МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Санкт-Петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»
(СПбГТИ(ТУ))

Кафедра математики

Состав контрольных работ по математике для студентов заочной формы обучения

Второй семестр

Санкт-Петербург
2013

Введение

Дисциплина «Математика» для студентов заочной формы обучения читается на первом и втором курсах. Во втором семестре студенты выполняют четыре контрольных работы (№№ 5–8).

Контрольная работа может быть написана от руки на листах формата А4 или представлена в распечатанном виде. Листы должны быть скреплены степлером, причем каждая контрольная работа сдается отдельно. Работа может быть написана от руки в тетради. В этом случае каждая работа сдается в отдельной тетради.

На титульном листе указывается полное название университета, факультет, кафедра, фамилия, имя, отчество студента, номер учебной группы, номер контрольной работы, номер варианта, фамилия и инициалы преподавателя, проверяющего работу, год и ставится личная подпись студента.

Работа засчитывается преподавателем, если все задачи решены верно. Если в решении какой-либо задачи допущена ошибка, то студент должен сделать работу над ошибками (заново решить задачу). Работа над ошибками должна располагаться после записи решения последней задачи контрольной работы.

Студент самостоятельно выбирает вариант контрольной работы в соответствии с начальной буквой своей фамилии.

Буква	Номер варианта
А	1
Б	2
В	3
Г	4
Д	5
Е, Ё	6
Ж	7
З	8
И, Й	9
К	10
Л	11
М	12
Н	13
О	14
П	15
Р	16
С	17
Т	18
У	19
Ф	20
Х	21
Ц, Ю	22
Ч	23
Ш,Щ	24
Э, Я	25

Контрольная работа № 5

Содержание контрольной работы № 5

Задание № 1

Найдите полный дифференциал функции.

Задание № 2

Найдите производные сложной функции.

Задание № 3

Исследуйте функцию на экстремум.

Задание № 4

Найдите наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области $\overline{D}$, ограниченной заданными линиями.

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных: методические указания № 924. Составители: Березникова В.В., Паульсен А.Н., Романовская Л.Н. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 2002.

Условия задач контрольной работы № 5

Вариант № 1.

1. $z = 2x^3y - 4xy^3.$
2. $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 3}, \quad x = \ln t, \quad y = \sqrt[3]{t}.$
3. $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y.$
4. $z = 3x + y - xy, \quad \overline{D}: \ y = x, \ y = 4, \ x = 0.$

Вариант № 2.

1. $z = \operatorname{arctg} x + \sqrt{y}.$
2. $z = x^2 e^{-y}, \quad x = \cos(u - v),\ y = \sin\dfrac{u}{v}.$
3. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5.$
4. $z = xy - x - 2y, \quad \overline{D}:\ x = 3,\ y = x,\ y = 0.$

Вариант № 3.

1. $z = x^2 y \sin x - 3y.$
2. $z = \ln\left(e^x + e^{-y}\right),\ x = t^3,\ y = t^2.$
3. $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2.$
4. $z = x^2 + 2xy - 4x + 8y, \quad \overline{D}:\ x = 0,\ y = 0,\ x = 1,\ y = 2.$

Вариант № 4.

1. $z = \arcsin xy - 3xy^2.$
2. $z = \sin x \cos y,\ x = \ln\left(u + v^2\right),\ y = \sqrt{v - u^2}.$
3. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2.$
4. $z = 5x^2 - 3xy + y^2, \quad \overline{D}:\ x = 0,\ x = 1,\ y = 0,\ y = 1.$

Вариант № 5.

1. $z = 5xy^4 + 2x^2 y^7.$
2. $z = \dfrac{x}{x - y},\ x = e^{u-v},\ y = \sin(u + v).$
3. $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5.$
4. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, \quad \overline{D}:\ x - y + 1 = 0,\ x = 3,\ y = 0.$

Вариант № 6.

1. $\cos\left(x^2 - y^2\right) + x^3.$
2. $z = x^y, \quad x = e^{\frac{u}{v}}, \quad y = \ln(v - u).$
3. $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10.$

4. $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8, \quad \overline{D}: \ x + y = 1, \ y = 0, \ x = 0.$

Вариант № 7.

1. $z = \ln\left(3x^2 - 2y^2\right).$
2. $z = x^2 e^y, \quad x = \sin(u - v), \quad y = \cos uv.$
3. $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1.$
4. $z = 2x^3 - xy^2 + y^2, \quad \overline{D}: \ x = 0, \ x = 1, \ y = 0, \ y = 6.$

Вариант № 8.

1. $z = 5xy^2 - 3x^3y^4.$
2. $z = x \sin xy, \quad x = \ln\left(u^2 - 1\right), \quad y = -\sqrt{1 - v^2}.$
3. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2.$
4. $z = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2, \quad \overline{D}: \ x = 0, \ x = 1, \ y = 0, \ y = 1.$

Вариант № 9.

1. $z = \arcsin(x + y).$
2. $z = x^y, \quad x = \ln(u - v), \quad y = e^{\frac{u}{v}}.$
3. $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2.$
4. $z = x^2 - 2y^2 + 4xy - 6x - 1, \quad \overline{D}: \ x = 0, \ y = 0, \ x + y = 3.$

Вариант № 10.

1. $z = \operatorname{arctg}(2x - y).$
2. $z = \arcsin \dfrac{x}{y}, \qquad y = \sqrt{x^2 + 1}.$
3. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$
4. $z = x^2 + 2xy - 10, \quad \overline{D}: \ y = 0, \ y = x^2 - 4.$

Вариант № 11.

1. $z = 7x^3y - \sqrt{xy}.$
2. $z = x^2 \ln y, \quad x = \dfrac{u}{v}, \quad y = 3u - 2v.$

3. $z = (x-2)^2 + 2y^2 - 10.$

4. $z = xy - 2x - y, \quad \overline{D}:\ x = 0,\ x = 3,\ y = 0,\ y = 4.$

Вариант № 12.

1. $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy + 1}.$

2. $z = e^{y-2x}, \quad x = u^3, \quad y = u\sin v.$

3. $z = (x-5)^2 + y^2 + 1.$

4. $z = 0,5x^2 - xy, \quad \overline{D}:\ y = 8,\ y = 2x^2.$

Вариант № 13.

1. $z = e^{x+y-4}.$

2. $z = \arccos\dfrac{2x}{y}, \quad x = \sin t, \quad y = \cos^2 t.$

3. $z = x^3 + y^3 - 3xy.$

4. $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2, \quad \overline{D}:\ x = 0,\ y = 0,\ x + y = 1.$

Вариант № 14.

1. $z = \cos(3x + y) - x^2.$

2. $z = \arcsin\dfrac{x}{2y}, \quad x = \sin t, \quad y = \cos^2 t.$

3. $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2.$

4. $z = 2x^2 + 3y^2 + 1, \quad \overline{D}:\ y = \sqrt{9 - \dfrac{9}{4}x^2},\ y = 0.$

Вариант № 15.

1. $z = \operatorname{tg}\dfrac{x+y}{x-y}.$

2. $z = e^{y-2x-1}, \quad x = \cos t, \quad y = \sin t.$

3. $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3.$

4. $z = x^2 - 2xy - y^2 + 4x + 1, \quad \overline{D}:\ x = -3,\ y = 0,\ x + y = -1.$

Вариант № 16.

1. $z = \operatorname{ctg} \dfrac{y}{x}$.
2. $z = \ln \left(e^{-x} + e^{y}\right), \quad x = t^2, \quad y = t^3$.
3. $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$.
4. $z = 3x^2 + 3y^2 - x - y + 1, \quad \overline{D}:\ x = 5,\ y = 0,\ x - y = 1$.

Вариант № 17.

1. $z = xy^4 - 3x^2y + 1$.
2. $z = x^2e^{-y}, \quad x = \sin t, \quad y = \sin^2 t$.
3. $z = xy\,(12 - x - y)$.
4. $z = 2x^2 + 2xy - 0,5y^2 - 4x, \quad \overline{D}:\ y = 2x,\ y = 2,\ x = 0$.

Вариант № 18.

1. $z = \ln \left(x + xy - y^2\right)$.
2. $z = e^{y-2x}, \quad x = \sin t, \quad y = t^3$.
3. $z = xy - x^2 - y^2 + 9$.
4. $z = x^2 - 2xy + \dfrac{5}{2}y^2 - 2x, \quad \overline{D}:\ x = 0,\ x = 2,\ y = 0,\ y = 2$.

Вариант № 19.

1. $z = 2x^2y^2 + x^3 - y^3$.
2. $z = x^y, \quad x = e^t, \quad y = \ln t$.
3. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$.
4. $z = xy - 3x - 2y, \quad \overline{D}:\ x = 0,\ x = 4,\ y = 0,\ y = 4$.

Вариант № 20.

1. $z = \sqrt{3x^2 - 2y^2 + 5}$.
2. $z = \ln\left(e^x + e^y\right), \quad x = t^2, \quad y = t^3$.
3. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$.
4. $z = x^2 + xy - 2, \quad \overline{D}:\ y = 4x^2 - 4,\ y = 0$.

Вариант № 21.

1. $z = \arcsin \dfrac{x+y}{x}$.
2. $z = x^2 e^y, \quad x = \cos t, \quad y = \sin t.$
3. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y.$
4. $z = x^2 y(4 - x - y), \quad \overline{D}: \ x = 0, \ y = 0, \ y = 6 - x.$

Вариант № 22.

1. $z = \operatorname{arctg}(x - y).$
2. $z = e^{y-2x+2}, \quad x = \sin t, \quad y = \cos t.$
3. $z = xy(6 - x - y).$
4. $z = x^3 + y^3 - 3xy, \quad \overline{D}: \ x = 0, \ x = 2, \ y = -1, \ y = 4.$

Вариант № 23.

1. $z = \sqrt{3x^2 - y^2 + x}$.
2. $z = y^x, \quad x = \ln(t-1), \quad y = e^{\frac{t}{2}}.$
3. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y.$
4. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2, \quad \overline{D}: \ x + 2y = 4, \ x - 2y = 4, \ x = 0.$

Вариант № 24.

1. $z = y^2 + 3xy - x^4.$
2. $z = \ln\left(e^{2x} + e^{-y}\right), \quad x = t^4, \quad y = t^3.$
3. $z = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2.$
4. $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y, \quad \overline{D}: x = 0, \ y = 0, x = 1, \ y = 2.$

Вариант № 25.

1. $z = \arcsin\left(x^2 + y^3\right)$.
2. $z = x^2 + (x+y)^2, \quad x = e^t, \quad y = \cos t.$
3. $z = 3x^2 - x^3 + 3y^2 + 4y.$
4. $z = x^4 - y^4, \quad \overline{D}: \ x^2 + y^2 = 1.$

Контрольная работа № 6

Содержание контрольной работы № 6

Задание № 1

Измените порядок интегрирования.

Задание № 2

Вычислите двойной интеграл.

Задание № 3

Вычислите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями.

Задание № 4

Вычислите объём тела, ограниченного данными поверхностями.

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. Климовицкая Н.М., Груздков А.А., Жузе А.Г. Двойные интегралы: Методические указания. СПб.: СПбГТИ(ТУ),- 2002.- 42 с.

Условия задач контрольной работы № 6

Вариант № 1.

1. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right) dxdy, \quad D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}.$

3. $x = 4y - y^2,\ x + y = 6.$

4. $y = 16\sqrt{2x},\ y = \sqrt{2x},\ z = 0,\ x + z = 2.$

Вариант № 2.

1. $\displaystyle\int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{\frac{1}{x}}^{x} f(x,y)\,dy.$

2. $\displaystyle\iint\limits_{D} \left(18x^2y^2 + 32x^3y^3\right) dxdy, \quad D:\ x = 1,\ y = x^3,\ y = -\sqrt[3]{x}.$

3. $x = y^2 - 2y,\ y = -x.$

4. $y = 5\sqrt{x},\ y = \dfrac{5x}{3},\ z = 0,\ z = 5 + \dfrac{5\sqrt{x}}{3}.$

Вариант № 3.

1. $\displaystyle\int\limits_{0}^{\frac{3}{2}} dy \int\limits_{2y^2}^{y+3} f(x,y)\,dx.$

2. $\displaystyle\iint\limits_{D} \left(12xy + 9x^2y^2\right) dxdy, \quad D:\ x = 1,\ y = \sqrt{x},\ y = -x^2.$

3. $y^2 = 4x + 4,\ y = 2 - x.$

4. $x^2 + y^2 = 2,\ y = \sqrt{x},\ z = 0,\ y = 0,\ z = 15x.$

Вариант № 4.

1. $\displaystyle\int\limits_{0}^{4} dx \int\limits_{\frac{3x}{4}}^{\sqrt{25-x^2}} f(x,y)\,dy.$

2. $\displaystyle\iint\limits_{D} \left(8xy + 9x^2y^2\right) dxdy, \quad D:\ x = 1,\ y = -x^2,\ y = \sqrt[3]{x}.$

3. $3y^2 = 25x,\ 5x^2 = 9y.$

4. $x + y = 2,\ y = \sqrt{x},\ z = 0,\ z = 12y.$

Вариант № 5.

1. $\displaystyle\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{2x^2}^{x+3} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_D \left(18x^2y^2 + 32x^3y^3\right) dxdy, \quad D: \ x = 1, \ y = -x^2, \ y = \sqrt[3]{x}.$

3. $y = x^2, \ 4y = x^2, \ y = 4.$

4. $x = 20\sqrt{2y}, \ x = 5\sqrt{2y}, \ z = 0, \ z + y = \dfrac{1}{2} \, .$

Вариант № 6.

1. $\int\limits_{-4}^{0} dy \int\limits_{-\sqrt{9+y^2}}^{\frac{5y}{4}} f(x,y)\, dx.$

2. $\iint\limits_D \left(27x^2y^2 + 48x^3y^3\right) dxdy, \quad D: \ x = 1, \ y = -x^3, \ y = \sqrt{x}.$

3. $xy = 4, \ y = x, \ x = 4.$

4. $y = \dfrac{5\sqrt{y}}{2}, \ x = \dfrac{5y}{6}, \ z = 0, \ z = \dfrac{5}{6}\left(3 + \sqrt{y}\right).$

Вариант № 7.

1. $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{2x^2}^{x+3} f(x,y)\, dy.$

2. $\iint\limits_D \left(4xy + 3x^2y^2\right) dxdy, \quad D: \ x = 1, \ y = x^2, \ y = -\sqrt{x}.$

3. $x = 4 - y^2, \ x + 2y - 4 = 0.$

4. $x^2 + y^2 = 2, \ x = \sqrt{y}, \ x = 0, \ z = 0, \ z = 30y.$

Вариант № 8.

1. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-1}^{x^2+1} f(x,y)\, dy.$

2. $\iint\limits_D \left(8xy + 18x^2y^2\right) dxdy, \quad D: \ x = 1, \ y = -x^2, \ y = \sqrt[3]{x}.$

3. $y = x^2,\ 4y = x^2,\ x = 2,\ x = -2.$

4. $x + y = 2,\ x = \sqrt{y},\ z = 0,\ z = \dfrac{12x}{5}$.

Вариант № 9.

1. $\displaystyle\int\limits_0^1 dy \int\limits_{2y^2}^{3-y} f(x,y)\,dx.$

2. $\displaystyle\iint\limits_D \left(\frac{4}{5}xy + 9x^2y^2\right) dxdy, \quad D:\ x = 1,\ y = -x^3,\ y = \sqrt{x}.$

3. $x + 4 = y^2,\ x + 3y = 0.$

4. $y = 17\sqrt{2x},\ y = 2\sqrt{2x},\ z = 0,\ x + z = \dfrac{1}{2}.$

Вариант № 10.

1. $\displaystyle\int\limits_0^4 dy \int\limits_{\frac{3y}{4}}^{\sqrt{25-y^2}} f(x,y)\,dx.$

2. $\displaystyle\iint\limits_D \left(6xy + 24x^3y^3\right) dxdy, \quad D:\ x = 1,\ y = -x^2,\ y = \sqrt{x}.$

3. $y = x^2,\ y = 6 - x,\ y = 0.$

4. $y = \dfrac{5\sqrt{x}}{3},\ y = \dfrac{5x}{9},\ z = 0,\ z = \dfrac{5\,(3 + \sqrt{x})}{9}$.

Вариант № 11.

1. $\displaystyle\int\limits_{-\frac{3}{2}}^0 dx \int\limits_{2x^2}^{3-x} f(x,y)\,dy.$

2. $\displaystyle\iint\limits_D \left(4xy + 16x^3y^3\right) dxdy, \quad D:\ x = 1,\ y = x^3,\ y = -\sqrt[3]{x}.$

3. $y = 4 - x^2,\ y = x + 2.$

4. $x^2+y^2=8,\ y=\sqrt{2x},\ y=0,\ z=0,\ z=\dfrac{15x}{11}.$

Вариант № 12.

1. $\displaystyle\int\limits_0^4 dy \int\limits_{\frac{5y}{4}}^{\sqrt{9+y^2}} f(x,y)\,dx.$

2. $\displaystyle\iint\limits_D \left(6x^2y^2+\frac{25}{3}x^4y^4\right)dxdy,\quad D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}.$

3. $y=6-x,\ y=\dfrac{5}{x}.$

4. $x+y=4,\ y=\sqrt{2x},\ z=0,\ z=3y.$

Вариант № 13.

1. $\displaystyle\int\limits_0^1 dx \int\limits_x^{2-x} f(x,y)\,dy.$

2. $\displaystyle\iint\limits_D \left(xy-4x^3y^3\right)dxdy,\quad D:\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt{x}.$

3. $y=x^3,\ y=4x.$

4. $x=\dfrac{5\sqrt{y}}{6},\ x=\dfrac{5y}{18},\ z=0,\ z=\dfrac{5\left(3+\sqrt{y}\right)}{18}.$

Вариант № 14.

1. $\displaystyle\int\limits_0^2 dx \int\limits_{x^2}^{x+2} f(x,y)\,dy.$

2. $\displaystyle\iint\limits_D \left(3x^2y^2+\frac{50}{3}x^4y^4\right)dxdy,\quad D:\ x=1,\ y=-x^3,\ y=\sqrt[3]{x}.$

3. $y^2=9x,\ y=x+2.$

4. $x=19\sqrt{2y},\ x=4\sqrt{2y},\ z=0,\ y+z=2.$

Вариант № 15.

1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-x^2}^{x^2} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_D \left(44xy + 16x^3y^3\right) dxdy, \quad D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt[3]{x}.$

3. $y^2 = x+1,\ y^2 = 9-x.$

4. $x^2+y^2=8,\ x=\sqrt{2y},\ x=0,\ z=0,\ z=\dfrac{30y}{11}.$

Вариант № 16.

1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{2x+1}^{4-x^2} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_D y\cos xy\,dxdy, \quad D:\ x=1,\ x=2,\ y=\dfrac{\pi}{2},\ y=\pi.$

3. $xy=4,\ x+y-5=0.$

4. $x+y=4,\ x=\sqrt{2y},\ z=0,\ z=\dfrac{3x}{5}.$

Вариант № 17.

1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-x}^{x} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_D y^2\sin\dfrac{xy}{2}\,dxdy, \quad D:\ x=0,\ y=\dfrac{x}{2},\ y=\sqrt{\pi}.$

3. $x-y+1=0,\ y=\cos x,\ y=0.$

4. $y=6\sqrt{3x},\ y=\sqrt{3x},\ z=0,\ x+z=3.$

Вариант № 18.

1. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{\frac{x^2}{4}}^{2\sqrt{x}} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_D y^2 e^{-\frac{xy}{4}} dxdy, \quad D: \ x=0, \ y=2, \ y=x.$

3. $y = 2x - x^2, \ y = x.$

4. $y = \dfrac{5\sqrt{x}}{6}, \ y = \dfrac{5x}{18}, \ z = 0, \ z = \dfrac{5\,(3+\sqrt{x})}{18}.$

Вариант № 19.

1. $\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_D 4ye^{2xy} dxdy, \quad D: \ x=1, \ x=\dfrac{1}{2}, \ y=\ln 3, \ y=\ln 4.$

3. $y = \sqrt{x}, \ xy = 1, \ x = 2, \ y = 0.$

4. $x^2 + y^2 = 18, \ y = \sqrt{3x}, \ y = 0, \ z = 0, \ z = \dfrac{5x}{11}.$

Вариант № 20.

1. $\int\limits_0^4 dx \int\limits_0^{\sqrt{25-x^2}} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_D 4y^2 \sin xy \ dxdy, \quad D: \ x=0, \ y=x, \ y=\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}.$

3. $y = -x^2 + 4, \ 2x + y - 4 = 0.$

4. $x + y = 6, \ y = \sqrt{3x}, \ z = 0, \ z = 4y.$

Вариант № 21.

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{2-y} f(x,y)\,dx.$

2. $\iint\limits_D y \sin xy \ dxdy, \quad D: \ x=1, \ x=2, \ y=\dfrac{\pi}{2}, \ y=\pi.$

3. $y = x^2 + 2, \ x + y = 4.$

4. $x = 7\sqrt{3y},\ x = 2\sqrt{3y},\ z = 0,\ x + z = 3.$

Вариант № 22.

1. $\int\limits_{1}^{4} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{x}} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_{D} y^2 e^{-\frac{xy}{2}}\,dxdy, \quad D:\ x = 0,\ y = x,\ y = \sqrt{2}.$

3. $y = -x^2 + 8,\ y = x^2.$

4. $z = x^2 + y^2,\ y = x^2,\ z = 0,\ y = 1.$

Вариант № 23.

1. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{0}^{3-x} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_{D} 2y\cos 2xy\ dxdy, \quad D:\ x = 1,\ x = 2,\ y = \dfrac{\pi}{4},\ y = y = \dfrac{\pi}{2}\ .$

3. $y = 2\sqrt{x+1},\ y = \sqrt{4-2x},\ y = 0.$

4. $y = x^2,\ z + y = 2,\ x = 0,\ z = 0.$

Вариант № 24.

1. $\int\limits_{0}^{\frac{3}{4}} dx \int\limits_{x^2}^{x} f(x,y)\,dy.$

2. $\iint\limits_{D} 8ye^{4xy}dxdy, \quad D:\ x = \dfrac{1}{4},\ x = \dfrac{1}{2},\ y = \ln 3,\ y = \ln 4.$

3. $y = (x+1)^2,\ y^2 = x + 1.$

4. $y + z = 1,\ x = y^2 + 1,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0.$

Вариант № 25.

1. $\int\limits_{0}^{\frac{1}{2}} dx \int\limits_{y}^{\sqrt{y}} f(x,y)\, dy.$

2. $\iint\limits_{D} 3y^2 \sin\dfrac{xy}{2}\, dxdy, \quad D:\; x=0,\; y=\dfrac{2x}{3},\; y=\sqrt{\dfrac{4\pi}{3}}.$

3. $y=(x-2)^3,\; y=4x-8.$

4. $z=\sqrt{1-y},\; x^2=y,\; z=0.$

Контрольная работа № 7

Содержание контрольной работы № 7

Задание № 1

Вычислите криволинейный интеграл первого рода по данной линии.

Задание № 2

Вычислите работу силы $\vec{F}(x, y)$ при перемещении вдоль линии L от точки A до точки B.

Задание № 3

Вычислите поверхностный интеграл первого рода по поверхности S, где S — часть плоскости π, отсечённая координатными плоскостями.

Задание № 4

Вычислите поверхностный интеграл второго рода по поверхности S, где S — часть плоскости π, отсечённая координатными плоскостями, в направлении нормали, образующей острый угол с осью Oz. .

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. Фаттахова М.В., Купчиненко М.Б. Криволинейные интегралы. Решение типовых задач: Методические указания. СПб.: СПбГТИ(ТУ),- 2008.- 32 с.

Условия задач контрольной работы № 7

Вариант № 1.

1. $\displaystyle\int\limits_L \sqrt{2+z^2}\left(2z-\sqrt{x^2+y^2}\right)dl,$

$L:\ x = t\cos t,\ y = t\sin t,\ z = t,\ 0 \leqslant t \leqslant 2\pi.$

2. $\vec{F} = \left(x^2 - 2y\right)\vec{\imath} + \left(y^2 - 2x\right)\vec{\jmath},$

L — отрезок прямой $AB,\ A(-4;0),\ B(0;2).$

3. $\iint\limits_S (2x+3y+2z)dS, \quad \pi: \ x+3y+z=3.$

4. $\iint\limits_S 3xdydz+(y+z)dxdz+(x-z)dxdy, \quad \pi: \ x+3y+z=3.$

Вариант № 2.

1. $\int\limits_L \left(x^2+y^2\right)dl, \quad L: \ x^2+y^2=4.$

2. $\vec{F}=\left(x^2+2y\right)\vec{\imath}+\left(y^2+2x\right)\vec{\jmath},$

   L — отрезок прямой AB, $A(-4;0)$, $B(0;2)$.

3. $\iint\limits_S (2+y-7x+9z)dS, \quad \pi: \ 2x-y-2z=-2.$

4. $\iint\limits_S (3x-1)dydz+(y-x+z)dxdz+4zdxdy, \quad \pi: \ 2x-y-2z=-2.$

Вариант № 3.

1. $\int\limits_L \dfrac{dl}{\sqrt{8-x^2-y^2}}, \quad L$ — отрезок прямой AB, $A(0;0)$, $B(2;2)$.

2. $\vec{F}=\left(x^2+2y\right)\vec{\imath}+\left(y^2+2x\right)\vec{\jmath}, \quad L: \ 2-\dfrac{x^2}{2}=y, \ A(-4;0), \ B(0;2).$

3. $\iint\limits_S (6x+y+4z)dS, \quad \pi: \ 3x+3y+z=3.$

4. $\iint\limits_S xdydz+(x+z)dxdz+(y+z)dxdy, \quad \pi: \ 3x+3y+z=3.$

Вариант № 4.

1. $\int\limits_L \left(4\sqrt[3]{x}-3\sqrt{y}\right)dl,$

   L — отрезок прямой AB, $A(-1;0)$, $B(0;1)$.

2. $\vec{F}=(x+y)\vec{\imath}+2x\vec{\imath}, \quad L: \ x^2+y^2=4 \ (y\geqslant 0), \ A(2;0), \ B(-2;0).$

3. $\iint\limits_S (x+2y+3z)dS, \quad \pi:\ x+y+z=2.$

4. $\iint\limits_S (x+z)dydz+(z-x)dxdz+(x+2y+z)dxdy,$

$\pi:\ x+y+z=2.$

Вариант № 5.

1. $\int\limits_L \dfrac{dl}{\sqrt{5}(x-y)}, \quad L$ — отрезок прямой $AB,\ A(0;4),\ B(4;0).$

2. $\vec{F}=x^3\vec{\imath}-y^3\vec{\jmath}, \quad L:\ x^2+y^2=4\ (x\geqslant 0,\ y\geqslant 0)\,,\ A(2;0),\ B(0;2).$

3. $\iint\limits_S (3x-2y+6z)dS, \quad \pi:\ 2x+y+2z=2.$

4. $\iint\limits_S (y+2z)dydz+(x+2z)dxdz+(x-2y)dxdy,$

$\pi:\ 2x+y+2z=2.$

Вариант № 6.

1. $\int\limits_L \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,dl, \quad L:\ x^2+y^2=9\ (y\geqslant 0)\,,\ A(3;0),\ B(0;3).$

2. $\vec{F}=(x+y)\,\vec{\imath}+(x-y)\,\vec{\jmath}, \quad L:\ y=x^2,\ A(-1;1),\ B(1;1).$

3. $\iint\limits_S (2x+5y-z)dS, \quad \pi:\ x+2y+z=2.$

4. $\iint\limits_S (x+z)dydz+2ydxdz+(x+y-z)dxdy, \quad \pi:\ x+2y+z=2.$

Вариант № 7.

1. $\int\limits_L ydl, \quad L:\ x=\cos^3 t,\ y=\sin^3 t,\ A(1;0),\ B(0;1).$

2. $\vec{F}=x^2y\vec{\imath}-y\vec{\jmath}, \quad L$ — отрезок прямой $AB,\ A(-1;0),\ B(0;1).$

3. $\iint\limits_S (5x - 8y + z)dS, \quad \pi:\ 2x - 3y + z = 6.$

4. $\iint\limits_S (3x-y)dydz + (2y+z)dxdz + (2z-x)dxdy, \quad \pi:\ 2x-3y+z = 6.$

Вариант № 8.

1. $\int\limits_L ydl, \quad L:\ y^2 = \dfrac{2}{3}x, \quad A(0;0),\ B\left(\frac{35}{6}, \frac{\sqrt{35}}{3}\right).$

2. $\vec{F} = (2xy - y)\,\vec{\imath} + \left(x^2 + x\right)\vec{\jmath}, \quad L:\ x^2 + y^2 = 9,\ A(3;0),\ B(-3;0).$

3. $\iint\limits_S (3y - x - z)dS, \quad \pi:\ x - y + z = 2.$

4. $\iint\limits_S (2y + z)dydz + (x - y)dxdz - 2zdxdy, \quad \pi:\ x - y + z = 2.$

Вариант № 9.

1. $\int\limits_L \left(x^2 + y^2 + z^2\right) dl, \quad L:\ x = \cos t,\ y = \sin t,\ z = \sqrt{3}t,\ 0 \leqslant t \leqslant \pi.$

2. $\vec{F} = (x + y)\,\vec{\imath} + (x - y)\,\vec{\jmath},$

$L:\ x^2 + \dfrac{y^2}{9} = 1\ \left(x \geqslant 0,\ y \geqslant 0\right),\ A(1;0),\ B(0;3).$

3. $\iint\limits_S (3y - 2x - 2z)dS, \quad \pi:\ 2x - y - 2z = -2.$

4. $\iint\limits_S (x + y)dydz + 3ydxdz + (y - z)dxdy, \quad \pi:\ 2x - y - 2z = -2.$

Вариант № 10.

1. $\int\limits_L \dfrac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \quad L$ — отрезок прямой $AB,\ A(1;1;1),\ B(2;2;2).$

2. $\vec{F} = y\vec{\imath} - x\vec{\jmath}, \quad L: x^2 + y^2 = 1\ \left(y \geqslant 0\right),\ A(1;0),\ B(-1;0).$

3. $\iint\limits_S (2x-3y+z)dS, \quad \pi: \ x+2y+z=2.$

4. $\iint\limits_S (x+y-z)dydz - ydxdz + (x+2z)dxdy, \quad \pi: \ x+2y+z=2.$

Вариант № 11.

1. $\int\limits_L \sqrt{2y}\,dl, \quad L: \ x=2\,(t-\sin t)\,, \ y=2\,(1-\cos t)\,, \ 0\leqslant t\leqslant 2\pi.$

2. $\vec{F}=y\vec{\imath}-x\vec{\jmath}, \quad L: \ x^2+y^2=2 \ \ (y\geqslant 0)\,, \ A(\sqrt{2};0), \ B(-\sqrt{2};0).$

3. $\iint\limits_S (5x+y-z)dS, \quad \pi: \ x+2y+2z=2.$

4. $\iint\limits_S xdydz+(y-2z)dxdz+(2x-y+2z)dxdy, \quad \pi: \ x+2y+2z=2.$

Вариант № 12.

1. $\int\limits_L \dfrac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+4}}, \quad L$ — отрезок прямой AB, $A(0;0)$, $B(1;2)$.

2. $\vec{F}=xy\vec{\imath}+2y\vec{\jmath}, \quad L: \ x^2+y^2=1 \ \ (x\geqslant 0, \ y\geqslant 0)\,, \ A(1;0), \ B(0;1).$

3. $\iint\limits_S (3x+2y+2z)dS, \quad \pi: \ 3x+2y+2z=6.$

4. $\iint\limits_S (x+2z)dydz+(y-3z)dxdz+zdxdy, \quad \pi: \ 3x+2y+2z=6.$

Вариант № 13.

1. $\int\limits_L \dfrac{dl}{x-y}, \quad L$ — отрезок прямой AB, $A(4;0)$, $B(6;1)$.

2. $\vec{F}=y\vec{\imath}-x\vec{\jmath}, \quad L: 2x^2+y^2=1 \ \ (y\geqslant 0)\,, \ A\left(\frac{1}{\sqrt{2}};0\right), \ B\left(-\frac{1}{\sqrt{2}};0\right).$

3. $\iint\limits_S (2x+3y-z)dS, \quad \pi: \ 2x+y+z=2.$

4. $\iint\limits_S (y-z)dydz + (2x+y)dxdz + zdxdy, \quad \pi:\ 2x+y+z=2.$

Вариант № 14.

1. $\int\limits_L xydl, \quad L$ — отрезок прямой $AB,\ A(4;0),\ B(4;2).$

2. $\vec{F} = \left(x^2+y^2\right)(\vec{\imath}+2\vec{\jmath}), \quad L:\ x^2+y^2=9\ (y \geqslant 0),\ A(3;0),\ B(-3;0).$

3. $\iint\limits_S (9x+2y+z)dS, \quad \pi:\ 2x+y+z=4.$

4. $\iint\limits_S 4xdydz + (x-y-z)dxdz + (3y+2z)dxdy, \quad \pi:\ 2x+y+z=4.$

Вариант № 15.

1. $\int\limits_L (x+y)\,dl, \quad L$ — отрезок прямой $AB,\ A(1;0),\ B(0;1).$

2. $\vec{F} = \left(x+y\sqrt{x^2+y^2}\right)\vec{\imath} + \left(y-x\sqrt{x^2+y^2}\right)\vec{\jmath},$

$L:$ — отрезок прямой $AB,\ A(1;0),\ B(-1;0).$

3. $\iint\limits_S (3x+8y+8z)dS, \quad \pi:\ x+4y+2z=8.$

4. $\iint\limits_S (2z-x)dydz + (x+2y)dxdz + 3zdxdy, \quad \pi:\ x+4y+2z=8.$

Вариант № 16.

1. $\int\limits_L \dfrac{z^2dl}{x^2+y^2}, \quad L:\ x=2\cos t,\ y=2\sin t,\ z=2t,\ 0 \leqslant t \leqslant 2\pi.$

2. $\vec{F} = x^2y\vec{\imath} - xy^2\vec{\jmath}, \quad L:\ x^2+y^2=4\ (x \geqslant 0,\ y \geqslant 0),\ A(2;0),\ B(0;2).$

3. $\iint\limits_S (4y-x+4z)dS, \quad \pi:\ x-2y+2z=2.$

4. $\iint\limits_S 4zdydz+(x-y-z)dxdz+(3y+z)dxdy,\ \pi:\ x-2y+2z=2.$

Вариант № 17.

1. $\int\limits_L (x+y)\,dl,\quad L$ — отрезок прямой $AB,\ A(-1;0),\ B(0;1).$

2. $\vec{F}=\left(x+y\sqrt{x^2+y^2}\right)\vec{\imath}-\left(y-x\sqrt{x^2+y^2}\right)\vec{\jmath},$

$L:\ x^2+y^2=16\ (x\geqslant 0,\ y\geqslant 0)\,,\ A(4;0),\ B(0;4).$

3. $\iint\limits_S (7x+y+2z)dS,\quad \pi:\ 3x-2y+2z=6.$

4. $\iint\limits_S (x+y)dydz+(y+z)dxdz+2(x+z)dxdy,\ \pi:3x-2y+2z=6.$

Вариант № 18.

1. $\int\limits_L xdl,\quad L:\ x=5\cos t,\ y=5\sin t,\ z=t,\ 0\leqslant t\leqslant 2\pi.$

2. $\vec{F}=y^2\vec{\imath}-x^2\vec{\jmath},\quad L:\ x^2+y^2=9\ (x\geqslant 0,\ y\geqslant 0)\,,\ A(3;0),\ B(0;3).$

3. $\iint\limits_S (2x+3y+z)dS,\quad \pi:\ 2x+3y+z=6.$

4. $\iint\limits_S (x+y+z)dydz+2zdxdz+(y-7z)dxdy,\ \pi:2x+3y+z=6.$

Вариант № 19.

1. $\int\limits_L xydl,\quad L$ — отрезок прямой $AB,\ A(5;0),\ B(0;3).$

2. $\vec{F}=(x-y)\,\vec{\imath}+\vec{\jmath},\quad L:\ x^2+y^2=4\ (y\geqslant 0)\,,\ A(2;0),\ B(-2;0).$

3. $\iint\limits_S (4x-y+z)dS,\quad \pi:\ x-y+z=2.$

4. $\displaystyle\iint\limits_S (2x-z)dydz+(y-x)dxdz+(x+2z)dxdy,\ \pi: x-y+z=2.$

Вариант № 20.

1. $\displaystyle\int\limits_L xdl, \quad L:\ x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ z=2t,\ 0\leqslant t\leqslant 2\pi.$

2. $\vec{F}=\left(x^2+y^2\right)\vec{\imath}+y^2\vec{\jmath},\ L$ — отрезок прямой $AB,\ A(2;0),\ B(0;2).$

3. $\displaystyle\iint\limits_S (4x-4y-z)dS, \quad \pi:\ x+2y+2z=4.$

4. $\displaystyle\iint\limits_S (2y-z)dydz+(x+y)dxdz+xdxdy, \quad \pi:\ x+2y+2z=4.$

Вариант № 21.

1. $\displaystyle\int\limits_L \left(4\sqrt[3]{x}-3\sqrt[3]{y}\right)dl, \quad L:\ x=\cos^3 t,\ y=\sin^3 t,\ z=t,\ 0\leqslant t\leqslant \frac{\pi}{2}.$

2. $\vec{F}=\left(y^2-y\right)\vec{\imath}+(2xy+x)\vec{\jmath},$
$L:\ x^2+y^2=9\ (y\geqslant 0),\ A(3;0),\ B(-3;0).$

3. $\displaystyle\iint\limits_S (6x-y+8z)dS, \quad \pi:\ x+y+2z=2.$

4. $\displaystyle\iint\limits_S (x+z)dydz+(x+3y)dxdz+ydxdy, \quad \pi:\ x+y+2z=2.$

Вариант № 22.

1. $\displaystyle\int\limits_L xydl, \quad L$ — отрезок прямой $AB,\ A(3;0),\ B(0;3).$

2. $\vec{F}=\left(xy-y^2\right)\vec{\imath}+x\vec{\jmath}, \quad L:\ y=2x^2,\ A(0;0),\ B(1;2).$

3. $\displaystyle\iint\limits_S (2x+5y+z)dS, \quad \pi:\ x+y+2z=2.$

4. $\displaystyle\iint\limits_S (2z-x)dydz+(x-y)dxdz+(3x+z)dxdy,\ \pi: x+y+2z=2.$

Вариант № 23.

1. $\displaystyle\int\limits_L x dl, \quad L: \ y = -x^2 + 2x + 3, \ A(-1;0), \ B(1;4).$

2. $\vec{F} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}, \quad L:$ — отрезок прямой $AB, \ A(1;0), \ B(0;3).$

3. $\displaystyle\iint\limits_S (4x - y + 4z)dS, \quad \pi: \ 2x + 2y + z = 4.$

4. $\displaystyle\iint\limits_S (x + z)dydz + zdxdz + (2x - y)dxdy, \quad \pi: \ 2x + 2y + z = 4.$

Вариант № 24.

1. $\displaystyle\int\limits_L y^2 dl, \quad L: \ x = t - \sin t, \ y = 1 - \cos t, \ 0 \leqslant t \leqslant 2\pi.$

2. $\vec{F} = -y\vec{\imath} + x\vec{\jmath}, \quad L: \ y = x^3, \ A(0;0), \ B(2;8).$

3. $\displaystyle\iint\limits_S (5x + 2y + 2z)dS, \quad \pi: \ x + 2y + z = 2.$

4. $\displaystyle\iint\limits_S (3x + y)dydz + (x + z)dxdz + ydxdy, \ \pi: \ x + 2y + z = 2.$

Вариант № 25.

1. $\displaystyle\int\limits_L y dl, \quad L: \ y^2 = 2x, \ A(0;0), \ B(2;2).$

2. $\vec{F} = -x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}, \quad L: \ x^2 + \dfrac{y^2}{9} = 1 \ (x \geqslant 0, \ y \geqslant 0), \ A(1;0), \ B(0;3).$

3. $\displaystyle\iint\limits_S (2x + 5y + 10z)dS, \quad \pi: \ 2x + y + 3z = 6.$

4. $\displaystyle\iint\limits_S (y + z)dydz + (2x - z)dxdz + (y + 3z)dxdy, \ \pi: 2x + y + 3z = 6.$

Контрольная работа № 8

Содержание контрольной работы № 8

Задание № 1

Вычислите градиент скалярного поля в заданной точке M_0.

Задание № 2

Проверьте, будет ли соленоидальным данное векторное поле $\vec{F}(M)$.

Задание № 3

Проверьте, будет ли потенциальным данное векторное поле $\vec{F}(M)$.

Задание № 4

Вычислите циркуляцию плоского векторного поля

$$\vec{F}(x,y) = P(x,y)\vec{\imath} + Q(x,y)\vec{\jmath}$$

вдоль замкнутого контура L

1) обходя его в положительном направлении

2) используя формулу Грина.

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. Груздков А.А., Купчиненко М.Б. Формула Стокса: Методические указания. СПб.: СПбГТИ(ТУ),- 2012.- 54 с.

Условия задач контрольной работы № 8

Вариант № 1.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{yz^2}{x^2}, \quad M_0\left(\sqrt{2}; \dfrac{1}{\sqrt{2}}; \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(x^2y + y^3\right)\vec{\imath} + \left(zx^3 - xy^2\right)\vec{\jmath} + (x - y)\,\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (2x + yz)\,\vec{\imath} + (2y + xz)\,\vec{\jmath} + (2z + xy)\,\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = \left(x^2 + 3y^2\right)\vec{\imath} + 2xy\vec{\jmath}, \qquad L: \; y = x^2 + 5x + 1, \quad y = x + 1.$

Вариант № 2.

1. $U(x,y,z) = x^2yz^3, \quad M_0\left(2; \dfrac{1}{3}; \sqrt{\dfrac{3}{2}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = xy^2\vec{\imath} + x^2y\vec{\jmath} - \left(x^2+y^2\right)z\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (2x-yz)\,\vec{\imath} + (2y-xz)\,\vec{\jmath} + (2z-xy)\,\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = 2xy\vec{\imath} + \left(y^2+3x^2\right)\vec{\jmath}, \qquad L:\ y=-x^2+x+2, \quad y=x+1.$

Вариант № 3.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{z^3}{xy^2}, \quad M_0\left(\dfrac{1}{3}; 2; \sqrt{\dfrac{3}{2}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = y^2\vec{\imath} - \left(x^2+y^3\right)\vec{\jmath} + 3z\left(3y^2+1\right)\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (2x+yz)\,\vec{\imath} + (2y+xz)\,\vec{\jmath} + (2z+xy)\,\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = x\vec{\imath} + (2x+y)\,\vec{\jmath}, \qquad L:\ y=-x^2+2x+3, \quad y=2x+2.$

Вариант № 4.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{z}{x^3y^2}, \quad M_0\left(1; 2; \dfrac{1}{\sqrt{6}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = x\left(z^2-y^2\right)\vec{\imath} + y\left(x^2-z^2\right)\vec{\jmath} + z\left(y^2-x^2\right)\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (2x-4yz)\,\vec{\imath} + (2y-4xz)\,\vec{\jmath} + (2z-4xy)\,\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = 3x^4y^2\vec{\imath} + 4x^3y^3\vec{\jmath}, \qquad L:\ y=x^2+3x-2, \quad y=-x+3.$

Вариант № 5.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{x^2}{yz^2}, \quad M_0\left(\sqrt{2}; \dfrac{1}{\sqrt{2}}; \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = (1+2xy)\,\vec{\imath} - y^2z\vec{\jmath} + \left(z^2y-2zy+1\right)\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (2x-3yz)\,\vec{\imath} + (2y-3xz)\,\vec{\jmath} + (2z-3xy)\,\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = 2x^3y\vec{\imath} + 3x^2y^2\vec{\jmath}, \qquad L:\ y=x^2+3x+2, \quad y=2x+2.$

Вариант № 6.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{z^2}{xy^2}, \quad M_0\left(\dfrac{1}{3}; 2; \sqrt{\dfrac{2}{3}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = \dfrac{x}{yz}\vec{\imath} + \dfrac{y}{xz}\vec{\jmath} - \dfrac{(x+y)\ln z}{xy}\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (-3x+yz)\,\vec{\imath} + (-3y+xz)\,\vec{\jmath} + (-3z+xy)\,\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = 2x^2y\vec{\imath} + 2xy^2\vec{\jmath}, \qquad L:\ y = 2x^2+6x+1, \quad y = x-2.$

Вариант № 7.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{xz^2}{y}, \quad M_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}}; \dfrac{1}{\sqrt{6}}; 1\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(x^2y - x^2z\right)\vec{\imath} + \left(z^2+2xyz\right)\vec{\jmath} + \left(x^2-2xyz\right)\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (2x+2yz)\,\vec{\imath} + (2y+2xz)\,\vec{\jmath} + (2z+2xy)\,\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = 2x^3y\vec{\imath} + 3x^2y^2\vec{\jmath}, \qquad L:\ y = 2x^2+6x+3, \quad y = 3x+2.$

Вариант № 8.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{yz^2}{x}, \quad M_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}; \dfrac{1}{\sqrt{2}}; \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(x^2(y-z)+yz\right)\vec{\imath} + \left(2xyz + \dfrac{x}{z}\right)\vec{\jmath} + \left(\dfrac{y}{x} - 2xyz\right)\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (4x+yz)\,\vec{\imath} + (4y+xz)\,\vec{\jmath} + (4z+xy)\,\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = 3x^2y^2\vec{\imath} + 2xy^3\vec{\jmath}, \qquad L:\ y = -x^2+3x+3, \quad y = 2x+1.$

Вариант № 9.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{xy^2}{z^2}, \quad M_0\left(\dfrac{1}{3}; 2; \sqrt{\dfrac{2}{3}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(x^2z - x^2y + 1\right)\vec{\imath} + \left(x^2-2xyz\right)\vec{\jmath} + \left(y^2+2xyz\right)\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (2x+5yz)\,\vec{\imath} + (2y+5xz)\,\vec{\jmath} + (2z+5xy)\,\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = 2xy\vec{\imath} + \left(y^2+3x^2\right)\vec{\jmath}, \quad L:\ y = x^2+4x+3, \quad y = 3x+3.$

Вариант № 10.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{x^3y^2}{z}, \quad M_0\left(1; 2; \dfrac{1}{\sqrt{6}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = x^2\,(z-y)\,\vec{\imath} + \left(z^2-2xyz\right)\vec{\jmath} + \left(x^2+2xyz\right)\vec{k}.$

3. $\vec{F}(x,y,z) = (2x+3yz)\,\vec{\imath} + (2y+3xz)\,\vec{\jmath} + (2z+3xy)\,\vec{k}$.

4. $\vec{F}(x,y) = x\vec{\imath} + (2x+y)\,\vec{\jmath}, \qquad L:\ y = x^2+3x-2, \quad y=-x+3.$

Вариант № 11.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{1}{x^2yz}, \quad M_0\left(2; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{\sqrt{6}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(zx^2+2y\right)\vec{\imath} + \left(zy^2+2x\right)\vec{\jmath} - z^2\,(x+y)\,\vec{k}$.

3. $\vec{F}(x,y,z) = yz\vec{\imath} + xz\vec{\jmath} + xy\vec{k}$.

4. $\vec{F}(x,y) = 3x^4y^2\vec{\imath} + 4x^3y^3\vec{\jmath}, \qquad L:\ y = 2x^2+4x-3, \quad y=-x+4.$

Вариант № 12.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{x^2}{y^2z^3}, \quad M_0\left(\sqrt{2}; \sqrt{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(zx^2-2y^2\right)\vec{\imath} + \left(zy^2-2x^2\right)\vec{\jmath} - z^2\,(x+y)\,\vec{k}$.

3. $\vec{F}(x,y,z) = \left(2xy+z^2\right)\vec{\imath} + \left(2yz+x^2\right)\vec{\jmath} + \left(2xz+y^2\right)\vec{k}$.

4. $\vec{F}(x,y) = 2x^2y\vec{\imath} + \left(3x^2+2xy^2\right)\vec{\jmath},\ L:\ y = 3x^2+4x+1,\ y=x+1.$

Вариант № 13.

1. $U(x,y,z) = xyz, \quad M_0\left(1; \dfrac{1}{3}; \dfrac{1}{\sqrt{6}}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = 2xyz\,\vec{\imath} + \left(x^2+z^2\right)\vec{\jmath} - xyz^2\vec{k}$.

3. $\vec{F}(x,y,z) = \dfrac{z^4}{4}\,\vec{\imath} + \dfrac{y^3}{3}\,\vec{\jmath} + xz^3\vec{k}$.

4. $\vec{F}(x,y) = \left(4x^2y^3+1\right)\vec{\imath} + 2xy^4\vec{\jmath},\ L:\ y = 2x^2+5x+2,\ y=2x+1.$

Вариант № 14.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{y^3}{x^2z}, \quad M_0\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}}; \sqrt{\dfrac{3}{2}}; \dfrac{1}{2}\right).$

2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(x^3+y^3\right)\vec{\imath} + 3\left(x^2+y^2\right)\vec{\jmath} - 3z\left(x^2+2y\right)\vec{k}$.

3. $\vec{F}(x,y,z) = yz\cos xy\,\vec{\imath} + xz\cos xy\,\vec{\jmath} + \sin xy\,\vec{k}$.

4. $\vec{F}(x,y) = \left(3x^2y^2 + 2y\right)\vec{\imath} + 2xy^3\vec{\jmath},\quad L:\ y = x^2 + 5x + 2,\quad y = 2x.$

Вариант № 15.

1. $U(x,y,z) = xy^2z,\quad M_0\left(1; \dfrac{2}{3}; \dfrac{1}{\sqrt{6}}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(x^3 + y^3\right)\vec{\imath} + 3\left(x^2 + y^2\right)\vec{\jmath} - 3z\left(x^2 + 2y\right)\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = 2xy^2z^3\vec{\imath} + 3x^2y^2z^2\vec{\jmath} + 2x^2y^3z\,\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = x\vec{\imath} + \left(4x^3 + y\right)\vec{\jmath},\quad L:\ y = 4x^2 + 7x + 2,\quad y = 2x + 1.$

Вариант № 16.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{x}{yz^2},\quad M_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}; \dfrac{1}{\sqrt{2}}; \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(x^3y + yz\right)\vec{\imath} + 3\left(y^2 + xz\right)\vec{\jmath} - 3z\left(x^2 + 2y\right)\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = (2y + z)\,\vec{\imath} + (2x - y)\,\vec{\jmath} + (x - 2z)\,\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = \left(x^3 + 3xy^2\right)\vec{\imath} + \left(3x^2y + y^3\right)\vec{\jmath},$
   $L:\ y = -2x^2 + 2x + 3,\quad y = 2x + 1.$

Вариант № 17.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{y^2z^3}{x^2},\quad M_0\left(\sqrt{2}; \sqrt{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = x\left(z + y^2\right)\vec{\imath} - y\,(x + z)\,\vec{\jmath} + z\left(x - y^2\right)\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = (x + 2z)\,\vec{\imath} + (y + z)\,\vec{\jmath} + (2x + y)\,\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = \left(x + 2x^2y^2\right)\vec{\imath} + y\,(1 + 2xy)\,\vec{\jmath},$
   $L:\ y = 2x^2 + x - 3,\quad y = -2x + 2.$

Вариант № 18.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{y^2z^3}{x},\quad M_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = (xy + xz)\,\vec{\imath} - (xy + yz)\,\vec{\jmath} + (xz - yz)\,\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = 2xy\,\vec{\imath} + \left(x^2 - 2yz\right)\vec{\jmath} - y^2\vec{k}.$

4. $\vec{F}(x,y) = \left(3xy^2 + x^4\right)\vec{\imath} + y\left(y^2 + 4x^3\right)\vec{\jmath},$

$L:\ y = x^2 + 3x - 3, \quad y = -x + 2.$

Вариант № 19.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{y}{xz^2}, \quad M_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}}; \dfrac{1}{\sqrt{6}}; \dfrac{1}{\sqrt{6}}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = x\,(y+z)\,\vec{\imath} + y\,(x+z)\,\vec{\jmath} - z\,(z+x+y)\,\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = (2y+z)\,\vec{\imath} + (y+2x)\,\vec{\jmath} + (x+2z)\,\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = 2x^2y\,\vec{\imath} + y^3\vec{\jmath}, \qquad L:\ y = 2x^2 + x - 2, \quad y = -x + 2.$

Вариант № 20.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{yz^2}{x}, \quad M_0\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}; \dfrac{1}{\sqrt{2}}; \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = x\,(y-z)\,\vec{\imath} + y\,(x-z)\,\vec{\jmath} + z\,(z-x-y)\,\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = -4z^2\vec{\imath} + 2y\,\vec{\jmath} - 8xz\,\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = 5x^4y^4\vec{\imath} + 4y^5x^3\vec{\jmath}, \qquad L:\ y = x^2 + 4x - 3, \quad y = -x + 3.$

Вариант № 21.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{z^2}{x^2y^2}, \quad M_0\left(\dfrac{2}{3}; 2; \sqrt{\dfrac{2}{3}}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(xy^2 + z\right)\vec{\imath} - zy^2\vec{\jmath} + \left(yz^2 - zy^2\right)\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = \left(z^2 + 2xy\right)\vec{\imath} + x^2\vec{\jmath} + 2xz\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = xy\,\vec{\imath} + 2x^2y^3\vec{\jmath}, \qquad L:\ y = 2x^2 + 4x - 2, \quad y = x + 3.$

Вариант № 22.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{x^2}{y^2z^3}, \quad M_0\left(\sqrt{2}; \sqrt{2}; \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(y^2 + yz^2\right)\vec{\imath} + \left(z^2 + zx^2\right)\vec{\jmath} + \left(x^2 + y^2x\right)\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = 2xy^2z^2\vec{\imath} + 2yx^2z^2\vec{\jmath} + 2y^2zx^2\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = x^2\vec{\imath} + \left(x^2 + y^2\right)\vec{\jmath}, \quad L:\ y = 2x^2 + 3x + 1, \quad y = 2x + 2.$

Вариант № 23.

1. $U(x,y,z) = x^2yz^3, \quad M_0\left(2; \dfrac{1}{3}; \sqrt{\dfrac{3}{2}}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = x\left(z+3z^2\right)\vec{\imath} - y\,(x+z)\,\vec{\jmath} + z\left(x-z^2\right)\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = (e^y + ye^x)\,\vec{\imath} + (xe^y + e^x)\,\vec{\jmath} - 2z\,\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = y^2\vec{\imath} + x^2y^3\vec{\jmath}, \qquad L:\ y = x^2+3x+2, \quad y = 4x+2.$

Вариант № 24.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{xy^2}{z^3}, \quad M_0\left(\dfrac{1}{3}; 2; \sqrt{\dfrac{3}{2}}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = \left(x^2z+3\right)\vec{\imath} + \left(y^2 - 2yxz\right)\vec{\jmath} + (x-2yz)\,\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = (3x+y)\,\vec{\imath} + (x-y)\,\vec{\jmath} + (3x+3)\,\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = \left(x^2+y\right)\vec{\imath} + xy\vec{\jmath}, \quad L:\ y = x^2+6x+1, \quad y = 3x+5.$

Вариант № 25.

1. $U(x,y,z) = \dfrac{1}{xy^2z}, \quad M_0\left(1; \dfrac{2}{3}; \dfrac{1}{\sqrt{6}}\right).$
2. $\vec{F}(x,y,z) = (x+1)\,e^y\,\vec{\imath} - (y+1)\,e^x\vec{\jmath} + z\,(e^x - e^y)\,\vec{k}.$
3. $\vec{F}(x,y,z) = 3z\,\vec{\imath} + y\,\vec{\jmath} + (3x-z)\,\vec{k}.$
4. $\vec{F}(x,y) = \left(x^2+y^2\right)\vec{\imath} + (2x+y)\,\vec{\jmath},$

   $L:\ y = 2x^2+4x+2, \quad y = 3x+5.$