенного «звездой».

Токи потребителя, соединенного «треугольником»:

фазные: $I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} = I_\phi = \frac{P}{3U_n \cos \varphi_\phi} = \frac{3630}{3 \cdot 380 \cdot 0,8} = 4 \text{ А}$;

линейные: $I_A = I_B = I_C = \sqrt{3} I_{ab} = \sqrt{3} I_{bc} = \sqrt{3} I_{ca} = \sqrt{3} \cdot 4 = 6,92 \text{ А}$.

Составляющие токов потребителя, соединенного «звездой»:
 активная: $I_{Aa} = 2,5$ А; $I_{Ba} = 10$ А; $I_{Ca} = 12$ А; реактивная:
 $I_{Ap} = I_{Bp} = I_{Cp} = 0$.

Составляющие токов потребителя, соединенного «треугольником»:

активные: $I_{aba} = I_{bca} = I_{caa} = I_{ab} \cos \varphi_{\phi} = I_{bc} \cos \varphi_{\phi} = I_{ca} \cos \varphi_{\phi} =$
 $= 4 \cdot 0,8 = 3,2$ А; реактивные: $I_{abp} = I_{bcp} = I_{cap} = I_{ab} \sin \varphi_{\phi} =$
 $= I_{bc} \sin \varphi_{\phi} = I_{ca} \sin \varphi_{\phi} = 4 \cdot 0,6 = 2,4$ А.

Суммарные составляющие тока в линейных проводах:

активные: $I'_{Aa} = I_{Aa} + I_{aba} = 2,5 + 3,2 = 5,7$ А; $I'_{Ba} = I_{Ba} +$
 $+ I_{bca} = 10 + 3,2 = 13,2$ А; $I'_{Ca} = I_{Ca} + I_{caa} = 12 + 3,2 = 15,2$ А;
 реактивные: $I'_{Ap} = I_{Ap} + I_{abp} = 0 + 2,4 = 2,4$ А; $I'_{Bp} = I_{Bp} +$
 $+ I_{bcp} = 0 + 2,4 = 2,4$ А; $I'_{Cp} = I_{Cp} + I_{cap} = 0 + 2,4 = 2,4$ А.

Линейные токн: $I_A = \sqrt{(I'_{Aa})^2 + (I'_{Ap})^2} = \sqrt{5,7^2 + 2,4^2} = 6,2$ А;
 $I_B = \sqrt{(I'_{Ba})^2 + (I'_{Bp})^2} = \sqrt{13,2^2 + 2,4^2} = 13,4$ А; $I_C = \sqrt{(I'_{Ca})^2 +$
 $+ (I'_{Cp})^2} = \sqrt{15,2^2 + 2,4^2} = 15,45$ А. Векторная диаграмма потре-
 бителя, соединенного «звездой», приведена на рис. 7.19, б.

7.20. Три группы осветительных ламп мощностью $P = 100$ Вт каждая с номинальным напряжением $U_{ном} = 220$ В соединены по схеме «звезда» с нейтральным проводом (рис. 7.20, а). При этом в фазе А включено параллельно $n_1 = 6$ ламп, в фазе В — $n_2 = 4$ лампы, в фазе С — $n_3 = 2$ лампы. Линейное симметричное напряжение источника питания $U_L = 380$ В.

Определить фазные сопротивления Z_{ϕ} и фазные токи I_{ϕ} потребителя электроэнергии. Построить векторную диаграмму токов и напряжений, определить ток I_N в нейтральном проводе.

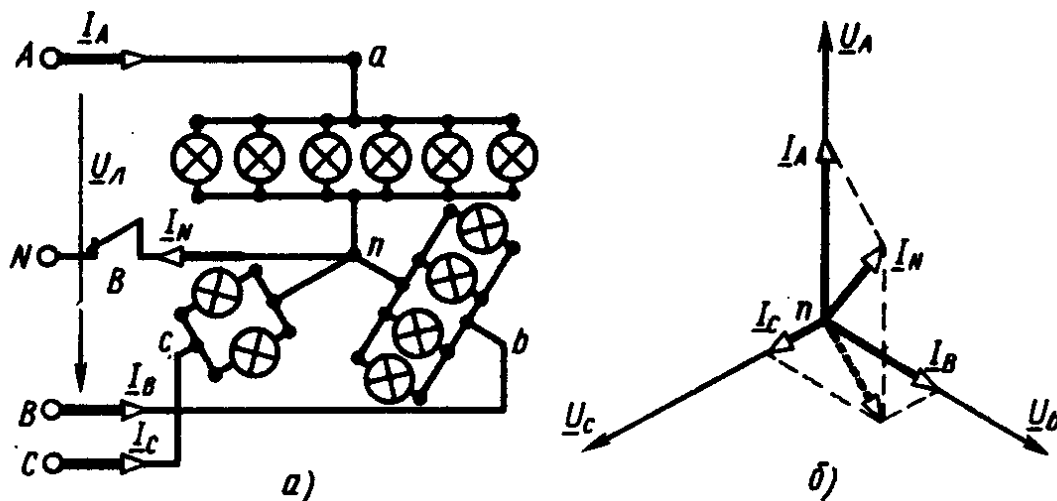


Рис. 7.20

Решение. Активные сопротивления фаз потребителя: $R_a =$
 $= \frac{U_{\phi}^2}{n_1 P} = \frac{220^2}{6 \cdot 100} = 81$ Ом; $R_b = \frac{U_{\phi}^2}{n_2 P} = \frac{220^2}{100 \cdot 4} = 120$ Ом; $R_c =$
 $= \frac{U_{\phi}^2}{n_3 P} = \frac{220^2}{100 \cdot 2} = 242$ Ом; здесь $U_{\phi} = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220$ В.

Фазные токи: $I_A = \frac{U_\phi}{R_a} = \frac{220}{81} = 2,7 \text{ А}$; $I_B = \frac{U_\phi}{R_b} = \frac{220}{120} = 1,82 \text{ А}$; $I_C = \frac{U_\phi}{R_c} = \frac{220}{242} = 0,9 \text{ А}$.

Ток в нейтральном проводе определяем графическим путем. На рис. 7.20, б приведена векторная диаграмма напряжений и токов, из которой находим ток в нейтральном проводе $I_N = 1,57 \text{ А}$.

7.21. Трехфазный несимметричный потребитель электроэнергии, фазы которого соединены «звездой» с нейтральным проводом и питаются от симметричного источника питания с фазными ЭДС: $E_A = E_B = E_C = E_\phi$. Определить ток I_N в нейтральном проводе, а также фазные токи I_ϕ и фазные напряжения U_ϕ при отключении (или обрыве) нейтрального провода, если линейные токи: $I_A = 2,7 \text{ А}$; $I_B = 1,82 \text{ А}$; $I_C = 0,9 \text{ А}$, фазные сопротивления: $R_a = 81 \text{ Ом}$; $R_b = 120 \text{ Ом}$; $R_c = 242 \text{ Ом}$ (рис. 7.21, а).

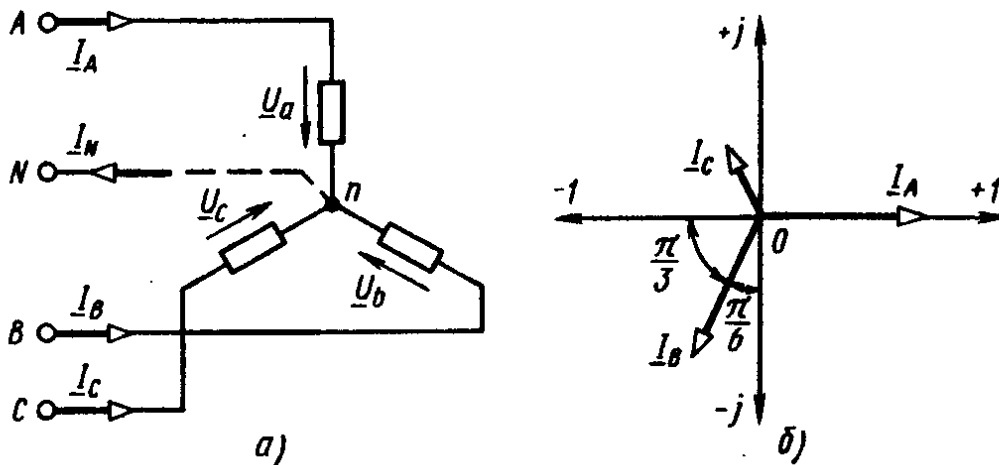


Рис. 7.21

Решение. Направляем вектор \underline{I}_A по оси действительных чисел (рис. 7.21, б), тогда комплексные линейные токи и ток в нейтральном проводе:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= I_A e^{j0^\circ} = I_A; \quad \underline{I}_B = I_B e^{-j\frac{2\pi}{3}} = I_B \left(\cos\frac{2\pi}{3} - \right. \\ &\quad \left. - j \sin\frac{2\pi}{3} \right); \quad \underline{I}_C = I_C e^{-j\frac{4\pi}{3}} = I_C \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j \sin\frac{4\pi}{3} \right); \\ \underline{I}_N &= \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \left(\cos\frac{2\pi}{3} - j \sin\frac{2\pi}{3} \right) + \\ &\quad + I_C \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j \sin\frac{4\pi}{3} \right) = 2,7 + 1,82 (-0,5 - j0,866) + \\ &\quad + 0,9 (-0,5 + j0,866) = (1,34 - j0,8) \text{ А}. \end{aligned}$$

Из векторной диаграммы (рис. 7.21, б) следует, что комплексный ток \underline{I}_B отстает по фазе от комплексного тока \underline{I}_A и с отрицательной частью вещественной оси образует угол $\pi/3$, а с осью

мнимых чисел — угол $\pi/6$. Отсюда выражение для комплексного тока $\underline{I}_B = I_B \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 1,82(-0,5 - j0,866)$ А.

Аналогично для комплексного тока $\underline{I}_C = I_C(\cos 4\pi/3 + j \sin 4\pi/3) = 0,9(-0,5 + j0,866)$ А.

Ток в нейтральном проводе $I_N = \sqrt{1,34^2 + 0,8^2} = 1,56$ А.

Полиые проводимости фаз потребителя: $\underline{Y}_a = 1/R_a = 1/81$ См; $\underline{Y}_b = 1/R_b = 1/120$ См; $\underline{Y}_c = 1/R_c = 1/242$ См.

Комплексные фазные ЭДС источника питания: $\underline{E}_A = E_A = 220$ В; $\underline{E}_B = E_B e^{-j\frac{2\pi}{3}} = E_B \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 220(-0,5 - j0,866) = (-110 - j190)$ В; $\underline{E}_C = E_C e^{-j\frac{4\pi}{3}} = E_C \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = 220(-0,5 + j0,866) = (-110 + j190)$ В.

Комплексное узловое напряжение с учетом того, что при обрыве нейтрального провода между нейтральными точками источника N и потребителя n будет действовать напряжение смещения нейтрали U_{nN} , равное геометрической разности между напряжениями генератора и потребителя:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{nN} &= \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_a + \underline{E}_B \underline{Y}_b + \underline{E}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} = \\ &= \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_a + E_B \left(\cos \frac{2}{3} \pi - j \sin \frac{2}{3} \pi \right) \underline{Y}_b}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} + \\ &+ \frac{E_C \left(\cos \frac{4}{3} \pi - j \sin \frac{4}{3} \pi \right) \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c} = \\ &= \frac{220 \frac{1}{81} + 220(-0,5 - j0,866)}{\frac{1}{81} + \frac{1}{120} + \frac{1}{242}} + \\ &+ \frac{\frac{1}{120} + 220(-0,5 + j0,866) \frac{1}{242}}{\frac{1}{81} + \frac{1}{120} + \frac{1}{242}} = (68,5 - j34,3) \text{ В.} \end{aligned}$$

Фазные напряжения потребителя:

$$\underline{U}_a = \underline{E}_A - \underline{U}_{nN} = 220 - (68,5 - j34,3) = (151,5 + j34,3) \text{ В или}$$

$$U_a = \sqrt{151,5^2 + 34,3^2} = 154 \text{ В; } \underline{U}_b = \underline{E}_B - \underline{U}_{nN} = (-110 - j190) - (68,5 - j34,3) = (-178,5 - j155,7) \text{ В или}$$

$$U_b = \sqrt{178,5^2 + 155,7^2} = 236,5 \text{ В; } \underline{U}_c = \underline{E}_C - \underline{U}_{nN} = (-110 + j190) - (68,5 - j34,3) = (-178,5 + j224,3) \text{ В или}$$

$$U_c = \sqrt{178,5^2 + (224,3)^2} = 286 \text{ В.}$$

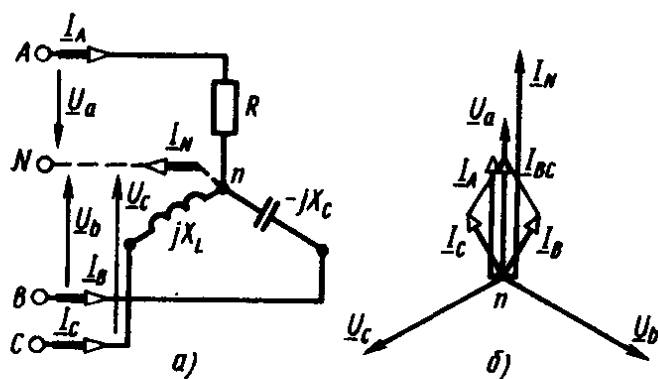


Рис. 7.22

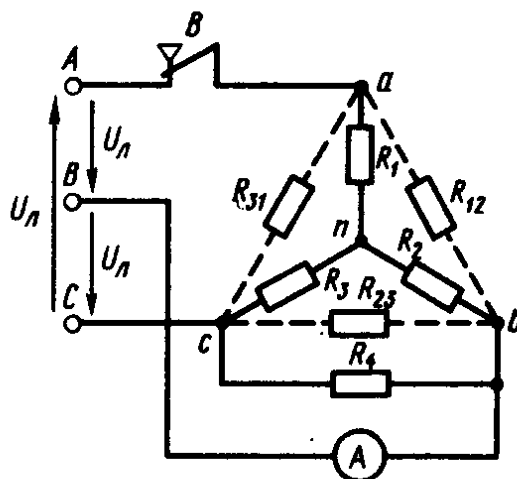


Рис. 7.23

Фазные токи при обрыве нейтрального провода:

$$\underline{I}'_A = \frac{U_a}{R_a} = \frac{151,5 + j34,3}{81} = (1,87 + j0,424) \text{ А или}$$

$$\text{или } I'_A = \sqrt{1,87^2 + 0,424^2} = 1,87 \text{ А; } \underline{I}'_B = \frac{U_b}{R_b} = \frac{-178,5 - j155,7}{120} =$$

$$= (-1,49 - j1,3) \text{ А или } I'_B = \sqrt{1,49^2 + 1,3^2} = 1,97 \text{ А;}$$

$$\underline{I}'_C = \frac{U_c}{R_c} = \frac{-178,5 + j224,3}{242} = (-0,74 + j0,93) \text{ А или}$$

$$I'_C = \sqrt{0,74^2 + 0,93^2} = 1,18 \text{ А.}$$

7.22. Фазы трехфазного потребителя электроэнергии соединены «звездой» с нейтральным проводом (рис. 7.22, а). Активные и реактивные сопротивления фаз соответственно равны: $R = 25,4 \text{ Ом}$; $X_L = X_C = 44 \text{ Ом}$. Фазное напряжение симметричной системы питания $U_\phi = 220 \text{ В}$.

Определить ток I_N в нейтральном проводе с помощью векторной диаграммы токов и напряжений. При каком условии ток в нейтральном проводе $I_N = 0$?

Решение. Токи по фазам: $I_A = U_\phi / R = 220 / 25,4 = 8,56 \text{ А}$; $I_B = U_\phi / X_C = 220 / 44 = 5 \text{ А}$; $I_C = U_\phi / X_L = 220 / 44 = 5 \text{ А}$. Суммарный ток $I_{BC} = \sqrt{I_B^2 + I_C^2 - 2I_B I_C \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)} = \sqrt{5^2 + 5^2 + 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot (-0,5)} = 8,56 \text{ А}$. Ток в нейтральном проводе (рис. 7.22, б): $I_N = I_{BC} + I_A = 8,56 + 8,56 = 17,12 \text{ А}$.

Если поменять местами конденсатор и катушку, то $I_N = 0$.

7.23. Для трехфазной электрической цепи, представленной сплошными линиями на рис. 7.23, определить показание амперметра А при замкнутом и разомкнутом положениях выключателя В. Линейное симметричное напряжение питающей сети $U_\Delta = 380 \text{ В}$, сопротивления резисторов: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 38 \text{ Ом}$.

Решение. При замкнутом выключателе фазные сопротивления цепи (рис. 7.23), преобразованной в «треугольник» сопротив-

лений: $R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} = 38 + 38 + \frac{38 \cdot 38}{38} = 114 \text{ Ом}$.

Так как $R_1 = R_2 = R_3$, то $R_{12} = R_{23} = R_{31} = 114 \text{ Ом}$.

Сопротивление параллельных ветвей, включенное между узлами b и c : $R_{bc} = \frac{R_{23} R_4}{R_{23} + R_4} = \frac{114 \cdot 38}{114 + 38} = 28,5 \text{ Ом}$.

Комплексные фазные токи: $\underline{I}_{ab} = \frac{U_{ab}}{R_{12}} = \frac{380}{114} = 3,3 \text{ А}$;

$\underline{I}_{bc} = \frac{U_{bc}}{R_{bc}} = \frac{380(-0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2})}{28,5} = \frac{-190 - j330}{28,5} = (-6,8 - j11,5) \text{ А}$.

Показание амперметра: $\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = (-6,8 - j11,5) - 3,3 = (-10,1 - j11,5) \text{ А}$ или $I_B = \sqrt{10,1^2 + 11,5^2} = 15 \text{ А}$.

При разомкнутом выключателе общее сопротивление параллельной ветви: $R_0 = \frac{(R_{12} + R_{31})R_{bc}}{R_{12} + R_{31} + R_{bc}} = \frac{(114 + 114)28,5}{114 + 114 + 28,5} = \frac{76}{3} = 25,3 \text{ Ом}$.

Показание амперметра: $I_B = U_{л}/R_0 = 380/25,3 = 15 \text{ А}$.

Задачи

7.24. Определить активную мощность P симметричного трехфазного потребителя электрической энергии, фазы которого соединены «звездой» (рис. 7.24). Линейное симметричное напряжение питающей сети $U_{л} = 100 \text{ В}$, сопротивление резистора $R = 6 \text{ Ом}$, емкостное сопротивление конденсаторов $X_C = 8 \text{ Ом}$. Ответ: $P = 600 \text{ Вт}$.

7.25. В трехпроводную трехфазную сеть с линейным напряжением $U_{л} = 220 \text{ В}$ включен трехфазный симметричный потребитель, фазы которого соединены «звездой» (рис. 7.25). Активное и индуктивное сопротивления фаз потребителя: $R = 3 \text{ Ом}$ и $X_L = 4 \text{ Ом}$, активное и индуктивное сопротивление каждого провода питающей линии: $R_{л} = 3 \text{ Ом}$, $X_{л} = 4 \text{ Ом}$. Определить напряжение U на зажимах источника питания, коэффициент мощности $\cos \varphi$ потребителя и активную P , реактивную Q и полную S его мощности. Ответ. $U_a = 245 \text{ В}$; $\cos \varphi = 0,6$; $P = 5,82 \text{ кВт}$; $Q = 7,75 \text{ квар}$; $S = 9,65 \text{ кВт}\cdot\text{А}$.

7.26. По данным задачи 7.25 определить падение напряжения $U_{пр}$ и потерю напряжения $\Delta U_{пр}$ в питающей линии, построить векторную диаграмму напряжений и токов. Ответ. $U_{пр} = 127 \text{ В}$; $\Delta U_{пр} = 220 \text{ В}$.

7.27. К трехфазной симметричной системе питания подключены три резистора с сопротивлениями: $R_1 = R_2 = R_3 = R = 10 \text{ Ом}$, соединенные «треугольником». Линейное на-

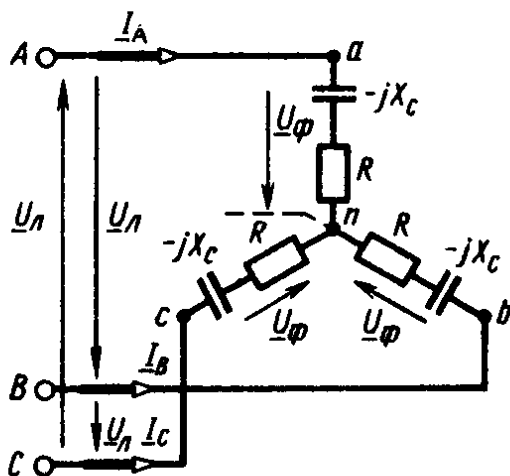


Рис. 7.24

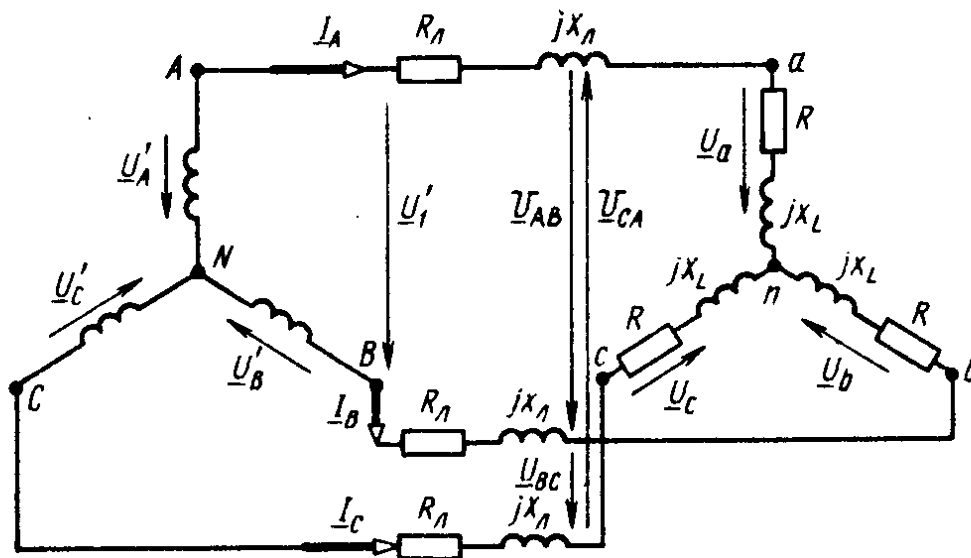


Рис. 7.25

напряжение питающей сети $U_{л} = 220$ В. Определить фазные I_{ϕ} и линейные $I_{л}$ токи в нормальном режиме работы и при обрыве линейного провода C, токи в линиях I_A и I_B . Ответ: $I_{\phi} = 22$ А; $I_{л} = 38$ А; $I_A = I_B = 33$ А.

7.28. В электрической цепи трехфазного симметричного потребителя электроэнергии, соединенного «треугольником», показание амперметра, включенного в фазу A: $I_A = I_{л} = 22$ А, сопротивления резисторов: $R_{ab} = R_{bc} = R_{ca} = 6$ Ом, конденсаторов: $X_{ab} = X_{bc} = X_{ca} = 8$ Ом. Определить линейное напряжение $U_{л}$, активную P , реактивную Q и полную S мощности. Построить векторную диаграмму. Ответ. $U_{л} = 127$ В; $P = 2,9$ кВт; $Q = 3,88$ квар; $S = 4,85$ кВ·А.

7.29. В трехфазную симметричную сеть с линейным напряжением $U_{л} = 120$ В включены «треугольником» три резистора с сопротивлениями $R = 3$ Ом и индуктивные сопротивления $X_L = 4$ Ом. Определить фазные I_{ϕ} и линейные $I_{л}$ токи, а также активную P_{ϕ} , реактивную Q_{ϕ} и полную S_{ϕ} мощности фаз потребителя. Ответ. $I_{\phi} = 24$ А; $I_{л} = 41,5$ А; $P_{\phi} = 1,728$ кВт; $Q_{\phi} = 2,304$ квар; $S_{\phi} = 2,88$ кВ·А.

7.30. Для трехфазного потребителя электроэнергии, соединенного «треугольником», определить фазные токи I_{ϕ} , активную P , реактивную Q и полную S мощности потребителя. Линейное напряжение $U_{л} = 220$ В, активное и реактивное сопротивления фаз потребителя: $R_{ab} = 3$ Ом; $X_{ab} = 4$ Ом; $R_{bc} = 6$ Ом; $X_{bc} = 8$ Ом; $R_{ca} = 2$ Ом; $X_{ca} = 3$ Ом. Задачу решить с применением комплексных чисел. Ответ. $I_{ab} = 44$ А; $I_{bc} = 22$ А; $I_{ca} = 61$ А; $P = 16,15$ кВт; $Q = 22,75$ квар; $S = 28$ кВ·А.

7.31. Потребитель электрической энергии, соединенный «звездой» с активными и реактивными (индуктивными) сопротивлениями фаз: $R_a = R_b = R_c = R_{\phi} = 30$ Ом, $X_a = X_b = X_c = X_{\phi} = 4$ Ом включен в трехфазную симметричную сеть с линейным напряжением $U_{л} = 220$ В. Определить фазные I_{ϕ} и линейные $I_{л}$ токи и активную мощность P потребителя. Построить векторную диаграмму напряжений и токов. Ответ. $I_{\phi} = I_{л} = 25,4$ А; $P = 5,8$ кВт.

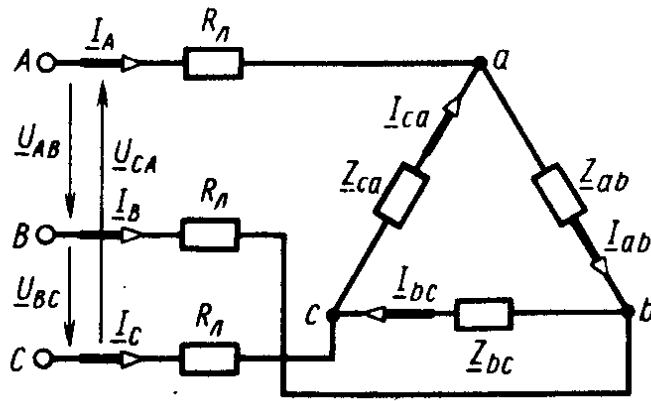


Рис. 7.33

7.32. Для условий задачи 7.31 определить фазные I_ϕ и линейные I_Δ токи, а также активную мощность P потребителя электроэнергии, построить векторную диаграмму напряжений и токов, если потребитель соединен «треугольником». Ответ. $I_\phi = 44$ А; $I_\Delta = 76,5$ А; $P = 17,4$ кВт.

7.33. К трехфазному симметричному источнику питания подключен несимметричный потребитель электроэнергии, соединенный «треугольником» (рис. 7.33). Сопротивления фаз потребителя: $Z_{ab} = 5$ Ом; $Z_{bc} = 10$ Ом; $Z_{ca} = 10$ Ом, активное сопротивление питающей линии $R_\Delta = 0,5$ Ом. Определить линейные I_Δ токи потребителя, если линейные напряжения на его зажимах $U_\Delta = 380$ В. Ответ. $I_A = I_B = 81,2$ А; $I_C = 44,7$ А.

7.34. Активные и реактивные сопротивления фаз трехфазного потребителя (рис. 7.34): $R = 44$ Ом; $X_L = 44$ Ом; $X_C = 44$ Ом; фазные напряжения $U_a = U_b = U_c = U_\phi = 220$ В. Определить токи I_ϕ в фазах потребителя и ток I_N в нейтральном проводе, построить векторную диаграмму токов и напряжений. Ответ. $I_\phi = 5$ А; $I_N = 3,65$ А.

7.35. В условиях задачи 7.34 определить сопротивление резистора R в фазе A трехфазного потребителя, при котором ток в нейтральном проводе $I_N = 0$. Ответ. $R = 25,4$ Ом.

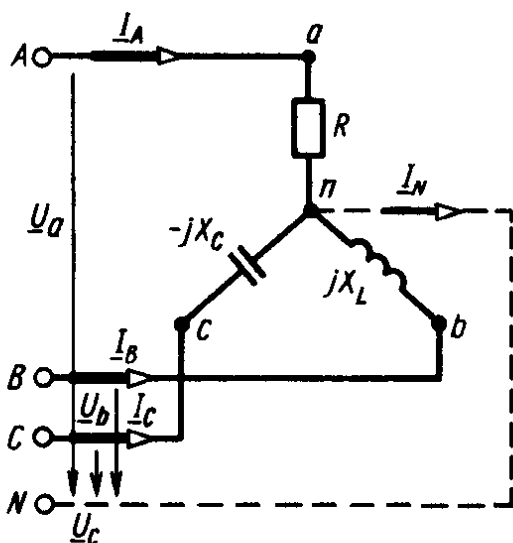


Рис. 7.34

7.36. Представить выражение для комплексных линейных напряжений \underline{U}_Δ симметричного трехфазного потребителя электроэнергии, соединенного «звездой», в алгебраической форме записи, если известны его комплексные фазные напряжения в показательной форме записи: $\underline{U}_a = U_\phi = 127$ В; $\underline{U}_b = U_\phi e^{-j\frac{2\pi}{3}}$; $\underline{U}_c = U_\phi e^{-j\frac{4\pi}{3}}$ В; $U_\Delta = \sqrt{3}U_\phi = \sqrt{3} \cdot 127 = 220$ В. Ответ. $\underline{U}_{AB} = 220(\sqrt{3}/2 + j1/2)$ В; $\underline{U}_{BC} = -j220$ В; $\underline{U}_{CA} = 220(-\sqrt{3}/2 + j1/2)$ В.

Величины	Варианты контрольного задания 7.37															
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$U_n, В$	660	220	380	380	220	220	660	660	380	380	220	220	660	660	380	380
$Z_{аб}, Ом$	$7 + j7$	220	$10 + j10$	660	$4 + j4$	380	$12 + j5$	220	660	$8 + j6$	$16 + j12$	380	$24 + j18$	220	$32 + j24$	660
$Z_{вс}, Ом$	$8 + j8$	$7 + j7$	$2 + j2$	$10 + j10$	$5 + j5$	$4 + j3$	$4 + j3$	$12 + j9$	10	10	$20 + j15$	20	$28 + j21$	30	$36 + j27$	40
$Z_{са}, Ом$	$7 + j7$	10	4	$10 + j10$	6	10	5	15	15	$6 + j8$	$12 + j16$	25	$18 + j24$	35	45	$24 + j32$
	$8 + j8$	$8 + j8$	$2 + j2$	$2 + j2$	$5 + j5$	$3 + j4$	$3 + j4$	$9 - j12$	$9 - j12$	$15 - j20$	$15 - j20$	$21 + j28$	$21 + j28$	$27 + j36$		
Определить показания ваттметров W_1 и W_2	P_2, P_1	P_2	P_1, P_2	P_1, P_2	P_1, P_2	P_2	P_1, P_2	P_2	P_2, P_1	P_1	P_1, P_2	P_1, P_2	P_1, P_2	P_2	P_1, P_2	P_1

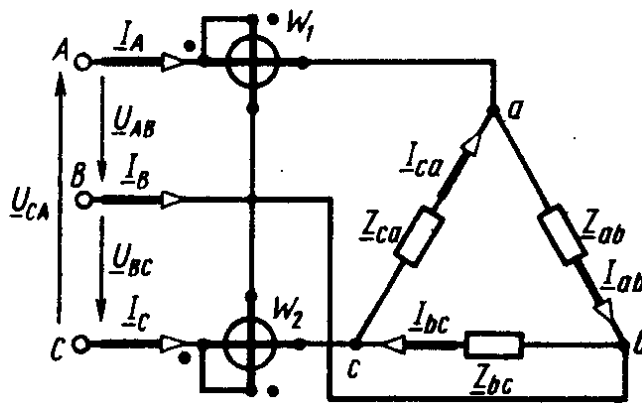


Рис. 7.37

Контрольные задания

7.37. Потребитель электроэнергии, фазы которого имеют комплексные сопротивления: Z_{ab} , Z_{bc} , Z_{ca} и соединены в трехфазную электрическую цепь «треугольником» (рис. 7.37), питается симметричной системой линейных напряжений: $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{\text{л}}$. С учетом данных, приведенных в табл. 7.1 для каждого варианта задания, определить фазные I_{ϕ} и линейные $I_{\text{л}}$ токи потребителя и показания ваттметров W_1 и W_2 . Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Дополнительное задание. Составить возможные варианты схем трехфазных электрических цепей с трехфазным источником питания и трехфазным потребителем энергии. Указать на схемах принятые условные положительные направления токов и напряжений.

Примечание. В дополнительных вариантах 31—60 имеет место обрыв в линейном проводе А, в вариантах 61—90 — в линейном проводе С.

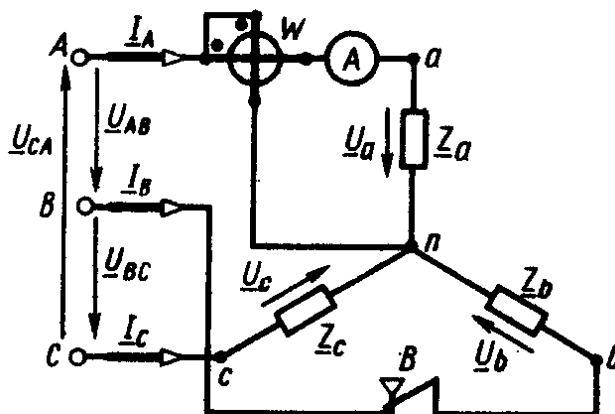


Рис. 7.38

7.38. В трехфазную сеть с симметричной системой линейных напряжений $U_{\text{л}}$ включен симметричный трехфазный потребитель электроэнергии, фазы которого имеют комплексные сопротивления: $Z_a = Z_b = Z_c$ (рис. 7.38) и соединены «звездой». Принимая во внимание данные, приведенные в табл. 7.2 для каждого варианта задания, определить линейные $I_{\text{л}}$ и фазные I_{ϕ} токи, активную P , реактивную Q и полную S мощности потребителя, построить векторную диаграмму токов и напряжений при замкнутом выключателе В.

Дополнительное задание. Определить показания амперметра А при разомкнутом выключателе В. Построить векторную диаграмму токов и напряжений при обрыве линейного провода В (выключатель В разомкнут).

Варианты контрольного задания 7.38															
Величины	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U_n, B	220	380	660	220	380	660	220	380	660	220	380	660	220	380	660
$Z_a, Ом$	$1,5 + j2$	$3 + j4$	$6 + j8$	$9 + j12$	$12 + j16$	$15 + j20$	$18 + j24$	$10e^{j\pi/4}$	$10e^{j\pi/4}$	$10e^{j\pi/4}$	$20e^{j\pi/4}$	$20e^{j\pi/4}$	$1,5 + j2$	$3 + j4$	$6 + j8$
$Z_b, Ом$	$1,5 + j2$	$3 + j4$	$6 + j8$	$9 + j12$	$12 + j16$	$15 + j20$	$18 + j24$	$10e^{j\pi/4}$	$10e^{j\pi/4}$	$10e^{j\pi/4}$	$20e^{j\pi/4}$	$20e^{j\pi/4}$	$1,5 + j2$	$3 + j4$	$6 + j8$
$Z_c, Ом$	$1,5 + j2$	$3 + j4$	$6 + j8$	$9 + j12$	$12 + j16$	$15 + j20$	$18 + j24$	$10e^{j\pi/4}$	$10e^{j\pi/4}$	$10e^{j\pi/4}$	$20e^{j\pi/4}$	$20e^{j\pi/4}$	$1,5 + j2$	$3 + j4$	$6 + j8$

Продолжение табл. 7.2

Варианты контрольного задания 7.38															
Величины	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
U_n, B	220	380	660	220	380	660	220	380	660	220	380	660	220	380	660
$Z_a, Ом$	$9 + j12$	$12 + j16$	$15 + j20$	$18 + j24$	$21 + j28$	$24 + j32$	$27 + j36$	$30 + j40$	$33 + j44$	$22e^{j\pi/4}$	$22e^{j\pi/4}$	$22e^{j\pi/4}$	$44e^{j\pi/4}$	$44e^{j\pi/4}$	$44e^{j\pi/4}$
$Z_b, Ом$	$9 + j12$	$12 + j16$	$15 + j20$	$18 + j24$	$21 + j28$	$24 + j32$	$27 + j36$	$30 + j40$	$33 + j44$	$22e^{j\pi/4}$	$22e^{j\pi/4}$	$22e^{j\pi/4}$	$44e^{j\pi/4}$	$44e^{j\pi/4}$	$44e^{j\pi/4}$
$Z_c, Ом$	$9 + j12$	$12 + j16$	$15 + j20$	$18 + j24$	$21 + j28$	$24 + j32$	$27 + j36$	$30 + j40$	$33 + j44$	$22e^{j\pi/4}$	$22e^{j\pi/4}$	$22e^{j\pi/4}$	$44e^{j\pi/4}$	$44e^{j\pi/4}$	$44e^{j\pi/4}$

Варианты	Контрольное задание 7.39							
	Величины							
	$U_{л},$ В	$Z_{\phi},$ Ом	Фаза А		Фаза В		Фаза С	
$\cos \varphi_a$			характер нагрузки	$\cos \varphi_b$	характер нагрузки	$\cos \varphi_c$	характер нагрузки	
1	220	5	1	R	0,865	R, X_L	0,865	R, X_C
2	380	10	0	X_C	1	R	0	X_L
3	660	12,7	1	R	0	X_C	0	X_L
4	220	20	0	X_C	1	R	0	X_L
5	380	25	1	R	0	X_L	0	X_C
6	660	30	0	X_L	0	X_C	1	R
7	220	35	0,5	R, X_L	0,5	R, X_L	0,5	R, X_L
8	380	40	0,865	R, X_C	0,865	R, X_L	1	R
9	660	44	1	R	0	X_L	0	X_C
10	220	50	1	R	0	X_C	0	X_L
11	380	55	0	X_C	1	R	0	X_L
12	660	60	0,5	R, X_L	1	R	1	R
13	220	80	1	R	0	X_L	0	X_C
14	380	100	0	X_C	1	R	0	X_L
15	660	127	0,705	R, X_L	0,705	R, X_C	1	R
16	220	5	1	R	0	X_L	0	X_C
17	380	10	1	R	0	X_C	0	X_L
18	660	10	1	R	0,5	R, X_L	0,5	R, X_C
19	220	12,7	0	X_L	1	R	1	R
20	380	12,7	0,705	R, X_L	0,705	R, X_L	0,705	R, X_L
21	660	20	0	X_L	0	X_C	1	R
22	220	20	1	R	1	R	0,5	R, X_C
23	380	20	0,865	R, X_L	1	R	0,865	R, X_C
24	660	25	0	X	0	X_L	1	R
25	220	25	0	X_L	0	X_C	1	R
26	380	30	1	R	0	X_L	0	X_C
27	660	30	0,705	R, X_C	0,705	R, X_C	0,705	R, X_C
28	220	40	0	X_C	1	R	1	R
29	380	44	1	R	0,5	R, X_L	0,5	R, X_L
30	660	44	0	X_L	0	X_C	1	R

Примечание. В вариантах 31—60 потребитель соединен «треугольником», в вариантах 61—90 сопротивления «звезды» преобразованы в эквивалентный «треугольник».

7.39. Три потребителя электроэнергии, имеющие одинаковые полные сопротивления фаз Z_{ϕ} , соединены «звездой» и включены в четырехпроводную трехфазную сеть с системой симметричных линейных напряжений $U_{л}$. Определить токи I_{ϕ} по фазам и в нейтральном проводе I_N , а также мощность P трехфазной цепи с учетом данных, приведенных в табл. 7.3 для каждого варианта задания. Составить электрическую схему питания. Построить векторную диаграмму напряжений и токов с учетом характера нагрузки.

Величины	Варианты контрольного						
	1	2	3	4	5	6	7
\underline{E}_ϕ , В	220	380	660	220	380	660	220
\underline{Z}_a , Ом	$3 + j4$	$3 + j4$	∞	$9 + j12$	$6 + j8$	$6 + j8$	$9 + j12$
\underline{Z}_b , Ом	$3 - j4$	$3 - j4$	$3 - j4$	$9 - j12$	5	$6 - j8$	$9 - j12$
\underline{Z}_c , Ом	5	5	5	5	$6 - j8$	10	10
\underline{Z}_N , Ом	$0,5 + j$	∞	$0,5 + j$	∞	∞	$1 + j2$	$1 + j2$
Определить	$U_c, U_N,$ $I_N, P_b,$ $\cos \varphi_a$	$U_a, I_b,$ $P_c,$ $\cos \varphi_b$	$U_b, I_b,$ $I_c, I_N,$ Q	$U_b, U_c,$ $I_a, P,$ $\cos \varphi_a$	$U_b, P_c,$ P, I_b	$U_a, U_b,$ $I_b, P,$ I_N	$U_b, I_N,$ $P_a, P,$ $\cos \varphi_a$

Величины	Варианты контрольного							
	16	17	18	19	20	21	22	
\underline{E}_ϕ , В	220	380	660	220	380	660	220	
\underline{Z}_a , Ом	$3 + j4$	$6 + j8$	$6 + j8$	$9 + j12$	$9 + j12$	$9 + j12$	10	
\underline{Z}_b , Ом	$3 - j4$	$6 - j8$	$6 - j8$	$9 - j12$	$9 - j12$	∞	$3 + j4$	
\underline{Z}_c , Ом	20	20	10	15	15	15	$3 - j4$	
\underline{Z}_N , Ом	∞	∞	∞	$1 + j2$	∞	$1 + j2$	$1 + j2$	
Определить	$U_a, I_N,$ $P_b, P,$ $\cos \varphi_a$	$U_b, I_c,$ $I_a, P_b,$ $\cos \varphi_a$	$U_b, I_b,$ $I_c, S_b,$ $\cos \varphi_a$	$U_a, U_N,$ $I_N, P_b,$ $\cos \varphi_c$	$U_c, I_a,$ $P_b, S_b,$ $\cos \varphi_a$	$U_c, I_a,$ $I_c, I_N,$ U_N	$U_a, I_b,$ $I_N, P,$ S	

Дополнительное задание. Пояснить, в каких случаях используются трех- и четырехпроводные трехфазные электрические цепи?

Объяснить назначение нейтрального провода в четырехпроводных трехфазных электрических цепях.

Дать разъяснение, почему в нейтральные провода не устанавливают предохранители и выключатели?

Примечание. В вариантах 31—60 фазное сопротивление Z_ϕ уменьшить в 2 раза, в вариантах 61—90 — в 3 раза.

7.40. В трехфазную четырехпроводную электрическую сеть с симметричными фазными ЭДС \underline{E}_ϕ включены три потребителя электроэнергии с сопротивлениями $\underline{Z}_a, \underline{Z}_b, \underline{Z}_c$, соединенные «звездой». Составить электрическую схему питания потребителей электроэнергии с указанием токов и напряжений, действующих в системе, и с учетом приведенных в табл. 7.4 для каждого варианта задания данных, определить фазные напряжения $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$, напряжение смещения $\underline{U}_{\Delta N}$, падение напряжения ΔU_N на сопротивлении \underline{Z}_N нейтрального провода, фазные токи $\underline{I}_a, \underline{I}_b, \underline{I}_c$, ток \underline{I}_N в нейтральном проводе, фазные коэффициенты мощности $\cos \varphi_a, \cos \varphi_b, \cos \varphi_c$, активные P_a, P_b, P_c , реактивные Q_a, Q_b, Q_c и полные S_a, S_b, S_c мощности фаз, а также активную P , реактивную Q и полную S мощности трехфазного потребителя электроэнергии. Внутренними сопротивлениями источников ЭДС, E_ϕ пренебречь.

задания 7.40

8	9	10	11	12	13	14	15
380 $9 + j12$ $9 - j12$ 10 ∞	660 $3 + j4$ $3 + j4$ $3 + j4$ ∞	220 $6 + j8$ $6 - j8$ 10 $1 + j2$	380 $6 + j8$ $6 - j8$ ∞ $0,5 + j$	660 10 $6 + j8$ ∞ $1 + j2$	220 $3 + j4$ $3 - j4$ 10 ∞	380 ∞ $6 - j8$ $6 + j8$ $1,5 + j2$	660 10 $6 + j8$ $6 - j8$ ∞
$U_a, I_a,$ $I_c, P_a,$ Q_b	$I_a, I_b,$ $I_c, P_b,$ Q_c	$U_b, I_N,$ $P_c,$ $\cos \varphi_b,$ U_N	$U_b, I_c,$ $P_a,$ $\cos \varphi_c,$ S_a	$U_a, I_a,$ $I_b, I_N,$ U_N	$U_a, I_b,$ I_c, P_b	$U_b, P_b,$ P_c, I_b	$U_b, I_c, I_N,$ $S_c, Q_b,$ $\cos \varphi_a$

Продолжение табл. 7.4

задания 7.40

23	24	25	26	27	28	29	30
380 ∞ $9 + j12$ $9 - j12$ $0,5 + j$	660 $9 + j12$ $9 - j12$ 10 ∞	220 $12 + j16$ $12 - j16$ 10 $0,5 + j$	380 $12 + j16$ $12 - j16$ 10 ∞	660 $6 + j8$ $6 - j8$ 20 ∞	220 $12 + j16$ $12 - j16$ 20 $1 + j2$	380 $12 + j16$ $12 - j16$ 20 ∞	660 ∞ $12 + j16$ 20 $1 + j2$
$U_a, U_b,$ $P, I_b,$ I_N	$U_b, I_a,$ $I_c, P_a,$ $\cos \varphi_a$	U_a, I_N $P_c, P,$ $\cos \varphi_b$	$U_b, I_c,$ $I_a, P,$ S_a	$U_a, I_a,$ $I_b, P_c,$ Q_a	$U_b, I_N,$ $P_c,$ $\cos \varphi_a,$ U_N	$U_a, I_b,$ $P_c,$ $\cos \varphi_a,$ Q_b	$U_a, I_b,$ $P_c,$ $\cos \varphi_a, U_N$

Построить векторную диаграмму напряжений и токов на плоскости комплексных чисел.

Примечание. В вариантах 31—60 сопротивления Z фаз увеличить в 2 раза, в вариантах 61—90 Z фаз уменьшить в 2 раза.

Глава 8

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

§ 8.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРАХ И ПОГРЕШНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЙ

В современных условиях контроль за технологическими процессами, потреблением электрической энергии, режимом работы электрооборудования, измерением неэлектрических величин осуществляется с помощью различных электроизмерительных приборов. Различают электроизмерительные приборы непосредственной оценки и приборы сравнения. На шкалах приборов указывается род тока, система прибора, его наименование, рабочее положение шкалы (вертикальное, горизонтальное, наклонное, например под углом 60°), испытательное напряжение изоляции.

По принципу действия различают магнитоэлектрические, электромагнитные, электродинамические, а также тепловые, индукционные, электрохимические, электроинно-лучевые и другие электроизмерительные приборы.

Приборы *магнитоэлектрической* системы применяют для измерений в электрических цепях постоянного тока. Они имеют равномерную шкалу, высокую точность, весьма малую чувствительность к внешним магнитным полям, характеризуются малым собственным потреблением электрической энергии.

Приборы *электромагнитной* системы используют для измерений в электрических цепях постоянного и переменного токов. Имеется возможность изготовить эти приборы на большие токи, что избавляет от необходимости применения шунтов и трансформаторов. Однако они имеют неравномерную шкалу, относительно невысокую точность, на показание приборов существенное влияние оказывают внешние магнитные поля.

Приборы *электродинамической* системы применяются в электрических цепях постоянного и переменного токов. Электроизмерительные приборы этой системы характеризуются наибольшей точностью и чувствительностью в сравнении с другими приборами, применяемыми в цепях переменного тока, их изготавливают главным образом в виде приборов класса точности 0,2 и 0,5. Вместе с тем на показания приборов электродинамической системы значительно влияют внешние магнитные поля, они имеют большой собственный расход электрической энергии. Разновидностью приборов электродинамической системы являются приборы ферродинамической системы, в которых катушки снабжены стальными сердечниками, что делает их показания практически независимыми от внешних магнитных полей.

Одной из важнейших характеристик электронизмерительных приборов является точность. Результаты измерений электрических величин неизбежно отличаются от истинного их значения вследствие наличия соответствующих погрешностей (случайных, систематических, промахов).

Различают основную погрешность, обусловленную несовершенством конструкции сложного прибора, и дополнительную погрешность, вызванную влиянием внешних факторов на показания приборов.

Абсолютная погрешность измерительного прибора представляет собой расхождение (разность) между измеренным A_n и действительным (истинным) A_d значениями измеряемой величины $\Delta A = A_n - A_d$. Истинное значение измеряемой величины находят с учетом поправки. Поправка — это величина, обратная по знаку абсолютной погрешности: $\Delta P = -\Delta A = A_d - A_n$. Абсолютная погрешность не дает представления о точности измерения, которая оценивается по *относительной погрешности* измерения, представляющей собой отношение абсолютной погрешности измерения к действительному значению измеряемой величины, выраженное в долях или процентах от ее действительного значения: $\gamma_{\text{отн}} = \Delta A / A_d = A_n - A_d / A_d \cdot 100\%$. Абсолютная погрешность электронизмерительных приборов со стрелочным показателем практически неизменна в пределах всей шкалы, поэтому с уменьшением значения измеряемой величины она возрастает. Для повышения точности измерения измеряемой величины на показывающих приборах со стрелочным указателем следует выбирать такие пределы измерения, чтобы отсчитывать показания примерно в пределах $2/3$ всей шкалы.

Точность показывающих измерительных приборов определяется относительной приведенной погрешностью, выраженной в процентах, т. е. отношением абсолютной погрешности к номинальному значению $A_{\text{ном}}$ измеряемой величины (наибольшей ве-

личине, которая может быть измерена прибором):
$$j_{\text{пр}} = \frac{\Delta A}{A_{\text{ном}}} \times 100\%$$

Электронизмерительные приборы подразделяются на восемь классов точности: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0, указываемых на шкалах. Классы точности приборов определяют по приведенной погрешности.

Измерение тока в электрических цепях производится амперметрами, измерение ЭДС и напряжений — вольтметрами. Расширение пределов измерения амперметров в цепях постоянного тока осуществляется с помощью шунтов, а в цепях переменного тока — с помощью трансформаторов тока. Расширение пределов измерения вольтметров в цепях постоянного тока достигается применением добавочных сопротивлений, а в цепях переменного тока — трансформаторов напряжения.

При измерениях достаточно больших токов, когда измерительный прибор (амперметр, гальванометр) не рассчитан на

такие токи, параллельно цепи прибора включаются шунты, представляющие собой сопротивление известной величины, обладающее относительно малым сопротивлением $R_{ш}$, по которому пропускается большая часть измеряемого тока. Распределение токов между прибором и шунтом I_a и $I_{ш}$ обратно пропорционально сопротивлениям соответствующих ветвей: $I_a/I_{ш} = R_{ш}/R_a$. При этом измеряемый ток $I = I_a + I_{ш}$. С учетом этого $I = I_a(1 + R_a/R_{ш}) = K_{ш}I$. Шунтовой коэффициент для упрощения расчетов принимают равным $K_{ш} = 10; 100$ или 1000 .

Следует заметить, что измерительные шунты используются только в электрических цепях постоянного тока, так как в цепях переменного тока при измерениях вносится погрешность, обусловленная наличием индуктивной составляющей сопротивления шунта, которая увеличивается с изменением частоты тока, при этом погрешность измерения может оказаться существенной. При необходимости измерения весьма больших токов в электрических цепях переменного тока используются трансформаторы тока, которые, как амперметр, включаются последовательно с нагрузкой. В цепи первичной обмотки трансформатора тока с числом витков ω_1 проходит подлежащий измерению первичный ток I_1 , при этом во вторичную обмотку трансформатора с числом витков ω_2 включается амперметр, в цепи которого протекает вторичный ток I_2 . Вследствие этого трансформатор тока работает в режиме короткого замыкания. При этом можно считать магнитодвижущую силу (ампервитки) первичной обмотки равной магнитодвижущей силе вторичной обмотки: $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$, откуда с учетом коэффициента трансформации n_T трансформатора измеряемый ток $I_1 = I_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} = n_T I_2$.

При измерениях достаточно больших напряжений, когда измерительный прибор (вольтметр, милливольтметр) не рассчитан на такие напряжения, последовательно с прибором включается добавочное сопротивление R_d , на котором падает большая часть измеряемого напряжения. При включении добавочного сопротивления последовательно с вольтметром по ним протекает один и тот же ток, при этом отношение подводимого к цепи напряжения U к падению напряжения U_v на вольтметре равно отношению суммарного сопротивления цепи к сопротивлению R_v

вольтметра: $\frac{U}{U_v} = \frac{R_v + R_d}{R_v}$, откуда измеряемое напряжение $U =$

$= U_v(1 + R_d/R_v) = K_d U_v$. Добавочный коэффициент K_d показывает, во сколько раз увеличивается предел измерения напряжения вольтметра при использовании добавочного сопротивления R_d . Во избежание вносимой в процессе измерения напряжения погрешности добавочное сопротивление (по той же причине, что и шунт) следует использовать только в электрических цепях постоянного тока. При измерениях высоких напряжений в электрических цепях переменного тока используются трансформаторы

напряжения, первичная обмотка которых является обмоткой высшего напряжения, имеет большее число витков ω_1 и включается под измеряемое напряжение U_1 . Вторичная обмотка трансформатора с меньшим числом витков ω_2 включается на зажимы вольтметра, показывающего вторичное напряжение U_2 . При этом коэффициент трансформации трансформатора напряжения: $n_U = \omega_1/\omega_2 = U_1/U_2$, откуда измеряемое высокое напряжение находится из выражения: $U_1 = n_U U_2$.

Точность измерения измерительных трансформаторов характеризуется погрешностью коэффициента трансформации, показывающего, насколько действительное значение вторичной величины отличается от значения измеряемой первичной величины, деленной на номинальный коэффициент трансформации $K_{U_{ном}}$ или $K_{I_{ном}}$ соответствующего измерительного трансформатора. При этом погрешность напряжения: $\sigma_U = \frac{n_{U_{ном}} - n_U}{n_U}$. Аналогично определяется погрешность измерения тока: $\sigma_I = \frac{n_I - n_{I_{ном}}}{n_I}$.

Схемы включения ваттметров для измерения мощности в трехфазных цепях зависят от схемы питания потребителя (трехфазной трехпроводной или трехфазной четырехпроводной питающей сети), режима нагрузки потребителей (симметричный или несимметричный), схемы включения трехфазного потребителя («звезда» или «треугольник»). При симметричной нагрузке трехфазного потребителя $Z_a = Z_b = Z_c$ измерение мощности в трехпроводной трехфазной электрической цепи осуществляется одним ваттметром (рис. 8.1.1), так как в этом случае мощность трехфазного потребителя равна утроенному значению мощности одной фазы, замеренной ваттметром ($P = 3P_W = 3P_\phi$).

При этом показания ваттметра в схеме (рис. 8.1.1): $P_W = P_A = U_a I_A \cos \varphi_a$, где $\cos \varphi_a$ — косинус угла сдвига фаз между фазными током I_A и напряжением U_a .

Измерение мощности трехфазного симметричного потребителя электроэнергии, включенного «треугольником», осуществляется по схеме (рис. 8.1.2).

При этом показания ваттметра: $P_W = P_{ab} = U_{AB} I_{ab} \cos \varphi_{ab}$.

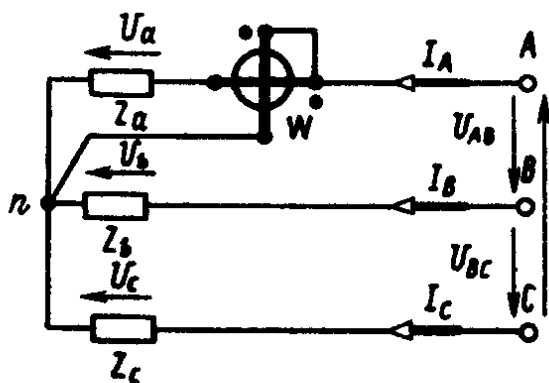


Рис. 8.1.1

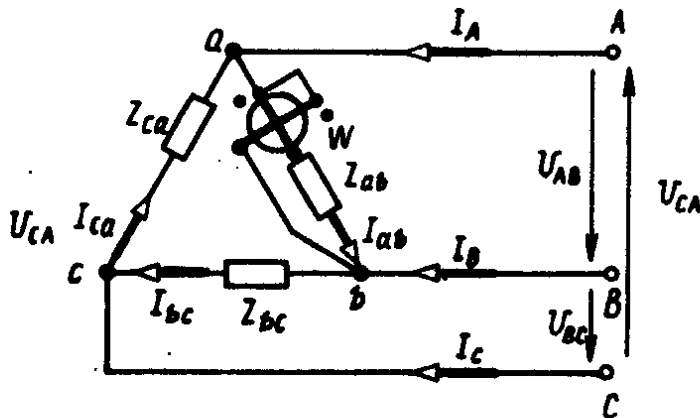


Рис. 8.1.2

Так как при включении трехфазного симметричного потребителя электроэнергии мощности всех трех фаз равны, то его мощность $P = 3P_w$.

Следует отметить, что измерение мощности трехфазного потребителя электроэнергии одним ваттметром возможно только при наличии доступной нейтральной точки потребителя, соединенного «звездой», или возможности разрыва фазы потребителя, соединенного «треугольником». При отсутствии этих возможностей применяют схему включения ваттметра с искусственной нейтральной точкой, которая создается включением в трехфазную цепь «звездой» резисторов, имеющих одинаковые сопротивления. К нейтральной точке присоединяется затем конец обмотки напряжения ваттметра. При этом ваттметр покажет мощность одной фазы.

Для измерения мощности трехфазных потребителей широко распространен способ двух ваттметров, который является универсальным, так как применяется для измерения мощности трехфазных потребителей в трехфазных трехпроводных электрических цепях как при симметричной, так и несимметричной нагрузке, независимо от способа соединения фаз потребителя («звездой» или «треугольником»).

Как следует из схемы рис. 8.1.3, обмотка напряжения ваттметра W_1 находится под действием линейного напряжения U_{AB} , при этом в цепи его токовой обмотки действует линейный ток I_A , поэтому показание этого ваттметра определяется выражением: $P_{W1} = \text{Re} U_{AB} I_A^*$. Обмотка напряжения ваттметра W_2 включена под линейное напряжение $U_{CB} = -U_{BC}$, а в цепи токовой обмотки протекает линейный ток I_C , в результате ваттметр W_2 покажет мощность, определяемую выражением: $P_{W2} = \text{Re}(-U_{BC}) I_C^*$.

При этом мощность трехфазного потребителя электроэнергии определится как алгебраическая сумма показаний обоих ваттметров: $P = P_{W1} + P_{W2}$.

На практике иногда вместо двух ваттметров используется один двухэлементный ваттметр.

Следует заметить, что способ двух ваттметров не пригоден для измерения мощности несимметричных трехфазных потребителей электроэнергии при включении их «звездой» и наличии нейтрального провода.

Литература. [1] § 7.1—7.5; [2] § 12.1—12.7; [3] § 11.1—11.11.

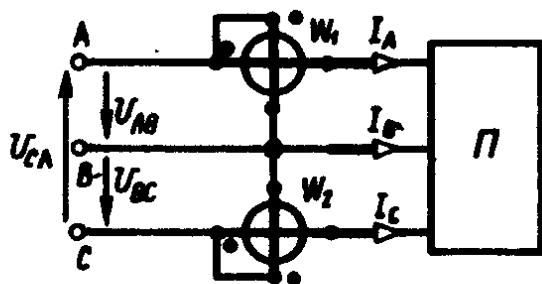


Рис. 8.1.3

Примеры решения задач

8.1. Для измерения напряжения в электрической цепи используется вольтметр класса точности 1,0 с пределом измерения $U_{ном} = 300$ В. Показание вольтметра $U_n = 100$ В. Опреде-

лить абсолютную $\Delta U_{\text{абс}}$ и относительную $\gamma_{\text{отн}}$ погрешности измерения и действительную величину измеренного напряжения.

Решение. Так как истинное (действительное) значение измеряемой величины неизвестно, для определения абсолютной погрешности измерения используем класс точности прибора:

$$\Delta U_{\text{абс}} = \frac{\gamma_{\text{пр}} U_{\text{ном}}}{100 \%} = \frac{1 \cdot 300}{100} = 3 \text{ В (приведенная погрешность прибора равна его классу точности, т. е. } \gamma_{\text{пр}} = 1 \%)$$

ра равна его классу точности, т. е. $\gamma_{\text{пр}} = 1 \%$).

Относительная погрешность $\gamma_{\text{отн}} = \frac{\gamma_{\text{пр}} U_{\text{ном}}}{U_{\text{и}}} = \frac{1,0 \cdot 300}{100} = 3 \%$. Следовательно, измеренное значение напряжения $U_{\text{и}} = 100 \text{ В}$ может отличаться от его действительного значения не более чем на 3% .

8.2. Определить абсолютную $\Delta I_{\text{абс}}$ и относительную $\gamma_{\text{отн}}$ погрешности измерения тока амперметром с номинальным предельным значением тока $I_{\text{ном}} = I_{\text{пред}} = 5 \text{ А}$ и классом точности $0,5$, если его показание (измеренное значение) $I_{\text{и}} = 2,5 \text{ А}$.

Решение. Абсолютная погрешность амперметра: $\Delta I_{\text{абс}} = \frac{\gamma_{\text{пр}} I_{\text{пред}}}{100 \%} = \frac{\gamma_{\text{пр}} I_{\text{ном}}}{100 \%} = \frac{0,5 \cdot 5}{100} = 0,025 \text{ А}$, так как класс точности $0,5$ прибора соответствует абсолютной приведенной погрешности $\gamma_{\text{пр}} = 0,5 \%$. Относительная погрешность при измерении тока амперметром: $\gamma_{\text{отн}} = \frac{\gamma_{\text{пр}} I_{\text{ном}}}{I_{\text{и}}} = \frac{0,5 \cdot 5}{2,5} = 1 \%$. Таким образом, измеренное значение тока $I_{\text{и}} = 2,5 \text{ А}$ может отличаться от его истинного значения не более чем на $\pm 1 \%$.

8.3. Предельное значение тока, измеряемого миллиамперметром, $I = 4 \cdot 10^{-3} \text{ А}$, сопротивление которого $R_a = 5 \text{ Ом}$. Определить сопротивление $R_{\text{ш}}$ шунта, используемого для расширения предела измерения тока до $I = 15 \text{ А}$.

Решение. Падение напряжения на клеммах прибора, соответствующее номинальному значению тока: $\Delta U_a = R_a I_{\text{ном}} = 5 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 0,02 \text{ В}$.

Ток в цепи шунта, соответствующий наибольшему значению измеряемого тока: $I_{\text{ш}} = I - I_{\text{ном}} = 15 - 4 \cdot 10^{-3} = 14,996 \text{ А}$.

Так как шунт подключается параллельно миллиамперметру, то падение напряжения на клеммах прибора оказывается равным падению напряжения на шунте, т. е. $\Delta U = \Delta U_{\text{ш}} = R_{\text{ш}} I_{\text{ш}} = 0,02 \text{ В}$, откуда $R_{\text{ш}} = \Delta U_{\text{ш}} / I_{\text{ш}} = 0,02 / 14,996 = 0,00133 \text{ Ом}$.

8.4. Электроизмерительный комплект К-505 снабжен ваттметром, рассчитанным на пределы тока и напряжения, приведенные в табл. 8.1, шкала ваттметра имеет $N = 150$ делений. Определить цену деления ваттметра $C_{\text{в}}$ для всех пределов напряжения и тока, соответствующих его показаниям. Стрелка ваттметра при измерении во всех случаях отклонилась на $N_1 = 100$ делений.

Решение. Номинальная мощность ваттметра для предела тока $I_{\text{ном}} = 1,25 \text{ А}$ и напряжения $U_{\text{ном}} = 30 \text{ В}$: $P_{\text{в ном}} = U_{\text{ном}} I_{\text{ном}} = 30 \cdot 1,25 = 37,5 \text{ Вт}$.

Цена деления шкалы ваттметра (постоянная ваттметра) для

Таблица 8.1

Параметры и постоянные прибора	Значения параметров											
	0,5						1,0					
$I_{\text{ном}}, \text{А}$												
$U_{\text{ном}}, \text{В}$	30	75	150	300	450	600	30	75	150	300	450	600
$C_{\text{в}}, \text{Вт/дел}$	0,1	0,25	0,5	1	1,5	2	0,2	0,5	1	2	3	4
$P_{\text{в}}, \text{Вт}$	10	25	50	100	150	200	20	50	100	200	300	400

Продолжение таблицы 8.1

Параметры и постоянные прибора	Значения параметров											
	2,5						5,0					
$I_{\text{ном}}, \text{А}$												
$U_{\text{ном}}, \text{В}$	30	75	150	300	450	600	30	75	150	300	450	600
$C_{\text{в}}, \text{Вт/дел}$	0,5	1,25	2,5	5	7,5	10	1	2,5	5	10	15	20
$P_{\text{в}}, \text{Вт}$	50	125	250	500	750	1000	100	250	500	1000	1500	2000

указанных пределов тока и напряжения: $C_{\text{в}} = P_{\text{вном}}/N = 37,5/150 = 0,25 \text{ Вт/дел}$. Мощность, показываемая ваттметром при отклонении стрелки на заданное число делений: $P_{\text{в}} = C_{\text{в}}N_1 = 0,25 \cdot 100 = 25 \text{ Вт}$.

Результаты аналогичных расчетов для других пределов тока и напряжения сведены в табл. 8.1.

8.5. Электроизмерительный комплект К-505 снабжен вольтметром со шкалой, имеющей $N_1 = 150$ делений, и амперметром со шкалой, имеющей $N_2 = 100$ делений. Определить цену деления шкалы приборов, показания вольтметра, стрелка которого указывает $N'_1 = 100$ делений, а также показания амперметра, стрелка которого указывает $N'_2 = 50$ делений, для пределов измерения токов и напряжений, номинальные значения которых представлены в табл. 8.2.

Решение. Цена деления шкалы вольтметра с номинальным напряжением $U_{\text{ном}} = 30 \text{ В}$: $C_U = U_{\text{ном}}/N_1 = 30/150 = 0,2 \text{ В/дел}$. Показание вольтметра с номинальным напряжением $U_{\text{ном}} = 30 \text{ В}$: $U = C_U N'_1 = 0,2 \cdot 100 = 20 \text{ В}$. Цена деления шкалы амперметра с номинальным током $I_{\text{ном}} = 0,5 \text{ А}$: $C_I = I_{\text{ном}}/N_2 = 0,5/100 = 0,005 \text{ А/дел}$.

Показание амперметра с номинальным током $I_{\text{ном}} = 0,5 \text{ А}$ при отклонении его стрелки на число делений N'_2 : $I = C_I N'_2 = 0,005 \cdot 50 = 0,25 \text{ А}$.

Параметры прибора	Значения параметров									
	30	75	150	300	450	600	—	—	—	—
$U_{\text{ном}}$, В	30	75	150	300	450	600	—	—	—	—
C_U , В/дел	0,2	0,5	1	2	3	4	—	—	—	—
U , В	20	50	100	200	300	400	—	—	—	—
$I_{\text{ном}}$, А	0,5	1	2,5	5	10	15*	50*	100*	150*	200*
C_I , А/дел	0,005	0,01	0,025	0,05	0,1	0,15	0,5	1	1,5	2
I , А	0,25	0,5	1,25	2,5	5	7,5	25	50	75	100

* Измерение тока в диапазоне 15—200 А с помощью прибора К-505 осуществляется трансформатором тока.

Аналогичные расчеты для других пределов измеряемых напряжений и токов сведены в табл. 8.2.

8.6. Определить значение сопротивления шунта $R_{\text{ш}}$, необходимого для расширения пределов измерения тока гальванометра, имеющего сопротивление $R_{\text{г}} = 150 \text{ Ом}$, от номинального его значения тока $I_{\text{ном}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ А}$ до значения $I = 6 \cdot 10^{-3} \text{ А}$.

Решение. Определяем, во сколько раз необходимо расширить предел измерения тока: $D = I/I_{\text{ном}} = 6 \cdot 10^{-3} / 2 \cdot 10^{-4} = 30$. Значение сопротивления шунта: $R_{\text{ш}} = R_{\text{г}} / (D - 1) = 150 / (30 - 1) = 5,17 \text{ Ом}$.

8.7. Определить значение добавочного сопротивления $R_{\text{д}}$, позволяющего расширить пределы измерения гальванометром, имеющим сопротивление $R_{\text{г}} = 150 \text{ Ом}$, напряжения от его номинального значения $U_{\text{ном}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ В}$ до значения $U = 10 \cdot 10^{-2} \text{ В}$.

Решение. Пределы измерения напряжения гальванометра: $D = \frac{U}{U_{\text{ном}}} = \frac{10 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} = 50$. Значение добавочного сопротивления $R_{\text{д}} = R_{\text{г}}(D - 1) = 150(50 - 1) = 7350 \text{ Ом}$.

8.8. К питающей сети с напряжением $U = 120 \text{ В}$ присоединены последовательно два реостата, сопротивления которых $R_1 = 13 \text{ Ом}$, $R_2 = 9 \text{ Ом}$ (рис. 8.8). Определить ток в цепи реостатов и напряжение $U_{\text{в}}$ между их движками, показываемое вольтметром V , если левый движок реостата R_1 находится у правого его конца, а правый — в середине реостата R_2 .

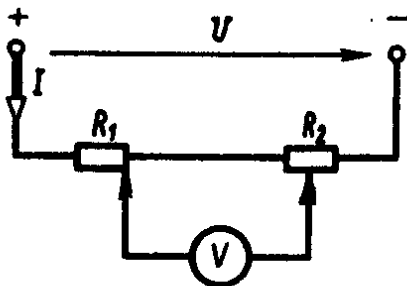


Рис. 8.8

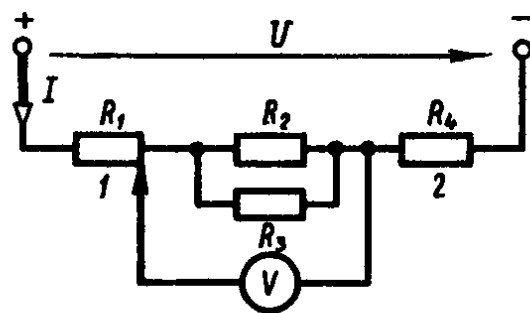


Рис. 8.9

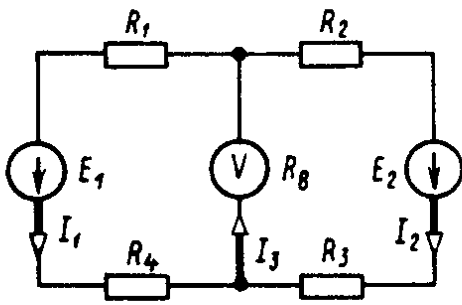


Рис. 8.10

Решение. Ток в цепи реостатов по закону Ома: $I = U / (R_1 + R_2) = 220 / (13 + 9) = 10$ А.

Сопротивление электрической цепи при заданном положении движков реостатов: $R = 0 + R_2 / 2 = 0 + 9 / 2 = 4,5$ Ом.

Напряжение между движками реостатов (показание вольтметра): $U = RI = 4,5 \cdot 10 = 45$ В.

8.9. Как изменится ток в электрической цепи (рис. 8.9) и напряжение U_B между движками реостатов, если между ними включить резистор $R_3 = 1,5$ Ом, при этом $R_1 = 13$ Ом, $R_2 = 4,5$, $R_4 = 4,5$ Ом.

Решение. Эквивалентное сопротивление параллельного участка электрической цепи: $R = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{4,5 \cdot 1,5}{4,5 + 1,5} = 1,13$ Ом.

Ток в электрической цепи: $I = \frac{U}{R_1 + R + R_4} = \frac{220}{13 + 1,13 + 4,5} = 11,1$ А.

Напряжение, показываемое вольтметром на параллельном участке электрической цепи: $U_B = RI = 1,13 \cdot 11,1 = 12,6$ В.

8.10. Для электрической цепи (рис. 8.10) определить токи в ветвях и показание вольтметра V , обладающего внутренним сопротивлением $R_B = 300$ Ом. Сопротивления резисторов: $R_1 = 50$ Ом; $R_2 = 100$ Ом; $R_3 = 150$ Ом; $R_4 = 200$ Ом, ЭДС источников питания: $E_1 = 22$ В, $E_2 = 22$ В.

Решение. Для левого замкнутого контура электрической цепи в соответствии со вторым законом Кирхгофа справедливо уравнение: $E_1 = (R_1 + R_4)I_1 + R_B I_3$; $22 = (50 + 200)I_1 + 300I_3$ или $250I_1 + 300I_3 = 22$.

Аналогично для правого замкнутого контура цепи: $E_2 = (R_3 + R_2)I_2 + R_B I_3 = (150 + 100)I_2 + 300I_3 = 22$ или $250I_2 + 300I_3 = 22$. В соответствии с первым законом Кирхгофа для узла разветвления уравнение для токов имеет вид: $I_1 + I_2 = I_3$. В результате совместного решения полученных уравнений имеем: $250I_1 - 250I_2 = 0$, отсюда $I_1 = I_2$.

Ток I_1 в цепи резистора R_1 находят в результате подстановки в первое уравнение значения тока I_3 из третьего уравнения: $250I_1 = 2I_1 \cdot 200 + 2I_1 \cdot 300 = 22$, откуда $I_1 = 22 / 850 = 0,026$ А.

Ток в цепи резистора R_2 : $I_2 = I_1 = 0,026$ А, ток в цепи вольтметра: $I_3 = I_1 + I_2 = 0,026 + 0,026 = 0,052$ А. Показание вольтметра: $U_B = R_B I_3 = 300 \cdot 0,052 = 15,6$ В.

8.11. Трехфазный потребитель электроэнергии, соединенный треугольником, подключен к трехфазной симметричной системе питания с линейным напряжением $U_L = 220$ В (рис. 8.11, а), сопротивления фаз потребителя электроэнергии $Z = R = 10$ Ом.

Записать комплексные линейные напряжения и фазные токи. Определить линейные токи I_L при замкнутом выключателе В и показание амперметра тока I_{ca} при разомкнутом выключателе.

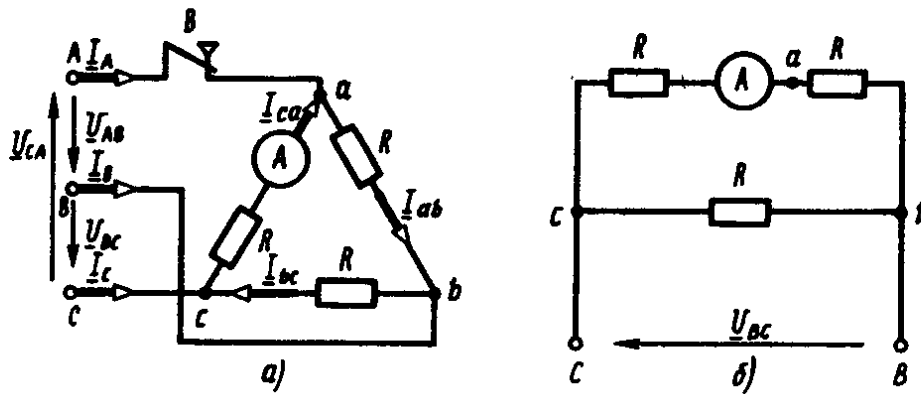


Рис. 8.11

Решение. При замкнутом выключателе комплексное напряжение \underline{U}_{AB} направляем по оси действительных положительных чисел комплексной плоскости: $\underline{U}_{AB} = U_{AB}e^{i\varphi} = U_{AB}e^{i0} = U_{AB} = 220$ В. При этом $\underline{U}_{BC} = \underline{U}_{BC}e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \underline{U}_{BC} = \left(\cos\frac{2\pi}{3} - j\sin\frac{2\pi}{3}\right) = 220\left(-0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = (-110 - j190)$ В, т. е. напряжение $\underline{U}_{BC} = 220$ В; $\underline{U}_{CA} = U_{CA}e^{-j\frac{4\pi}{3}} = U_{CA} \left(\cos\frac{4\pi}{3} - j\sin\frac{4\pi}{3}\right) = 220\left(-0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = (-110 + j190)$ В, т. е. напряжение $U_{CA} = 220$ В.

Токи по фазам электрической цепи при замкнутом выключателе: $\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{AB}}{R} = \frac{220}{10} = 22$ А; $\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{BC}}{R} = \frac{-110 - j190}{10} = (-11 - j19)$ А или $I_{bc} = \sqrt{11^2 + 19^2} = 22$ А; $\underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{CA}}{R} = \frac{-110 + j190}{10} = (-11 + j19)$ А или $I_{ca} = \sqrt{11^2 + 19^2} = 22$ А. Так как в данном случае нагрузка чисто активная и симметричная, токи по фазам следует определять исходя из выражений: $I_{ab} = U_{AB}/R = 220/10 = 22$ А; $I_{bc} = U_{BC}/R = 220/10 = 22$ А; $I_{ca} = U_{CA}/R = 220/10 = 22$ А.

Линейные токи в электрической цепи при симметричной нагрузке: $I_L = I_B = I_C = I_\phi = \sqrt{3}I_\phi = \sqrt{3} \cdot 22 = 38$ А.

При замкнутом выключателе электрическая цепь преобразуется к виду рис. 8.11, б.

Показание амперметра: $I = I_{ab} = I_{ca} = \frac{U_{BC}}{2R} = \frac{220}{2 \cdot 10} = 11$ А.

8.12. Трехфазный потребитель электроэнергии, соединенный треугольником (рис. 8.12, а), питается от симметричной трехфазной сети с линейным напряжением $U_L = 380$ В, с частотой $f = 50$ Гц, сопротивление фаз потребителя $R = 20$ Ом. Определить показания ваттметра при замкнутом и разомкнутом выключателе В.

Решение. Показание ваттметра при замкнутом выключателе: $P = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = \frac{U_\phi^2 \cos \varphi_\phi}{R} = \frac{380^2}{20} \cdot 1 = 7220$ Вт = 7,22 кВт

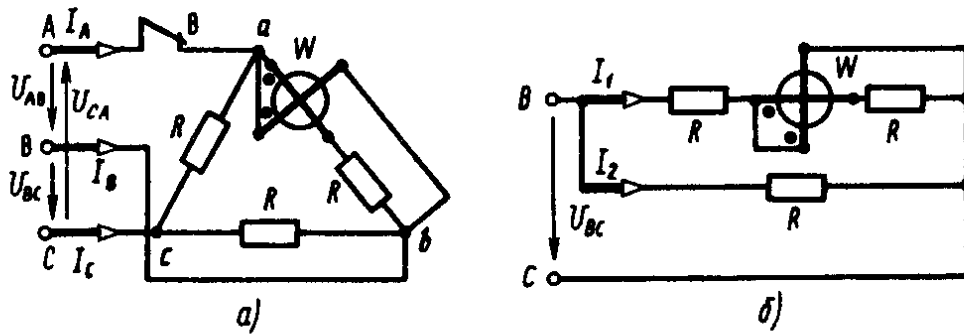


Рис. 8.12

(угол сдвига фаз между фазным напряжением U_ϕ и фазным током I_ϕ : $\varphi_\phi = 0$ при $\cos \varphi_\phi = 1$).

При размыкании выключателя электрическая цепь рис. 8.12, а преобразуется к виду рис. 8.12, б.

Ток в цепи токовой обмотки ваттметра: $I_1 = U_{BC}/2R = 380/2 \cdot 20 = 9,5$ А. Показание ваттметра при разомкнутом выключателе: $P = I_1^2 R = 9,5^2 \cdot 20 = 1800$ Вт = 1,8 кВт.

8.13. Трехфазный симметричный потребитель электроэнергии (рис. 8.13) подключен к источнику питания с линейным напряжением $U_\Delta = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 380$ В. Сопротивления фаз потребителя $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = R + j0 = 380$ Ом. Определить фазные токи потребителя и показание ваттметра. Задачу решить с использованием комплексных чисел.

Решение. Направляя \underline{U}_{AB} по оси действительных положительных чисел, определяем напряжения по фазам: $\underline{U}_{AB} =$

$$= U_{AB} e^{j\varphi} = U_{AB} e^{j0} = U_{AB} = 380 \text{ В}; \quad \underline{U}_{BC} = U_{BC} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = U_{BC} \left(\cos \frac{2\pi}{3} - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 380 \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ В или } U_{BC} = 380 \text{ В}; \quad \underline{U}_{CA} = U_{CA} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = U_{CA} \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = 380 \left(-\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ В.}$$

Фазные токи потребителя электроэнергии: $\underline{I}_{ab} = \underline{U}_{AB}/Z_{ab} = \underline{U}_{AB}/R = 380/380 = 1$ А;

$$\underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{BC}}{Z_{bc}} = \frac{\underline{U}_{BC}}{R} = \frac{380 \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{380} =$$

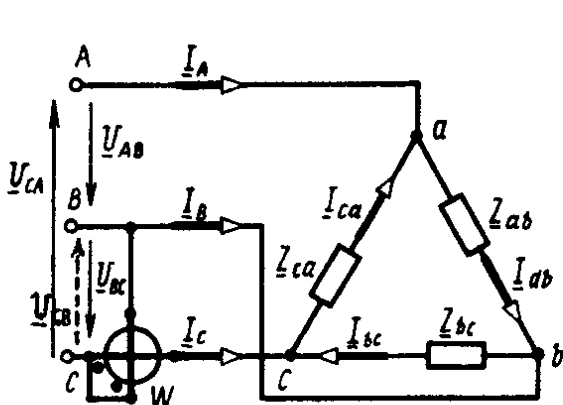


Рис. 8.13

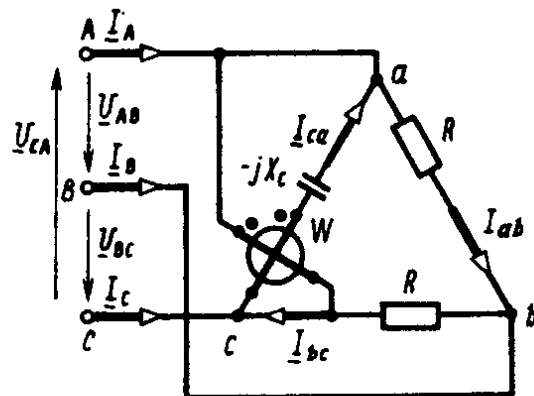


Рис. 8.14

$$= \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ А или } I_{bc} = 1 \text{ А}; \quad \underline{I}_{ca} = \frac{U_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{U_{ca}}{R} =$$

$$= \frac{380 \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{380} = \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ А или } I_{ca} = 1 \text{ А.}$$

Линейный ток фазы C: $\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) -$
 $-\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = j\sqrt{3} \text{ А или } I_C = \sqrt{3} \text{ А.}$

Линейные токи при симметричной нагрузке: $I_A = I_B = I_C = \sqrt{3} I_\phi$.

Показание ваттметра находим из выражения для комплексной мощности фазы: $\underline{S}_W = \underline{U}_{cb} \underline{I}_C^* = -\underline{U}_{bc} \underline{I}_C^* = 380 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times$
 $\times (-j\sqrt{3}) = (570 + j330) \text{ В} \cdot \text{А}$ или $P = 570 \text{ Вт}$; здесь $\underline{U}_{cb} =$
 $= -\underline{U}_{bc} = -380 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 380 \left(\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ В.}$

8.14. Трехфазный потребитель электроэнергии питается от сети с симметричным линейным напряжением $U_\lambda = U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = 220 \text{ В}$, сопротивления фаз $R = X_C = 220 \text{ Ом}$ (рис. 8.14). Определить фазные токи I_ϕ и показание ваттметра W .

Решение. Напряжения по фазам определяем, направляя комплексное напряжение \underline{U}_{AB} по оси действительных положительных чисел: $\underline{U}_{AB} = U_{AB} e^{i\varphi} = U_{AB} e^{i0} = 220 \text{ В}$, тогда

$$\underline{U}_{BC} = U_{BC} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = U_{BC} \left(\cos \frac{2}{3}\pi - j \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 220 \times$$

$$\times \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ В или } U_{BC} = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_{CA} = U_{CA} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = U_{CA} \times$$

$$\times \left(\cos \frac{4\pi}{3} - j \sin \frac{4\pi}{3} \right) = 220 \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ В или } U_{CA} = 220 \text{ В.}$$

Фазные токи потребителя электроэнергии: $\underline{I}_{ab} = \frac{U_{AB}}{Z_{ab}} =$
 $= \frac{220}{220} = 1 \text{ А}; \quad \underline{I}_{bc} = \frac{U_{BC}}{Z_{bc}} = \frac{220 \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{220} = (-1/2 - j\sqrt{3}/2) \text{ А}$
 или $I_{bc} = 1 \text{ А}; \quad \underline{I}_{ca} = \frac{U_{BC}}{Z_{bc}} = \frac{220(-1/2 + j\sqrt{3}/2)}{-j220} = \frac{(-1/2 + j\sqrt{3}/2)}{-j} =$
 $= +\frac{1}{j2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + j\sqrt{3}}{j2} = \frac{(1 + j\sqrt{3})(-j)}{j2(-j)} = \left(\frac{-j + \sqrt{3}}{2} \right) \text{ А или}$
 $I_{ca} = 1 \text{ А.}$

Показание ваттметра (из выражения для комплексной мощности ветви с емкостью C): $\underline{S} = \underline{U}_{AC} \underline{I}_{ac}^* = (110 - j190) \left(\frac{-\sqrt{3} - j}{2} \right) =$
 $= -21 \text{ вар}$, где $\underline{U}_{AC} = -\underline{U}_{CA}$, так как $\underline{U}_{CA} = (-110 + j190) \text{ В}$, то $\underline{U}_{AC} = (110 - j190) \text{ В}$ или $U_{AC} = 220 \text{ В}$; $\underline{I}_{ac} = -\underline{I}_{ca} =$

$$= -\left(\frac{-j+\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\frac{j-\sqrt{3}}{2}\right) \text{ А, тогда сопряженный комплексный ток } \underline{I}_{ac}^* = \left(\frac{-\sqrt{3}-j}{2}\right) \text{ А.}$$

Следовательно, активная мощность, измеряемая ваттметром: $P = 0$.

Задачи

8.15. В электрическую цепь постоянного тока для измерения тока включен амперметр, рассчитанный на предельный номинальный ток $I_{ном} = 20$ А. Показание амперметра $I = 10$ А, действительный (истинный) ток $I_d = 10,2$ А. Определить абсолютную $\Delta I_{абс}$, относительную $\gamma_{отн}$ и приведенную $\gamma_{пр}$ погрешности измерения. *Ответ.* $\Delta I_{абс} = 0,2$ А; $\gamma_{отн} = 2\%$; $\gamma_{пр} = 1\%$.

8.16. Схема многопредельного вольтметра, снабженного добавочными сопротивлениями, состоящими из отдельных секций, с пределами измерения напряжений 75—150—300—450—600 В приведена на рис. 8.16. При отклонении стрелки вольтметра V на всю шкалу прибора $I_{ном} = 3$ мА. Сопротивление вольтметра $R_v = 25$ кОм. Определить значения добавочных сопротивлений: R_1, R_2, R_3, R_4 , а также мощность P , потребляемую вольтметром V , для всех пределов измерения напряжения. *Ответ.* $R_1 = 25$ кОм; $R_2 = R_3 = R_4 = 50$ кОм; $P_{75} = 0,225$ Вт; $P_{150} = 0,45$ Вт; $P_{300} = 0,9$ Вт; $P_{450} = 1,35$ Вт; $P_{600} = 1,8$ Вт.

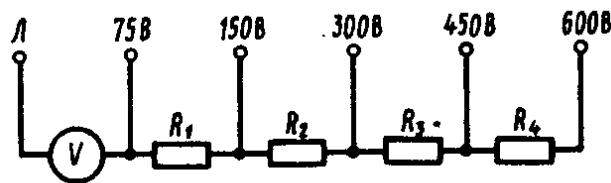


Рис. 8.16

8.17. В электрическую сеть с напряжением $U = 220$ В включен вольтметр с добавочным сопротивлением $R_d = 4000$ Ом, сопротивление вольтметра $R_v = 2000$ Ом. Определить показание вольтметра. *Ответ.* $U_v = 73,33$ В.

8.18. Амперметр типа М-61 с пределом измерения $I_{ном} = 5$ А характеризуется падением напряжения на зажимах $\Delta U_a = 75 \cdot 10^{-3}$ В = 75 мВ. Определить сопротивление R_a амперметра и потребляемую им мощность P_a . *Ответ.* $R_a = 0,015$ Ом; $P_a = 0,375$ Вт.

Контрольное задание

8.19. Трехфазный потребитель электрической энергии с активным R , индуктивным X_L и емкостным X_C сопротивлениями, соединенный «звездой», включен в трехфазную питающую сеть с симметричным линейным напряжением U_n (рис. 8.19). Учитывая данные, приведенные в табл. 8.3 для соответствующих

Таблица 8.3

Величины	Варианты контрольного задания 8.19														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$U_n, В$	220	380	660	220	380	660	220	380	660	220	380	660	220	380	660
$R = X_L = X_C, Ом$	10	10	10	15	15	15	20	20	20	25	25	25	30	30	30

Продолжение таблицы 8.3

Величины	Варианты контрольного задания 8.19														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$U_n, В$	220	380	660	220	380	660	220	380	660	220	380	660	220	380	660
$R = X_L = X_C, Ом$	35	35	35	40	40	40	45	45	45	50	50	50	55	55	55

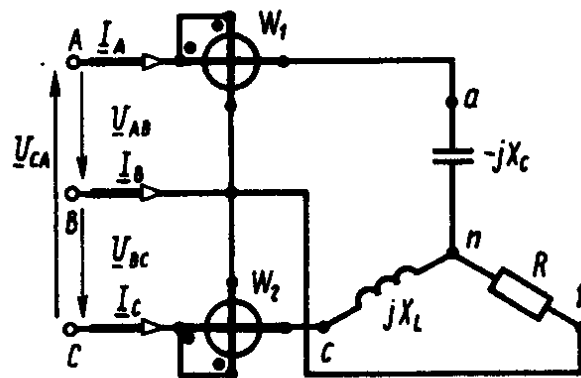


Рис. 8.19

вариантов задания, определить линейные токи I_n потребителя электроэнергии и показания ваттметров W_1 и W_2 .

Дополнительное задание. а. Записать выражения для показаний ваттметров и активной мощности трехфазного потребителя электроэнергии при: а) симметричной активной нагрузке; б) смешанной нагрузке при $\cos \varphi < 0,5$ ($\varphi > \pi/3$); при $\cos \varphi > 0,5$ ($\varphi < \pi/3$) и $\cos \varphi = 0,5$ ($\varphi = \pi/3$). б. Построить векторную диаграмму для токов и напряжений при активно-индуктивной нагрузке.

Примечание. В вариантах 31–60 $R = X_L = X_C$ уменьшить в 2 раза, в вариантах 61–90 — увеличить в 2 раза.

Глава 9

МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ

§ 9.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О МАГНИТНЫХ ЦЕПЯХ И ИХ РАСЧЕТЕ

Магнитная цепь представляет собой систему последовательно включенных ферромагнитных и других физических тел, по которым замыкается магнитный поток. При отсутствии разветвлений магнитного потока магнитная цепь является неразветвленной (рис. 9.1.1), а при наличии последних — разветвленной (рис. 9.1.2). Простейшая магнитная цепь с регулируемым магнитным потоком (см. рис. 9.1.1) состоит из магнитопровода с поперечным сечением S_c , на котором равномерно размещена обмотка с числом витков w проводника с током I , под действием которого создается однородное магнитное поле с напряженностью (при средней длине линии магнитопровода $l_{cp} = l_1 + l_2 + l_3 + l_0 + \dots$), равной $H = \omega I / l_{cp}$. Соответственно магнитная индукция в сердечнике магнитопровода с относительной магнитной проницаемостью μ составляет $B = \mu H$. При этом магнитный поток в сердечнике $\Phi = BS_c = \mu \omega I / l_{cp} S_c$ или $\Phi = \frac{\omega I}{l_{cp} / \mu S_c}$. Произведение $\omega I = F$ называется магнитодвижущей (намагничивающей) силой катушки, а отношение $l_{cp} / \mu S_c = R_m$ — магнитным сопротивлением магнитной цепи. С учетом этого выражение для магнитного потока приводится к виду: $\Phi = F / R_m$. Полученное выражение определяет основной закон магнитной цепи — закон Ома. В сложных магнитных цепях (см. рис. 9.1.2) магнитный поток Φ разветвляется по нескольким направлениям. При этом общий магнитный поток равен алгебраической сумме магнитных потоков в ветвях разветвления: $\Phi =$

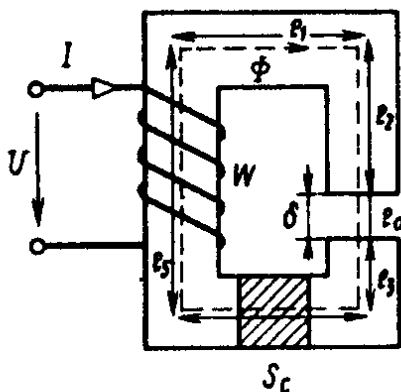


Рис. 9.1.1

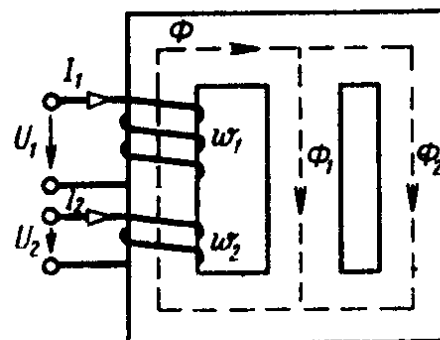


Рис. 9.1.2

$= \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_k$ или $\Phi = \sum_{k=1}^n \Phi_k$. Это выражение для маг-

нитного потока характеризует первый закон Кирхгофа для магнитной цепи.

На параллельных ветвях разветвленной магнитной цепи с напряженностями магнитного поля H_1 и H_2 и средними длинами l_1 и l_2 участков параллельных ветвей магнитные напряжения $H_1 l_1 = H_2 l_2$. При этом магнитный поток распределяется обратно пропорционально магнитным сопротивлениям параллельных ветвей: $\Phi_1 / \Phi_2 = R_{m2} / R_{m1}$.

При наличии последовательной магнитной цепи с несколькими источниками магнитодвижущих сил (с несколькими катушками с током, расположенными на магнитопроводе) в соответствии с законом Ома для магнитной цепи магнитный поток прямо пропорционален алгебраической сумме магнитодвижущих сил, действующих в цепи, и обратно пропорционален сумме магнитных сопротивлений ее участков:

$$\Phi = \frac{\sum_{k=1}^n I_k \omega_k}{\sum_{k=1}^n R_{mk}} \quad \text{или}$$

$$\Phi = \frac{\omega_1 l_1 + \omega_2 l_2 + \dots}{l_1 / \mu_1 S_{c1} + l_2 / \mu_2 S_{c2} + \delta / \mu_0 S_0}$$

Последнее равенство можно привести к виду: $H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots = \omega_1 l_1 + \omega_2 l_2 + \dots$. В соответствии с этим второй закон Кирхгофа для магнитной цепи формулируется следующим образом: *алгебраическая сумма магнитных напряжений в магнитной цепи равна алгебраической сумме магнитодвижущих сил в этой цепи.*

Полученные соотношения по заданному значению магнитного потока Φ , или соответственно магнитной индукции B , размерам и магнитным свойствам материала магнитопровода и соответствующим кривым намагничивания $B(H)$ позволяют определить магнитодвижущую силу $F = \omega l$, необходимую для создания заданного магнитного потока Φ .

В процессе расчета магнитной цепи с поперечным сечением ее S_c участков по заданному магнитному потоку Φ определяют значения магнитных индукций $B = \Phi / S_c$ на соответствующих ее участках. По кривой намагничивания $B(H)$ соответствующего ферромагнитного материала магнитопровода и значениям магнитной индукции B определяют напряженности H магнитных полей на участках магнитной цепи. Затем находят магнитные напряжения Hl на участках магнитной цепи и магнитодвижущую силу: $F = H_0 l_0 + H_1 l_1 + H_2 l_2 + \dots$. При отсутствии воздушного зазора в магнитной цепи слагаемое $Hl_0 = 0$, при наличии воздушного зазора напряженность магнитного поля в зазоре

$$H_0 = B_0/\mu_0,$$

где μ_0 — магнитная постоянная (абсолютная магнитная проницаемость вакуума); $B_0 = \Phi/S_{co}$ — магнитная индукция в воздушном зазоре с поперечным сечением S_{co} .

По расчетному значению магнитодвижущей силы $F = \omega I$, задаваясь значением тока I , определяют число витков ω катушки, необходимое для создания в магнитной цепи заданного магнитного потока Φ , а задаваясь числом витков, определяют необходимое для создания его значение тока.

Одним из основных элементов конструкции различного рода машин и аппаратов, устройств электроавтоматики, промышленной электроники, вычислительной техники и т. д. является катушка индуктивности.

Зависимость $\Phi(I)$ при $\omega = \text{const}$ катушки при отсутствии ферромагнитного магнитопровода является линейной. При наличии магнитопровода магнитный поток, создаваемый катушкой индуктивности при прочих равных условиях, значительно возрастает, так как при этом магнитный поток создается не только непосредственно проводниками с током катушки (источником внешнего магнитного поля), но и соответствующим ферромагнитным материалом магнитопровода (источником внутреннего магнитного поля).

С учетом того, что магнитная индукция $B = \mu H$, определяют магнитный поток катушки: $\Phi = BS_c = \mu HS_c$.

Отсюда следует, что магнитный поток пропорционален относительной магнитной проницаемости μ среды, которая для ферромагнитных материалов значительно больше магнитной проницаемости других материалов и на несколько порядков выше магнитной проницаемости μ_0 воздуха (вакуума). Поэтому с целью уменьшения магнитодвижущей силы F , а следовательно, уменьшения тока I , необходимых для создания заданного магнитного потока Φ , катушки индуктивности снабжаются магнитопроводом (сердечником) из ферромагнитного материала, чаще всего из электротехнической стали. Так как зависимость магнитной проницаемости ферромагнитных материалов $\mu(H)$ является нелинейной, то зависимость $\Phi(H)$ или соответственно $B(H)$ при наличии магнитопровода оказывается также нелинейной.

При включении катушки индуктивности с магнитопроводом (в общем случае с воздушным зазором δ , рис. 9.1.1) под переменное синусоидальное напряжение $u(t) = U_m \sin \omega t$ в цепи катушки появляется переменный ток $i(t)$, под действием которого в магнитопроводе возникает переменный магнитный поток $\Phi(t)$. Основная часть результирующего магнитного потока Φ_p , создаваемого катушкой индуктивности (основной магнитный поток — Φ), замыкается по цепи магнитопровода, так как его магнитная проводимость во много раз больше магнитной проводимости воздуха, однако незначительная часть результирующего потока (порядка 3—5 %) все же рассеивается и замыкается во-

круг отдельных витков катушки индуктивности (поток рассеяния Φ_{σ}).

Результирующий магнитный поток катушки индуктивности с магнитопроводом равен векторной сумме: $\underline{\Phi}_p = \underline{\Phi} + \underline{\Phi}_{\sigma}$, так как основной магнитный поток $\underline{\Phi}$ и поток рассеяния $\underline{\Phi}_{\sigma}$ не совпадают во времени по фазе.

Значение магнитного потока $\Phi = BS_c$ определяют по магнитной индукции магнитного поля, которая зависит от напряженности магнитного поля ($B = \mu H$).

Зависимость $B(H)$ — кривая намагничивания — является одной из важнейших характеристик ферромагнитных материалов. Кривая, проходящая через начало координат, является основной кривой намагничивания, она получается при одностороннем намагничивании ненамагниченного материала.

При питании катушки индуктивности переменным током ферромагнитный магнитопровод вследствие наличия переменного магнитного потока циклически, с частотой тока, перемагничивается по кривой гистерезиса, обусловленной наличием остаточного магнетизма (остаточной магнитной индукции) B_r и коэрцитивной (задерживающей) силы H_c . В процессе циклического перемагничивания за несколько полупериодов переменного тока устанавливается замкнутая симметричная петля гистерезиса.

На циклическое перемагничивание магнитопровода затрачивается мощность, выделяемая в нем в виде теплоты, которая относится к потерям мощности. Потери мощности на перемагничивание включают в себя потери на гистерезис P_g и потерн от вихревых токов P_v , индуцируемых переменным магнитным потоком в металле магнитопровода: $P_n = P_g + P_v$.

Потери мощности на гистерезис, выделяющиеся в единице массы материала магнитопровода, пропорциональны площади, ограниченной статической петлей гистерезиса, определяются по формуле: $P_g = P_{yg} f B_m^2 G$, где P_{yg} — удельные потери мощности на гистерезис; f — частота питающего тока; B_m — амплитудное значение магнитной индукции; G — масса магнитопровода.

Под действием изменяющегося во времени магнитного потока $\Phi(t)$ в магнитопровode наводятся вихревые токи, вызывающие дополнительные потери мощности и оказывающие размагничивающее действие на магнитопровод. Эти потери пропорциональны площади, равной разности между площадями динамической и статической петли гистерезиса.

Потери мощности от вихревых токов рассчитывают по формуле: $P_v = P_{yd} B_m^2 f^2 G$, где P_{yd} — удельные потери мощности от вихревых токов.

Потери мощности на перемагничивание магнитопровода, выделяясь в виде теплоты, приводят к нагреву катушки индуктивности и магнитопровода, что снижает КПД соответствующих электротехнических устройств.

Для уменьшения потерь мощности на гистерезис в качестве материала для магнитопровода используются ферромагнитные

металлы, характеризующиеся узкой петлей гистерезиса. Уменьшение потерь мощности на вихревые токи достигается применением для магнитопровода металлов с большим удельным электрическим сопротивлением за счет повышенного содержания кремния, при этом магнитопровод выполняют из набора тонких электрически изолированных друг от друга пластин, что способствует уменьшению индуцированных в каждой пластине вихревых токов, а следовательно, снижению потерь мощности от них.

Синусоидальное напряжение $u = U_m \sin \omega t$, подводимое к катушке с ферромагнитным магнитопроводом, компенсируется его составляющими в соответствии с уравнением, записанным по второму закону Кирхгофа в комплексной форме: $\underline{U} = R\underline{I} + jX_L \underline{I} + \underline{E} = R\underline{I} + jX_L \underline{I} + R_0 \underline{I} + jX_0 \underline{I}$, где \underline{E} — ЭДС, обусловленная основным магнитным потоком; \underline{I} — ток катушки; R — активное сопротивление проводов катушки; $X_L = \omega L$ — индуктивное сопротивление катушки ($\omega = 2\pi f$) (где f — частота питающего напряжения), обусловленное потоком рассеяния; $R_0 = P_n / I^2$ — активное сопротивление, обусловленное потерями в магнитопроводе на перемагничивание; X_0 — индуктивное сопротивление, обусловленное основным магнитным потоком Φ .

Пренебрегая влиянием относительно небольших падений напряжений на сопротивлениях R и X_L катушки и потерями на перемагничивание, имеем $\underline{U} = \underline{E}$ и соответственно: $U = E = 4,44 f \omega \Phi_m$.

С учетом этого подводимое к катушке напряжение $u = e = U_m \sin \omega t$ в каждое мгновение полностью компенсируется ЭДС, обусловленной основным магнитным потоком катушки индуктивности. Из полученного выражения следует, что амплитудное значение магнитного потока катушки определяется действующим значением синусоидального напряжения, подводимого к катушке, его частотой и числом витков катушки: $\Phi_m = U / 4,44 f \omega = B_m S_c$.

Так как напряжение $u(t)$ во времени изменяется по синусоидальному закону и в данном случае $u = e = U_m \sin \omega t = E_m \sin \omega t$, а следовательно, ЭДС и напряжение имеют одинаковую начальную фазу, то комплексы \underline{U} и \underline{E} на векторной диаграмме идеальной катушки без ферромагнитного сердечника совпадают по фазе. ЭДС $e = d\Phi/dt$ изменяется по синусоидальному закону во времени, поэтому магнитный поток, который ее создает, также должен быть синусоидальной функцией времени.

Так как зависимость $B(H)$ является нелинейной, нелинейна и зависимость $\Phi(I)$ как величины, пропорциональной B и H . Это означает, что при синусоидальном питающем напряжении $u(t)$, т. е. при синусоидальной зависимости $\Phi(t)$, зависимость между током катушки индуктивности и магнитным потоком $i(\Phi)$ также должна быть нелинейной. При этом магнитный поток Φ отстает по фазе от тока I катушки на гистерезисный угол α в результате явления гистерезиса. Следовательно, при питании синусоидальным напряжением $u(t)$ ток $i(t)$ в катушке с ферромагнитным сердечником искажает свою форму и является несинусоидальным во вре-

мени. При наличии несинусоидальных токов для упрощения расчетов переходят к эквивалентному синусоидальному току $I_{\text{эк}}$, имеющему одинаковое с несинусоидальным током действующее значение при одинаковой частоте и развивающему одинаковую с ним активную мощность при одинаковом значении коэффициента

$$\text{мощности: } I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = I_{\text{эк}} = I_{m\text{эк}}/\sqrt{2}, \quad \cos\varphi = P/UI = \\ = \cos\varphi_{\text{эк}} = \frac{P}{UI_{\text{эк}}}.$$

Полное сопротивление катушки индуктивности с магнитопроводом при расчетах находят по закону Ома: $Z_{\text{эк}} = U/I$. Эквивалентное активное сопротивление $R_{\text{эк}}$ катушки определяют по значению активной мощности P , потребляемой катушкой из питающей сети, и ее току или потерям мощности на перемагничивание P_n и активному сопротивлению R проводов катушки: $R_{\text{эк}} = P/I^2 = P_n/I^2 + R$. Эквивалентное индуктивное сопротивление катушки: $X_{\text{эк}} = X_L = \sqrt{Z_{\text{эк}}^2 - R_{\text{эк}}^2}$. При этом индуктивность катушки $L = X/\omega = X_L/2\pi f$

Принимая во внимание, что $B = \mu H$, а $\Phi = BS_c$ выражение для магнитного потока катушки индуктивности в общем виде может быть записано в виде закона Ома для магнитной цепи:

$$\Phi = \frac{I\omega}{\sum_{k=1}^n \frac{l_k}{\mu_k S_{ck}} + \frac{\delta}{\mu_0 S_0}} = \frac{F}{R_m},$$

где R_m — магнитное сопротивление магнитной цепи; μ_k — магнитная проницаемость, соответствующая напряженности магнитного поля H_k участка магнитопровода длиной l_k ; S_0 — сечение магнитопровода в воздушном зазоре δ ; S_{ck} — сечение магнитопровода.

Магнитная проницаемость материала магнитопровода несоизмеримо больше магнитной проницаемости воздушного зазора ($\mu \gg \mu_0$), поэтому составляющая $\delta/\mu_0 S_0$ является наибольшей величиной, определяющей магнитное сопротивление магнитной цепи. Вследствие этого при появлении в магнитной цепи воздушного зазора значительно увеличивается ее магнитное сопротивление, что в соответствии с приведенным ранее выражением должно привести к уменьшению магнитного потока. Однако этого не происходит, так как при неизменном по значению питающем напряжении $U \cong E = 4,44f\omega\Phi_m = \text{const}$ магнитный поток должен оставаться неизменным, что обеспечивается возрастанием магнитодвижущей силы F , а следовательно, возрастанием тока I катушки индуктивности до значения, при котором сохраняется постоянство отношения F/R_m в выражении для магнитного потока Φ .

Катушки индуктивности с магнитопроводом, имеющим регулируемый воздушный зазор (дрессели), используются в качестве

регулируемых сопротивлений в цепях переменного тока, так как с увеличением воздушного зазора при неизменном действующем на зажимах катушки напряжении магнитное сопротивление магнитопровода и ток дросселя возрастают за счет уменьшения полного сопротивления катушки вследствие уменьшения ее реактивного сопротивления, обусловленного индуктивностью. При этом путем изменения величины воздушного зазора в магнитопроводе можно регулировать значение тока катушки индуктивности (дросселя) при включении ее в цепь переменного тока при неизменном значении подводимого напряжения.

Литература. [1] § 6.1—6.16; [2] § 6.1—6.6, 7.1—7.7; [3] § 8.1—8.7, 9.1—9.6.

Примеры решения задач

9.1. В однородном магнитном поле (рис. 9.1) с индукцией $B = 10\ 000\ \text{Гс} = 1\ \text{Тл}$ расположен прямолинейный проводник длиной $l = 0,5\ \text{м}$ с током $I = 30\ \text{А}$, в одном случае под углом $\alpha_1 = \pi/6$ к направлению поля, а в другом — под углом $\alpha_2 = \pi/2$ к направлению магнитного поля. Определить силу F , действующую на проводник.

Решение. Сила, действующая на проводник, расположенный под углом $\alpha_1 = \pi/6$: $F_1 = BIl \sin \alpha_1 = 1 \cdot 30 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 7,5\ \text{Н}$.

Сила, действующая на проводник, расположенный перпендикулярно направлению поля, $\alpha_2 = \pi/2$: $F_2 = BIl \sin \alpha_2 = 1 \cdot 30 \cdot 0,5 \times 1 = 15\ \text{Н}$.

9.2. В однородном магнитном поле под действием электромагнитной силы $F = 50\ \text{Н}$ перемещается перпендикулярно магнитным силовым линиям на расстояние $a = 0,5\ \text{м}$ (рис. 9.2) проводник длиной $l = 0,5\ \text{м}$ с током $I = 100\ \text{А}$. Определить совершаемую при этом механическую работу.

Решение. Индукция магнитного поля связана с силой, действующей на проводник, уравнением: $F = BIl \sin \alpha$, откуда

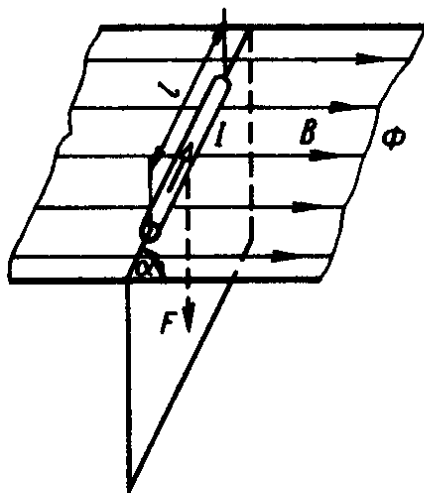


Рис. 9.1

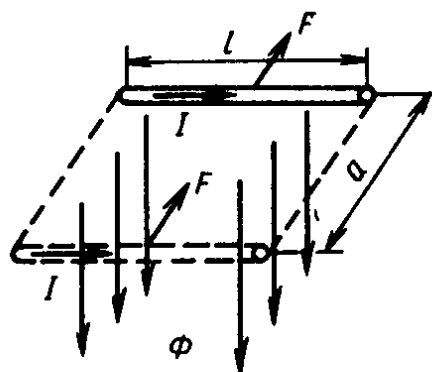


Рис. 9.2

$$B = \frac{F}{l \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{50}{100 \cdot 0,5 \cdot 1} = 1 \text{ Тл} = 10^4 \text{ Гс}; (1 \text{ Гс} = 10^{-4} \text{ Тл}).$$

Площадь, охватываемая проводником при перемещении: $S = al = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \text{ м}^2$. Магнитный поток, пересекаемый проводником: $\Phi = BS = 1 \cdot 0,25 = 0,25 \text{ Вб}$ или $\Phi = 10^4 \cdot 2,5 \cdot 10^3 = 0,25 \cdot 10^8 \text{ Мкс} = 0,25 \text{ Вб}$ (так как $1 \text{ Вб} = 10^8 \text{ Мкс}$).

Работа, совершаемая при перемещении проводника с током: $A = \Phi I = 0,25 \cdot 100 = 25 \text{ Дж}$ или $A = Fa = 50 \cdot 0,5 = 25 \text{ Дж}$.

9.3. По проводникам двухпроводной воздушной линии, расположенным на расстоянии $a = 30 \text{ см}$ друг от друга (рис. 9.3), протекают равные, но противоположно направленные токи $I_1 = I_2 = 100 \text{ А}$. Определить индукцию магнитного поля B , направления действия сил F_{21} и F_{12} равных участков проводников длиной $l = 5 \text{ м}$.

Решение. Индукция магнитного поля, создаваемая током первого проводника в точке, расположенной по оси второго

проводник ($\alpha = \pi/2$): $B_1 = \frac{\mu_a I_1}{2\pi a} = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi a} = \frac{4\pi 10^{-9} 100}{2\pi \cdot 30} = 6,66 \times$

$\times 10^{-9} \text{ Вб/см}^2$, где μ_a — абсолютная магнитная проницаемость; μ_0 — магнитная постоянная, равная в системе единиц СИ: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ Гн/м} = 4\pi \cdot 10^{-9} \text{ Гн/см}$ ($1 \text{ Гн} = 1 \text{ Ом} \cdot \text{с}$ — единица индуктивности); μ — относительная магнитная проницаемость воздуха ($\mu = 1$), следовательно, $\mu_a = \mu_0 \mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

Сила, действующая на второй проводник с током I_2 в результате взаимодействия с полем первого проводника: $F_{12} = B_1 I_2 l = 6,66 \cdot 10^{-9} \cdot 100 \cdot 500 = 33,3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж/см} = 33,3 \cdot 10^{-5} \cdot 10,2 = 333 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$.

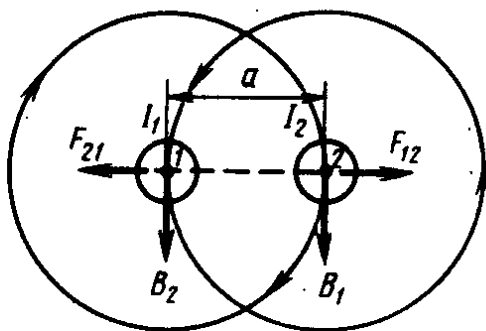


Рис. 9.3

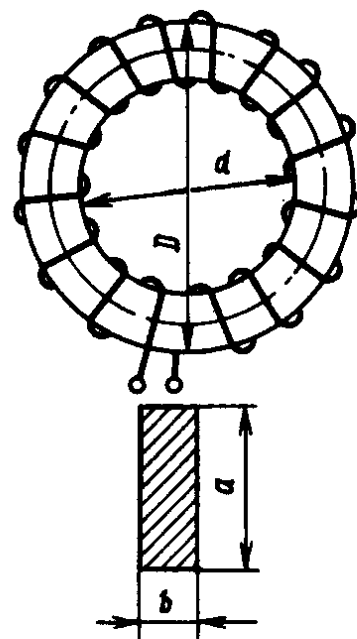


Рис. 9.4

Аналогичное значение получится и для силы F_{21} , действующей на первый проводник с током в поле второго проводника. Направление сил, действующих на проводник с током, определяется по правилу левой руки (рис. 9.3).

9.4. На кольцо из литой стали с прямоугольным сечением (рис. 9.4) равномерно нанесена обмотка с числом витков $w = 300$. Внутренний диаметр кольца $d = 20$ см, наружный диаметр $D = 24$ см, толщина кольца $b = 6$ см, ширина кольца $a = (D - d)/2 = 2$ см. Определить ток I , при котором магнитный поток в сердечнике $\Phi = 1,0 \cdot 10^{-3}$ Вб, для случаев, когда кольцо замкнуто и имеет разрез шириной $\delta = 5$ мм, а также ток I' катушки при наличии сердечника из немагнитного материала.

Решение. Сечение сердечника магнитопровода $S_c = b \frac{(D - d)}{2} = 6 \frac{(24 - 20)}{2} = 12 \text{ см}^2 = 12 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$.

Магнитная индукция в замкнутом сердечнике: $B_c = \Phi / S_c = 1,0 \cdot 10^{-3} / 12 \cdot 10^{-4} = 0,835$ Тл. Напряженность магнитного поля в замкнутом сердечнике определяется кривой намагничивания $B(H)$: при $B_c = 0,835$ Тл, $H_c = 5$ А/см = 500 А/м.

Длина средней силовой линии (средняя длина магнитопровода): $l_{cp} = \pi D_{cp} = \pi \frac{(D + d)}{2} = 3,14 \frac{24 + 20}{2} = 3,14 \cdot 22 = 69,2$ см.

Магнитодвижущая сила замкнутого сердечника: $F_1 = H_c l_{cp} = 5 \cdot 69,2 = 346$ А.

Ток в обмотке находят из уравнения, составленного по закону полного тока: $H_c l_{cp} = wI$, откуда $I = H_c l_{cp} / w = 346 / 300 = 1,15$ А.

Если кольцо имеет разрез, магнитную цепь можно рассматривать состоящей из двух последовательно соединенных участков (стальной магнитопровод и воздушный зазор). Пренебрегая потоком рассеяния, можно принять, что магнитная индукция в воздушном зазоре и стальном магнитопроводе одинакова: $B_0 = B_c = 0,835$ Тл.

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре:

$$H_0 = B_0 / \mu_0 = \frac{0,835}{4\pi \cdot 10^{-7}} = \frac{83,5}{4\pi} \cdot 10^5 = 6,68 \cdot 10^5 \text{ А/м} = 6680 \text{ А/см},$$

где магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м = $1,256 \cdot 10^{-6}$ Гн/м = $4\pi \cdot 10^{-9}$ Гн/см (Гн/м = Ом · с/м = В · с/А · м = Вб/А · м).

Напряженность магнитного поля в стальном сердечнике (определяем по кривой намагничивания для литой стали): для $B_c = 0,835$ Тл, $H_c = 500$ А/м = 5 А/см.

Магнитодвижущая сила при наличии в сердечнике воздушного зазора:

$$F_2 = wI_2 = H_c l_{cp} + \delta H_0 = 500 \cdot 0,687 + 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 6,68 \cdot 10^5 = 677,5 \text{ А},$$

где $l_{cp} = l_{cp} - \delta = 69,2 - 0,5 = 68,7$ см = 0,687 м — средняя длина магнитопровода без воздушного зазора.

Ток в катушке при наличии воздушного зазора: $I' = F_2 / w = 667,5 / 300 = 2,25$ А.

Изменение тока в обмотке вследствие наличия воздушного зазора: $\Delta I = I' - I = 2,25 - 1,15 = 1,1$ А.

Магнитная индукция в сердечнике из немагнитного материала: $B_c = B_0 = 0,835$ Т.

Напряженность магнитного поля при наличии сердечника из немагнитного материала: $H_0 = B_0 / \mu_0 = 0,835 / 4\pi \cdot 10^{-7} = 6,68 \times 10^5$ А/м = 6680 А/см.

Ток в катушке определяют из уравнения, составленного по закону полного тока: $H_0 l_{cp} = I w$, откуда

$$I = \frac{H_0 l_{cp}}{w} = \frac{6,68 \cdot 10^5 \cdot 69,2 \cdot 10^{-2}}{300} = 1535 \text{ А.}$$

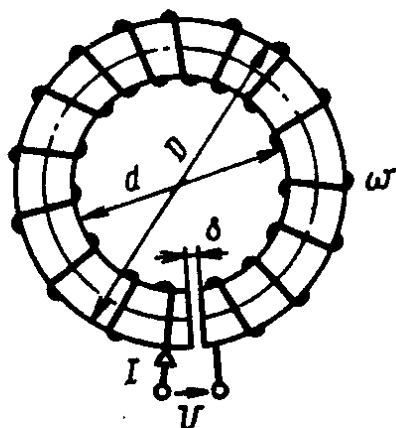


Рис. 9.5

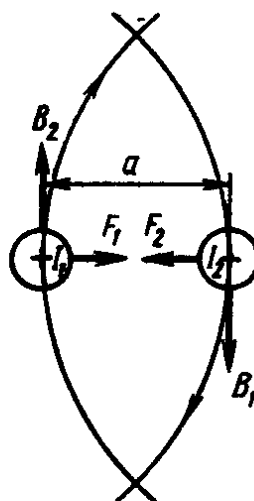


Рис. 9.6

9.5. Кольцевой сердечник из литой стали (рис. 9.5) с равномерно распределенной катушкой имеет размеры: внутренний диаметр $d = 20$ см, наружный диаметр $D = 24$ см и воздушный зазор $\delta = 2$ мм. Определить магнитодвижущую силу F , необходимую для создания в воздушном зазоре магнитной индукции $B = 1$ Вб/м².

Решение. Напряженность магнитного поля в сердечнике магнитопровода определяется по кривой намагничивания $B(H)$ для литой стали. Пренебрегая потоками рассеяния, принимаем, что магнитная индукция в воздушном зазоре и в стали одинакова: $B_0 = B_c = 1 \frac{\text{Вб}}{\text{м}^2} = 1$ Тл, чему соответствует $H_c = 700$ А/м.

Средняя длина магнитной силовой линии кольцевого магнитопровода: $l_{cp} = \pi D_{cp} = \frac{\pi(D+d)}{2} = 3,14 \frac{(24+20)}{2} = 3,14 \cdot 22 = 69,2$ см.

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре: $H_0 =$

$= B_0/\mu_a = B_0/\mu_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0,8 \cdot 10^6 \text{ А/м}$ (так как абсолютная магнитная проницаемость $\mu_a = \mu_0\mu$, а для воздуха $\mu = 1$, то $\mu_a = \mu_0$).

Определяем магнитодвижущую силу катушки исходя из закона полного тока: $\omega I = H_c l'_{cp} + H_0 \delta = 700 \cdot 0,69 + 0,8 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 483 + 1600 = 2083 \text{ А}$, где $l'_{cp} = l_{cp} - \delta = 69,2 - 0,2 = 68 \text{ см}$ — средняя длина магнитопровода без воздушного зазора.

Задачи

9.6. Проводники с токами $I_1 = I_2 = 100 \text{ А}$ расположены в воздухе параллельно друг другу на расстоянии $a = 5 \text{ см}$ (рис. 9.6) и укреплены на изоляторах, расстояние между которыми $l = 2 \text{ м}$. Определить значение и направление сил F_1 и F_2 взаимодействия между проводниками и направление индукции поля проводников при одинаковом направлении токов I_1 и I_2 в них. *Ответ.* $F_1 = F_2 = F = 0,08 \text{ Н}$.

9.7. Прямоугольная рамка перемещается со скоростью $V = 1000 \text{ м/с}$ в равномерном магнитном поле с индукцией $B = 8000 \text{ Гс} = 0,8 \text{ Тл}$ перпендикулярно направлению магнитного потока. Длина рамки $l = 900 \text{ мм}$, омическое сопротивление $R = 0,2 \text{ Ом}$. Определить потребляемую рамкой мощность P , приложенное к рамке усилие F , а также механическую мощность $P_{\text{мех}}$, необходимую для перемещения рамки. *Ответ.* $P = 259,2 \text{ Вт}$, $F = 26 \text{ Н}$, $P_{\text{мех}} = 260 \text{ Вт}$.

9.8. Определить ЭДС самоиндукции катушки индуктивности с индуктивностью $L = 0,3 \text{ Гн}$, активным сопротивлением $R = 2 \text{ Ом}$, если при включении ее в питающую сеть постоянного тока с напряжением $U = 110 \text{ В}$ установившееся значение тока наступает через время $t = 0,1 \text{ с}$. *Ответ.* $E_s = 165 \text{ В}$.

9.9. Определить энергию W магнитного поля катушки индуктивности с индуктивностью $L = 20 \text{ мГн}$ при наличии в ней постоянного тока $I = 20 \text{ А}$. *Ответ.* $W = 4 \text{ Дж}$.

Таблица 9.1

Величины	Варианты контрольного задания 9.12														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ω , витков	800	800	800	800	900	900	900	900	900	900	1000	1000	1000	1000	1000
I , А	3	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	3	2,8	2,4	2,2	2
δ , мм	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2,5	2,5	2,5	2,5	2
Магнитная цепь	См. рис. 9.12, а (с одним зазором)														
Марка стали	Листовая электротехническая сталь 3411 (холодиокатаная)														

Величины	Варианты контрольного задания 9.12														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
w , витков	800	800	800	800	800	900	900	900	900	900	1000	1000	1000	1000	1000
I , А	4	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	4	3,8	3,6	3,4	3,2
δ , мм	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Магнитная цепь	См. рис. 9.12, б (с двумя зазорами)														
Марка стали	Листовая электротехническая сталь (горячекатаная)														

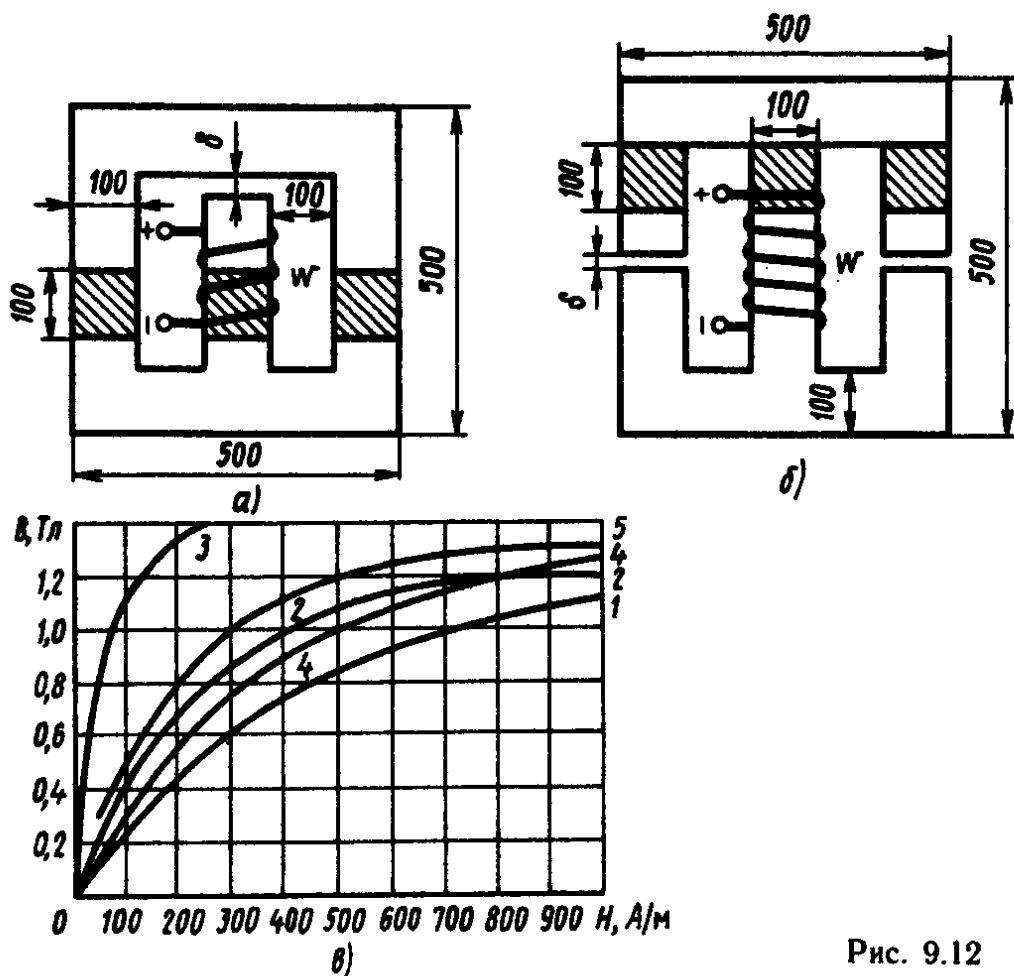


Рис. 9.12

9.10. Определить индуктивность L кольцевой катушки (тороида), размещенной на магнитопроводе из литой стали. Средняя длина силовой линии $l_{cp} = 80$ см, поперечное сечение кольца $S = 12$ см², число витков катушки $w = 200$, ток катушки $I = 2$ А. Ответ. $L = 0,1$ Гн.

9.11. Определить амплитудное значение ЭДС самоиндукции E_m катушки, индуктивность которой $L = 0,12$ Гн, ток в катушке изменяется по синусоидальному закону $i = 0,2 \sin \omega t$ с частотой $\omega = 10^4$ с. Ответ. $E_m = 240$ В.

Контрольное задание

9.12. Магнитная цепь с симметричным магнитопроводом, выполненным из электротехнической стали с размерами, приведенными на рис. 9.12, а, б, содержит катушку возбуждения магнитного потока с числом витков w и током I . Используя кривые намагничивания стали $B(H)$ (рис. 9.12, в)*, по данным, приведенным в табл. 9.1 для соответствующего варианта задания, определить энергию магнитного поля W и магнитные потоки Φ на всех участках магнитной цепи, индуктивность катушки возбуждения L , составить эквивалентную электрическую схему рассматриваемой магнитной цепи.

* Кривые намагничивания для сталей: 1 — литая сталь; листовые электротехнические стали: 2 — 1512 (горячекатаная); 3 — 3411 (холоднокатаная); 4 — 1212 (горячекатаная); 5 — 1410 (горячекатаная).

Глава 10

ТРАНСФОРМАТОРЫ

§ 10.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ТРАНСФОРМАТОРАХ

Трансформатор представляет собой статический электромагнитный аппарат, предназначенный для преобразования переменного тока одного напряжения в переменный ток другого напряжения при той же частоте.

Трансформатор состоит из стального сердечника, собранного из тонких листов электротехнической стали, изолированных друг от друга с целью снижения потерь мощности на гистерезис P_r и вихревые токи $P_{вх}$. На сердечнике трансформатора расположены первичная и одна или несколько вторичных обмоток. К первичной подводится питающее напряжение U_1 , а со вторичной снимается напряжение U_2 , которое подводится к потребителю электрической энергии.

Переменный ток, протекая по виткам первичной обмотки трансформатора, возбуждает в сердечнике магнитопровода переменный магнитный поток Φ . Изменяясь во времени по синусоидальному закону $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$, этот поток пронизывает витки как первичной, так и вторичной обмоток. При этом в соответствии с законом электромагнитной индукции в обмотках наводятся ЭДС, выражения мгновенных значений которых для первичной и вторичной обмоток имеют вид: $e_1 = \omega_1 \frac{d\Phi}{dt} = E_{m1} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$; $e_2 = \omega_2 \frac{d\Phi}{dt} = E_{m2} \sin(\omega_1 t + \pi/2)$, где ω_1 , ω_2 — числа витков первичной и вторичной обмоток трансформатора; E_{m1} и E_{m2} — амплитудные значения ЭДС соответственно в первичной и вторичной обмотках.

Из полученных уравнений следует, что ЭДС E_1 , так же как и ЭДС E_2 трансформатора, опережает магнитный поток Φ на угол $\pi/2$.

Ток первичной обмотки I_1 трансформатора при отключении потребителем является током I_0 холостого хода. Пренебрегая влиянием насыщения, несинусоидальный намагничивающий ток может быть заменен эквивалентным синусоидальным током: $i_0 = I_{0m} \sin(\omega t + \alpha)$. Входящий в уравнение угол магнитных по-

терь α (угол сдвига по фазе между током I_0 и магнитным потоком Φ трансформатора) обусловлен потерями мощности в магнитопроводе трансформатора.

При синусоидальном изменении магнитного потока, при отсутствии насыщения магнитной системы, действующие значения ЭДС, индуцированные в первичной и вторичной обмотках трансформатора, определяют в соответствии с выражениями: $E_1 = 4,44\omega_1 f \Phi_m$; $E_2 = 4,44\omega_2 f \Phi_m$, где f — частота переменного тока; Φ_m — амплитудное значение магнитного потока трансформатора.

Отношение ЭДС E_1 первичной обмотки трансформатора к ЭДС E_2 вторичной его обмотки, равное отношению соответствующих чисел витков обмоток, является коэффициентом трансформации трансформатора: $E_1/E_2 = \omega_1/\omega_2 = n$. Если $E_1 < E_2$, то трансформатор — повышающий, при $E_1 > E_2$ — понижающий. Коэффициент трансформации n , магнитный поток Φ_m , а также потери мощности P_m в сердечнике магнитопровода трансформатора при номинальной нагрузке определяются из опыта холостого хода трансформатора.

При опыте холостого хода к первичной обмотке трансформатора подводится напряжение, равное его номинальному значению $U_{1 \text{ ном}}$. Вторичная обмотка трансформатора при этом разомкнута, так как в ее цепи отсутствует нагрузка. В результате этого ток во вторичной обмотке оказывается равным нулю, в то время как в цепи первичной обмотки трансформатора протекает ток холостого хода I_0 , значение которого обычно невелико и составляет 4—10 % от номинального значения тока в первичной обмотке $I_{1 \text{ ном}}$.

В соответствии со вторым законом Кирхгофа для первичной и вторичной цепей трансформатора в режиме холостого хода можно получить уравнение электрического равновесия, записанное в комплексной форме: $\underline{E}_1 = \underline{U}_1 - \underline{Z}_1 \underline{I}_0$, $\underline{E}_2 = \underline{U}_2$.

Пренебрегая падением напряжения на первичной обмотке трансформатора $\underline{I}_0 \underline{Z}_1$, равного произведению тока холостого хода на полное сопротивление первичной обмотки, ввиду его весьма небольшого значения по сравнению с E_1 , коэффициент трансформации трансформатора приближенно можно определить как отношение первичного напряжения U_1 ко вторичному U_2 : $n = E_1/E_2 \simeq U_1/U_2$.

Полученные выражения дают возможность вычислить магнитный поток Φ_m и магнитную индукцию B_m , если известно сечение сердечника магнитопровода S_c , так как $B_m = \Phi_m/S_c$.

Активная мощность, потребляемая трансформатором в режиме холостого хода P_0 , затрачивается на потери мощности в магнитопроводе и электрические потери мощности в первичной обмотке: $P_0 = P_m + P_{\Sigma 1}$.

Поскольку активное сопротивление первичной обмотки R_1 , так же как и ток холостого хода I_0 трансформатора, обычно незначительно, электрические потери мощности в этой обмотке

оказываются весьма небольшими и ими можно пренебречь, при этом $P_0 \cong P_m$.

При нагрузке трансформатора к его вторичной обмотке подключается потребитель электрической энергии. Ток I_2 во вторичной обмотке нагруженного трансформатора согласно закону Ома определяется из выражения: $U_2 = Z_n I_2$, $I_2 = U_2 / Z_n$, где Z_n — полное сопротивление потребителя (нагрузки).

В соответствии со вторым законом Кирхгофа для первичной и вторичной обмоток нагруженного трансформатора можно составить уравнения электрического равновесия

$$\underline{U}_1 = (R_1 + jX_1)\underline{I}_1 + \underline{E}_1; \quad \underline{E}_2 = (R_2 + jX_2)\underline{I}_2 + \underline{U}_2,$$

где \underline{I}_1 — ток первичной обмотки нагруженного трансформатора; R_2 и X_2 — активное сопротивление и обусловленное магнитными потоками рассеяния индуктивное сопротивление вторичной обмотки трансформатора.

Так как падение напряжения на первичной обмотке $\underline{Z}_1 \underline{I}_1 = (R_1 + jX_1)\underline{I}_1$ в пределах до номинального тока нагрузки $I_{1 \text{ ном}}$ обычно мало по сравнению с ЭДС E_1 , им можно пренебречь и приближенно считать, что $U_1 \cong E_1 = 4,44 \omega_1 f \Phi_m$.

Из этого следует, что при постоянном напряжении питающей сети $U_1 = \text{const}$ при нагрузке трансформатора можно считать также и ЭДС $E_1 = \text{const}$. Так как ЭДС в обмотках наводится результирующим магнитным потоком, то этот поток должен также оставаться практически постоянным в пределах от холостого хода до номинальной нагрузки трансформатора ($\Phi_m \cong \text{const}$).

Исследование работы трансформатора при нагрузке производится на основе векторных диаграмм, построенных для приведенного трансформатора, у которого параметры вторичной обмотки приведены к напряжению U_1 и числу витков ω_1 первичной обмотки. В соответствии с этим приведенный трансформатор имеет коэффициент трансформации $n = 1$. При замене реального трансформатора приведенным активные, реактивные и полные мощности, а также коэффициент мощности вторичной обмотки трансформатора принимаются неизменными.

Значения приведенных значений ЭДС E'_2 , вторичного напряжения U'_2 , вторичного тока I'_2 , активного R'_2 , индуктивного X'_2 и полного Z'_2 сопротивлений вторичной обмотки и полного сопротивления нагрузки Z'_n определяют по действующим их значениям и коэффициенту трансформации в соответствии с выражениями:

$$\begin{aligned} E'_2 &= nE_2; & U'_2 &= nU_2; & I'_2 &= \frac{1}{n} I_2; & R'_2 &= n^2 R_2; & X'_2 &= n^2 X_2; \\ Z'_2 &= n^2 Z_2; & Z'_n &= n^2 Z_n. \end{aligned}$$

При этом ЭДС $\underline{E}_1 = \underline{E}'_2$ можно заменить суммой активного и реактивного индуктивного комплексных падений напряжения в соответствии с уравнением: $\underline{E}_1 = R_0 \underline{I}_0 + jX_0 \underline{I}_0$, где X_0 — индуктивное сопротивление, обусловленное основным потоком транс-

форматора; R_0 — активное сопротивление, обусловленное потерями мощности в магнитопроводе трансформатора, т. е. некоторое условное активное сопротивление, в котором выделяется мощность $R_0 I_0^2 = P_m$, равная потерям мощности в магнитопроводе.

С учетом выражений для \underline{U}_1 и \underline{U}'_2 получим уравнение для комплексных токов, составленное по первому закону Кирхгофа: $\underline{I}_1 = \underline{I}_0 + \underline{I}'_2$, принимая во внимание которое, может быть составлена полная (Т-образная) схема замещения трансформатора.

При опыте короткого замыкания трансформатора к первичной его обмотке подводится такое напряжение $U_{1к}$, при котором в обмотках возникают токи, равные соответствующим номинальным их значениям $I_{1ном}$ и $I_{2ном}$, а напряжение на вторичной обмотке трансформатора $U_2 = 0$.

При этом к первичной обмотке трансформатора подводится напряжение U_1 , сниженное (в зависимости от типа и мощности трансформатора) в 10—20 раз по сравнению с соответствующим номинальным значением напряжения $U_{1ном}$. Так как напряжение короткого замыкания, подводимое к первичной обмотке, мало и равно $U_{1к} \simeq E_{1к} = 4,44 \omega_1 f \Phi_m$, то магнитный поток трансформатора Φ_m , а следовательно, и магнитная индукция B_m трансформатора при этом также малы. Вследствие этого потери в магнитопроводе P_m , пропорциональные квадрату магнитной индукции B_m^2 , при опыте короткого замыкания ничтожно малы и ими можно пренебречь ($P_m = 0$).

Таким образом, при опыте короткого замыкания вся мощность P_k , потребляемая трансформатором, идет на нагрев его обмоток, т. е. равна электрическим потерям P_s в проводах обмоток, так как $P_k = P_s + P_m \simeq I_{1ном}^2 R_1 + I_{2ном}^2 R_2 = (R_1 + R'_2) I_{1ном}^2 = I_{1ном}^2 R_k$. При этом $P_m = 0$, а мощность $P_k = P_{ном}$, т. е. равна потерям в обмотках трансформатора при номинальной нагрузке.

При опыте короткого замыкания ($Z'_n = 0$) определяют параметры упрощенной схемы замещения трансформатора при коротком замыкании

$$Z_k = U_{1к} / I_{1ном}; \quad R_k = R_1 + R'_2 = P_k / I_{1ном}^2;$$

$$X_k = X_1 + X'_2 = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2},$$

где R_k , X_k , Z_k — активное, реактивное индуктивное и полное сопротивления короткого замыкания трансформатора.

К нагрузочным характеристикам трансформатора относятся зависимости его вторичного напряжения U_2 , коэффициента мощности $\cos \varphi_1$ и КПД η от тока нагрузки I_2 потребителя электроэнергии при $\cos \varphi_2 = \text{const}$.

Зависимость $U_2(I_2)$ напряжения на зажимах вторичной обмотки от тока нагрузки является внешней характеристикой трансформатора. Уравнение внешней характеристики трансформатора может быть записано по второму закону Кирхгофа для вторичной его цепи: $\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = \underline{E}_2 - (R_2 + jX_2) \underline{I}_2$.

Из полученного выражения следует, что при изменении тока нагрузки трансформатора изменяется и напряжение на зажимах

вторичной обмотки вследствие увеличения падения напряжения на этой обмотке, т. е. из-за увеличения произведения $Z_2 I_2$, а также за счет уменьшения ЭДС E_2 , имеющего место в реальных условиях вследствие некоторого уменьшения магнитного потока Φ при увеличении тока нагрузки трансформатора.

Из векторной диаграммы нагруженного трансформатора можно установить, что падение напряжения на вторичной обмотке тем больше, чем больше угол сдвига по фазе ψ_2 между ЭДС E_2 и током нагрузки I_2 . Таким образом, чем больше выражен индуктивный характер нагрузки, тем значительно уменьшается напряжение U_2 на вторичной обмотке трансформатора с ростом тока I_2 нагрузки. Наоборот, при емкостном характере нагрузки с увеличением тока нагрузки напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора возрастает.

В режиме холостого хода трансформатора при отсутствии нагрузки во вторичной цепи ($Z_n = \infty$) трансформатор потребляет активную мощность, равную мощности холостого хода: $P_0 = U_1 I_0 = \cos \varphi_0$. Так как мощность, ток и напряжение в режиме холостого хода не равны нулю, то не может быть равным нулю и $\cos \varphi_0 \neq 0$ при $I_2 = 0$.

С увеличением нагрузки зависимость $\cos \varphi_1(I_2)$ сначала резко возрастает, достигает максимального значения при некотором значении тока I_2 , а затем несколько уменьшается при дальнейшем увеличении нагрузки, что можно видеть из векторной диаграммы нагруженного трансформатора, так как с увеличением тока нагрузки I_2 одновременно происходит увеличение и тока первичной обмотки трансформатора I_1 . Поскольку коэффициент мощности потребителя электроэнергии $\cos \varphi_2 = \text{const}$, то с увеличением тока I_1 происходит его смещение в сторону напряжения U_1 . При этом угол φ_1 уменьшается, а $\cos \varphi_1$ увеличивается до определенного предела, равного $\cos \varphi_{1\text{max}}$, так как дальнейшее увеличение I_2 (а следовательно, P_2 и I_1) приводит к значительному возрастанию реактивного падения напряжения на первичной обмотке $jX_1 I_1$.

При дальнейшем увеличении тока нагрузки I_2 коэффициент мощности $\cos \varphi_1$ уменьшается. КПД трансформатора представляет собой отношение полезной мощности P_2 к мощности P_1 , потребляемой им из сети:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_m + P_s} = \frac{\beta U_{2\text{ном}} I_{2\text{ном}} \cos \varphi_2}{\beta U_{2\text{ном}} I_{2\text{ном}} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_x'}$$

где $P_m = P_0$ — потери в магнитопроводе трансформатора (находят из опыта холостого хода); P_s — электрические потери в обмотках трансформатора (при номинальной нагрузке определяют из опыта короткого замыкания); $\beta = I_2 / I_{2\text{ном}}$ — отношение текущего значения тока нагрузки к номинальному его значению; $\cos \varphi_2 = P_2 / U_2 I_2$ — коэффициент мощности потребителя электроэнергии.

При отсутствии нагрузки, когда мощность не потребляется нагрузкой ($P_2 = 0$), КПД равен нулю. При малых значениях тока

нагрузки электрическими потерями P_3 в обмотках трансформатора можно пренебречь вследствие небольшого значения тока нагрузки. Потери мощности в магнитопроводе P_m при этом оказываются соизмеримыми с полезной мощностью P_2 , а значение КПД трансформатора оказывается небольшим. С увеличением нагрузки КПД трансформатора возрастает.

Потери P_m в магнитопроводе трансформатора не зависят от нагрузки, в то время как с увеличением тока I_2 нагрузки электрические потери P_3 в обмотках трансформатора растут пропорционально квадрату тока. Анализ приведенной выше формулы показывает, что КПД трансформатора имеет наибольшее значение при равенстве электрических потерь мощности в обмотках и потерь мощности в магнитопроводе трансформатора, т. е. при $P_m = P_3$.

При дальнейшем возрастании нагрузки трансформатора потерями в магнитопроводе P_m можно пренебречь вследствие их относительно небольшого значения по сравнению с достаточно большими электрическими потерями мощности в проводах обмоток P_3 .

КПД современных трансформаторов весьма высок. Причем с увеличением номинальной мощности трансформатора КПД растет, для мощных трансформаторов он достигает значений порядка 98—99 %.

Литература. [1] § 8.1—8.13; [2] § 8.1—8.17; [3] § 10.1—10.11.

Примеры решения задач

10.1. Определить коэффициент трансформации n трансформатора, число витков ω_1 первичной обмотки при числе витков вторичной обмотки $\omega_2 = 40$, а также номинальные токи $I_{1\text{ном}}$ и $I_{2\text{ном}}$ в обмотках однофазного трансформатора с номинальной мощностью $S_{1\text{ном}} = 3\text{кВ}\cdot\text{А}$, подключенного к питающей сети с напряжением $U_{1\text{ном}} = 127\text{ В}$, напряжение на зажимах вторичной обмотки при холостом ходе $U_{20} = 60\text{ В}$.

Решение. Коэффициент трансформации трансформатора: $n = \omega_1/\omega_2 = E_1/E_2 = U_1/U_{20} = 127/60 = 2,11$, так как $U_{20} = E_2$, при холостом ходе трансформатора падение напряжения на первичной обмотке весьма незначительно, поэтому приближенно $U_1 \simeq E_1$. Число витков первичной обмотки: $\omega_1 = n\omega_2 = 2,11 \cdot 40 = 84,4$.

Номинальный ток первичной обмотки (считая полные мощности обмоток $S_1 \simeq S_2$): $I_{1\text{ном}} = S_{1\text{ном}}/U_{1\text{ном}} = \frac{3 \cdot 1000}{127} = 23,6\text{ А}$.

Номинальный ток вторичной обмотки трансформатора (принимая $U_{2\text{ном}} = U_{20}$): $I_{2\text{ном}} = S_{1\text{ном}}/U_{20} = 3000/60 = 50\text{ А}$.

10.2. Определить коэффициент трансформации и действующие значения ЭДС E_1 и E_2 обмоток однофазного трансформатора при частоте $f = 100\text{ Гц}$, если площадь поперечного сечения магнитопровода $S_c = 4\text{ см}^2$. Амплитудное значение магнитной индук-

ции $B_m = 1$ Тл, число витков первичной и вторичной обмоток трансформатора: $\omega_1 = 250$ и $\omega_2 = 1250$.

Решение. Коэффициент трансформации трансформатора: $n = \omega_1/\omega_2 = E_1/E_2 = 250/1250 = 0,2$.

Амплитудное значение магнитного потока в сердечнике трансформатора: $\Phi_m = B_m S_c = 1 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4}$ Вб ($B_m = 1$ Тл $= 1$ Вб/м²); $S_c = 4$ см² $= 4 \cdot 10^{-4}$ м².

Действующие значения ЭДС, наводимых в обмотках трансформатора: $E_1 = 4K_\phi f \omega_1 \Phi_m = 4 \cdot 1,11 \cdot 100 \cdot 250 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 44,4$ В; $E_2 = 4K_\phi f \omega_2 \Phi_m = 4 \cdot 1,11 \cdot 100 \cdot 1250 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 222$ В, где K_ϕ — коэффициент формы кривой напряжения (для синусоидального напряжения $K_\phi = 1,11$).

10.3. Определить коэффициент трансформации n трехфазного трансформатора и номинальные действующие значения первичного и вторичного фазных $U_{1\text{фном}}$, $U_{2\text{фном}}$ и линейных $U_{1\text{лном}}$, $U_{2\text{лном}}$ напряжений, при соединении обмоток соответственно по схемам «звезда—звезда» и «звезда—треугольник»; первичная обмотка имеет число витков на фазу $\omega_1 = 2002$, вторичная $\omega_2 = 134$. Номинальное линейное напряжение первичной обмотки $U_{1\text{лном}} = 6000$ В.

Решение. Коэффициент трансформации фазных напряжений трансформатора $n = \omega_1/\omega_2 = 2002/134 = 15$. Номинальное первичное фазное напряжение трансформатора: $U_{1\text{фном}} = U_{1\text{лном}}/\sqrt{3} = 6000/1,73 = 3470$ В.

Номинальные вторичные напряжения трансформатора при соединении обмоток по схеме «звезда—звезда»:

линейное $U_{2\text{лном}} = U_{1\text{лном}}/n = 6000/15 = 400$ В;

фазное $U_{2\text{фном}} = U_{2\text{лном}}/\sqrt{3} = 400/1,73 = 230$ В.

Коэффициенты трансформации трансформатора при соединении обмоток по схеме «звезда—звезда»:

линейных $n_{\lambda\lambda} = U_{1\text{лном}}/U_{2\text{лном}} = 6000/400 = 15$;

фазных $n_{\lambda\phi} = U_{1\text{фном}}/U_{2\text{фном}} = 3470/230 = 15$.

Коэффициенты трансформации трансформатора при соединении обмоток по схеме «звезда—треугольник»:

фазных $n_{\Delta\phi} = U_{1\text{фном}}/U_{2\text{фном}} = 3470/230 = 15$;

линейных $n_{\Delta\lambda} = U_{1\text{лном}}/U_{2\text{лном}} = 6000/230 = 26$, так как при этом $U_{2\text{лном}} = U_{2\text{фном}}$.

10.4. Трехфазный трансформатор типа ТМ-50/6 имеет номинальную мощность $S_{1\text{ном}} = 50$ кВ·А, номинальные напряжения $U_{1\text{ном}} = 6000$ В и $U_{2\text{ном}} = 525$ В, частоту питающего напряжения $f = 50$ Гц. Определить КПД η трансформатора при коэффициентах загрузки $\beta = 1$; 0,75 и 0,5 от номинальной ($\cos\varphi_2 = 1,0$), а также коэффициент нагрузки β_{max} , при котором КПД имеет максимальное значение η_{max} , если потери холостого хода при номинальном напряжении $P_0 = 350$ Вт, а потери короткого замыкания $P_k = 1325$ Вт. Построить зависимость изменения КПД от полезной мощности P_2 .

Решение. КПД трансформатора при номинальной нагрузке:

$$\beta_{\text{ном}} = 1:$$

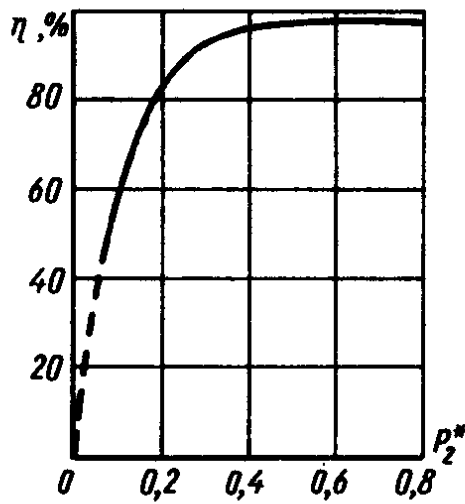


Рис. 10.4

$$\eta_{\text{ном}} = \frac{\beta S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2}{\beta S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_{\text{к}}} =$$

$$= \frac{1 \cdot 50 \cdot 1}{1 \cdot 50 \cdot 1 + 0,35 + 1^2 \cdot 1,325} = \frac{50}{51,675} = 0,967$$

или $\eta_{\text{ном}} \% = 96,7 \%$;

при $\beta = 0,75$:

$$\eta_{0,75} = \frac{\beta S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2}{\beta S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_{\text{к}}}$$

$$= \frac{0,75 \cdot 50 \cdot 1}{0,75 \cdot 50 \cdot 1 + 0,35 + 0,75^2 \cdot 1,325} = \frac{37,5}{38,59} = 0,974 \text{ или } \eta_{0,75} \% = 97,4 \%$$

при $\beta = 0,5$:

$$\eta_{0,5} = \frac{\beta S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2}{\beta S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_{\text{к}}} = \frac{0,5 \cdot 50 \cdot 1}{0,5 \cdot 50 \cdot 1 + 0,35 + 0,5^2 \cdot 1,325} =$$

$$= \frac{25}{25,68} = 0,973 \text{ или } \eta_{0,5} \% = 97,3 \%$$

Нагрузка трансформатора, соответствующая максимальному значению КПД η_{max} трансформатора (принимаяем $P_0 = 2P_{\text{м}}$):

$$\beta_{\text{max}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{\text{к}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 350}{1325}} = \frac{26,4}{37,3} = 0,705.$$

Зависимость $\eta (P_2^*)$ приведена на рис. 10.4. Здесь P_2^* — относительная полезная мощность, равная отношению текущего значения полезной мощности к полезной номинальной: $P_2^* = P_2 / P_1$. Так как $\cos \varphi_2 = 1$, то активная мощность равна полной номинальной мощности трансформатора: $P_{2\text{ном}} = S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2 = S_{\text{ном}}$.

10.5. Трехфазный трансформатор с номинальной мощностью $S_{1\text{ном}} = 50 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ работает в течение времени $T = 800 \text{ ч/год}$ с полной нагрузкой ($\beta = 1$). Потери мощности холостого хода P_0 трансформатора составляют 0,7 %, а потери короткого замыкания при номинальной нагрузке $P_{\text{к}}$ составляют 2,65 % от полной мощности $S_{1\text{ном}}$. Определить КПД $\eta_{\text{ном}}$ при номинальной нагрузке, а также среднегодовой КПД $h_{\text{г}}$.

Решение. Потери мощности холостого хода: $P_0 = 0,7\% S_{1\text{ном}} / 100\% = 0,07 \cdot 50 = 0,35 \text{ кВт}$. Потери короткого замыкания: $P_{\text{к}} = 2,65\% S_{1\text{ном}} / 100\% = 0,0265 \cdot 50 = 1,325 \text{ кВт}$.

Суммарные потери мощности при номинальной нагрузке: $\Sigma P_{\text{ном}} = P_0 + P_{\text{к}} = 0,35 + 1,325 = 1,675 \text{ кВт}$ или $\Sigma P_{\text{ном}} \% = 3,35 \%$ от $S_{1\text{ном}} = 50 \text{ кВ} \cdot \text{А}$.

Полезная мощность, отдаваемая трансформатором потребителю электроэнергии при номинальной нагрузке ($\beta = 1$): $P_{2\text{ном}} = S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2 = 50 \cdot 1 = 50 \text{ кВт}$.

Коэффициент полезного действия трансформатора при номи-

нальной нагрузке ($\beta = 1$): $\eta_{\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{P_{2\text{ном}} + \Sigma P_{\text{ном}}} = \frac{50}{50 + 1,675} = 0,96$ или $\eta_{\text{ном}} \% = 96 \%.$

Энергия, отданная трансформатором за год потребителю электроэнергии: $W_2 = P_{2\text{ном}} T = 50 \cdot 800 = 40\,000$ кВт·ч.

Энергия, потребляемая трансформатором при холостом ходе: $W_0 = P_0 T_1 = 0,35 \cdot 365 \cdot 1 = 0,35 \cdot 365 = 126$ кВт·ч, где $T_1 = 365 \cdot 1 = 365$ ч — число часов работы в год трансформатора в режиме холостого хода (1 час в день).

Энергия, теряемая в проводах обмоток трансформатора при номинальной нагрузке: $W_k = P_k T = 1,325 \cdot 800 = 1060$ кВт·ч. Энергия, потребляемая трансформатором из сети в год: $W_1 = W_2 + W_0 + W_k = 40\,000 + 126 + 1060 = 41\,186$ кВт·ч. Среднегодовой КПД трансформатора: $\eta_r \% = \frac{W_2}{W_1} 100 \% = \frac{40\,000}{41\,186} 100 \% = 97 \%.$

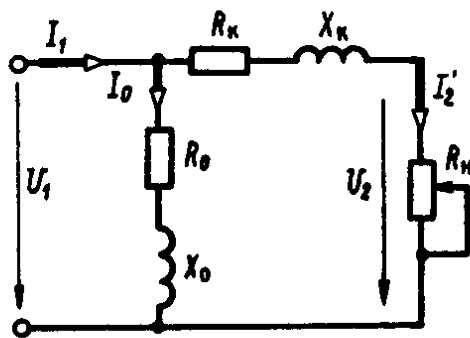


Рис. 10.6

10.6. Определить параметры упрощенной (Г-образной) схемы замещения (рис. 10.6) трансформатора с номинальной мощностью $S_{1\text{ном}} = 50$ кВ·А. Обмотки трансформатора соединены по схеме «звезда»; номинальные линейные напряжения первичной и вторичной обмоток: $U_{1\text{ном}} = 6000$ В, $U_{2\text{ном}} = 525$ В, частота питающего напряжения $f_{\text{ном}} = 50$ Гц, ток холостого хода $I_0 = 7 \% I_{1\text{ном}}$, мощность холостого хода $P_0 = 0,350$ кВт, напряжение короткого замыкания $U_k = 5,5 \%.$, мощность короткого замыкания $P_k = 0,325$ кВт.

Решение. Номинальные фазные (линейные) токи трансформатора (считая $S_{1\text{ном}} \approx S_{2\text{ном}}$): $I_{1\text{ном}} = \frac{S_{1\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{1\text{ном}}} = \frac{50 \cdot 10^3}{1,73 \cdot 6000} = 4,82$ А;

$$I_{2\text{ном}} = \frac{S_{1\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{2\text{ном}}} = \frac{50 \cdot 10^3}{1,73 \cdot 525} = 55 \text{ А.}$$

Номинальные фазные напряжения трансформатора: $U_{1\phi\text{ном}} = U_{1\text{ном}} / \sqrt{3} = 6000 / 1,73 = 3460$ В; $U_{2\phi\text{ном}} = U_{2\text{ном}} / \sqrt{3} = 525 / 1,73 = 303$ В.

Ток холостого хода трансформатора: $I_0 = 7 \% / 100 I_{1\text{ном}} = 0,07 \cdot 4,82 = 0,338$ А.

Активное сопротивление намагничивающей цепи Г-образной схемы замещения: $R_0 = \frac{P_0}{3I_0^2} = \frac{350}{3 \cdot 0,338^2} = 1040$ Ом.

Сопротивления намагничивающей цепи:

полное $Z_0 = U_{1\phi\text{ном}} / I_0 = 3460 / 0,338 = 10\,250$ Ом; индуктивное $X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{10\,250^2 - 1040^2} = 9800$ Ом.

Сопротивления короткого замыкания трансформатора:

полное $Z_k = U_k \frac{U_{1\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}} = 0,055 \frac{60\,000^2}{50\,000} = 39,6$ Ом; активное $R_k =$

$$= R_1 + R_2' = \frac{P_k}{3I_{1\text{ном}}^2} = \frac{325}{3 \cdot 4,82^2} = 4 \text{ Ом}; \text{ реактивное } X_k = X_1 + X_2' = \\ = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{39,6^2 - 4^2} = 39,5 \text{ Ом}.$$

10.7. Трехфазный понижающий трансформатор с номинальной мощностью $S_{1\text{ном}} = 20 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ и номинальными линейными напряжениями: $U_{1\text{ном}} = 6000 \text{ В}$, $U_{2\text{ном}} = 400 \text{ В}$ при частоте $f = 50 \text{ Гц}$ имеет потери мощности холостого хода $P_0 = 180 \text{ Вт}$, потери мощности короткого замыкания $P_k = 600 \text{ Вт}$ и напряжение короткого замыкания $U_k = 5,5 \%$. Соединение обмоток трансформатора выполнено по схеме «звезда». Определить коэффициент трансформации n трансформатора, токи $I_{1\text{ном}}$ и $I_{2\text{ном}}$ в обмотках, фазные напряжения $U_{1\text{фном}}$ и $U_{2\text{фном}}$, сопротивления короткого замыкания: R_k , X_k , Z_k , сопротивления обмоток: R_1 , R_2 , X_1 , X_2 , а также КПД η при $\cos \varphi_2 = 0,8$ и нагрузке, равной 75% от номинальной ($\beta = 0,75$).

Р е ш е н и е. Коэффициент трансформации трансформатора при заданной схеме соединения обмоток $n = U_{1\text{ном}}/U_{2\text{ном}} = 6000/400 = 15$.

Номинальные токи, при $S_{1\text{ном}} = S_{2\text{ном}} = S_{\text{ном}}$:

первичной обмотки: $I_{1\text{ном}} = \frac{S_{1\text{ном}}}{\sqrt{3}U_{1\text{ном}}} = \frac{20 \cdot 1000}{1,73 \cdot 6000} = 1,93 \text{ А};$ вто-

ричной обмотки: $I_{2\text{ном}} = \frac{S_{1\text{ном}}}{\sqrt{3}U_{2\text{ном}}} = \frac{20 \cdot 1000}{1,73 \cdot 400} = 29 \text{ А}.$

Номинальные фазные напряжения трансформатора: $U_{1\text{фном}} = \frac{U_{1\text{ном}}}{\sqrt{3}} = 6000/1,73 = 3470 \text{ В};$ $U_{2\text{фном}} = U_{2\text{ном}}/\sqrt{3} = 400/1,73 = 230 \text{ В}.$

Активные сопротивления

короткого замыкания: $R_k = R_1 + R_2' = \frac{P_k}{3I_{1\text{ном}}^2} = \frac{600}{3 \cdot 1,93^2} = 10,3 \text{ Ом};$

первичной обмотки $R_1 = R_2' = \frac{R_k}{2} = \frac{10,35}{2} = 5,17 \text{ Ом};$ вторичной обмотки $R_2 = R_2'/n^2 = 5,17/15^2 = 0,023 \text{ Ом}.$

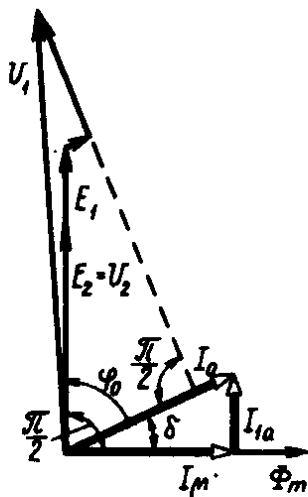


Рис. 10.8.

Коэффициент полезного действия трансформатора при $\cos \varphi_2 = 0,8$ и $\beta = 0,75$;

$$\eta_{0,75} = \frac{\beta S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2}{\beta S_{1\text{ном}} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_k} = \\ = \frac{0,75 \cdot 20 \cdot 0,8}{0,75 \cdot 20 \cdot 0,8 + 0,18 + 0,75^2 \cdot 0,6} \approx 0,95.$$

Сопротивления короткого замыкания:

$$\text{полное } Z_k = \frac{U_k \% U_{1\text{фном}}}{I_{1\text{ном}} \cdot 100 \%} = \frac{5,5 \cdot 3470}{1,93 \cdot 100} = 99 \text{ Ом};$$

индуктивное $X_k = X_1 + X_2' = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{99^2 - 10,35^2} \approx 98,8$ Ом.

Индуктивные сопротивления:

первичной обмотки $X_1 = X_2' = X_k/2 = 98,8/2 = 49,4$ Ом;

вторичной обмотки $X_2 = X_2'/n^2 = 49,4/15^2 = 0,22$ Ом.

10.8. Определить коэффициент трансформации n , амплитудные значения магнитного потока Φ_m и магнитной индукции B_m , напряженность магнитного поля H_{\max} , потери мощности в магнитопроводе P_m , угол магнитных потерь δ , ток холостого хода I_0 , коэффициент мощности $\cos\varphi_0$ холостого хода трансформатора. Номинальные напряжения трансформатора: $U_{1\text{ном}} = 220$ В, $U_{2\text{ном}} = 127$ В, частота $f_1 = 50$ Гц, число витков первичной обмотки $\omega_1 = 100$, длина витка провода обмотки $l_{\text{вит}} = 40$ см, сечение провода $S_{\text{пр}} = 1$ мм. Магнитопровод трансформатора выполнен из пластин электротехнической стали марки Э42, толщиной $0,35$ мм², с удельным весом $j = 7,8$ г/см³, сечение магнитопровода $S_c = 100$ см², средняя длина магнитной силовой линии $l_{\text{ср}} = 100$ см, индуктивное сопротивление первичной обмотки трансформатора принять равным $X_1 = 5R_1$, значение ЭДС первичной обмотки $E_1 = 0,97U_{1\text{ном}}$. Построить векторную диаграмму токов и напряжений трансформатора при холостом ходе.

Решение. Коэффициент трансформации: $n = U_{1\text{ном}}/U_{2\text{ном}} = 220/127 = 1,73$.

Амплитудное значение магнитного потока: $\Phi_m = \frac{0,97U_{1\text{ном}}}{4,44\omega_1 f_1} = \frac{0,97 \cdot 220 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 100 \cdot 50} = 9,6 \cdot 10^5$ Мкс = $9,6 \cdot 10^{-3}$ Вб.

Амплитудное значение магнитной индукции в магнитопроводе: $B_m = \frac{\Phi_m}{S_c} = \frac{9,6 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-4}} = 0,96$ Тл или $B_m = \frac{9,6 \cdot 10^5}{100} = 9600$ Гс.

Напряженность магнитного поля в сердечнике трансформатора определяют по кривой намагничивания $B(H)$. При индукции $B = 9600$ Гс = $0,96$ Тл напряженность поля для заданной марки стали $H_{\max} = 1,8$ А/см.

Значение амплитудной магнитодвижущей силы магнитопровода в соответствии с законом полного тока для магнитной цепи: $F_m = I_{\mu m} \omega_1 = H_m l_{\text{ср}} = 1,8 \cdot 100 = 180$ А. Значение намагничивающего тока: $I_{\mu} = F_m / \omega_1 \sqrt{2} = 180 / 100 \sqrt{2} = 1,27$ А. Магнитные потери мощности в магнитопроводе: $P_m = P_{\text{мy}} \left(\frac{B_m}{10^4} \right)^2 \times \left(\frac{f}{50} \right)^{1,3} G = 0,7 \left(\frac{9600}{10\,000} \right)^2 \left(\frac{50}{50} \right)^{1,3} 78 = 50,2$ Вт, где $P_{\text{мy}}$ — удель-

ные потери мощности в стали магнитопровода: при $B_m = 0,96$ Тл и $f_1 = 50$ Гц, $P_{\text{мy}} = 0,7$ Вт/кГ; $G = S_c l_{\text{ср}}$, $j = 100 \cdot 100 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 78$ кГ — масса магнитопровода.

Активная составляющая тока в первичной обмотке, обусловленная потерями в стали магнитопровода: $I_{1a} = P_m / U_{1\text{ном}} = 50,2 / 220 = 0,228$ А. Ток холостого хода в первичной обмотке

трансформатора: $I_0 = \sqrt{I_a^2 + I_\mu^2} = \sqrt{0,228^2 + 1,27^2} = 1,29$ А. Угол магнитных потерь (угол сдвига тока I_μ относительно магнитного потока Φ_m): $\operatorname{tg} \delta = I_a / I_\mu = 0,228 / 1,27 = 0,179$, откуда $\delta = 0^\circ 10'$.

Омическое сопротивление первичной обмотки трансформатора:

$R_1 = \rho \frac{l_{\text{вит}} \omega_1}{S_{\text{пр}}} = 0,0175 \frac{40 \cdot 10^{-2} \cdot 100}{1} = 0,7$ Ом, где ρ — удельное сопротивление проводов обмотки постоянному току (для меди $\rho = 0,0175$ Ом·мм²/м).

Активное сопротивление проводов первичной обмотки трансформатора: $R_1^1 = R_1 K_1 = 0,7 \cdot 1 = 0,7$ Ом, где $K_1 = 1$ — коэффициент, учитывающий увеличение активного сопротивления проводов вследствие влияния поверхностного эффекта (в данном случае при частоте $f_1 = 50$ Гц, $K_1 = 1$).

Электрические потери мощности в проводах первичной обмотки трансформатора: $P_{s1} = I_0^2 R_1 = 1,29^2 \cdot 0,7 = 1,17$ Вт.

Коэффициент мощности холостого хода трансформатора: $\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{U_{1\text{ном}} I_0} = \frac{P_m + P_{s1}}{U_{1\text{ном}} I_0} = \frac{50,2 + 1,17}{220 \cdot 1,29} = 0,182$, откуда $\varphi_0 = 79^\circ 30'$.

Индуктивное сопротивление первичной обмотки трансформатора, обусловленное потоками рассеяния: $X_1 = 5R_1 = 5 \cdot 0,7 = 3,5$ Ом.

Падение напряжения на активном сопротивлении первичной обмотки трансформатора: $U_{1a} = R_1 I_0 = 0,7 \cdot 1,29 = 0,9$ В.

Падение напряжения на реактивном индуктивном сопротивлении первичной обмотки трансформатора: $U_{1p} = X_1 I_0 = 1,29 \times 3,5 = 4,52$ В.

Векторная диаграмма токов и напряжений трансформатора при холостом ходе приведена на рис. 10.8 (векторы токов) I_a и I_μ угол магнитных потерь δ показаны здесь увеличенными).

10.9. По данным задачи 10.8 построить векторную диаграмму токов и напряжений нагруженного трансформатора. Вторичный номинальный ток $I_{2\text{ном}} = 10$ А, сопротивления вторичной обмотки трансформатора: $R_2 = 0,5$ Ом, $X_2 = 1,5$ Ом, нагрузка характеризуется сопротивлениями: $R_n = 4,3$ Ом и $jX_n = 3$ Ом. Пояснить, почему с ростом тока нагрузки I_2 во вторичной цепи увеличивается ток I_1 в первичной обмотке трансформатора.

Решение. Угол сдвига фаз между вторичным током I_2 и вторичной ЭДС E_2 трансформатора: $\psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{X_2 + X_n}{R_2 + R_n} = \operatorname{arctg} \frac{1,5 + 3}{0,5 + 4,3} = \operatorname{arctg} \frac{4,5}{4,8} = 43^\circ 5'$.

ЭДС вторичной обмотки трансформатора: $E_2 = U_2 + Z_2 I_{2\text{ном}}$, где Z_2 — комплексное сопротивление вторичной обмотки трансформатора. $Z_2 = (R_2 + jX_2) I_{2\text{ном}} = R_2 I_{2\text{ном}} + jX_2 I_{2\text{ном}}$.

Угол сдвига фаз между вторичным напряжением и вторичным

током трансформатора: $\varphi_2 = \arctg \frac{X_n}{R_n} = \arctg \frac{3}{4,3} = 35^\circ$. Приведенный вторичный ток трансформатора: $I'_{2\text{ ном}} = I_{2\text{ ном}} \frac{1}{n} = 10 \frac{1}{1,73} = 5,8 \text{ А}$.

Ток первичной обмотки трансформатора: $I_1 = I_0 + I'_2$.

Ток холостого хода трансформатора I_0 имеет сравнительно небольшое значение и обычно не превышает (4—8) % от номинального тока $I_{1\text{ ном}}$ первичной обмотки. При этом приближенно можно принять $I_1 \approx I'_2$. Поэтому с увеличением тока нагрузки I_2 , а следовательно, тока I'_2 растет и ток I_1 первичной обмотки трансформатора.

Падение напряжения на сопротивлениях первичной обмотки трансформатора: на активном $U_{1a} = R_1 I_{1\text{ ном}} = 0,7 \cdot 6,4 = 4,49 \text{ В}$; на индуктивном $U_{1p} = X_1 I_{1\text{ ном}} = 3,5 \cdot 6,4 = 22,5 \text{ В}$.

Построение векторной диаграммы следует начать с магнитного потока Φ_m . Этот поток наводит в обеих обмотках трансформатора электродвижущие силы E_1 и E_2 , которые в данном случае опережают поток Φ_m на угол $\pi/2$. По условию $E_1 = 0,97 U_{1\text{ ном}} = 0,97 \cdot 220 = 213 \text{ В}$, откуда $E_2 = E_1/n = 213/1,73 = 123 \text{ В}$.

Нагрузка трансформатора носит активно-индуктивный характер ($Z_n = R_n + jX_n$), поэтому вторичный ток I_2 отстает от ЭДС E_2 на угол ψ_2 .

Напряжение вторичной обмотки U_2 находят исходя из уравнения $U_2 = E_2 - I_{2\text{ ном}} Z_2$. При этом из ЭДС E_2 вычитается геометрически падение напряжения на реактивном сопротивлении $X_2 I_{2\text{ ном}}$, которое опережает ток $I'_{2\text{ ном}}$ на угол $\pi/2$, и падение напряжения на активном сопротивлении $R_2 I'_{2\text{ ном}}$ вторичной обмотки, которое совпадает с направлением тока $I'_{2\text{ ном}}$. Ток холостого хода I_0 опережает поток Φ_m на угол магнитных потерь δ . Первичный ток I_1 находится как векторная сумма токов I_0 и приведенного вторичного тока $I'_{2\text{ ном}}$.

Для определения $U_{1\text{ ном}}$ ЭДС E_1 суммируют с падением напряжения на активном сопротивлении $U_{1a} = R_1 I_1$ и падением напряжения на индуктивном сопротивлении $U_{1p} = X_1 I_1$ согласно уравнению $U_{1\text{ ном}} = E_1 + R_1 I_1 + jX_1 I_1$.

На рис. 10.9 приведена векторная диаграмма нагруженного трансформатора.

10.10. Понижающий трехфазный трансформатор типа ТМ-10/6 с номинальной мощностью $S_{1\text{ ном}} = 10 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ и номинальными линейными напряжениями $U_{1\text{ л ном}} = 6 \text{ кВ}$ и $U_{2\text{ л ном}} = 230 \text{ В}$, при частоте $f = 50 \text{ Гц}$ имеет следующие данные: мощность холостого хода $P_0 = 0,105 \text{ кВт}$, мощность короткого замыкания $P_k = 0,335 \text{ кВт}$, напряжение короткого замыкания $U_k = 5,5 \%$. Обмотки транс-

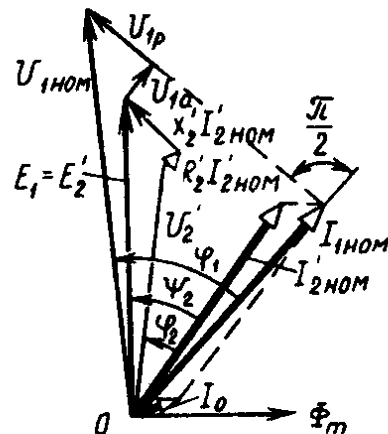


Рис. 10.9

форматора соединены по схеме «звезда». Определить при номинальной нагрузке ($\beta = 1$) токи $I_{1\text{ ном}}$ в первичной и $I_{2\text{ ном}}$ во вторичной обмотках, активное ΔU_a и индуктивное ΔU_p падения напряжения при коротком замыкании, вторичное U_2 напряжение при нагрузке, в 10 раз большей номинальной ($\beta = 10$), и $\cos \varphi_2 = 0,6$, КПД $\eta_{\text{ ном}}$ при номинальной нагрузке и $\cos \varphi_2 = 0,8$ при нагрузке, в 10 раз меньшей номинальной ($\beta = 0,1$), и том же коэффициенте мощности. Построить зависимость $\Delta U_2 \%$ ($\cos \varphi_2$) трансформатора при номинальной нагрузке ($I_{2\text{ ном}}$).

Решение. Ток в первичной обмотке трансформатора в номинальном режиме: $I_{1\text{ ном}} = \frac{S_{1\text{ ном}}}{\sqrt{3} U_{1\text{ ном}}} = \frac{10\,000}{1,73 \cdot 6000} = 0,97 \text{ А}$.

Пренебрегая потерями мощности в трансформаторе, ток во вторичной обмотке: $I_{2\text{ ном}} = \frac{S_{1\text{ ном}}}{\sqrt{3} U_{2\text{ ном}}} = \frac{10\,000}{1,73 \cdot 230} = 25,2 \text{ А}$.

Падение напряжения короткого замыкания: активное $\Delta U_a \%$ = $\frac{I_{1\text{ ном}} R_k}{U_{1\text{ ном}}} 100 \%$ = $\frac{I_{1\text{ ном}}^2 R_k}{U_{1\text{ ном}} I_{1\text{ ном}}} 100 \%$ = $\frac{R_k}{S_{1\text{ ном}}} 100 \%$ = $\frac{335 \cdot 100 \%$ = $3,35 \%$, индуктивное $\Delta U_p \%$ = $\frac{I_{1\text{ ном}} X_k}{U_{1\text{ ном}}} 100 \%$ = $\sqrt{U_k^2 - U_a^2}$ = $\sqrt{5,5^2 - 3,35^2} = 4,35 \%$.

Процентное изменение напряжения при нагрузке, в 10 раз большей номинальной: $\Delta U \%$ = $\beta (U_a \cos \varphi_2 + U_p \sin \varphi_2) = 10 \times (3,35 \cdot 0,6 + 4,35 \cdot 0,8) \simeq 55 \%$, где $\beta = 10$ — коэффициент нагрузки трансформатора.

Вторичное фазное падение напряжения при заданных условиях: $\Delta U_2 \%$ = $\frac{U_{2\text{ ф ном}} - U_{2\text{ ф}}}{U_{2\text{ ф ном}}} 100 \%$ или $55 = \frac{133 - U_{2\text{ ф}}}{133} 100 \%$, откуда $U_{2\text{ ф}} = 133 - 55 \cdot 1,33 = 133 - 73 = 60 \text{ В}$, где $U_{2\text{ ф ном}}$ — номинальное фазное напряжение вторичной обмотки трансформатора: $U_{2\text{ ф ном}} = U_{2\text{ л ном}} / \sqrt{3} = 220 / 1,73 = 133 \text{ В}$.

КПД трансформатора для заданных условий при номинальной нагрузке: $\eta_{\text{ ном}} \%$ = $\frac{\beta S_{1\text{ ном}} \cos \varphi_2 100 \%}{\beta S_{1\text{ ном}} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_k} = \frac{1 \cdot 10\,000 \cdot 0,8 \cdot 100 \%}{1 \cdot 10\,000 \cdot 0,8 + 105 \cdot 1^2 \cdot 335} = 95 \%$.

КПД при нагрузке, в 10 раз меньшей номинальной ($\beta = 0,1$): $\eta_{0,1} \%$ = $\frac{\beta S_{1\text{ ном}} \cos \varphi_2 \cdot 100 \%}{\beta S_{1\text{ ном}} \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 P_k} = \frac{0,1 \cdot 10\,000 \cdot 0,8 \cdot 100 \%}{0,1 \cdot 10\,000 \cdot 0,8 + 105 + 0,1^2 \cdot 335} = 88,1 \%$.

Вторичное линейное напряжение при заданных условиях: $U_{2\text{ л}} = \sqrt{3} U_{2\text{ ф}} = \sqrt{3} \cdot 60 = 104 \text{ В}$.

Величины	Нагрузка										
	индуктивная					актив- ная	емкостная				
$\cos \varphi_2$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0
$\sin \varphi_2$	1	0,98	0,92	0,8	0,6	0	0,6	0,8	0,92	0,98	1
$\Delta U_2 \%$	4,45	4,93	5,34	5,5	5,36	3,35	0	-1,5	-2,66	-3,59	4,35

Для построения зависимости $\Delta U_2 \%$ ($\cos \varphi_2$) при номинальной нагрузке $\beta = 1$ определяют процентное изменение напряжения для различных значений $\cos \varphi_2$. Результаты расчета сведены в табл. 10.1.

По результатам расчета на рис. 10.10 приведена зависимость $\Delta U_2 \%$ ($\cos \varphi_2$) при $\beta = 1$.

10.11. В условиях задачи 10.10 определить параметры схемы замещения трехфазного трансформатора (рис. 10.11). Ток холостого хода $I_0 = 0,1 I_{1 \text{ ном}}$, ЭДС холостого хода $E_{10} = 0,98 U_{1 \text{ ф ном}}$, потери мощности в магнитопроводе P_m составляют 98 % от потерь холостого хода $P_0 = 105 \text{ Вт}$.

Решение. Ток холостого хода трансформатора: $I_0 = 0,1 I_{1 \text{ ном}} = 0,1 \cdot 0,97 = 0,097 \text{ А}$.

Номинальное фазное напряжение первичной обмотки: $U_{1 \text{ ф ном}} = U_{1 \text{ л ном}} / \sqrt{3} = 60\,000 / \sqrt{3} = 3460 \text{ В}$.

Напряжение короткого замыкания: $U_k \% = \frac{U_{1 \text{ к}}}{U_{1 \text{ ф ном}}} 100 \% = 5,5 \%$, откуда $U_{1 \text{ к}} = 0,055 U_{1 \text{ ф ном}} = 0,055 \cdot 3460 = 191 \text{ В}$.

Полное сопротивление короткого замыкания: $Z_k = U_{1 \text{ к}} / I_{1 \text{ ном}} = 191 / 0,97 = 197 \text{ Ом}$. Составляющие полного сопротивления короткого замыкания: активная $R_k = R_1 + R_2' = \frac{P_k}{I_{1 \text{ ном}}^2} =$

$$= \frac{335}{3 \cdot 0,97^2} = 118 \text{ Ом},$$

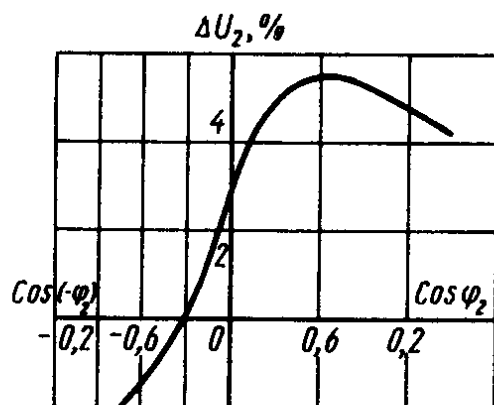


Рис. 10.10

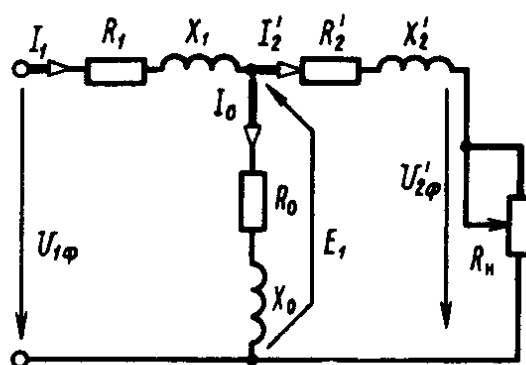


Рис. 10.11

индуктивная $X_k = X_1 + X_2' = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{197^2 - 118^2} \cong 158 \text{ Ом}$.

ЭДС холостого хода первичной обмотки: $E_{10} = 0,98 U_{1\phi \text{ ном}} = 0,98 \cdot 3460 = 3400 \text{ В}$.

Сопротивления намагничивающей цепи схемы замещения: полное $Z_0 = E_{10}/I_0 = 3400/0,097 = 35\,000 \text{ Ом}$; активное $R_0 = \frac{P_m}{3 I_0^2} = \frac{10^2}{3 \cdot 0,097^2} \cong 3571 \text{ Ом}$, где $P_m = 0,98 P_0 = 0,98 \cdot 105 = 10^2 \text{ Вт}$; индуктивное $X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{35\,000^2 - 3571^2} = 34\,995 \text{ Ом}$.

Активное сопротивление первичной обмотки трансформатора:

$$R_1 = \frac{P_0}{3 I_0^2} - R_0 = \frac{105}{3 \cdot 0,097^2} - 3571 = 60 \text{ Ом}.$$

Активное сопротивление вторичной обмотки трансформатора, приведенное к виткам и напряжению первичной обмотки: $R_2' = R_k - R_1 = 118 - 60 = 58 \text{ Ом}$.

Индуктивное сопротивление первичной обмотки трансформатора:

$$X_1 = \frac{Q_0}{3 I_0^2} - X_0 = \frac{1000}{3 \cdot 0,097^2} - 34\,995 = 105 \text{ Ом},$$

где $Q_0 = \sqrt{S_0^2 - P_0^2} = \sqrt{1008^2 - 105^2} = 1000 \text{ вар}$,
здесь $S_0 = 3 U_{1\phi \text{ ном}} I_0 = 3 \cdot 3460 \cdot 0,097 = 1008 \text{ В} \cdot \text{А}$.

Индуктивное сопротивление вторичной обмотки трансформатора: $X_2' = X_k - X_1 = 158 - 105 = 53 \text{ Ом}$.

Коэффициенты мощности:

короткого замыкания $\cos \varphi_k = R_k/Z_k = 118/197 = 0,6$,

холостого хода $\cos \varphi_0 = \frac{R_1 + R_0}{\sqrt{(R_1 + R_0)^2 + (X_1 + X_0)^2}} = \frac{60 + 3571}{\sqrt{(60 + 3571)^2 + (105 + 34\,995)^2}} = \frac{3631}{35\,350} = 0,106$.

Т а б л и ц а 10.2

Величины					Режим работы трансформатора
R_n	I_2'	I_1	P_2	$U_{2л}$	
Ом	А	А	Вт	В	
0	17,5	17,5	0	0	Опыт короткого замыкания Нагрузка > > Номинальная нагрузка Режим холостого хода
5	17,3	17,3	4500	150	
8	17,2	17,2	7080	239	
10	16,9	16,9	8580	292	
3442	0,97	0,97	9700	5750	
∞	0	0,97	0		

Поправочный коэффициент схемы замещения: $C_1 = 1 + \frac{Z_1}{Z_c} = 1 + \frac{60 + j105}{3571 + j34995} = 1 + \frac{(60 + j105)(3571 - j34995)}{(3571 + j34995)(3571 - j34995)} = \frac{1243600000 - j20000}{1238300000} = 1,004 - j0,00162$, откуда $C_1 = \sqrt{1,004^2 + 0,00162^2} \cong 1$.

10.12. По условиям задачи 10.10 построить внешнюю характеристику $U'_{2л} (I'_2)$ трансформатора при работе на активную нагрузку ($\cos \varphi_2 = 1$) в пределах $R_H = 0 - \infty$ и определить первичный ток I_1 и активную мощность P , отдаваемую потребителю электроэнергии.

Решение. Полное сопротивление схемы замещения трансформатора при коротком замыкании ($R_H = 0$): $Z_k = \sqrt{(R_1 + R'_2 + R_H)^2 + (X_2 + X'_2)^2} = \sqrt{(60 + 58 + 0)^2 + (105 + 53)^2} = 197 \text{ Ом}$.

При $R_H = 0$ ток короткого замыкания трансформатора $I_{1к} = \frac{U_{1\phi \text{ ном}}}{Z_k} = \frac{3460}{197} = 17,5 \text{ А}$. Напряжение на нагрузке $U'_2 = I_{1к}^2 R_H = 17,5^2 \cdot 0 = 0$.

Полное сопротивление упрощенной схемы замещения трансформатора при номинальной нагрузке: $R_{H \text{ ном}}: Z_{1н} = U_{1\phi \text{ ном}} / I_{1 \text{ ном}} = 3460 / 0,97 = 3560 \text{ Ом}$.

Из упрощенной схемы замещения с учетом данных задачи 10.10, пренебрегая током холостого хода ($I_0 = 0$), так как $Z_{1н} = \sqrt{(R_1 + R'_2 + R_{H \text{ ном}})^2 + (X_1 + X'_2)^2} = \sqrt{(60 + 58 + R_{H \text{ ном}})^2 + (105 + 53)^2} = 3560$, откуда сопротивление $R_{H \text{ ном}} = 3442 \text{ Ом}$.

Активная мощность, потребляемая нагрузкой при номинальном режиме работы трансформатора: $P_{2 \text{ ном}} = 3I_{1 \text{ ном}}^2 R_{H \text{ ном}} = 3 \cdot 0,97^2 \cdot 3442 = 9700 \text{ Вт}$, так как при этом $I_{1 \text{ ном}} = I'_{2 \text{ ном}}$.

Линейное номинальное напряжение на нагрузке: $U_{2л \text{ ном}} = \sqrt{3} I_{1 \text{ ном}} R_{H \text{ ном}} = 1,73 \cdot 3442 \cdot 0,97 = 5770 \text{ В}$, где $U_{2\phi \text{ ном}} = R_{H \text{ ном}} I_{1 \text{ ном}} = 3442 \cdot 0,97 = 3338,7 \text{ В}$.

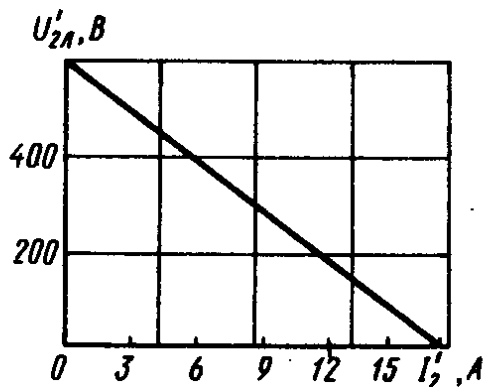


Рис. 10.12

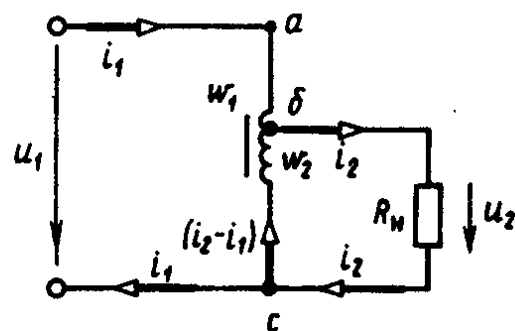


Рис. 10.13

Полное сопротивление схемы замещения трансформатора при холостом ходе ($R_n = \infty$): $Z_{10} = \sqrt{(R_1 + R_0)^2 + (X_1 + X_0)^2} = \sqrt{(60 + 3571)^2 + (105 + 34\,995)^2} = 35\,350$ Ом. Ток холостого хода трансформатора: $I_0 = \frac{U_{1\text{ ном}}}{Z_{10}} = \frac{3460}{35\,350} = 0,097$ А. Вторичное напряжение при холостом ходе: $U'_{20} = U'_{2\text{ ном}} \left(1 + \frac{\Delta U_0 \%}{100 \%}\right) = 3442 \left(1 + \frac{0,0495}{100}\right) = 3442$ В. Процентное изменение напряжения на вторичной обмотке трансформатора: $\Delta U_0 \% = \beta_0 (U_a \% \cos \varphi_0 + U_p \% \sin \varphi_0) = 0,105/10 (3,35 \cdot 0,106 + 4,35 \times 0,995) = 0,0495 \%$, где $\beta_0 = P_{10}/P_{1\text{ ном}} = 0,105/10 = 0,0105$.

В табл. 10.2 приведены расчетные данные для различных режимов нагрузки трансформатора. По данным табл. 10.2 на рис. 10.12 построена внешняя характеристика трансформатора.

10.13. Автотрансформатор (рис. 10.13) с числом витков обмотки $\omega_1 = 800$ включен в питающую сеть с номинальным напряжением $U_{1\text{ ном}} = 2000$ В. Определить напряжение $U_{\text{вит}}$, приходящееся на один виток обмотки, и номинальное напряжение $U_{2\text{ ном}}$ на нагрузке в режиме холостого хода, а также коэффициент трансформации n , если число витков обмотки, подключенных к нагрузке, $\omega_2 = 300$.

Решение. Напряжение, приходящееся на виток обмотки: $U_{\text{вит}} = U_{1\text{ ном}}/\omega_1 = 2000/800 = 2,5$ В.

Номинальное вторичное напряжение в режиме холостого хода: $U_{2\text{ ном}} = U_{\text{вит}}\omega_2 = 2,5 \cdot 300 = 750$ В.

Коэффициент трансформации автотрансформатора:

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{U_{1\text{ ном}}}{U_{2\text{ ном}}} = \frac{800}{300} = \frac{2000}{750} = 2,67.$$

10.14. Автотрансформатор включен в сеть с номинальным первичным напряжением $U_{1\text{ ном}} = 127$ В при наличии активной R_n нагрузки ($\cos \varphi_2 = 1$), номинальный ток $I_{2\text{ ном}} = 4$ А при напряжении $U_{2\text{ ном}} = 220$ В. Определить номинальный ток $I_{1\text{ ном}}$ первичной цепи автотрансформатора и коэффициент трансформации n , если его КПД $\eta_{\text{ ном}} = 0,95$, а $\cos \varphi_{1\text{ ном}} = 0,9$.

Решение. Активная мощность, отдаваемая автотрансформатором потребителю электроэнергии: $P_{2\text{ ном}} = U_{2\text{ ном}} I_{2\text{ ном}} \cos \varphi_2 = 220 \cdot 4 \cdot 1 = 880$ Вт.

Активная мощность, потребляемая автотрансформатором из сети: $P_{1\text{ ном}} = P_{2\text{ ном}}/\eta_{\text{ ном}} = 880/0,95 = 925$ Вт.

Номинальный ток в первичной цепи автотрансформатора:

$$I_{1\text{ ном}} = \frac{P_{1\text{ ном}}}{U_{1\text{ ном}} \cos \varphi_{1\text{ ном}}} = \frac{925}{127 \cdot 0,9} = 8,1$$
 А.

Коэффициент трансформации трансформатора: $n = U_{2\text{ном}}/U_{1\text{ном}} = 220/127 = \sqrt{3} = 1,73$.

Ток на участке обмотки автотрансформатора, подключенной к нагрузке (влиянием тока холостого хода пренебрегаем): $I_{\text{ном}} = I_{1\text{ном}} - I_{2\text{ном}} \cong I_{1\text{ном}} - I_{2\text{ном}} = 8,1 - 4 = 4,1 \text{ А}$.

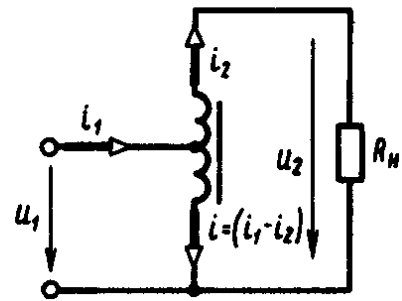


Рис. 10.15

10.15. Автотрансформатор с потребителем электроэнергии (рис. 10.15)

включен в питающую сеть с номинальным напряжением $U_{1\text{ном}} = 127 \text{ В}$ при $\cos \varphi_1 = 1$. Определить токи: I_1 , I_2 и $I = I_1 - I_2$ на участках электрической цепи при вторичном напряжении $U_2 = 220 \text{ В}$, ток в цепи нагрузочного резистора R_n составляет $I_2 = 10 \text{ А}$, КПД автотрансформатора $\eta = 0,95$.

Решение. Активная мощность, потребляемая резистором R_n : $P_2 = U_2 I_2 = 220 \cdot 10 = 2200 \text{ Вт} = 2,2 \text{ кВт}$.

Активная мощность, потребляемая из сети: $P_1 = P_2/\eta = 2,2/0,95 = 2,31 \text{ кВт}$.

Ток, потребляемый из сети: $I_1 = P_1/U_{1\text{ном}} \cos \varphi_1 = 2,31/127 \cdot 1 = 18,1 \text{ А}$.

Ток на участке обмотки автотрансформатора, подключенной непосредственно к сети: $I = I_1 - I_2 \cong I = I_1 - I_2 = 18,1 - 10 = 8,1 \text{ А}$.

Следовательно, участок обмотки автотрансформатора, подключенный непосредственно к сети, по сравнению с остальной частью обмотки можно выполнить из более тонкого провода.

10.16. Автотрансформатор с номинальным напряжением $U_{1\text{ном}} = 220 \text{ В}$ подключен к активной нагрузке R_n с током $I_2 = 1 \text{ А}$ при напряжении $U_{2\text{ном}} = 127 \text{ В}$ и КПД $\eta = 0,98$. Определить сечения s_1 и s_2 проводов обмотки автотрансформатора, если по условиям нагрева плотность тока $\rho = 2 \text{ А/мм}^2$, число витков обмотки $w_1 = 78$, а $\cos \varphi_1 = 0,96$. Как изменится расход меди обмоток, если вместо автотрансформатора использовать обычный однофазный трансформатор с тем же числом витков обмотки при тех же значениях первичного $U_{1\text{ном}}$ и вторичного $U_{2\text{ном}}$ напряжений.

Решение. Активная мощность, отдаваемая потребителю электроэнергии: $P_2 = U_{2\text{ном}} I_2 \cos \varphi_2 = 127 \cdot 1 \cdot 1 = 127 \text{ Вт}$, так как при активной нагрузке $\cos \varphi_2 = 1$.

Активная мощность, потребляемая из питающей сети: $P_1 = P_2/\eta = 127/0,98 = 129,5 \text{ Вт}$.

Ток, потребляемый из сети: $I_1 = \frac{P_1}{U_{1\text{ном}} \cos \varphi_1} = \frac{129,5}{220 \cdot 0,96} = 0,61 \text{ А}$.

Ток на участке обмотки автотрансформатора, подключенной к потребителю: $I = I_2 - I_1 \cong I = I_2 - I_1 = 1 - 0,61 = 0,39 \text{ А}$.

Сечения проводов на участках обмотки автотрансформатора: подключенном непосредственно к сети: $s_1 = I_1/\rho = 0,61/2 = 0,305 \text{ мм}^2$,

подключенном параллельно потребителю: $s_2 = I/\rho = 0,39/2 = 0,195 \text{ мм}^2$.

Число витков обмотки автотрансформатора, подключенной параллельно потребителю: $w_2 = w_1 \frac{U_{2 \text{ ном}}}{U_{1 \text{ ном}}} = 78 \frac{127}{220} = 45$. Масса меди проводов обмоток автотрансформатора (в единицах jl): $G_{\text{ав}} = j[s_1 l(w_1 - w_2) + s_2 l w_2] = j[0,305 l(78 - 45) + 0,195 l 45] = jl[10,06 + 8,77] = 18,83jl$, где j — удельный вес меди; l — средняя длина витка обмотки.

Ток двухобмоточного трансформатора:

в первичной цепи $I_1 = \frac{P_1}{U_{1 \text{ ном}} \cos \varphi_1} = \frac{129,5}{220 \cdot 0,96} = 0,61 \text{ А}$;

во вторичной цепи $I_2 = \frac{P_2}{U_{2 \text{ ном}} \cos \varphi_2} = \frac{127}{127 \cdot 1} = 1 \text{ А}$.

Сечение проводов обмоток двухобмоточного трансформатора:

$s'_1 = \frac{I_1}{\rho} = \frac{0,61}{2} = 0,305 \text{ мм}^2$; $s'_2 = I_2/\rho = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ мм}^2$.

Масса меди проводов обмоток двухобмоточного трансформатора (в единицах jl) при одинаковой с автотрансформатором средней длине витка: $G_{\text{тр}} = jl(s'_1 w_1 + s'_2 w_2) = jl(0,305 \cdot 78 + 0,5 \cdot 45) = jl(26,9 + 22,5) = 49,4jl$.

Отношение масс меди проводов обмоток двухобмоточного трансформатора и автотрансформатора: $K_m = G_{\text{тр}}/G_{\text{ав}} = 49,4jl/18,83jl = 2,62$.

Следовательно, при одной и той же мощности масса меди в автотрансформаторе в 2,62 раза меньше, чем в трансформаторе.

10.17. Выбрать трансформатор тока и трансформатор напряжения для обеспечения контроля работы асинхронного электродвигателя, питающегося от сети с напряжением $U_{1 \text{ ном}} = 6000 \text{ В}$ и потребляющего ток $I_1 = 90 \text{ А}$.

Решение. Трансформатор тока выбираем с номинальными значениями первичного и вторичного токов: $I_{1 \text{ ном}} = 100 \text{ А}$ и $I_{2 \text{ ном}} = 5 \text{ А}$ и коэффициентом трансформации $n_{\text{тт}} = I_{1 \text{ ном}}/I_{2 \text{ ном}} = 100/5 = 20$, где $I_{1 \text{ ном}}$ — номинальный ток первичной обмотки трансформатора тока, который выбирают ближайшим большим по отношению к току I_1 электродвигателя; $I_{2 \text{ ном}}$ — стандартный номинальный ток вторичной обмотки трансформатора тока ($I_{2 \text{ ном}} = 5 \text{ А}$).

Трансформатор напряжения выбираем с коэффициентом трансформации напряжения: $n_{\text{тн}} = U_{1 \text{ ном}}/U_{2 \text{ ном}} = 6000/100 = 60$, где $U_{1 \text{ ном}}$ — ближайшее большее или равное номинальному напряжению электродвигателя номинальное напряжение первич-

ной обмотки трансформатора напряжения; $U_{2\text{ном}}$ — стандартное номинальное напряжение вторичной обмотки трансформатора напряжения ($U_{2\text{ном}} = 100 \text{ В}$).

Примечание. Измерительные трансформаторы тока имеют стандартные номинальные первичные токи $I_{1\text{ном}}$: 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 75, 100, 150, 200, 300, 400, 600, 800, 1000 А и более. Номинальный вторичный ток $I_{2\text{ном}}$ для всех трансформаторов тока принят равным 5 А.

Используются трансформаторы тока при напряжениях:

- до 500 В: а) ТКЛ-0,5 на токи от 5 до 300 А (литая изоляция из смолы);
б) ТКМ-0,5 на токи от 5 до 800 А (модернизированный);
до 10 кВ: а) ТКЛ-10 на токи от 5 до 400 А; б) ТПЛ-10 на токи от 10 до 100 А (проходной); в) ТПФ-10 на токи от 5 до 400 А (проходной с фарфоровой изоляцией).

Однофазные и трехфазные трансформаторы напряжения изготавливаются на стандартные номинальные первичные напряжения $U_{1\text{ном}}$: 400, 500, 3000, 6000, 10 000 В и выше. Номинальное вторичное напряжение $U_{2\text{ном}}$ у всех трансформаторов напряжения принято равным 100 В.

Используются трансформаторы напряжения:

- однофазные: а) НОМ-0,5, номинальное первичное напряжение 500 В;
б) НОМ-6, номинальное первичное напряжение 3000 и 6000 В; в) НОМ-10, номинальное первичное напряжение 10 000 В;
трехфазные: а) НТС-0,5, номинальное первичное напряжение 500 В;
б) НТМИ-6, НТМИ-10, номинальное первичное напряжение 6000 и 10 000 В.

Задачи

10.18. Определить мощность $P_{2\text{ном}}$, отдаваемую трансформатором потребителю электроэнергии, суммарные потери мощности $\Sigma P_{\text{ном}}$, электрические $P_{\Sigma 1\text{ном}}$ и $P_{\Sigma 2\text{ном}}$ и магнитные $P_{\text{мном}}$ потери в трансформаторе при номинальном режиме работы. Номинальное линейное напряжение его вторичной обмотки $U_{2\text{ном}} = 400 \text{ В}$, линейный ток нагрузки $I_{2\text{ном}} = 10 \text{ А}$, линейный ток первичной обмотки $I_{1\text{ном}} = 0,2 \text{ А}$, коэффициент мощности $\cos \varphi_{2\text{ном}} = 1$, КПД трансформатора $\eta_{\text{ном}} = 0,95$, активные сопротивления первичной обмотки $R_1 = 200 \text{ Ом}$, вторичной $R_2 = 0,1 \text{ Ом}$. Поток рассеяния и ток холостого хода пренебрегать. *Ответ.* $P_{2\text{ном}} = 4 \text{ кВт}$; $\Sigma P_{\text{ном}} = 210 \text{ Вт}$; $P_{\Sigma 1\text{ном}} = 8 \text{ Вт}$; $P_{\Sigma 2\text{ном}} = 10 \text{ Вт}$; $P_{\text{мном}} = 192 \text{ Вт}$.

10.19. Обмотки трехфазного трансформатора типа ТМ-100/6 с номинальной мощностью $S_{1\text{ном}} = 100 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ включены по схеме «звезда». Определить коэффициент трансформации n и КПД $\eta_{\text{ном}}$ трансформатора при номинальной нагрузке ($\cos \varphi_2 = 0,8$). Номинальные линейные напряжения $U_{1\text{ном}} = 6 \text{ кВ}$, $U_{2\text{ном}} = 0,525 \text{ кВ}$, потери холостого хода при номинальном напряжении $P_0 = 600 \text{ Вт}$, потери короткого замыкания при номинальном токе $P_{\text{к}} = 2400 \text{ Вт}$. *Ответ.* $n = 11,4$; $\eta_{\text{ном}} \% = 96,38 \%$.

10.20. Определить среднегодовой КПД $\eta_{\text{г}}$ трехфазного трансформатора с номинальной мощностью $S_{1\text{ном}} = 50 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, если он в течение времени $T_1 = 3000 \text{ ч}$ в год работает при $\cos \varphi_2 = 1$ с полной нагрузкой ($\beta = 1$), $T_2 = 1500 \text{ ч}$ — с нагрузкой $\beta = 0,5$ и $T_0 = 1000 \text{ ч}$ — в режиме холостого хода. Потери холостого

Таблица 10.4

Величины	Варианты контрольного задания 10.25														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
β	0,5	0,52	0,55	0,58	0,6	0,62	0,65	0,7	0,72	0,75	0,78	0,8	0,85	0,9	0,95
$\cos \varphi_2$	1	0,98	0,96	0,94	0,92	0,9	0,88	0,86	0,84	0,82	0,8	0,78	0,76	0,74	0,72
$T_1 \cdot 10^3$, ч/год	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
$T_2 \cdot 10^3$, ч/год	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1
$T_0 \cdot 10^3$, ч/год	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0

Продолжение табл. 10.4

Величины	Варианты контрольного задания 10.25														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
β	0,5	0,52	0,55	0,58	0,6	0,62	0,65	0,7	0,72	0,75	0,78	0,8	0,85	0,9	0,95
$\cos \varphi_2$	1	0,98	0,96	0,94	0,92	0,9	0,88	0,86	0,84	0,82	0,8	0,78	0,76	0,74	0,72
$T_1 \cdot 10^3$, ч/год	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,8	3,9
$T_2 \cdot 10^3$, ч/год	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6
$T_0 \cdot 10^3$, ч/год	1,1	1,2	1,3	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,6	0,7

хода при номинальном напряжении составляют $P_0 = 350$ Вт, потери короткого замыкания $P_k = 1325$ Вт. Ответ. $\eta_r \% = 96,6 \%$.

10.21. Обмотка автотрансформатора с числом витков $w_1 = 800$ включена в питающую сеть с напряжением $U_{\text{ном}} = 2000$ В, активная нагрузка $R_n = 300$ Ом подключена к обмотке с числом витков $w_2 = 600$. Определить токи: I_1 , I_2 , I и мощности: P_1 и P_2 в цепях автотрансформатора, если его КПД $\eta = 0,97$, а $\cos \varphi_1 = 0,9$. Ответ. $I_1 = 4,29$ А; $I_2 = 5$ А; $I = 0,71$ А; $P_1 = 7,73$ кВт; $P_2 = 7,5$ кВт.

10.22. Выбрать трансформатор тока и трансформатор напряжения и номинальные первичный $I_{1\text{ном}}$ и вторичный $I_{2\text{ном}}$ токи трансформатора тока и номинальные значения напряжений первичной $U_{1\text{ном}}$ и вторичной $U_{2\text{ном}}$ обмоток трансформатора напряжения, предназначенных для включения электроизмерительных приборов в трехфазную цепь, по которой передается мощность $P = 1850$ кВт при коэффициенте мощности $\cos \varphi = 0,9$ и напряжении $U_{\text{ном}} = 6000$ В. Определить их коэффициенты трансформации $n_{\text{тт}}$ и $n_{\text{тн}}$. Ответ. $I_{1\text{ном}} = 220$ А; $I_{2\text{ном}} = 5$ А; $U_{1\text{ном}} = 6000$ В; $U_{2\text{ном}} = 100$ В; $n_{\text{тт}} = 40$; $n_{\text{тн}} = 60$.

10.23. Определить ток I_1 в линии, если амперметр, включенный в цепь вторичной обмотки трансформатора тока, показывает $I_2 = 4$ А, а номинальные первичный и вторичный токи трансформатора тока $I_{1\text{ном}} = 50$ А, $I_{2\text{ном}} = 5$ А. Ответ. $I_1 = 40$ А.

Контрольные задания

10.24. Потребители электрической энергии питаются от трехфазного двух-обмоточного понижающего трансформатора с номинальной мощностью $S_{\text{ном}}$ при номинальных первичном $U_{1\text{ном}}$ и вторичном $U_{2\text{ном}}$ линейных напряжениях с номинальной частотой $f = 50$ Гц.

Технические данные трансформатора: потери мощности при холостом ходе P_0 , потери мощности при коротком замыкании P_k , напряжение короткого замыкания $U_k \%$ при токах в обмотках $I_{1\text{ном}}$ и $I_{2\text{ном}}$, равных номинальным. Способ соединения обмоток трансформатора «звезда».

Принимая во внимание паспортные данные трансформатора, приведенные для соответствующего варианта задания в табл. 10.3, определить коэффициент трансформации n , коэффициент полезного действия $\eta_{\text{ном}}$ при номинальной нагрузке, $\cos \varphi_2 = 0,8$, токи в первичной $I_{1\text{ном}}$ и во вторичной $I_{2\text{ном}}$ обмотках, фазные первичное U_{10} и вторичное U_{20} напряжения при холостом ходе, сопротивления короткого замыкания R_k и X_k , активные R_1 и R_2 и реактивные X_1 и X_2 сопротивления обмоток, активное U_{kR} и индуктивное U_{kL} падения напряжения при коротком замыкании, вторичное напряжение U_2 при токе нагрузки $I_2 = 2I_{2\text{ном}}$ и $\cos \varphi_2 = 0,7$.

Дополнительное задание. Построить зависимость $\Delta U_2 \% (\cos \varphi_2)$ процентного изменения напряжения на вторичной обмотке трансформатора при номинальной нагрузке и изменении коэффициента мощности $\cos \varphi_2$.

Примечание. Структура обозначения трансформаторов серии ТМ показана на примере трансформатора типа ТМ-25/6-10. Буквенное обозначение: Т — трехфазный; М — масляный (С — сухой). Цифровое обозначение: числитель — номинальная полная мощность $S_{\text{ном}} = 25$ кВ·А; знаменатель — высшее (первичное) номинальное напряжение $U_{1\text{ном}} = 6...10$ кВ.

10.25. По техническим данным трансформаторов, приведенным в контрольном задании 10.24, и данным, приведенным для соответствующего варианта задания

в табл. 10.4, где T_1 — время работы трансформатора с полной нагрузкой ($\beta = 1$), T_2 — время работы трансформатора с нагрузкой, равной 50 % от номинальной ($\beta = 0,5$), T_0 — время работы трансформатора при отсутствии нагрузки ($\beta = 0$), определить КПД η трансформатора при коэффициентах нагрузки β и $\cos \varphi_2$, а также ток нагрузки I_2 , при которой КПД имеет наибольшее значение, определить среднегодовой КПД η_r трансформатора при активной нагрузке ($\cos \varphi_2 = 1$), построить зависимость изменения КПД η (P_2) от полезной мощности P_2 , отдаваемой трансформатором при коэффициентах нагрузки $\beta = 1; 0,75$ и $0,5$ и $\cos \varphi_2 = 1$.

Дополнительное задание: а. Составить упрощенную электрическую схему замещения трансформатора и определить ее параметры.

б. Пользуясь указанной схемой, определить линейные I_L и фазные I_ϕ токи и линейные U_L и фазные U_ϕ напряжения.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

§ 11.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Электрическая машина постоянного тока состоит из индуктора, якоря и коллектора. *Индуктор*, предназначенный для создания магнитного поля полюсов, расположен на неподвижной ее части — статоре. *Якорем* машины является ее вращающаяся часть. В соответствии с законом электромагнитной индукции при вращении якоря вследствие пересечения его проводниками обмотки магнитного поля полюсов в ней наводится переменная ЭДС, которая, изменяясь во времени по величине и направлению, зависит от положения проводников якоря в междуполюсном пространстве. Для получения на зажимах генератора постоянной во времени ЭДС предназначен *коллектор*, расположенный на вращающемся якоре, с системой неподвижных щеток, расположенных на статоре машины. Для обеспечения возможности создания магнитного потока необходимой величины на полюсах индуктора имеются обмотки возбуждения с регулируемым постоянным током.

У генераторов с независимым возбуждением обмотки возбуждения питаются постоянным током, получаемым от постороннего источника, а у генераторов с самовозбуждением — непосредственно от зажимов его якоря. В зависимости от способа включения обмоток возбуждения различают также генераторы с параллельным, последовательным и смешанным возбуждением.

При вращении якоря в его обмотке возникает ЭДС E , направленно которой зависит от направления его вращения.

При работе в режиме генератора электрическая машина выполняет функции источника энергии, поэтому возникающий в цепи якоря ток I_a совпадает по направлению с индуцируемой в нем ЭДС E . Ток якоря разветвляется по двум параллельным ветвям. По цепи обмотки возбуждения протекает ток I_b возбуждения, для возможности регулирования которого включено регулировочное сопротивление R_p . В цепи нагрузки генератора возникает ток I нагрузки, при этом в соответствии с первым законом Кирхгофа для точки разветвления токов: $I_a = I + I_b$.

ЭДС, возникающую на зажимах якоря, определяют уравнением: $E = C_e n \Phi$, где C_e — постоянная, зависящая от конструктивных данных машины; n — частота вращения якоря; Φ — результирующий магнитный поток.

Магнитный поток зависит от магнитодвижущей (намагничивающей) силы обмотки возбуждения, а следовательно, от тока возбуждения I_b . При разомкнутой обмотке возбуждения и вращении якоря создается ЭДС $E_{ост}$, обусловленная остаточным магнитным потоком $\Phi_{ост}$. Значение этой ЭДС обычно незначительно и составляет 3—5 % от номинального значения напряжения $U_{ном}$ на зажимах якоря.

При подключении цепи обмотки возбуждения к зажимам якоря под действием ЭДС E_0 возникает относительно небольшой ток I_b возбуждения, значение которого определяется в соответствии с законом Ома для цепи обмотки возбуждения

$$E_0 = I_b (R_{я} + R_b + R_p); I_b = \frac{E_0}{R_{я} + R_b + R_p},$$

где $R_{я}$ — сопротивление цепи якоря; R_b — сопротивление обмотки возбуждения.

Уравнение, описывающее внешнюю характеристику генератора постоянного тока с *параллельным* возбуждением $U(I)$, т. е. зависимость напряжения на его зажимах от тока нагрузки при постоянном сопротивлении цепи обмотки возбуждения $R_p = \text{const}$ и постоянной частоте вращения якоря $n = n_{ном} = \text{const}$, равной номинальной, можно получить исходя из уравнения электрического равновесия, составленного по второму закону Кирхгофа для цепи якоря: $U = E - R_{я}I$. Пренебрегая относительно небольшим значением тока возбуждения I_b , можно считать, что $I = I_{я}$.

Уменьшение напряжения U на зажимах генератора с *параллельным* возбуждением с увеличением тока I нагрузки обусловлено тем, что с увеличением его возрастает падение напряжения $R_{я}I_{я}$ на обмотке якоря. При этом вследствие реакции якоря происходит уменьшение результирующего магнитного потока Φ , а следовательно, и ЭДС E якоря. Указанные причины приводят к уменьшению тока I_b возбуждения, а следовательно, к уменьшению магнитного потока Φ , ЭДС якоря E и соответственно напряжения U на зажимах генератора.

У машин постоянного тока с *независимым* возбуждением обмотка возбуждения питается от постороннего (независимого) источника, в качестве которого используется другой генератор постоянного тока, аккумуляторная батарея и другие источники постоянного тока.

Уравнение внешней характеристики генератора с *последовательным* возбуждением в соответствии со вторым законом Кирхгофа имеет вид: $U = E - I_{я}(R_{я} + R_b)$, где R_b — сопротивление обмотки последовательного возбуждения.

Особенностью внешней характеристики генератора с *последовательным* возбуждением является то, что в пределах относительно малых токов нагрузок напряжение на его зажимах возрастает, а при достаточно больших — резко снижается, что обуславливает значительно меньшие токи короткого замыкания,

чем у генератора с параллельным и независимым возбуждением. Генераторы постоянного тока со *смешанным* возбуждением отличаются наличием двух обмоток возбуждения. Основной обмоткой возбуждения является обмотка параллельного возбуждения, последовательная обмотка возбуждения выполняет роль вспомогательной. Уравнение внешней характеристики генератора со смешанным возбуждением имеет такой же вид, как и уравнение для генератора с последовательным возбуждением. Однако входящий в выражение ЭДС якоря магнитный поток Φ представляет собой сумму магнитного потока Φ_1 , создаваемого параллельной обмоткой возбуждения, и магнитного потока Φ_2 , создаваемого последовательной обмоткой возбуждения: $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$.

Изменение направления тока в обмотке последовательного возбуждения приводит к созданию встречного по отношению к основному потоку Φ_1 потока Φ_2 . При этом результирующий магнитный поток $\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$.

Электродвигатели постоянного тока в конструктивном отношении не отличаются от генераторов постоянного тока, так как электрические машины постоянного тока обратимы и могут работать как в генераторном, так и в двигательном режимах.

При подаче на зажимы электрической машины постоянного тока постоянного напряжения U в обмотках возбуждения и обмотках якоря возникают токи. В результате взаимодействия тока якоря с магнитным потоком, создаваемым обмоткой возбуждения, в магнитопроводе статора возникает электромагнитный момент $M = C_m \Phi I_a$, под действием которого якорь электродвигателя приходит во вращение.

При вращении якоря в его обмотке в результате пересечения магнитных силовых линий индуцируется ЭДС $E = C_e n \Phi$, при работе электрической машины в режиме двигателя направленная против тока якоря.

При пуске электродвигателей постоянного тока путем прямого включения в питающую сеть возникают значительные пусковые токи, которые могут привести к выходу их из строя вследствие выделения значительного количества теплоты в обмотке якоря и последующего нарушения ее изоляции. Поэтому пуск двигателей постоянного тока производится с помощью специальных пусковых приспособлений, в частности пусковых реостатов.

Для якорной цепи электродвигателя постоянного тока с параллельным возбуждением уравнение электрического равновесия, составленное в соответствии со вторым законом Кирхгофа относительно напряжения U , подводимого от питающей сети, имеет вид: $U = E + R_a I_a$.

С учетом выражения для ЭДС $E = C_e n \Phi$, записав полученное выражение относительно частоты вращения, получаем уравнение частотной (скоростной) характеристики $n(I_a)$ электродвигателя

$$n = \frac{U - R_a I_a}{C_e \Phi} = \frac{U}{C_e \Phi} - I_a \frac{R_a}{C_e \Phi}.$$

При отсутствии нагрузки (при токе якоря $I_a = 0$) частота вращения электродвигателя $n = U/C_e\Phi = n_0$, т. е. равна частоте вращения n_0 идеального холостого хода, которая зависит от подводимого напряжения U и магнитного потока Φ .

Для электродвигателя постоянного тока с последовательным возбуждением уравнение электрического равновесия имеет вид: $U = E + I_a(R_a + R_b)$.

Так как $E = C_e n \Phi$, уравнение механической характеристики этого двигателя приводится к виду: $n = \frac{U - I_a(R_a + R_b)}{C_e \Phi}$.

Электродвигатель постоянного тока со смешанным возбуждением кроме обмотки параллельного возбуждения, магнитный поток которой $\Phi_1 = \text{const}$ при постоянном значении напряжения $U = \text{const}$, имеет последовательную обмотку возбуждения, магнитный поток Φ_2 которой зависит от тока якоря I_a , т. е. от его нагрузки.

Уравнение электрического равновесия и уравнение частотной характеристики электродвигателя постоянного тока со смешанным возбуждением имеют такой же вид, как и соответствующее уравнение, записанное для двигателя с последовательным возбуждением. Однако при этом следует учесть, что результирующий магнитный поток равен сумме магнитных потоков, создаваемых последовательной и параллельной обмотками возбуждения: $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$.

В уравнениях частотных характеристик электромагнитный момент двигателя можно выразить через ток якоря $M = C_m \Phi I_a$, при этом уравнение механической характеристики $n(M)$ при $U = \text{const}$ для двигателя с параллельным возбуждением приобретает вид

$$n = \frac{U}{C_e \Phi} - M \frac{R_a}{C_e C_m \Phi^2},$$

а для двигателей с последовательным и смешанным возбуждением

$$n = \frac{U}{C_e \Phi} - M \frac{R_a + R_b}{C_e C_m \Phi^2}.$$

Пренебрегая влиянием реакции якоря в процессе изменения нагрузки на валу, электромагнитный момент можно считать пропорциональным току якоря. Поэтому механические характеристики электродвигателей имеют такой же вид, как и соответствующие частотные характеристики.

Для электродвигателей постоянного тока важной является моментная характеристика $M(I_a)$, т. е. зависимость электромагнитного момента от тока якоря. Для двигателя с параллельным возбуждением эта зависимость определяется соотношением: $M = C_m \Phi I_a$. Пренебрегая влиянием реакции якоря, для этого двигателя можно принять $\Phi = \text{const}$, вследствие чего зависимость $M(I_a)$ при $U = \text{const}$ представится в виде прямой, прохо-

дящей через начало координат. Для двигателя с последовательным возбуждением зависимость $M(I_{\text{я}})$ является более сложной, так как входящий в выражение для момента $M = C_m \Phi I_{\text{я}}$ магнитный поток является функцией тока якоря. При некоторых допущениях для этих двигателей можно принять, что $M \propto I_{\text{я}}^2$.

Рабочие характеристики электродвигателей постоянного тока представляют собой зависимости частоты вращения n , момента M , тока якоря $I_{\text{я}}$ и КПД η от полезной мощности на его валу P_2 , т. е. $n(P_2)$, $M(P_2)$, $I_{\text{я}}(P_2)$, $\eta(P_2)$ при неизменном значении подводимого к двигателю напряжения $U = \text{const}$.

Анализ рабочих характеристик электродвигателя постоянного тока с параллельным возбуждением показывает, что частота вращения их в соответствии с увеличением нагрузки несколько уменьшается. Зависимость полезного момента на валу двигателя от нагрузки $M(P_2)$ представляет собой прямую линию, так как момент двигателя пропорционален нагрузке на валу: $M = 9550 \frac{P_2}{n}$.

При увеличении мощности, развиваемой электродвигателем на валу, ток якоря изменяется приблизительно по той же зависимости, что и момент, так как при условии $\Phi = \text{const}$ ток якоря $I_{\text{я}}$ пропорционален моменту M .

КПД электродвигателя определяется отношением полезной мощности на валу P_2 к мощности P_1 , потребляемой из сети:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{\text{эя}} + P_{\text{эв}} + P_{\text{м}} + P_{\text{мех}} + P_{\text{д}}},$$

где $P_1 = UI$; $P_{\text{эя}} = I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}}$ — электрические потери мощности в цепи якоря; $P_{\text{эв}} = UI_{\text{в}} = I_{\text{в}}^2 R_{\text{в}}$ — электрические потери мощности в цепи возбуждения; $P_{\text{мех}}$ — механические потери; $P_{\text{д}}$ — добавочные потери; $P_{\text{м}}$ — потери мощности на гистерезис и вихревые токи в магнитопроводе.

КПД электродвигателей с увеличением мощности на валу возрастает и достигает своего максимального значения, когда переменные потери мощности в электродвигателе оказываются равными постоянным потерям в нем, т. е. при $P_{\text{м}} = P_{\text{эв}} + P_{\text{эя}} + P_{\text{мех}} + P_{\text{д}}$.

Рабочие характеристики электродвигателя постоянного тока с последовательным возбуждением имеют несколько другой вид по сравнению с рабочими характеристиками электродвигателя с параллельным возбуждением, так как с изменением нагрузки на валу изменяется магнитный поток.

Рабочие характеристики электродвигателя постоянного тока со смешанным возбуждением представляют собой зависимости, занимающие среднее положение между рабочими характеристиками двигателя с параллельным и двигателя с последовательным возбуждением. Анализ показывает, что частоту вращения электродвигателей постоянного тока можно регулировать включением добавочного сопротивления $R_{\text{д}}$ в цепь якоря, изменением маг-

нитного потока Φ и изменением напряжения U , подводимого к двигателю.

Широко применяется, особенно в системе «генератор — двигатель», способ регулирования частоты вращения путем изменения напряжения на зажимах якоря.

Литература. [1] § 9.1—9.21; [2] § 13.1—13.15; [3] § 15.1—15.11,

Примеры решения задач

11.1. Электродвигатель постоянного тока типа П62 с параллельным возбуждением имеет номинальные данные, указанные на его щитке: полезная мощность на валу $P_{2\text{ном}} = 8$ кВт, напряжение $U_{\text{ном}} = 220$ В, частота вращения $n_{\text{ном}} = 1000$ об/мин, ток, потребляемый из сети, $I_{\text{ном}} = 43$ А. Определить номинальный момент на валу $M_{\text{ном}}$, номинальные суммарные потери мощности $\sum P_{\text{ном}}$ и номинальный КПД $\eta_{\text{ном}}$ электродвигателя при номинальном режиме работы.

Решение. Номинальный момент на валу электродвигателя: $M_{\text{ном}} = 9550 \cdot \frac{P_{1\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9550 \cdot \frac{8,0}{1000} = 76,5$ Н·М.

Номинальная мощность, подведенная к электродвигателю из сети: $P_{1\text{ном}} = U_{\text{ном}} I_{\text{ном}} = 220 \cdot 43 = 9460$ Вт = 9,46 кВт.

Номинальные суммарные потери мощности в электродвигателе: $\sum P_{\text{ном}} = P_{1\text{ном}} - P_{2\text{ном}} = 9,46 - 8,0 = 1,46$ кВт.

Номинальный КПД электродвигателя: $\eta_{\text{ном}} = P_{2\text{ном}}/P_{1\text{ном}} = 8,0/9,46 = 0,85$ или $\eta_{\text{ном}}\% = 85\%$.

11.2. Определить номинальные суммарные $\sum P_{\text{эном}}$ и составляющие электрические потери мощности в электродвигателе типа МП-82 постоянного тока с параллельным возбуждением, имеющем номинальные данные: мощность на валу $P_{2\text{ном}} = 130$ кВт, напряжение $U_{\text{ном}} = 220$ В, частоту вращения $n_{\text{ном}} = 600$ об/мин, ток, потребляемый из сети, $I_{\text{ном}} = 640$ А, суммарное сопротивление якорной цепи, обмоток якоря и дополнительных полюсов, щеток и щеточных контактов: $R'_я = 0,00565$ Ом и сопротивление обмотки возбуждения $R'_в = 34,6$ Ом при температуре 15°C .

Решение. Сопротивление цепи обмотки якоря при температуре 75°C : $R_я = R'_я \frac{235 + t_2}{235 + t_1} = 0,00565 \frac{235 + 75}{235 + 15} = 0,007$ Ом, где $t_1 = 15^\circ\text{C}$ — температура, соответствующая холодному состоянию обмотки якоря; $t_2 = 75^\circ\text{C}$ — температура, соответствующая нагретому состоянию обмотки якоря.

Сопротивление обмотки возбуждения двигателя при температуре 75°C : $R_в = R'_в \frac{235 + t_2}{235 + t_1} = 34,6 \frac{235 + 75}{235 + 15} = 43$ Ом.

Номинальный ток в обмотке возбуждения электродвигателя при номинальном режиме работы: $I_{в\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_в} = \frac{220}{43} = 5,1$ А.

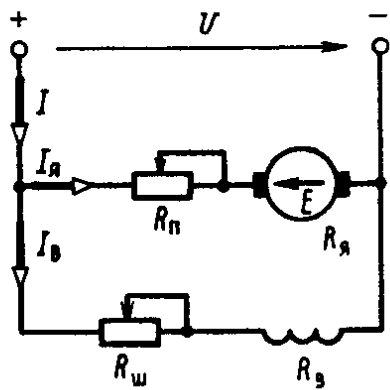


Рис. 11.3

Номинальный ток якоря электродвигателя: $I_{я\text{ном}} = I_{\text{ном}} - I_{в\text{ном}} = 640 - 5,1 = 634,9 \text{ А}$.

Электрические потери мощности электродвигателя при номинальном режиме работы: в цепи якоря $P_{э\text{яном}} = R_{я} I_{я\text{ном}}^2 = 0,007(634,9)^2 = 2820 \text{ Вт} = 2,82 \text{ кВт}$; в обмотке возбуждения $P_{э\text{вном}} = U_{\text{ном}} \times I_{в\text{ном}} = 220 \cdot 5,1 = 1122 \text{ Вт} = 1,122 \text{ кВт}$.

Суммарные номинальные электрические потери мощности: $\sum P_{э\text{ном}} = P_{я\text{ном}} + P_{э\text{вном}} = 2,82 + 1,122 = 3,942 \text{ кВт}$.

11.3. Электродвигатель постоянного тока с параллельным возбуждением (рис. 11.3) имеет номинальные: полезную мощность на валу $P_{2\text{ном}} = 4,5 \text{ кВт}$, питающее напряжение $U_{\text{ном}} = 220 \text{ В}$, частоту вращения $n_{\text{ном}} = 1500 \text{ об/мин}$, КПД $\eta_{\text{ном}} = 80,5\%$. Сопротивление цепи якоря $R_{я} = 0,43 \text{ Ом}$, обмотки возбуждения $R_{в} = 200 \text{ Ом}$ при номинальном режиме работы. Определить сопротивление пускового реостата $R_{п}$ исходя из условия, что начальный пусковой ток двигателя равен двукратному номинальному значению тока, потребляемому из сети: $I_{\text{пуск}} = 2I_{\text{ном}}$.

Решение. Номинальный ток двигателя, потребляемый из сети: $I_{\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}} \cdot 10^3}{U_{\text{ном}} \eta_{\text{ном}}} = \frac{4,5 \cdot 10^3}{220 \cdot 0,805} = 25,4 \text{ А}$.

Номинальный ток возбуждения электродвигателя: $I_{в\text{ном}} = U_{\text{ном}} / R_{в} = 220 / 200 = 1,1 \text{ А}$.

Номинальный ток якоря двигателя: $I_{я\text{ном}} = I_{\text{ном}} - I_{в\text{ном}} = 25,4 - 1,1 = 24,3 \text{ А}$.

Начальный пусковой ток двигателя: $I_{\text{пуск}} = 2I_{\text{ном}} = 2 \cdot 25,4 = 50,8 \text{ А}$.

Ток якоря при пуске двигателя: $I_{я} = I_{\text{пуск}} - I_{в\text{ном}} = 50,8 - 1,1 = 49,7 \text{ А}$.

Сопротивление пускового реостата, включенного последовательно в цепь якоря двигателя при пуске: $R_{п} = R_{я}' - R_{я} = 4,43 - 0,43 = 4 \text{ Ом}$.

Сопротивление цепи якоря двигателя при пуске исходя из заданных условий: $R_{я}' = R_{я} + R_{п} = U_{\text{ном}} / I_{я} = 220 / 49,7 = 4,43 \text{ Ом}$.

Максимальный ток в цепи якоря электродвигателя при отсутствии пускового реостата: $I_{я\text{мах}} = U_{\text{ном}} / R_{я} = 220 / 0,43 = 510 \text{ А}$. Кратность пускового тока при прямом пуске (без пускового реостата): $K_I = I_{я\text{мах}} / I_{я\text{ном}} = 510 / 24,3 = 20,9$.

Таким образом, начальный пусковой ток якоря электродвигателя без пускового реостата оказывается в 20,9 раз больше номинального его значения, поэтому в данном случае пуск двигателя без пускового реостата в цепи якоря недопустим.

11.4. Электродвигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет номинальные: полезную мощность на валу $P_{\text{ном}} = 23$ кВт, питающее напряжение $U_{\text{ном}} = 220$ В, частоту вращения $n_{\text{ном}} = 600$ об/мин, ток, потребляемый из сети, $I_{\text{ном}} = 120$ А, продолжительность включения $\text{ПВ}_{\text{ном}} = 25\%$. Рассчитать и построить естественную механическую характеристику $n(M)$ и зависимость тока от момента электродвигателя $I(M)$ в пределах нагрузки от $M = 2M_{\text{ном}}$ до $M = -M_{\text{ном}}$. Определить сопротивление пускового реостата R_p , ограничивающего ток при пуске двигателя до значения $I = 1,2I_{\text{ном}}$. Рассчитать добавочное сопротивление R_d в цепи якоря, при котором двигатель в режиме противовключения при моменте нагрузки $M = 1,2M_{\text{ном}}$ развивает частоту вращения $n_{\text{ном}}$. Для заданных условий построить искусственную механическую характеристику электродвигателя, определить его частоту вращения n при номинальном токе якоря $I_{\text{я ном}}$, в цепь которого включено добавочное сопротивление $R_d = 4R_{\text{я}}$. Рассчитать и построить искусственную механическую характеристику двигателя при ослабленном потоке возбуждения, если при номинальном моменте нагрузки на валу он должен развивать частоту вращения $n = 1,3n_{\text{ном}}$. При расчетах ток возбуждения электродвигателя пренебречь, сопротивление цепи якоря принять равным $R_{\text{я}} = 0,05U_{\text{ном}}/I_{\text{ном}}$ Ом.

Решение. Координаты естественной механической характеристики электродвигателя при номинальном режиме работы:

$$M_{\text{ном}} = 9550P_{\text{ном}}/n_{\text{ном}} = \frac{9500 \cdot 23}{600} = 364,2 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad n_{\text{ном}} = 600 \text{ об/мин};$$

$$I_{\text{ном}} = 120 \text{ А}.$$

То же, в режиме идеального холостого хода электродвигателя:

$$n_0 = n_{\text{ном}} \frac{U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}} - I_{\text{я}} R_{\text{я}}} = 600 \frac{220}{220 - 120 \cdot 0,0915} = 631,5 \text{ об/мин};$$

$$M_0 = 0; \quad I_0 = 0. \quad (\text{По условию } R_{\text{я}} = 0,05 \frac{U_{\text{ном}}}{I_{\text{ном}}} = 0,05 \frac{220}{120} = 0,0915 \text{ Ом}.)$$

Сопротивление пускового реостата, ограничивающего пусковой ток двигателя до значения $I_{\text{п}} = 1,2I_{\text{ном}}$: при $n = 0$; $E = 0$; $I_{\text{я}} = I_{\text{п}} = U_{\text{ном}}/(R_{\text{я}} + R_{\text{п}})$, откуда $R_{\text{п}} = U_{\text{ном}}/I_{\text{п}} - R_{\text{я}} = \frac{U_{\text{ном}}}{1,2I_{\text{ном}}} - R_{\text{я}} = \frac{220}{1,2 \cdot 120} - 0,0915 = 1,438 \text{ Ом}$.

Машинные постоянные электродвигателя: $C_e C_M \Phi^2 = \left(\frac{C_e \Phi}{0,1}\right)^2 = \left(\frac{0,349}{0,1}\right)^2 = 12,2$, так как $C_e \Phi = \frac{U_{\text{ном}} - I_{\text{я ном}} R_{\text{я}}}{n_{\text{ном}}} = \frac{220 - 120 \cdot 0,0915}{600} = 0,349$, а отношение $C_e/C_M \cong 0,1$.

Добавочное сопротивление в цепи якоря в режиме противовключения:

$$R_d = \frac{(n_{\text{ном}} + n_0) C_e C_M \Phi^2}{M} - R_{\text{я}} = \frac{(n_{\text{ном}} + n_0) C_e C_M \Phi^2}{1,2M_{\text{ном}}} - R_{\text{я}} = \frac{(600 + 632) \cdot 12,2}{1,2 \cdot 364,2} - 0,0915 = 32,3 \text{ Ом}, \quad \text{так как для режима}$$

противовключения справедливо уравнение: $n' = -\frac{U}{C_e \Phi} - \frac{M(R_{я} + R_{д})}{C_e C_M \Phi^2} = -n_0 - \frac{M(R_{я} + R_{д})}{C_e C_M \Phi^2}$.

Координаты искусственной механической характеристики электродвигателя при работе в режиме противовключения: $n_{ном} = -600$ об/мин; $M = 1,2M_{ном} = 1,2 \cdot 364,2 = 437$ Н·м. То же, при холостом ходе: $n_0 = 632$ об/мин; $M_0 = 0$.

Частота вращения электродвигателя при добавочном сопротивлении $R_{д} = 4R_{я}$:
$$n = n_{ном} \frac{U_{ном} - I_{ном}(R_{я} + R_{д})}{U_{ном} - I_{ном}R_{я}} = 600 \frac{220 - (0,0915 + 4 \cdot 0,0915)120}{220 - 120 \cdot 0,0915} = 473 \text{ об/мин.}$$

Относительное значение ослабленного магнитного потока электродвигателя: $\Phi' = \Phi \frac{n_{ном}}{n'} = \Phi \frac{n_{ном}}{1,3n_{ном}} = \frac{600}{1,3 \cdot 600} \Phi = 0,77\Phi$.

Координаты искусственной механической характеристики при ослабленном потоке:

при номинальном моменте: $n'' = 1,3n_{ном} = 1,3 \cdot 600 = 780$ об/мин; $M = M_{ном} = 364,2$ Н·м;

при холостом ходе: $n'_0 = n_0 \frac{\Phi}{\Phi'} = 632 \frac{\Phi}{0,77\Phi} = 822$ об/мин.

На рис. 11.4 приведены характеристики электродвигателя $n(M)$ и $I(M)$, построенные исходя из условий задачи.

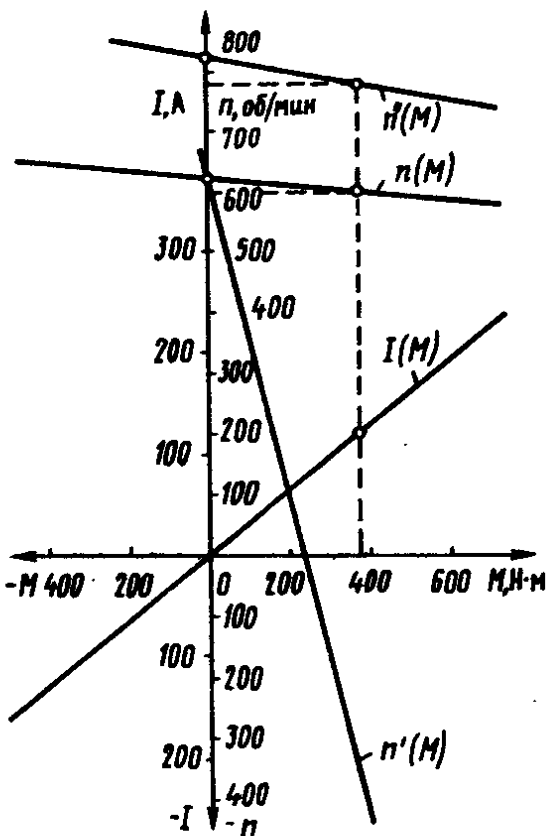


Рис. 11.4

Задачи

11.5. Электродвигатель постоянного тока параллельного возбуждения имеет номинальные данные: питающее напряжение $U_{ном} = 220$ В, частоту вращения $n_{ном} = 1500$ об/мин, КПД $\eta_{ном} \% = 80$ %, ток, потребляемый из сети, $I_{ном} = 25,4$ А, противоЭДС, наводимую в обмотке якоря при номинальном режиме работы, $E_{я ном} = 209,5$ В, сопротивление обмотки возбуждения $R_b = 200$ Ом. Определить номинальные значения: момента $M_{ном}$ на валу двигателя, тока $I_{я ном}$ якоря, тока $I_{в ном}$ возбуждения и сопротивления обмотки якоря $R_{я}$. Ответ. $M_{ном} = 28,7$ Н·м; $I_{я ном} = 24,3$ А; $I_{в ном} = 1,1$ А; $R_{я} = 0,43$ Ом.

11.6. Электродвигатель постоянного тока независимого возбуждения имеет номинальные

Таблица 11.1

Величины	Варианты контрольного задания 11.11														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$U_{ном}, В$	110	220	220	110	220	220	110	220	220	220	220	220	220	220	220
$P_{2ном}, кВт$	1	2,5	2,5	3,7	4,5	5,6	5,8	9	12	16	23	33	46	75	100
$n_{ном}, об/мин$	1420	1000	1300	1000	1100	1000	800	900	685	700	600	650	580	520	475
$I_{ном}, А$	12	14	14,2	42	26	30	68	48	64	34	120	168	230	374	500
Коэффициенты:															
a	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
b	0,9	1	1	1,2	1,2	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,8	1,8	1,8
c	0,5	0,5	0,6	0,6	0,8	0,8	1	0,5	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,8

Продолжение табл. 11.1

Величины	Варианты контрольного задания 11.11														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$U_{ном}, В$	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110	110
$P_{2ном}, кВт$	1	2,5	2,5	3,7	4,5	5,6	5,8	9	12	16	23	33	46	75	100
$n_{ном}, об/мин$	1420	1000	1300	1000	1100	1000	800	900	685	700	600	650	580	520	475
$I_{ном}, А$	12	14	14,2	42	26	30	68	48	64	34	120	168	230	374	500
Коэффициенты:															
a	1,1	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7
b	0,9	0,9	1	1	1,2	1,2	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,8	1,8	1,8
c	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,8	0,8	0,8	0,9	0,9

данные: мощность на валу $P_{2\text{ном}} = 14$ кВт, питающее напряжение $U_{\text{ном}} = 220$ В, ток якоря $I_{\text{я ном}} = 7,4$ А, частоту вращения $n_{\text{ном}} = 3000$ об/мин, сопротивление якоря $R_{\text{я}} = 0,21$ Ом. Определить угловую частоту вращения $\Omega_{\text{г}}$ и частоту вращения $n_{\text{г}}$ электродвигателя при работе его в генераторном режиме с отдачей энергии в сеть при номинальном токе якоря $I_{\text{я ном}}$. Ответ. $\Omega_{\text{г}} = 336$ с⁻¹; $n_{\text{г}} = 3200$ об/мин.

11.7. Электрическая машина постоянного тока параллельного возбуждения при работе в режиме генератора создает напряжение на зажимах $U_{\text{г}} = 230$ В при токе нагрузки $I_{\text{г}} = 34,8$ А и частоте вращения $n_{\text{г}} = 1950$ об/мин. При работе в режиме двигателя при напряжении $U = 220$ В машина потребляет ток $I_{\text{д}} = 34,4$ А, частота вращения в режиме двигателя $n_{\text{д}} = 1570$ об/мин. Определить сопротивление обмотки якоря $R_{\text{я}}$ машины. Током возбуждения $I_{\text{в}}$ пренебречь. Ответ. $R_{\text{я}} = 0,56$ Ом.

11.8. Определить сопротивление цепи якоря $R_{\text{я}}$ электродвигателя постоянного тока параллельного возбуждения при условии, что при номинальном токе якоря $I_{\text{я ном}} = 100$ А номинальная частота вращения $n_{\text{ном}} = 800$ об/мин, а при токе якоря $I_{\text{я}} = 50$ А электродвигатель имеет частоту вращения $n = 220$ об/мин. Ответ. $R_{\text{я}} = 0,19$ Ом.

11.9. Построить естественную скоростную характеристику $n(I)$ электродвигателя постоянного тока типа П52 с независимым возбуждением с номинальными: мощностью на валу $P_{2\text{ном}} = 14$ кВт, питающим напряжением $U_{\text{ном}} = 220$ В, током, потребляемым из сети, $I_{\text{ном}} = 74$ А, частотой вращения $n_{\text{ном}} = 3000$ об/мин, КПД $\eta_{\text{ном}} \% = 86$ %, сопротивлением якоря $R_{\text{я ном}} = 0,15$ Ом. Без ответа.

11.10. По условию задачи 11.9 определить номинальный электромагнитный момент $M_{\text{э ном}}$ электродвигателя постоянного тока параллельного возбуждения. Сопротивление обмотки якоря двигателя $R_{\text{я}} = 0,5(1 - \eta_{\text{ном}})R_{\text{ном}}$. Ответ. $M_{\text{э ном}} = 48,5$ Н·м.

Контрольное задание

11.11. Электродвигатель постоянного тока серии П параллельного возбуждения характеризуется номинальными данными (см. табл. 11.1): напряжением питающей сети $U_{\text{ном}}$, мощностью на валу $P_{2\text{ном}}$, частотой вращения якоря $n_{\text{ном}}$, током $I_{\text{ном}}$. Сопротивление цепи якоря двигателя $R_{\text{я}} = 0,05U_{\text{ном}}/I_{\text{ном}}$ Ом. При расчетах током возбуждения $I_{\text{в}}$ электродвигателя пренебречь. Определить КПД двигателя $\eta_{\text{ном}}$ при номинальной нагрузке, сопротивление $R_{\text{пуск}}$ пускового реостата, ограничивающего ток при пуске электродвигателя до значения $I_{\text{пуск}} = aI_{\text{ном}}$, а также добавочное сопротивление $R_{\text{д}}$ в цепи якоря, при котором двигатель в режиме противовключения при моменте нагрузки, равном $bM_{\text{ном}}$, развивает частоту вращения $cn_{\text{ном}}$. Рассчитать и построить в единой системе координат искусственную и естественную механические характеристики $n(M)$ и зависимость тока от момента электродвигателя $I(M)$ в пределах нагрузки от $M = 2M$ до $M = -2M_{\text{ном}}$.

ТРЕХФАЗНЫЕ АСИНХРОННЫЕ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛИ

§ 12.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ТРЕХФАЗНЫХ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯХ

Асинхронные электродвигатели предназначены для преобразования электрической энергии переменного тока в механическую. В зависимости от системы переменного тока асинхронные электродвигатели выполняются трехфазными и однофазными. Ротор асинхронного электродвигателя изготавливают в двух исполнениях: короткозамкнутым и с контактными кольцами.

Наличие контактных колец и фазной обмотки позволяет изменять активное сопротивление цепи ротора двигателя в процессе его вращения, что необходимо для уменьшения значительного пускового тока, возникаемого при пуске, а также для регулирования частоты вращения ротора и изменения величины его пускового момента.

При подаче к трехфазной обмотке статора асинхронного двигателя трехфазного напряжения возникает результирующий вращающийся магнитный поток. Этот поток вращается в пространстве с частотой вращения, равной синхронной, которая находится в строгой зависимости от частоты f_1 подводимого напряжения и числа пар полюсов p двигателя: $n_1 = 60f_1/p$.

Каждый асинхронный электродвигатель характеризуется своими номинальными данными, на которые он рассчитан. Основные технические данные электродвигателя указаны в их паспортах и каталогах.

Конструкция обмотки статора дает возможность соединять обмотки двигателя как «треугольником», так и «звездой». Благодаря этому каждый трехфазный асинхронный электродвигатель можно использовать при двух различных (линейном и фазном) напряжениях питающей сети.

Одной из важнейших величин, характеризующих работу асинхронного двигателя, является скольжение ротора, под кото-

рым понимается отношение: $s\% = \frac{n_1 - n_2}{n_1} 100\%$, где n_2 — частота вращения ротора двигателя, об/мин; или в относительных единицах: $s = (n_1 - n_2)/n_1$.

Для большинства современных типов асинхронных электродвигателей скольжение ротора $s_{ном}\%$ при номинальной нагрузке

заклучено в пределах 2—6 %, а при работе в режиме холостого хода, когда двигатель работает без нагрузки, скольжение ротора составляет доли процента.

От величины относительной угловой частоты вращения ω_1 и магнитного потока Φ_m зависит величина ЭДС E_{2s} , индуцируемой в обмотке ротора, а следовательно, ток I_{2s} ротора и его частота:

$$f_{2s} = \frac{pn_1s}{60} = sf_1.$$

Вращающее магнитное поле в обмотках статора и ротора асинхронного двигателя наводит переменные ЭДС, действующие значения которых можно определить по формулам, аналогичным формулам, полученным для ЭДС трансформатора: $E_1 = 4,44K_1f_1\omega_1\Phi_m$; $E_{2s} = 4,44K_2f_2\omega_2\Phi_m$, где E_1 — фазное значение ЭДС, индуцируемой в обмотке статора; E_{2s} — фазное значение ЭДС, индуцируемой в обмотке ротора при скольжении s ; $\omega_1\omega_2$ — число витков в фазе статора и ротора; Φ_m — амплитудное значение магнитного потока; K_1, K_2 — обмоточные коэффициенты обмоток статора и ротора. При неподвижном роторе ЭДС ротора — E_2 .

При вращении ротора асинхронного двигателя в процессе работы в нем будет индуцироваться переменная ЭДС E_{2s} с частотой f_{2s} , значение которой можно найти, заменив в выражении для E_{2s} частоту f_1 на $f_2 = sf_1$; $E_{2s} = 4,44K_2f_2\omega_2\Phi_m = 4,44K_2f_1\omega_2s\Phi_m = sE_2$.

При работе асинхронного электродвигателя под действием ЭДС E_{2s} , наводимой во вращающемся роторе, в цепи ротора возникает ток, значение которого в соответствии с законом Ома опре-

деляется выражением: $I_{2s} = I_2 = \frac{E_{2s}}{Z_{2s}} = \frac{E_{2s}}{\sqrt{R_2^2 + X_{2s}^2}}$, где $I_2 = I_{2s}$ —

фазный ток ротора при скольжении s ; Z_{2s} — полное сопротивление фазы ротора при скольжении s ; R_2 — активное сопротивление фазы ротора (для двигателей нормального исполнения можно считать постоянным и не зависящим от частоты тока ротора); X_{2s} — индуктивное сопротивление фазы ротора при данном скольжении s и частоте f_2 тока ротора.

С учетом того, что $E_{2s} = sE_2$ и $X_{2s} = 2\pi f_2L_2 = 2\pi f_1L_2s = sX_2$, выражение для тока ротора приводится к виду: $I_2 = \frac{sE_2}{\sqrt{R_2^2 + X_{2s}^2}} = \frac{E_2}{\sqrt{(R_2/s)^2 + X_2^2}}$. При составлении схемы замещения асинхронно-

го электродвигателя параметры ротора приводят к числу витков и напряжению U_1 обмотки статора.

Распределение потока энергии, потребляемой асинхронным электродвигателем из сети, соответствует энергетической диаграмме, которая представляет полную структуру всех составляющих мощностей и потерь мощности, возникающих при работе в асинхронном электродвигателе: $P_1 = \sqrt{3}U_1I_1 \cos \varphi_1$ — активная мощность, подводимая к электродвигателю из сети; $P_s = m_1I_1^2R_1$ — электрические потери мощности в активном сопротивлении обмот-

ки (потери в меди) статора; m_1 — число фаз обмотки статора; I_1 — ток статора; $P_{м1} = (P_{г1} + P_{в1})$ — потери мощности в магнитопроводе статора, равные сумме потерь на гистерезис и на вихревые токи (потери в стали статора); $P_{эм} = \Omega_1 M = m_2 E_2 I_2 \cos \psi_2$ — электромагнитная мощность, передаваемая ротору вращающимся магнитным полем; m_2 — число фаз обмотки ротора; E_2 — ЭДС неподвижного ротора; I_2 — ток ротора; ψ_2 — угол между током I_2 и ЭДС E_2 ротора; $\Omega_1 = \frac{2\pi n_1}{60} = \frac{\omega_1}{p}$ — угловая частота вращения поля статора; $\omega_1 = 2\pi f_1$ — угловая частота тока ротора; p — число пар полюсов двигателя; $P_{м2} = (P_{г2} + P_{в2})$ — потери мощности в магнитопроводе ротора, равные сумме потерь на гистерезис и на вихревые токи в роторе; $P_{э2} = m_2 I_2^2 R_2$ — электрические потери мощности в обмотках ротора (потери в меди); потери $P_{м2} \approx 0$; $P_{мех}$ — механические потери мощности в двигателе (потери, возникаемые от трения в подшипниках и трения ротора о воздух); $P_{эм} = \Omega_2 M$ — мощность, развиваемая электродвигателем на валу с учетом механических потерь мощности $P_{мех}$; $P_2 = M n_2 / 9,55$ — полезная мощность на валу электродвигателя*; $\Omega_2 = 2\pi n_2 / 60 = \omega_2 p$ — угловая частота вращения ротора двигателя; $\omega_2 = 2\pi f_2$ — угловая частота тока ротора.

Электромагнитная мощность асинхронного двигателя: $P_{эм} = m_2 E_2 I_2 \cos \psi_2 = 4,44 K_2 m_2 f_1 \omega_2 \Phi_m I_2 \cos \psi_2 = \frac{\omega_1}{p} M$, откуда электромагнитный момент, развиваемый асинхронным электродвигателем: $M = C_m \Phi_m I_2 \cos \psi_2$, где машинная постоянная $C_m = \frac{4,44 K_1 m_1 p f_1 \omega_1}{\omega_1}$.

Вращающий момент асинхронного двигателя можно определить и исходя из электрических потерь мощности в обмотках фаз

ротора: $P_{э2} = m_2 I_2^2 R_2 = P_{эм} - P_{мех} = M \frac{\omega_1 s}{p}$, откуда $M =$

$$= \frac{p m_2 I_2^2 R_2}{\omega_1 s} = \frac{p m_1 (I_2)^2 R_2'}{\omega_1 s}.$$

Скольжению ротора $s = 1$ соответствует выражение для пускового момента асинхронного двигателя ($n_2 = 0$): $M_{пуск} =$

$$= \frac{p m_1 (I_2)^2 R_2'}{\omega_1}.$$

Приведенный ток ротора I_2' можно выразить через параметры схемы замещения с учетом того, что полное сопротивление намагничивающего контура намного больше полного сопротивления

* В каталогах и паспортах асинхронных электродвигателей обозначают номинальную мощность на валу $P_{ном}$, частоту вращения ротора $n_{ном}$, потребляемый ток $I_{ном}$. В расчетных формулах эти величины записываются с индексами $P_{2ном}$, $n_{2ном}$, $I_{1ном}$.

обмотки статора двигателя, т. е. $Z_0 = \sqrt{R_0^2 + X_0^2} \gg Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2}$,

$$I_2 = \frac{U_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2}}$$

При этом формулу для момента асинхронного электродвигателя приводят к виду: $M = \frac{pm_1 R_2'}{\omega_1 s} \cdot \frac{U_1^2}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2}$.

Критическое скольжение $s_{кр} = R_2' / (X_1 + X_2')$ ротора соответствует максимальному моменту асинхронного электродвигателя, поэтому $M_{\max} = \frac{pm_1 U_1^2}{2\omega_1 (X_1 + X_2')}$.

Выражение для момента асинхронного электродвигателя, записанное через максимальный момент и критическое скольжение ротора, приводится к виду: $M = \frac{2M_{\max}}{s/s_{кр} + s_{кр}/s}$. Зависимости момента M , развиваемого двигателем, потребляемой мощности P_1 , коэффициента мощности $\cos \varphi_1$, КПД η , скольжения ротора s и тока статора I_1 , потребляемого двигателем из сети, от полезной мощности, т. е. мощности на валу двигателя P_2 , являются рабочими характеристиками асинхронного электродвигателя. При этом зависимость $M(P_2)$ определяется выражением: $M = 975 \frac{P_2}{n_2}$, кг·м,

или $M = 9550 \frac{P_2}{n_2}$, Н·м.

Зависимость $\cos \varphi_1(P_2)$, т. е. зависимость коэффициента мощности асинхронного двигателя от мощности на валу, находят из выражения $\cos \varphi_1 = P_2 / \sqrt{3} U_1 I_1$.

Значение коэффициента мощности для нормальных асинхронных электродвигателей средней мощности при номинальной нагрузке $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,83 \dots 0,89$.

Зависимость КПД асинхронного двигателя от нагрузки $\eta(P_2)$ определяется отношением: $\eta = P_2 / P_1 = P_2 / (P_2 + P_\Sigma)$, где P_1 — активная мощность, потребляемая электродвигателем из питающей сети; $P_\Sigma = P_m + P_{\Sigma 1} + P_{\Sigma 2} + P_{\text{мех}} + P_d$ — суммарные потери мощности в двигателе, равные сумме потерь в магнитопроводе P_m , электрических потерь в обмотках статора и ротора $P_\Sigma = (P_{\Sigma 1} + P_{\Sigma 2})$, механических $P_{\text{мех}}$ и добавочных P_d потерь.

Пусковой ток асинхронных электродвигателей с короткозамкнутым ротором в 5—10 раз превышает номинальный ток: $I_{1\text{пуск}} = (5 \dots 10) I_{1\text{ном}}$. Пусковой момент составляет 0,9—1,8 от номинального значения момента: $M_{\text{пуск}} = (0,9 \dots 1,8) M_{\text{ном}}$.

Снижение напряжения U_1 на обмотках асинхронного двигателя при пуске, а следовательно, и пускового тока может быть достигнуто при использовании автотрансформатора или индук-

ционного регулятора, переключении обмотки статора со «звезды» на «треугольник», включении дополнительного сопротивления в обмотку статора двигателя.

Асинхронный электродвигатель с фазным ротором пускается в ход с помощью пускового реостата, включенного последовательно с обмоткой ротора.

Возможные способы регулирования частоты вращения асинхронных электродвигателей следуют из выражения, записанного

относительно частоты вращения ротора двигателя: $n_2 = \frac{60f_1}{p} \times$

$\times (1 - s)$. Анализ этой формулы показывает, что частоту вращения асинхронного двигателя можно изменить, меняя скольжение ротора s , число пар полюсов p двигателя или частоту f_1 питающего напряжения.

Литература. [1] § 10.1—10.18; [2] § 14.1—14.17; [3] § 13.1—13.11.

Примеры решения задач

12.1. Три неподвижные катушки Ax , By , Cz (рис. 12.1, а), оси которых сдвинуты в пространстве на угол $2\pi/3$, обтекаются трехфазной системой синусоидальных токов с одинаковыми частотами f и амплитудами I_m , сдвинутых во времени по фазе на

угол $\psi_i = \frac{2\pi}{3}$. Определить положения вектора результирующей магнитной индукции \bar{B}_0 , соответствующие временной диаграмме токов (рис. 12.1, б) в моменты времени (угла ωt): $t = 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6$ ($\bar{B}_1 - \bar{B}_6$ на рис. 12.1, ж).

Решение. Выражения для мгновенных значений токов в катушках имеют вид: $i_A = I_m \sin \omega t$; $i_B = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$; $i_C = I_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$. Выражения для мгновенных значений магнитной индукции, создаваемых катушками с током, в момент времени $t = 0$ (рис. 12.1, б): $b_A = B_m \sin \omega t = B_m \sin \omega \cdot 0 = 0$; $b_B = B_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) = B_m \sin\left(\omega 0 - \frac{2\pi}{3}\right) = -B_m \frac{\sqrt{3}}{2}$; $b_C = B_m \times \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = B_m \frac{\sqrt{3}}{2}$. Можно показать, что для моментов времени t , соответствующих точкам 1, 2, 3, 4, 5, 6 временной диаграммы мгновенные значения магнитной индукции также имеют аналогичные величины. В приведенном уравнении знак «—» перед B_m показывает, что в данном случае направление вектора магнитной индукции противоположно принятому за положительное направление.

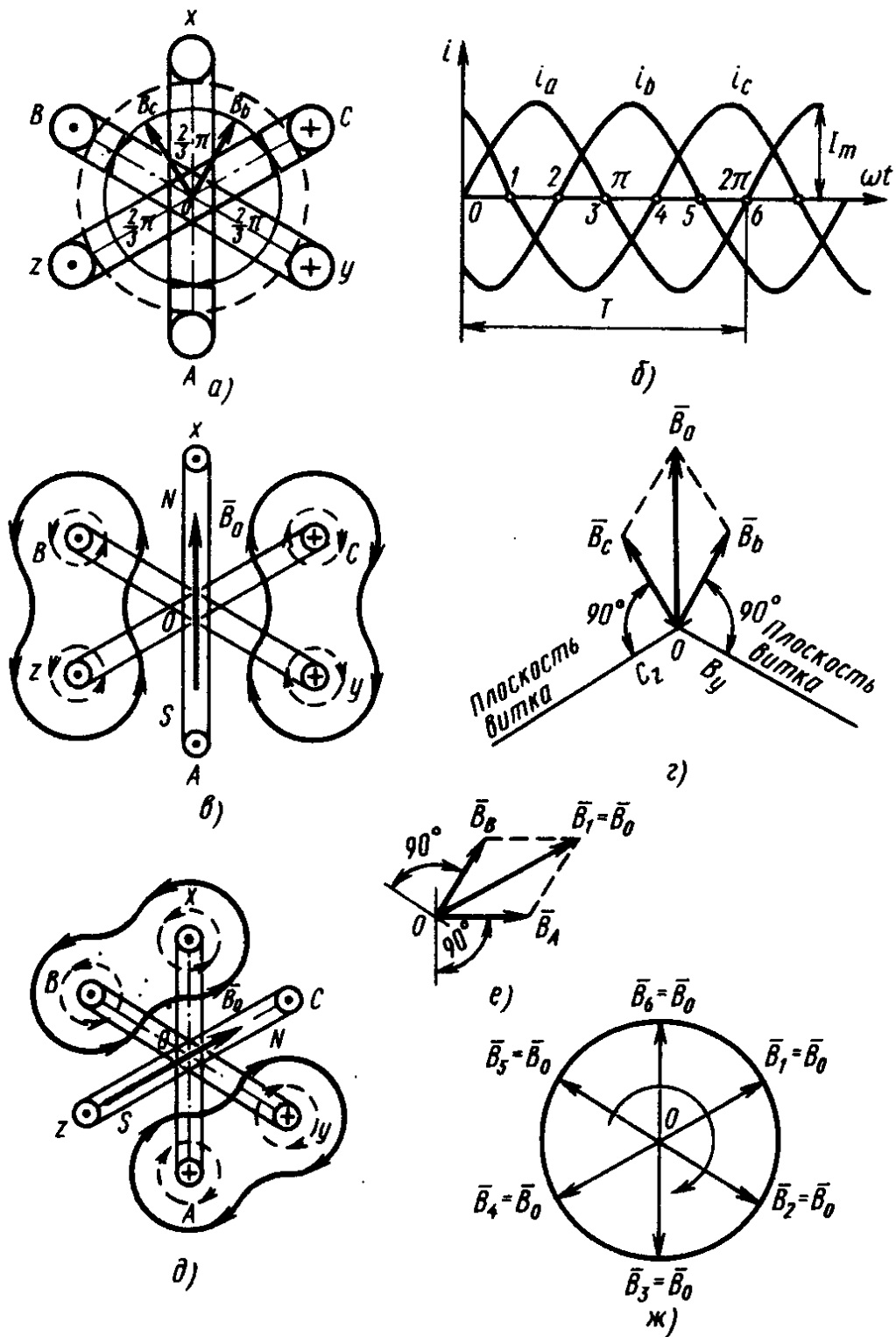


Рис. 12.1

Значение результирующей магнитной индукции, создаваемой катушками, в момент времени $t=0$; $\vec{B}_0 = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C$.

Так как при $t=0$: $B_A = 0$, а векторы \vec{B}_C и \vec{B}_B образуют между собой угол $\pi/3$, то: $B_0^2 = B_B^2 + B_C^2 - 2B_B B_C \cos \frac{2\pi}{3} = B_B^2 + B_C^2 - 2B_B B_C \left(-\sin \frac{\pi}{6} \right) = B_B^2 + B_C^2 + B_B B_C = \left(B_m \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 + \left(B_m \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 +$

$$+(B_m\sqrt{3}/2 \cdot B_m\sqrt{3}/2) = B_m^2 \frac{3}{4} + B_m^2 \frac{3}{4} + B_m^2 \frac{3}{4} = B_m^2 \frac{9}{4}, \text{ откуда } B_0 = \\ = B_m \frac{3}{2}.$$

Положения вектора B_0 результирующей магнитной индукции, создаваемой тремя катушками в моменты времени, соответствующие точкам 1—6 временной диаграммы (рис. 12.1, б), приведены на рис. 12.1, в—ж.

12.2. Для условий задачи 12.1 определить частоту вращения n_0 и угловую частоту вращения Ω_0 результирующего магнитного поля при числе пар полюсов $p=1$ и частоте переменного тока $f=50$ Гц.

Решение. Частота вращения результирующего магнитного поля в секунду: $n = 1f = 1 \cdot 50 = 50$ об/с, так как за время одного периода T поле совершает один оборот. Частота вращения результирующего магнитного поля в минуту ($1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$): $n_0 = n \cdot 60 = 50 \cdot 60 = 3000$ об/мин.

Угловая (круговая) частота вращения магнитного поля:

$$\Omega_0 = \frac{\pi n_0}{30} = \frac{3,14 \cdot 3000}{30} = 314 \text{ с}^{-1}.$$

12.3. Определить значения ЭДС E_1 и E_2 , индуцируемых в фазах статора и ротора трехфазного асинхронного электродвигателя, и частоту тока f_2 в роторе при номинальной нагрузке и неподвижном его состоянии. Амплитудное значение магнитного потока двигателя $\Phi_m = 15 \cdot 10^5$ Мкс, числа витков обмоток статора и ротора: $w_1 = 200$ и $w_2 = 20$, номинальное скольжение ротора $s_{\text{ном}} = 0,05$, частота напряжения питающей сети $f_1 = 50$ Гц, числа фаз обмотки статора и ротора: $m_1 = m_2 = 3$.

Решение. ЭДС, индуцируемые в обмотках статора двигателя: $E_1 = 4,44 K_1 f w_1 \Phi_m = 4,44 \cdot 0,94 \cdot 200 \cdot 50 \cdot 15 \cdot 10^5 \cdot 10^{-8} = 625$ В, где K_1 — обмоточный коэффициент обмотки статора (принимается $K_1 = 0,94$; 10^{-8} Мкс = 1 Вб).

ЭДС, индуцируемая в неподвижном роторе двигателя: $E_2 = E_1 \frac{m_2 w_2 K_2}{m_1 w_1 K_1} = 625 \frac{3 \cdot 20 \cdot 0,96}{3 \cdot 200 \cdot 0,94} = 63,8$ В, где K_2 — обмоточный коэффициент обмотки ротора асинхронного двигателя (принимается $K_2 = 0,96$).

ЭДС, индуцируемая в обмотке ротора асинхронного двигателя при номинальной нагрузке (при номинальном скольжении ротора $s_{\text{ном}}$): $E_{2s} = s_{\text{ном}} E_2 = 0,05 \cdot 63,8 = 3,19$ В.

Частота тока в роторе двигателя при номинальной нагрузке (при $s = s_{\text{ном}}$): $f_{2s} = f_1 s_{\text{ном}} = 50 \cdot 0,05 = 2,5$ Гц;

при неподвижном состоянии ротора (при пуске, т. е. при $s = 1$): $f_{2\text{пуск}} = f_1 s_{\text{пуск}} = 50 \cdot 1 = 50$ Гц.

12.4. Для привода насоса использован трехфазный асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором (рис. 12.4) с числом пар полюсов p и частотой вращения ротора n_2 , приве-

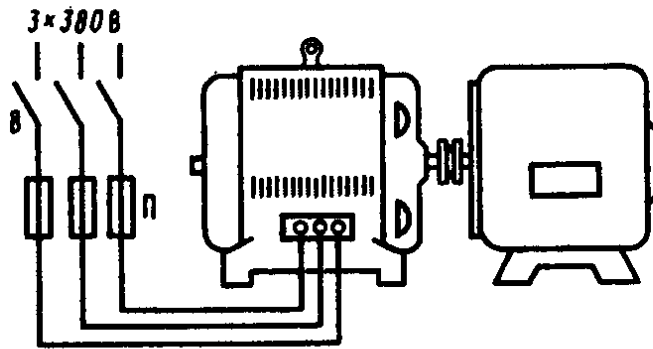


Рис. 12.4

денными в табл. 12.1; двигатель питается от трехфазной сети с частотой напряжения $f_1 = 50$ Гц. Определить частоту вращения n_1 и Ω_1 вращающегося магнитного поля, скольжение s ротора, частоту $f_{2 \text{ пуск}}$ тока в роторе при пуске и в рабочем режиме f'_2 , а также частоту вращения ротора n'_2 , частоту тока f'_2 в роторе при возрастании нагрузки на валу двигателя, с учетом того, что частота вращения ротора n'_2 при этом уменьшилась на 5 % и составляет $0,95 n_2$.

Решение. Частота вращения магнитного поля (синхронная частота вращения) при числе пар полюсов $p=1$ (см. строку 1 табл. 12.1): $n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{1} = 3000$ об/мин.

Угловая частота вращения магнитного поля: $\Omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 3000}{30} = 314$ рад/с. Скольжение ротора двигателя: $s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{3000 - 2880}{3000} = \frac{120}{3000} = 0,04$. Частота вращения ротора двигателя: $n_2 = 0,96 n_1 = 0,96 \cdot 3000 = 2880$ об/мин, [$n_2 = n_1(1 - s)$].

Частота тока в роторе двигателя при пуске ($n_{2 \text{ пуск}} = 0$; $s_{\text{пуск}} = 1$): $f_{2 \text{ пуск}} = f_1 s = 50 \cdot 1 = 50$ Гц.

Таблица 12.1

Заданные величины			Рассчитанные величины						
p	f , Гц	n_2 , об/мин	n_1 , об/мин	Ω_1 , рад/с	n_2 , об/мин	s	f_2 , Гц	n'_2 , об/мин	f'_2 , Гц
1	50	$0,96n_1$	3000	314	2880	0,04	2	2736,0	4,4
2	50	$0,965n_1$	1500	157	1447,5	0,035	1,75	1375,12	4,15
3	50	$0,965n_1$	1000	105	965	0,035	1,75	916,75	4,16
4	50	$0,97n_1$	750	78,5	727,5	0,03	1,5	691,12	3,5
5	50	$0,97n_1$	600	63	582	0,03	1,5	552,9	3,9

Частота тока ротора при частоте вращения двигателя $n_2: f'_2 = f_{1s} = 50 \cdot 0,04 = 2$ Гц.

Частота вращения ротора при возросшей нагрузке на валу двигателя: $n'_2 = 0,95n_2 = 0,95 \cdot 2880 = 2736$ об/мин.

Скольжение ротора при возросшей нагрузке: $s' = \frac{n_1 - n'_2}{n_1} = \frac{3000 - 2736}{3000} = 0,088$.

Частота тока ротора при возросшей нагрузке: $f''_2 = f_{1s}' = 50 \cdot 0,088 = 4,4$ Гц.

Результаты расчетов для других чисел пар полюсов p асинхронного двигателя представлены в табл. 12.1.

12.5. Определить пусковой $M_{\text{пуск}}$ и максимальный $M_{\text{мах}}$ моменты, а также пусковой ток $I_{1\text{пуск}}$ асинхронного электродвигателя при напряжении на его зажимах, пониженном на 20 % от номинального линейного напряжения $U_{1\text{ном}} = 380$ В. Номинальная мощность двигателя $P_{2\text{ном}} = 13$ кВт, номинальная частота вращения $n_{2\text{ном}} = 1450$ об/мин, кратность пускового $M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}} = 1,3$ и максимального $M_{\text{мах}}/M_{\text{ном}} = 2$ моментов, кратность пускового тока при номинальном напряжении $I_{1\text{пуск}}/I_{1\text{ном}} = 7$, номинальные значения: КПД $\eta_{\text{ном}} = 0,885$ и коэффициент мощности $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,88$.

Решение. Номинальный момент на валу асинхронного двигателя: $M_{\text{ном}} = 9550 \frac{P_{2\text{ном}}}{n_{2\text{ном}}} = 9550 \frac{13}{1450} = 85,6$ Н·м.

Пусковой момент двигателя: $M_{\text{пуск}} = 1,3 M_{\text{ном}} = 1,3 \cdot 85,6 = 113,8$ Н·м.

Максимальный момент двигателя: $M_{\text{мах}} = 2M_{\text{ном}} = 2 \cdot 85,6 = 171,2$ Н·м.

Начальный пусковой момент двигателя при пониженном напряжении (пропорционален квадрату приложенного напряжения U_1): $M'_{\text{пуск}} = \left(\frac{0,8U_{1\text{ном}}}{U_{1\text{ном}}} \right)^2 M_{\text{пуск}} = 0,64 \cdot 113,8 = 88,6$ Н·м.

Максимальный момент асинхронного двигателя при пониженном напряжении: $M'_{\text{мах}} = \left(\frac{0,8U_{1\text{ном}}}{U_{1\text{ном}}} \right)^2 M_{\text{мах}} = 0,64 \cdot 171,2 = 109,5$ Н·м.

Номинальный ток двигателя: $I_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\sqrt{3} U_{1\text{ном}} \cos \varphi_{1\text{ном}} \eta_{\text{ном}}} = \frac{13 \cdot 10^3}{1,73 \cdot 380 \cdot 0,88 \cdot 0,885} = 25,4$ А.

Пусковой ток двигателя при номинальном напряжении: $I_{1\text{пуск}} = 7I_{1\text{ном}} = 7 \cdot 25,4 = 178$ А.

Пусковой ток асинхронного двигателя при пониженном напряжении (ток пропорционален приложенному напряжению U_1): $I'_{\text{пуск}}/I_{\text{пуск}} = 0,8$, $U_{1\text{ ном}}/U_{1\text{ ном}} = 0,8$, откуда $I'_{\text{пуск}} = 0,8I_{\text{пуск}} = 0,8 \cdot 178 = 143$ А.

12.6. В условиях задачи 12.5 определить добавочное активное сопротивление $R_{\text{доб}}$, необходимое для включения в каждую фазу обмотки статора асинхронного электродвигателя, соединенной «звездой», для уменьшения пускового тока $I_{\text{пуск}} = 178$ А до значения $I'_{\text{пуск}} = 2I_{1\text{ ном}} = 2 \cdot 25,4 = 50,8$ А. Активное сопротивление фазы двигателя при коротком замыкании $R_k = 0,4$ Ом.

Решение. Полное сопротивление фазы асинхронного двигателя при пуске (при коротком замыкании): $Z_k = U_{1\text{ ном}}/\sqrt{3}I_{\text{пуск}} = 380/\sqrt{3} \cdot 178 = 1,23$ Ом.

Индуктивное сопротивление фазы асинхронного двигателя при пуске: $X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{1,23^2 - 0,4^2} = 1,15$ Ом.

Полное сопротивление фазы асинхронного двигателя при пониженном пусковом токе:

$$Z'_k = \frac{U_{1\text{ ном}}}{\sqrt{3}I'_{\text{пуск}}} = \frac{380}{\sqrt{3} \cdot 50,8} =$$

$= 4,34$ Ом.

Добавочное активное сопротивление для ограничения пускового тока асинхронного двигателя в заданных пределах: $R_{\text{доб}} = \sqrt{(Z'_k)^2 - X_k^2} - R_k = \sqrt{4,34^2 - 1,15^2} - 0,4 = 4,17 - 0,4 = 3,77$ Ом.

12.7. Для водозаполненного трехфазного асинхронного электродвигателя АПД-136/2 с короткозамкнутым ротором, обмотки статора которого соединены «звездой», определить в режиме холостого хода коэффициент мощности $\cos \varphi_0$, электрические потери $P_{\Sigma 1}$ в обмотках статора, а также суммарные P_{Σ} , магнитные P_m и механические $P_{\text{мех}}$ потери мощности в двигателе при номинальном напряжении $U_{1\text{ ном}} = 380$ В. Ток и мощность холостого хода соответственно составляют $I_0 = 8,8$ А, $P_0 = 1072$ Вт, активное сопротивление обмотки статора $R_1 = 0,616$ Ом.

Решение. Коэффициент мощности при холостом ходе:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3}U_{1\text{ ном}}I_0} = \frac{1072}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 8,8} = 0,186.$$

Электрические потери мощности в обмотках статора при холостом ходе: $P_{\Sigma 1} = 3I_0^2R_1 = 3 \cdot 8,8^2 \cdot 0,616 = 143$ Вт.

Суммарные магнитные и механические потери мощности при холостом ходе: $P_{\Sigma} = P_m + P_{\text{мех}} = P_0 - P_{\Sigma 1} = 1072 - 143 = 929$ Вт.

12.8. Определить суммарные P_{Σ} , магнитные P_m и механические $P_{\text{мех}}$ потери мощности в водозаполненном трехфазном асинхронном электродвигателе с короткозамкнутым ротором АПД-136/2 с номинальным линейным напряжением $U_{1\text{ ном}} = 380$ В по данным табл. 12.2, полученным в процессе проведения опыта холостого хода при изменении напряжения при номинальной частоте тока $f_1 \cong 50$ Гц питающей сети. В табл. 12.2

Величины						
Замеренные			Рассчитанные			
U_0	I_0	P_0	U_0^2	$\cos \varphi_0$	$P_{\Sigma 1}$	P_{Σ}
В	А	Вт	В	—	Вт	Вт
420	11,5	1550	176 400	0,185	246	1304
380	8,8	1072	144 400	0,186	143	929
360	7,75	1020	129 600	0,212	111	919
330	6,5	895	108 900	0,241	78	817
300	5,25	765	90 000	0,282	51	714
270	4,75	675	72 900	0,303	42	633
225	3,75	525	50 625	0,36	26	499
130	2,5	448	16 900	0,78	12	436

U_0 , I_0 , P_0 , $\cos \varphi_0$ — соответственно напряжение, ток, мощность и коэффициент мощности при холостом ходе.

Решение. Находим по приведенным в табл. 12.2 данным суммарные магнитные потери мощности в режиме холостого хода двигателя, вычитая из подводимой мощности P_0 электрические потери мощности $P_{\Sigma 1}$ в обмотке статора: $P_{\Sigma} = P_m + P_{\text{мех}} = P_0 - P_{\Sigma 1}$.

Механические потери мощности определяют графическим путем, при этом в одной системе координат строят зависимости $(P_m + P_{\text{мех}})(U_0)$ и $(P_m + P_{\text{мех}})(U_0^2)$.

Экстраполяция указанных зависимостей до пересечения с осью ординат (рис. 12.8) позволяет определить механические потери мощности $P_{\text{мех}}$ в двигателе, так как магнитные P_m и электрические $P_{\Sigma 1}$ потери мощности при напряжении холостого хода $U_0 = 0$ равны нулю. Среднее значение отрезка, отсекаемого зависимостями $P_{\Sigma}(U_0)$ и $P_{\Sigma}(U_0^2)$ на оси ординат, и представляет собой величину механических потерь мощности $P_{\text{мех}}$. Из рис. 12.8 видно, что $P_{\text{мех}} = 340$ Вт.

Магнитные потери мощности P_m в асинхронном двигателе при номинальном напряжении ($U_0 = U_{\text{ном}} = 380$ В): $P_m = (P_m + P_{\text{мех}}) - P_{\text{мех}} = 929 - 340 = 589$ Вт.

12.9. При номинальном режиме работы трехфазного асинхронного электродвигателя АПД-136/2 с короткозамкнутым ротором, обмотки которого

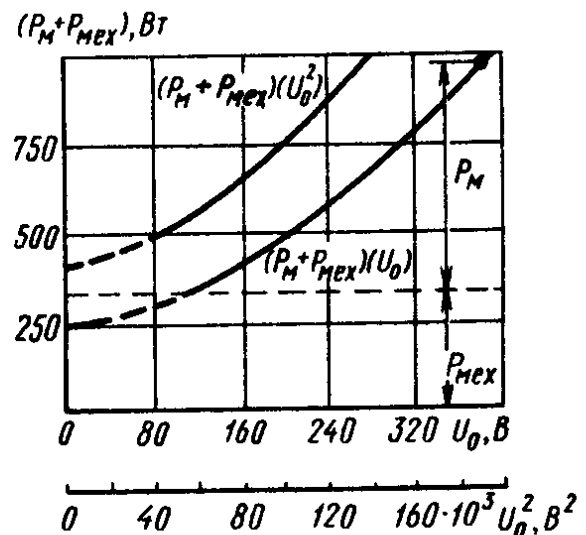


Рис. 12.8

соединены «звездой», определить номинальные значения: полезной мощности на валу $P_{2\text{ном}}$ и КПД $\eta_{\text{ном}}$, построить рабочие характеристики двигателя. Подводимая к двигателю мощность $P_{1\text{ном}} = 10,29$ кВт, номинальный линейный ток $I_{1\text{ном}} = 19,8$ А, номинальное линейное напряжение $U_{1\text{ном}} = 380$ В, частота вращения $\Omega_{2\text{ном}} = 298,3$ с⁻¹ ($n_{2\text{ном}} = 2850$ об/мин), механические потери мощности $P_{\text{мех}} = 340$ Вт, суммарные магнитные потери мощности $P_{\text{м}} = 589,5$ Вт, активное сопротивление фазы обмотки статора $R_1 = 0,734$ Ом, частота питающего напряжения $f_1 = 50$ Гц.

Решение. Угловая частота вращения магнитного поля асинхронного двигателя:
$$\Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50}{1} = 314 \text{ с}^{-1}$$

или $n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{1} = 3000$ об/мин, где p — число пар полюсов ($p = 1$), так как в обозначении типа этого двигателя в знаменателе указано число полюсов, равное 2, т. е. число пар полюсов $p = 1$.

Скольжение ротора двигателя при номинальном режиме работы:
$$s_{\text{ном}} = \frac{\Omega_1 - \Omega_{2\text{ном}}}{\Omega_1} = \frac{314 - 298,3}{314} = \frac{15,7}{314} = 0,05; s_{\text{ном}}\% =$$

$$= 0,05 \cdot 100 = 5\% \text{ или } s_{\text{ном}} = \frac{n_1 - n_{2\text{ном}}}{n_1} = \frac{3000 - 2850}{3000} = 0,05.$$

Номинальные электрические потери мощности в обмотках статора двигателя: $P_{\Sigma 1\text{ном}} = 3I_{1\text{ном}}^2 R_1 = 3 \cdot 19,8^2 \cdot 0,734 = 865$ Вт. Номинальная электромагнитная мощность двигателя: $P_{\Sigma\text{эм ном}} = P_{1\text{ном}} - (P_{\text{м}} + P_{\Sigma 1\text{ном}}) = 10290 - (589,5 + 865) = 8835,5$ Вт.

Номинальные электрические потери мощности в обмотке ротора двигателя: $P_{\Sigma 2\text{ном}} = P_{\Sigma\text{эм ном}} s_{\text{ном}} = 8835,5 \cdot 0,05 = 441,78$ Вт.

Номинальные добавочные потери мощности в асинхронном двигателе при токе нагрузки $I_{1\text{ном}}$ рассчитывают по формуле:

$$P_{\text{доб ном}} = \frac{0,5}{100} P_{1\text{ном}} \left(\frac{I_{1\text{ном}}}{I_{1\text{ном}}} \right)^2 = \\ = \frac{0,5}{100} 10\,290 \left(\frac{19,8}{19,8} \right)^2 = \frac{0,5 \cdot 10\,290}{100} = 51 \text{ Вт.}$$

Суммарные номинальные потери мощности в асинхронном двигателе: $\Sigma P_{\text{ном}} = P_{\Sigma 1\text{ном}} + P_{\Sigma 2\text{ном}} + P_{\text{м}} + P_{\text{мех}} + P_{\text{доб мех}} = 865 + 441,78 + 589,5 + 340 + 51 \cong 2287$ Вт (магнитными потерями в роторе асинхронного двигателя пренебрегаем вследствие незначительной их величины).

Номинальная полезная мощность на валу асинхронного двигателя: $P_{2\text{ном}} = P_{1\text{ном}} - \Sigma P_{\text{ном}} = 10\,290 - 2287 = 8003$ Вт.

Номинальный КПД асинхронного двигателя: $\eta_{\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{P_{1\text{ном}}} =$

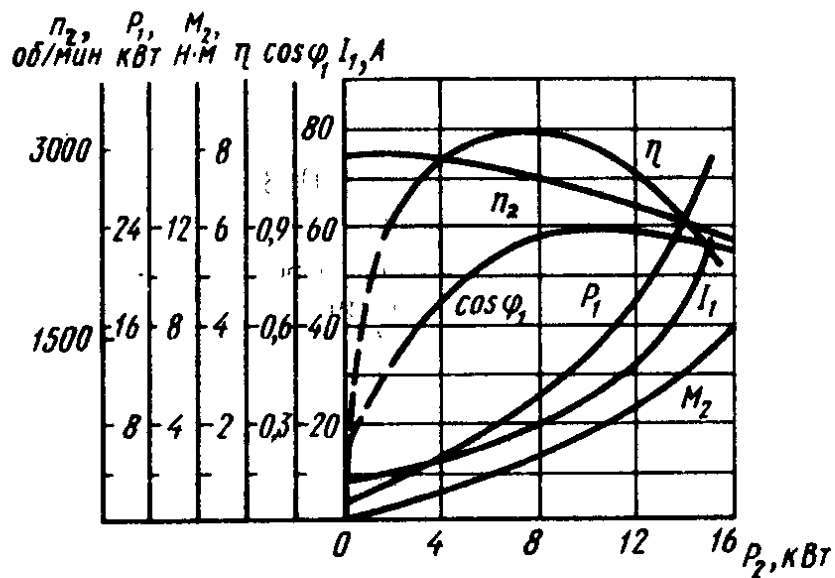


Рис. 12.9

$$= \frac{P_{2\text{ ном}}}{P_{2\text{ ном}} + \Sigma P_{\text{ ном}}} = \frac{8003}{10\,290} = 0,776 \text{ или } \eta \% = 0,776 \cdot 100 \% = 77,6 \%$$

Номинальный коэффициент мощности асинхронного двигателя:

$$\cos \varphi_{1\text{ ном}} = \frac{P_{1\text{ ном}}}{\sqrt{3} U_{1\text{ ном}} I_{1\text{ ном}}} = \frac{10\,290}{1,73 \cdot 380 \cdot 19,8} = 0,79.$$

Аналогично по приведенным ранее формулам ведутся расчеты и для других нагрузок асинхронного двигателя, которые сведены в табл. 12.3 его рабочих характеристик.

На рис. 12.9 приведены рабочие характеристики асинхронного двигателя АПД-136/2: P_1 , I_1 , M_2 , n_2 , η , $\cos \varphi_1 (P_2)$ при номинальном питающем напряжении $U_{1\text{ ном}} = \text{const}$.

12.10. По данным опытов холостого хода и короткого замыкания асинхронного электродвигателя АПД-136/2 определить приближенное значение его КПД $\eta_{\text{ ном}}$ при номинальной нагрузке. Потери мощности холостого хода при номинальном режиме $P_0 = 1072$ Вт, мощность короткого замыкания при номинальном токе $P_k = 1700$ Вт (принимается равной суммарным электрическим потерям мощности), номинальная полезная мощность на валу $P_{2\text{ ном}} = 8003$ Вт.

Решение. КПД асинхронного двигателя при номинальной

$$\text{нагрузке } \eta_{\text{ ном}} = \frac{P_{2\text{ ном}} 100 \%}{P_{2\text{ ном}} + P_0 + P_k} = \frac{8003 \cdot 100}{8003 + 1072 + 1700} = \frac{8003 \cdot 100}{10\,775} = 74,5 \%$$

12.11. Трехфазный асинхронный электродвигатель с контактными кольцами с числом пар полюсов $p = 4$ имеет номинальные: мощность на валу $P_{2\text{ ном}} = 75$ кВт, линейное напряжение $U_{1\text{ ном}} = 380$ В, частоту тока $f_1 = 50$ Гц, ток статора $I_{1\text{ ном}} = 148$ А, ток ротора $I_{2\text{ ном}} = 220$ А, частоту вращения $n_{2\text{ ном}} = 720$ об/мин,

$U_{\text{ном}}, \text{ В}$	$I_1, \text{ А}$	$P_1, \text{ Вт}$	$n_2, \text{ об/мин}$	$s, \%$	$\cos \varphi_1$	$P_{\text{эл}}, \text{ Вт}$
380	8,8	1072	2992	0,267	0,185	143
380	10	2550	2980	0,667	0,388	220
380	11,25	4280	2690	1,33	0,58	279
380	12,8	5580	2940	2	0,663	362
380	14,5	6585	2910	3	0,69	464
380	16,7	8115	2850	4,5	0,738	615
380	19,8	10 290	2845	5,00	0,788	865
380	20,2	10 520	2806	5,17	0,79	896
380	21,6	11 550	2760	6,46	0,814	1025
380	25,1	13 650	2687	8,0	0,821	1390
380	27,3	15 105	2330	10,46	0,844	1640
380	49	25 750	2865	22,3	0,797	5300

отношение моментов $M_{\text{мах}}/M_{\text{ном}} = 2,4$. Обмотки статора и ротора двигателя соединены «звездой», напряжение холостого хода $U_{20} = E_{20} = 213 \text{ В}$. Определить номинальное скольжение $s_{\text{ном}}$, номинальный $M_{\text{ном}}$, максимальный $M_{\text{мах}}$ и пусковой $M_{\text{пуск}}$ моменты, критическое скольжение ротора $s_{\text{кр}}$ и активное сопротивление R_2 фазы ротора электродвигателя при выведенном реостате в цепи ротора.

Рассчитать значение добавочного активного сопротивления $R_{\text{доб}}$ фазы ротора при пусковом моменте $M_{\text{пуск}} = 2M_{\text{ном}}$, определить значение добавочного сопротивления при пусковом моменте $M_{\text{пуск}} = 0,5M_{\text{ном}}$ и частоте вращения ротора $n_2 = 0,5n_1$. Активным сопротивлением обмотки статора R_1 , а также током холостого хода I_{10} при расчете пренебречь.

Решение. Частота вращения магнитного поля асинхронного двигателя: $n_1 = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{4} = 750 \text{ об/мин}$.

Номинальное скольжение ротора: $s_{\text{ном}} = \frac{n_1 - n_{2\text{ном}}}{n_1} = \frac{750 - 720}{750} = 0,04$ или $s_{\text{ном}} = 4 \%$.

Номинальный момент двигателя: $M_{\text{ном}} = 9550 P_{2\text{ном}} / n_{2\text{ном}} = 9550 \frac{75}{720} = 996 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Максимальный момент двигателя: $M_{\text{мах}} = 2,4 M_{\text{ном}} = 2,4 \cdot 996 = 2390 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Критическое скольжение ротора $s_{\text{кр}}$ при отсутствии добавочного активного сопротивления в цепи его обмоток может быть найдено из упрощенной формулы Клосса. Для номинального

режима работы: $M_{\text{ном}} = \frac{2M_{\text{мах}}}{s_{\text{ном}}/s_{\text{кр}} + s_{\text{кр}}/s_{\text{ном}}}$, откуда $s_{\text{кр}}^2 + s_{\text{ном}}^2 =$

$P_{эм}, \text{Вт}$	$P_{э2}, \text{Вт}$	$P_{доб}, \text{Вт}$	$P_2, \text{Вт}$	$\eta, \%$	$M_2, \text{Н}\cdot\text{м}$	Режимы работы
340	9,1	1,05	0	0	0	Холостой ход
1740,5	11,6	12,75	1376,15	54	4,51	Нагрузка
3411,5	44,4	21,4	3005,7	70	9,87	»
4628,5	32,6	27,9	4168	74,6	13,8	»
5531,5	166	32,9	4992,6	75,7	16,7	»
6710,5	302	40,6	6227,9	76,7	21,2	»
8835,5	441	51	8003,5	77,6	27,3	»
9034,5	467	52,6	8174,9	77,6	28,0	»
9935,5	643	57,6	8894,9	77	31,0	»
11670,5	934	68,3	10328,2	75,5	36,4	»
12875,5	1345	75,7	11194,8	73,6	40,3	»
19860,5	4430	128,5	14962	58,1	62,6	»

$$= 2 \frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}} s_{\text{кр}} s_{\text{ном}}, \text{ учитывая, что } s_{\text{кр}} > s_{\text{ном}}, \text{ находим: } s_{\text{кр}} = s_{\text{ном}} \times$$

$$\times \left[\frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}} + \sqrt{\left(\frac{M_{\max}}{M_{\text{ном}}} \right)^2 - 1} \right] = 0,04 [2,4 + \sqrt{(2,4)^2 - 1}] = 0,182.$$

Активное сопротивление фазы ротора асинхронного двигателя находим из формулы: $M_{\text{ном}} = \frac{m_2 I_{2\text{ном}}^2 R_2}{\Omega_1 s_{\text{ном}}}$, откуда $R_2 = \frac{M_{\text{ном}} \Omega_1 s_{\text{ном}}}{m_2 I_{2\text{ном}}^2} =$

$$= \frac{996 \cdot 78,5 \cdot 0,04}{3 \cdot 220^2} = 0,0216 \text{ Ом, где } m_2 = 3 \text{ — число фаз обмотки}$$

ротора; $\Omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 750}{30} = 78,5 \text{ с}^{-1}$; Ω_1 — угловая частота вращающегося магнитного поля.

Критическое скольжение ротора асинхронного двигателя при пусковом моменте $M_{\text{пуск}} = 2M_{\text{ном}} \cdot s'_{\text{кр}} = s_{\text{пуск}} \left[\frac{M_{\max}}{M_{\text{пуск}}} + \sqrt{\left(\frac{M_{\max}}{M_{\text{пуск}}} \right)^2 - 1} \right] =$

$$= 1 \left[\frac{2,4}{2} + \sqrt{\left(\frac{2,4}{2} \right)^2 - 1} \right] = 1,865, \text{ так как } M_{\max} = 2,4M_{\text{ном}}, \text{ а } s_{\text{пуск}} = 1.$$

Критическое скольжение ротора двигателя при отсутствии добавочного активного сопротивления в цепи ротора $s_{\text{кр}} = \frac{C_1 R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + C_1 X_2')^2}}$, то же, при наличии добавочного сопротивления при $M_{\text{пуск}} = 2M_{\text{ном}} \cdot s_{\text{кр}} = \frac{C_1 R_2' + R'_{\text{доб}}}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + C_1 X_2')^2}}$.

Отношения критических скольжений ротора:

$$\frac{s'_{кр}}{s_{кр}} = \frac{C_1 R'_2 + R'_{доб} / \sqrt{R_1^2 + \dots + (X_1 + C_1 X_2)^2}}{C_1 R'_2 \sqrt{R_1^2 + \dots + (X_1 + C_1 X_2)^2}} = \frac{R'_2 + R'_{доб}}{R'_2} = \frac{R_2 + R_{доб}}{R_2},$$

откуда, принимая поправочный коэффициент $C_1 = 1$, имеем: $R_{доб} = R_2 (s'_{кр}/s_{кр} - 1) = 0,0216 (1,865/0,182 - 1) = 0,202$ Ом.

Критическое скольжение ротора при пусковом моменте двигателя $M_{пуск} = 0,5M_{ном}$ и частоте $n_2 = 0,5n_1$: $s''_{кр} = s_{0,5} \left[\frac{M_{max}}{M_{пуск}} + \sqrt{\left(\frac{M_{max}}{M_{пуск}}\right)^2 - 1} \right] = 0,5 \left[\frac{2,4}{0,5} + \sqrt{\left(\frac{2,4}{0,5}\right)^2 - 1} \right] = 0,5 [4,8 + \sqrt{4,8^2 - 1}] = 4,75$, где $s_{0,5} = \frac{n_1 - 0,5n_1}{n_1} = \frac{750 - 0,5 \cdot 750}{750} = 0,5$.

Добавочное активное сопротивление в цепи ротора двигателя при $M_{пуск} = 0,5M_{ном}$ и $n_2 = 0,5n_{2ном}$:

$$R_{доб} = R_2 \left(\frac{s''_{кр}}{s_{кр}} - 1 \right) = 0,0216 \left(\frac{4,75}{0,182} - 1 \right) = 0,54 \text{ Ом.}$$

12.12. Для условий задачи 12.11 определить величину добавочного активного сопротивления $R_{доб}$, которое необходимо включить в цепь ротора асинхронного двигателя, чтобы при неизменной частоте напряжения питающей сети $f_1 = 50$ Гц и электромагнитом $M_{эм}$ моменте угловая частота вращения ротора $\Omega_2 = 52,3 \text{ с}^{-1}$ ($n_2 = 500$ об/мин).

Решение. Скольжение ротора при частоте вращения ротора двигателя $\Omega_2 = 52,3 \text{ с}^{-1}$:

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} = \frac{78,5 - 52,3}{78,5} = 0,33 \text{ или } s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{750 - 500}{750} = 0,33.$$

Величина добавочного активного сопротивления в цепи ротора двигателя при $\Omega_2 = 52,3 \text{ с}^{-1}$: $(R_{доб} + R_2)/s = R_2/s_{ном}$, откуда $R_{доб} = R_2 \left(\frac{s}{s_{ном}} - 1 \right) = 0,216 (0,33/0,04 - 1) = 0,156$ Ом, где $s_{ном} = 0,04$ — номинальное скольжение ротора; $R_2 = 0,0216$ Ом — активное сопротивление фазы ротора.

12.13. Для условий задачи 12.11 определить величину добавочного активного сопротивления $R_{доб}$, включенного в цепь ротора асинхронного электродвигателя в режиме противовключения и в генераторном режиме, а также ток ротора I_2 в режиме противовключения при частоте вращения $n_T = 500$ об/мин и моменте торможения $M_T = 0,75 M_{ном}$. В генераторном режиме электродви-

гатель развивает сверхсинхронную скорость, равную $n_r = 2800$ об/мин, и момент на валу $M_r = 1,2M_{\text{ном}}$.

Р е ш е н и е: Скольжение ротора двигателя в режиме противовключения: $s_r = \frac{n_1 - n_r}{n_1} = \frac{750 - (-500)}{750} = 1,67$. Момент торможения на валу двигателя в режиме противовключения: $M_r = 0,75M_{\text{ном}} = 0,75 \cdot 996 = 747$ Н·м.

Критическое скольжение ротора в режиме противовключения:

$$s_{\text{крт}} = s_r \left[\frac{M_{\text{max}}}{M_r} + \sqrt{\left(\frac{M_{\text{max}}}{M_r}\right)^2 - 1} \right] =$$

$$= 1,67 \left[\frac{2390}{747} + \sqrt{\left(\frac{2390}{747}\right)^2 - 1} \right] = 1,67 [3,2 +$$

$$+ \sqrt{3,2^2 - 1}] = 1,67 \cdot 6,26 = 10,45.$$

Добавочное активное сопротивление в цепи ротора в режиме противовключения:

$$R_{\text{добт}} = R_2 \left(\frac{s_{\text{крт}}}{s_{\text{ном}}} - 1 \right) = 0,0216 \left(\frac{10,45}{0,182} - 1 \right) =$$

$$= 0,0216 \cdot 56,5 = 1,22 \text{ Ом.}$$

Ток ротора в режиме противовключения:

$$I_{2r} = \frac{E_{20}}{\sqrt{3} \sqrt{\left(\frac{R_2 + R_{\text{добт}}}{s_r}\right)^2 + X_2^2}} =$$

$$= \frac{213}{1,73 \sqrt{\left(\frac{0,0216 + 1,22}{1,67}\right)^2 + 0,145^2}} = \frac{213}{1,73 \sqrt{0,58}} =$$

$$= \frac{213}{1,32} = 160,5 \text{ А.}$$

Скольжение ротора в генераторном режиме: $s_r = \frac{n_1 - n_r}{n_1} =$

$$= \frac{750 - 2800}{750} = -2,73.$$

Момент нагрузки на валу двигателя в генераторном режиме: $M_r = -1,2M_{\text{ном}} = -1,2 \cdot 996 = -1187$ Н·м.

Максимальное скольжение ротора в генераторном режиме:

$$s_{\text{крт}} = s_r \left[\frac{M_{\text{max}}}{M_r} + \sqrt{\left(\frac{M_{\text{max}}}{M_r}\right)^2 - 1} \right] =$$

$$= -2,73 \left[\frac{-2390}{-1187} + \sqrt{\left(\frac{2390}{1187}\right)^2 - 1} \right] = -2,73 (2,01 +$$

$$+ \sqrt{2,01^2 - 1}) = -2,73 (2,01 + 1,73) = -10,2.$$

Добавочное сопротивление в цепи ротора в генераторном ре-

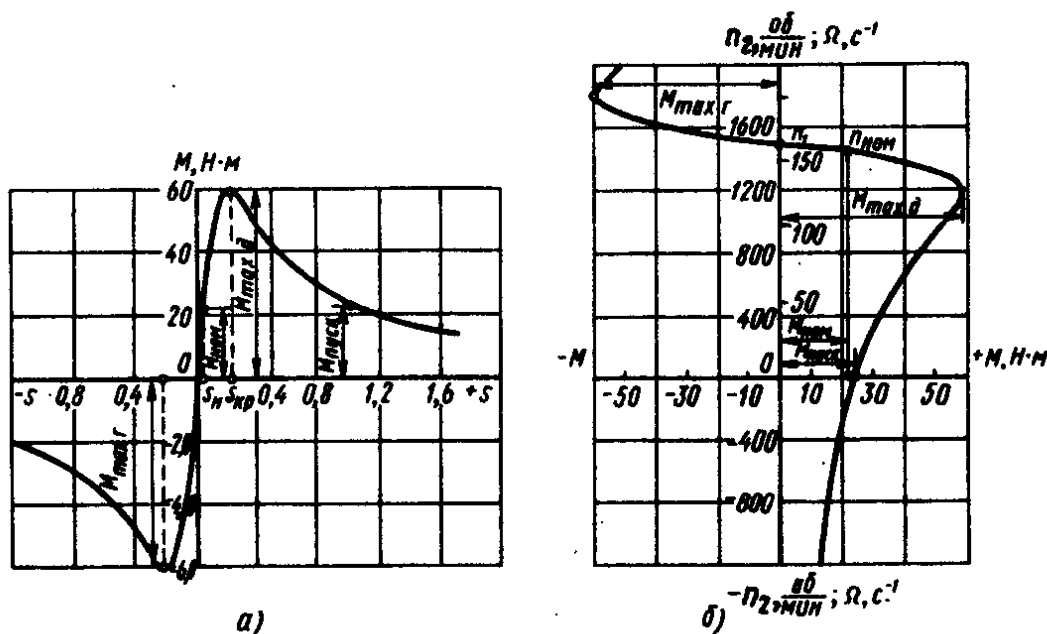


Рис. 12.14

жиме: $R_{добг} = R_2 \left(\frac{s_{кр \tau}}{s_{кр}} - 1 \right) = 0,0126 \left(\frac{-10,2}{-0,182} - 1 \right) \cong 0,83 \text{ Ом.}$

12.14. Рассчитать по приближенным формулам и построить механические характеристики $M(s)$ и $n_2=(M)$ асинхронного электродвигателя с короткозамкнутым ротором, с номинальной мощностью $P_{2ном} = 3,2 \text{ кВт}$ и номинальным числом оборотов $n_{2ном} = 1440 \text{ об/мин.}$ Кратность пускового момента $M_{пуск}/M_{ном} = 1,1$, число пар полюсов двигателя $p = 2$, частота питающего напряжения $f_1 = 50 \text{ Гц}$. Механическими потерями мощности $P_{мех}$ при расчете пренебречь.

Р е ш е н и е. Синхронная круговая частота вращения магнитного поля двигателя:

$$\Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50}{2} = 157 \text{ с}^{-1}.$$

$$\begin{aligned} \text{Синхронная частота вращения поля: } n_1 &= \frac{60f_1}{p} = \\ &= \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500 \text{ об/мин.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Номинальное скольжение ротора: } s_{ном} &= \frac{\Omega_1 - \Omega_{2ном}}{\Omega_1} = \\ &= \frac{157 - 150,72}{157} = 0,04 \text{ или } s_{ном} = \frac{n_1 - n_{2ном}}{n_1} = \frac{1500 - 1400}{1500} = 0,04, \end{aligned}$$

$$\text{где } \Omega_{2ном} = \frac{\pi n_{2ном}}{30} = \frac{3,14 \cdot 1440}{30} = 150,72 \text{ с}^{-1}.$$

$$\begin{aligned} \text{Номинальный момент нагрузки на валу двигателя: } M_{ном} &= \\ &= 9550 \frac{P_{2ном}}{n_{2ном}} = 9550 \frac{3,2}{1440} = 21,2 \text{ Н} \cdot \text{м.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Пусковой момент двигателя: } M_{пуск} &= 1,1 M_{ном} = 1,1 \cdot 21,2 = \\ &= 23,4 \text{ Н} \cdot \text{м.} \end{aligned}$$

Критическое скольжение ротора асинхронного двигателя может быть определено из упрощенного уравнения механической характеристики при пуске

$$M_{\text{пуск}} = \frac{2M_{\text{max}}}{\frac{s_{\text{пуск}}}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s_{\text{пуск}}}} = \frac{2M_{\text{max}}}{\frac{1}{s_{\text{кр}}} + s_{\text{кр}}};$$

с учетом того, что момент на валу при номинальной нагрузке

$$M_{\text{ном}} = \frac{2M_{\text{max}}}{\frac{s_{\text{ном}}}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s_{\text{ном}}}}$$

В результате совместного решения указанных уравнений имеем

$$\text{откуда } s_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{s_{\text{ном}} \left(\frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{ном}}} - s_{\text{ном}} \right)}{1 - \frac{M_{\text{пуск}}}{M_{\text{ном}}} s_{\text{ном}}}} = \sqrt{\frac{0,04(1,1 - 0,04)}{1 - 1,1 \cdot 0,04}} = 0,21.$$

Максимальный момент, развиваемый асинхронным двигателем:

$$M_{\text{max}} = \frac{M_{\text{пуск}}}{2} \cdot \frac{1}{s_{\text{кр}} + s_{\text{кр}}} = \frac{23,4}{2} \cdot \frac{1}{0,21 + 0,21} = 58 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Кратность максимального момента асинхронного двигателя по отношению к номинальному его значению: $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}} = 58/21,2 = 2,72$.

Координаты естественной механической характеристики асинхронного двигателя для различных значений скольжений ротора рассчитывают по формулам:

$$M = \frac{2M_{\text{max}}}{\frac{s}{s_{\text{кр}}} + \frac{s_{\text{кр}}}{s}} = \frac{2 \cdot 58}{\frac{s}{0,21} + \frac{0,21}{s}} \quad \text{и } n_2 = n_1(1 - s).$$

Результаты расчетов сведены в табл. 12.4.

Таблица 12.4

Величины, соответствующие работе асинхронного электродвигателя в режимах								Режимы работы двигателя
двигателя и противовключения				генератора				
s	$\frac{s}{0,21} + \frac{0,21}{s}$	$M, \text{ Н} \cdot \text{м}$	$\Omega_2, \text{ с}^{-1}$	$n_2, \text{ об/мин}$	s	$M, \text{ Н} \cdot \text{м}$	$n_2, \text{ об/мин}$	
0	—	0	157	1500	0	0	1500	Идеальный холостой ход То же Нагрузки » » Противовключения »
0,21	2,00	58,86	125,6	1200	-0,21	-58,86	1800	
0,4	2,43	48,36	94,2	900	-0,4	-48,36	2100	
0,6	3,20	36,78	62,8	600	-0,6	-36,78	2400	
0,8	4,07	28,94	31,4	300	-0,8	-28,94	2550	
1,0	4,97	23,54	0	0	-1,0	-23,54	3000	
1,5	7,28	16,19	-78,5	-750	-1,5	-16,19	3750	
2,0	9,63	12,26	-157	-1500	-2,0	-12,26	4500	

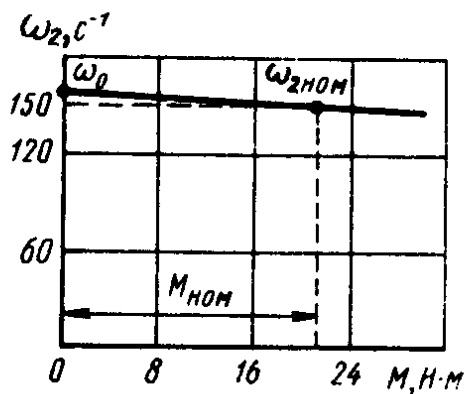


Рис. 12.15

Координаты характерных точек механических характеристик асинхронного двигателя в двигательном режиме: $s_{ном} = 0,04$; $M_{ном} = 21,2 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $s_{кр} = 0,21$; $M_{max} = 58 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $s_{пуск} = 1$; $M_{пуск} = 23,4 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

На рис. 12.14, а, б приведены механические характеристики асинхронного двигателя $s(M)$ и $n_2(M)$, рассчитанные по приближенным формулам.

12.15. Для условий задачи 12.14 построить механическую характеристику асинхронного электродвигателя в пределах ее линейной части (в интервале скольжений от $s = 0$ до $s_{кр}$).

Решение. Координаты режима идеального холостого хода асинхронного двигателя: $\omega_1 = 157 \text{ с}^{-1}$; $M = 0$. Координаты номинального режима работы асинхронного двигателя: $\Omega_{2ном} = \frac{\pi n_{2ном}}{30} = \frac{3,14 \cdot 1440}{30} = 150,72 \text{ с}^{-1}$; $M_{ном} = 21,2 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

На рис. 12.15 приведена механическая характеристика асинхронного двигателя $\omega_2(M)$ для заданных условий.

12.16. Построить механическую характеристику асинхронного электродвигателя с фазным ротором в двигательном и генераторном режимах работы. Номинальные данные двигателя: мощность на валу $P_{2ном} = 75 \text{ кВт}$, линейное напряжение $U_{1ном} = 380 \text{ В}$, частота вращения ротора $n_{2ном} = 720 \text{ об/мин}$, ЭДС ротора $E_{20} = U_{20} = 213 \text{ В}$, ток ротора $I_{2ном} = 220 \text{ А}$, сопротивления обмоток статора и ротора: $R_1 = 0,04 \text{ Ом}$, $X_1 = 0,2 \text{ Ом}$, $R_2 = 0,0216 \text{ Ом}$, $X_2 = 0,145 \text{ Ом}$, число пар полюсов двигателя $p = 4$, частота питающего напряжения $f_1 = 50 \text{ Гц}$.

Решение. Коэффициент трансформации асинхронного двигателя $n = \frac{E_1}{E_{20}} = \frac{0,95 U_{1ном}}{E_{20}} = \frac{0,95 \cdot 380}{213} = 1,7$ (учитывая, что $m_1 = m_2$ и принимая обмоточные коэффициенты $K_1 = K_2$).

Приведенные сопротивления обмотки ротора и сопротивления короткого замыкания асинхронного двигателя: $R'_2 = n^2 R_2 = 1,7^2 \cdot 0,0216 = 0,0625 \text{ Ом}$; $X'_2 = n^2 X_2 = 1,7^2 \cdot 0,145 = 0,42 \text{ Ом}$; $R_k = R_1 + R'_2 = 0,04 + 0,0625 = 0,1025 \text{ Ом}$; $X_k = X_1 + X'_2 = 0,2 + 0,42 = 0,62 \text{ Ом}$.

Критическое скольжение ротора двигателя

$$s_{кр} = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2}} = \pm \frac{0,0625}{\sqrt{0,04^2 + 0,62^2}} = \pm 0,1.$$

Синхронная частота вращения ротора: $n_1 = 60f_1/p = 60 \times 50/4 = 750$ об/мин.

Синхронная угловая частота вращения магнитного поля двигателя: $\Omega_1 = \frac{2\pi f_1}{p} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 50}{4} = 78,5 \text{ с}^{-1}$.

Максимальный момент асинхронного двигателя

$$M_{\max} = \frac{3 \left(\frac{U_{1 \text{ ном}}}{\sqrt{3}} \right)^2}{2\Omega_1 [R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}]^2} = \frac{3 \left(\frac{380}{\sqrt{3}} \right)^2}{2 \cdot 78,5 [0,04^2 + \sqrt{0,2^2 + 0,42^2}]^2} =$$

$$= \frac{144\,400}{157,66} = 915,895 \text{ Н} \cdot \text{м} = 0,92 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Максимальный момент асинхронного двигателя в генераторном режиме

$$M_{\max \text{ г}} = \frac{3 \left(\frac{U_{1 \text{ ном}}}{\sqrt{3}} \right)^2}{2\Omega_1 [R_1 - \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}]^2}$$

или $M_{\max \text{ г}} = M_{\max \text{ д}} \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}}{R_1 - \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}} = 0,92 \times$

$$\times \frac{0,04 + \sqrt{0,04^2 + 0,62^2}}{0,04 - \sqrt{0,04^2 + 0,62^2}} = -1,05 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Механическую характеристику асинхронного двигателя рассчитывают по уравнениям:

в двигательном режиме

$$M_{\text{д}} = \frac{2M_{\max \text{ д}} (1 + as_{\text{кр}})}{s/s_{\text{кр}} + s_{\text{кр}}/s + 2as_{\text{кр}}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 0,92 (1 + 0,641 \cdot 0,1)}{\frac{s}{0,1} + \frac{0,1}{s} + 2 \cdot 0,641 \cdot 0,1} = \frac{1,958}{s/0,1 + 0,1/s + 0,128} \text{ Н} \cdot \text{м},$$

где $a = R_1/R_2' = 0,04/0,0625 = 0,641$;

в генераторном режиме

$$M_{\text{г}} = \frac{2M_{\max \text{ г}} (1 + as_{\text{кр}})}{s/s_{\text{кр}} + s_{\text{кр}}/s + 2as_{\text{кр}}} = \frac{-2 \cdot 1,05 \cdot 0,936}{s/-0,1 + (-0,1)/s - 0,128} =$$

$$= \frac{-1,965}{s/-0,1 + (-0,1)/s - 0,128} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Частоты вращения: $n_2 =$

$$= n_1 (1 - s); \quad \Omega_1 = \frac{2\pi n_1}{30}.$$

Результаты расчетов сведены в табл. 12.5.

Таблица 12.5

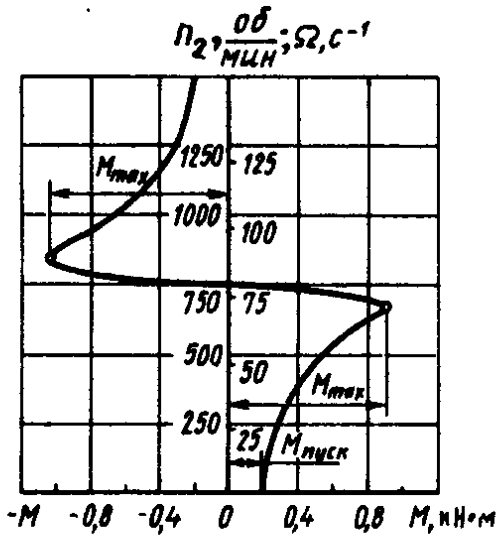


Рис. 12.16

Величины, соответствующие работе асинхронного двигателя в режимах

двигателя				генератора			
s	n_1 , об/мин	Ω_1 , с ⁻¹	M_d , кН·м	s	n_1 , об/мин	Ω_1 , с ⁻¹	M_g , кН·м
0	750	78,5	0	0	750	78,5	0
0,1	675	70,65	0,92	-0,1	825	86,35	-1,05
0,3	525	54,95	0,57	-0,2	900	94,2	-0,83
0,5	375	39,25	0,37	-0,6	1200	125,6	-0,34
0,8	150	15,7	0,24	-0,8	1350	141,3	0,25
1,0	0	0	0,19	-1,0	1500	157,0	0,20

На рис. 12.16 представлена механическая характеристика асинхронного электродвигателя в двигательном и генераторном режимах работы.

Задачи

12.17. Определить синхронную частоту вращения n_1 и угловую частоту вращения вращающегося магнитного поля Ω_1 трехфазного асинхронного электродвигателя при частоте переменного тока $f_1 = 50$ Гц для числа пар полюсов $p = 1$. Ответ. $n_1 = 3000$ об/мин; $\Omega_1 = 314$ с⁻¹.

12.18. Определить частоту вращения ротора $n_{2\text{ном}}$ четырехполюсного ($p = 2$) асинхронного электродвигателя при частоте питающего напряжения $f_1 = 50$ Гц и номинальном скольжении ротора $s_{\text{ном}} = 0,05$. Ответ. $n_{2\text{ном}} = 1425$ об/мин.

12.19. По данным каталога определить номинальное скольжение $s_{\text{ном}}$ и частоту тока $f_{2\text{ном}}$ ротора при номинальном режиме работы, а также пусковой $M_{\text{пуск}}$ и максимальный $M_{\text{мах}}$ моменты трехфазного асинхронного короткозамкнутого электродвигателя А2-62-4 при частоте питающего напряжения $f_1 = 50$ Гц. Номинальные значения мощности на валу, частоты вращения ротора и момента нагрузки на валу $M_{\text{ном}}$ соответственно составляют: $P_{2\text{ном}} = 13$ кВт, $n_{2\text{ном}} = 1450$ об/мин; $M_{\text{ном}} = 85,6$ Н·м. Ответ. $s_{\text{ном}} = 0,033$; $f_{2\text{ном}} = 1,65$ Гц; $M_{\text{пуск}} = 113,8$ Н·м; $M_{\text{мах}} = 171,2$ Н·м.

12.20. Определить частоту вращения n_2 и скольжение s ротора асинхронного короткозамкнутого электродвигателя при $M = 2 M_{\text{ном}}$. Номинальные: мощность на валу $P_{\text{ном}} = 7$ кВт, частота вращения ротора $n_{2\text{ном}} = 2890$ об/мин, кратность максимального момента двигателя $M_{\text{мах}}/M_{\text{ном}} = 2,2$. Ответ. $n_2 = 2664$ об/мин; $s = 0,112$.

12.21. Определить суммарные номинальные $\Sigma P_{\text{ном}}$ и переменные потери мощности $P_{\Sigma\text{ном}}$ и $P_{\Sigma 0,5}$ в асинхронном электродвигателе с числом пар полюсов $p = 2$ при номинальной нагрузке и нагрузке

0,5 $P_{2ном}$. Номинальные данные двигателя: мощность на валу $P_{2ном} = 4,5$ кВт, КПД $\eta_{ном} = 0,86$, коэффициент мощности $\cos \varphi_{2ном} = 0,86$. При нагрузке 0,5 $P_{2ном}$ энергетические показатели двигателя $\eta_{0,5} = 0,845$ и $\cos \varphi_{0,5} = 0,77$. Ответ. $\Sigma P_{ном} = 0,75$ кВт; $\Sigma P_{0,5} = 0,41$ кВт; $P_{эном} = 0,5$ кВт; $P_{э0,5} = 0,1615$ кВт.

Контрольные задания

12.22. Трехфазный асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором единой серии 4А имеет номинальные данные, указанные для каждого варианта задания в табл. 12.6. Номинальные: линейное напряжение питающей сети $U_{1ном}$, частота питающего тока $f_1 = 50$ Гц, мощность на валу $P_{2ном}$, синхронная частота вращения магнитного поля n_1 , скольжение ротора $s_{ном}$, КПД $\eta_{ном}$, коэффициент мощности $\cos \varphi_{1ном}$, отношение $m_i = I_{1пуск} / I_{1ном}$ — начального пускового тока

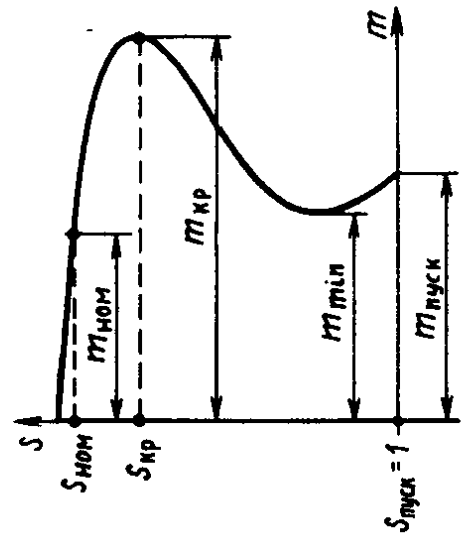


Рис. 12.22

$I_{1пуск}$ к номинальному току $I_{1ном}$, отношение начального пускового момента $M_{1пуск}$ к номинальному моменту на валу $M_{ном}$: $m_{пуск} = \frac{M_{1пуск}}{M_{ном}}$, отношение $m_{мин} = \frac{M_{мин}}{M_{ном}}$ минимального к номинальному моменту, отношение $m_{кр} = \frac{M_{макс}}{M_{ном}}$ максимально-

го момента к номинальному моменту приведены в табл. 12.6 и на рис. 12.22. Определить номинальный $M_{ном}$, начальный пусковой $M_{1пуск}$ и максимальный $M_{макс}$ моменты, номинальный $I_{1ном}$ и начальный пусковой $I_{1пуск}$ токи, частоту тока в роторе $f_{2ном}$ при номинальной нагрузке и в момент пуска $f_{2пуск}$, число пар полюсов обмотки статора p , синхронную угловую частоту вращения магнитного поля Ω_1 , а также угловую частоту вращения ротора $\Omega_{2ном}$ и мощность на зажимах двигателя $P_{1ном}$ при номинальном режиме работы.

Дополнительное задание. а. Определить максимальный момент $M_{макс}$ двигателя при напряжении питающей сети, равном $U_1 = 0,9 U_{1ном}$.

б. Построить механическую характеристику $M(s)$ двигателя по точкам, соответствующим скольжениям ротора: $s = 0$; $s = 1$; $s_{ном}$; $s_{кр}$; $s = 0,4$; $0,6$; $0,8$ (см. рис. 12.22).

Коэффициент мощности при коротком замыкании $\cos \varphi_k = 0,6$. Полное Z_k , активное R_k и индуктивное X_k сопротивления двигателя при коротком замыкании и приведенное активное сопротивление R'_2 обмотки ротора рассчитывают по формулам:

$$R_k = (R_1 + R'_2) = Z_k \cos \varphi_k; \quad X_k = (X_1 + X'_2) = Z_k \sin \varphi_k;$$

$$Z_k = \frac{U_{1ном}}{\sqrt{3} I_{1пуск}}; \quad R_1 \cong R'_2 = \frac{R_k}{2}; \quad X_1 \cong X'_2 = \frac{X_k}{2}.$$

Механическая характеристика асинхронного двигателя $M(s)$ рассчитывается по формуле

$$M = \frac{3p U_{1ном} \frac{R'_2}{s}}{\omega_1 \left[\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2 \right]}$$

Примечание. Стандартные обозначения трехфазных асинхронных электродвигателей серии 4А даны на примере асинхронного двигателя 4AP 160S4Y3: 4 — номер серии; А — асинхронный (род двигателя); исполнение по сте-

Технические данные электродвигателя	Варианты контрольного					
	1	2	3	4	5	6
	Тип электро					
	4АА56В4	4АА63А4	4АА63В4	4А71А4	4А71В4	4А80А4
$U_{1ном}, В$	220	380	220	380	660	220
$P_{2ном}, кВт$	0,18	0,25	0,37	0,55	0,75	1,1
$n_1, об/мин$	1500	1500	1500	1500	1500	1500
$S_{ном}, \%$	8,9	8,0	9,0	7,3	7,5	5,4
$\eta_{ном}$	0,64	0,68	0,68	0,70	0,72	0,75
$\cos \varphi_{1ном}$	0,64	0,65	0,69	0,70	0,73	0,81
$m_i = I_{1пуск}/I_{1ном}$	3,5	4,0	4,0	4,5	5,0	5,0
$m_{пуск} = M_{пуск}/M_{ном}$	2,1	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0
$m_{min} = M_{min}/M_{ном}$	1,5	1,5	1,5	1,8	1,8	1,6
$m_{кр} = M_{max}/M_{ном}$	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2

Технические данные электродвигателя	Варианты контрольного					
	16	17	18	19	20	21
	Тип электро					
	4А180S4	4А180M4	4А200M4	4А200L4	4А225M4	4А250S4
$U_{1ном}, В$	380	660	220	380	660	220
$P_{2ном}, кВт$	22	30,0	37,0	45,0	55,0	75,0
$n_1, об/мин$	1500	1500	1500	1500	1500	1500
$S_{ном}, \%$	2,0	1,9	1,7	1,6	1,4	1,2
$\eta_{ном}$	0,90	0,90	0,91	0,93	0,92	0,93
$\cos \varphi_{1ном}$	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90
$m_i = I_{1пуск}/I_{1ном}$	6,5	6,5	7,0	7,0	7,0	7,0
$m_{пуск} = M_{пуск}/M_{ном}$	1,4	1,4	1,4	1,4	1,3	1,2
$m_{min} = M_{min}/M_{ном}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
$m_{кр} = M_{max}/M_{ном}$	2,3	2,3	2,5	2,5	2,5	2,3

Таблица 12.6

задания 12.22

	7	8	9	10	11	12	13	14	15
двигатели									
	4A80B4	4A90L4	4A100S4	4A100L4	4A112M4	4A132S4	4A132M4	4A160S4	4A160M4
	380	660	220	380	660	220	380	660	220
	1,5	2,2	3,0	4,0	5,5	7,5	11	15,0	18,5
	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500	1500
	5,8	5,1	4,4	4,6	3,6	2,9	2,8	2,3	2,2
	0,77	0,80	0,82	0,84	0,85	0,87	0,87	0,88	0,88
	0,83	0,83	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88	0,88
	6,0	6,0	6,0	6,0	7,0	7,0	7,5	7,0	7,0
	2,0	2,1	2,0	2,0	2,0	2,2	2,2	1,4	1,4
	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,7	1,7	1,0	1,0
	2,2	2,4	2,4	2,4	2,2	3,0	3,0	2,3	2,3

Продолжение табл. 12.6

задания 12.22

	22	23	24	25	26	27	28	29	30
двигатели									
	4A250M4	4A280S4	4AA56A2	4AA56B2	4AA63A2	4AA63B2	4A71A2	4A71B2	4A80A2
	380	660	220	380	220	380	380	220	380
	90,0	110,0	0,18	0,25	0,37	0,55	0,75	1,1	1,5
	1500	1500	3000	3000	3000	3000	3000	3000	3000
	1,3	2,3	8,0	7,5	8,3	8,5	5,9	6,3	4,2
	0,93	0,92	0,66	0,68	0,7	0,73	0,77	0,77	0,81
	0,91	0,90	0,76	0,77	0,86	0,86	0,87	0,87	0,85
	7,0	6,0	4,0	4,0	4,5	4,5	5,5	5,5	6,5
	1,2	1,2	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,1
	1,0	1,0	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,4
	2,3	2,0	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,6

Технические данные электродвигателя	Варианты контрольного					
	1	2	3	4	5	6
	Тип электро					
	4AP160 S4V3	4AP160M4	4AP180S1	4AP180M4	4AP200M4	4AP200L4
$P_{2\text{ном}}$, кВт	?	18,5	?	30	37	?
$U_{1\text{ном}}$, В	380	—	380	—	—	—
$n_{2\text{ном}}$, об/мин	1470	?	?	?	?	1482
$\eta_{\text{ном}}$, %	87,5	88,5	90	90	?	?
$\cos \varphi_{1\text{ном}}$	0,87	—	?	—	—	—
$I_{1\text{ном}}$, А	?	—	42,74	—	—	—
$P_{1\text{ном}}$, кВт	?	?	24,44	?	40,66	48,9
$\Sigma P_{\text{ном}}$, кВт	—	?	?	?	?	3,91
$M_{\text{ном}}$, Н·м	97,45	?	—	194,1	?	?
$M_{\text{мах}}/M_{\text{ном}}$	—	—	—	—	—	—
$M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}}$	2	2	—	2	2	2
$M_{\text{пуск}}$, Н·м	?	?	—	?	477,8	?
$M_{\text{мах}}$, Н·м	—	—	—	—	—	—
$I_{1\text{пуск}}/I_{1\text{ном}}$	7,5	—	7,5	—	—	—
$I_{1\text{пуск}}$, А	?	—	?	—	—	—
$S_{\text{ном}}$, %	—	1,8	1,8	?	?	?
n_1 , об/мин	Определяются по числу полюсов $2p$, указанному					

пени защиты: Н — защищенный в соответствии со степенью защиты; 1Р23 — защищенное исполнение (для закрытых двигателей обозначение защиты не приводится); вторая буква Р — с повышенным пусковым моментом; исполнение двигателя по материалу станины и щита: А — алюминиевая станина и щиты, Х — алюминиевая станина и чугунные щиты (при отсутствии знака станина и щиты — чугунные или стальные); две (или три) цифры — высота оси вращения, мм; L, M, S — условные размеры по длине корпуса, принятые по рекомендации МЭК; 2, 4, 6, 8 — число полюсов; У — климатическое исполнение; 3 — категория размещения (для упрощения обозначений УЗ часто не указывается).

12.23. Асинхронный трехфазный короткозамкнутый электродвигатель единой серии 4А с повышенным пусковым моментом работает при номинальной нагрузке. Линейное напряжение питающей сети $U_{1\text{ном}}$, частота питающего напряжения $f_1 = 50$ Гц, ток, потребляемый из сети, $I_{1\text{ном}}$, пусковой ток $I_{1\text{пуск}}$, кратность пускового тока $I_{1\text{пуск}}/I_{1\text{ном}}$, мощность на валу $P_{2\text{ном}}$, мощность, потребляемая из сети, $P_{1\text{ном}}$, суммарные номинальные потери мощности $\Sigma P_{\text{ном}}$, КПД $\eta_{\text{ном}}$, коэффициент мощности $\cos \varphi_{1\text{ном}}$, номинальный вращающий момент $M_{\text{ном}}$, максимальный момент $M_{\text{мах}}$, кратность максимального момента $M_{\text{мах}}/M_{\text{ном}}$, кратность пускового момента $M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}}$, синхронная частота вращения магнитного поля

задания 12.23

	7	8	9	10	11	12	13	14	15
двигателя									
	4AP22M4	4AP250S4	4AP250M4	4AP160S6	4AP160M6	4AP180M6	4AP200M6	4AP200L6	4AP225M6
	55	75	90	?	?	18,5	?	30	37
	380	380	380	380	220	—	220	—	380
	1480,5	—	1461	979	?	981	?	?	?
	92,5	?	?	?	87,5	87	90,5	?	90,5
	0,88	?	0,88	0,83	?	0,8	0,85	—	0,84
	?	141	?	?	54,27	—	?	—	?
	?	?	?	12,86	17,14	?	?	33,15	?
	?	5,645	6,774	1,86	?	?	?	—	?
	?	489,2	?	—	—	?	213,5	?	—
	2,2	2,2	2,2	—	—	2,2	—	2,2	—
	—	—	2	—	—	2	—	?	—
	—	—	?	—	—	?	—	580,5	—
	?	?	?	—	—	?	—	638,6	—
	—	7,5	—	?	7	—	—	—	7
	—	?	—	?	?	—	—	—	?
	—	—	—	?	1,8	—	1,6	?	1,3

в обозначении серии двигателя и частоте питающей сети $f_1 = 50$ Гц

двигателя n_1 , частота вращения ротора $n_{2\text{ ном}}$, скольжение ротора $s_{\text{ ном}}$ для соответствующего варианта задания приведены в табл. 12.7. Определить неизвестные величины, отмеченные знаком вопроса (?).

Дополнительное задание. Построить механическую характеристику асинхронного электродвигателя $n_2(M)$ с начальным пусковым моментом $M_{\text{пуск}}$ при $s = 1$, минимальным вращающим моментом $M_{\text{мин}}$ при $s = 0,7 \dots 0,9$, максимальным вращающим моментом $M_{\text{мах}}$ при $s = s_{\text{кр}}$, номинальным вращающим моментом

$M_{\text{ном}}$ при $s = s_{\text{ ном}}$. Принять $m_{\text{мин}} = \frac{M_{\text{мин}}}{M_{\text{ном}}} = 1,6$. Критическое скольжение $s_{\text{кр}}$ определить по формуле: $s_{\text{кр}} = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}}$. Полное Z_k , активное $R_k =$

$= R_1 + R_2'$, индуктивное $X_k = X_1 + X_2'$ сопротивления короткого замыкания рас-

считываются исходя из принятого $\cos \varphi_k = 0,6$ по формулам: $Z_k = \frac{U_{1\text{ ном}}}{\sqrt{3} I_{1\text{ пуск}}}$;
 $R_k = Z_k \cos \varphi_k$; $X_k = Z_k \sin \varphi_k$; $R_1 \cong R_2' = R_k/2$; $X_1 \cong X_2' = X_k/2$.

Технические данные электродвигателя	Варианты контрольного					
	16	17	18	19	20	21
	Тип электро					
	4AP250S6	4AP250M6	4AP160S8	4AP160M8	4AP180M8	4AP200M8
$R_{2ном}$, кВт	45	?	?	11,5	?	18,5
$U_{1ном}$, В	—	380	—	220	—	380
$n_{2ном}$, об/мин	?	?	?	733,5	733,5	?
$\eta_{ном}$, %	91,5	91,5	86	87	86,5	88
$\cos \phi_{1ном}$	—	0,83	—	0,75	—	0,72
$I_{1ном}$, А	—	?	—	?	—	?
$P_{1ном}$, кВт	?	—	?	?	?	?
$\Sigma P_{ном}$, кВт	—	—	?	—	—	?
$M_{ном}$, Н·м	?	?	?	?	195,99	—
$M_{max}/M_{ном}$	2,2	—	2	—	?	—
$M_{пуск}/M_{ном}$?	2	—	1,8	1,8	—
$M_{пуск}$, Н·м	885,17	1080,76	—	?	?	—
M_{max} , Н·м	973,68	—	196,3	—	390,68	—
$I_{1пуск}/I_{1ном}$	—	6,5	—	6	—	5,5
$I_{1пуск}$, А	—	?	—	?	—	?
$s_{ном}$, %	?	2,8	2,7	—	?	2,7
n_1 , об/мин	Определяется по числу полюсов $2p$, указанному					

задания 12.23

	22	23	24	25	26	27	28	29	30
ДВИГАТЕЛЯ									
	1AP200L8	4AP225M8	4AP250S8	4AP250M8	4AP160S4	4AP160M4	4AP180S4	4AP180M4	4AP200M4
	?	?	37	45	?	18,5	22	?	?
	—	—	380	—	—	220	—	—	380
	732	?	?	738	?	?	?	1476	?
	88,5	90	90	?	87,5	88,5	90	—	?
	—	—	0,72	—	—	0,87	—	—	?
	—	—	?	—	—	?	—	—	?
	?	?	?	49,72	?	?	?	?	40,66
	—	?	—	?	—	?	?	3,33	3,66
	?	?	478,8	?	97,45	—	?	?	—
	?	2	2	2	2,2	—	2,2	2,2	—
	1,8	—	—	—	2	—	—	2	—
	516,6	—	—	—	?	—	—	?	—
	574	585,88	?	?	?	—	?	427	—
	—	—	5,5	—	—	7,5	—	—	7,5
	—	—	?	—	—	?	—	—	509,7
	?	2,2	—	?	2	1,8	1,8	?	1,4

в обозначении серии двигателя, и частоте питающей сети $f_1 = 50$ Гц

ТРЕХФАЗНЫЕ СИНХРОННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

§ 13.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О СИНХРОННЫХ
МАШИНАХ И ОБЛАСТИ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Электрические машины переменного тока, у которых между числом периодов генерируемого или потребляемого тока и частотой вращения существует жесткая взаимосвязь, называются синхронными. В конструктивном отношении статор синхронной машины не отличается от статора асинхронной машины. Ротор выполняют с магнитами или электромагнитами, обмотки которых питаются постоянным током и создают необходимое для работы машины магнитное поле. При вращении ротора возникает вращающееся магнитное поле, силовые линии которого пересекают проводники обмотки якоря (статора) и в соответствии с законом электромагнитной индукции наводят в этой обмотке ЭДС. В трехфазных синхронных машинах соединение обмотки якоря может быть выполнено либо «звездой», либо «треугольником». Частота ЭДС, индуцируемой в каждой фазе обмотки якоря, зависит от числа пар полюсов p и частоты вращения

n_0 ротора: $f = \frac{pn_0}{60}$. Она находится в зависимости от магнитного потока: $E = 4,44 K_0 f \omega \Phi_m$, где K_0 — обмоточный коэффициент; ω — число витков одной фазы обмотки якоря (статора) Φ_m — амплитудное значение магнитного потока одной пары полюсов индуктора.

При подключении потребителя электрической энергии к обмоткам якоря синхронная машина работает как источник, преобразуя механическую энергию, получаемую от первичного двигателя, в электрическую и отдавая ее в сеть потребителю. При рассмотрении процессов, происходящих при нагрузке, каждую фазу синхронного генератора можно рассматривать как некоторый условный однофазный генератор синусоидальной ЭДС, к зажимам которого подключена нагрузка, имеющая в общем случае комплексный характер.

Внешней характеристикой синхронного генератора является его зависимость $U(I)$, т. е. зависимость напряжения U на зажимах генератора от тока нагрузки I (тока якоря), при постоянных значениях тока возбуждения $I_b = \text{const}$, коэффициента мощности $\cos \varphi = \text{const}$ и частоты вращения ротора $n_0 = \text{const}$. Математическое выражение для внешней характеристики синхронного

генератора можно получить исходя из уравнения электрического равновесия, записанного относительно напряжения на его зажимах: $\underline{U} = \underline{E} - R\underline{I} - jX\underline{I}$, где E — ЭДС, индуцируемая в обмотке якоря; $\underline{U} = \underline{Z}_n \underline{I}$ — напряжение на зажимах генератора; R, X — соответственно активное и реактивное сопротивления обмотки якоря. Сопротивление нагрузки $\underline{Z}_n = R_n + jX_n$.

Вектор ЭДС опережает вектор напряжения \underline{U} на угол θ . При этом с увеличением тока нагрузки этот угол рассогласования (нагрузки) увеличивается. При активно-индуктивном характере нагрузки, когда потребитель обладает не только активным R_n , но и индуктивным X_{L_n} сопротивлениями, $\cos \varphi < 1$ (индуктивный), с увеличением нагрузки происходит снижение напряжения на зажимах генератора за счет падения напряжения ZI на обмотке якоря и влияния его реакции. Для компенсации реакции якоря и падения напряжения в обмотках якоря генератора используют регулирование тока I_b возбуждения машины. Регулировочная характеристика синхронного генератора представляет собой зависимость $I_b(I)$, т. е. зависимость между током возбуждения I_b и током нагрузки I при постоянной частоте вращения $n_0 = \text{const}$. и $\cos \varphi = \text{const}$ потребителя электроэнергии, при которой в процессе работы обеспечивается постоянство напряжения $U = \text{const}$. В ряде случаев возможна работа синхронного генератора при постоянной мощности $P = \text{const}$ и изменении тока возбуждения полюсов ротора при $U = \text{const}$ и $f = \text{const}$. Выражение для активной мощности синхронного генератора имеет вид: $P = \frac{mU}{X} E \sin \theta$, где m — число фаз; X — синхронное реактивное сопротивление обмотки статора. Из этого выражения следует, что при работе генератора с $P = \text{const}$ должно обеспечиваться условие, при котором произведение $E \sin \theta = \text{const}$. Активная мощность синхронного генератора $P = mUI \cos \varphi$, откуда следует, что при $P = \text{const}$ и изменении тока возбуждения I_b активная составляющая тока якоря $I_a = I \cos \varphi = \text{const}$ должна оставаться постоянной. Вместе с тем изменение ЭДС не должно нарушать условия электрического равновесия. С изменением тока I якоря от I_b (U -образная кривая) происходит изменение и угла θ , а следовательно, коэффициента мощности $\cos \varphi$ генератора. В режимах перевозбуждения и недовозбуждения происходит снижение $\cos \varphi$. Свойство недовозбужденного синхронного генератора отдавать в сеть опережающий (емкостной) ток позволяет в ряде случаев использовать его и в качестве генератора реактивной (емкостной) мощности для улучшения $\cos \varphi$ системы электроснабжения. Синхронные машины обратимы и могут работать в режимах генератора и двигателя. По сравнению с асинхронными двигателями они имеют ряд преимуществ, особенно при незначительных частотах вращения и больших мощностях, и изготавливаются как трехфазными, так и однофазными. Работа синхронного электродвигателя основана на взаимодействии поля постоянных магнитов (электромагнитов) ротора с вращаю-

щимся магнитным полем, создаваемым обмотками якоря. Частота вращения синхронных электродвигателей в отличие от асинхронных строго постоянна и зависит только от частоты f питающего напряжения и числа пар полюсов p двигателя: $n_0 = 60f/p$. При включении обмотки статора синхронного двигателя в трехфазную сеть возникает безынерционное вращающееся магнитное поле, которое мгновенно приобретает частоту вращения, равную синхронной частоте вращения $n_0 = 60f/p$, вращаясь с которой относительно полюсов неподвижного ротора, создает знакопеременный момент. Ротор синхронного двигателя под действием этого момента не в состоянии сдвинуться с места. Поэтому пуск двигателя осуществляется с применением специальных устройств. Чаще всего используется так называемый асинхронный пуск синхронного двигателя, при котором в полюсных наконечниках его ротора укладывается дополнительная короткозамкнутая обмотка, выполняющая ту же роль, что и обмотка ротора асинхронного двигателя. При подаче тока в обмотки ротора двигателя полюса его возбуждаются и в результате взаимодействия магнитных полей статора и ротора синхронный электродвигатель входит в синхронизм. При появлении толчков, возможных при сбросе и нарастании нагрузки, в короткозамкнутой обмотке ротора, выполняющей роль демпфера, возникает ток, который, взаимодействуя с полем статора, создает тормозной момент, препятствующий изменению частоты вращения.

При изучении электромагнитных процессов, происходящих при работе трехфазной синхронной машины в режиме электродвигателя, каждую его фазу можно рассматривать как некоторый условный однофазный двигатель, к зажимам которого подводится напряжение U . В соответствии с явлением самоиндукции при протекании тока в обмотках статора индуцируется противоЭДС E , которая ограничивает величину тока I статора. Уравнение электрического равновесия синхронного электродвигателя в комплексной форме в соответствии со вторым законом Кирхгофа приводится к виду: $\underline{U} = \underline{E} + \underline{RI} + j\underline{XI}$. При этом подводимое к двигателю напряжение \underline{U} компенсируется противоЭДС \underline{E} , индуцируемой в якоре, и падениями напряжений \underline{RI} и $j\underline{XI}$ в обмотках якоря. В соответствии с этим, исходя из предположения активно-индуктивного характера нагрузки, следует, что ток \underline{I} сети отстает по фазе от напряжения \underline{U} на угол φ с учетом того, что падение напряжения на активном сопротивлении \underline{RI} совпадает по фазе с током \underline{I} , которым оно создается, а реактивное падение напряжения $j\underline{XI}$ находится в квадратуре с этим током, опережая его на угол $\pi/2$. На рис. 13.1.1 представлена упрощенная векторная диаграмма синхронного электродвигателя. Можно показать, что в режиме двигателя характер изменения тока якоря I (I_B) при $U = \text{const}$ и $P = \text{const}$ также представляет собой U-образную кривую. Однако при этом в отличие от синхронного генератора перевозбужденный синхронный двигатель потребляет из сети опережающий по фазе напряжение ток,

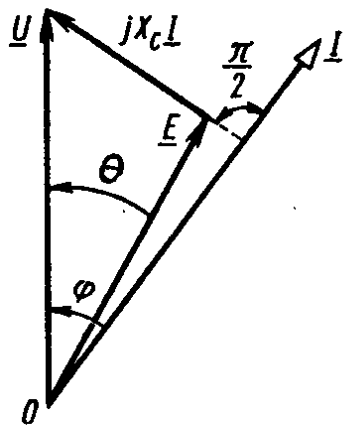


Рис. 13.1.1

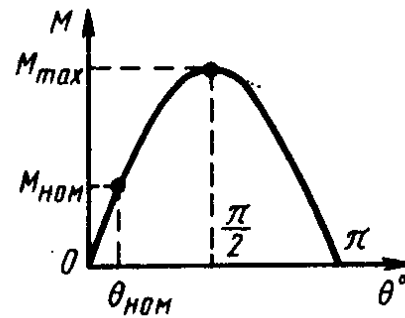


Рис. 13.1.2

что позволяет использовать его и для улучшения $\cos \varphi$ установки без применения статических конденсаторов. К рабочим характеристикам синхронных электродвигателей относятся зависимости M , P_1 , η , $\cos \varphi (P_2)$, т. е. зависимости вращающего момента M , потребляемой из сети активной мощности P_1 , КПД η и коэффициента мощности $\cos \varphi$ от полезной мощности на валу P_2 двигателя при постоянном напряжении питающей сети $U = \text{const}$, постоянной частоте $f_1 = \text{const}$, постоянном токе возбуждения $I_b = \text{const}$. Электромагнитный момент, развиваемый синхронным электродвигателем в процессе работы, находят в зависимости

от угла рассогласования θ : $M = \frac{mpUE}{\Omega_0 X} \sin \theta$, где $\Omega_0 = \frac{2\pi n_0}{60} = \frac{\omega_0}{P}$ — угловая частота вращения ротора. Из этого уравнения видно, что при $U = \text{const}$ и $I_b = \text{const}$, а следовательно, и при $E = \text{const}$ момент, развиваемый синхронной машиной, является синусоидальной функцией угла θ . Зависимость $M(\theta)$ называется угловой характеристикой (рис. 13.1.2). Полезную мощность на валу синхронного двигателя рассчитывают по формуле:

$P_2 = 0,105 M_2 n_0$. КПД электродвигателя: $\eta = \frac{P_2}{P_1 + U_b I_b}$,

где $P_b = U_b I_b = I_b^2 R_b$ — мощность цепи возбуждения, подведенная к ротору синхронного двигателя. Синхронные электродвигатели сохраняют неизменной частоту вращения n_0 при изменении нагрузки на валу и позволяют улучшать $\cos \varphi$ потребителей электроэнергии. Они более устойчивы к колебаниям напряжения питающей сети, чем асинхронные, так как момент, развиваемый этими двигателями, пропорционален питающему напряжению U в первой степени, в то время как момент асинхронного двигателя пропорционален квадрату напряжения U^2 питающей сети.

Литература. [1] § 11.1—11.12; [2] § 15.1—15.18; [3] § 14.1—14.12.

Примеры решения задач

13.1. Для приведения в движение группы исполнительных механизмов производственного предприятия используют асинхронные короткозамкнутые электродвигатели серии 4А, работаю-

Таблица 13.1

Электродвигатели		Число электродвигателей N	Номинальная мощность электродвигателя $P_{2ном}$, кВт	КПД $\eta_{ном}$	Номинальный коэффициент мощности электродвигателя $\cos \varphi_{1ном}$	Суммарная подводимая мощность группы P_{Σ} , кВт	$\operatorname{tg} \varphi_{ном}$	Суммарная реактивная мощность группы Q_{Σ} , квар
группа	тип							
1	4A90L6	10	1,5	0,75	0,74	20	0,932	18,64
2	4A100L6	5	2,2	0,81	0,73	13,75	0,901	12,37
3	4A112M6	10	3	0,81	0,76	37	0,854	31,6
4	4A112MB6	5	4	0,82	0,81	24,35	0,727	17,7
5	4A1132S6	10	5,5	0,85	0,8	64,7	0,701	45,9

шие в режиме номинальной нагрузки. Значения номинальных величин: мощности $P_{2ном}$, КПД $\eta_{ном}$ и коэффициента мощности $\cos \varphi_{1ном}$ электродвигателей приведены в табл. 13.1. Пренебрегая потерями мощности холостого хода P_0 , определить мощность $S_k = Q_k$ синхронной машины, работающей в режиме синхронного компенсатора, необходимой для повышения коэффициента мощности установки до значения $\cos \varphi_2 = 0,94$.

Решение. Номинальная мощность электродвигателя первой группы: $P_{1ном} = P_{2ном} / \eta_{ном} = 1,5 / 0,75 = 2$ кВт.

Суммарная активная мощность первой группы: $P_{\Sigma 1} = NP_{1ном} = 10 \cdot 2 = 20$ кВт.

Суммарная реактивная мощность первой группы электродвигателей: $Q_{\Sigma 1} = P_{\Sigma 1} \operatorname{tg} \varphi_{ном} = 20 \cdot 0,932 = 18,64$ квар.

Аналогичным образом определяют суммарную активную и реактивную мощности остальных групп электродвигателей. Полученные расчетные данные сведены в табл. 13.1.

Общая активная мощность всех электродвигателей установки: $\Sigma P_{\Sigma} = P_{\Sigma 1} + P_{\Sigma 2} + P_{\Sigma 3} + P_{\Sigma 4} + P_{\Sigma 5} = 20 + 13,75 + 37 + 24,35 + 64,7 = 159,8$ кВт. Общая реактивная мощность всех электродвигателей установки: $\Sigma Q_{\Sigma} = Q_{\Sigma 1} + Q_{\Sigma 2} + Q_{\Sigma 3} + Q_{\Sigma 4} + Q_{\Sigma 5} = 18,64 + 12,37 + 31,6 + 17,7 + 45,9 = 126,21$ квар.

Среднее значение $\operatorname{tg} \varphi_{ср}$ установки: $\operatorname{tg} \varphi_{ср} = \Sigma Q_{\Sigma} / \Sigma P_{\Sigma} = 126,21 / 159,8 = 0,789$.

Исходя из заданного значения коэффициента мощности $\cos \varphi_2 = 0,96$ установки, определяют соответствующее значение $\operatorname{tg} \varphi_2 = 0,284$.

Реактивная мощность, подлежащая компенсации: $Q_k = \Sigma P_{\Sigma} (\operatorname{tg} \varphi_{ср} - \operatorname{tg} \varphi_2) = 159,8 (0,789 - 0,284) = 159,8 \cdot 0,505 = 80,7$ квар.

Пренебрегая потерями мощности при отсутствии нагрузки на валу, определяют мощность синхронной машины, необходимую для компенсации: $S_k = \sqrt{P_k^2 + Q_k^2} = \sqrt{0 + 80,7^2} = 80,7$ кВ·А, т. е. $S_k = Q_k = 80,7$ квар.

В соответствии с этим выбираем по каталогу синхронную машину типа СМ с номинальной мощностью $S_{\text{ном}} = 120 \text{ кВ}\cdot\text{А}$.

13.2. Трехфазный синхронный электродвигатель серии СДН типа СДН 14-49-6 имеет следующие номинальные данные: активную мощность на валу $P_{2\text{ном}} = 1000 \text{ кВт}$, число пар полюсов $p = 3$, отношение максимального момента к номинальному моменту $M_{\text{max}}/M_{\text{ном}} = 2,0$, частоту вращения $n_{\text{ном}} = 1000 \text{ об/мин}$, частоту питающего напряжения $f = 50 \text{ Гц}$. Определить номинальные значения угловой частоты вращения $\Omega_{\text{ном}}$, моменты электродвигателя $M_{\text{ном}}$ и M_{max} , угол рассогласования (нагрузки) $\theta_{\text{ном}}$.

Решение. Номинальная угловая частота вращения электродвигателя $\Omega_{\text{ном}} = \omega/p = 2\pi f/p = 2 \cdot 3,14 \frac{50}{3} = 104,7 \text{ рад/с}$. Но-

минальный момент электродвигателя: $M_{\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}}}{\Omega_{\text{ном}}} = \frac{1000 \cdot 10^3}{104,7} = 9,55 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Максимальный момент электродвигателя: $M_{\text{max}} = 2M_{\text{ном}} = 2 \cdot 9,55 \cdot 10^3 = 19,1 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Угол рассогласования при номинальной нагрузке $\sin \theta_{\text{ном}} = \frac{M_{\text{ном}}}{M_{\text{max}}} = \frac{1}{2} = 0,5$, откуда $\theta_{\text{ном}} = 30^\circ = \pi/6$.

13.3. В электрическую сеть с номинальным напряжением $U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}$ включены параллельно три синхронные трехфазные электрические машины типа СМ114-6 с номинальными значениями: полной мощности $S_{\text{ном}} = 80 \text{ кВ}\cdot\text{А}$, тока якоря $I_{\text{ном}} = 122 \text{ А}$, коэффициента мощности $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$, работающие в режиме генератора. Определить суммарную активную мощность $P_{\Sigma \text{ном}}$, отдаваемую синхронными генераторами в сеть в номинальном режиме работы, а также мощности P'_1 и P'_2 , отдаваемые в питающую сеть генераторами в случае, если с изменением тока возбуждения и вращающего момента первичного двигателя ток якоря I_1 одного генератора возрос на 10 % при $\cos \varphi_1 = 0,96$, а ток якоря I_2 другого генератора снизился на 10 % при $\cos \varphi_2 = 0,8$.

Решение. Мощности, отдаваемые генераторами в питающую сеть в нормальном режиме работы:

$P_{1\text{ном}} = P_{2\text{ном}} = P_{3\text{ном}} = \sqrt{3}U_{\text{ном}}I_{\text{ном}}\cos \varphi_{\text{ном}} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 122 \cdot 0,9 = 72,3 \text{ кВт}$.

Суммарная активная мощность, отдаваемая в питающую сеть генераторами в нормальном режиме работы: $P_{\Sigma \text{ном}} = P_{1\text{ном}} + P_{2\text{ном}} + P_{3\text{ном}} = 3 \cdot 72,3 = 216,9 \text{ кВт}$.

Ток якоря генераторов в режимах, отличающихся от номинального:

первого $I_1 = 1,1I_{\text{ном}} = 1,1 \cdot 122 = 134,1 \text{ А}$,

второго $I_2 = 0,9I_{\text{ном}} = 0,9 \cdot 122 = 109,8 \text{ А}$.

Активная мощность, отдаваемая в питающую сеть перегруженным генератором: $P'_1 = \sqrt{3}U_{\text{ном}}I_1\cos \varphi_1 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 134,1 \cdot 0,96 = 86,8 \text{ кВт}$.

Активная мощность, отдаваемая в питающую сеть недогруженным генератором: $P_2' = \sqrt{3}U_{ном}I_2\cos\varphi_2 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 109,8 \times 0,8 = 57,8$ кВт.

13.4. Группа трехфазных асинхронных электродвигателей потребляет из сети суммарную активную мощность $P_{ном} = 15\,000$ кВт при среднем коэффициенте мощности $\cos\varphi_2 = \cos\varphi_{ср} = 0,65$. Определить мощность синхронного компенсатора, с помощью которого необходимо довести коэффициент мощности установки путем компенсации реактивной (индуктивной) составляющей до $\cos\varphi_2 = 0,96$.

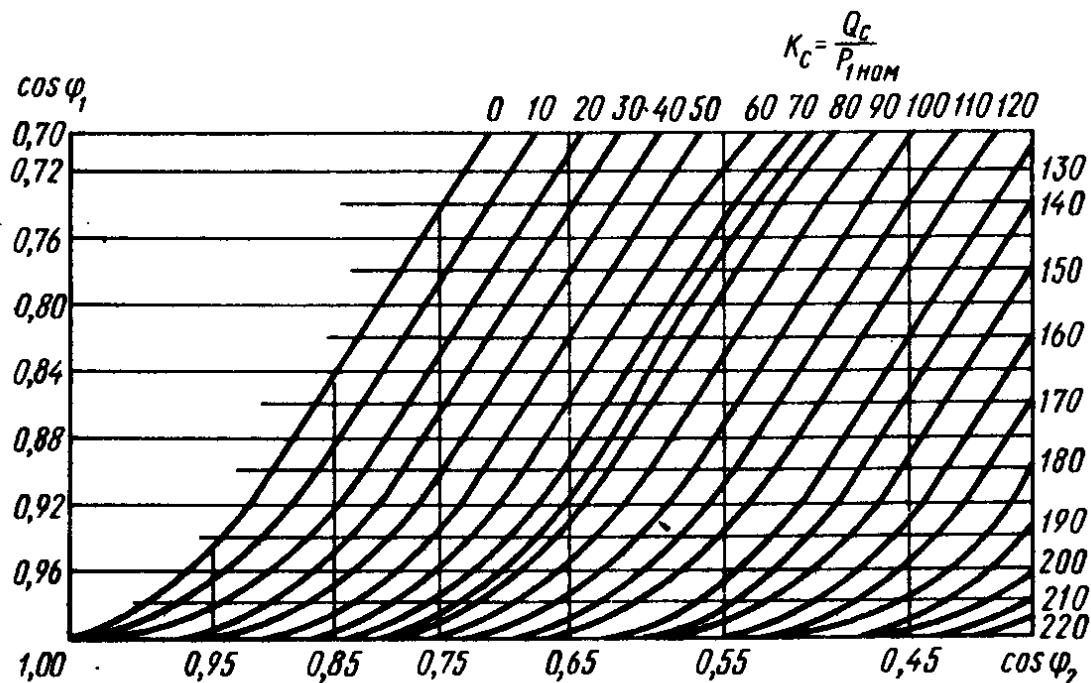


Рис. 13.4

Решение. На диаграмме рис. 13.4 представлена зависимость $\cos\varphi_1$ от $\cos\varphi_2$ и $K_c = Q_c/P_{ном}$. Из точки с координатой $\cos\varphi_2 = \cos\varphi_{ср} = 0,65$ на оси абсцисс проводим вертикаль до пересечения с горизонталью, проведенной из точки, соответствующей $\cos\varphi_1 = 0,96$ на оси ординат. Находят кривую реактивной мощности, проходящую через точку с координатами $\cos\varphi_2 = 0,65$ и $\cos\varphi_1 = 0,96$. Путем интерполяции определяют $K_c = 90$ (%) (в относительных единицах $K_c = 0,9$).

Затем определяют мощность необходимого компенсирующего устройства (синхронного компенсатора): $Q_k = P_{ном}K_c = 15\,000 \times 0,9 = 13\,500$ квар.

В соответствии с полученным расчетным значением Q_k выбирают по каталогу ближайший по мощности синхронный компенсатор серии КС типа КС-15000-6 с номинальной мощностью $S_{ном} = 15\,000$ кВ·А.

Задачи

13.5. Установленное на производственном предприятии электрооборудование характеризуется мощностями: суммарной ак-

Таблица 13.2

Технические данные электродвигателя		Варианты контрольного задания 13.8																		
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15				
		Тип электродвигателя																		
$U_{ном}$, кВ		6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6			
$P_{2ном}$, кВт		630	800	1000	1250	1600	800	1000	1250	1600	800	1000	1250	1600	2000	2500	3200	4000	5000	6300
$\eta_{ном}$, %		93,8	94,4	94,6	95,1	95,7	84,8	95,4	94,8	95,6	96,0	95,8	96,4	96,7	96,6	96,9	96,9	96,6	96,6	96,9
$\cos \varphi_{ном}$		0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
m_i		5,4	5,7	5,8	5,8	6,2	5,4	5,6	4,8	5,0	6,1	5,3	5,9	6,5	5,7	5,9	6,5	5,7	6,7	6,7
K_p		0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,6	0,8	0,8	0,6	0,6	0,6	0,6
$m_{пуск}$		0,8	0,85	0,8	0,85	0,95	0,75	0,95	0,85	1,1	1,3	1,3	1,1	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	0,75	0,8
$m_{кр}$		2	2,1	2,1	2,1	2,1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Γ_n		1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5

Технические данные электродви- гателя	Варианты контрольного задания 13.8														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	Тип электродвигатели														
$U_{ном}$, кВ	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
$P_{2ном}$, кВт	1000	1250	1600	2000	2500	3200	4000	5000	6300	800	1000	1250	1600	2000	2500
$\eta_{ном}$, %	95,2	95,8	95,7	95,9	96,4	96,6	96,5	96,8	97,1	84,8	95,4	94,8	95,6	96,0	95,8
$\cos \Phi_{ном}$	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
m_i	6,4	6,3	4,8	5,5	5,8	6,1	6,0	6,8	6,9	5,4	5,6	4,8	5,0	6,1	5,3
K_p	0,6	0,6	0,6	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
$m_{пуск}$	0,95	1,3	0,95	1	1,1	1,1	0,9	1	0,95	0,75	0,95	0,85	1,1	1,3	1,3
$m_{кр}$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
I_n^*	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7
	СДН-14-49-6	СДН-14-59-6	СДН-15-39-6	СДН-15-49-6	СДН-15-64-6	СДН-15-76-6	СДН-16-69-6	СДН-16-84-6	СДН-16-104-6	СДН-14-46-8	СДН-14-59-8	СДН-15-39-8	СДН-15-49-8	СДН-15-64-8	СДН-16-54-8

тивной $P = 150$ кВт и суммарной реактивной (индуктивной) $Q = 200$ квар. Номинальное линейное напряжение питающей сети $U_{\text{ном}} = 380$ В. Определить $Q_{\text{ном}}$, результирующие токи нагрузки I_1 и I_2 и коэффициенты мощности установки $\cos \varphi_1$ и $\cos \varphi_2$ до и после подключения к сети синхронного электродвигателя типа СМ127-6 с номинальными данными: активной мощностью $P_{2\text{ном}} = 158$ кВт, коэффициентом мощности $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,8$ (емкостной), КПД $\eta_{\text{ном}} = 91,9\%$. *Ответ.* $Q_{\text{ном}} = 118,5$ квар; $I_1 = 311$ А; $I_2 = 466$ А; $\cos \varphi_1 = 0,6$; $\cos \varphi_2 = 0,97$.

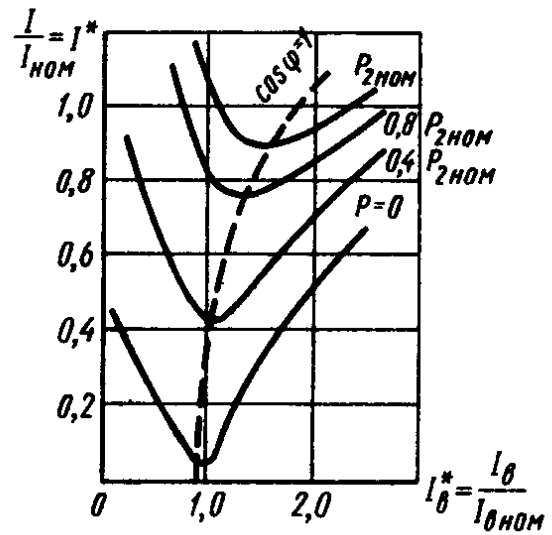


Рис. 13.8

13.6. Определить номинальные значения угловой частоты вращения ротора $\Omega_{1\text{ном}}$, момента на валу $M_{\text{ном}}$ и тока $I_{\text{ном}}$, потребляемого из питающей сети синхронным электродвигателем типа СД12-24-6, имеющим следующие номинальные данные: активную мощность на валу $P_{2\text{ном}} = 250$ кВт, линейное напряжение $U_{\text{ном}} = 380$ В, коэффициент мощности $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$, частоту вращения $n_{\text{ном}} = 1000$ об/мин, КПД $\eta_{\text{ном}} = 0,92$. *Ответ.* $\Omega_{2\text{ном}} = 105$ рад/с; $M_{\text{ном}} = 2,38 \cdot 10^3$ Н·м; $I_{\text{ном}} = 458$ А.

13.7. Синхронный электродвигатель типа СД312-46-10А имеет следующие номинальные данные: полную мощность $S_{\text{ном}} = 380$ кВ·А, активную мощность на валу $P_{2\text{ном}} = 320$ кВт, КПД $\eta_{\text{ном}} = 0,93$, частоту вращения $n_{\text{ном}} = 600$ об/мин. Определить номинальные значения мощности $P_{1\text{ном}}$, потребляемой двигателем из питающей сети, момента нагрузки на валу $M_{\text{ном}}$ и коэффициента мощности $\cos \varphi_{\text{ном}}$. *Ответ.* $P_{1\text{ном}} = 346$ кВт; $M_{\text{ном}} = 5,1 \cdot 10^3$ Н·м; $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,9$.

Контрольное задание

13.8. Синхронный электродвигатель типа СДН имеет следующие номинальные данные (табл. 13.2) для каждого варианта задания: линейное напряжение питающей сети $U_{\text{ном}}$, частоту $f = 50$ Гц, мощность на валу $P_{2\text{ном}}$, КПД $\eta_{\text{ном}}$, коэффициент мощности $\cos \varphi_{\text{ном}}$, кратность пускового момента $m_p = I_{\text{пуск}}/I_{\text{ном}}$, отношение пускового момента к номинальному $m_{\text{пуск}} = M_{\text{пуск}}/M_{\text{ном}}$, отношение максимального момента к номинальному $m_{\text{кр}} = M_{\text{мах}}/M_{\text{ном}}$. Определить номинальную угловую частоту вращения Ω_2 ротора, максимальный $M_{\text{мах}}$ и пусковой $M_{\text{пуск}}$ моменты, пусковой ток $I_{\text{пуск}}$, полную мощность $S_{\text{ном}}$ при номинальной нагрузке. Построить угловую характеристику $M(\theta)$ электродвигателя, отметив на ней точку для номинальной нагрузки $M_{\text{ном}}$, и векторную диаграмму ЭДС, напряжений и тока. Активным сопротивлением обмотки статора пренебречь.

Дополнительное задание. С помощью U-образных характеристик, представленных на рис. 13.8 в относительных единицах, определить коэффициент мощности $\cos \varphi$ для заданных значений мощности на валу $P_2 = K_p P_{2\text{ном}}$ и ток возбуждения $I_b^* = I_b/I_{b\text{ном}}$, а также полную S и реактивную Q мощности, потребляемые электродвигателем при заданных условиях. (Число полюсов электродвигателя определяют по последней цифре стандартного обозначения типа электродвигателя.)

Глава 14

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПРИВОД

§ 14.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРОПРИВОДЕ И ПРИНЦИПАХ ВЫБОРА ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

Производственные машины и механизмы, как правило, приводятся в движение с помощью электрического привода, который включает в себя электрические двигатели, систему передачи и аппаратуру управления. Выбор рода тока и величины питающего напряжения приводного электродвигателя зависит от ряда факторов. Применение электродвигателей постоянного тока в системе электрического привода обуславливается необходимостью регулирования частоты вращения производственного механизма. Они характеризуются сложной технологией изготовления, более дорогие и менее надежны в эксплуатации по сравнению с электродвигателями переменного тока. Мощность электродвигателя должна соответствовать мощности производственного механизма, так как занижение мощности электродвигателя способствует преждевременному выходу его из строя, а завышение приводит к снижению КПД η и коэффициента мощности $\cos \phi$, повышению стоимости и массогабаритных показателей установленного электрооборудования. В большинстве случаев электродвигатель выбирают по нагреву и проверяют по перегрузочной способности, при этом они должны иметь достаточный пусковой момент $M_{\text{пуск}}$ для обеспечения нормального пуска.

При длительном режиме работы электродвигателя и неизменной нагрузке (рис. 14.1.1, а) превышение температуры двигателя над температурой окружающей среды определяется уравнением: $\tau = \tau_y (1 - e^{-t/T_n})$, где τ_y — установившаяся температура электродвигателя, °С; t — текущее время, с; T_n — постоянная времени нагрева, с.

При длительном режиме ($t = \infty$) значение установившейся

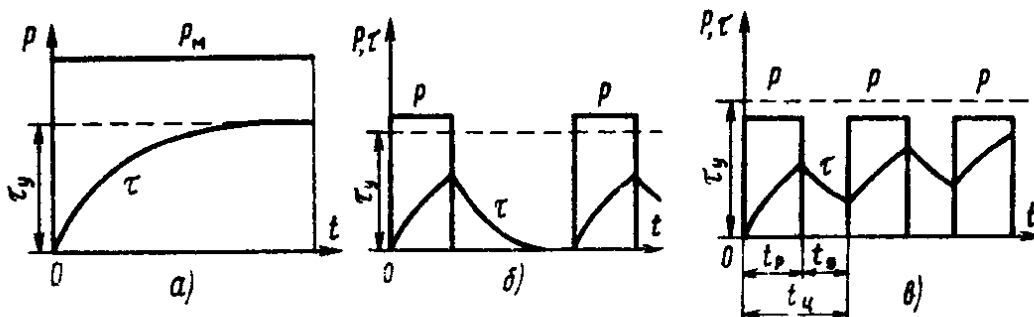


Рис. 14.1.1

температуры электродвигателя: $\tau = \tau_y = Q/A$, где Q — количество теплоты, выделяемой электродвигателем в единицу времени, Дж/с; A — теплоотдача электродвигателя, Дж/с·град.

Постоянная времени нагрева электродвигателя определяется отношением: $T_n = C/A$, где C — его теплоемкость, т. е. количество теплоты, необходимой для повышения температуры двигателя на 1°C .

Для производственных механизмов, предназначенных для работы в длительном неизменном режиме, мощность электродвигателя выбирают по каталогу исходя из значения мощности, необходимой для приведения в движение механизма при данной частоте его вращения n_m . При этом должно удовлетворяться условие $P_{\text{ном}} \geq P_m$, где $P_{\text{ном}}$ и P_m — номинальная мощность электродвигателя и расчетная мощность механизма.

В данном случае нет необходимости проверки электродвигателя по нагреву, так как при номинальной нагрузке нагрев его всегда находится в допустимых для данного класса используемой изоляции пределах. При этом, поскольку режим работы длительный с неизменной нагрузкой, выбранный электродвигатель на перегрузочную способность по максимальному моменту также не проверяется.

При длительной переменной нагрузке выбор мощности электродвигателя может быть произведен по методу эквивалентного тока, который основан на замене действительного, изменяющегося во времени по величине действующего значения тока, потребляемого электродвигателем, эквивалентным током, при котором потери мощности при этой нагрузке соответствуют средним потерям в нем при переменном режиме работы. Исходя из этого, эквивалентное (среднеквадратичное) значение тока, потребляемого электродвигателем при переменном режиме работы, определяют по формуле:

$$I_{\text{эк}} = \sqrt{\frac{I_{\text{пуск}}^2 t_{\text{пуск}} + I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \dots + I_T^2 t_T}{K_1(t_{\text{пуск}} + t_T) + t_1 + t_2 + \dots + K_2 t_0}}$$

где I_1, I_2 и т. д. — значения токов электродвигателя в промежутки времени t_1, t_2 и т. д., соответствующие участкам графика с неизменной нагрузкой; $I_{\text{пуск}}, I_T$ — средние значения тока электродвигателя соответственно во время пуска и торможения; K_1 — коэффициент, учитывающий уменьшение теплоотдачи электродвигателя при пуске и торможении (принимается равным 0,75 для двигателей постоянного тока и 0,5 — для асинхронных двигателей); K_2 — коэффициент, учитывающий уменьшение теплоотдачи электродвигателя во время паузы (принимается равным 0,5 для двигателей постоянного тока и 0,25 для асинхронных двигателей). По значению эквивалентного тока выбирают по каталогу соответствующий электродвигатель исходя из условия, что $I_{\text{ном}} \geq I_{\text{эк}}$, где $I_{\text{ном}}$ — номинальный ток двигателя. Выбранный таким образом электродвигатель удовлетворяет условиям допустимого нагрева, так как двигатели для продолжительного режи-

ма работы имеют номинальную мощность, указываемую в каталоге, без ограничения времени его работы. Далее электродвигатель проверяют по перегрузочной способности исходя из условия: $\lambda \geq I_m / I_{\text{ном}}$, где I_m — наибольший ток рабочего промежутка времени, который находят исходя из диаграммы нагрузки двигателя. Если выбранный по условиям нагрева электродвигатель не удовлетворяет условиям перегрузки, то следует выбирать по каталогу двигатель большей мощности, с тем чтобы он проходил и по перегрузочной способности.

Требуемую мощность электродвигателя (на основании нагрузочной диаграммы при длительной переменной нагрузке, заданной в виде графика эквивалентного момента в функции времени) определяют по формуле:

$$M_{\text{эк}} = \sqrt{\frac{M_{\text{пуск}}^2 t_{\text{пуск}} + M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + \dots + M_{\tau}^2 t_{\tau}}{K_1 (t_{\text{пуск}} + t_{\tau}) + t_1 + t_2 + \dots + K_2 t_0}}$$

где $M_{\text{пуск}}$, M_{τ} , M_1 , M_2 — текущие значения момента нагрузки на валу двигателя в соответствующие промежутки времени. При исключении учета влияния ухудшения условий охлаждения при пуске, торможении и остановках на нагрев двигателя эквивалентный момент находят по упрощенной формуле, считая $(t_{\text{пуск}} + t_{\tau}) = 0$.

Номинальная мощность электродвигателя определяется по значению эквивалентного момента по формуле: $P_{\text{ном}} = M_{\text{эк}} \times \times n_{\text{ном}} / 9550$, где $n_{\text{ном}}$ — номинальная частота вращения двигателя.

Проверку электродвигателя по условиям допустимой перегрузки производят исходя из условия: $M_{\text{мах}} / M_{\text{ном}} \geq \lambda_m$, где λ_m — кратность максимального момента соответствующего электродвигателя по каталогу; $M_{\text{мах}}$ — максимальный момент двигателя. Электродвигатель проверяется также по достаточности развиваемого им пускового момента из условия: $M_{\text{пуск}} / M_{\text{ном}} \leq \lambda_{\text{пуск}}$, где $\lambda_{\text{пуск}}$ — кратность пускового момента двигателя по каталогу; $M_{\text{пуск}}$ — пусковой момент электродвигателя. Если выбранный электродвигатель не удовлетворяет условиям перегрузки или пуска, необходимо выбрать другой электродвигатель — большей мощности. В ряде случаев вместо метода эквивалентного момента при определении мощности электродвигателя используется метод эквивалентной мощности $P_{\text{эк}}$, который возможен при наличии соответствующей нагрузочной диаграммы механизма, в предположении постоянства КПД η и коэффициента мощности $\cos \varphi$ двигателя.

Эквивалентная мощность электродвигателя при этом определяется по формуле, аналогичной формуле для эквивалентного момента $M_{\text{эк}}$:

$$P_{\text{эк}} = \sqrt{\frac{P_{\text{пуск}}^2 t_{\text{пуск}} + P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2 + \dots + P_{\tau}^2 t_{\tau}}{K_1 (t_{\text{пуск}} + t_{\tau}) + t_1 + t_2 + \dots + K_2 t_2}}$$

Без учета влияния пуска, торможения и работы без нагрузки формула соответственно упрощается. По расчетной величине эквивалентной мощности по каталогу выбирают электродвигатель исходя из условия: $P_{\text{ном}} \geq P_{\text{эк}}$.

Электродвигатель проверяется также на перегрузочную способность и по пусковому моменту $M_{\text{пуск}}$ в соответствии с приведенными выше формулами. При кратковременном режиме за время работы температура электродвигателя не успевает достигнуть установившегося значения, а время паузы достаточно велико, так что за это время электродвигатель успевает охладиться до температуры окружающей среды (рис. 14.1.1, б). Промышленность изготавливает электродвигатели для кратковременного режима работы стандартной длительности 15, 30 и 60 мин. При кратковременном режиме работы с постоянной неизменной одноступенчатой нагрузочной диаграммой выбор мощности электродвигателя производится по значению мощности при кратковременном режиме работы и заданном времени работы в этом режиме по каталогу. При этом выбирают двигатель, одинаковой или ближайший большей мощности для заданного времени работы. При ступенчатом кратковременном графике нагрузки механизма определяют эквивалентные мощность, ток или момент нагрузки. Затем по соответствующему эквивалентному их значению для заданной номинальной частоты вращения и длительности работы электродвигателя по каталогу выбирают мощность электродвигателя. При этом во всех случаях должно удовлетворяться условие: $P_{\text{эк}} \leq P_{\text{ном}}$; $M_{\text{эк}} \leq M_{\text{ном}}$; $I_{\text{эк}} \leq I_{\text{ном}}$. Повторно-кратковременный режим характеризуется чередованием рабочего периода и периодов пауз (рис. 14.1.1, в). При этом режиме работы за время t_p работы электродвигатель не успевает нагреться до установившейся температуры, а за время t_0 паузы не успевает охладиться до температуры окружающей среды.

Повторно-кратковременный режим работы характеризуется относительной продолжительностью включения: $\text{ПВ} \% = \frac{t_p}{T_{\text{ц}}} = \frac{t_p}{t_p + t_0} 100\%$, где $T_{\text{ц}} = (t_p + t_0)$ — длительность цикла.

Для использования в повторно-кратковременном режиме работы промышленностью изготавливаются специальные электродвигатели на нормированные продолжительности включения $\text{ПВ}_{\text{ном}} \%$: 15, 25, 40, 60 и 100%. При этом время цикла $T_{\text{ц}}$ в повторно-кратковременном режиме работы двигателя не должно превышать 10 мин.

Выбор мощности электродвигателя при заданной нагрузочной диаграмме может быть произведен по методам эквивалентного тока, момента или мощности. При этом, если фактическая продолжительность включения $\text{ПВ} \%$ при заданном графике нагрузки отличается от нормированной продолжительности включения $\text{ПВ}_{\text{ном}} \%$ электродвигателя, то фактический эквивалентный ток $I_{\text{эк}}$, эквивалентный момент $M_{\text{эк}}$ или эквивалентную мощность $P_{\text{эк}}$

пересчитывают на ближайшую большую или меньшую нормированную продолжительность включения $PВ_{ном}\%$ по соответствующим формулам

$$I'_{эк} = I_{эк} \sqrt{\frac{PВ\%}{PВ_{ном}\%}}; \quad M'_{эк} = M_{эк} \sqrt{\frac{PВ\%}{PВ_{ном}\%}}; \quad P'_{эк} = P_{эк} \sqrt{\frac{PВ\%}{PВ_{ном}\%}},$$

где $I'_{эк}$, $M'_{эк}$, $P'_{эк}$ — соответственно эквивалентный ток, эквивалентный момент, эквивалентная мощность при данном графике нагрузки, пересчитанные на $PВ_{ном}\%$. По этим значениям определяется, как указано выше, мощность электродвигателя производственного механизма. При этом также должны выполняться условия: $I'_{эк} \leq I_{ном}$, $M'_{эк} \leq M_{ном}$, $P'_{эк} \leq P_{ном}$, где $I_{ном}$, $M_{ном}$, $P_{ном}$ — соответственно номинальный ток, номинальный момент и номинальная мощность электродвигателя по каталогу при данной нормированной продолжительности включения $PВ_{ном}\%$.

Литература. [1] § 12.1—12.4; [2] § 16.1—16.5; [3] § 17.1—17.7.

Примеры решения задач

14.1. Определить приведенный момент инерции $J_{пр}$ подъемного механизма (рис. 14.1), если известны следующие данные: частота вращения вала электродвигателя $\Omega = 75,36 \text{ с}^{-1}$, масса поступательно движущихся частей $G_n = 98 \text{ 000 кг}$, передаточное число редуктора: первой ступени $i_1 = 8$, второй ступени $i_2 = 8,7$, диаметр барабана $d = 0,5 \text{ м}$, момент инерции ротора электродвигателя $J_d = 0,668 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, момент инерции муфты и тормозного шкива $J_m = 0,225 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, КПД передач $\eta_{пер} = 0,95$.

Решение. Момент инерции электродвигателя и частей механизма, находящихся в нем на одном валу: $J = J_d + J_m + J_{ред} = 0,668 + 0,225 + 0,2 \cdot 0,668 = 1,08 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ (момент инерции редуктора принят равным $J_{ред} = 0,2J_d$).

Частота вращения вала электродвигателя: $n = 30\Omega/\pi = (30 \cdot 75,36)/3,14 = 720 \text{ об/мин}$.

Линейная скорость поступательно движущихся частей: $v = \frac{\pi d n}{i} = \frac{3,14 \cdot 0,5 \cdot 720}{70} = 11,3 \text{ м/мин} = 0,188 \text{ м/с}$, где $i = i_1 i_2 = 8 \cdot 8,7 = 70$ — передаточное число редуктора.

Приведенный к валу электродвигателя момент инерции

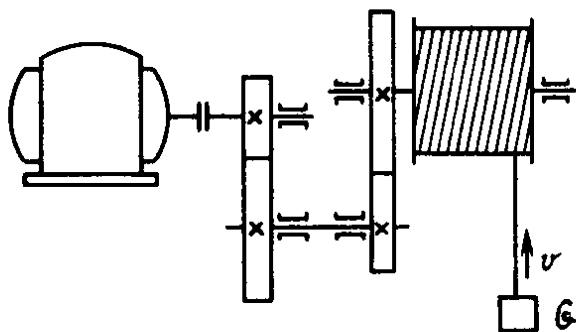


Рис. 14.1

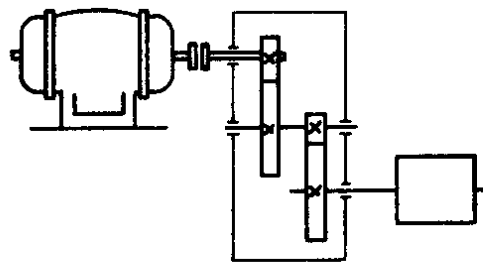


Рис. 14.2

подъемного механизма с учетом поступательно движущихся частей: $J_{пр} = J + \frac{9,3G_n v^2}{n^2 \eta_{пер}} = 1,08 + \frac{9,3 \cdot 98000 \cdot 0,188^2}{720^2 \cdot 0,95} = 1,08 + 0,068 = 1,15 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

14.2. Определить номинальную угловую частоту вращения $\Omega_{ном}$, время пуска $t_{пуск}$ и торможения t_t электродвигателя (рис. 14.2). Приведенный к валу электродвигателя момент инерции системы $J_{пр} = 2,59 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, момент статического сопротивления $M_{ст} = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$, номинальная мощность трехфазного асинхронного короткозамкнутого электродвигателя $P_{2ном} = 7,5 \text{ кВт}$, номинальная частота вращения $n_{2ном} = 980 \text{ об/мин}$.

Решение. Номинальная угловая частота вращения электродвигателя: $\Omega_{2ном} = \frac{\pi n_{2ном}}{30} = \frac{3,14 \cdot 980}{30} = 102,5 \text{ с}^{-1}$.

Номинальный момент нагрузки на валу электродвигателя: $M_{ном} = 9550 P_{2ном} / n_{2ном} = 9550 \frac{7,5}{980} = 72,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Среднее значение момента на валу электродвигателя в период пуска: $M_{ср пуск} = \alpha M_{ном} = 1,5 \cdot 72,8 = 109 \text{ Н} \cdot \text{м}$, где α — коэффициент, характеризующий изменение момента при пуске электродвигателя (принимается $\alpha = 1,5$).

Время пуска (разгона) электродвигателя до номинальной частоты вращения $n_{ном}$: $t_{пуск} = \frac{J_{пр} \Omega_{2ном}}{M_{ср пуск} - M_{ст}} = \frac{2,59 \cdot 102,5}{109 - 10} = 2,68 \text{ с}$
или $t_{пуск} = \frac{J_{пр} n_{2ном}}{9,55(M_{ср пуск} - M_{ст})} = \frac{2,59 \cdot 980}{9,55 \cdot (109 - 10)} = 2,68 \text{ с}$.

Среднее значение тормозного момента: $M_t = \alpha M_{ном} = 1,5 \times 72,8 = 109 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Время торможения электродвигателя от номинальной частоты вращения $n_{2ном}$ до полной остановки (при отключении от питающей сети):

$$t_t = \frac{J_{пр} n_{2ном}}{9,55(M_{ср т} - M_{ст})} = \frac{2,59 \cdot 980}{9,55(109 + 10)} = 2,2 \text{ с}$$

14.3. Определить расчетную мощность P_p и выбрать по каталогу трехфазный асинхронный короткозамкнутый электродвигатель общепромышленного назначения защищенного исполнения для привода вентилятора подачей $Q = 9000 \text{ м}^3/\text{ч}$ при давлении $H = 981 \text{ Па}$. КПД вентилятора $\eta_v = 0,35$, частота вращения вентилятора $n_v = 1450 \text{ об/мин}$.

Решение. Расчетная мощность приводного электродвигателя вентилятора: $P_p = \frac{QH}{\eta_v \eta_{пер}} 10^{-3} = \frac{9000/3600 \cdot 981}{0,35 \cdot 1} 10^{-3} = 6,94 \text{ кВт}$, где H — давление (напор), Па ($1 \text{ мм вод. ст.} = 9,81 \text{ Н/м}^2 = 9,81 \text{ Па}$); $\eta_{пер}$ — КПД передачи от двигателя к вентилятору (принимается $\eta_{пер} = 1$).

Исходя из расчетного значения мощности $P_p = 6,94 \text{ кВт}$, по каталогу выбирают ближайший больший по мощности трехфазный асинхронный короткозамкнутый электродвигатель с номи-

нальной частотой вращения, соответствующей частоте вращения вентилятора. В данном случае этому соответствует асинхронный короткозамкнутый электродвигатель типа 4А132S4 с номинальными данными: $P_{2\text{ном}}=7,5$ кВт, $n_1=1500$ об/мин, $\eta_{\text{ном}}=0,87$, $\cos \varphi_{1\text{ном}}=0,86$, $U_{1\text{ном}}=380$ В.

Выбранный электродвигатель проверять по нагреву и на перегрузочную способность не требуется, так как он рассчитан на соответствующую номинальную мощность для продолжительного режима работы и нагрев его находится в пределах допустимого с учетом полного использования заложенных в него активных материалов при номинальной мощности. Нет необходимости проверять электродвигатель и по пусковому моменту, поскольку вентиляторы (так же как и центробежные насосы) характеризуются весьма незначительным моментом трения в момент трогания. Так как режим работы вентиляторов связан с незначительным изменением нагрузки, то выбранный электродвигатель на перегрузочную способность по максимальному моменту также не проверяется.

14.4. Определить расчетную мощность P_p и выбрать по каталогу трехфазный асинхронный короткозамкнутый электродвигатель центробежного насоса, предназначенного для перекачки воды с подачей $Q=1000$ м³/ч. Частота вращения при непосредственном сочленении насоса с электродвигателем $n_1=1500$ об/мин, КПД насоса $\eta_{\text{ном}}=0,72$, напор насоса $H=12$ м.

Решение. Расчетная мощность электродвигателя насоса: $P_p = \frac{\gamma Q H}{\eta_{\text{ном}} \eta_{\text{пер}}} 10^{-3} = \frac{9810(1000/3600)12}{0,72 \cdot 1} = 48,6$ кВт, где γ — плотность воды ($\gamma = 1000$ кг/м³ = 9810 Н/м³); $\eta_{\text{пер}}$ — КПД передачи от электродвигателя к насосу ($\eta_{\text{пер}} = 1$).

Исходя из расчетного значения мощности $P_p = 48,6$ кВт, выбираем по каталогу ближайший больший по мощности, соответствующий частоте вращения $n_{\text{ном}}$ насоса, трехфазный асинхронный электродвигатель типа 4А225М4 с номинальными данными:

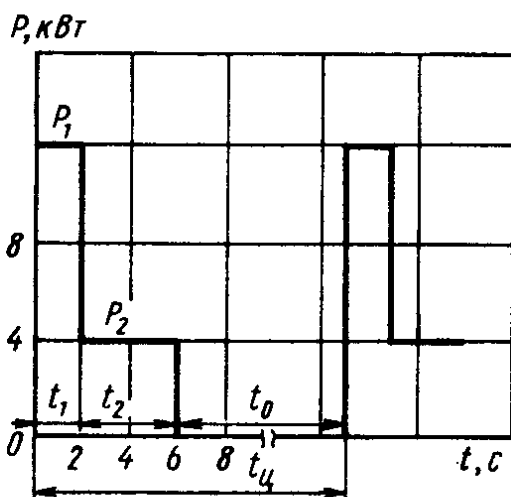


Рис. 14.5

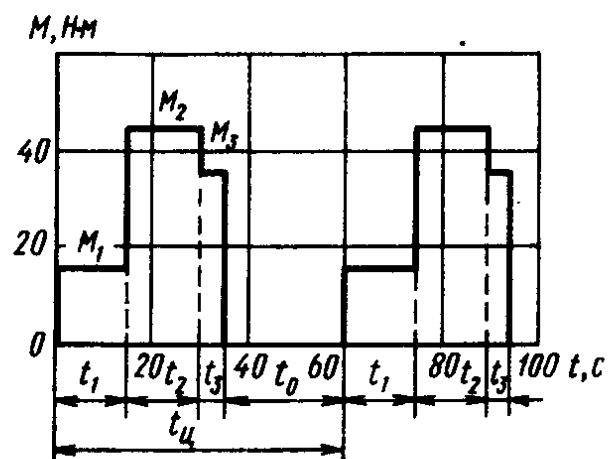


Рис. 14.6

$P_{2ном} = 55$ кВт; $n_{2ном} = 1450$ об/мин; $\eta_{ном} = 0,92$; $\cos \varphi_{1ном} = 0,9$; $U_{1ном} = 380$ В.

14.5. Определить расчетную мощность P_p и выбрать по каталогу трехфазный асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором с числом пар полюсов $p = 3$ для привода механизма, график нагрузки которого представлен на рис. 14.5. Ухудшения условий охлаждения в период пауз при расчете не учитывать.

Решение. Синхронная частота вращения электродвигателя: $n_1 = 60f/p = \frac{60 \cdot 50}{3} = 1000$ об/мин.

Продолжительность включения электродвигателя: $ПВ \% = \frac{t_p \cdot 100\%}{t_u} = \frac{t_p \cdot 100\%}{t_p + t_0} = \frac{(t_1 + t_2) \cdot 100\%}{t_1 + t_2 + t_0} = \frac{(2 + 4) \cdot 100\%}{2 + 4 + 10} = 37,4 \%$, где t_p — время работы механизма ($t_p = t_1 + t_2$), с; t_u — время цикла работы механизма ($t_u = t_p + t_0$), с; t_0 — время паузы, с.

Эквивалентная мощность электродвигателя за время одного цикла: $P_{эк} = \sqrt{\frac{P_1^2 t_1 + P_2^2 t_2}{t_1 + t_2}} = \sqrt{\frac{12^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 4}{2 + 4}} = \sqrt{\frac{352}{6}} = 7,65$ кВт.

Расчетная мощность электродвигателя при ближайшем к расчетному каталожному значению $ПВ_{ном} \% = 40 \%$: $P_{40} = P_{эк} \sqrt{ПВ \% / ПВ_{ном} \%} = 7,65 \sqrt{37,4 / 40} = 7,4$ кВт.

По данным расчетов выбираем по каталогу ближайший больший по мощности, соответствующий частоте вращения n_1 электродвигатель типа МТКФ311-6, с номинальными данными: $P_{2ном} = 11$ кВт; $n_{2ном} = 910$ об/мин; $ПВ_{ном} \% = 40\%$; $U_{1ном} = 380$ В.

14.6. Определить расчетную мощность P_p и выбрать по каталогу трехфазный асинхронный короткозамкнутый электродвигатель для привода механизма с циклическим графиком момента нагрузки, приведенным к валу двигателя (рис. 14.6). Произвести проверку электродвигателя на перегрузочную способность. Частота вращения исполнительного механизма $n_m = 930$ об/мин.

Решение. Эквивалентный момент нагрузки на валу: $M_{эк} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + M_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3}} = \sqrt{\frac{15^2 \cdot 15 + 45^2 \cdot 15 + 35^2 \cdot 6}{15 + 15 + 6}} = 34,2$ Н·м.

Продолжительность включения согласно графику (рис. 14.6): $ПВ \% = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{t_u} \cdot 100 \% = \frac{15 + 15 + 6}{60} \cdot 100 \% = \frac{36}{60} \cdot 100 \% = 60 \%$.

Расчетная мощность при $ПВ_{ном} \% = 60\%$: $P_p = M n_m / 9550 = (34,2 \cdot 930) / 9550 = 3,32$ кВт.

По данным расчета выбираем по каталогу для нормированной продолжительности включения $ПВ_{ном} \% = 60\%$ краново-металлургический электродвигатель типа МТКФ111-6 с номинальными данными: $P_{2ном} = 3,5$ кВт; $n_{2ном} = 885$ об/мин; $M_{max} = 106$ Н·м.

Номинальный момент электродвигателя: $M_{ном} = 9550 P_{ном} / n_{2ном} = 9550 \cdot 3,5 / 885 = 37,77$ Н·м.

Проверку выбранного электродвигателя на перегрузочную способность производят исходя из обеспечения: $M_{наиб} < K_v M_{max}$,

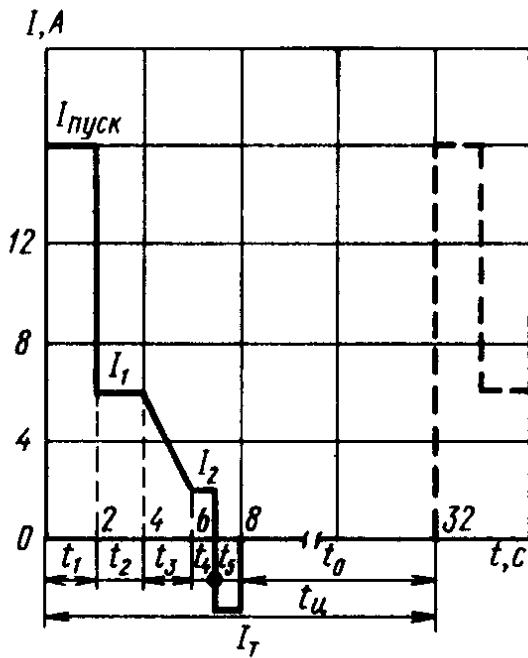


Рис. 14.7

для привода механизма, работающего по графику рис. 14.7. Электродвигатель имеет следующие номинальные данные: $P_{2\text{ном}} = 5 \text{ кВт}$; $\eta_{\text{ном}} = 75\%$; $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,7$; $\text{ПВ}_{\text{ном}} = 40\%$; $n_{2\text{ном}} = 930 \text{ об/мин}$; $U_{1\text{ном}} = 380 \text{ В}$.

Решение. Эквивалентный ток за время работы одного цикла:

$$I_{\text{эк}} = \sqrt{\frac{I_{\text{пуск}}^2 t_1 + I_1^2 t_2 + \frac{I_1^2 + I_1 I_2 + I_2^2}{3} t_3 + I_2^2 t_4 + I_{\text{т}}^2 t_5}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}} =$$

$$= \sqrt{\frac{16^2 \cdot 2 + 6^2 \cdot 2 + \frac{6^2 + 6 \cdot 2 + 2^2}{3} \cdot 2 + 2^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 1}{2 + 2 + 2 + 1 + 1}} =$$

$$= \sqrt{\frac{635,6}{8}} = 8,9 \text{ А.}$$

Продолжительность включения электродвигателя с учетом поправок на ухудшение условий охлаждения в период пуска, торможения и паузы

$$\text{ПВ} \% = \frac{t_p}{t_p + t_0} 100 \% = \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5) 100\%}{K_1(t_1 + t_5) + t_2 + t_3 + t_4 + K_2 t_0} =$$

$$= \frac{(2 + 2 + 2 + 1 + 1) 100 \%}{0,75(2 + 1) + 2 + 2 + 1 + 0,5 \cdot 24} = \frac{8 \cdot 100 \%}{19,25} = 40 \%,$$

где t_u — время цикла ($t_u = t_p + t_0$) $K_1 = 0,75$; $K_2 = 0,5$.

Номинальный ток электродвигателя

$$I_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}} \cdot 10^3}{\sqrt{3} U_{1\text{ном}} \eta_{\text{ном}} \cos \varphi_{1\text{ном}}} = \frac{5 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,75 \cdot 0,7} = 14,48 \text{ А.}$$

где $M_{\text{наиб}}$ — наибольший момент нагрузки на графике (рис. 14.6) ($M_{\text{наиб}} = M_2 = 45 \text{ Н} \cdot \text{м}$); K_v — коэффициент, учитывающий возможное снижение питающего напряжения (принимается равным $K_v = 0,9$).

Таким образом, $M_{\text{наиб}} = 45 < K_v M_{\text{мах}} = 0,9 \cdot 106 = 95,4 \text{ Н} \cdot \text{м}$, т. е. в данном случае условие по обеспечению требуемой перегрузочной способности электродвигателя выполняется.

14.7. Проверить пригодность краново-металлургического асинхронного трехфазного электродвигателя типа МТФ112-6 с фазным ротором, предназначенного

Так как $I_{1\text{ном}} > I_{\text{эк}}$ при $\text{ПВ}_{\text{ном}} = 40\%$, то электродвигатель проходит по нагреву и пригоден для привода механизма, работающего в данных условиях.

Задачи

14.8. Определить расчетную мощность P_p электродвигателя общепромышленного применения защищенного исполнения, предназначенного для привода вентилятора подачей $Q = 9000 \text{ м}^3/\text{ч}$ при давлении $H = 490 \text{ Па}$. КПД вентилятора $\eta_v = 0,35$, частота вращения $n_v = 980 \text{ об/мин}$. Ответ. $P_p = 3,47 \text{ кВт}$.

14.9. Определить расчетную мощность P_p и выбрать по каталогу трехфазный асинхронный короткозамкнутый электродвигатель общепромышленного применения защищенного исполнения для насоса. Подача насоса $Q = 500 \text{ м}^3/\text{ч}$, напор $H = 8 \text{ м}$, частота вращения при непосредственном сочленении с двигателем $n_{2\text{ном}} = 730 \text{ об/мин}$; КПД насоса $\eta_{\text{ном}} = 0,72$. Ответ. $P_p = 16,2 \text{ кВт}$, электродвигатель типа 4А200М8; $P_{2\text{ном}} = 18,5 \text{ кВт}$; $n_1 = 750 \text{ об/мин}$; $U_{1\text{ном}} = 380 \text{ В}$.

14.10. Для привода центробежного насоса с номинальными значениями подачи $Q_{\text{ном}}$ и напора $H_{\text{ном}}$ принят трехфазный асинхронный короткозамкнутый электродвигатель с номинальными мощностью $P_{2\text{ном}} = 350 \text{ кВт}$ и частотой вращения $n_{2\text{ном}} = 1450 \text{ об/мин}$.

Определить подачу Q и напор насоса H , а также расчетную мощность P_p электродвигателя при уменьшении частоты вращения насоса вдвое. Ответ. $Q = \frac{Q_{\text{ном}}}{2}$; $H = \frac{H_{\text{ном}}}{4}$; $P_p = 43,75 \text{ кВт}$.

14.11. Определить расчетную эквивалентную мощность $P_{\text{эк}}$ и выбрать по каталогу трехфазный асинхронный короткозамкнутый электродвигатель, приводящий в движение рабочий механизм через редуктор, передаточное число которого $i = 10:1$, КПД редуктора $\eta_p = 0,9$. График нагрузки на валу электродвигателя задан (табл. 14.1), частота вращения рабочего вала механизма $n_m = 100 \text{ об/мин}$.

Ответ. $P_{\text{эк}} = 2,75 \text{ кВт}$; $P_{\text{ном}} = 4 \text{ кВт}$; $n_1 = 1000 \text{ об/мин}$; $U_{1\text{ном}} = 380 \text{ В}$. Электродвигатель типа 4А112МВ6.

14.12. Определить соответствие краново-металлургического трехфазного асинхронного короткозамкнутого электродвигателя

Таблица 14.1

P_1 , кВт	P_2 , кВт	P_3 , кВт	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с
2	3,5	1,5	15	15	15

типа МТФ 411-6 с номинальными данными: $P_{2\text{ном}} = 22 \text{ кВт}$;

Величины	Варианты контрольного задания 14.13														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$M_1, H \cdot M$	10	10	10	10	10	15	15	15	15	15	15	20	20	20	20
$M_2, H \cdot M$	50	45	40	35	30	50	50	50	50	50	55	55	55	55	55
$M_3, H \cdot M$	30	35	40	45	50	25	20	35	35	40	40	45	40	35	40
t_1, c	10	15	15	15	15	15	15	15	15	15	5	5	10	10	15
t_2, c	15	15	15	15	15	10	10	10	10	10	10	10	15	15	15
t_3, c	5	10	10	10	10	5	5	5	5	5	15	20	15	20	25
t_0, c	10	15	15	15	15	20	20	20	20	25	15	15	20	20	25
$n_{2\text{ном}} \text{ об/мин}$	735	935	735	935	735	935	735	935	735	935	735	935	735	935	735
K_U	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9

Продолжение табл. 14.2

Величины	Варианты контрольного задания 14.13														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$M_1, H \cdot M$	25	25	25	35	35	35	35	40	40	40	45	55	65	65	65
$M_2, H \cdot M$	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
$M_3, H \cdot M$	10	10	15	15	15	20	20	20	25	25	5	5	10	10	15
t_1, c	10	10	10	10	10	15	20	15	20	15	20	20	20	20	20
t_2, c	5	5	5	5	5	10	15	10	15	10	5	5	5	5	5
t_3, c	15	15	15	15	15	20	15	20	15	20	25	25	25	25	25
t_0, c	20	15	10	20	15	15	20	15	20	15	20	25	20	25	20
$n_{2\text{ном}} \text{ об/мин}$	935	735	935	735	935	735	935	735	935	735	935	735	975	735	935
K_U	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95	0,9	0,95

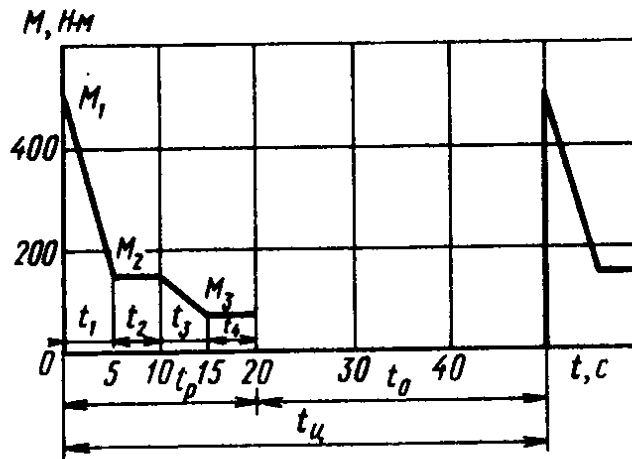


Рис. 14.12

$n_{2ном} = 965$ об/мин; $ПВ_{ном} = 40\%$; $M_{max} = 650$ Н·м механизму, работающему в повторно-кратковременном режиме работы по графику нагрузки рис. 14.12. Диаграмма дана без учета махового момента инерции J электродвигателя. Коэффициент K_U , учитывающий возможное снижение напряжения, принят равным 0,9.

Ответ. $M_{наиб} = 500$ Н·м $< 0,9M_{max} = 0,9 \cdot 650 = 585$ Н·м. Электродвигатель удовлетворяет условию нагрева и перегрузочной способности.

Контрольное задание

14.13. Краново-металлургические трехфазные асинхронные электродвигатели типа МТКФ и МТКН используются для привода механизма с циклическим графиком момента нагрузки, приведенным к его валу. Используя данные, приведенные в табл. 14.2 для соответствующего варианта задания, определить расчетную мощность P_p и выбрать по каталогу по условиям нагрева электродвигатель и произвести проверку его на перегрузочную способность. В табл. 14.2: M_1, M_2, M_3 — моменты нагрузки на валу двигателя, соответствующие участкам нагрузочного графика; t_1, t_2, t_3 — время работы двигателя с заданными моментами нагрузки; t_0 — время паузы (интервалы между циклами работы); n — частота вращения двигателя; K_U — коэффициент, учитывающий возможное снижение напряжения питающей сети.

Дополнительное задание. Определить энергию $W_{п.}$ потребляемую двигателем из питающей сети за время цикла работы.

§ 15.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИИ И ОПЛАТЕ ЗА ПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИЕЙ

Электрическая энергия от электрических станций с помощью линий электропередачи (ЛЭП) передается потребителям электроэнергии. Синхронные генераторы на электростанциях генерируют электроэнергию переменного тока промышленной частоты $f = 50$ Гц при генераторном напряжении $U_{1\text{ном}} = 6 \dots 10$ кВ. Для уменьшения токов $I_{\text{л}}$ в ЛЭП, а следовательно, потерь мощности в линиях электропередачи $P_{\text{э}} = 3I_{\text{л}}^2 R_{\text{л}}$, где $R_{\text{л}}$ — сопротивление линейного провода, применяют повышенное напряжение путем использования повышающих трансформаторов; при этом электрическая энергия передается при минимальных потерях мощности. Так как КПД мощных силовых трансформаторов достаточно высок ($\eta_{\text{ном}} \% = 95 - 99 \%$), полная мощность первичной обмотки трансформатора может быть принята практически равной полной мощности вторичной его обмотки, т. е. $S_1 = U_1 I_1 = U_2 I_2 = S_2$, где U_1 и U_2 — напряжения и токи I_1 и I_2 соответственно первичной и вторичной обмоток трансформатора. С помощью повышающих трансформаторов на повысительной подстанции, расположенной вблизи электростанции, генераторное напряжение $6 \dots 10$ кВ повышают до значений 110, 220, 400, 500, 750 и 1150 кВ. При этом токи в линии электропередачи и ее сечение резко уменьшаются. Далее электрическая энергия при указанном высоком напряжении подается на районную понизительную подстанцию (РПС), которая обычно присоединяется к кольцевой районной сети. На распределительных подстанциях высокое напряжение понижается до значений 35, 10 и 6 кВ, а на центральном распределительном пункте (ЦРП) производственного предприятия это напряжение понижается до значений 380/220 или 660 В, соответствующих номинальному напряжению потребителей электроэнергии.

В процессе проектирования системы электроснабжения предприятий приходится определять электрические нагрузки и рассчитывать электрические сети, предназначенные для передачи и распределения электрической энергии между ее потребителями. При этом используется метод установленной мощности и коэффициента спроса. Коэффициент спроса $K_{\text{с}}$ является статистической величиной, он определяется на основании опыта эксплуатации одноименных приемников и дается в справочных источниках.

Этот метод является приближенным, так как значение K_c не постоянно и меняется, например, с изменением числа однородных потребителей электроэнергии группы. Кроме этого метода определения электрических нагрузок имеются и другие методы, например метод упорядоченных диаграмм или показателей графиков нагрузок, удельного расхода электроэнергии на единицу площади и др.

К сетям внутреннего электроснабжения относятся сети, размещенные внутри помещения или на территории объектов с номинальным напряжением до 1000 В. При этом наиболее распространена четырехпроводная трехфазная система напряжений 380/220 и 660/380 В. Расчет электрических сетей обычно выполняется по условиям допустимого нагрева проводов и кабелей и условиям допустимой потери напряжения. Потерю напряжения в электрических сетях постоянного тока рассчитывают по формулам:

$$\Delta U \% = \frac{200Il}{\gamma s_{\text{пр}} U_{\text{ном}}} \text{ или } \Delta U \% = \frac{200P_p l}{\gamma s_{\text{пр}} U_{\text{ном}}^2}, \text{ где } P_p \text{ — расчетная}$$

мощность потребителя электроэнергии, Вт; $U_{\text{ном}}$ — номинальное напряжение потребителя электрической энергии, В; I — расчетный ток нагрузки, А; l — длина линии, м; γ — удельная проводимость проводов или кабелей, м/Ом·мм²; $s_{\text{пр}}$ — сечение проводов или жил кабелей, мм².

Потерю напряжения в трехфазных электрических цепях определяют исходя из выражения

$$\Delta U \% = \frac{\sqrt{3} I_{\text{л}} l}{U_{\text{л ном}}} (R_0 \cos \varphi + X_0 \sin \varphi) 100 \%, \text{ где } U_{\text{л ном}} \text{ — номи-}$$

нальное линейное выражение, В; $I_{\text{л}}$ — линейный ток, А; R_0 , X_0 — активное и индуктивное сопротивления километра провода, Ом/км; $\cos \varphi$ — коэффициент мощности потребителя электроэнергии и соответствующий ему $\sin \varphi$.

Сечения проводов, полученные в результате расчетов на нагрев, механическую прочность и допустимую потерю напряжения в линии электропередачи сравнивают с табличными (каталожными) данными и выбирают их ближайшее большее значение.

Элементы электрических сетей и потребители электроэнергии защищаются от короткого замыкания с помощью плавких предохранителей и автоматов с максимальной защитой. Электрическая энергия, отпускаемая энергоснабжающей организацией потребителю электроэнергии, оплачивается потребителем в соответствии с действующими одноставочным и двухставочным тарифами на оплату.

Потребители электрической энергии преобразуют активную мощность в другие виды энергии и при этом периодически обмениваются с источником энергии реактивной мощностью, необходимой для нормальной работы отдельных звеньев цепи передачи электрической энергии (трансформаторов, реакторов,

электродвигателей и т. д.), которая затрачивается на создание переменных электромагнитных полей. Наличие реактивных токов потребителей электрической энергии вызывает дополнительные электрические потери мощности в проводах питающей сети, которые растут обратно пропорционально квадрату косинуса угла сдвига фаз ($\cos\varphi$):

$$P_3 = 3I_n^2 R_n = \frac{S^2 R_n}{U_n^2} = \frac{P^2 R_n}{U_n^2 \cos^2 \varphi},$$

где I_n — ток нагрузки; P , S — активная и полная мощности потребителя; U_n — линейное напряжение питающей сети; φ — угол сдвига фаз между напряжением и током.

Коэффициент мощности, являясь важным экономическим показателем, характеризующим качество использования электроэнергии, показывает, какую часть потребляемой полной мощности составляет активная мощность. Контроль качества электроэнергии, потребляемой предприятием, осуществляется энергоснабжающей организацией. В связи с этим значение коэффициента мощности не нормируется, а нормируется количество реактивной энергии, которое предприятие получает от энергосистемы. С учетом этого энергоснабжающая организация нормирует экономически обоснованную наибольшую величину реактивной мощности, которую предприятие может получить в период работы энергосистемы в режиме наибольшей ее активной нагрузки, определенную по техническим условиям, и наименьшую величину реактивной мощности, которая может быть передана энергоснабжающей системе в период ее наименьших активных нагрузок. В связи с этим на производственных предприятиях осуществляются мероприятия по компенсации реактивной мощности с использованием соответствующих компенсирующих устройств.

К таким мероприятиям относится применение статических конденсаторов, синхронных компенсаторов и синхронизированных асинхронных электродвигателей. Выбор параметров и режима работы компенсирующих устройств осуществляется с учетом обеспечения наибольшей экономичности, критерием которой является минимум приведенных затрат, при соблюдении всех технических ограничений.

При использовании на предприятиях для компенсации реактивной мощности косинусных конденсаторов необходимую реактивную мощность определяют исходя из выражения: $Q_k = Q_m - Q_3 = P_m \operatorname{tg} \varphi_m - P_m \operatorname{tg} \varphi_3 = P_m (\operatorname{tg} \varphi_m - \operatorname{tg} \varphi_3)$, где Q_m — фактическая реактивная мощность потребителя в часы максимума активной нагрузки энергосистемы, квар; Q_3 — оптимальная реактивная мощность потребителя электроэнергии, заданная энергоснабжающей организацией, в часы максимума активной нагрузки энергосистемы, квар; P_m — заявленная потребителем активная мощность в часы максимума активной нагрузки энергосистемы (активная мощность, зафиксированная в приложении к

договору на пользование электроэнергией), кВт; $\operatorname{tg} \varphi_m$, $\operatorname{tg} \varphi_z$ — фактический и оптимальный (заданный энергосистемой) «тангенс фи» в часы максимума нагрузки энергосистемы.

Электрическую емкость трехфазной батареи конденсаторов при соединении конденсаторов «звездой» и «треугольником» определяют соответственно по формулам

$$C_{\Delta} = \frac{3 \cdot 10^3 Q_k}{2\pi f U_{\Delta}^2} \text{ и } C_{\text{зв}} = \frac{10^3 Q_k}{2\pi f U_{\Delta}^2}, \text{ мкФ,}$$

где $f = 50$ Гц — частота питающей сети; U_{Δ} — линейное напряжение, кВ; Q_k — реактивная мощность конденсаторов, квар.

Наиболее часто косинусные конденсаторы соединяются в батарею «треугольником», так как при этом емкость ее оказывается в 3 раза меньшей, чем при соединении «звездой».

Различают централизованную, групповую, индивидуальную и смешанную схемы компенсации реактивной мощности. Выбор схемы компенсации осуществляется в результате технико-экономических сравнений схем, которые в принципе могли бы быть приняты к использованию на данном предприятии.

Расчеты по оплате за пользование энергией потребители электроэнергии осуществляют по одноставочному и двухставочному тарифам. Одноставочный тариф включает в себя только плату за 1 кВт·ч отпущенной потребителю активной электрической энергии, учтенной расчетным счетчиком. По этому тарифу оплачивают промышленные и приравненные к ним потребители электроэнергии с присоединенной мощностью до 750 кВт·А включительно. При расчетах за пользование электрической энергией применяются скидки и надбавки к тарифу на электроэнергию по результатам компенсации реактивной мощности в электроустановках. Скидка или надбавка к тарифу для потребителей электроэнергии с присоединенной мощностью до 750 кВт·А определяется по шкале (табл. 15.1) в зависимости от величины

коэффициента $K = \frac{Q_{\text{кф}}}{Q_{\text{кз}}} 100 \%$, где $Q_{\text{кф}}$ и $Q_{\text{кз}}$ — соответственно,

фактическая мощность установленного оборудования и заданная энергоснабжающей организацией мощность компенсирующего

Т а б л и ц а 15.1

При значении коэффициента K , %	Размер скидки (—) и надбавки (+) K_1 , %
130 и более	+50
От 110 до 130	+10
» 90 » 110	—5
» 70 » 90	0
» 50 » 70	+10
» 30 » 50	+30
До 30	+50

устройства, квар. Шкала скидок и надбавок к тарифу за отклонение мощности компенсирующего устройства для потребителей с присоединенной мощностью до 750 кВ·А представлена в табл. 15.1.

Стоимость электроэнергии при оплате по одноставочному тарифу включает размер основной оплаты за электроэнергию, потребляемую предприятием: $B_{01} = b_1 W_a$, руб., где b_1 — плата за 1 кВт·ч потребляемой электроэнергии (для одноставочного тарифа определяется по прейскурранту), руб.; W_a — активная энергия, потребляемая предприятием по счетчику, кВт·ч.

Размер скидки или надбавки к оплате за отклонение мощности компенсирующего устройства от заданной электроснабжающей организацией рассчитывают по формуле: $B_d = c W_a$

или $B_d = \pm \frac{K_1}{100} B_{01}$, руб, где $c = \pm b_1 \frac{K_1}{100}$ — размер надбавки

(+) или скидки (—) к тарифу на электрическую энергию за 1 кВт·ч, руб.

Общая стоимость оплаты за электроэнергию при работе по одноставочному тарифу рассчитывается по формуле: $B_1 = B_{01} \pm$

$$\pm B_d = b_1 W_a \pm \frac{K_1}{100} b_1 W_a = \frac{100 \pm K_1}{100} b_1 W_a, \text{ руб. По двухста-}$$

По двухставочному тарифу рассчитывают промышленные и приравненные к ним потребители электроэнергии с присоединенной мощностью выше 750 кВ·А. Двухставочный тариф учитывает годовую стоимость 1 кВт·ч заявленной (абонированной) потребителем электроэнергии максимальной мощности в период максимума нагрузки энергосистемы (основная или постоянная плата) и плату за 1 кВт·ч отпущенной потребителю активной электроэнергии (дополнительная или переменная плата).

Размер основной стоимости электроэнергии при оплате по двухставочному тарифу рассчитывают исходя из выражения:

$$B_{02} = d \left[(S + P_{\text{заяв}}) + \frac{P_{\text{уст}}}{\cos \varphi_{\text{ср}} \eta_{\text{ср}}} \right],$$

где S — заявленная присоединенная или наибольшая получасовая мощность, отпускаемая потребителям в часы суточного максимума активной нагрузки энергосистемы, кВ·А; $P_{\text{заяв}}$ — заявленная присоединенная активная мощность в часы «пик» нагрузки энергосистемы, кВт; $P_{\text{уст}}$ — установленная активная мощность потребителей, кВт; d — тарифная ставка за 1 кВ·А заявленной присоединенной мощности или за 1 кВт заявленной присоединенной мощности в часы «пик» нагрузки энергосистемы (плата на 1 кВт максимальной нагрузки), руб /год; $\cos \varphi_{\text{ср}}$ — средний коэффициент мощности; $\eta_{\text{ср}}$ — средний КПД потребителей.

Дополнительная плата за фактически израсходованную по

счетчику активную энергию рассчитывается по формуле: $B_{д2} = b_2 W_a$, руб., где b_2 — плата за 1 кВт·ч потребленной электроэнергии, руб. (для двухставочного тарифа определяется по прейскуранту); W_a — годовая отпущенная потребителю по счетчику активная электрическая энергия, кВт·ч. При оплате по двухставочному тарифу потребитель электроэнергии заинтересован более полно использовать установленную мощность трансформаторов, не завышать их мощность, выравнять потребление электроэнергии (график нагрузки). При расчете с промышленными и приравненными к ним потребителями электроэнергии для обеспечения заинтересованности предприятий в мероприятиях по компенсации реактивной мощности предусматривается поощрение в виде шкалы скидок, а за превышение заданной величины потребляемой реактивной мощности — надбавок к тарифу на электрическую энергию. Скидки и надбавки на электрическую энергию для потребителей с присоединенной мощностью выше 750 кВ·А включают надбавки за превышение расхода реактивной мощности электроустановки по сравнению с заданной энергоснабжающей организацией в часы максимальной

активной нагрузки энергосистемы: $H_1 = 30 \frac{Q_{\phi 1} - Q_{\text{э}1}}{P_{\phi}} \%$, где

$Q_{\phi 1}$ — фактическая реактивная мощность, расходуемая потребителем электроэнергии в часы максимума активных нагрузок энергосистемы, квар; $Q_{\text{э}1}$ — оптимальная реактивная мощность в часы максимума активной нагрузки энергосистемы, заданная энергоснабжающей организацией потребителю, квар; P_{ϕ} — фактическая максимальная активная мощность потребителя электроэнергии за расчетный период, кВт. В том случае, когда $Q_{\phi 1} \leq Q_{\text{э}1}$, $H_1 = 0$. Скидки или надбавки (%) к тарифу на электроэнергию за несоблюдение режима работы компенсирующего устройства, заданного энергоснабжающей организацией, оцениваются по отклонению фактически потребленной реактивной мощности от заданной в часы минимума активной нагрузки энергосистемы: $H_2 = 20 \frac{(Q_{\phi 2} - Q_{\text{э}2})}{P_{\phi}} -$

— 2, где $Q_{\phi 2}$ — фактическая реактивная мощность, расходуемая потребителем в часы минимума активной нагрузки энергосистемы, квар; $Q_{\text{э}2}$ — заданная энергоснабжающей организацией оптимальная реактивная мощность в часы минимума активной нагрузки энергосистемы, квар (реактивные мощности $Q_{\phi 2}$ и $Q_{\text{э}2}$ определяются энергоснабжающей организацией на каждый квартал текущего года).

Положительные значения H_2 означают надбавку, отрицательные — скидку (разность в скобках всегда принимается положительной независимо от ее знака). Суммарная величина оплаты за пользование электроэнергией при расчете по двухставочному тарифу: $B_2 = N_2 \pm C_2 = (B_{02} + B_{д2}) \pm H/100 \cdot (B_{02} + B_{д2})$ руб/год, где $N_2 = B_{02} + B_{д2}$ — величина оплаты за пользование электроэнергией без скидок и надбавок, руб/год; C_2 — скидка «—» или

«+» надбавка к тарифу за отклонение от установленных норм компенсации реактивной мощности, $C_2 = \pm H/100 \cdot N_2 = \pm H/100 \times \times (B_{02} + B_{л2})$, где H — скидка и надбавка к тарифу, %; или $B_2 =$

$$= \frac{100 \pm H}{100} (B_{02} + B_{л2}) = \frac{100 \pm H}{100} \{ d(S + P_{заяв}) + P_{уст}/\cos\varphi_{ср}\eta_{ср} +$$

$$+ b_2 W_a \cdot 100^{-8} \}, \text{ руб/год.}$$

Литература: [1] § 3.1—3.8; 12.7—12.9; [2] § 3.1—3.7; 17.7

Примеры решения задач

15.1. Электрооборудование цеха питается от трехфазной электрической сети с номинальным линейным напряжением $U_{1л ном} = 220 \text{ В}$. Суммарная номинальная расчетная мощность потребителей электроэнергии $P_{1 ном} = 40 \text{ кВт}$ при значении коэффициента мощности $\cos\varphi_{ном} = 0,8$. Определить сечение трехжильного кабеля, проложенного от цеховой подстанции до самого удаленного от подстанции потребителя. Длина кабеля $l = 25 \text{ м} = 0,025 \text{ км}$.

Решение. Расчетный ток кабеля $I_p = \frac{P_{1 ном}}{\sqrt{3} U_{1л ном} \cos\varphi_{1 ном}} =$

$$= \frac{40 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 0,8} = 132 \text{ А.}$$

Данному значению расчетного тока соответствует трехжильный кабель с алюминиевыми жилами, сечением $3 \times 70 \text{ мм}^2$, марки ААБГ 3×70 . При прокладке в закрытом помещении кабель допускает длительную нагрузку по току $I_{доп} = 155 \text{ А}$.

Проверка сечения кабеля по плотности тока производится исходя из условия: $I_{доп} > I_p$. В данном случае это условие удовлетворяется, так как $I_{доп} = 155 \text{ А} > I_p = 132 \text{ А}$.

Проверка кабеля по допустимой потере напряжения осуществляется по формуле: $\Delta U \% = \frac{\sqrt{3} \cdot 100 I_p l}{U_{1л ном}} (R_0 \cos\varphi_{ном} + X_0 \sin\varphi_{ном}) =$

$$= \frac{\sqrt{3} \cdot 100 \cdot 132 \cdot 0,025}{220} (0,5 \cdot 0,8 + 0,35 \cdot 0,6) = 1,61 \%, \text{ где } R_0 \text{ — актив-$$

ное сопротивление 1 км кабеля, Ом/км; X_0 — индуктивное сопротивление 1 км жилы кабеля, Ом/км. Для принятого сечения кабельных линий напряжение до 1000 В приближенно можно принять $R_0 = 0,5$; $X_0 = 0,350 \text{ Ом/км}$, потеря напряжения в кабеле $\Delta U \% = 1,61 \% < U_{доп} = 5 \%$, что допустимо.

15.2. Трехфазный асинхронный электродвигатель типа А62-6 имеет номинальные данные: $P_{2 ном} = 10 \text{ кВт}$; $U_{1л ном} = 380 \text{ В}$; $n_{2 ном} = 970 \text{ об/мин}$; $\eta_{ном} = 86,5 \%$; $\cos\varphi_{1 ном} = 0,82$; кратность пускового тока $K_I = 4,5$. Определить сечение $S_{пр}$ алюминиевых проводов

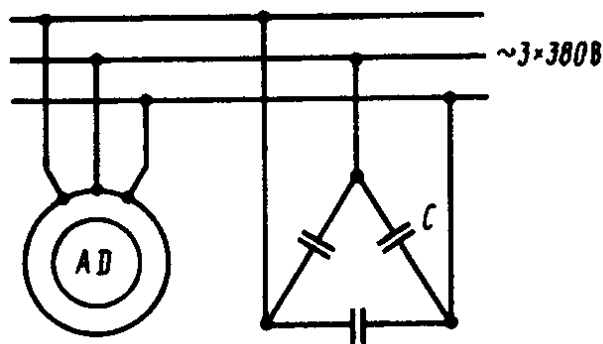


Рис. 15.3

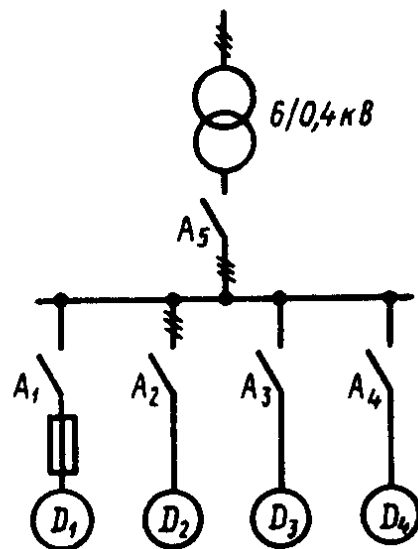


Рис. 15.4

марки АПР-500 при прокладке их в газовых трубах, выбрать предохранители с соответствующими плавкими вставками.

Решение. Номинальный ток электродвигателя: $I_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}} \cdot 10^3}{\sqrt{3} U_{1\text{л ном}} \cos \varphi_{1\text{ном}} \eta_{\text{ном}}} = \frac{10 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,82 \cdot 0,865} = 21,5 \text{ А.}$

Исходя из значения тока $I_{1\text{ном}} = 21,5 \text{ А}$, по соответствующей таблице находят стандартное сечение алюминиевого провода $S_{\text{пр}} = 4 \text{ мм}^2$, которому соответствует длительно допустимый расчетный ток $I_{\text{доп}} = 28 \text{ А}$.

Выбор плавких вставок предохранителей для защиты электродвигателей от токов короткого замыкания производят исходя из условия: $I_{\text{п вст}} \geq \frac{K I_{1\text{ном}}}{2,5} = \frac{4,5 \cdot 21,5}{2,5} = 39,7 \text{ А}$. Выбираем предохранитель типа ПР-2 на номинальный ток $I_{\text{ном}} = 60 \text{ А}$ с током плавкой вставки $I_{\text{п вст}} = 45 \text{ А}$. Проверку производят исходя из условия: $I_{\text{п вст}}/I_{\text{доп}} = 45/28 = 1,6 \leq 3$. Следовательно, плавкая вставка обеспечивает защиту установки от действия токов короткого замыкания.

15.3. В трехфазную трехпроводную питающую сеть с линейным напряжением $U_{1\text{л ном}} = 660 \text{ В}$ включен асинхронный электродвигатель с номинальными данными: $P_{2\text{ном}} = 110 \text{ кВт}$; $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,9$; $\eta_{\text{ном}} = 0,92$. Определить коэффициент мощности $\cos \varphi$ установки после подключения батареи конденсаторов с емкостью $C = 635 \text{ мкФ}$ в каждой фазе, соединенных треугольником (рис. 15.3), и линейный ток $I_{\text{л}}$ в питающей сети.

Решение. Активная мощность, потребляемая асинхронным электродвигателем при номинальной нагрузке: $P_{1\text{ном}} = P_{2\text{ном}}/\eta_{\text{ном}} = 110/0,92 = 119,56 \text{ кВт}$.

Реактивная мощность, потребляемая при этом двигателем: $Q_{1\text{ном}} = P_{1\text{ном}} \cdot \text{tg} \varphi_{1\text{ном}} = 119,56 \cdot 0,484 = 57,87 \text{ квар}$, где $\text{tg} \varphi_{1\text{ном}} = 0,484$, соответствующий номинальному значению $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,9$; угол $\varphi = 25^\circ 50'$.

Двигатель	Номинальная мощность $P_{2ном}$, кВт	Номинальный КПД $\eta_{ном}$, %	Номинальный коэффициент мощности $\cos \varphi_{1ном}$	Кратность пускового тока K_I	Номинальный ток $I_{1ном}$, А	Рабочий ток I_p , А	Пусковой ток $I_{пуск}$, А
D_1	10	86,5	0,82	4,5	21,5	20,4	97
D_2	28	90	0,88	5,5	54	5,13	297
D_3	40	90,5	0,89	6,0	76	72,1	456
D_4	55	91	0,89	6,0	103	98	618

Реактивное сопротивление конденсаторов: $X_C = 1/\omega C = 10^6/(314 \cdot 635) = 5$ Ом.

Полная мощность, потребляемая двигателем при номинальной нагрузке: $S_{1ном} = \sqrt{P_{1ном}^2 + Q_{1ном}^2} = \sqrt{119,56^2 + 57,87^2} = 121$ кВ·А.

Реактивная мощность конденсаторов: $Q_C = 3U^2/X_C = 3 \frac{660^2}{5} = 261,36$ квар.

Реактивная мощность, потребляемая установкой при включении конденсаторов: $Q = Q_C - Q_{1ном} = 261,36 - 57,87 = 203,49$ квар.

Полная мощность, потребляемая установкой при включении конденсаторов: $S = \sqrt{P_{1ном}^2 + Q^2} = \sqrt{119,56^2 + 203,49^2} = 236$ кВ·А.

Линейный ток, потребляемый установкой при включении конденсаторов: $I_L = S/\sqrt{3} U_L = \frac{236 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 660} = 206,7$ А.

Коэффициент мощности установки с конденсаторами $\cos \varphi = P_{1ном}/S = 119,56/236 = 0,59$ (опережающий).

15.4. Радиальная система распределения электроэнергии силовой питающей сети при номинальном напряжении $U_{1ном} = 380$ В (рис. 15.4) обеспечивает питание четырех асинхронных короткозамкнутых электродвигателей, номинальные данные которых приведены в табл. 15.2. Исходя из номинальных токов электродвигателей, выбрать автоматические выключатели и сечения $S_{пр}$ алюминиевых проводов для питания отдельных асинхронных электродвигателей; прокладка проводов осуществляется в газовых трубах в помещении нормального типа при температуре окружающей среды $t = 25$ °С.

Решение. Номинальный ток электродвигателя D_1 (табл. 15.2).

$$I_{1ном} = \frac{P_{2ном} \cdot 10^3}{\sqrt{3} U_{1ном} \eta_{ном} \cos \varphi_{1ном}} = \frac{10 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,865 \cdot 0,82} = 21,5 \text{ А.}$$

Рабочий ток электродвигателя: $I_p = K_3 I_{1ном} = 0,95 \cdot 21,5 = 20,4$ А, где K_3 — коэффициент загрузки двигателя по току

Тип автомата	Тип расцепителя автомата	Номинальный ток		Кратность токов срабатывания расцепителя		Ток плавкой вставки $I_{п.вст}$ предохранителя, А	Сечение провода марки АПР, мм ²
		автомата $I_{ном.а}$, А	расцепителя $I_{ном.р}$, А	теплого	электромагнитного		
А3163	Тепловой	50	20	$1,2I_{ном.р}$	—	45	3 × 4
А3114/1	Комбинированный	100	60	$1,25I_{ном.р}$	$10I_{ном.р}$	—	3 × 16
А3114/1	»	100	85	$1,25I_{ном.р}$	$10I_{ном.р}$	—	3 × 25
А3114/1	»	100	100	$1,25I_{ном.р}$	$10I_{ном.р}$	—	3 × 50

($K_3 = 0,95$). Пусковой ток электродвигателя: $I_{1пуск} = K_1 I_{1ном} = 4,5 \cdot 21,5 = 97$ А, где $K_1 = I_{1пуск} / I_{1ном} = 4,5$ — кратность пускового тока электродвигателя.

Автоматический выключатель для электродвигателя D_1 выбирают с тепловым расцепителем. Номинальный ток автомата A_1 выбирают из условия: $I_{ном.а} \geq I_p$, а номинальный ток расцепителя — из условия: $I_{ном.р} \geq I_p$.

Исходя из расчётных данных, выбираем автоматический выключатель типа А 3163. Номинальный ток автомата $I_{ном.а} = 50$ А, номинальный ток теплового расцепителя $I_{ном.р} = 20$ А. Так как выбранный автомат типа А 3163 имеет только тепловой расцепитель и не обеспечивает защиту от токов короткого замыкания, при этом предусматривается дополнительно установка предохранителей. Выбираем предохранители типа ПР-2 на ток 60 А; ток плавкой вставки $I_{п.вст} = 45$ А. Расчёты для других электродвигателей производятся аналогично. Типы автоматических выключателей и сечения выбранных проводов для всех электродвигателей приведены в табл. 15.2.

15.5. Привод насосов насосно-фильтровальной станции осуществляется асинхронными электродвигателями с короткозамкнутым ротором при номинальном напряжении $U_{1ном} = 380$ В. Определить мощность $S_{1ном}$ трансформатора, если электродвигатели насосов имеют номинальные данные, приведенные в табл. 15.3, при этом учесть мощность осветительного оборудования. Общая площадь станции $S_c = 300$ м².

Решение. Установленная мощность осветительной нагрузки станции определяется по методу удельной мощности: $P_{ос} = P_{уд} S_c = 10 \cdot 300 = 3000$ Вт = 3 кВт, где $P_{уд}$ — удельная установленная мощность, Вт/м² (при освещении помещения лампами накаливания принимаем по справочнику $P_{уд} = 10$ Вт/м²).

Суммарная активная мощность электродвигателей типа

* Электродвигатели серии А в настоящее время не изготавливаются, но имеются в эксплуатации.

Таблица 15.3

Наименование групп потребителей электроэнергии	Количество токочприемников N , шт.	Установленная мощность P_y , кВт	Коэффициент спроса K_c	$\cos\varphi_{1ном}$	$\operatorname{tg}\varphi_{1ном}$	Мощности		
						активная P_p , кВт	реактивная Q_p , квар	полная S_p , кВт·А
Электродвигатель насоса 12НДс типа А103—4М, $P_{2ном} = 200$ кВт; $n_{2ном} = 1475$ об/мин	2	400	0,8	0,91	0,445	320	142,5	352
Электродвигатель насоса 16НДв типа А102—8М, $P_{2ном} = 100$ кВт; $n_{2ном} = 740$ об/мин	1	100	0,6	0,86	0,59	60	35,4	69,8
Электродвигатель насоса КВН-4 типа А02-22—4, $P_{2ном} = 1,5$ кВт; $n_{2ном} = 450$ об/мин	1	1,5	0,5	0,81	0,72	0,75	0,539	0,93
Электродвигатель дозирочного насоса ПР-5/6, $P_{2ном} = 2,8$ кВт; $n_{2ном} = 2900$ об/мин	2	5,6	0,8	0,85	0,62	4,48	2,78	7,23
Электродвигатель насоса 1,5Х-6л перекачки раствора коагулянта типа А02-31-2, $P_{2ном} = 2,8$ кВт; $n_{2ном} = 2900$ об/мин	1	2,8	0,8	0,38	0,54	1,76	0,95	2
Электродвигатель насоса 6К-12а повторного пользования воды типа А02-52-4, $P_{2ном} = 10$ кВт; $n_{2ном} = 1450$ об/мин	1	10	0,4	0,88	0,54	4	2,08	4,5
Электродвигатель воздуходувки ВВН-12 типа А02-82-6, $P_{2ном} = 25$ кВт; $n_{2ном} = 975$ об/мин	2	50	0,8	0,82	0,7	40	28	48,7
Электродвигатели известемешалки	1	10	0,8	0,82	0,7	28	5,5	9,76
Электродвигатели вентиляторов	1	30	0,8	0,82	0,7	24	16,8	29,4
Нагрузки котельной	1	25	0,8	0,8	0,75	20	15	25
Прочие нагрузки	2	40	0,6	0,8	0,75	24	18	20
Итого						$\Sigma' P_p$	ΣQ_p	
Осветительная нагрузка	1	3	0,8	0,89	0,507	527	268	600
Суммарная нагрузка				$\cos\varphi_{ср}$	$\operatorname{tg}\varphi_{ср}$	ΣP_p	ΣQ_p	
				0,89	0,507	529,4	268	—

А103-4М* насосов 12НДс: $P_{\Sigma} = P_{уд} K_c = 400 \cdot 0,8 = 320$ кВт, где K_c — коэффициент спроса, для насосов этого типа $K_c = 0,8$ (табл. 15.4).

Мощности электродвигателей А103-4М насосов типа 12НДс: суммарная реактивная $Q_{\Sigma} = P_{\Sigma} \operatorname{tg}\varphi_{1ном} = 320 \cdot 0,445 =$

Электроприемники и обслуживающие их механизмы	Расчетные коэффициенты		
	K_c	$\cos \varphi_p$	$\operatorname{tg} \varphi_p$
Металлообрабатывающие станки с индивидуальным приводом в цехах холодной обработки металлов	0,14—0,16	0,50	1,732
Краны ремонтных, механических и других подобных цехов	0,06	0,50	1,732
Механизмы непрерывного транспорта:			
сблокированные	0,65	0,75	0,882
несблокированные	0,60	0,75	0,882
Вентиляторы:			
производственные	0,75—0,85	0,80—0,85	0,75—0,62
сантехнические	0,65—0,70	0,80	0,75
Насосы, поршневые компрессоры и газозавоздуховки, двигатели-генераторы, дымососы и т. п.	0,75—0,85	0,80	0,75
Турбогазозавоздуховки	0,85	0,85	0,62
Дробилки, грохоты, бегуны и т. д.	0,75—0,80	0,80	0,75
Мельницы	0,80—0,85	0,80—0,85	0,75—0,62
Мешалки, центрифуги, сгустители, классификаторы и т. п.	0,75	0,75	0,882
Индукционные электропечи (без компенсации коэффициента мощности):			
высокой частоты	0,80	0,10	10,05
низкой частоты	0,80	0,35	2,677
Печи сопротивления с нагрузкой:			
автоматической	0,70—0,80	0,98	0,203
неавтоматической	0,60—0,70	0,98	0,203
Трансформаторы дуговых печей	0,90	0,87	0,567
Агрегаты электрофильтров для газов	0,80	0,78	0,802

$= 142,5$ квар, где $\operatorname{tg} \varphi$ — величина, соответствующая заданному $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,91$; суммарная полная $S_{\Sigma} = \sqrt{P_{\Sigma}^2 + Q_{\Sigma}^2} = \sqrt{320^2 + 142,5^2} = 352$ кВ·А.

Аналогичным образом производят расчеты и для других групп потребителей электроэнергии.

Средневзвешенное значение коэффициента мощности силовых потребителей электроэнергии станции без учета осветительной нагрузки определяется отношением: (см. табл. 15.3) $\operatorname{tg} \varphi = \sum Q_p / \sum P_p = 268 / 527 = 0,507$, откуда $\cos \varphi = 0,89$.

Средневзвешенное значение коэффициента мощности установки с учетом осветительной нагрузки $P_{\text{рос}} = K_c P_{\text{ос}}$ станции определяется из выражения: $\operatorname{tg} \varphi_{\text{ср}} = \sum Q_p / \sum P_p = 268 / (527 + 2,4) = 0,507$, откуда $\cos \varphi_{\text{ср}} = 0,89$.

Суммарная полная мощность потребителей электроэнергии с учетом осветительной нагрузки: $\sum S_p = \sqrt{(\sum P_p)^2 + (\sum Q_p)^2} = \sqrt{(529,4)^2 + 268^2} = 593$ кВ·А.

С учетом обеспечения резерва бесперебойного электроснабжения для питания насосной станции выбираем два transforma-

тора типа ТМ-630/6—10 с номинальной мощностью $S_{\text{ном}} = 630 \text{ кВ} \cdot \text{А}$. Результаты расчетов сведены в табл. 15.3.

15.6. Для повышения коэффициента мощности и уменьшения потребляемой из питающей сети реактивной мощности предусмотрена ее компенсация с применением косинусных конденсаторов. Среднее расчетное значение фактического $\cos \varphi_m = \cos \varphi_{\text{ср}} = 0,76$ установки. Средняя суммарная активная мощность потребителей электроэнергии предприятия $P_{\text{ср}} = \sum P_{\Sigma} = 311,14 \text{ кВт}$, линейное напряжение питающей сети $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$. Определить емкость C и тип конденсаторов, необходимых для подключения к питающей сети с целью повышения коэффициента мощности до оптимального значения, заданного энергосистемой: $\cos \varphi_3 = 0,92$ ($\text{tg } \varphi_3 = 0,43$). Составить электрическую схему включения конденсаторов C и разрядных сопротивлений R_p .

Решение. Фактическая реактивная мощность потребителей электроэнергии установки: $Q_m = P_{\text{ср}} \text{tg } \varphi_m = 311,14 \cdot 0,842 = 262 \text{ квар}$, где $\text{tg } \varphi_m$ — фактический «тангенс фи», соответствующий $\cos \varphi_m = 0,76$ ($\text{tg } \varphi_m = 0,845$).

Оптимальная реактивная мощность потребителей электроэнергии исходя из значения $\text{tg } \varphi_3$, заданного энергосистемой: $Q_3 = P_{\text{ср}} \text{tg } \varphi_3 = 311,14 \cdot 0,43 = 133,9 \cong 134 \text{ квар}$.

Реактивная мощность косинусных конденсаторов, необходимая для повышения коэффициента мощности до заданных пределов: $Q_k = Q_m - Q_3 = 262 - 134 = 128 \text{ квар}$.

Для компенсации реактивной мощности целесообразно устанавливать конденсаторы, которые в трехфазной системе соединяются «треугольником», так как при этом напряжение на каждой фазе емкости оказывается в $\sqrt{3}$ раза больше, чем при соединении «звездой», а требуемая при этом емкость конденсаторов — в 3 раза меньше, чем при соединении их «звездой».

Емкость батареи конденсаторов на три фазы при соединении «треугольником»

$$C_{\Delta} = \frac{10^3 Q_k}{2\pi f U_{\text{л}}^2} = \frac{10^3 \cdot 128}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,38^2} \cong 2810 \text{ мкФ},$$

где f — частота ($f = 50 \text{ Гц}$); $U_{\text{л}}$ — линейное напряжение на конденсаторе, кВ; Q_k — реактивная мощность конденсаторов, квар.

По данным расчета и справочнику выбирают косинусные конденсаторы типа КТМ 5/0,38 емкостью $C_x = 110 \text{ мкФ}$ (технические данные приведены в табл. 15.5).

Таблица 15.5

Тип косинусных конденсаторов	Мощность реактивная $Q_{\text{ном}}$, квар	Номинальное напряжение $U_{\text{ном}}$, В	Емкость C_x , мкФ	Потери мощности, Вт	Масса конденсатора, кг	Размеры конденсатора, мм		
						высота	длина	ширина
КТМ 5/0,38	5	380	110	20	27,9	430	315	165

Количество конденсаторов в батарее: $N_k = C_v / C_k = 2810 / 110 = 25,54 \cong 26$ шт., где C_k — емкость одного конденсатора ($C_k = 110$ мкФ).

Количество конденсаторов в батарее (на три фазы) должно быть кратно 3, поэтому фактическое их количество округляется до $N_\phi = 27$ шт.

Фактическая мощность батареи конденсаторов: $Q_{кф} = N_\phi Q_{ном} = 27 \cdot 5 = 135$ квар, где $Q_{ном}$ — номинальная реактивная мощность одного конденсатора, квар ($Q_{ном} = 5$ квар) (табл. 15.6).

Значение разрядного сопротивления конденсаторов на одну фазу при включении сопротивлений «звездой»

$$R_p = \frac{5 \cdot 10^6 U_{1\phi}^2}{Q_{кф}} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 0,22^2}{135} = 17,926 \cdot 10^2 \text{ Ом},$$

где $U_{1\phi}$ — фазное напряжение сети, кВ ($U_{1\phi} = U_{лн} / \sqrt{3} = 0,38 / 1,73 = 0,22$ кВ).

На рис. 15.6 приведена схема включения в сеть косинусных конденсаторов C «треугольником» при напряжении сети 0,4 кВ и схема включения разрядных сопротивлений R_p «звездой», предохранителей Π и автоматического выключателя AB .

Разрядное сопротивление может быть включено и «треугольником», при этом значение его, определенное по приведенной выше формуле, оказывается в $\sqrt{3}$ раз больше.

В процессе эксплуатации разрядное сопротивление подключается к конденсаторам после отключения их от сети.

15.7. На предприятии привод механизмов оборудован трехфазными асинхронными электродвигателями с короткозамкнутым ротором общепромышленного применения с номинальным линейным напряжением $U_{лном} = 380$ В при частоте $f_1 = 50$ Гц. Суммарная активная мощность электродвигателей $\sum P_\Sigma = 311,14$ кВт, оптимальное значение реактивной мощности потребителей при заданном энергосистемой значении «тангенса фи» $Q_\Sigma = 134$ квар. Мощность осветительных приборов $P_{ос} = 86,80$ кВт.

Предприятие снабжается электрической энергией от питающей сети высокого напряжения $U_{1ном} = 6$ кВ. Определить расчетную мощность и выбрать по каталогу трансформаторы для питания асинхронных двигателей и осветительной нагрузки, составить схему электроснабжения потребителей электроэнергии предприятия, которое по условиям обеспечения бесперебойного электроснабжения относится к первой категории.

Решение. Полная мощность трансформатора, необходи-

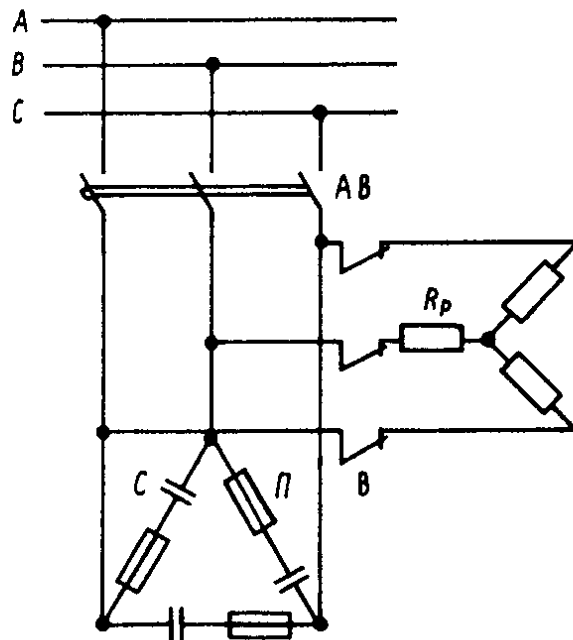


Рис. 15.6

мая для питания потребителей электроэнергии с учетом компенсации реактивной мощности: $S' = \sqrt{(\sum P_{\Sigma})^2 + Q_{\Sigma}^2} = \sqrt{311,14^2 + 134^2} = 338,7 \text{ кВ} \cdot \text{А}$.

Для обеспечения надежного резервирования электроснабжения потребителей предприятия, относящегося к первой категории, принимаем к установке два трансформатора одинаковой мощности, с тем чтобы любой из них при аварийной ситуации с учетом допустимой его перегрузки мог бы питать всю нагрузку предприятия, а в нормальном режиме — 60—70 % нагрузки предприятия.

Мощность трансформаторов с учетом допустимой перегрузки и обеспечения бесперебойности электроснабжения: $S = S' / N_{\tau} K_{\text{п}} = 338,7 / (2 \cdot 0,65) = 242 \text{ кВ} \cdot \text{А}$, где $K_{\text{п}} = 0,6 \div 0,7$; N_{τ} — число силовых трансформаторов (с учетом категории потребителей электроэнергии по бесперебойности электроснабжения, $N_{\tau} = 2$).

По значению расчетной мощности $S = 242 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ и мощности осветительных приборов $P_{\text{ос}} = 86,8 \text{ кВт}$ выбираем по каталогу соответствующие трансформаторы.

Технические данные выбранных силового и осветительного трансформаторов приведены в табл. 15.6.

Таблица 15.6

Тип трансформатора	Количество N_{τ} , шт.	Номинальная мощность $S_{1\text{ном}}$, кВ·А	Напряжение обмоток, кВ		Потери мощности, кВт		Ток холостого хода, I_0 , %	Напряжение короткого замыкания, $U_{\text{к}}$, %
			ВН $U_{1\text{ном}}$	НН $U_{2\text{ном}}$	холостого хода, P_0	короткого замыкания, $P_{\text{к}}$		
ТМ-250/6—10	2	250	6—10	$\frac{0,23}{0,4}$	$\frac{0,82}{0,74}$	$\frac{3,7}{4,2}$	2,3	$\frac{4,5}{4,7}$
ТМ-100/6—10	1	100	6—10	$\frac{0,23}{0,4}$	$\frac{0,365}{0,33}$	$\frac{1,97}{2,27}$	2,6	6,5/6,8

Схема электроснабжения производственного предприятия приведена на рис. 15.7. Здесь АВР — устройство автоматического включения резерва; 1А — 11А — автоматические выключатели трансформаторов; 3А — 15А — автоматические выключатели отходящих к потребителям питающих линий; ТМ-250/6—10 — трансформатор силовой мощностью $S_{1\text{ном}} = 250 \text{ кВ} \cdot \text{А}$; ВМ — выключатель масляный; Р — разъединитель на 10 кВ; Ш — шины низкого напряжения, 0,4 кВ; ТМ-100/6—10 — трансформатор для осветительных приборов мощностью $S_{1\text{ном}} = 100 \text{ кВ} \cdot \text{А}$.

Указанная схема позволяет обеспечить бесперебойное электроснабжение потребителей электроэнергии предприятия, при этом в нормальном режиме оба трансформатора находятся в работе. В аварийной ситуации при снятии напряжения с ввода 1, если не будет восстановлено напряжение в течение 3—5 с, включается

устройство автоматического резерва *ABP*, которое обеспечивает снабжение электрической энергией потребителей, ранее питавшихся от ввода 1, через ввод 2 (от одного трансформатора).

При этом обесточенные электродвигатели, подключенные к трансформатору ввода 1, с помощью релейно-контакторной аппаратуры подключаются к трансформатору ввода 2, самозапускаются и восстанавливают частоту вращения.

Продолжительность работы электродвигателей по схеме с одним трансформатором определяется временем, необходимым для устранения причины возникновения аварийной ситуации. При выборе типа трансформатора следует учитывать, что его вторичное напряжение должно соответствовать номинальному напряжению потребителей электрической энергии. Приводные двигатели производственных механизмов предприятия, как указано выше, рассчитаны на стандартное напряжение 220/380 В, поэтому принимаем напряжение трансформатора на вторичной обмотке 0,23—0,4 кВ. Исходя из этого выбираем по каталогу трансформатор типа ТМ—250/6—10 с номинальной мощностью $S_{\text{ном}} = 250 \text{ кВ} \cdot \text{А}$; номинальное напряжение обмоток: (высокого напряжения) ВН — 6—10 кВ; (низкого напряжения) НН — 0,23—0,4 кВ.

Для обеспечения питания осветительной нагрузки по суммарной мощности, потребляемой осветительным оборудованием, равной $P_{0 \text{ ном}} = 86,8 \text{ кВт}$, выбираем осветительный трансформатор. Номинальное напряжение вторичной обмотки осветительного трансформатора также должно соответствовать номинальному напряжению осветительных приборов, равному 220 В. Поэтому принимаем напряжение низковольтной обмотки трансформатора равным 0,23—0,4 кВ. Исходя из этого, выбираем осветительный трансформатор типа ТМ-100/6—10.

15.8. Производственное предприятие оборудовано пятью одно-типными асинхронными электродвигателями с номинальными значениями: мощности $P_{2 \text{ ном}} = 110 \text{ кВт}$; КПД $\eta_{\text{ном}} = 0,92$ и коэффи-

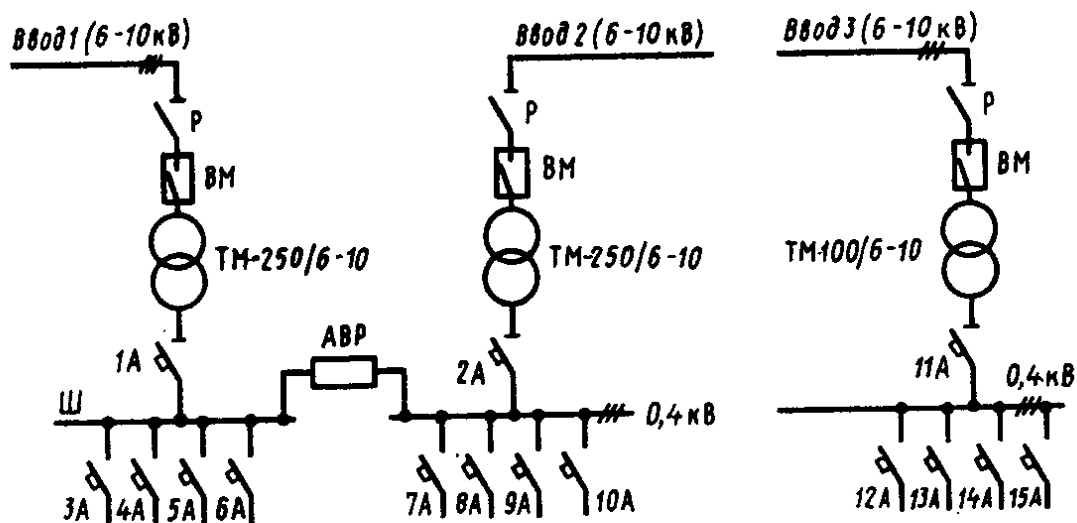


Рис. 15.7

циента мощности $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,9$. Электродвигатели работают с номинальной нагрузкой время $t = 10$ ч/сут в течение 40 сут. Предприятие платит надбавку к тарифу на электрическую энергию за отклонение мощности компенсирующего устройства от заданной энергоснабжающей организацией (Горэнерго), определяемой по коэффициенту $K = 115\%$ (см. табл. 15.1), равному отношению фактической мощности установленного компенсирующего устройства $Q_{\text{кф}}$ к мощности компенсирующего устройства $Q_{\text{кз}}$, заданной энергоснабжающей организацией. Определить размер оплаты за пользование электроэнергией.

Решение. Присоединенная активная мощность группы электродвигателей ($N = 5$): $P_1 = \frac{NP_{2\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{5 \cdot 110}{0,92} = 597,8$ кВт.

Полная мощность, потребляемая группой электродвигателей: $S_1 = P_1 / \cos \varphi_{1\text{ном}} = 597,8 / 0,9 = 664,22$ кВ·А.

Время работы электродвигателей в течение 40 сут: $T = 40 \cdot 10 = 400$ ч.

Активная энергия, потребляемая электродвигателями за 40 суток $W_a = P_1 T = 597,8 \cdot 400 = 239\,120$ кВт·ч.

В соответствии со шкалой скидок и надбавок к тарифу за компенсацию реактивной мощности для потребителей электроэнергии с присоединенной мощностью до 750 кВ·А (см. табл. 15.1) значению коэффициента $K = 115\%$ соответствует надбавка $K_1 = +10\%$. Так как присоединенная мощность находится в пределах до 750 кВ·А, расчет за пользование электрической энергией производится по одноставочному тарифу.

Размер основной стоимости электрической энергии в системе Горэнерго, потребляемой асинхронными электродвигателями в течение 40 суток $B_{01} = bW_a = 0,5 \cdot 239\,120 = 119\,500$ руб., где b — плата за 1 кВт·ч потребленной энергии ($b = 0,5$ руб./кВт·ч). Тарифная стоимость 1 кВт·ч потребляемой энергии приведена в табл. 15.7.

Размер надбавки к тарифу на электрическую энергию за 1 кВт·ч: $c = b \frac{K_1}{100} = 0,5 \frac{10}{100} = 0,05$ руб.

Размер дополнительной оплаты (надбавки) за отклонение мощности компенсирующего устройства от мощности, заданной энергосистемой: $B_{д1} = cW_a = 0,05 \cdot 239\,120 = 11\,950$ руб. или $B_{д1} = +\frac{K_1}{100} B_{01} = \frac{10}{100} \cdot 119\,500 = 11\,950$ руб.

Суммарная стоимость оплаты за отпущенную энергосистемой электроэнергию: $B_1 = B_{01} + B_{д1} = 119\,500 + 11\,950 = 131\,450$ руб.

15.9. Производственное предприятие снабжается электрической энергией от энергосистемы Ленэнерго с оплатой за 1 кВт максимум абонированной (заявленной) мощности $P_m = 800$ кВт. Энергосистемой задана потребителю оптимальная величина «тангенс фи» $\text{tg } \varphi_s = 0,20$, фактическая величина «тангенс фи» по приборам расчета составила $\text{tg } \varphi_m = 0,60$, при этом показания счетчиков потребления активной энергии за полугодие $W_a =$

Таблица 15.7

Наименование энергосистемы	Двухставочные тарифы		Одноставочные тарифы по группе потребителей, за 1 кВт·ч
	промышленные и приравненные к ним потребители с присоединенной мощностью 750 кВт·А и выше (группа 1)		
	плата за 1 кВт максимальной нагрузки d , руб/год	плата за 1 кВт·ч потребленной электроэнергии d	промышленные и приравненные к ним потребители с присоединенной мощностью до 750 кВт·А (группа 2)
Архэнерго	4,5	0,70	0,4
Брянскэнерго	4,2	0,70	0,4
Белгородэнерго	3,9	0,60	0,4
Волгоградэнерго	3,6	0,45	0,4
Воронежэнерго	3,6	0,45	0,4
Грозэнерго	3,6	0,45	0,4
Горэнерго	3,6	0,50	0,4
Ивэнерго	3,9	0,60	0,4
Калининэнерго	3,9	0,55	0,4
Костромаэнерго	3,6	0,50	0,4
Куйбышевэнерго	3,6	0,45	0,4
Калининградэнерго	4,2	0,70	0,4
Карелэнерго	3,9	0,45	0,4
Колэнерго	3,9	0,45	0,4
Комизэнерго	4,5	0,70	0,4
Липецкэнерго	3,6	0,50	0,4
Ленэнерго	3,6	0,50	0,4
Мордовэнерго	3,9	0,60	0,4
Мосэнерго	3,6	0,50	0,4
Орелэнерго	3,9	0,60	0,4
Пензаэнерго	3,9	0,60	0,4
Рязаньэнерго	3,9	0,60	0,4
Саратовэнерго	3,6	0,45	0,4
Смоленскэнерго	4,2	0,70	0,4
Тамбовэнерго	3,9	0,60	0,4
Татэнерго	3,6	0,45	0,4
Тулаэнерго	3,9	0,55	0,4
Ульяновскэнерго	3,9	0,60	0,4
Чуващэнерго	3,9	0,60	0,4
Ярэнерго	3,9	0,60	0,4

* **Примечание.** Приведенные данные могут быть использованы только для учебного процесса, так как являются приближенными и быстроизменяющимися в условиях рыночной экономики.

= 750 000 кВт. Определить стоимость электрической энергии, потребляемой производственным предприятием за полугодие по двухставочному тарифу.

Решение. Размер основной оплаты (постоянной части оплаты) за пользование электрической энергией за полугодие:

$$B_{02} = \frac{d}{2} S = \frac{d}{2} P_m = \frac{3,6}{2} 800 = 1440 \text{ руб.}, \text{ где } d \text{ — тарифная ставка}$$

платы за 1 кВт заявленной мощности (максимальной нагрузки) в часы «пик» нагрузки энергосистемы за год в энергосистеме Ленэнерго $d=3,6$ (табл. 15.7); S — заявленная (абонированная мощность), т. е. наибольшая получасовая мощность, отпускаемая потребителю электроэнергии в часы суточного макси-

Таблица 15.8

tg φ _м	φ _м , град	tg φ _з																
		0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80
		φ _з , град																
		0	3	6	9	12	14	17	19	22	24	27	29	31	33	35	37	39
0,10	6	-4	-6	-7	-5	-4	-3	-1										
0,15	9	-3	-4	-5	-7	-5	-3	-1										
0,20	12	-2	-3	-4	-5	-6	-4	-2	-1									
0,25	14	-1	-1	-2	-3	-4	-6	-3	-2									
0,30	17	0	0	-1	-1	-2	-4	-5	-3	-1								
0,35	19	1	1	0	0	-1	-2	-3	-5	-3	-1							
0,40	22	2	2	1	1	0	0	-1	-3	-5	-3	-1						
0,45	24	3	3	2	2	1	1	0	-1	-3	-5	-2	-1					
0,50	27	4	4	3	3	2	2	1	0	-1	-3	-4	-2					
0,55	29	6	6	4	4	4	3	2	1	0	-1	-2	-4	-1				
0,60	31	8	8	6	6	5	5	3	2	1	0	0	-2	-3	-1			
0,65	33	10	10	8	8	7	7	5	4	2	1	1	0	-1	-3	-1		
0,70	35	13	13	11	11	10	9	7	6	4	3	2	1	0	-1	-2	-1	
0,75	37	16	16	14	14	13	12	10	8	7	5	3	2	1	0	-1	-2	
0,80	39	20	20	17	17	16	14	12	11	9	7	5	3	2	1	0	-1	-1
0,85	40	23	23	21	21	20	18	15	14	13	9	8	5	3	2	1	0	0
0,90	42	26	26	25	25	24	22	19	17	16	12	11	8	5	4	2	1	1

му активной нагрузки энергосистемы. В данном случае принимается полная мощность, равная активной мощности, т. е. $S = (P_m = 800 \text{ кВт}) = 800 \text{ кВ} \cdot \text{А}$.

Размер дополнительной оплаты (переменной части оплаты) за фактически израсходованную активную энергию по счетчику: $B_{д2} = b W_a = 0,5 \cdot 75\,000 = 37\,500 \text{ руб.}$, где b — оплата за 1 кВт·ч потребленной электроэнергии в системе Ленэнерго (табл. 15.7, $b = 0,5 \text{ руб/кВт} \cdot \text{ч}$); W_a — активная энергия, потребленная предприятием за полугодие, $W_a = 75\,000 \text{ кВт} \cdot \text{ч}$. Скидка и надбавка ($\mp H$) к тарифу за компенсацию реактивной мощности определяется по табл. 15.8; значению $\text{tg } \varphi_z = 0,20$ и фактическому значению $\text{tg } \varphi_m = 0,60$ соответствует надбавка к сумме оплаты $H = 5\%$ или в относительных единицах $H = +0,05$.

Суммарная стоимость электрической энергии за полугодие при расчете по двухставочному тарифу: $B_2 = N_2 + C_2 = (B_{02} + B_{д2}) + \frac{H}{100} (B_{02} + B_{д2}) + C_2 = (1440 + 37500) + \frac{5}{100} (1440 + 37500) + 757,5 = 38940 + 0,05 \cdot 38940 + 757,5 = 41642,5 \text{ руб.}$, где C_2 — размер надбавки за превышение норм расхода реактивной мощности ($C_2 = 757,5 \text{ руб.}$).

15.10. В однофазную электрическую сеть переменного тока включена осветительная нагрузка и однофазные асинхронные

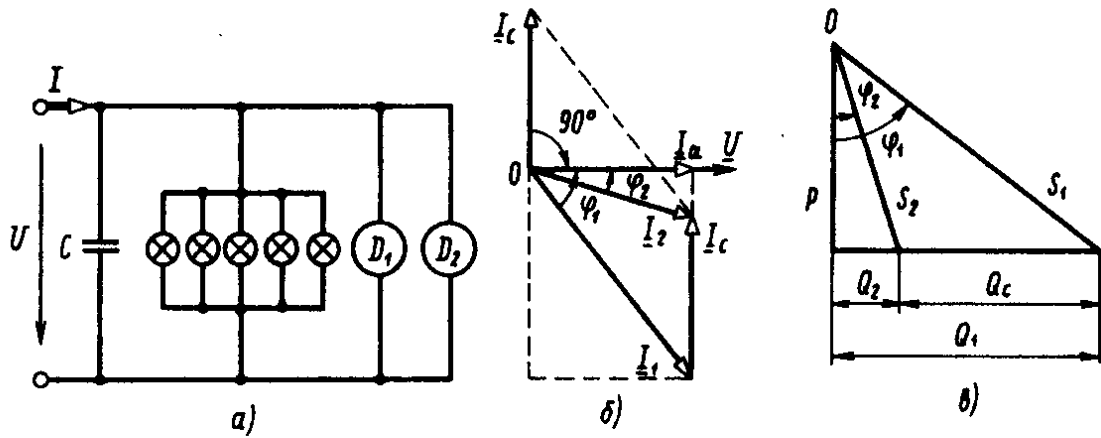


Рис. 15.10

электродвигатели D_1 и D_2 (рис. 15.10, а). Определить токи в ветвях электрической цепи и емкость C батареи конденсаторов, которую следует включить, чтобы довести коэффициент мощности всей установки до $\cos \varphi_2 = 0,92$. Номинальная мощность одной лампы $P_{л} = 60$ Вт; число ламп $N_{л} = 10$; номинальные данные двигателя: $P_{2 \text{ ном}} = 0,75$ кВт; $\eta_{\text{ном}} = 0,75$ %; $\cos \varphi_{1 \text{ ном}} = 0,6$; $U_{1 \text{ ном}} = 220$ В. Построить векторную диаграмму токов и напряжения для рассматриваемой электрической цепи.

Решение. Суммарная активная мощность, потребляемая электрической цепью: $P_1 = 2P_{2 \text{ ном}} \frac{1}{\eta_{\text{ном}}} + 10P_{л} = \frac{2 \cdot 0,75}{0,75} + 10 \times 0,06 = 2600$ Вт = 2,6 кВт.

Мощность цепи до включения батареи конденсаторов:
 суммарная реактивная: $Q_1 = 2Q_{1 \text{ ном}} = 2S_{1 \text{ ном}} \sin \varphi_{1 \text{ ном}} = \frac{2P_{2 \text{ ном}} \sin \varphi_{1 \text{ ном}}}{\cos \varphi_{1 \text{ ном}} \eta_{\text{ном}}} = \frac{2 \cdot 0,75 \cdot 0,8}{0,6 \cdot 0,75} = 2 \cdot 1,33 = 2,66$ квар, где $\sin \varphi_{1 \text{ ном}} = 0,8$;

откуда $\varphi_{1 \text{ ном}} = 53^\circ 10'$;
 полная: $S_1 = \sqrt{P_1^2 + Q_1^2} = \sqrt{2,6^2 + 2,66^2} = \sqrt{13,87} = 3,73$ кВ·А = 3730 В·А.

Коэффициент мощности установки до включения батареи конденсаторов: $\cos \varphi_1 = P_1/S_1 = 2,6/3,73 = 0,69$; $\sin \varphi_1 = 0,71$.

Суммарная реактивная мощность цепи после включения батареи конденсаторов: $Q_2 = S_1 \sin \varphi_2 = \frac{P_1 \sin \varphi_2}{\cos \varphi_2} = 2600 \frac{0,317}{0,92} = 2600 \times 0,34 = 890$ вар, где $\sin \varphi_2 = 0,317$, откуда $\varphi_2 = 18^\circ 30'$.

Реактивная мощность конденсаторов: $Q_c = Q_1 - Q_2 = 2660 - 890 = 1770$ вар = 1,77 квар или $Q_c = P_1 (\text{tg } \varphi_1 - \text{tg } \varphi_2) = 2600 (1,03 - 0,34) = 1770$ вар = 1,77 квар.

Требуемая для компенсации емкость батареи конденсаторов: $C = Q_c / \omega_1 U_{1 \text{ ном}}^2 = 1770 / 314 \cdot 220^2 = 0,0001165 = 116,5$ мкФ.

Ток в цепи до включения батареи конденсаторов: $I_1 = S_1 / U_{1 \text{ ном}} = 3730 / 220 = 17,0$ А.

Ток в цепи после включения батареи конденсаторов: $I_2 = P_1 / \cos \varphi_2 U_{1 \text{ ном}} = 2600 / 220 \cdot 0,92 = 13$ А.

Полная мощность установки при $\cos \varphi_2$: $S_2 = U_{\text{ном}} I_2 = 220 \cdot 13 = 2890 \text{ В} \cdot \text{А} = 2,89 \text{ кВ} \cdot \text{А}$.

Ток в цепи батареи конденсаторов: $I_C = Q_C / U_{\text{ном}} = 1770 / 220 = 8,05 \text{ А}$.

Активная составляющая тока, потребляемого цепью: $I_a = I_2 \cos \varphi_2 = 13 \cdot 0,92 = 11,96 \text{ А}$, $1,92 = 7,4 \text{ А}$.

На рис. 15.10, б приведена векторная диаграмма токов и напряжений, а на рис. 15.10, в диаграмма мощностей для рассматриваемой электрической цепи.

Задачи

15.11. Асинхронный электродвигатель типа 4А160М2 имеет следующие номинальные данные: мощность на валу $P_{2 \text{ ном}} = 18,5 \text{ кВт}$; линейное напряжение $U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}$; синхронную частоту вращения $n_1 = 3000 \text{ об/мин}$; КПД $\eta_{\text{ном}} = 0,88$; коэффициент мощности $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,92$. Выбрать сечение $S_{\text{пр}}$ питающих проводов марки ПРТО для прокладки их в газовых трубах. *Ответ.* $S_{\text{пр}} = 6 \text{ мм}^2$ с длительно допустимым током $I_{\text{доп}} = 37 \text{ А}$.

15.12. Асинхронный электродвигатель имеет следующие номинальные данные: мощность на валу $P_{2 \text{ ном}} = 4,5 \text{ кВт}$; линейное напряжение $U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}$; КПД $\eta_{\text{ном}} = 0,83$; коэффициент мощности $\cos \varphi_{\text{ном}} = 0,76$. Определить емкость C_{ϕ} одной фазы и суммарную емкость C конденсаторной батареи при соединении ее «треугольником», подключенной к зажимам двигателя с целью компенсации его коэффициента мощности до значения $\cos \varphi_2 = 0,92$. *Ответ.* $C_{\phi} = 14,5 \text{ мкФ}$, $C = 43,8 \text{ мкФ}$.

15.13. Объясните, почему при передаче электроэнергии от электростанции к потребителю электрической энергии применяется многократная трансформация напряжения?

15.14. Укажите, какие преимущества перед обычными подстанциями имеют комплектные трансформаторные подстанции (КТП).

15.15. Охарактеризуйте категории потребителей электрической энергии по степени бесперебойности электроснабжения.

15.16. Поясните технико-экономическое значение коэффициента мощности ($\cos \varphi$).

15.17. Перечислите организационно-технические мероприятия по снижению реактивной энергии, потребляемой потребителями электроэнергии из питающей сети.

15.18. Укажите причины низкого значения коэффициента мощности ($\cos \varphi$) потребителей электроэнергии.

15.19. Перечислите мероприятия по экономии электрической энергии на предприятии.

15.20. Поясните, почему тарифы на электрическую энергию в различных энергосистемах для одних и тех же категорий потребителей различны.

15.21. Укажите, в чем различие одноставочного и двухставочного тарифов на электрическую энергию.

Таблица 15.9

Технические данные и количество электрооборудования		Варианты контрольного задания 15.22															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
Электро-двигатели	$P_{2ном}$, кВт $\eta_{ном}$ $\cos \varphi_{1ном}$ Количество $N_{д}$ шт.	BAO-450M-4	BAO-450L-4	BAO-500M-4	BAO-500L-4	BAO-560M-4	BAO-560L-4	BAO-630M-4	BAO-630L-4	BAO-450L-4	BAO-450L-4	BAO-450L-4	BAO-450L-4	BAO-500L-4	BAO-500L-4	BAO-500L-4	
		200	250	315	400	500	630	800	1000	250	250	250	250	250	400	400	400
		0,94	0,94	0,94	0,94	0,945	0,945	0,95	0,95	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94
		0,87	0,87	0,87	0,88	0,90	0,90	0,90	0,90	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87	0,88	0,88	0,88
4	3	3	2	2	2	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	
Трансформаторы	$S_{1ном}$, кВ·А Количество $N_{т}$ шт.	Тип трансформатора															
		TM-25/6—10	TM-40/6—10	TM-63/6—10	TM-100/6—10	TM-160/6—10	TM-250/6—10	TM-400/6—10	TM-630/6—10								
		25	40	63	100	160	250	400	630								
		1	1	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	1	1	1	

$W_a \cdot 10^5$, кВт·ч	34	35	40	32	41,5	50	35	45	30	25	30	31	30	32	40
	0,75	0,65	0,65	0,65	0,60	0,65	0,60	0,60	0,85	0,80	0,75	0,75	0,60	0,65	0,7
	0,45	0,45	0,40	0,40	0,40	0,40	0,30	0,35	0,50	0,50	0,45	0,40	0,35	0,35	0,30
	0,15	0,55	0,55	0,55	0,55	0,50	0,45	0,45	0,65	0,70	0,65	0,65	0,45	0,55	0,65
K , % (по табл. 15.1)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Энергосистема (по табл. 15.7)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	Время, T , мес														
	1					2					3				

Технические данные и количество электрооборудования	Варианты контрольного задания 15.22														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Тип электродвигателя

Электродвигатели	BAO-500L-4	—	—	—	—	BAO-560M-4	BAO-500L-4	BAO-450L-4	—	—	—	4A160S4	—	4A132M4	—						
																400	250	400	500	15,0	11,0
																0,94	0,94	0,94	0,945	0,88	0,87
																0,88	0,87	0,88	0,90	0,88	0,87
	1	—	—	—	2	1	1	1	—	—	2	—	3	—							
	Количество N_d , шт.																				

Продолжение табл. 15.9

Трансформаторы	Тип трансформатора															
	TM-630/6-10		TM-1000/6-10		TM-1600/6-10		TM-250/6-10		TM-400/6-10		TM-160/6-10		TM-250/6-10		TM-400/6-10	
$S_{\text{лном}}$, кВ·А	1	2	1	1	1	1	2	2	400	400	160	160	250	250	400	400
	40	80	40	50	48	40	35	36	30	21	16	15	16	15	14	14
Количество $N_{\text{т}}$, шт.	1	2	1	1	1	2	2	1	2	4	3	2	2	1	1	1
	40	80	40	50	48	40	35	36	30	21	16	15	16	15	14	14
$W_{\text{а}}$ · 10 ⁵ , кВт·ч	0,7	0,75	0,55	0,50	0,60	0,50	0,80	0,50	0,50	—	—	—	—	—	—	—
	0,35	0,45	0,35	0,35	0,35	0,35	0,50	0,35	0,35	—	—	—	—	—	—	—
$\text{tg } \varphi_{\text{м}}$	0,55	0,60	0,45	0,45	0,45	0,40	0,75	0,40	0,40	—	—	—	—	—	—	—
	0,55	0,60	0,45	0,45	0,45	0,40	0,75	0,40	0,40	—	—	—	—	—	—	—
$\text{tg } \varphi_{\text{с}}$	—	—	—	—	—	—	—	—	—	110	105	100	95	95	90	90
	—	—	—	—	—	—	—	—	—	110	105	100	95	95	90	90
К, % (по табл. 15.1) Энергосистема (по табл. 15.7)	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	30
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	30
Время, Т, мес	4				5				6							
	4				5				6							

Величины	Варианты контрольного задания 15.23														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$U_{1лр}$, В	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220
$P'_{2ном}$, кВт	1,1	1,5	2,2	3,0	4,0	5,5	7,5	3,0	2,2	1,5	1,1	1,5	2,2	3,0	4,0
$U_{1ном}$, В	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220
$\eta_{1ном}$	0,77	0,81	0,83	0,85	0,86	0,87	0,87	0,81	0,81	0,75	0,75	0,77	0,80	0,82	0,84
$\cos \varphi_{1ном}$	0,87	0,85	0,87	0,88	0,89	0,91	0,88	0,76	0,73	0,74	0,81	0,83	0,83	0,83	0,84
$P_{2ном}$, кВт	7,5	5,5	5,5	4,0	3,0	2,2	1,5	4,0	5,5	7,5	7,5	5,5	4,0	4,0	3,0
$U_{2ном}$, В	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220
$\eta_{2ном}$	0,87	0,85	0,85	0,84	0,82	0,80	0,77	0,86	0,87	0,87	0,85	0,85	0,82	0,82	0,81
$\cos \varphi_{2ном}$	0,86	0,85	0,85	0,84	0,83	0,83	0,83	0,89	0,91	0,88	0,81	0,80	0,81	0,81	0,76
$P_{лр}$, Вт	300	150	100	300	200	200	100	200	200	150	300	150	100	300	200
$N_{лр}$, шт.	9	12	15	6	9	9	15	9	6	15	9	12	15	6	9

Величины	Варианты контрольного задания 15.23														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$U_{1лр}$, В	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380
$P'_{2ном}$, кВт	5,5	7,5	2,2	1,5	4,0	0,75	1,1	1,5	2,2	3,0	4,0	5,5	7,5	1,5	2,2
$U_{1ном}$, В	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380
$\eta_{1ном}$	0,85	0,87	0,80	0,77	0,86	0,69	0,74	0,75	0,81	0,81	0,82	0,85	0,85	0,77	0,80
$\cos \varphi_{1ном}$	0,85	0,86	0,83	0,83	0,89	0,74	0,74	0,74	0,73	0,76	0,81	0,80	0,81	0,83	0,83
$P_{2ном}$, кВт	2,2	1,5	5,5	7,5	3,0	7,5	7,5	5,5	4,0	4,0	3,0	2,2	1,5	7,5	5,5
$U_{2ном}$, В	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380	220	380
$\eta_{2ном}$	0,81	0,75	0,87	0,87	0,81	0,87	0,87	0,87	0,86	0,86	0,85	0,83	0,81	0,87	0,87
$\cos \varphi_{2ном}$	0,73	0,74	0,91	0,88	0,76	0,88	0,88	0,91	0,89	0,89	0,88	0,87	0,85	0,88	0,91
$P_{лр}$, Вт	200	100	200	200	150	300	150	100	300	200	200	100	200	200	150
$N_{лр}$, шт.	9	15	9	6	15	9	12	15	6	9	9	15	9	6	15

Контрольные задания

15.22. Потребители электрической энергии производственного предприятия (асинхронные электродвигатели и трансформаторы с подключенной на их вторичную обмотку нагрузкой) питаются от соответствующей энергосистемы. Номинальные данные потребителей электроэнергии и наименование энергосистемы для каждого из вариантов контрольного задания приведены в табл. 15.9. Используя эти данные, определить суммарную стоимость B оплаты за пользование электроэнергией предприятия в течение времени T . Предприятие платит скидку «—» и получает надбавку «+» к тарифу на электроэнергию за компенсацию реактивной мощности в электроустановках. Показание счетчиков активной энергии, установленных на предприятии, за полугодие составляет W_n , заданное энергоснабжающей организацией оптимальное значение тангенса угла сдвига фаз $\operatorname{tg} \varphi_n$, фактическое максимальное значение тангенса угла сдвига фаз $\operatorname{tg} \varphi_m$.

Дополнительное задание. а. Определить месячную, двухмесячную, квартальную и полугодовую разницу в оплате стоимости электроэнергии, если за счет организационно-технических мероприятий по снижению реактивной энергии, получаемой от энергосистемы, фактический угол сдвига фаз φ уменьшился и «тангенс φ » стал равным $\operatorname{tg} \varphi'$.

б. Перечислить и охарактеризовать организационно-технические мероприятия по снижению потребления реактивной энергии.

15.23. В трехфазную электрическую сеть с симметричным линейным напряжением $U_{1л}$ питающей сети включены трехфазные потребители электрической энергии, включающие асинхронный электродвигатель номинальной мощностью $P'_{2ном}$ и асинхронный электродвигатель номинальной мощностью $P''_{2ном}$, номинальными линейными напряжениями $U_{1ном}$ и $U_{2ном}$ и соответствующими КПД $\eta_{1ном}$ и $\eta_{2ном}$ и коэффициентами мощности $\cos \varphi_{1ном}$ и $\cos \varphi_{2ном}$ и три группы светильников с электрическими лампами накаливания, распределенными равномерно по фазам и соединенными в зависимости от линейного напряжения $U_{1л}$ «треугольником» или «звездой». Номинальная мощность одной лампы $P_{л}$, номинальное напряжение $U_{1л} = 220$ В, число ламп в светильниках равно $N_{л}$. Принимая во внимание данные, приведенные в табл. 15.10 для каждого варианта задания, определить емкость C каждой фазы батареи косинусных конденсаторов, необходимых для повышения коэффициента мощности установки от $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_{1ном}$ до значения $\cos \varphi_2 = 0,94$. Начертить электрическую схему соединения фаз асинхронных электродвигателей, светильников, косинусных конденсаторов и разрядных сопротивлений при заданном номинальном напряжении питающей сети. Построить векторную диаграмму напряжений и токов для рассматриваемой электрической цепи.

В вариантах 31—60 число ламп $N_{л}$ в каждой группе увеличить в 2 раза, в вариантах 61—90 в 3 раза.

Глава 16

ЭЛЕКТРОБЕЗОПАСНОСТЬ

§ 16.1. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭЛЕКТРОБЕЗОПАСНОСТИ И ОКАЗАНИЮ ПЕРВОЙ ПОМОЩИ

Широкое применение электроэнергии увеличивает количество людей, соприкасающихся с электроустановками, которые могут представлять для них потенциальную опасность, так как при аварийных режимах, вследствие повреждения изоляции отдельные части электроустановки могут оказаться под напряжением, а прикосновение к ним человека может привести к несчастным случаям.

При этом человек, оказавшийся под напряжением, создает дополнительную электрическую цепь, вследствие чего по его телу протекает опасный для жизни электрический ток, который вызывает поражение сердечно-сосудистой и нервной систем, органов дыхания, кожного покрова и т. д. Степень поражения человека электрическим током зависит от пути и длительности протекания тока, величины сопротивления тела человека, условий окружающей среды и других факторов. Сопротивление тела человека изменяется в довольно широких пределах, оно зависит от состояния его здоровья, кожного покрова, одежды и пр. Согласно ПУЭ (Правила устройств электроустановок) оно принимается равным 1000 Ом.

Условия окружающей среды также влияют на величину сопротивления тела человека (при высокой температуре окружающей среды оно может быть покрыто потом и в сыром запыленном помещении будет иметь минимальное сопротивление).

ПУЭ, Правила технической эксплуатации электроустановок потребителей электроэнергии (ПТЭ) и Правила техники безопасности при эксплуатации электроустановок потребителей (ПТБ) предусматривают ряд защитных мероприятий по снижению поражений электрическим током: устройство рабочего и защитного заземлений электроустановок, применение в процессе эксплуатации электроустановок средств защиты от поражения электрическим током (ограждение токоведущих частей для исключения прикосновения к ним, применение резиновых перчаток, бот, ковров, изолирующих штанг и т. д.). Согласно ПУЭ помещения по степени опасности поражения человека электрическим током делятся на три категории. К помещениям *без повышенной опасности* относятся сухие, безпыльные отапливаемые помещения с нормальной температурой воздуха, с влажностью не выше 60 %, без токопроводящей пыли.

К помещениям *повышенной опасности* относятся сырые, с влажностью свыше 75 %, жаркие с температурой постоянной или периодической 35 °С, пыльные с токопроводящей пылью (угольной, металлической и др.).

К *особо опасным* относятся помещения, в которых относительная влажность близка к 100 %, и помещения, содержащие агрессивные пары, газы, жидкости, неблагоприятно действующие на изоляцию и токоведущие части электрооборудования.

Электрифицированный инструмент и переносные лампы в помещениях без повышенной опасности должны быть рассчитаны на напряжение 40 В, а в помещениях особо опасных и с повышенной опасностью — на 12 В.

Условиям безопасности способствует также использование технических мероприятий, обеспечивающих безопасность ремонтных работ с частичным или полным снятием напряжения: производство необходимых отключений и принятие мер, препятствующих подаче напряжения к объекту работы, ограждение рабочего места и вывешивание плакатов «Не включать — работают люди», «Не включать — работа на линии» и др., наложение заземлений.

Рабочее заземление (преднамеренное соединение с землей какой-либо точки электроустановки (рис. 16.1.1) предназначено для обеспечения работы ее в нормальном и аварийном режимах. Оно обеспечивает соединение с землей нейтральных точек N силовых трансформаторов или генераторов, т. е. при непосредственном соединении их с заземлителем Z или через малое активное сопротивление R_0 (в несколько Ом) нейтрали либо соединение нейтралей через трансформатор тока. В электроустановках с рабочим напряжением до 1000 В широко распространена трехфазная четырехпроводная сеть с глухозаземленной нейтралью; стандартными напряжениями в этих сетях являются напряжения 220/127, 380/220 и 660/380 В.

Защитное заземление применяется для защиты обслуживающего персонала от опасного напряжения при прикосновении к электроустановке, оно начинает действовать с момента повреждения ее изоляции.

Подобное заземление необходимо для электроустановок при напряжениях 500 В и выше переменного и постоянного токов, при напряжениях 36 В и выше переменного и 110 В постоянного токов в помещениях с повышенной опасностью, особо опасных и в наружных электроустановках, при всех напряжениях переменного и постоянного токов во взрывоопасных помещениях.

Части электроустановок (корпуса электрических машин, трансформаторов, электрических аппаратов, вторичные обмотки

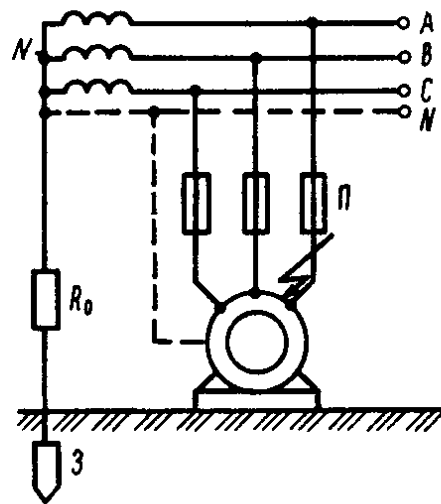


Рис. 16.1.1

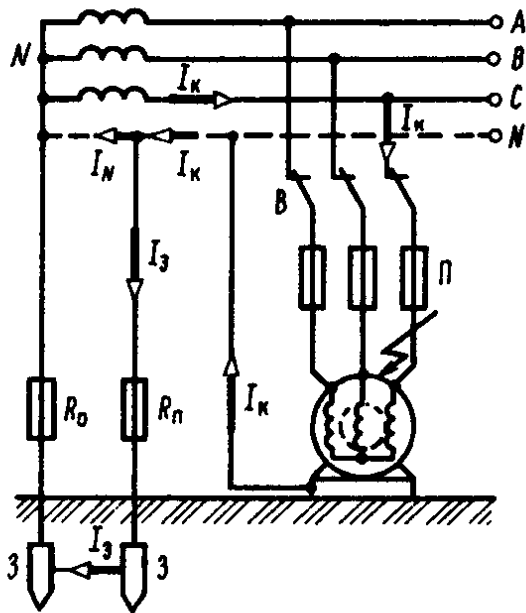


Рис. 16.1.2

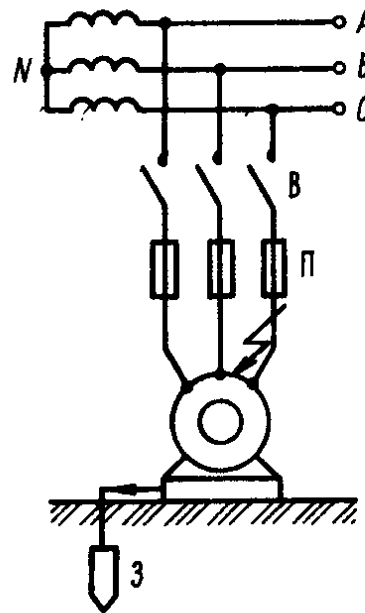


Рис. 16.1.3

измерительных трансформаторов и т. д.) во время аварийных режимов электроустановки могут оказаться под напряжением и в случаях прикосновения к ним вызвать поражение электрическим током, поэтому они подлежат заземлению. Заземление электроустановок не требуется при номинальных напряжениях 36 В и ниже переменного и 110 В и ниже постоянного тока во всех случаях, за исключением взрывоопасных установок.

Защитное заземление зависит от системы электроснабжающей сети и значения питающего напряжения электроустановки. При напряжениях до 1000 В оно выполняется как с глухозаземленной, так и изолированной нейтралью (рис. 16.1.2 и 16.1.3).

Защитное заземление в установках с глухозаземленной нейтралью (зануление) предусматривает присоединение металлических нетоковедущих частей электрооборудования, могущих оказаться под напряжением, к неоднократно заземленному нейтральному проводу питающей линии. При пробое на корпус происходит однофазное короткое замыкание, вызывающее срабатывание защиты и отключение поврежденной установки от питающей сети. Структура защитного заземления представлена на рис. 16.1.2 (R_0 — сопротивление заземляющего устройства; R_n — сопротивление повторного заземления нейтрального провода; $I_k = I_N + I_3$ — ток короткого замыкания, где I_N — составляющая тока короткого замыкания в цепи нейтрального провода; I_3 — составляющая тока короткого замыкания в цепи земли).

Повторное заземление нейтрального провода в трехфазных четырехпроводных сетях при замыкании фазы на корпус снижает напряжение прикосновения к зануленному электрооборудованию при исправной схеме и в случае обрыва нейтрального провода.

Электроустановки с *изолированной нейтралью* применяются при повышенных требованиях к безопасности работ. Защитное заземление электроустановок в сетях с изолированной нейтралью

(рис. 16.1.3) ограничивает до безопасного значения напряжение прикосновения на корпусе при повреждениях изоляции электроустановки. Для электроустановок с изолированной нейтралью в качестве защитного заземления Z используется местное заземляющее устройство с небольшим сопротивлением (рис. 16.1.3), к которому присоединяются заземляемые части электроустановки.

В электроустановках с номинальным напряжением до 1000 В сопротивление заземляющего устройства должно быть не более 4 Ом. При номинальной мощности трансформатора или генератора до 100 кВ·А это сопротивление может составлять 10 Ом.

При оказании первой помощи пострадавшему от действия электрического тока условием успеха являются быстрота действия, находчивость, квалифицированное оказание помощи. Промедление или неоправданная длительность подготовки помощи могут привести к тяжелым последствиям.

Пострадавшего прежде всего необходимо отделить от токоведущих частей, если нельзя быстро отключить от питающей сети участок электрической цепи, на котором произошел несчастный случай. При этом необходимо пользоваться диэлектрическими перчатками, сухой одеждой, палкой, доской или какими-либо другими предметами, не проводящими электрический ток. При затруднении отделения пострадавшего от токоведущих частей следует перерубить или перерезать провода инструментом с сухой деревянной рукояткой.

После отделения пострадавшего от токоведущих частей необходимо выполнить следующие мероприятия: уложить пострадавшего на спину на твердую поверхность; проверить наличие у пострадавшего дыхания, которое определяется по подъему грудной клетки, прикладыванию ко рту пострадавшего зеркала или куска стекла; проверить наличие у пострадавшего пульса на лучевой артерии у запястья или на сонной артерии, на переднебоковой поверхности сердца; выяснить состояние зрачка глаза (широкий зрачок указывает на резкое ухудшение кровоснабжения мозга). Во всех случаях поражения электрическим током вызов врача является обязательным.

Если пострадавший находится в сознательном состоянии, его следует уложить в удобное положение и до прибытия врача обеспечить полный покой и наблюдение за пульсом и дыханием.

Если пострадавший находится в бессознательном состоянии, но с сохранившимся устойчивым дыханием и пульсом, его следует удобно уложить, расстегнуть одежду, создать приток свежего воздуха, давать нюхать нашатырный спирт, обрызгивать его водой и после прихода в сознание обеспечить полный покой.

При отсутствии у пострадавшего дыхания и пульса необходимо оказать помощь в виде искусственного дыхания и наружного массажа сердца. Наиболее эффективным способом искусственного дыхания является способ, называемый «рот в рот», проводимый одновременно с наружным массажем сердца.

Примеры решения задач

16.1. Трехфазный асинхронный электродвигатель типа 4А160S4 с короткозамкнутым ротором с номинальными данными: мощностью $P_{2\text{ном}} = 15$ кВт; КПД $\eta_{\text{ном}} = 0,88$, коэффициентом мощности $\cos \varphi_{1\text{ном}} = 0,88$, значением отношения пускового тока к номинальному $K_T = I_{\text{пуск}}/I_{1\text{ном}} = 7$ включен в трехфазную четырехпроводную питающую сеть с глухозаземленной нейтралью на вторичную обмотку силового трансформатора. Номинальное линейное напряжение питающей сети $U_{1\text{ном}} = 380$ В. Ответвление к электродвигателю длиной $l = 100$ м выполнено в газовых трубах проводом марки ПР-500. Для защиты обслуживающего персонала корпус электродвигателя имеет металлическое соединение с нейтралью трансформатора (зануление).

Определить сечение нейтрального провода, при котором плавкая вставка защитных предохранителей в случае замыкания одной из фаз электродвигателя на корпус должна сработать и отключить двигатель от питающей сети.

Решение. Номинальный ток электродвигателя: $I_{1\text{ном}} = \frac{P_{2\text{ном}} \cdot 10^3}{\sqrt{3} U_{1\text{ном}} \cos \varphi_{1\text{ном}} \eta_{\text{ном}}} = \frac{15 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,88 \cdot 0,88} = 29,3$ А.

По справочнику находим, что указанной величине тока соответствует сечение медного провода $S = 6$ мм². Максимально допустимый длительный ток для этого сечения $I_{\text{доп}} = 37$ А.

Ток плавкой вставки предохранителя для защиты от короткого замыкания электродвигателя механизма с легкими условиями пуска в соответствии с ПТЭ выбирают из условия: $I_B \geq \frac{K_I I_{1\text{ном}}}{2,5} = \frac{7 \cdot 29,3}{2,5} \cong 82$ А. Стандартная плавкая вставка предохранителя рассчитана на ток $I_{B\text{ном}} = 100$ А.

Проверку плавкой вставки осуществляют исходя из условия необходимости обеспечения соотношения: $I_B/I_{\text{доп}} \leq 3$.

В данном случае $I_B/I_{\text{доп}} = 100/37 = 2,7 < 3$, следовательно, плавкая вставка, рассчитанная на ток $I_{B\text{ном}} = 100$ А, защищает медные провода сечением 3×6 мм², проложенные в газовой трубе, от действия токов короткого замыкания.

Расчетный ток короткого замыкания определяют исходя из номинального значения тока плавкой вставки предохранителя, при котором при замыкании фазы электродвигателя на зануленный корпус предохранитель надежно срабатывает и двигатель отключается при обеспечении условия: $I_K \geq K_P I_{B\text{ном}}$, где $K_P = 3$ — коэффициент кратности номинального тока плавкой вставки предохранителя: $I_K \geq 3 I_{B\text{ном}} = 3 \cdot 100 \geq 300$ А.

Активное сопротивление одного провода $R_\phi = \rho \frac{l}{S} = \frac{0,018 \cdot 100}{6} = 0,3$ Ом, где $\rho = 0,018$ Ом $\frac{\text{мм}^2}{\text{м}}$ — удельное сопротивление медного провода.

Активное сопротивление нейтрального провода: $R_N =$

$= U_{1\phi \text{ ном}}/I_x - R_\phi = 220/300 - 0,3 = 0,733 - 0,3 = 0,433 \text{ Ом}$, где $U_{1\phi \text{ ном}} = U_{1\text{л ном}}/\sqrt{3} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}$ — номинальное фазное напряжение трехфазной четырехпроводной сети.

Сечение нейтрального медного провода: $S_N = \frac{\rho l}{R_N} = \frac{0,018 \cdot 100}{0,433} = 4,15 \text{ мм}^2$. Принимаем стандартное сечение нейтрального провода $S_N = 4 \text{ мм}^2$, которое должно быть не меньшим 50 % сечения фазного провода, изготовленного из одного и того же материала. В данном случае условие $S_N = 4 \text{ мм} \geq 0,5S = 0,5 \cdot 6 = 3 \text{ мм}$ выполняется.

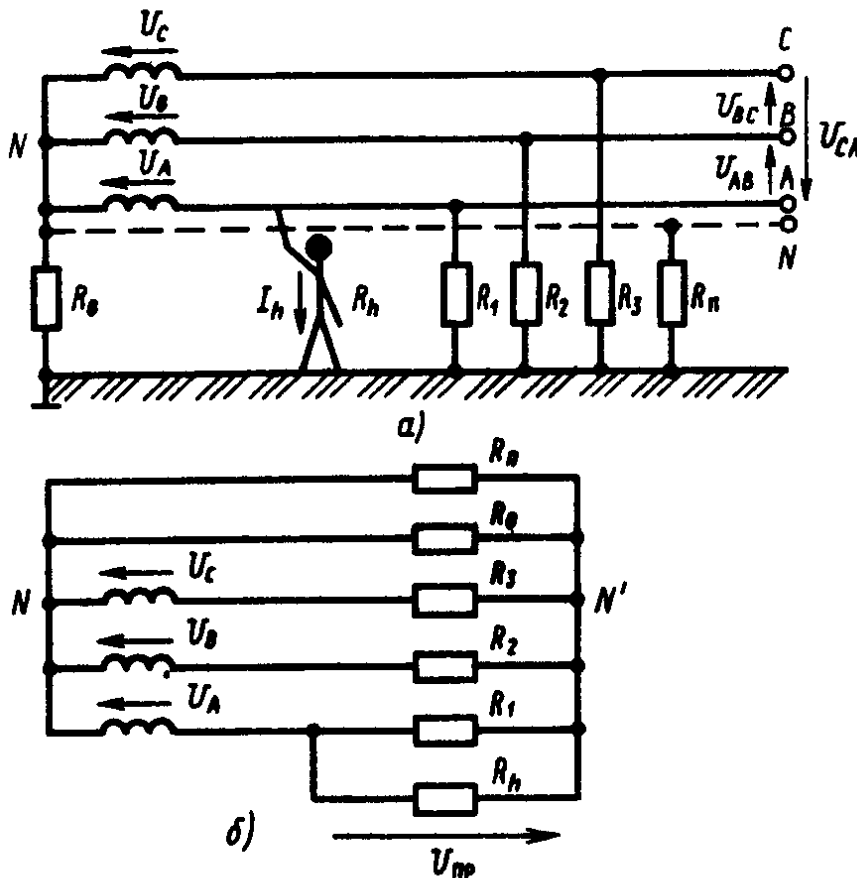


Рис. 16.2

16.2. Оператор, стоя на бетонном полу, коснулся линейного провода А трехфазной четырехпроводной питающей сети (рис. 16.2, а) с симметричным линейным напряжением $U_{AB} = U_{BC} = U_{AC} = U_{1\text{л ном}} = 380 \text{ В}$ с заземленной нейтралью N и сопротивлением заземления $R_0 = 4 \text{ Ом}$. Сопротивление тела человека принято равным $R_h = 10^3 \text{ Ом}$, сопротивления изоляции проводов относительно земли (без учета реактивной составляющей сопротивления) $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_n = 10^4 \text{ Ом}$ (рис. 16.2, а). Определить ток I_h , протекающий в цепи тела человека, и напряжение прикосновения $U_{пр}$. Емкостью проводов относительно земли пренебречь.

Решение. Электрическая схема (рис. 16.2, а) заменяется эквивалентной схемой (рис. 16.2, б). Определяем комплексные фазные напряжения, направляя вектор напряжения \underline{U}_A по оси

положительных действительных чисел. При симметричном источнике питания: $\underline{U}_A = U_A e^{j\varphi} = U_A e^{j0} = U_A a^0 = U_A = U_{1\text{ф ном}}$; $\underline{U}_B = U_B e^{-j\frac{2\pi}{3}} = a^2 U_2 = a^2 U_\phi$; $\underline{U}_C = U_C e^{-j\frac{4\pi}{3}} = U_{1\text{ф ном}} e^{-j\frac{4\pi}{3}} = a U_3 = a U_{1\text{ф ном}}$, где $a = e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \left(-0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ — поворотный множитель, учитывающий сдвиг по фазе напряжений.

Проводимость тела человека и ветви цепи заземления нейтрали: $\underline{Y}_h = 1/R_h = 1/10^3$ См; $\underline{Y}_o = 1/R_o = 1/4$ См.

Проводимости ветвей эквивалентной схемы: $\underline{Y} = \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \underline{Y}_3 = \underline{Y}_\pi = 1/R = 1/10^4$ См, так как сопротивления $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_\pi \gg R_o$; $Y \ll Y_o$ ($\frac{1}{10^4} \ll \frac{1}{4}$). Поэтому принимаем: $\underline{Y} = \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 = \underline{Y}_3 = \underline{Y}_\pi = 0$.

С учетом этого напряжение между узловыми точками N и N' цепи:

$$\underline{U}_{N'N} = \frac{\underline{U}_A(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_h) + \underline{U}_B \underline{Y}_2 + \underline{U}_C \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_h + \underline{Y}_\pi + \underline{Y}_o} = \frac{U_\phi Y_1 + U_\phi Y_h + a^2 U_\phi Y_2 + a U_\phi Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_h + Y_\pi + Y_o}$$

или

$$\underline{U}_{N'N} = U_{1\text{ф ном}} \frac{\underline{Y}_h}{\underline{Y}_o + \underline{Y}_h} = U_{1\text{ф ном}} \frac{\frac{1}{R_h}}{\frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_h}} = U_{1\text{ф ном}} \frac{R_o}{R_h + R_o} = 220 \frac{4}{1000 + 4} = 0,876 \text{ В.}$$

Напряжение соприкосновения находят из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для соответствующего замкнутого контура: $\underline{U}_{\pi N} - \underline{U}_A + \underline{U}_{\text{пр}} = 0$, откуда $\underline{U}_{\text{пр}} = \underline{U}_A - \underline{U}_{\pi N} =$

$$= U_{1\text{ф ном}} - U_{1\text{ф ном}} \frac{R_o}{R_h + R_o} = 220 - 220 \frac{1000}{1000 + 4} = 211,24 \text{ В.}$$

Ток, протекающий по телу человека: $\underline{I}_h = \underline{U}_{\text{пр}} \underline{Y}_h = 211,24 \frac{1}{1000} = 211,24 \text{ мА} = 0,211 \text{ А.}$

Так как $R_o \ll R_h$, то $\frac{R_h}{R_h + R_o} = 1$, а $U_{\text{пр}} = U_{1\text{ф ном}}$, откуда следует, что при соприкосновении к одной из фаз трехфазной четырехпроводной сети с глухозаземленной нейтралью человек оказывается практически под фазным напряжением $U_{1\text{ф ном}}$.

16.3. При ревизии электрооборудования электромонтер, находясь на земле, коснулся линейного провода с линейным напряжением $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{1\text{л ном}} = 380 \text{ В}$ (рис. 16.3, а). Сопротивление изоляции проводов $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ кОм}$. Определить ток, протекающий по телу человека, сопротивление которого $R_h = 1000 \text{ Ом}$. Емкостью проводов относительно земли пренебречь ввиду их малой протяженности.

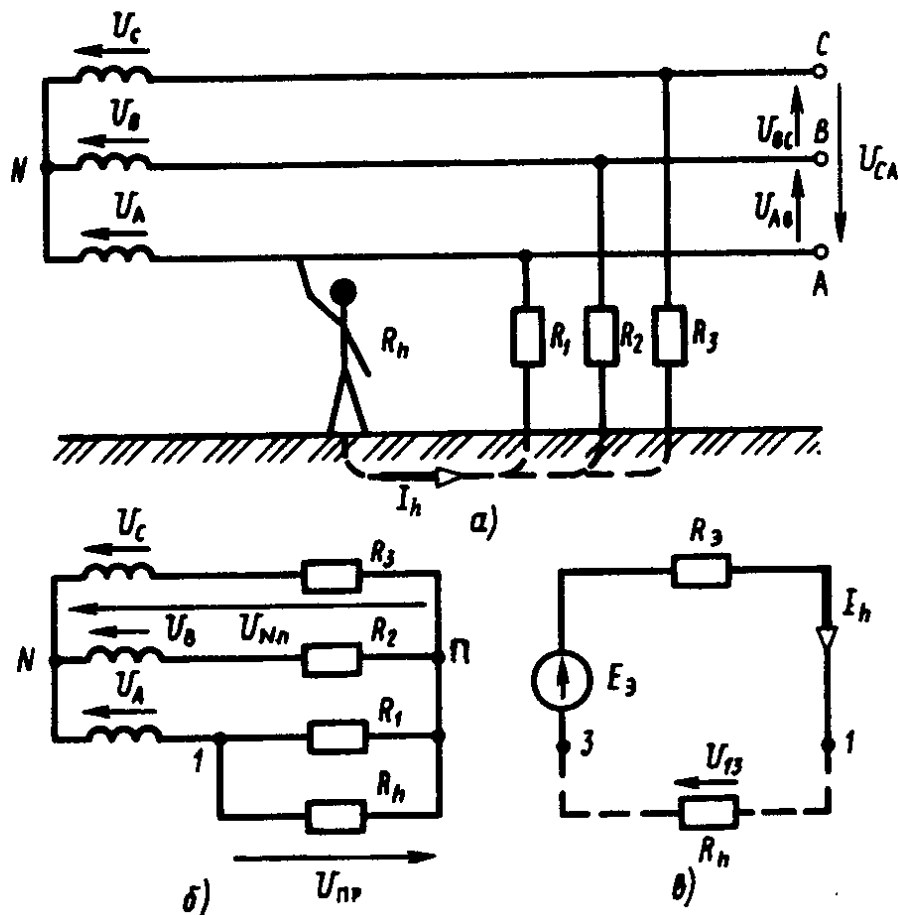


Рис. 16.3

Решение. Электрическая схема (рис. 16.3, а) может быть заменена эквивалентными схемами (рис. 16.3, б, в).

ЭДС E_3 эквивалентного генератора (рис. 16.3, б): $E_3 = U_A = U_{1\text{ф ном}} = U_{1\text{л ном}} / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220 \text{ В}$.

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора находят из соотношения: $1/R_3 = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$. Так как $R_1 = R_2 = R_3 = R$, то $R_3 = R/3 = 10 \cdot \frac{1}{3} 10^3 = 3,33 \cdot 10^3 \text{ Ом}$.

Ток, протекающий по телу человека, определяется в соответствии со схемой рис. 16.3, в: $I_h = \frac{E_3}{R_3 + R_h} = \frac{220}{3,33 \cdot 10^3 + 1000} = 0,0508 = 0,051 \text{ А} \approx 51 \text{ мА}$.

Для жизни человека опасен ток, превышающий 50—100 мА.

16.4. Задачу 16.3 решить методом узлового напряжения.

Решение. Проводимости ветвей для схемы (рис. 16.3, б): $\underline{Y}_1 = 1/R_1 = 1/(10 \cdot 10^3) = 0,0001 \text{ См}$; $\underline{Y}_h = 1/R_h = 1/10^3 = 0,001 \text{ См}$; $\underline{Y}_2 = 1/R_2 = 1/(10 \cdot 10^3) = 0,0001 \text{ См}$; $\underline{Y}_3 = 1/R_3 = 1/(10 \cdot 10^3) = 0,0001 \text{ См}$.

Напряжение между узлами n и N (напряжение смещения нейтрали):
$$\underline{U}_{nN} = \frac{U_a(\underline{Y}_1 + \underline{Y}_h) + U_b \underline{Y}_2 + U_c \underline{Y}_3}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_h} = \frac{\underline{Y}_1(\underline{U}_a + \underline{U}_b + \underline{U}_c) + \underline{U}_a \underline{Y}_h}{(3\underline{Y}_1 + \underline{Y}_h)}$$
$$= \frac{380 \cdot 0,001}{\sqrt{3}(3 \cdot 0,0001 + 0,001)} = 169 \text{ В}$$

$R \cdot 10^3, \text{ Ом}$	5	10	20	30	40	50	60	90
$I_h, \text{ мА}$	83	50,8	28,72	20	15,35	12,45	10,4	7,09

Определяем ток, протекающий по телу человека, исходя из уравнения, составленного по второму закону Кирхгофа для соответствующего замкнутого контура: $I_h = Y_h(U_A - U_{гН}) = 0,001 \times \times (380/\sqrt{3} - 169) \cong 0,001 \cdot 51 \cong 0,051 \text{ А} \cong 51 \text{ мА}$.

В табл. 16.1 и на рис. 16.4 приведены значения токов I_h , рассчитанные по приведенной выше формуле при различных сопротивлениях изоляции проводов относительно земли при $R_1 = R_2 = R_3 = R$ и принятом значении сопротивления тела человека $R_h = 1000 \text{ Ом}$.

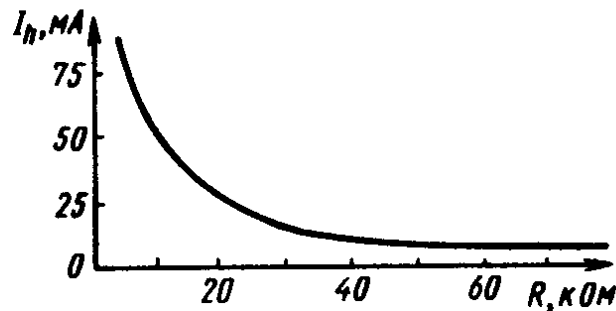


Рис. 16.4

16.5. В условиях задачи 16.3 определить ток I_h , протекающий по телу человека в аварийном режиме в трехфазной симметричной трехпроводной электрической цепи с изолированной нейтралью при замыкании фазы C на землю через небольшое активное сопротивление заземления $R_{зм} = 100 \text{ Ом}$ (рис. 16.5) и прикосновении человека к исправной фазе A с фазным напряжением $U_{1\phi \text{ ном}} = 220 \text{ В}$.

Решение. При замыкании фазы C на землю проводимости двух других изолированных фаз можно принять равными нулю, тогда ток, протекающий в аварийном режиме по телу человека: $I_h = U_{1\phi \text{ ном}} / (R_h + R_{зм}) = 380 / (1000 + 100) = 380 / 1100 = 0,345 \text{ А} = 345 \text{ мА}$, где $U_{1\phi \text{ ном}}$ — линейное напряжение симметричной трехфазной трехпроводной электрической сети с изолированной от земли нейтралью $U_{1\phi \text{ ном}} \sqrt{3} U_{\phi \text{ ном}} = 380 \text{ В}$.

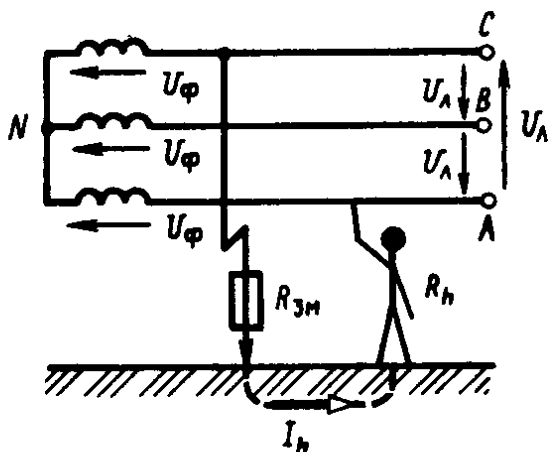


Рис. 16.5

Напряжение прикосновения в аварийном режиме: $U_{пр} = R_h I_h = U_{1\phi \text{ ном}} \frac{R_h}{R_h + R_{зм}} = \frac{380 \cdot 1000}{1000 + 100} = \frac{3800}{11} = 345,45 \text{ В}$.

При $R_{зм} = 0$ $U_{пр} = \sqrt{3} U_{\phi \text{ ном}} = U_{1\phi \text{ ном}} = 380 \text{ В}$.

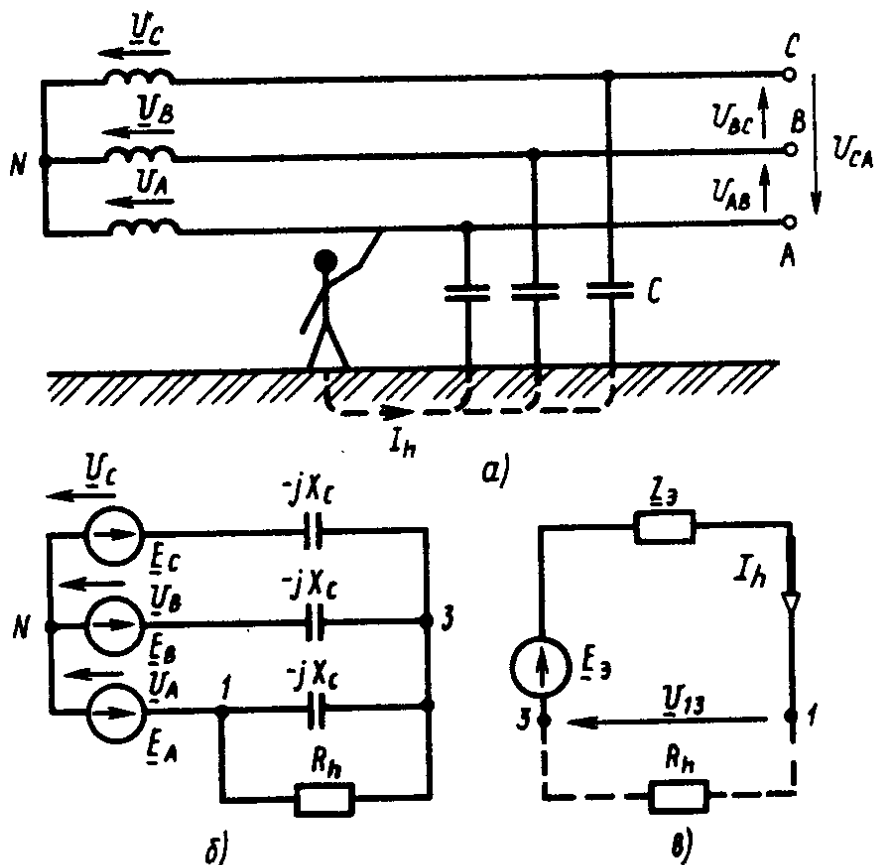


Рис. 16.6

В аварийном режиме при замыкании фазы C на землю через малое сопротивление $R_{зм}$ и касании человека к исправной фазе трехфазной трехпроводной электрической сети с изолированной от земли нейтралью человек окажется под напряжением, большим фазного и меньшим линейного напряжения питающей сети, т. е. $U_{1ф\text{ ном}} < U_{пр} < U_{1л\text{ ном}}$.

16.6. При производстве работ электромонтер повредил кабель трехфазной электрической сети с изолированной нейтралью с линейным напряжением $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{л} = 380$ В при частоте $f = 50$ Гц и коснулся инструментом одной из фаз (рис. 16.6, а). Емкость каждой фазы кабеля относительно земли $C = 0,1$ мкФ. Определить ток, протекающий по телу электромонтера, приняв сопротивление его тела $R_h = 1000$ Ом.

Решение. Решаем задачу методом эквивалентного генератора. Электродвижущая сила эквивалентного генератора равна напряжению при отключении внешнего участка цепи: $E_3 = U_{1ф\text{ ном}} = U_{1л\text{ ном}} / \sqrt{3} = 380 / \sqrt{3} = 220$ В.

Емкостное сопротивление жилы кабельной линии (рис. 16.6, б):

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6}} = 31\,800 \text{ Ом.}$$

Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора равно общему сопротивлению внутренней части электрической цепи относительно точек 3 и 1 (рис. 16.6, б): $Z_3 = \frac{-jX_c}{3} = -\frac{j31\,800}{3} = -j10\,600$ Ом.

Ток, протекающий по телу попавшего под напряжение электромонтера (рис. 16.6, в): $\underline{I}_h = \frac{\underline{E}_2}{\underline{Z}_3 + R_h} = \frac{220}{-j10\,600 + 1000}$ или $\underline{I}_h = \frac{2,2}{10 - j106} = \frac{2,2(10 + j106)}{(10 - j106)(10 + j106)} = \frac{22 + j2332}{11336} = (0,0022 + j0,205) \text{ А}$.

Ток $I_h = \sqrt{0,0022^2 + 0,205^2} = 0,205 \text{ А} = 205 \text{ мА}$ оказывается опасным для жизни человека. При равенстве емкостей проводов относительно земли и весьма больших сопротивлениях изоляции токоведущих частей относительно земли (при $C_1 = C_2 = C_3 = C$ и $R_1 = R_2 = R_3 = \infty$), что может иметь место в кабельных электрических сетях, ток, протекающий по телу человека, попавшего под напряжение, определяется в соответствии с выражением

$$\underline{I}_h = \frac{U_{1\phi \text{ ном}}}{R_h + \underline{Z}_3} = \frac{U_{1\phi \text{ ном}}}{R_h - \frac{jX_C}{3}} = \frac{3U_{1\phi \text{ ном}}}{3R_h - jX_C}$$

16.7. Укажите назначение защитного заземления электроустановок в сетях с глухозаземленной нейтралью. *Ответ.* Автоматическое отключение поврежденной электроустановки от сети при замыкании на корпус.

16.8. Укажите назначение защитного заземления электроустановок в сетях с изолированной нейтралью. *Ответ.* Снижение напряжения прикосновения до безопасной величины.

16.9. Разрешается ли питание электроинструмента и переносных светильников от автотрансформаторов? *Ответ.* Запрещается.

16.10. Разрешается ли лицам, пользующимся электроинструментом, держаться за питающие провода и вносить электроинструмент внутрь барабанов, котлов и т. д.? *Ответ.* Во всех случаях запрещается.

16.11. Допускается ли в помещениях с повышенной опасностью и в особо опасных помещениях применение ручного электроинструмента с номинальным напряжением $U_{\text{ном}} \leq 220 \text{ В}$ при наличии устройств защитного отключения или надежно заземленного корпуса инструмента при обязательном использовании защитных средств (диэлектрических перчаток и пр.)? *Ответ.* Допускается, если невозможно обеспечить работу электроинструмента при напряжении $U_{\text{ном}} = 36 \text{ В}$.

16.12. Опишите последствия остановок сердца человека, попавшего под напряжение, при острых нарушениях дыхания и кровообращения. *Ответ.* В обычных условиях после остановки сердца или дыхания клетки головного мозга человека гибнут через 5 мин. Охлаждение тела удлиняет, а перегревание и кислородная недостаточность укорачивают период клинической смерти и ведут к биологической смерти человека. Характер изменения дыхания (1), работы сердца (2) и деятельности мозга (3) при остановке сердца (4) характеризуют графики на рис. 16.12.

16.13. Укажите признаки остановки дыхания человека, попавшего под напряжение, при острых нарушениях дыхания и кровообращения. *Ответ.* Отсутствие экскурсии грудной клетки 1 и потока воздуха возле рта и носа 2 (рис. 16.13).

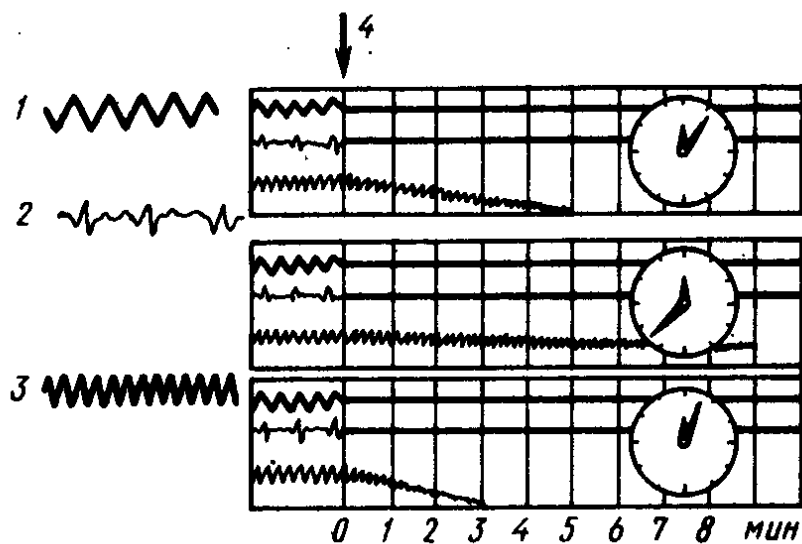


Рис. 16.12

16.14. Перечислите признаки остановки сердца человека, попавшего под напряжение, при острых нарушениях дыхания и кровообращения. *Ответ.* Отсутствие пульса (рис. 16.14, а) и дыхания (рис. 16.14, б), расширенные зрачки, не реагирующие на свет (рис. 16.14, в).

16.15. Опишите действия оказывающего помощь человеку, попавшему под напряжение, при сердечно-легочной реанимации, если оживляет один. *Ответ.* Искусственное дыхание осуществляют способом «изо рта в рот» или «изо рта в нос» через сложенную вдвое марлю (рис. 16.15). Вначале делают четыре вдоха, затем чередуют два вдоха (1) и 15 надавливаний на грудину (2) с частотой 60—80 раз/мин. Реанимация проводится до появления у пострадавшего самостоятельного дыхания и пульса или до прибытия «скорой помощи».

16.16. Опишите действия оказывающих помощь человеку, попавшему под напряжение, при сердечно-легочной реанимации, если оживляют двое. *Ответ.* Искусственное дыхание осуществляют способом «изо рта в рот» или «изо рта в нос» через сложенную вдвое марлю (рис. 16.16). Вначале делают четыре вдоха, затем чередуют один вдох (1) и пять надавливаний на грудину (2) с частотой 60—80 раз/мин. Реанимация проводится до появления у пострадавшего самостоятельного дыхания и пульса или до прибытия «скорой помощи».

16.17. Опишите способ искусственного дыхания человека, по-

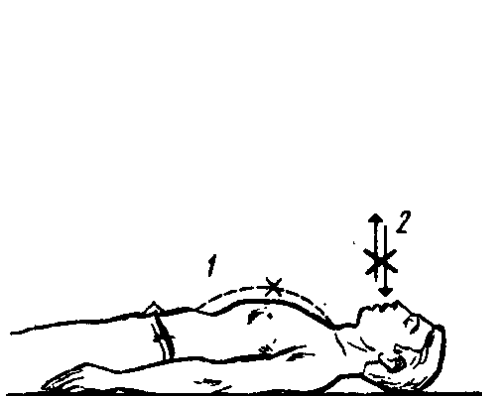


Рис. 16.13

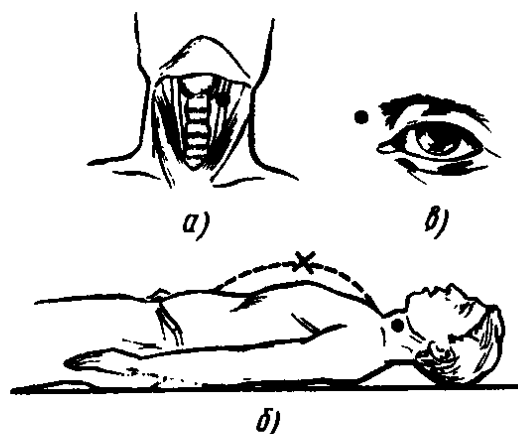


Рис. 16.14

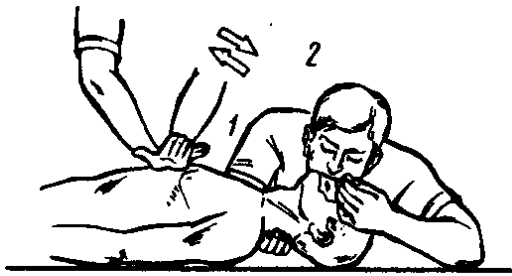


Рис. 16.15

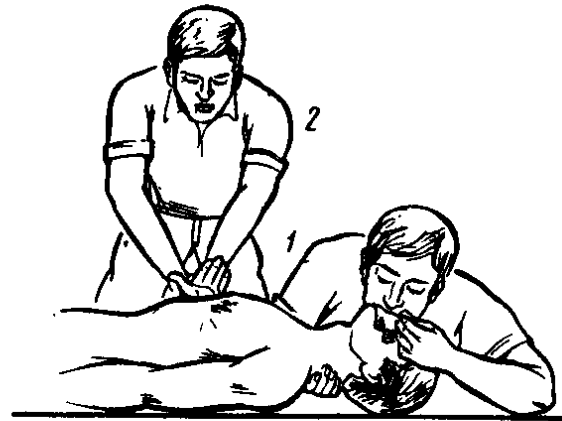


Рис. 16.16

павшего под напряжение, методом сдавливания грудной клетки. *Ответ.* Способ применяют при опасности заражения или отравления оказывающего первую помощь. При этом следует надавливать на боковые стороны грудной клетки пострадавшего в момент его выдоха, а на вдохе ослабить силу рук. Искусственное дыхание пострадавшему осуществляют в соответствии с рис. 16.17, *а* или *б* и продолжают до прибытия врача.

16.18. Опишите способ искусственного дыхания человеку, попавшему под напряжение, по методу Хольгера—Нильсона. *Ответ.* По этому методу искусственное дыхание производят в соответствии с рис. 16.18, *а* (выдох) и *б* (вдох), когда пострадавший находится без сознания. Частота надавливания на грудину составляет 16—20 раз/мин и производится до появления самостоятельного дыхания или до прибытия врача.

16.19. Опишите способ искусственного дыхания человеку, попавшему под напряжение, по методу Сильвестра. *Ответ.* Этот метод, так же как и метод Хольгера—Нильсона, применяют в том случае, когда пострадавший находится без сознания, в соответствии с рис. 16.19, *а* (выдох) и *б* (вдох). Частота надавливания на грудину составляет 16—20 раз/мин и производится до появления самостоятельного дыхания или по прибытия врача.

Задачи

16.20. Укажите предельное максимальное U_{\max} значение напряжения потребителей электроэнергии исходя из условий электробезопасности при эксплуатации и ремонте. *Ответ.* $U_{\max} = 1000 \text{ В}$.

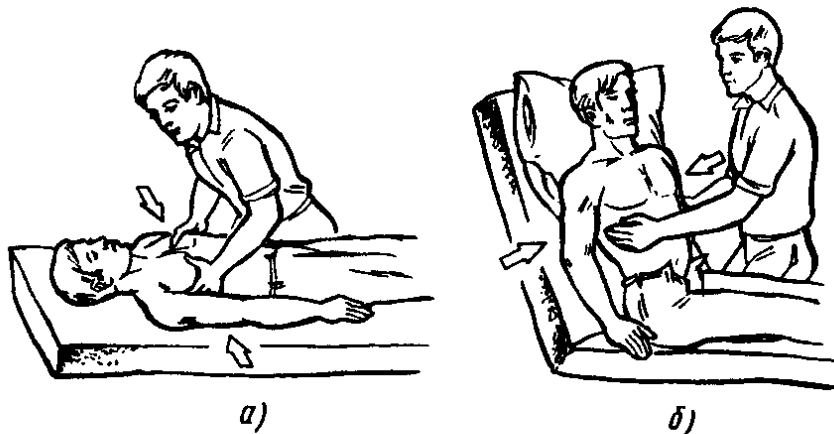


Рис. 16.17

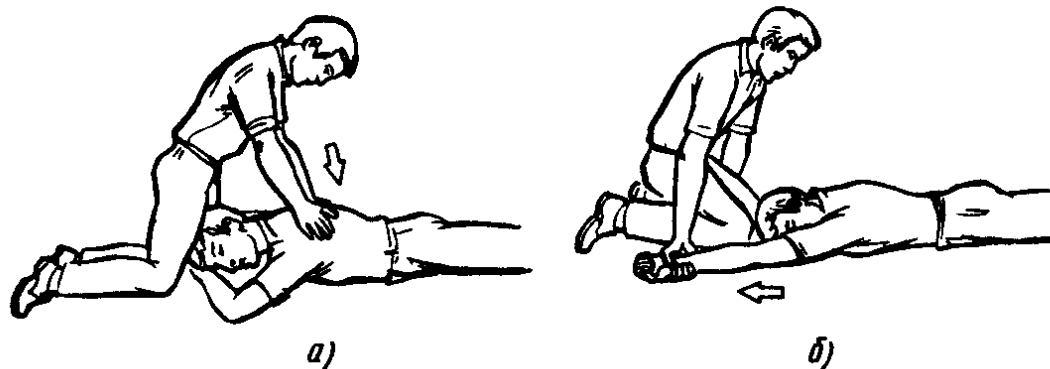


Рис. 16.18

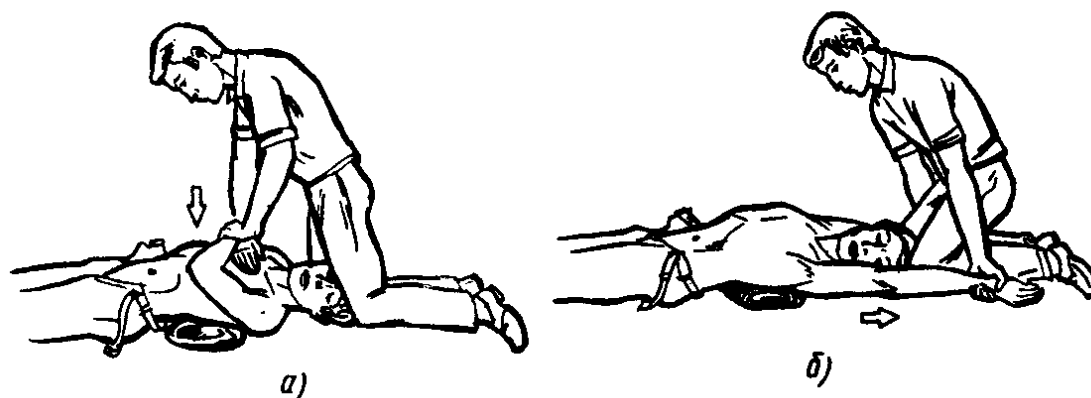


Рис. 16.19

16.21. Укажите значение максимально допустимого сопротивления R_0 защитного заземления, принятого в электрических сетях с напряжением до 1000 В. *Ответ.* R_0 не превышает 4 Ом.

16.22. На какие значения напряжений U распространяются правила технической эксплуатации электроустановок (ПТЭ) и правила техники безопасности (ПТБ) при эксплуатации электроустановок потребителей электроэнергии независимо от их ведомственной принадлежности? *Ответ.* Напряжения $U \geq 1000$ В.

16.23. Укажите предельное максимальное значение напряжения U_{\max} , допустимого для стационарного искусственного освещения с лампами накаливания в помещениях без повышенной опасности. *Ответ.* $U_{\max} = 220$ В.

16.24. Укажите допустимые значения напряжения $U_{\text{доп}}$ для переносных электрических светильников, присоединяемых к питающему трансформатору наглухо или с помощью штепсельной вилки. *Ответ.* $U_{\text{доп}} = 12$ В или 36 В.

16.25. При каком предельном максимальном допустимом значении напряжения U_{\max} в соответствии с правилами ПТБ разрешается производить работы с электроинструментом в помещениях без повышенной опасности? *Ответ.* $U_{\max} = 220$ В.

16.26. При каком предельном максимальном значении напряжения U_{\max} в соответствии с ПТБ разрешается производить работы с электроинструментом в помещениях с повышенной опасностью, вне помещений и в особо опасных помещениях (с обяза-

тельным применением индивидуальных защитных средств)? *Ответ.* $U_{\max} = 36 \text{ В}$.

16.27. Какое допустимое значение U_{\max} напряжения соответствует переносным электрическим светильникам в помещениях с повышенной опасностью? *Ответ.* $U_{\max} \leq 36 \text{ В}$.

16.28. Какое допустимое значение напряжения U_{\max} соответствует переносным электрическим светильникам в помещениях особо опасных и вне помещений? *Ответ.* $U_{\max} = 12 \text{ В}$.

16.29. Укажите максимальное значение напряжения U_{\max} , в пределах которого в качестве защитных средств используются изолирующие штанги, указатели напряжения с дополнительным сопротивлением для фазировки, изолирующие клещи, инструмент с изолированными рукоятками, резиновые диэлектрические перчатки, боты, галоши, коврики, изолирующие подставки, переносные заземления, защитные очки. *Ответ.* $U_{\max} = 1 \text{ кВ}$.

16.30. Укажите максимальное значение напряжения U_{\max} , в пределах которого в качестве защитных средств используются измерительные изолирующие штанги, изолирующие колпаки и накладки. *Ответ.* $U_{\max} = 1 \text{ кВ}$.

16.31. Приведите выражение для расчетного значения тока $I_{\text{пвст}}$ плавкой вставки предохранителей от многофазных коротких замыканий электродвигателей с легкими условиями пуска, исходя из их значений пускового тока $I_{\text{пуск}}$. *Ответ.* $I_{\text{пвст}} = I_{\text{пуск}}/2,5$.

16.32. Приведите выражение для расчетного значения тока $I_{\text{пвст}}$ плавкой вставки предохранителей от многофазных коротких замыканий с тяжелыми условиями пуска (например, при большой длительности разгона двигателя, с частыми пусками). *Ответ.* $I_{\text{пвст}} = I_{\text{пуск}}/(2 + 1,6)$.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММИРОВАННЫХ МИКРОКАЛЬКУЛЯТОРОВ И ЭВМ

Приложение 1

Неразветвленная электрическая цепь переменного тока (рис. П.1.1) со стандартной частотой $f = 50$ Гц находится под напряжением U . Падение напряжения на резисторе U_R , на зажимах конденсатора U_C , на зажимах катушки индуктивности U_K , ток в цепи I , активная мощность P , замеряемая ваттметром W . Используя данные, приведенные в табл. П.1.1, с помощью программированного микрокалькулятора определить полное сопротивление цепи Z , сопротивление резистора R , емкостное сопротивление X_C и емкость C конденсатора, а также полное Z_K , активное R_K и индуктивное X_K сопротивления катушки, ее индуктивность L_K , коэффициент мощности катушки $\cos \varphi_K$ и коэффициент мощности всей цепи $\cos \varphi$. Построить в масштабе соответствующие векторные диаграммы тока и напряжения и треугольник сопротивлений для катушки индуктивности.

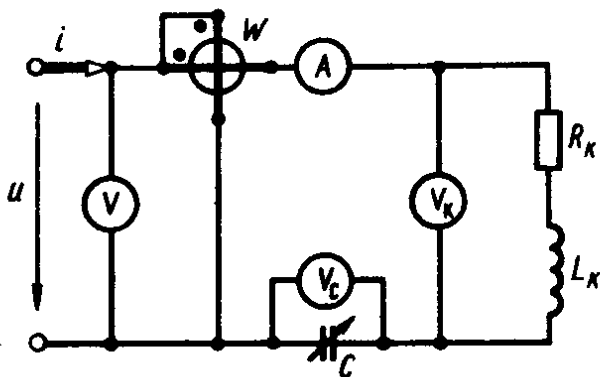


Рис. П.1.1

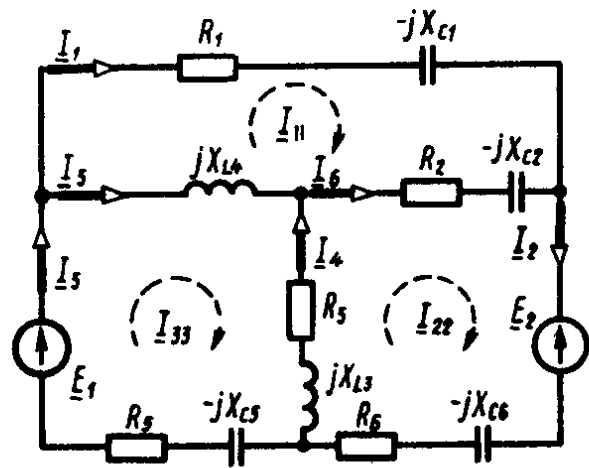


Рис. П.2.1

Таблица П.1.1

Задано						Вычисления										
U , В	U_R , В	U_C , В	U_K , В	I , А	P , Вт	Z , Ом	R , Ом	X_C , Ом	C , мкФ	Z_K , Ом	R_K , Ом	X_K , Ом	L_K , Гн	$\cos \varphi_K$	$\cos \varphi$	
50	43,6	14,1	10,4	0,36	17,9											
50	43,5	5,9	10,4	0,36	17,8											
50	49	7,1	0	0,41	19,5											
50	44	0	9,9	0,36	18,0											
50	0	40	0	2,2	0											
50	0	0	50	1,8	55											

Таблица П.1.2

Но- мер шага	Нажимаемые клавиши	Код	Пояснение	Но- мер шага	Нажимаемые клавиши	Код	Пояснение
00	П d	4г	ввод U	35	÷	13	
01	С/П	50		36	П 9	49	
02	П 2	42	ввод U_R	37	С/П	50	
03	С/П	50		38	ИП 6	66	
04	П 3	43	ввод U_C	39	ИП 5	65	
05	С/П	50		40	FX ²	22	
06	П 4	44	ввод U_K	41	÷	13	
07	С/П	50		42	ИП 7	67	
08	П 5	45	ввод I	43	—	11	
09	С/П	50		44	П 1	41	
10	П 6	46	ввод P	45	С/П	50	
11	ИП d	6Г		46	ИП 9	69	
12	ИП 5	65		47	FX ²	22	
13	÷	13		48	ИП 1	61	
14	П а	4-		49	FX ²	22	
15	С/П	50		50	—	11	
16	ИП 2	62		51	Ф V	21	
17	ИП 5	65		52	С/П	50	
18	÷	13		53	Ф П	21	
19	П 7	47		54	1	01	
20	С/П	50		55	0	00	
21	ИП 3	63		56	0	00	
22	ИП 5	65		57	X	12	
23	÷	13		58	÷	13	
24	С/П	50		59	С/П	50	
25	1	01		60	ИП 1	61	
26	0	00		61	ИП 9	69	
27	0	00		62	÷	13	
28	X	12		63	С/П	50	
29	Ф П	20		64	ИП 7	67	
30	X	12		65	ИП а	6-	
31	Ф 1/X	23		66	÷	13	
32	С/П	50		67	СП	50	
33	ИП 4	64					
34	ИП 5	65					

Программа расчетов к Приложению 1 с использованием программированных микрокалькуляторов МК-54, МК-56, МК-61, БЗ-34 и других дана в табл. П.1.2.

Задание для реализации программы следующее: включить микрокалькулятор; нажать клавиши: $\boxed{В/О} \boxed{F} \boxed{ПРГ}$ (перевод в режим программирования); ввести текст программы, нажимая соответствующие клавиши и контролируя правильность нажатия по значению кода; нажать клавиши $\boxed{F} \boxed{АВТ}$ (перевод в автоматический режим), ввести исходные данные, например, для первой строки табл. П.1.1. Ввести, например, $U = 50 \text{ В}$; нажать $\boxed{В/О} \boxed{C/П}$, ввести U_R (например, $U_R = 43,6 \text{ В}$), нажать $\boxed{C/П}$, далее ввести U_C , нажать $\boxed{C/П}$, ввести U_K , нажать $\boxed{C/П}$, ввести I , нажать $\boxed{C/П}$, ввести P , нажать $\boxed{C/П}$. На индикаторе данные выводятся в такой последовательности: Z , Ом — нажать клавишу $\boxed{C/П}$; R , Ом — клавишу $\boxed{C/П}$; X_C , Ом — клавишу $\boxed{C/П}$; C (в фарадах) — клавишу $\boxed{C/П}$; Z_K , Ом — клавишу $\boxed{C/П}$; R_K , Ом — клавишу $\boxed{C/П}$; X_K , Ом — клавишу $\boxed{C/П}$; L_K , Гн — клавишу $\boxed{C/П}$; $\cos \varphi_K$ — клавишу $\boxed{C/П}$; $\cos \varphi$ — клавишу $\boxed{C/П}$. Аналогичные расчеты выполняются и для других строк табл. П.1.1. Расчетные величины заносятся в правую часть расчетной табл. П.1.1. Вычисления, выполненные по приведенным ниже расчетным формулам, представлены в виде приведенной выше программы на программированном микрокалькуляторе 2л:

$$Z = U/I; R = U_R/I; X_C = \frac{U_C}{I}; C = 1/2\pi f X_C; Z_K = U_K/I; R_K = P/I^2 - R;$$

$$X_K = \sqrt{Z_K^2 - R_K^2}; L_K = \frac{X_K}{2\pi f}; \cos \varphi_K = \frac{P_K}{Z_K}; \cos \varphi = P/UI.$$

По результатам расчетов строятся в масштабе соответствующие векторные диаграммы тока и напряжений и треугольник сопротивлений для катушки индуктивности.

Приложение 2

Электрическая цепь переменного тока стандартной частоты $f_1 = 50 \text{ Гц}$ (рис. П.2.1) содержит источники ЭДС: $e_1 = 200\sqrt{2}\sin(\omega t + \pi)$; $e_2 = 100\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ и потребители электроэнергии с активным и реактивным сопротивлениями:

$R_1 = 20 \text{ Ом}$; $R_2 = 30 \text{ Ом}$; $R_3 = 40 \text{ Ом}$; $R_5 = 50 \text{ Ом}$; $R_6 = 30 \text{ Ом}$; $X_{C1} = 10 \text{ Ом}$; $X_{C2} = 20 \text{ Ом}$; $X_{L3} = 30 \text{ Ом}$; $X_{L4} = 20 \text{ Ом}$; $X_{C5} = 10 \text{ Ом}$; $X_{C6} = 10 \text{ Ом}$. Определить токи в ветвях при частотах, равных 0,5; 0,75; 1,25; 1,5 стандартной частоты переменного тока $f_1 = 50 \text{ Гц}$, и построить графики $I(f)$ зависимости тока от частоты переменного тока. Задачу решить методом контурных токов с использованием ЦВМ.

Решение. Комплексные ЭДС источников питания: $\underline{E}_1 = \frac{E_{1m}}{\sqrt{2}} e^{jn} = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{jn} = 200(\cos \pi + j \sin \pi) = -200 \text{ В}$; $\underline{E}_2 = \frac{E_{2m}}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{j\frac{\pi}{2}} = 100 \left(\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} \right) = j100 \text{ В}$, где E_{1m} , E_{2m} — амплитудные значения ЭДС.

Комплексные сопротивления ветвей: $\underline{Z}_1 = R_1 - jX_{C1} = (20 - j10) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_2 = R_2 - jX_{C2} = (30 - j20) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_3 = R_3 + jX_{L3} = (40 + j30) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_4 = jX_{L4} = j20 \text{ Ом}$; $\underline{Z}_5 = R_5 - jX_{C5} = (50 - j10) \text{ Ом}$; $\underline{Z}_6 = R_6 - jX_{C6} = (30 - j10) \text{ Ом}$ — при частоте переменного тока $f_1 = 50 \text{ Гц}$.

В соответствии с принятым на схеме электрической цепи (рис. П.2.1) положительным направлением обхода контурных токов составляются по числу контурных токов уравнения по второму закону Кирхгофа. Для верхнего замкнутого контура:

```

ПРОГРАММА LOOP
1 ЦЕЛ: N, K, J, I
2 ВВОД(12) [0С]; /20 ' 'Решение систем линейных уравнений'; %4, 20; 'Введ
ите число уравнений = 'N
3 ВЕЖ: ZR[N, N], ZI[N, N], ER[N], EI[N]
4 ВЕЖ: IR[N], II[N]
5 ВВОД: (/ , N(/N(' 'E))) / 'Введите построчно действительные части коэфф
ициентов матриц'; ZR
6 ВВОД: (/ , N(/N(' 'E))) / 'Введите построчно мнимые части коэффициентов
матриц'; ZI
7 ВВОД: (/ 'N(' 'E)) / 'Введите действительные части элементов вектора';
ER
8 ВВОД: (/ , N(' 'E)) / 'Введите мнимые части элементов вектора'; EI
9 ВЕЖ: T0, T1, D, A, B
10 ДЛЯ K=1, N
.НЦ
11 . TO:=ZR[K, K]
12 . T1:=ZI[K, K]
13 . D:=T0*T0+T1*T1
14 . ЕСЛИ(D) 1, 777, 1
15 1 . T0:=T0/D; T1:=-T1/D
16 . ДЛЯ I=1, N
. .НЦ
17 . .ДЛЯ J=1, N
. . .НЦ
18 . . .ЕСЛИ(I-K), 3
19 . . .ЕСЛИ(J-K), 3
20 . . . A:=ZR[I, K]*ZR[K, J]-ZI[I, K]*ZI[K, J]
21 . . . B:=ZR[I, K]*ZI[K, J]+ZI[I, K]*ZR[K, J]
22 . . . ZR[I, J]:=-(A*T0-B*T1)+ZR[I, J]
23 . . . ZI[I, J]:=-(A*T1+B*T0)+ZI[I, J]
24 3 . . .МЕТКА
25 . . .КОН J
26 . .КОН I
27 . .ДЛЯ I=1, N
. .НЦ
28 . .ЕСЛИ(I-K), 4
29 . . A:=- (ZR[K, I]*T0-ZI[K, I]*T1)
30 . . B:=- (ZR[K, I]*T1+ZI[K, I]*T0)
31 . . ZR[K, I]:=A; ZI[K, I]:=B
32 . . A:=ZR[I, K]*T0-ZI[I, K]*T1
33 . . B:=ZR[I, K]*T1+ZI[I, K]*T0
34 . . ZR[I, K]:=A; ZI[I, K]:=B
35 4 . .МЕТКА
36 . .КОН I
37 . ZR[K, K]:=T0
38 . ZI[K, K]:=T1
39 .КОН K
40 777 МЕТКА
41 ДЛЯ K=1, N
.НЦ
42 . IR[K]:=0.0; II[K]:=0.0
43 .ДЛЯ J=1, N
. .НЦ
44 . . IR[K]:=IR[K]+(ZR[K, J]*ER[J]-ZI[K, J]*EI[J])
45 . . II[K]:=II[K]+(ZR[K, J]*EI[J]+ZI[K, J]*ER[J])
46 . .КОН J
47 .КОН K
48 ВЫВОД/10' 'Корни уравнения'
49 ВЫВОД(/ , N(' 'E4)) / 'Действительная часть'; IR
50 ВЫВОД(/ , N(' 'E4)) / 'Мнимая часть'; II
51 КОН

```

$0 = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_4)I_{11} - \underline{Z}_2I_{22} - \underline{Z}_4I_{33}$. Для левого замкнутого контура: $\underline{E}_1 = (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)I_{33} - \underline{Z}_4I_{11} - \underline{Z}_3I_{22}$.

Для правого замкнутого контура: $-\underline{E}_2 = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_6)I_{22} - \underline{Z}_3I_{33} - \underline{Z}_2I_{11}$ или $\underline{Z}_{11}I_{11} + \underline{Z}_{12}I_{22} + \underline{Z}_{13}I_{33} = 0$; $\underline{Z}_{12}I_{11} + \underline{Z}_{22}I_{22} + \underline{Z}_{23}I_{33} = \underline{E}_{22}$; $\underline{Z}_{13}I_{11} + \underline{Z}_{23}I_{22} + \underline{Z}_{33}I_{33} = \underline{E}_{33}$; где $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_4$; $\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_6$; $\underline{Z}_{33} = \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5$ — сопротивления верхнего, правого и левого замкнутых контуров; $\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = -\underline{Z}_2$; $\underline{Z}_{13} = \underline{Z}_{31} = -\underline{Z}_4$; $\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_{32} = -\underline{Z}_3$ — общие сопротивления соответственно верхнего и правого, верхнего и левого, правого и левого замкнутых контуров; $\underline{E}_{22} = -\underline{E}_2$; $\underline{E}_{33} = \underline{E}_1$ — контурные ЭДС.

Уравнения для контурных токов могут быть представлены в матричной форме

$$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} & \underline{Z}_{13} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} & \underline{Z}_{23} \\ \underline{Z}_{31} & \underline{Z}_{32} & \underline{Z}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_{11} \\ \underline{I}_{22} \\ \underline{I}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{E}_{22} \\ \underline{E}_{33} \end{bmatrix}.$$

После подстановки заданных значений и преобразований получим выражения для токов в матричной форме

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{11} \\ \underline{I}_{22} \\ \underline{I}_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 - j10 & -30 + j20 & -j20 \\ -30 + j20 & 100 & -40 - j30 \\ -j20 & -40 - j30 & 90 + j40 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -j100 \\ -200 \end{bmatrix}.$$

Для решения полученной системы линейных уравнений используем цифровую вычислительную машину «Электроника ДЗ-28» с программой L OOP, распечатка которой приведена в табл. П.2.1. При этом определяются контурные токи: $\underline{I}_{11} = (-0,9522 - j1,826)$ А; $\underline{I}_{22} = (-1,201 - j2,236)$ А; $\underline{I}_{33} = (-1,936 - j0,745)$ А. Соответственно токи в ветвях: $\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} = (-0,9522 - j1,826)$ А или $I_1 = \sqrt{0,9522^2 + 1,826^2} = 2,059$ А; $\underline{I}_2 = \underline{I}_{22} = (-1,201 - j2,236)$ А или $I_2 = \sqrt{1,201^2 + 2,236^2} = 2,538$ А; $\underline{I}_3 = \underline{I}_{33} = (-1,936 - j0,745)$ А или $I_3 = \sqrt{1,936^2 + 0,745^2} = 2,074$ А.

В соответствии с первым законом Кирхгофа для узловых точек цепи определяют токи в ветвях: $\underline{I}_4 = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{33} = -1,201 - j2,236 + 1,936 + j0,745 = (0,734 - j1,491)$ А или $I_4 = \sqrt{0,734^2 + 1,491^2} = 1,66$ А; $\underline{I}_5 = \underline{I}_{33} - \underline{I}_{11} = -1,936 - j0,745 + 0,952 + j1,826 = (-0,984 + j1,081)$ А или $I_5 = \sqrt{0,984^2 + 1,081^2} = 1,462$ А; $\underline{I}_6 = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{11} = -1,201 - j2,236 + 0,952 + j1,826 = (-0,249 - j0,41)$ А или $I_6 = \sqrt{0,249^2 + 0,42^2} = 0,479$ А.

Для реализации программы, представленной в табл. П.2.1, вводят в ЦВМ «Электроника ДЗ-28» (например, с использованием дисплея алфавитно-цифрового 15ИЗ-00-13) текст этой программы. Для этого нажимается клавиша дисплея В (ввод), затем по порядку номеров программы нажимаются клавиши дисплея. При появлении на экране дисплея текста монитора операционной системы (МОС) нажимается клавиша **И** (на экране дисплея появляется «исполнитель» **Р**), далее набирается на клавиатуре дисплея имя программы (L OOP). Затем нажимается трижды клавиша «пробел». При появлении на экране текста «AM = число» нажимается клавиша **МРП** **П** пуск, при этом на экране появляется запрос числа комплексных уравнений («введите число уравнений»). Далее вводят число линейных комплексных уравнений, в данном случае три уравнения. Нажимается клавиша **3** **ВК**. Машина запрашивает действительные части коэффициентов матрицы. Вводят построчно действительные части коэффициентов матрицы. При этом, если в комплексном числе нет действительной части, нажимают клавишу **0**. После каждого коэффициента матрицы нажимается клавиша **ВК**. Далее машина запрашивает мнимые части уравнений (на экране появляется текст — «введите построчно мнимые части коэффициентов матрицы»). Ввод мнимой части осуществляется аналогичным образом. Затем вводятся действительная и мнимая части комплекса ЭДС. На экране появляются значения действительной и мнимой частей контурных токов (корни уравнения). Если после числа —9522 (в данном случае действительная часть комплексного контурного тока \underline{I}_{11}) следует E00, то записывается число —0,9522. Если на экране появится в нашем случае число —1201, а затем E01, то число записывается следующим образом: —1,201 (действительная часть комплексного тока \underline{I}_{22}). После выдачи корней уравнений контурных токов в левом нижнем углу экрана появится знак МРП — сигнал окончания цикла по определению контурных токов (машина закончила процесс решения задачи и снова готова к повторению аналогичных расчетов).

Для определения токов при других частотах переменного тока определяются реактивные сопротивления отдельных ветвей при этих частотах. Емкостное сопротивление при частоте $f_1 = 0,5f_1$, так как X_C и f_1 связаны между собой обратно

пропорциональной зависимостью ($X_C = \frac{1}{\omega C}$), то реактивные сопротивления конденсаторов при данной частоте окажутся в 2 раза большими, чем при $f_1 = 50$ Гц: $X_{C1.05} = 2X_{C1} = 2 \cdot 10 = 20$ Ом; $X_{C2.05} = 2X_{C2} = 2 \cdot 20 = 40$ Ом; $X_{C5.05} = 2X_{C5} = 2 \cdot 10 = 20$ Ом; $X_{C6.05} = 2X_{C6} = 2 \cdot 10 = 20$ Ом. Индуктивное сопротивление при частоте $f'_1 = 0,5f_1$. Реактивные индуктивные сопротивления X_L и частота f_1 связаны между собой прямо пропорциональной зависимостью, поэтому при частоте $f'_1 = 0,5f_1$ она окажется в 2 раза меньше, чем при $f_1 = 50$ Гц: $X_{L3.05} = 0,5X_{L3} = 0,5 \cdot 30 = 15$ Ом; $X_{L4.05} = 0,5X_{L4} = 0,5 \cdot 20 = 10$ Ом.

Аналогично определяются реактивные сопротивления отдельных ветвей и при других частотах. Далее определяются токи в ветвях при других частотах переменного тока по методике, изложенной выше. Результаты расчета сводятся в табл. П.2.2.

Т а б л и ц а П.2.2

f'_1	I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6
$0,5 f_1$						
$0,75 f_1$						

По данным расчетов для заданной электрической цепи строятся зависимости $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6(f'_1)$.

Приложение 3

Трехфазный асинхронный электродвигатель с короткозамкнутым ротором с числом пар полюсов p питается от трехфазной сети со стандартной частотой переменного тока $f_1 = 50$ Гц. По данным, приведенным в табл. П.3.1, с помощью программных микрокалькуляторов МК-61, МК-54 и других по программе, представленной в табл. П.3.2, определить частоту вращения n_1 вращающегося магнитного поля, частоту вращения ротора n_2 , угловую частоту вращения ротора ω_1 и его скольжение s , а также скольжение ротора s' и частоту тока f'_2 в роторе при возрастании нагрузки на валу двигателя с учетом того, что частота вращения ротора при этом уменьшается на 8 %, т. е. $n'_2 = 0,98n_2$, приняв отношение $n_2/n_1 = X$.

Т а б л и ц а П.3.1

p	X	$n_2 = Xn_1$
1	0,95	0,95
2	0,96	0,96
3	0,965	0,965
4	0,97	0,97
5	0,975	0,975
6	0,98	0,98

Программа расчетов с использованием микрокалькулятора представлена в табл. П.3.2. Перед набором программы включить микрокалькулятор, нажать клавиши **[F]** **[ПРГ]** микрокалькулятора. Ввести текст программы, нажимая клавиши микрокалькулятора в последовательности, указанной в табл. П.3.2 (контроль правильности нажатия клавишей осуществляется по значению кода).

Для реализации программы нажимают клавиши **[F]**, **[АВТ]**, **[В/О]**. Вводят исходные данные: **[p]** (например, $p = 1$), нажимают клавишу **[С/П]** (получают n_1);

Таблица П.3.2

Но- мер шага	Нажимаемые клавиши	Код	Пояснение	Но- мер шага	Нажимаемые клавиши	Код	Пояснение
00	↑ ← ввод p	0E	ввод p	20	П → X2	62	
01	3	03		21	— вычитание	11	
02	0	00		22	П → X1	61	
03	0	00		23	÷ деление	13	
04	0	00		24	С/П	50	
05	↔	14		25	5	05	
06	÷	13		26	0	00	
07	X → П1	41		27	X умножение	12	
08	С/П	50	вывод $n_1 =$ $= \frac{60f}{p}$	28	С/П	50	
09	X	12	ввод X	29	П → X2	62	
10	X → П2	42		30	0	00	
11	С/П	50	вывод $n_2 =$ $= Xn_1$	31		0.	
12	П → X1	61		32	9	09	
13	F π	20		33	5	05	
14	X	12		34	X	12	
15	3	03		35	X → П2	62	
16	0	00		36	С/П	50	
17	÷ деление	13		37	БП	51	
18	С/П	50		38	1 9	19	
19	П → X1	61					

нажимают клавишу **X** (например, при $p = 1$, $X = 0,95$), нажимают клавишу **С/П** (получают n_2), нажимают клавишу **С/П** (получают ω_1). Далее нажатием клавишей **С/П** получаем соответственно S , f_2 , n_2' , s' , f_2' . Аналогичные расчеты повторяют для других значений числа пар полюсов p . Расчетные значения заносят в табл. П.3.3.

Таблица П.3.3

p	n_1	$n_2 = Xn_1$	ω_1	s	f_2	n_2'	s'	f_2'
—	об/мин	об/мин	рад/с	—	Гц	об/мин	—	Гц
1								
2								
3								

Рассчитать по приближенным формулам и построить механическую характеристику $n_2(M)$ трехфазного асинхронного электродвигателя типа 4А90L4УЗ с числом пар полюсов $p = 2$, с номинальной мощностью $P_{2ном} = 2,2$ кВт, номинальной частотой вращения ротора $n_{2ном} = 1425$ об/мин, номинальным скольжением $s_{ном} = 5,1\%$. Кратность моментов электродвигателя $m_k = M_{max}/M_{ном} = 2,4$; $m_n = M_{пуск}/M_{ном} = 2,1$; $m_{min} = M_{min}/M_{ном} = 1,6$; частота питающего напряжения $f_1 = 50$ Гц; $U_{1ном} = 380$ В.

Решение. Номинальный момент: $M_{ном} = 9,55 \frac{P_{2ном}}{n_{2ном}} = 9,55 \cdot \frac{2,2 \cdot 10^3}{1425} = 14,74$ Н·м. Максимальный момент: $M_{max} = 2,4M_{ном} = 2,4 \cdot 14,74 = 35,37$ Н·м. Начальный пусковой момент: $M_{пуск} = 2,1M_{ном} = 2,1 \cdot 14,74 = 29,4$ Н·м. Минимальный момент: $M_{min} = 1,6M_{ном} = 1,6 \cdot 14,74 = 23,6$ Н·м. Критическое скольжение ротора определяется из приближенного уравнения механической характеристики асинхронного двигателя (формулы Клосса): $M = \frac{2M_{max}}{s/s_{кр} + s_{кр}/s}$. При наличии известных значений $M_{ном}$ и $s_{ном}$ с учетом того, что в двигательном режиме $s_{кр} >$

$> s_{ном}$, имеем: $s_{кр} = s_{ном} \left(\frac{M_{max}}{M_{ном}} + \sqrt{\left(\frac{M_{max}}{M_{ном}} \right)^2 - 1} \right) = 0,051(2,4 + \sqrt{2,4^2 - 1}) = 0,051 \cdot 4,58 = 0,234$. Частота вращения ротора, соответствующая $s_{кр}$: $n_{кр} = n_1(1 - s_{кр}) = 1500(1 - 0,234) = 1149$ об/мин, где $n_1 = 60f_1/p = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500$ об/мин. Частота вращения ротора, соответствующая минимальному моменту M_{min} : $n_{2min} = n_1(1 - s_{min}) = 1500(1 - 0,8) = 300$ об/мин (принимая минимальное скольжение $s_{min} = 0,8$). Координаты механической характеристики рассчитываются по формуле Клосса. Результаты расчетов сводят в табл. П.4.1.

Таблица П.4.1

Характерные координаты точки механической характеристики асинхронного электродвигателя					Рассчитывают по программе табл. П. 4.2.
n_2 , об/мин	0	300	1149	1425	1500
s	1	0,8	0,234	0,051	0
M , Н·м	29,4	26,3	35,37	14,74	0

Таблица П.4.2

Номер шага	Нажимаемые клавиши	Код	Номер шага	Нажимаемые клавиши	Код
00	П→Х 2	62	08	В↑	0E
01	П→Х 3	63	09	F I/X	23
02	—	11	10	+	10
03	П→Х 2	62	11	2	02
04	+	13	12	÷	13
05	Х→П 4	44	13	П→Х 0	60
06	П→Х 1	61	14	÷	13
07	÷	13	15	F I/X	23
			16	С/П	50

По результатам расчетов строится механическая характеристика. Механическую характеристику (см. рис. 12.22) определяют четырема характерными координатами: скольжению $s = 1$ ($n_2 = 0$) соответствует начальный пусковой момент $M_{\text{пуск}}$, скольжению $s = 0,7 \div 0,9$ — минимальный вращающийся момент M_{min} ; критическому скольжению $s_{\text{кр}}$ — критический момент $M_{\text{кр}}$. При номинальном вращающем моменте $M_{\text{ном}}$ скольжение $s = s_{\text{ном}}$, при скольжении $s = 0$ ($n_2 = n_1$) вращающийся момент M равен нулю. Программа расчета механической характеристики асинхронного электродвигателя на программированном микрокалькуляторе МК-56 [5] представлена в табл. П.4.2.

Для реализации программы следует нажать клавиши **В/О** **F** **ПРГ**. Ввести текст программы, нажимая соответствующие клавиши и контролируя правильность нажатия по значению кода. После набора программы переходят в автоматический режим, при этом нажимают клавиши **F** **АВТ** и вводят исходные данные, т. е. числа: $M_{\text{max}} = 35,37$ Н·м; M_{max} **X→П** **0**; $s_{\text{кр}} = 0,234$; $s_{\text{кр}}$ **X→П** **П** и $n_1 = 1500$ об/мин; n_1 **X→П** **2**, далее вводят n_2 (от 0 до 1499) n_2 **X→П** **3** и нажимают клавиши **В/О** и **С/П**. Записывают с индикатора полученное значение n_2 : **СХ** n_2 **X→П** **3**. Вновь вводят программу **В/О** **С/П** и т. д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная

1. Борисов Ю. М., Лицатов Д. Н., Зорин Ю. Н. Электротехника. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 552 с.
2. Касаткин А. С., Немцов М. В. Электротехника. Высшая школа, 2000. — 542 с.
3. Электротехника/Под ред. В. Г. Герасимова. — М.: Высшая школа, 1985. — 480с.

Дополнительная

1. Вольевский Б. А., Зейн В. Е., Шатерников В. Г. Электротехника. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 528 с.
2. Морозов А. Г. Электротехника, электроника, импульсная техника. — М.: Высшая школа, 1987.— 448 с.
3. Основы промышленной электроники/Под ред. В. Г. Герасимова — М.: Высшая школа, 1969,— 160 с.
4. Сборник задач по электротехнике и основам электроники/Под ред. В. Г. Герасимова — М.: Высшая школа, 1987. — 288 с.
5. «Design News» (США). 1988, № 12. Т. 44 С. 15.
6. Данилов И. А., Иванов П. М. Общая электротехника с основами электроники. — М.: Высшая школа, 1998. — 752 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Глава 1. Линейные электрические цепи постоянного тока	
§ 1.1. Источники и потребители электрической энергии постоянного тока	1
§ 1.2. Метод эквивалентных преобразований	15
§ 1.3. Метод применения законов Кирхгофа	25
§ 1.4. Метод контурных токов	38
§ 1.5. Метод узлового напряжения	46
§ 1.6. Метод наложения токов	53
§ 1.7. Метод эквивалентного генератора	56
Глава 2. Нелинейные электрические цепи постоянного тока	66
§ 2.1. Основные сведения о нелинейных электрических цепях	66
Глава 3. Однофазные электрические цепи синусоидального тока	78
§ 3.1. Способы изображения синусоидальных функций времени	78
§ 3.2. Метод комплексных чисел	82
§ 3.3. Линейные однофазные синусоидальные электрические цепи с последовательным соединением элементов цепи	89
§ 3.4. Линейные однофазные синусоидальные электрические цепи с параллельным и смешанным соединением элементов цепи	110
Глава 4. Электрические цепи периодического несинусоидального тока	156
§ 4.1. Основные сведения о периодических несинусоидальных токах	156
Глава 5. Переходные процессы в линейных электрических цепях	168
§ 5.1. Основные сведения о переходных процессах	168
Глава 6. Промышленная электроника	184
§ 6.1. Основные сведения об электровакуумных и полупроводниковых приборах	184
Глава 7. Трехфазные электрические цепи	211
§ 7.1. Трехфазная система питания потребителей электроэнергии	211
§ 7.2. Трехфазные трехпроводные электрические цепи при соединении фаз трехфазных потребителей электроэнергии «звездой»	212
§ 7.3. Трехфазные электрические цепи при соединении фаз трехфазных потребителей электроэнергии «треугольником»	215
§ 7.4. Трехфазные четырехпроводные электрические цепи	217
Глава 8. Электрические измерения	250
§ 8.1. Основные сведения об электроизмерительных приборах и погрешностях измерений	250
Глава 9. Магнитные цепи	264
§ 9.1. Основные сведения о магнитных цепях и их расчете	264
Глава 10. Трансформаторы	277
§ 10.1. Основные сведения о трансформаторах	277
	415

Глава 11. Электрические машины постоянного тока	302
§ 11.1. Основные сведения об электрических машинах постоянного тока	302
Глава 12. Трехфазные асинхронные электродвигатели	313
§ 12.1. Основные сведения о трехфазных асинхронных электродвигателях	313
Глава 13. Трехфазные синхронные электрические машины	342
§ 13.1. Основные сведения о синхронных машинах и области их применения	342
Глава 14. Электрический привод	352
§ 14.1. Основные сведения об электроприводе и принципах выбора электродвигателей	352
Глава 15. Электроснабжение производственных предприятий	364
§ 15.1. Основные сведения об электроснабжении и оплате за пользование электроэнергией	364
Глава 16. Электробезопасность	390
§ 16.1. Основные сведения об электробезопасности и оказанию первой помощи	390
Приложения. Примеры решения задач с использованием программированных микрокалькуляторов и ЭВМ	405
Список литературы	414

Учебное издание

**Рекус Григорий Гаврилович
Белоусов Анатолий Ильич**

**СБОРНИК ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ ПО ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ
И ОСНОВАМ ЭЛЕКТРОНИКИ**

*Редактор Л. В. Честная. Художник К. Э. Семенков.
Художественный редактор Ю. Э. Иванова. Технический редактор Н. В. Быкова*

ЛР № 010146 от 25.12.96. Изд. № ВТИ-93. Сдано в набор
и подп. в печать 26.11.2000. Формат 60×88¹/₁₆. Бум. газетная.
Гарнитура литературная. Печать офсетная. Объем 25,48 усл. печ. л.
25,48 усл. кр.-отг. 26,21 уч.-изд. л. Тираж 10000 экз. Заказ № 217.

ГУП «Издательство «Высшая школа». 101430, Москва, ГСП-4,
Неглинная ул., д. 29/14.

Факс: 200-03-01, 200-06-87
E-mail: V-Shkola@g23.relcom.ru [http:// www.v-shkola.ru](http://www.v-shkola.ru)

Набрано на персональных компьютерах издательства

Отпечатано в ОАО «Оригинал», 101898, Москва, Центр, Хохловский пер., 7.