Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

ГОСУДАРСТВЕННАЯ МОРСКАЯ АКАДЕМИЯ
имени адмирала С.О. МАКАРОВА

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Сборник задач
для курсантов 1-го курса всех специальностей

Санкт-Петербург
Издательство ГМА им. адм. С.О. Макарова
2012

УДК 629.12.06-56
Н36

Н36 **Начертательная геометрия**: сб. задач для курсантов 1-го курса всех специальностей / сост. О.Н. Леонова. – СПб.: Изд-во ГМА им. адм. С.О. Макарова, 2012. – 44 с.

Соответствует государственному образовательному стандарту и содержанию примерной учебной программы дисциплины «Начертательная геометрия. Инженерная графика».

Содержит примеры графического решения позиционных и метрических задач с кратким изложением основополагающих аспектов теории начертательной геометрии.

Предназначено для курсантов 1-го курса дневного и заочного обучения.

Рекомендовано к изданию на заседании кафедры прикладной механики и инженерной графики. Протокол № 7 от 14 марта 2012 г.

Рецензент

Говорова О.В. – доц. каф. компьютерной графики и информационных технологий Санкт-Петербургского морского технического университета.

Введение

Дисциплина «Начертательная геометрия. Инженерная графика» состоит из двух структурно и методически согласованных разделов: «Начертательная геометрия» и «Инженерная графика». Будучи одной из основных дисциплин общеинженерного цикла, данная дисциплина является фундаментальной при подготовке дипломированных специалистов широкого профиля.

Методы начертательной геометрии и инженерной графики используются при проектировании машин, приборов и комплексов, отвечающих современным требованиям точности, эффективности, надежности и экономичности.

Проектирование, изготовление и эксплуатация машин, механизмов, а также современных зданий и сооружений связано с разного рода изображениями: рисунками, эскизами, чертежами.

Целью изучения данной дисциплины должно явиться знание следующих вопросов общей графической методологии:

– построение и чтение чертежей;

– решение большого числа разнообразных инженерно-геометрических задач, возникающих в процессе проектирования, конструирования, изготовления и эксплуатации различных технических и других объектов.

Изучение данной дисциплины сводится к развитию пространственного воображения, конструктивно-геометрического мышления, способности к анализу и синтезу пространственных форм и отношений, изучению способов конструирования различных геометрических пространственных объектов (в основном поверхностей), а также освоению способов получения соответствующих чертежей на уровне графических моделей и умению решать на этих чертежах задачи, связанные с пространственными объектами и их зависимостями.

Автор выражает благодарность курсантам судомеханического факультета А. Бородинову и К. Долотову за помощь в создании чертежей.

Содержание дисциплины

Содержание дисциплины может быть разделено на пять следующих дидактических единиц изучения теоретического материала.

1. Задание геометрических объектов на чертеже, метод проекций, виды проецирования, прямоугольный чертеж точки на две и три плоскости проекций, чертеж прямой линии, чертеж плоскости, чертеж многогранника, чертеж поверхности вращения.

2. Позиционные задачи, принадлежность точки и линии плоскости и поверхности, параллельность на чертеже, пересечение прямой с плоскостью и пересечение двух плоскостей, пересечение поверхностей.

3. Метрические задачи, способы преобразования чертежа, способ прямоугольного треугольника, перпендикулярность на чертеже, способы преобразования чертежа применительно к решению задач.

4. Кривые линии и поверхности, образование и задание кривых линий и поверхностей, классификация плоских и пространственных кривых, поверхности, развертки поверхностей.

5. Аксонометрические проекции, основные понятия аксонометрии, стандартные аксонометрические проекции, изображение окружности в аксонометрии.

Основные требования к выполнению индивидуальных заданий

Все чертежи выполняются в соответствии с ГОСТ ЕСКД (Единая система конструкторской документации). Графическое исполнение должно быть аккуратным и четким. Толщина и тип линий принимаются в соответствии с ГОСТ 2.303-68.

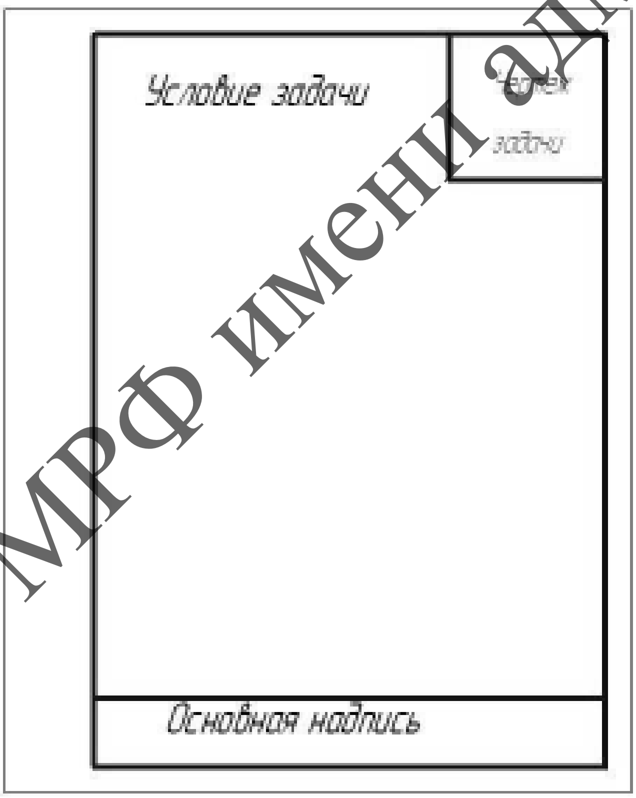


Рис. 1

Условия задач и все геометрические построения выполняются с помощью чертежных инструментов карандашом, вначале тонкими линиями (0,2 мм), затем линии видимого контура обводятся сплошной линией толщиной 0,6 … 1,4 мм, линии невидимого контура выполняются штриховой 0,3 … 0,4 мм.

Надписи и цифры на чертежах выполняются стандартным шрифтом по ГОСТ ЕСКД 2.304-81. Высота цифр и букв должна быть не менее 3,5 мм. Рекомендуется оставлять на чертежах вспомогательные построения.

Задания выполняются на листах чертежной бумаги формата А4 (210×297) по ГОСТ 2.301-68. Поле чертежа ограничивается рамкой следующего размера: слева – 20 мм от линии обреза листа, с других трех сторон – 5 мм (рис. 1).

Вдоль короткой стороны формата размещается основная надпись по форме 2а (ГОСТ 2.1004-2006), приведенная на рис. 2.

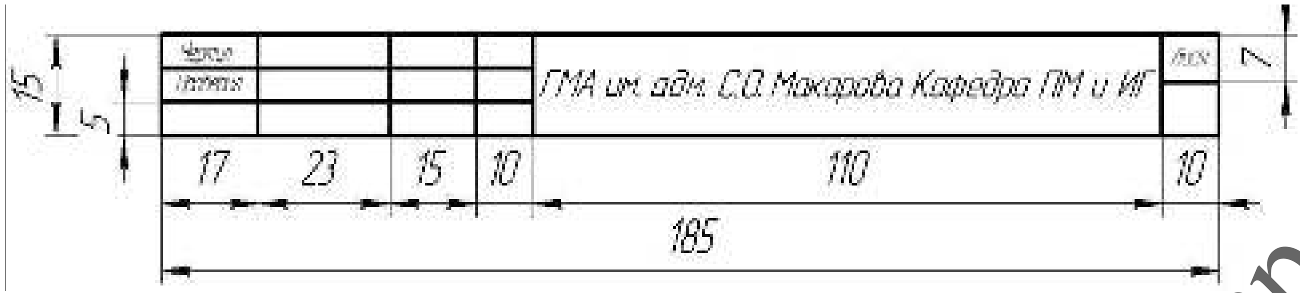


Рис. 2

Выполнению графических работ должно предшествовать изучение учебной литературы, приведенной в библиографическом списке на с. 24 настоящего издания. Необходимо также знать основные символы и обозначения графических элементов (точек, прямых, плоскостей, поверхностей), применяемые при оформлении чертежей, которые сведены в следующую таблицу.

Основные обозначения и символы

Обозначение, символ	Название
π_1	Горизонтальная плоскость проекций
π_2	Фронтальная плоскость проекций
π_3	Профильная плоскость проекций
x	Ось проекций (ось абсцисс)
y	Ось проекций (ось ординат)
z	Ось проекций (ось аппликат)
A, *B*, *C*, *D*…	Точка в пространстве
1, 2, 3, 4,…	Точка в пространстве
A', *B*', *C*', 1', 2'…	Горизонтальные проекции точек
A'', *B*'', *C*'', 1'', 2''…	Фронтальные проекции точек
A''', *B* ''', *C*''', 1''', 2''', 3'''…	Профильные проекции точек
a, *b*, *c*…	Линии в пространстве
a', *b*', *c*'…	Горизонтальные проекции линий
a'', *b*'', *c*''…	Фронтальные проекции линий
a''', *b*''', *c*'''…	Профильные проекции линий
α, β, γ, δ	Плоскости в пространстве
$\equiv$	Совпадение
$\in$	Принадлежность для точки ($A \in a$)

Методические рекомендации по графическому решению задач

Задача 1. По двум заданным проекциям точек *A*, *B*, *C* построить третью. Построить наглядные изображения точек (рис. 3).

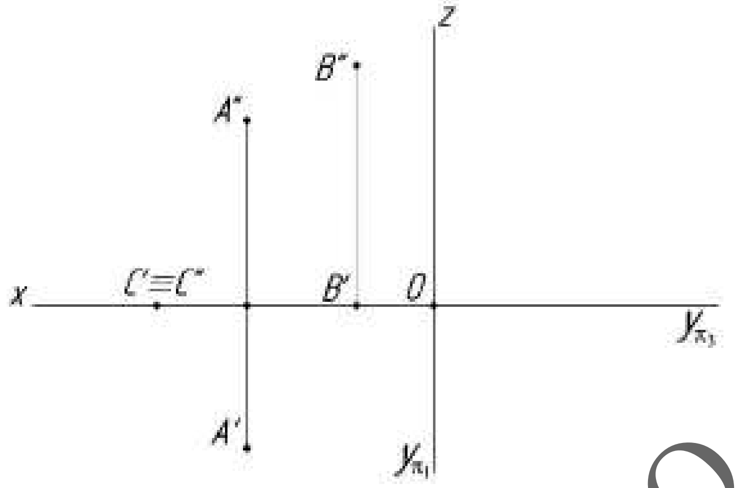


Рис. 3

Каждая проекция точки определяется двумя координатами: A' (x, y) – горизонтальная; A'' (x, z) – фронтальная; A''' (y, z) – профильная. Отметим на пересечении линий связи с осями x, y, z вспомогательные точки A_x, A_y, A_z. Зная, что $A'A'' \perp x$, $A''A''' \perp z$, $A'A''' \perp y$, найдем недостающие проекции точек (рис. 4).

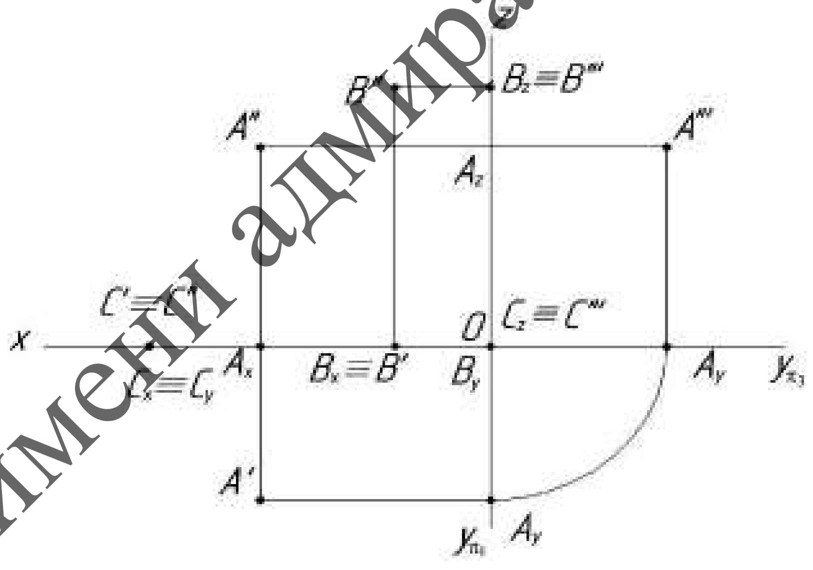


Рис. 4

Решение

1. На пересечении линии связи A' A'' с осью x отметим вспомогательную точку A_x (рис. 4).

2. Проведем линию связи из горизонтальной проекции точки $A' \perp y_{\pi 1}$, отметим вспомогательную точку A_y.

3. Перенесем вспомогательную точку A_y на ось $y_{\pi 3}$. Для этого поставим циркуль в начало координат (точка O) радиусом OA_y проведем дугу до оси $y_{\pi 3}$.

4. Из фронтальной проекции точки A'' проведем линию связи $\perp z$ и на оси z отметим вспомогательную точку A_z.

5. На пересечении линий связи, проведенных из точки A_y и A_z перпендикулярно осям y и z, определим профильную проекцию точки A'''.

6. Для нахождения профильной проекции B''' проведем линии связи $\perp x$ и $\perp z$, отметим на оси x вспомогательную точку B_x, на оси z – точку B_z. B_y находится в начале координат, так как координата y для точки B равна нулю. Помня о том, что $B''B''' \perp z$, отметим на оси z B''', совпадающую с B_z.

7. Для построения недостающей проекции C''' рассуждаем следующим образом: $C'(x, 0)$; $C''(x, 0)$, где $z = 0$ и $y = 0$, следовательно $C'''(y, z) => C'''(0, 0)$ находится в начале координат, т.е. в точке O.

Построим наглядные изображения точек A, B, C (рис. 5).

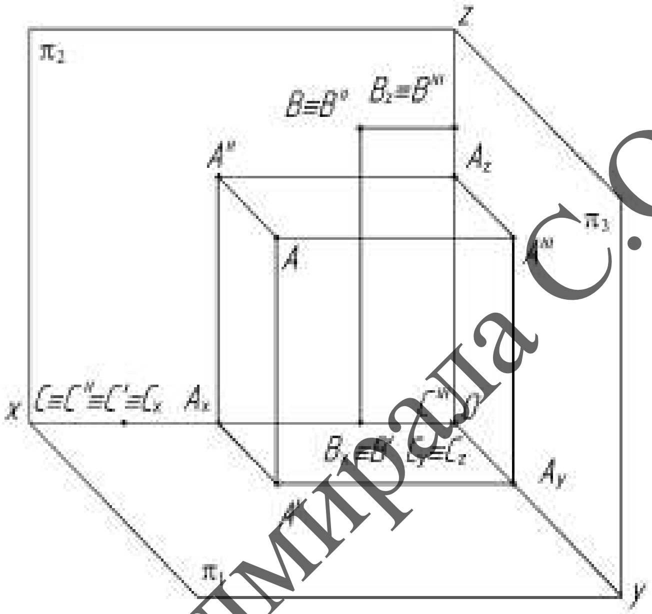


Рис. 5

Изображаем три взаимно перпендикулярные плоскости π_1, π_2, π_3.

$$\pi_2 \cap \pi_1 = x;$$
$$\pi_2 \cap \pi_3 = z;$$
$$\pi_1 \cap \pi_3 = y.$$

Ось y направляем под углом 45° к оси x. При построении наглядного изображения принимаем коэффициент искажения по осям $\kappa_x = \kappa_z = 1$, $\kappa_y = 0{,}5$.

1. Отметим вспомогательные точки A_x, A_y, A_z, измеряя расстояния на эпюре Монжа.

2. Строим проекции A', A'', A''':

$A'=(A_xA' \parallel y) \cap (A_yA' \parallel x)$;

$A''=(A_xA'' \parallel z) \cap (A'''A_z \parallel x)$;

$A'''=(A_yA'' \parallel z) \cap (A_zA''' \parallel y)$.

3. Строим наглядное изображение точки A. Для этого проведем $(A'A) \parallel z$ $(A''A) \parallel y$ $(A'''A) \parallel x$. На пересечении этих линий получим точку A.

Задача 2. Построить проекции отрезка AB, заданного координатами точек A и B. Отложить отрезок AC = 20 мм. A (50, 40, 0); B (20, 10, 30).

Решение

1. Строим три проекции точки A, зная что A' $(x; y)$ A' (50, 40);

A'' $(x; z)$ A'' (50, 0);

A''' $(y; z)$ A''' (40, 0).

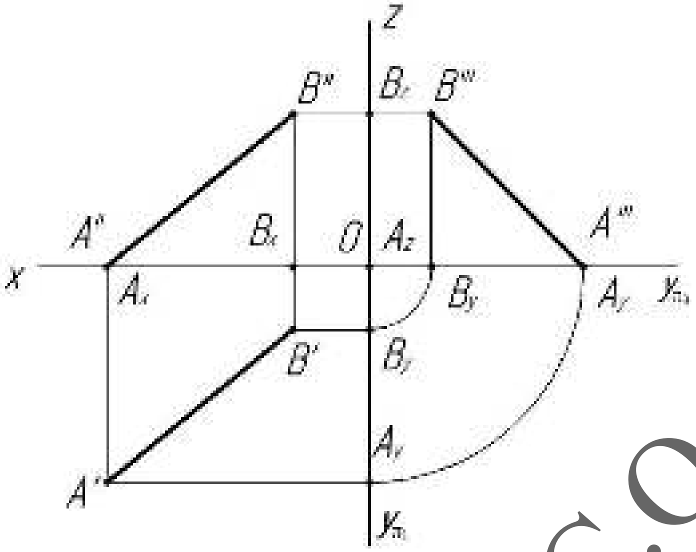


Рис. 6

2. Аналогично строим три проекции точки B.

3. Соединив одноименные проекции точек A и B, получим три проекции отрезка AB (рис. 6).

4. Отрезок AB – общего положения, он не проецируется в истинную величину ни на одну из плоскостей проекций. Следовательно, $AC = 20$ сразу отложить нельзя.

5. Определим натуральную величину отрезка AB методом прямоугольного треугольника. Для этого измерим разницу координат $\Delta z = z_B - z_A = 30 - 0 = 30$ и отложим ее на прямой, проведенной из $B' \perp A'B'$. Получим точку B_0. Соединим A' B_0 – это и есть натуральная величина отрезка AB (рис. 7).

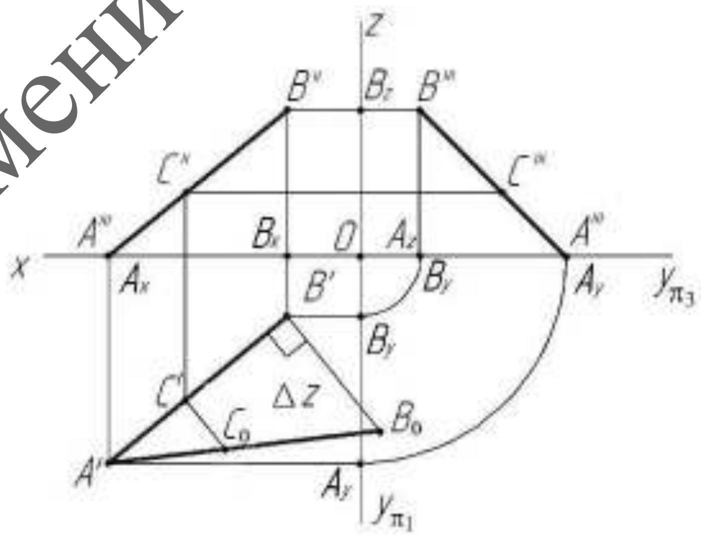


Рис. 7

6. От горизонтальной проекции A' на натуральной величине отложим отрезок $AC = 20$, получим точку C_0. Затем из C_0 проведем перпендикуляр на $A'B'$ и получим горизонтальную проекцию C'.

7. Если точка лежит на прямой, то проекции этой точки лежат на одноименных проекциях прямой. Построив линии связи, перпендикулярные осям x и z, отметим C'' на $A''B''$ и C''' на $A'''B'''$.

Задача 3. Построить фронтальную (горизонтальную) проекцию треугольника ABC, принадлежащего плоскости α (рис. 8).

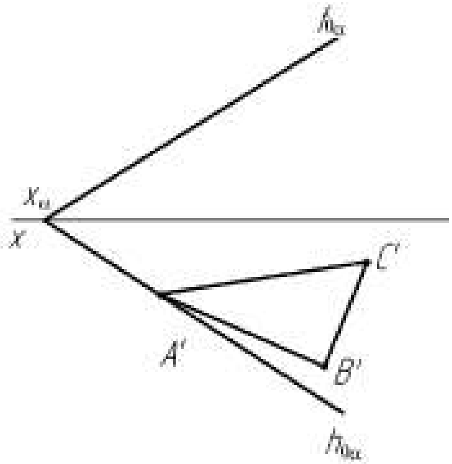
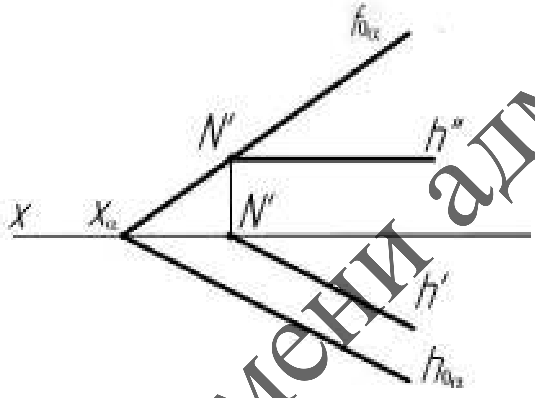


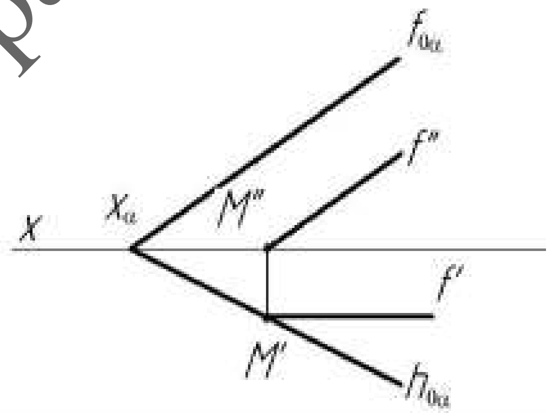
Рис. 8

Точка принадлежит плоскости, если она лежит на прямой, принадлежащей этой плоскости. В качестве прямых, принадлежащих плоскости, удобно воспользоваться главными линиями плоскости – горизонталью h или фронталью f. На рис. 9 показано построение горизонтали, на рис. 10 – фронтали в плоскости, заданной следами.



$h'' \parallel x$ и $h' \parallel h_{0\alpha}$

Рис. 9



$f' \parallel x$ и $f'' \parallel f_{0\alpha}$

Рис. 10

Решение

1. Построим фронтальную проекцию точки A''. Если горизонтальная проекция точки A' принадлежит горизонтальному следу $h_{0\alpha}$, то фронтальная проекция A'' находится на оси x, так как фронтальная проекция горизонтального следа совпадает с осью x (рис. 11).

2. Построим фронтальную проекцию C''. Для этого через горизонтальную проекцию C' проведем горизонтальную проекцию фронтали f' параллельно оси x, построим ее фронтальную проекцию f'' и отметим на ней фронтальную проекцию C''.

3. Аналогично строим фронтальную проекцию B''.

4. Соединим $A''B''C''$ и получим недостающую фронтальную проекцию треугольника ABC.

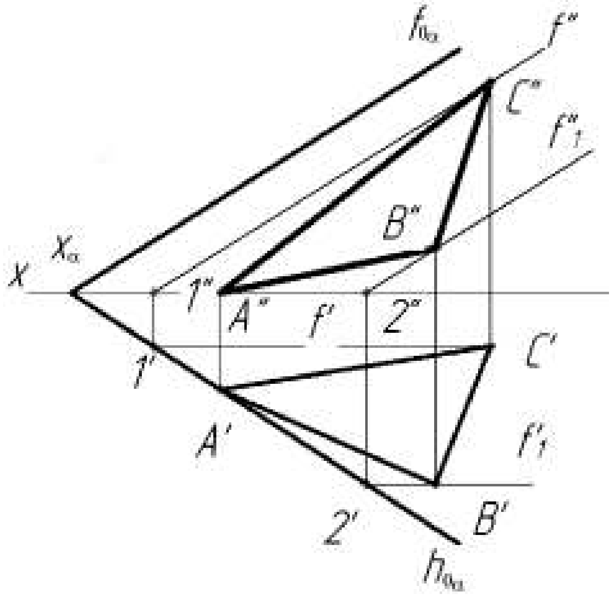


Рис. 11

Задача 4. Построить линию пересечения плоскостей (рис. 12).

Две плоскости пересекаются по прямой. Чтобы построить эту прямую, надо найти две общие точки для этих плоскостей. Если плоскости заданы следами, то такими точками будут точки пересечения одноименных следов. Если одна из плоскостей частного положения, то она имеет собирающий след и линия пересечения лежит на соответствующем собирающем следе.

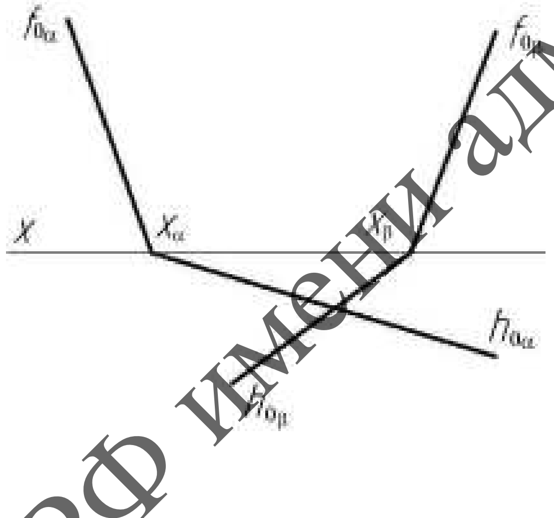
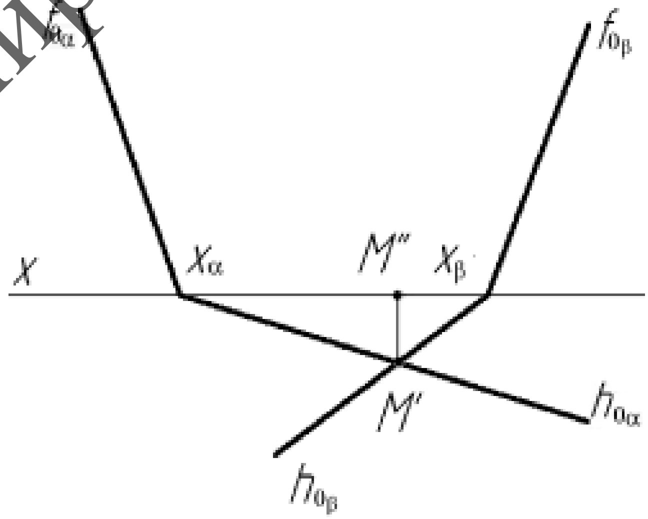


Рис. 12



$M' = h_{o\alpha} \cap h_{o\beta}$,

$M'' \in x$

Рис. 13

Решение

1. В данной задаче даны две плоскости общего положения. Горизонтальные следы пересекаются в точке M, являющейся общей для заданных плоскостей. На пересечении горизонтальных следов отметим горизонтальную проекцию точки – (M'). Фронтальная проекция точки – (M'') находится на оси x (рис. 13).

2. Так как фронтальные следы заданных плоскостей в пределах чертежа не пересекаются, для построения второй точки проводим вспомогательную секущую плоскость частного положения, например, плоскость горизонтального уровня γ ($f_{0\gamma} \parallel x$) – рис. 14.

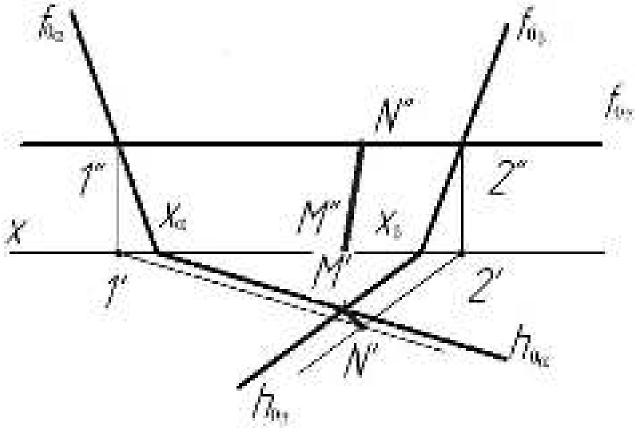


Рис. 14

3. Находим линию пересечения плоскостей α и γ, её фронтальная проекция совпадает со следом $f_{0\gamma}$, а горизонтальная проходит через $1'$ параллельно $h_{0\alpha}$. Находим линию пересечения плоскостей β и γ, её фронтальная проекция совпадает с $f_{0\gamma}$, а горизонтальная проходит через $2'$ параллельно $h_{0\beta}$.

4. В пересечении горизонтальных проекций линии пересечения вспомогательной и заданных плоскостей находим горизонтальную проекцию N'. Фронтальная проекция $N'' \in f_{0\gamma}$.

5. Соединим одноименные проекции точек M и N, общих для плоскостей α и β. ($M''N''$) – фронтальная проекция линии пересечения, ($M'N'$) – горизонтальная проекция линии пересечения.

Задача 5. Построить линию пересечения плоскостей с учетом условий, приведенных в следующих примерах.

Пример 1. Одна плоскость задана следами общего положения, вторая – двумя пересекающимися прямыми общего положения (рис. 15).

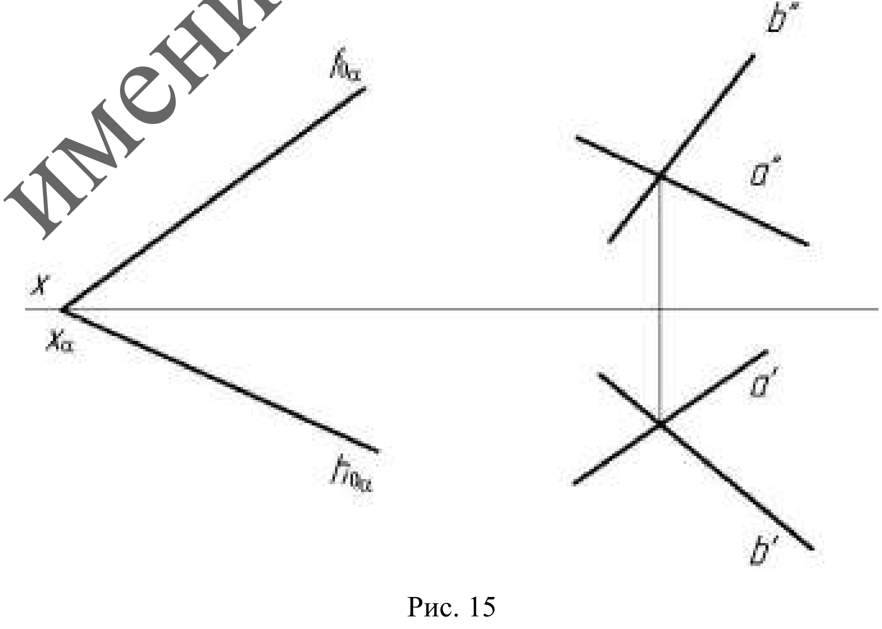


Рис. 15

Решение

1. Проведем вспомогательную плоскость частного положения, например плоскость горизонтального уровня $\beta \parallel \pi_1$ ($f_{0\beta} \parallel x$) – рис. 16.

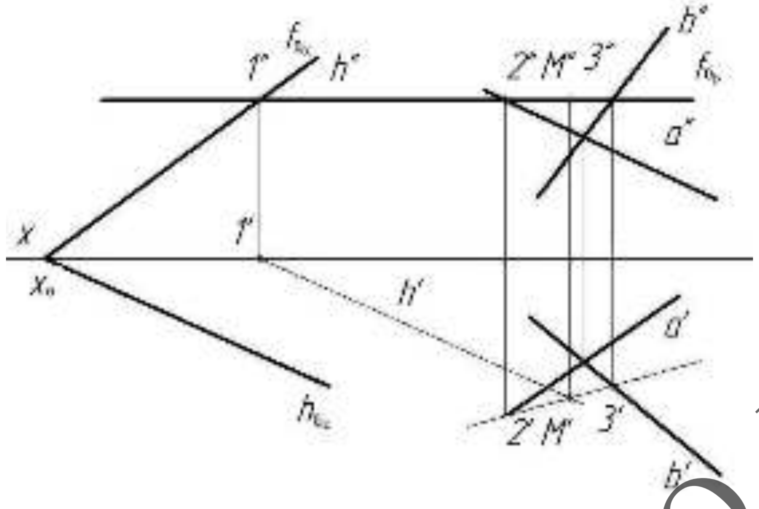


Рис. 16

2. Плоскость β пересечет плоскость α по горизонтали h. $h'' \in f_{0\beta}$, $h' \parallel h_{0\alpha}$.

3. Плоскость β пересечет плоскость ($a \cap b$) по прямой (*2–3*).

4. Прямые h и *2 – 3* пересекаются в точке M (M' и M''), где $M' = h' \cap (2'–3')$, а $M'' \in f_{0\beta}$.

5. Для построения второй общей точки проведем еще одну вспомогательную плоскость $\gamma \parallel \pi_1$ ($f_{0\gamma} \parallel x$) – рис. 17.

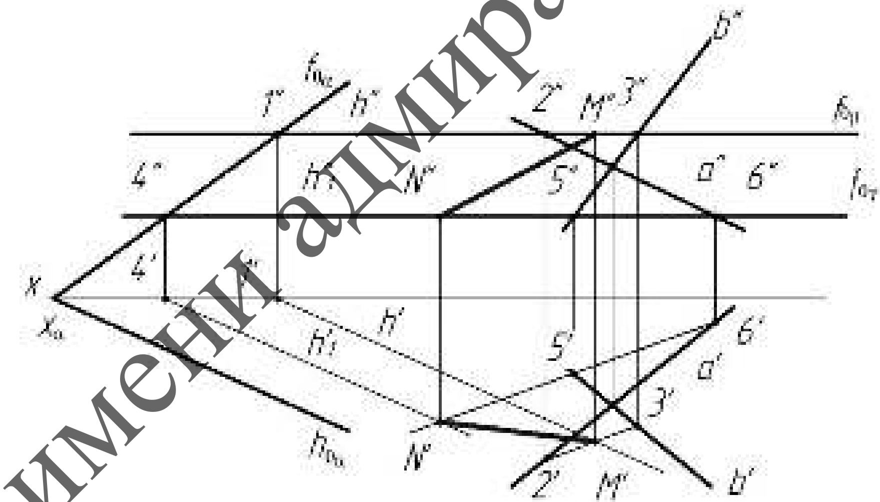


Рис. 17

6. Плоскость γ пересечет плоскость α по горизонтали h_1: $h_1'' \in f_{0\gamma}$, $h_1' \parallel h_{0\alpha}$.

7. Плоскость γ пересечет плоскость ($a \cap b$) по прямой (*5–6*).

8. Прямые h_1 и *5–6* пересекутся в точке M (M'' и M'), где $M' = (5'–6') \cap h_1'$, $M'' \in f_{0\gamma}$.

9. Соединив одноименные проекции точек M и N, получим проекции линии пересечения ($M'N'$) и ($M''N''$).

Пример 2. Плоскость ΔABC частного положения ($\Delta ABC \perp \pi_1$), плоскость ΔMNK – общего положения (рис. 18).

Поскольку $\Delta ABC \perp \pi_1$, горизонтальная проекция $\Delta\, A'B'C'$ обладает собирающими свойствами, т.е.горизонтальная проекция линии пересечения лежит на горизонтальной проекции $\Delta A'B'C'$.

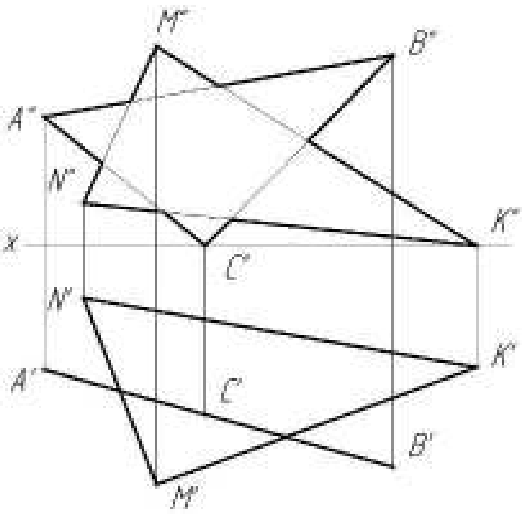


Рис. 18

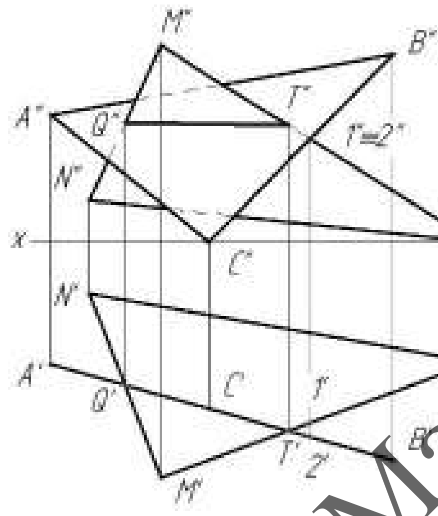


Рис. 19

Решение

1. Отметим общие горизонтальные проекции *Q*' и *T* ' на пересечении горизонтальных проекций треугольников *ABC* и *MNK* (рис. 19).

2. Ищем фронтальные проекции *Q*'' и *T*'' на линиях проекционной связи в Δ*M*''*N*''*K*''.

3. Линия пересечения *QT* определена проекциями *Q*''*T*'' и *Q*'*T* '.

4. Определим видимость плоских фигур, так как плоскости считаются непрозрачными. Видимость горизонтальной проекции фигур определять не надо, так как Δ*ABC* проецируется в прямую линию, проекция *M'N'K'* видима. Определим видимость плоских фигур относительно плоскости проекций π_2. Для этого рассмотрим конкурирующие точки *1* и *2*, лежащие на скрещивающихся прямых *BC* и *MK*. Фронтальные проекции *1*'' и *2*'' совпадают, а горизонтальная проекция *2*' находится перед горизонтальной проекцией *1*'. Точка *1*'' невидима относительно плоскости проекций π_2. Далее рассуждаем так: точка *2* лежит на Δ*ABC*, следовательно фронтальная проекция Δ*A*''*B*''*C*'' видима на π_2 с той стороны, где находятся точки *1*'' и *2*''. После фронтальной проекции линии пересечения *Q*'' и *T*'' видимость Δ*A*''*B*''*C*'' меняется на противоположную, т.е. он становится невидимым (см. рис. 19).

Задача 6. Построить точку пересечения прямой *l* с плоскостью α. Определить видимость прямой *l* с учетом условий, приведенных в следующих примерах.

Пример 1. Плоскость задана следами (рис. 20).

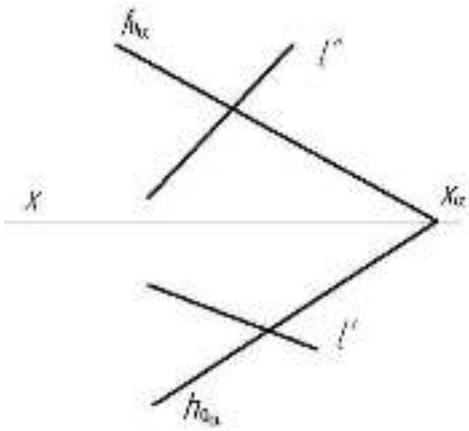


Рис. 20

Решение

1. Для построения точки пересечения прямой l с плоскостью необходимо через прямую провести вспомогательную плоскость частного положения, например фронтально-проецирующую: $\beta \perp \pi_2$, $l'' \in f_{0\beta}$, $f_{0\beta}$ – собирающий след, $h_{0\beta} \perp x$ (рис. 21).

2. Строим линию пересечения MN заданной и вспомогательной плоскости $M' = h_{0\alpha} \cap h_{0\beta}$, $N'' = f_{0\beta} \cap f_{0\alpha}$ (рис. 22).

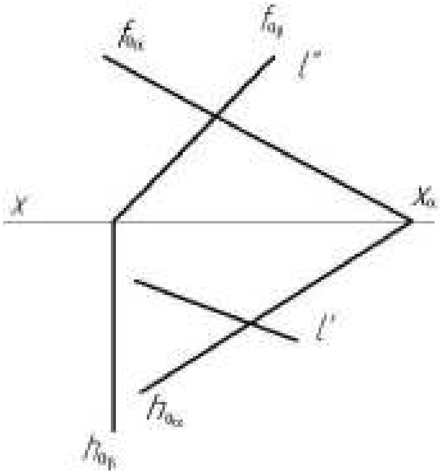


Рис. 21

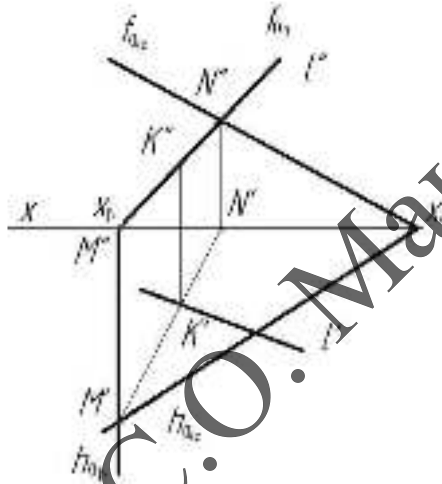


Рис. 22

3. Определим точку пересечения K заданной прямой l с линией пересечения MN.

$K' = M'N' \cap l'$, K'' находится в месте пересечения линии проекционной связи, проведенной из K' к l''.

4. Видимость прямой l в случае задания плоскости следами не определяем.

Пример 2. Плоскость задана плоской фигурой (рис. 23).

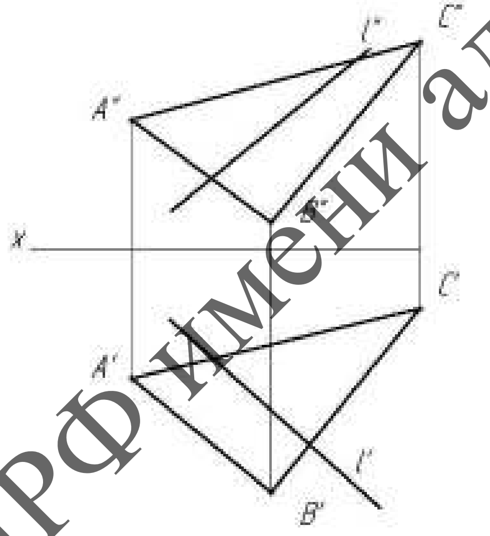


Рис. 23

Решение

1. Через прямую l проводим вспомогательную плоскость частного положения, например, горизонтально-проецирующую $\beta \perp \pi_1$: $l' \in h_{0\beta}$, $h_{0\beta}$ – собирающий след, $f_{0\beta} \perp x$ (рис. 24).

2. Строим линию пересечения MN заданной и вспомогательной плоскостей: $M' = A'C' \cap h_{0\beta}$; $M'' \in A''C''$ и $N' = B'C' \cap h_{0\beta}$; $N'' \in B''C''$ (рис. 25).

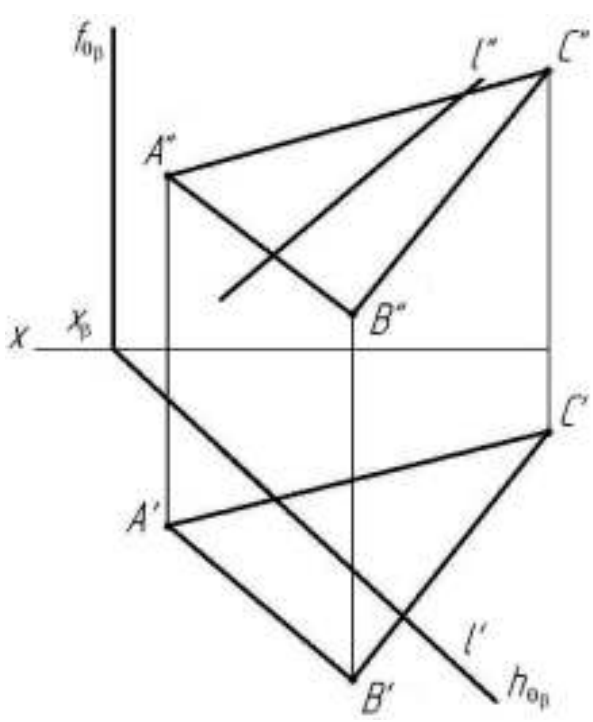


Рис. 24

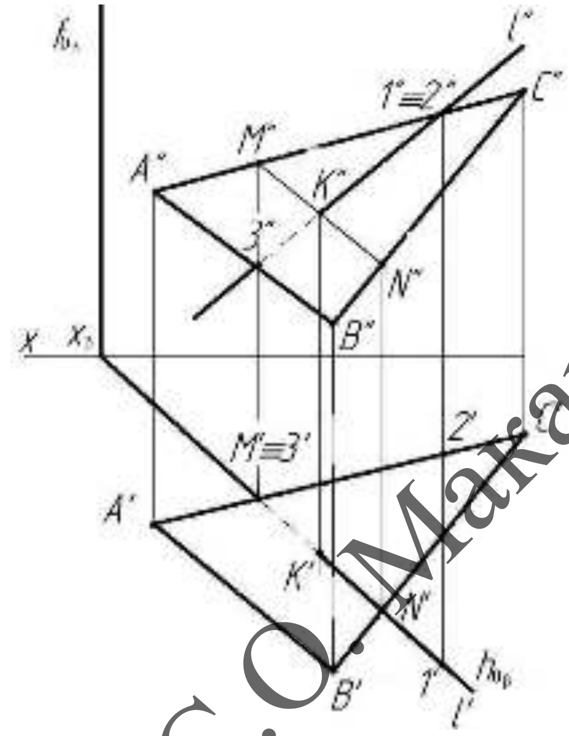


Рис. 25

3. Строим точку пересечения *К* заданной прямой *l* с линией пересечения *MN*: *К*'' = = *M*''*N*''∩*l*''. *К*' находится в пересечении линии проекционной связи, проведенной из *К*'', и *M*'*N*'.

4. Определим видимость прямой относительно Δ А*BC* с помощью конкурирующих точек.

Определим видимость относительно плоскости π_2. Отметим фронтальную проекцию *1*'', совпадающую с *2*''. Горизонтальную проекцию *2*' отметим на *A*'*C*', а *1*' – на *l*'. Горизонтальная проекция *1*' лежит перед *2*', следовательно, фронтальная проекция *2''* невидима относительно π_2. Точка *1* лежит на прямой *l*, она видима на π_2, следовательно фронтальная проекция *l*'' от *1*''*2*'' до *К*'' видима, в точке *К*'' – невидима.

Определим видимость прямой *l* относительно плоскость π_1. Отметим горизонтальную проекцию *3*', совпадающую с горизонтальной проекцией *M*': *M*''∈*A*''*C*'' уже отмечена, *3*''∈*l*''. Фронтальная проекция *M*'' лежит выше фронтальной проекции *3*''. Следовательно, точка *M* видима относительно π_1. Точка *3* лежит на прямой *l*, следовательно от *M*' ≡ *3*' до *К*' горизонтальная проекция *l*' невидима. За границами Δ*ABC* прямая *l* везде видима.

Задача 7. Построить линию пересечения поверхности конуса с плоскостью (рис. 26).

Заданы конус и плоскость частного положения. В данной задаче плоскость фронтально-проецирующая $\alpha \perp \pi_2$, $f_{0\alpha}$ – собирающий след. Линия пересечения поверхности конуса с фронтально-проецирующей плоскостью представляет собой эллипс. *Эллипс* – это лекальная кривая, которая строится минимум по восьми точкам. Фронтальная проекция эллипса совпадает с фронтальным следом $f_{0\alpha}$.

Решение

1. Возьмем ряд точек на $f_{0\alpha}$ и найдем их горизонтальные проекции. Отметим характерные фронтальные проекции *A*'' и *B*'', *C*'' и *D*''. Остальные точки можно выбрать произвольно. Точка лежит на поверхности, если она принадлежит линии, лежащей на этой поверхности (рис. 27). Горизонтальные проекции *A*' и *B*' получим на образующих, совпадающих с осью симметрии.

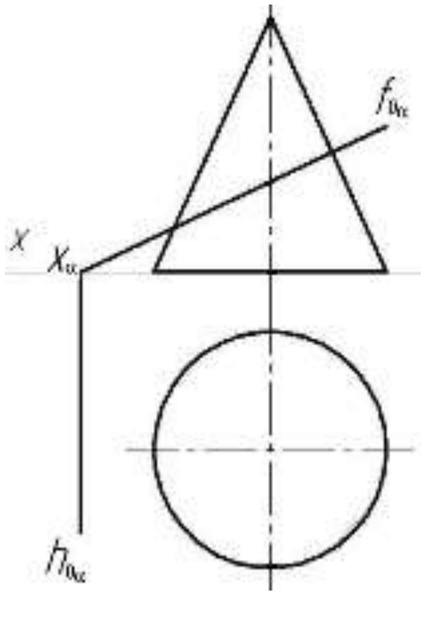


Рис. 26

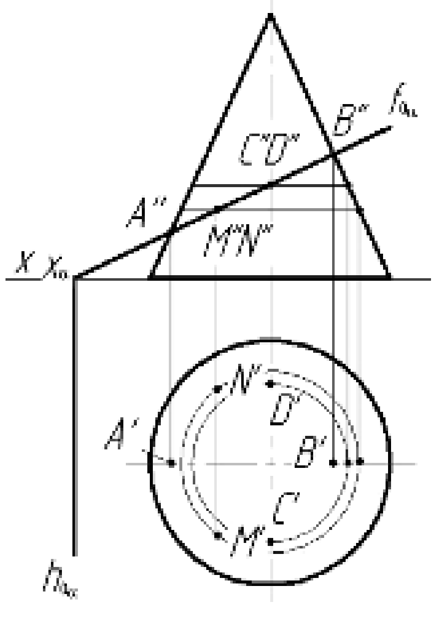


Рис. 27

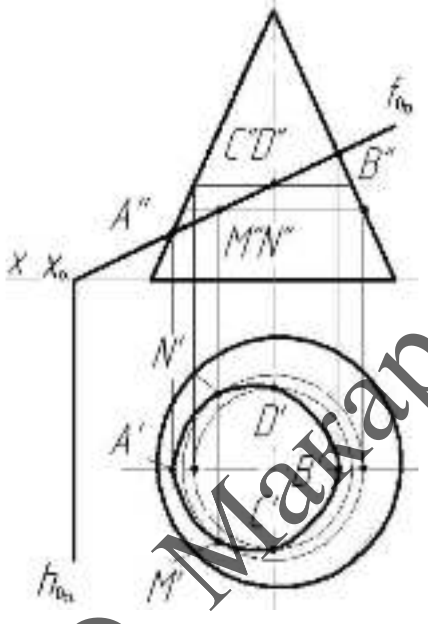


Рис. 28

2. Для получения горизонтальных проекций C' и D' проведем параллельно основанию линию, горизонтальная проекция которой является окружностью, и на ней отметим C' и D'.

3. Фронтальные проекции M''и N'' выбираем произвольно на собирающем следе $f_{0\alpha}$. Для нахождения горизонтальных проекций M', N' проведем линию параллельно основанию, горизонтальная проекция которой является также окружностью.

4. Полученные горизонтальные проекции точек надо соединить плавной кривой от руки, а затем обвести по лекалу (рис. 28).

Задача 8. Построить точки пересечения прямой l с поверхностью геометрического тела. Определить видимость прямой с учетом условий, сформулированных в следующих примерах.

Пример 1. Геометрическое тело – конус (рис. 29).

Решение

1. Заключаем прямую l в плоскость частного положения так, чтобы пересечением конуса с плоскостью была простая линия пересечения – окружность. В данной задаче α – горизонтальная плоскость, $f_{0\alpha}$ – собирающий след, $l'' \in f_{0\alpha}$ (рис. 30).

2. Строим линию пересечения конуса с плоскостью α – окружность радиуса R.

3. На пересечении горизонтальной проекции l' и окружности радиуса R отметим искомые горизонтальные проекции M' и N'. На фронтальной проекции l'' отмечаем M'' и N''.

4. Определим видимость прямой l. Между получившимися точками M и N прямая всегда невидима. Горизонтальная проекция (прямая l') видима (невидима только от M' до N'). Фронтальная проекция l'' до M'' видима, так как точка M лежит на видимой части конуса относительно π_2. Точка N лежит на невидимой части конуса относительно π_2, следовательно, фронтальная проекция l'' от N'' до очерковой образующей невидима. За очертаниями конуса прямая l всегда видима (рис. 31).

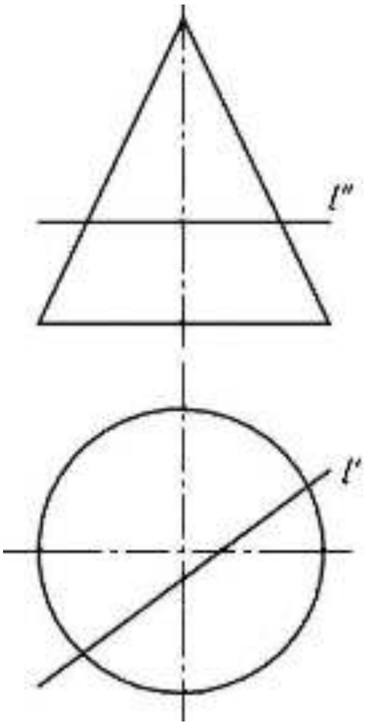


Рис. 29

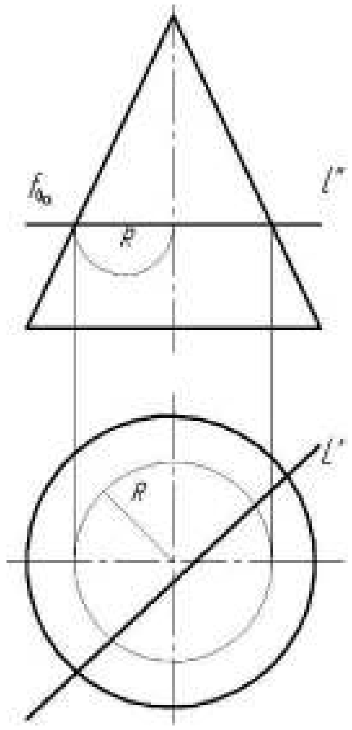


Рис. 30

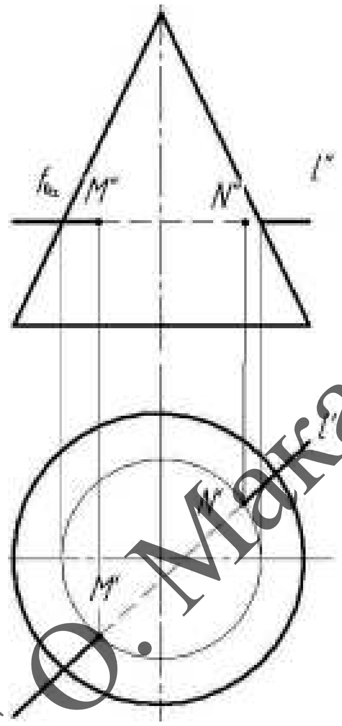


Рис. 31

Пример 2. Гранная поверхность – призма (рис. 32).

Решение

1. Заключаем прямую *l* во вспомогательную плоскость частного положения. Линией пересечения плоскости с гранной поверхностью будет ломаная линия. Заключаем прямую *l* во фронтально-проецирующую плоскость $\alpha \perp \pi_2$, $l'' \in f_{0\alpha}$, $f_{0\alpha}$ – собирающий след (рис. 33).

2. Строим линию пересечения плоскости α с призмой. Отметим фронтальные проекции *1*", *2*", *3*" на собирающем следе $f_{0\alpha}$.

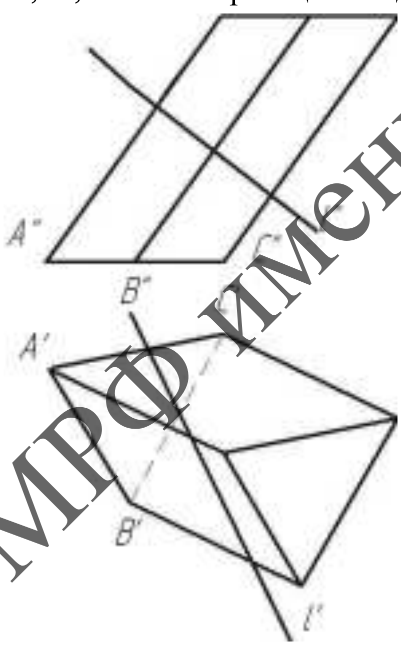


Рис. 32

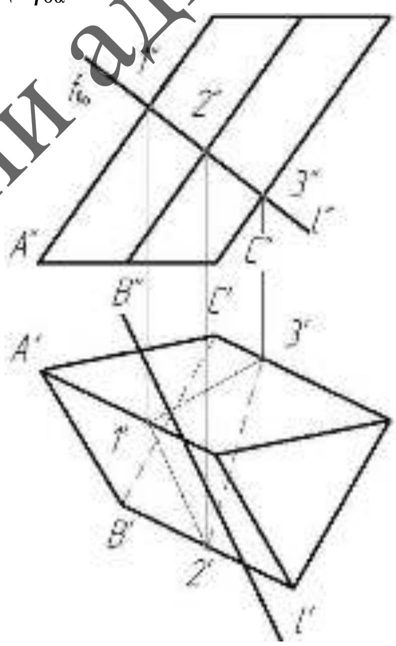


Рис. 33

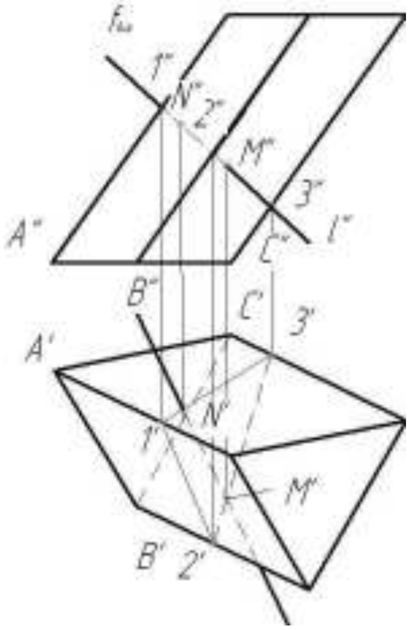


Рис. 34

3. Построим горизонтальные проекции *1*', *2*' и *3*' на соответствующих ребрах.

4. Соединяем горизонтальные проекции *1*'-*2*'-*3*' ломаной линией с учетом видимости.

5. На пересечении горизонтальной проекции l' с горизонтальной проекцией $1'$-$2'$-$3'$ отметим горизонтальные проекции M' и N' искомых точек M и N.

6. Построим фронтальные проекции M'' и N'' на l''.

7. Определяем видимость прямой l. Между полученными точками M и N прямая невидима всегда. Горизонтальная проекция l' невидима между $M'N'$ и от M' до горизонтальной проекции ребра B', так как горизонтальная проекция M' принадлежит невидимой относительно π_1 грани BC. На π_2 точка M лежит на грани BC, видимой относительно π_2, следовательно, M'' видима и фронтальная проекция l'' видима до M''. Точка N принадлежит грани AC, невидимой относительно π_2, следовательно, фронтальная проекция N'' и фронтальная проекция l'' от N'' невидимы. За очертаниями призмы прямая l видима (рис. 34).

Задача 9. Построить три проекции геометрического тела с вырезом. Задачу выполнить на листе формата А3 с учетом условий, сформулированных в следующих примерах.

Пример 1. Вырез на конусе (рис. 35).

Вырез произведен двумя плоскостями. Одна проходит через вершину конуса и рассекает его поверхность по образующим. Вторая плоскость – фронтально-проецирующая, линия пересечения – часть эллипса, ограниченная прямой, принадлежащей линии пересечения плоскостей.

Решение

1. Отметим фронтальные проекции характерных точек – A'', B'', C'', M'', N'' для построения выреза (рис. 36).

2. Точки D и E выбраны произвольно для построения эллипса, так как линия среза от A до CN представляет собой часть эллипса.

3. Найдем горизонтальные проекции точек A, B, C, D, E, N. Точки лежат на поверхности конуса, а значит, на линиях, принадлежащих его поверхности. Горизонтальные проекции точек M и B, D и E найдены на окружностях, принадлежащих поверхности конуса, точки C и N – на образующих S_1 и S_2.

4. Соединим полученные горизонтальные проекции. $S'C'$ и $S'N'$ – прямые, кривая линия C', B', D', A', E', M', N' – часть эллипса (рис. 37).

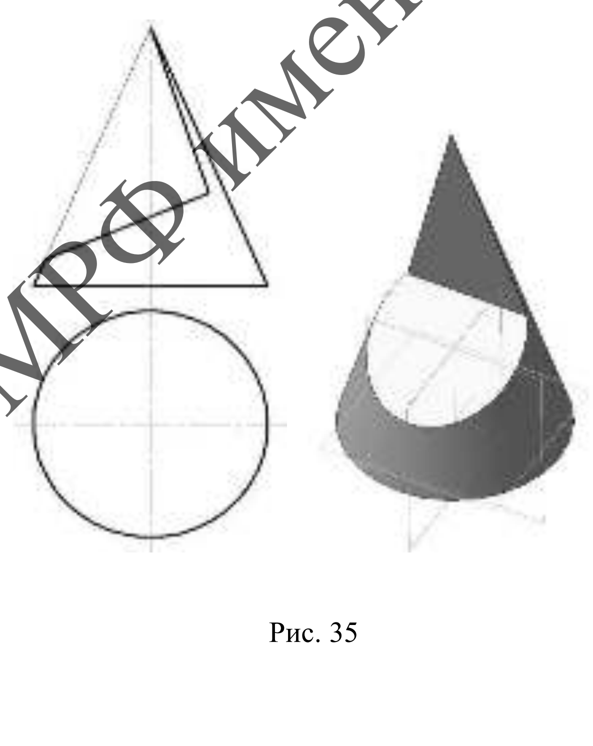


Рис. 35

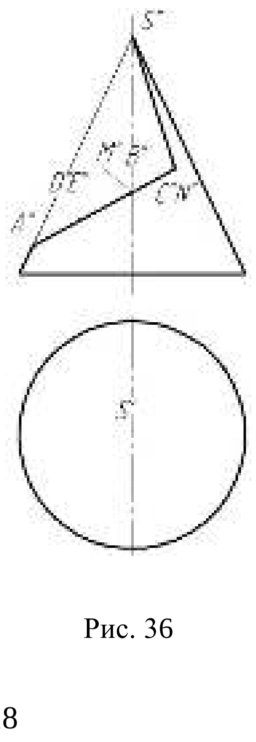


Рис. 36

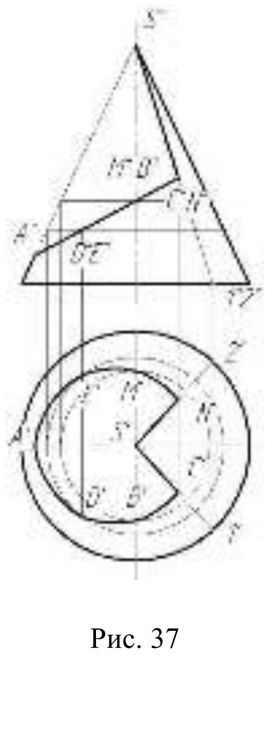


Рис. 37

5. Строим профильную проекцию конуса и профильные проекции точек. Соединяем их (рис. 38).

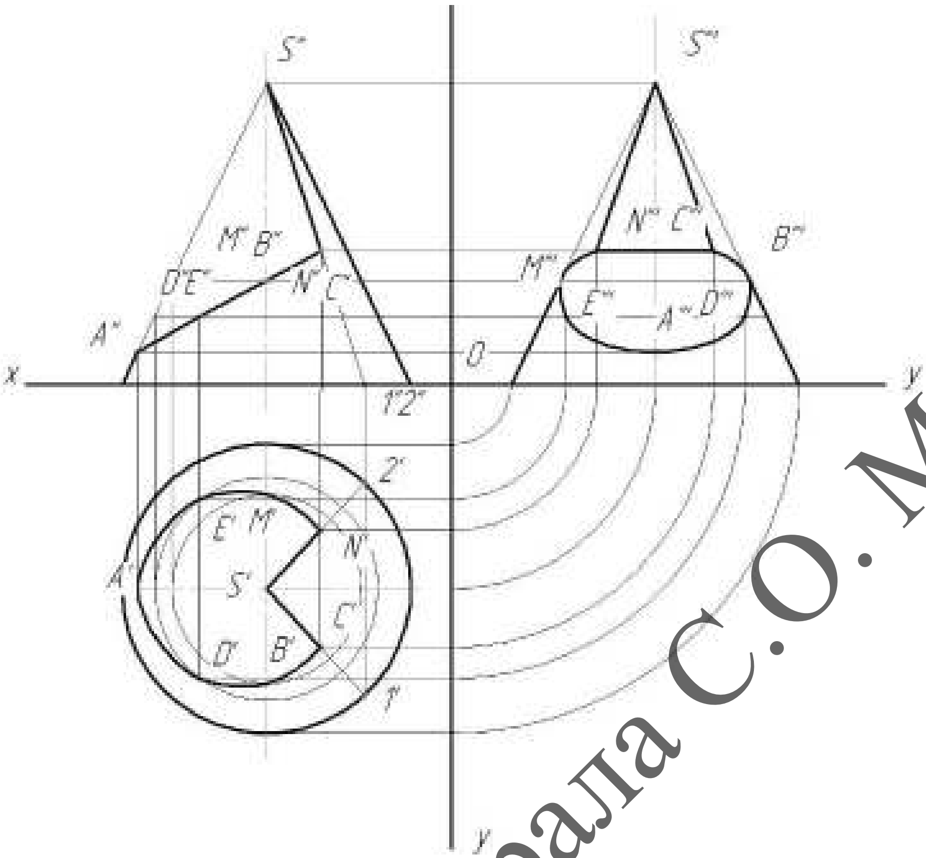
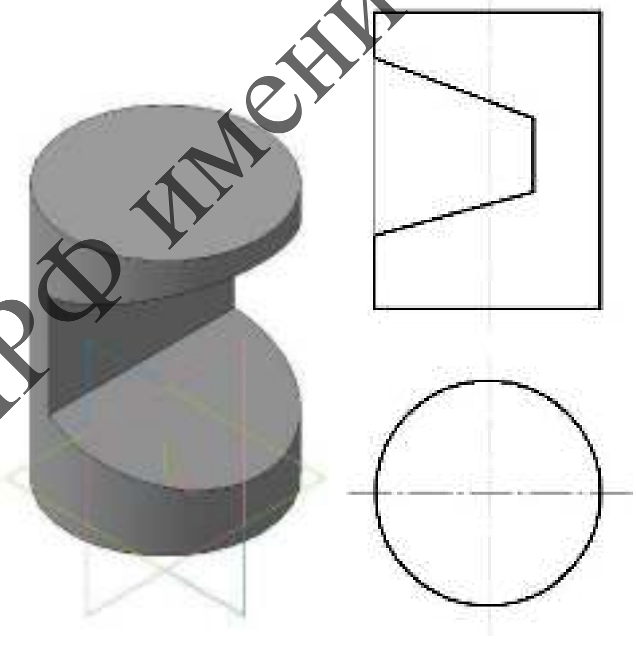


Рис. 38

Пример 2. Вырез на цилиндре (рис. 39).

Вырез произведен тремя плоскостями. Наклонные фронтально-проецирующие плоскости рассекут цилиндр по части эллипса, ограниченного прямой. Плоскость, параллельная оси вращения, пересекает поверхность цилиндра по образующим.



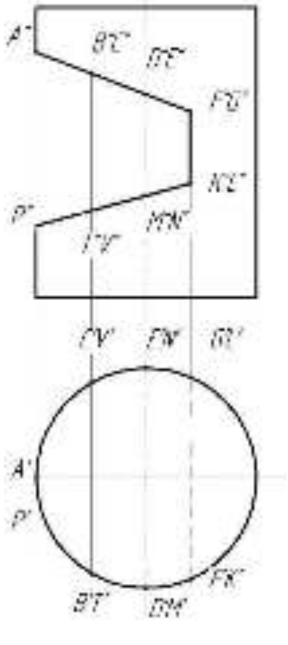


Рис. 39

Рис. 40

Решение

1. Отметим на фронтальной проекции выреза фронтальные проекции *A*", *F*", *G*", *K*", *L*", *P*". Характерные точки *D*", *E*", *M*", *N*" отмечены на оси симметрии цилиндра, точки *B*", *C*", *T*", *V*" – произвольно на линии, принадлежащей поверхности цилиндра. Все точки принадлежат боковой поверхности цилиндра, которая проецируется в окружность на горизонтальной плоскости проекций. Поэтому все горизонтальные проекции точек принадлежат этой окружности (рис. 40).

2. Найдем профильные проекции всех точек. Соединим полученные точки. Линия *GECABDF* – часть эллипса, *FK* и *GL* – отрезки прямых, *GF* и *KL* – отрезки прямых, *LNVPTMK* – часть эллипса (рис. 41).

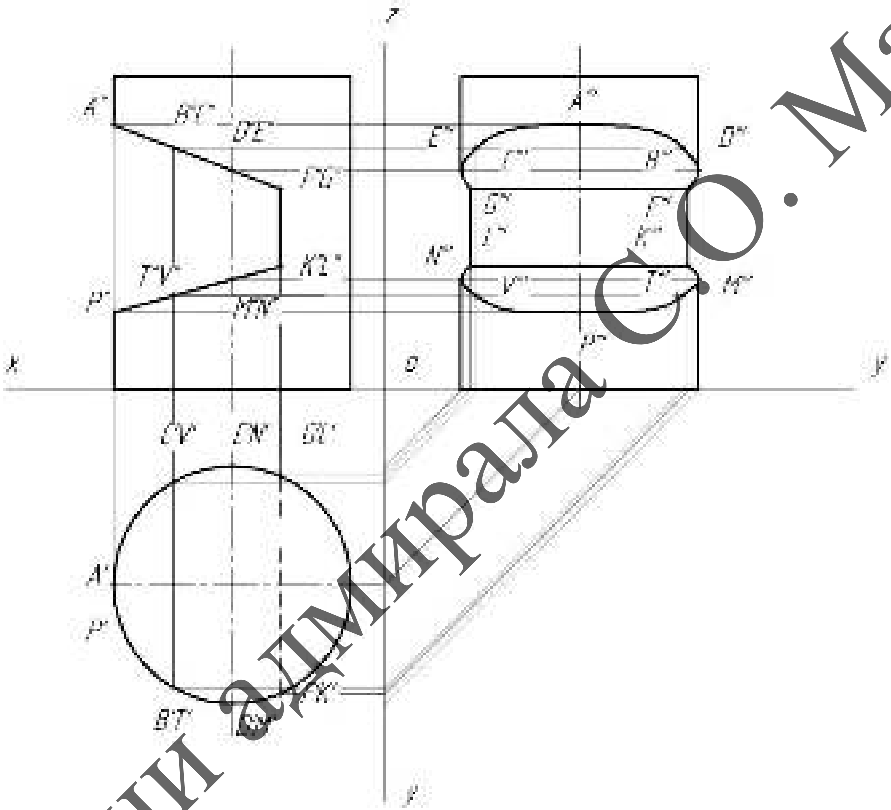


Рис. 41

Задача 10. Построить линию пересечения поверхностей геометрических тел с учетом условий, сформулированных в следующих примерах.

Пример 1. Пересечение сферы с цилиндром. Цилиндр занимает фронтально-проецирующее положение (рис. 42).

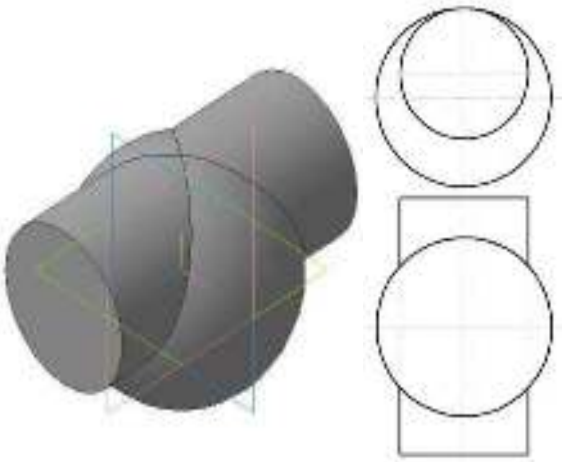


Рис. 42

Решение

1. Поскольку цилиндр занимает фронтально проецирующее положение, фронтальная проекция линии пересечения совпадает с фронтальным очерком цилиндра. Остается построить горизонтальную проекцию окружности, принадлежащую поверхности сферы. Вначале отметим характерные точки – фронтальные проекции точек, лежащих на экваторе сферы – *G*", *H*", *F*", *P*", затем фронтальные проекции *M*", *N*", *K*", *L*", в которых будет меняться видимость линии пересечения. Горизонтальные проекции точек, принадлежащих поверхности сферы, находим при помощи окружностей соответствующего радиуса (рис. 43).

2. Соединим полученные точки плавной линией с учетом видимости. Точки, принадлежащие видимой части поверхности цилиндра относительно горизонтальной плоскости проекций, соединяем сплошной линией. В точках *M, N, K, L* происходит изменение видимости. Определим видимость горизонтальных очерков цилиндра и сферы (рис. 44).

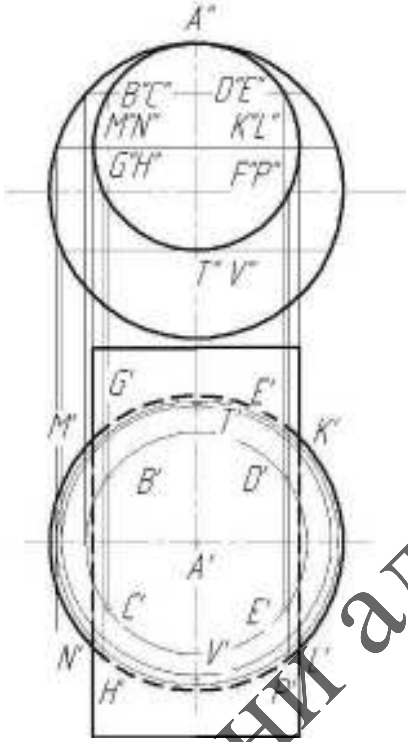


Рис. 43

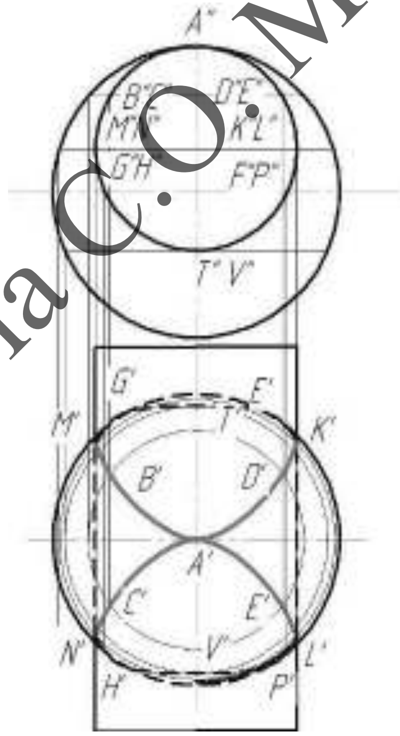


Рис. 44

Пример 2. Пересечение сферы с конусом (рис. 45).

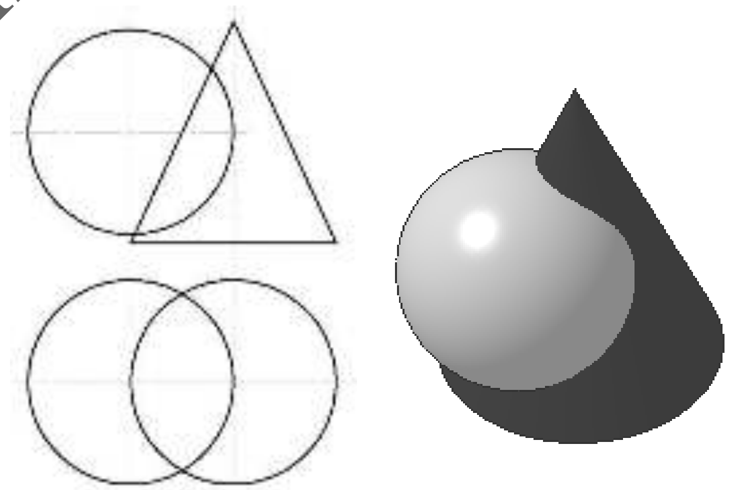


Рис. 45

Обе поверхности общего вида. У этих поверхностей имеется общая плоскость симметрии, поэтому линия пересечения будет симметрична относительно этой плоскости. Обе поверхности второго порядка, следовательно, линией их пересечения является пространственная кривая четвертого порядка.

Решение

1. Отметим характерные точки линии пересечения. Точки *A* и *B* лежат на пересечении фронтальных очерков. Точки *C* и *D* найдем на пересечении экватора сферы *a* и окружности *b* поверхности конуса, лежащих в одной горизонтальной плоскости α. Аналогично могут быть найдены и другие точки линии пересечения. Так, точки *M* и *N* строим как пересечение окружностей *c* и *d*, принадлежащих одной горизонтальной плоскости β (рис. 46).

3. Полученные точки соединяем плавной кривой с учетом видимости. При установлении видимости следует помнить, что линия будет видима, если она принадлежит поверхности как сферы, так и конуса. Точки *A* и *B* отделяют видимую относительно фронтальной плоскости часть линии пересечения (она проходит через точки *A*, *C*, *M*, *B*) от невидимой. В данной задаче фронтальные проекции видимой и невидимой части линии пересечения совпадают.

Точки *C* и *D* отделяют видимую относительно горизонтальной плоскости часть линии пересечения от невидимой. Точка *A* видима относительно горизонтальной плоскости проекций, так как лежит выше экватора сферы. Следовательно, линия, проходящая через точки *A*, *C*, *D*, – видима, остальная часть линии невидима. Определим видимость очерков поверхности конуса и сферы (рис. 47).

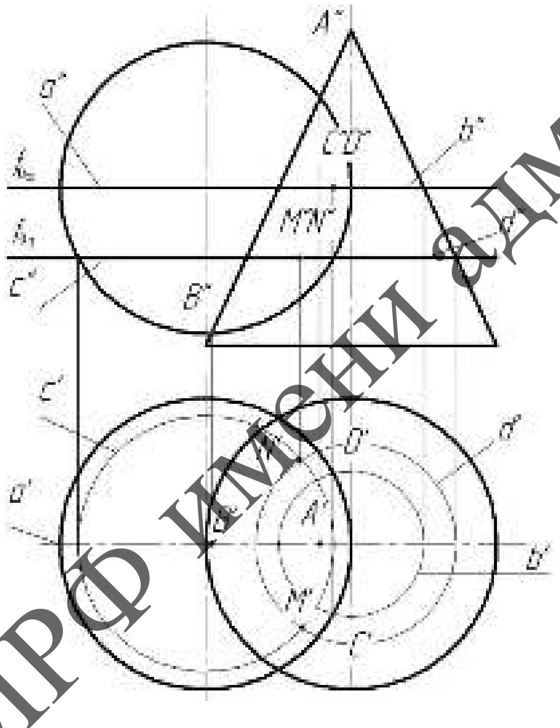


Рис. 46

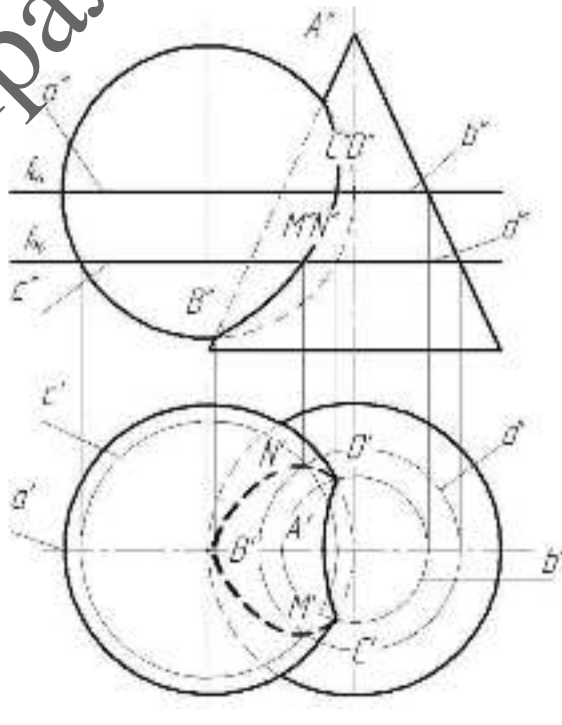


Рис. 47

Задача 11. Определить расстояния от точки *A* до прямой *l* (рис. 48).

Расстояние от точки до прямой определяется длиной отрезка перпендикуляра, опущенного из точки на прямую.

Решение

1. На эпюре проекции перпендикуляра к прямой можно построить, если прямая параллельна плоскости проекций. Поэтому сначала строим дополнительную ортогональную про-

екцию прямой и точки A на плоскости π_4, параллельной прямой l и перпендикулярной π_1. При этом ось x_1 параллельна l'. Для построения дополнительной проекции прямой l на ней отмечены точки *1* и *2* (рис. 49).

2. Проводим дополнительную проекцию $A^{IV}K^{IV}$ перпендикуляра ($A^{IV}K^{IV} \perp l^{IV}$), затем строим горизонтальную проекцию $A'K'$. Также построена и фронтальная $A''K''$ проекция перпендикуляра AK.

3. По двум данным проекциям отрезка AK ($A'K'$ и $A^{IV}K^{IV}$) находим его длину, построив дополнительную ортогональную проекцию отрезка на плоскости π_5, параллельной AK и перпендикулярной π_4 (рис. 50).

Аналогично можно определить расстояние между двумя параллельными прямыми.

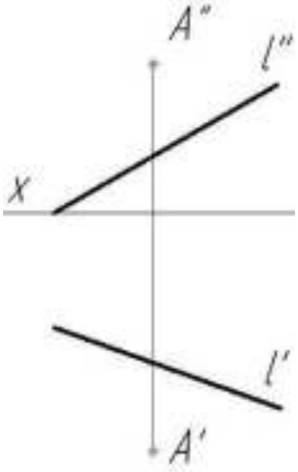


Рис. 48

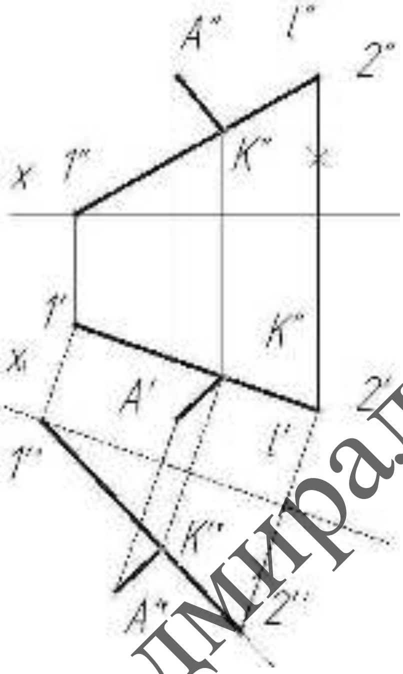


Рис. 49

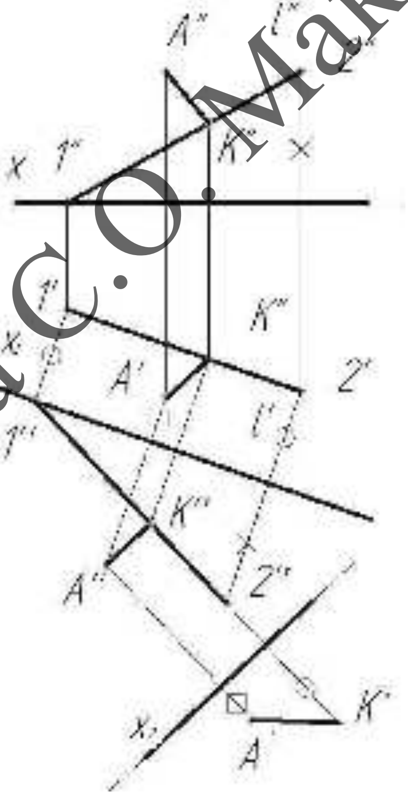


Рис. 50

Задача 12. Определить расстояние от точки A до плоскости $\alpha(\Delta BCD)$ – рис. 51.

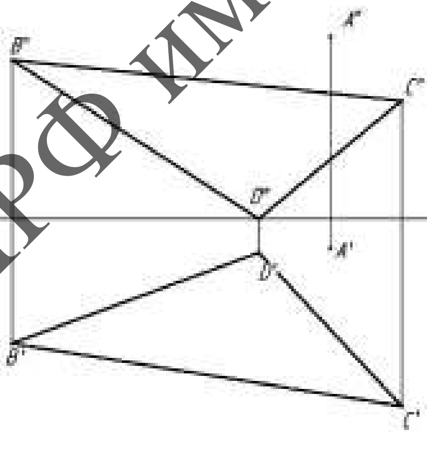


Рис. 51

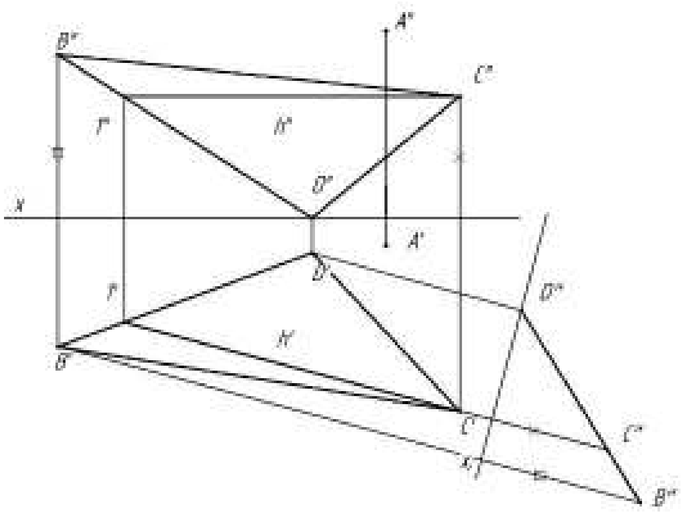


Рис. 52

Расстоянием от точки до плоскости является длина отрезка перпендикуляра, опущенного из точки на плоскость.

Если плоскость является проецирующей, то перпендикуляр к ней параллелен плоскости проекций и длина проекции его отрезка на этой плоскости проекций равна искомому расстоянию. Исходя из этого построим дополнительную ортогональную проекцию плоскости α и точки A на плоскости π_4, перпендикулярной плоскости α и плоскости π_1.

Решение

1. Плоскость π_4 будет перпендикулярна плоскости α, если она перпендикулярна горизонтали этой плоскости. При этом ось x_1 перпендикулярна горизонтальной проекции h' горизонтали h плоскости α. Дополнительной ортогональной проекцией плоскости α на плоскость π_4 является прямая $B^{IV}C^{IV}D^{IV}$ (рис. 52).

2. Из точки A^{IV} опускаем перпендикуляр $A^{IV}K^{IV}$ на прямую $B^{IV}C^{IV}D^{IV}$. Длина отрезка $A^{IV}K^{IV}$ равна расстоянию от точки A до плоскости α (ΔBCD) – рис. 53.

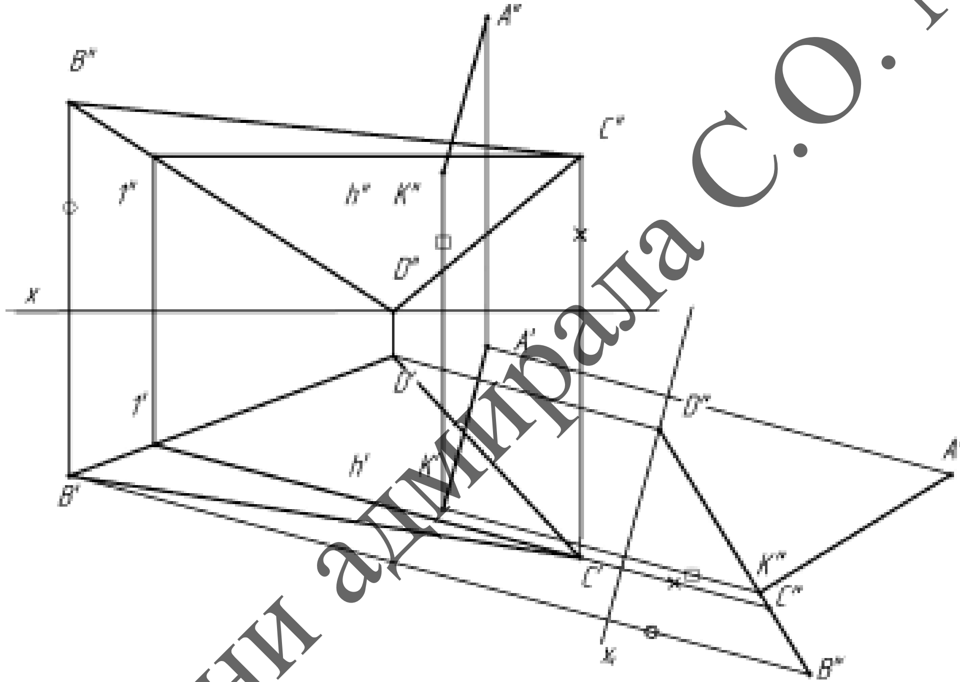


Рис. 53

Построим проекции отрезка AK. Горизонтальная проекция $A'K'$ параллельна оси x_1, так как отрезок AK параллелен плоскости π_4, и перпендикулярна горизонтальной проекции h' горизонтали h плоскости α. Фронтальную проекцию K'' точки K строим по двум ее проекциям K' и K^{IV}.

На основании решения рассмотренной задачи можно определить расстояние между параллельными прямой и плоскостью, а также между двумя параллельными плоскостями.

Библиографический список

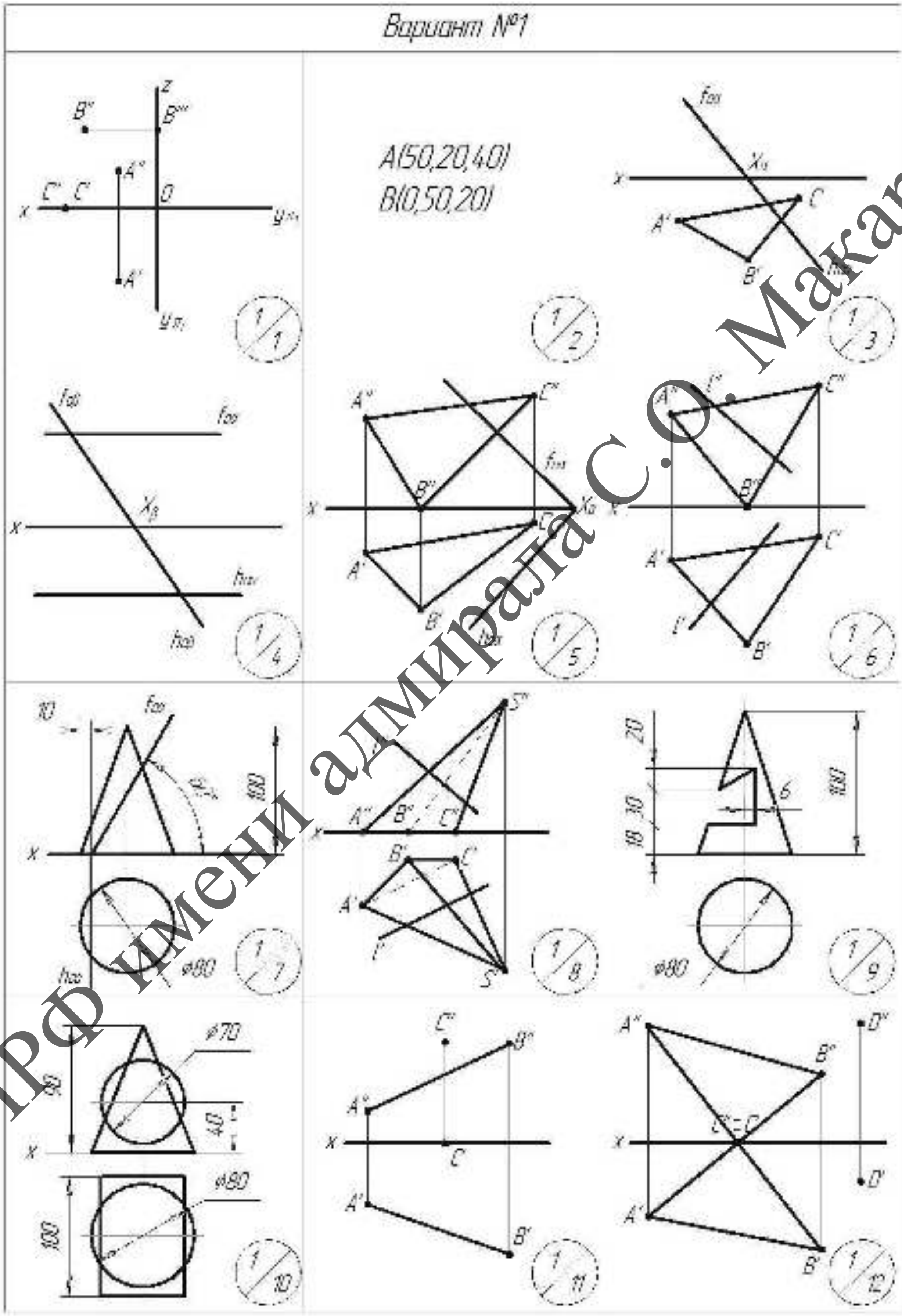
1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. – М.: Наука, 2000.

2. Крылов Н.Н. Начертательная геометрия. – М.: Высш. шк., 2007.

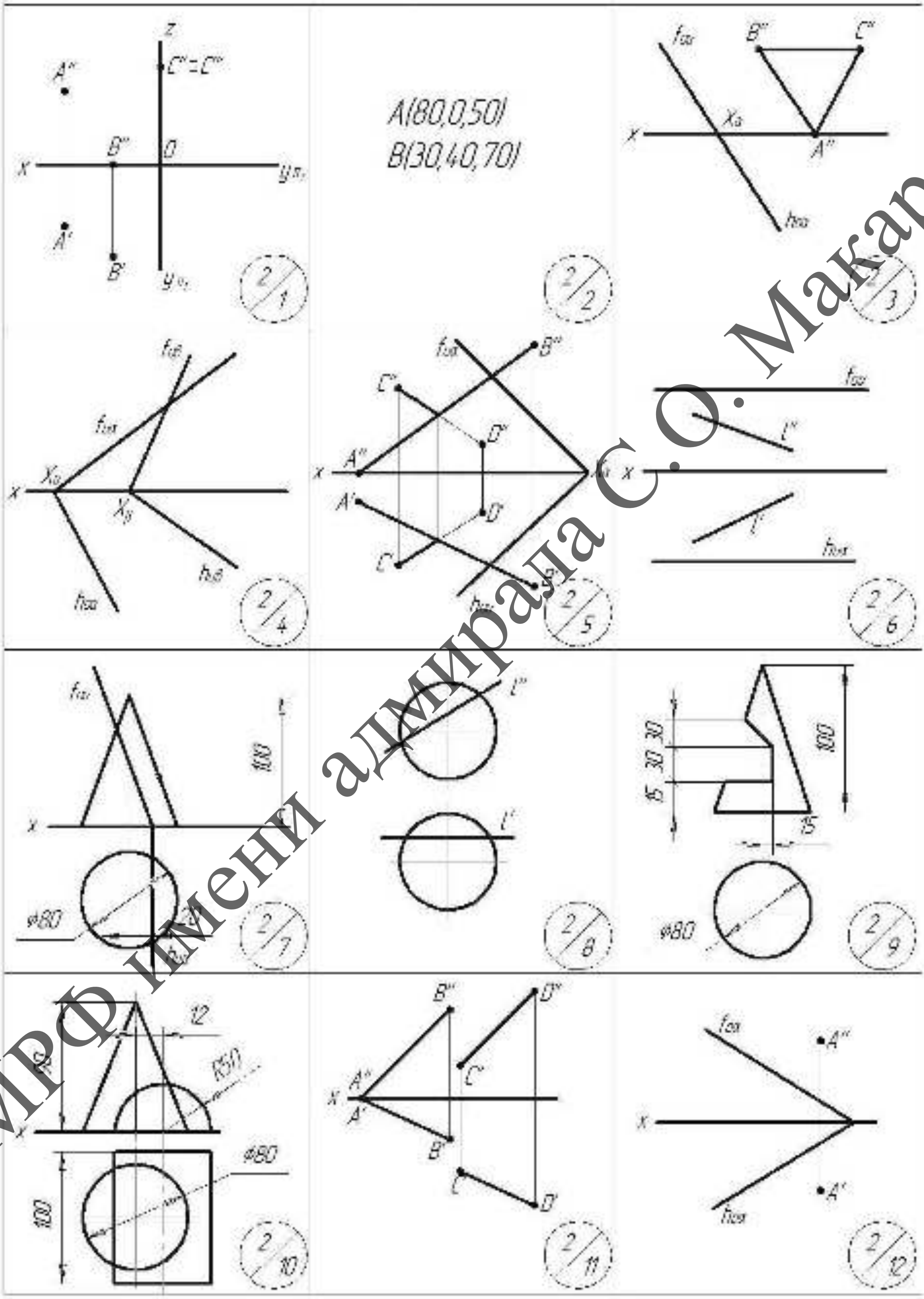
3. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. – М.: Высш. шк., 2001.

4. Фролов С.А. Начертательная геометрия. – М.: Машиностроение, 1983.

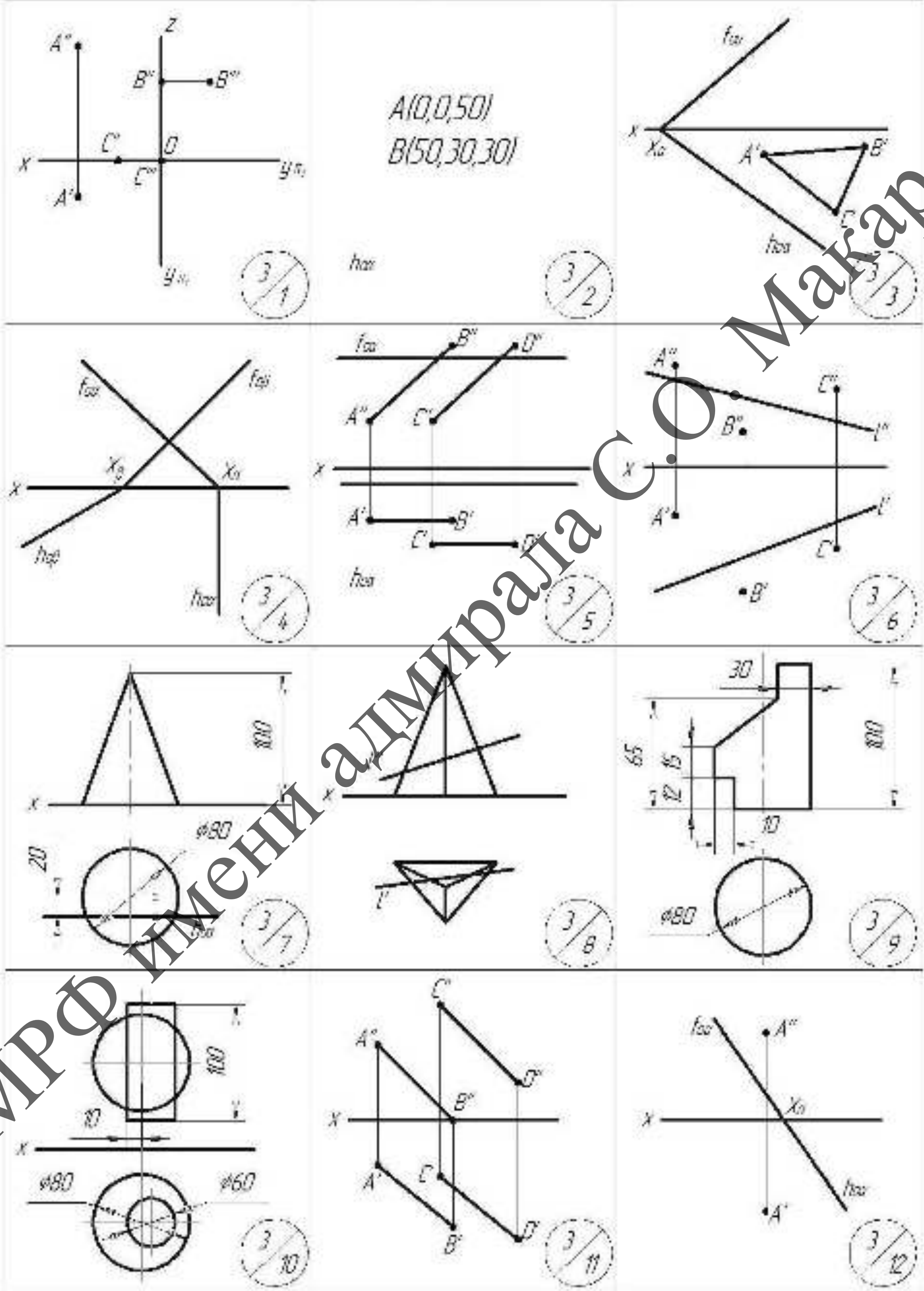
Варианты заданий



Вариант №2

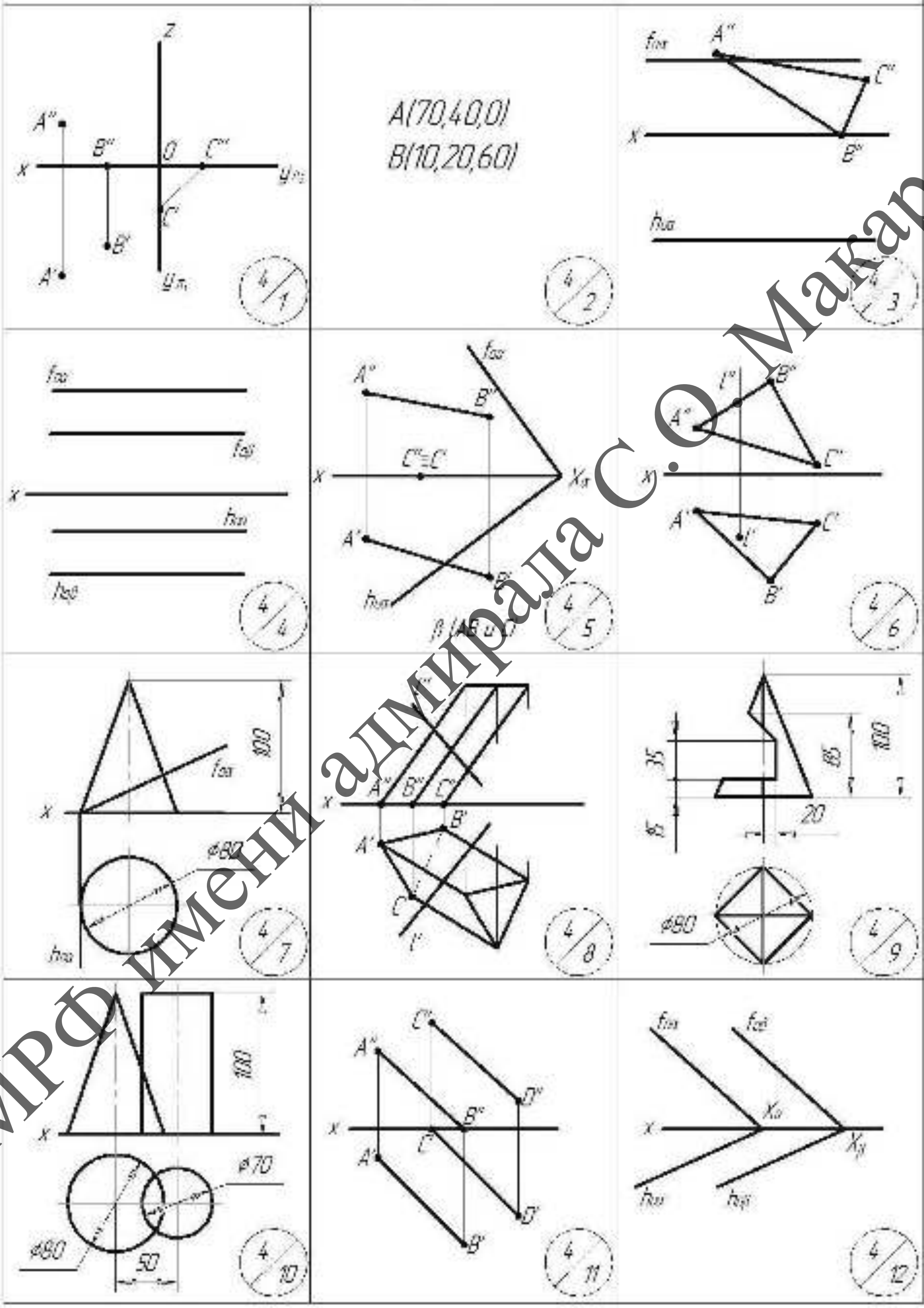

A(80,0,50)
B(30,40,70)
2/1
2/2
2/3
2/4
2/5
2/6
2/7
2/8
2/9
2/10
2/11
2/12
ø80
100
12
R50

Вариант №3



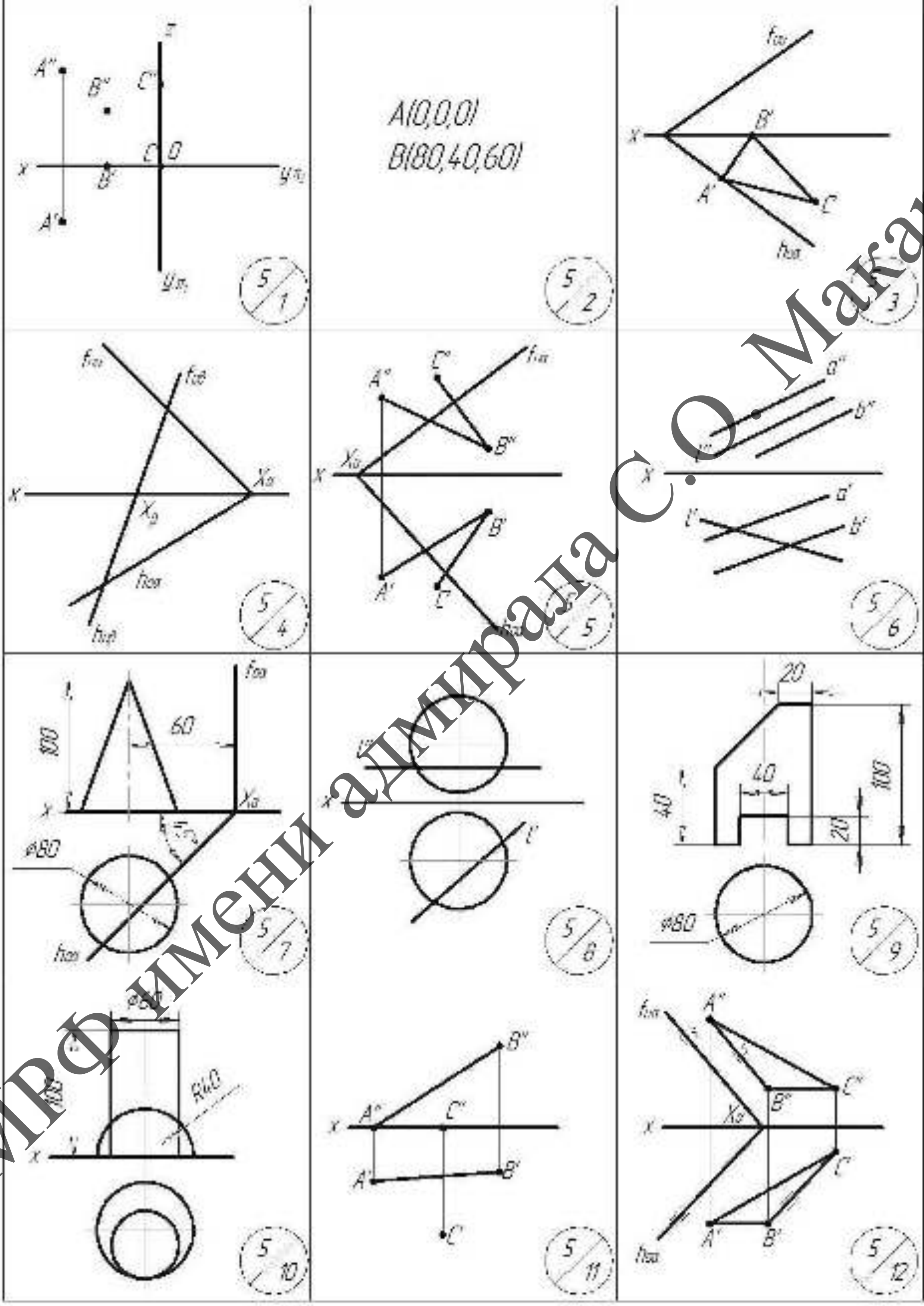
A(0,0,50)
B(50,30,30)
Ø80
Ø80
Ø60
100
20
30
65
15
12
10
3/1
3/2
3/3
3/4
3/5
3/6
3/7
3/8
3/9
3/10
3/11
3/12

Вариант №4

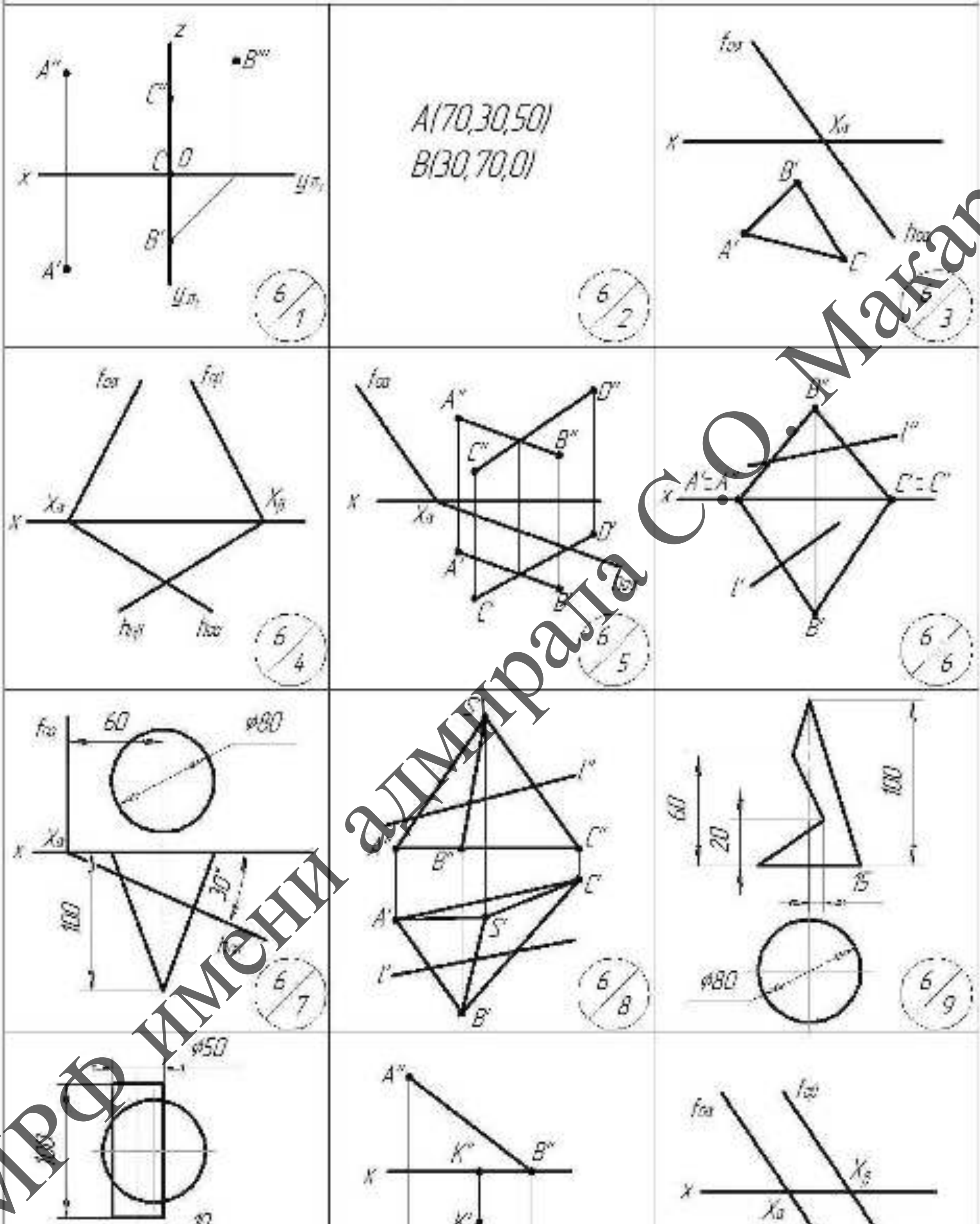


A(70,40,0)
B(10,20,60)
4/1
4/2
4/3
4/4
4/5
4/6
4/7
4/8
4/9
4/10
4/11
4/12
ø80
ø70
100
35
65
20
50

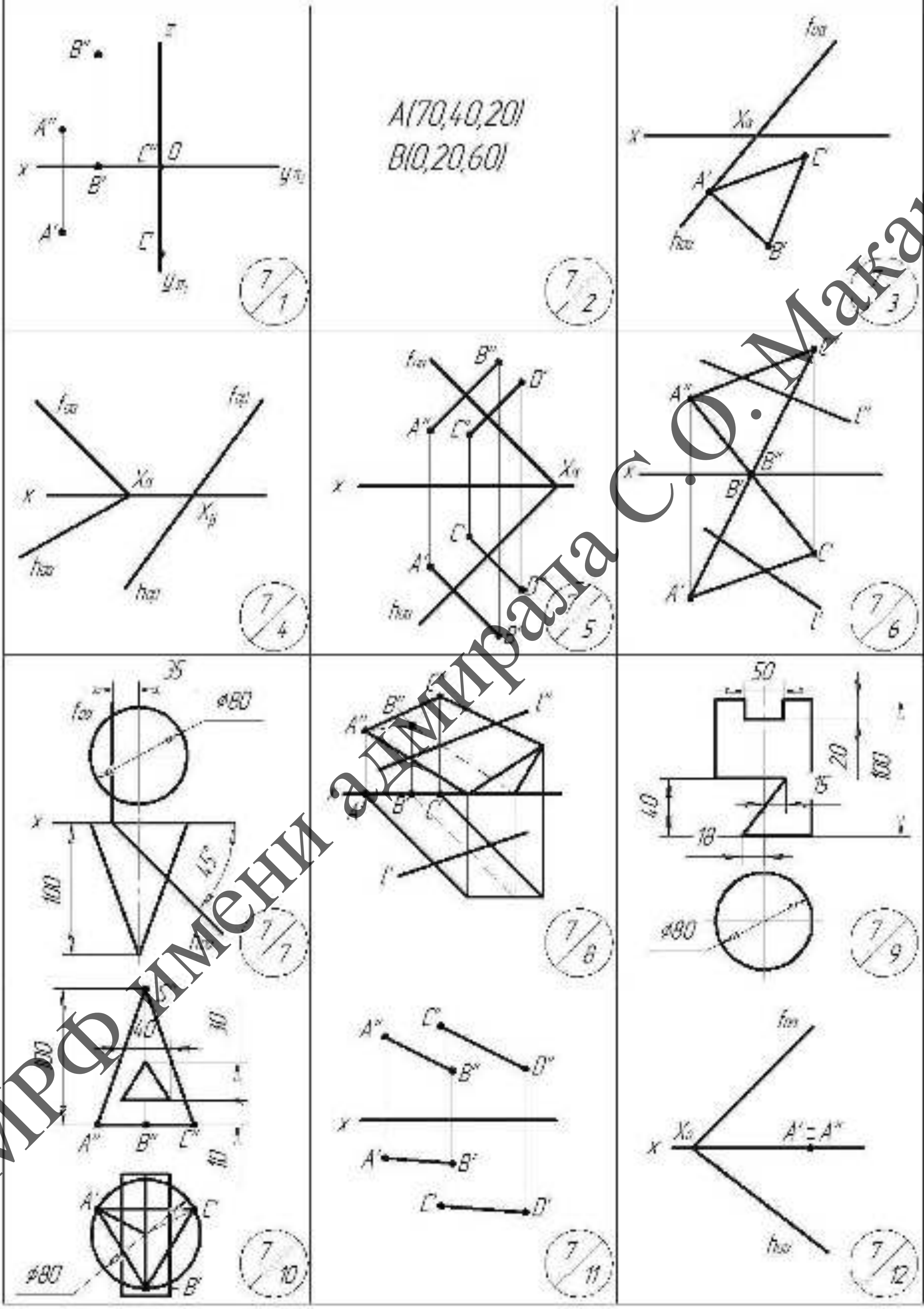
Вариант №5



Вариант №6

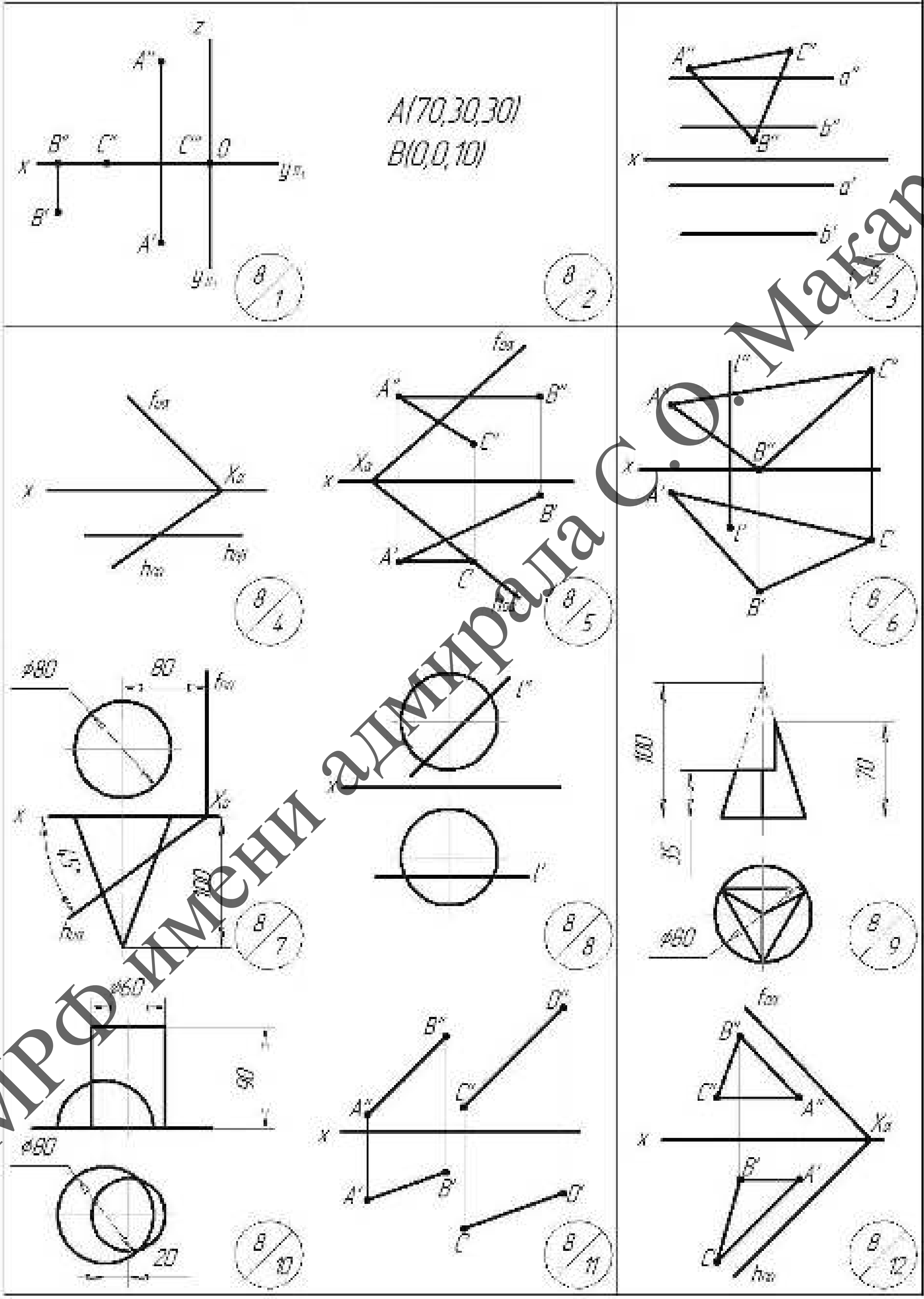

A(70,30,50)
B(30,70,0)
60
ф80
100
30°
ф50
10
20
15
6/1
6/2
6/3
6/4
6/5
6/6
6/7
6/8
6/9
6/10
6/11
6/12

Вариант №7

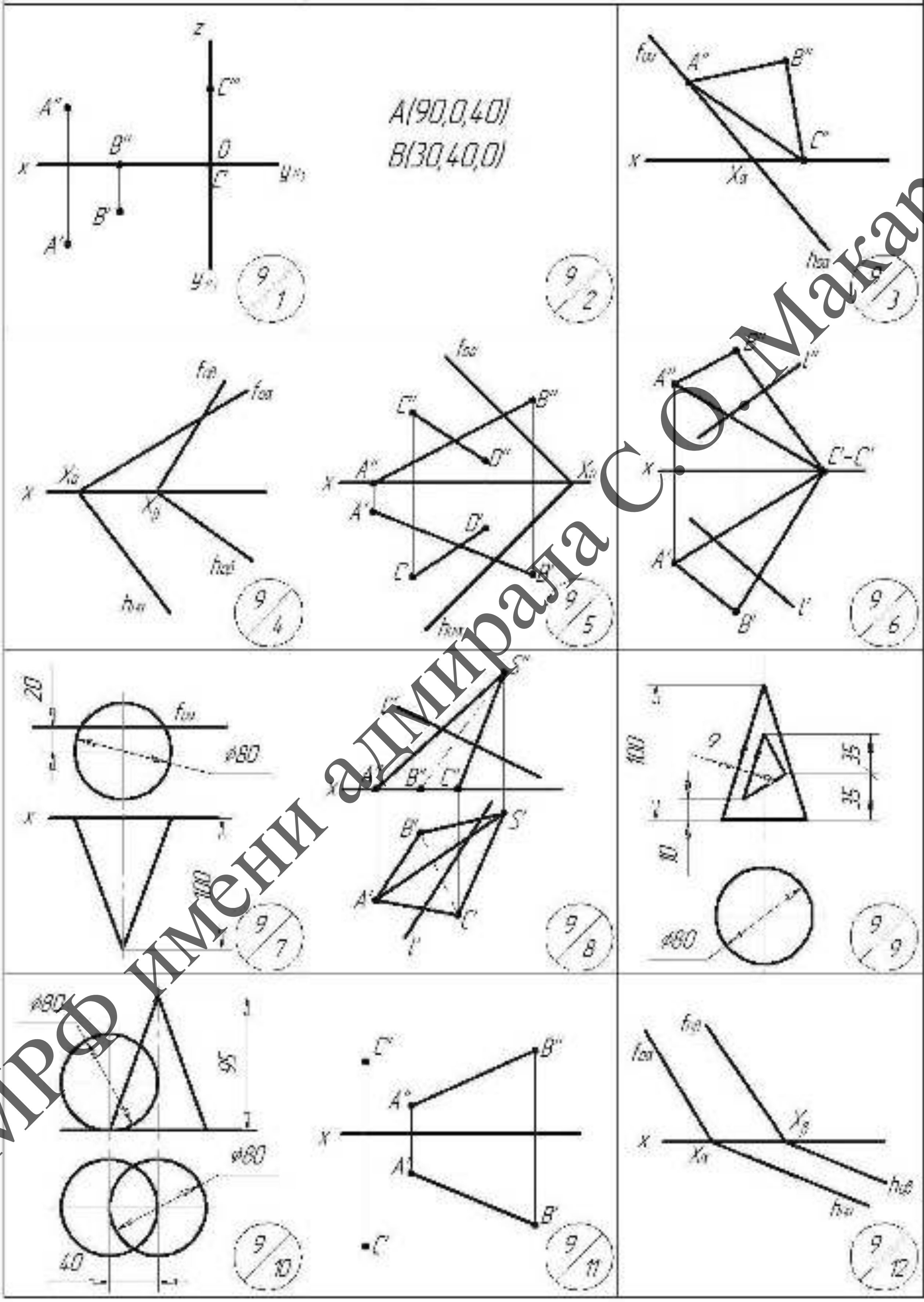


B''
A''
C'' O
x
B'
y π3
A'
C'
y π1
7/1
A(70,40,20)
B(0,20,60)
7/2
fₒα
Xα
x
A'
C'
hₒα
B'
7/3
fₒα
fₒβ
x
Xα
Xβ
hₒα
hₒβ
7/4
fₒα
B''
D''
A''
C''
x
Xα
C'
A'
D'
hₒα
B'
7/5
A''
C''
l''
x
B''
B'
C'
A'
l'
7/6
35
fₒα
Ø80
x
100
45
7/7
A''
B''
C''
l''
B'
C'
l'
7/8
50
20
100
40
15
10
Ø80
7/9
40
80
30
10
A''
B''
C''
A'
C'
Ø80
B'
7/10
A''
C''
B''
D''
x
A'
B'
C'
D'
7/11
fₒα
Xα
x
A' ≡ A''
hₒα
7/12

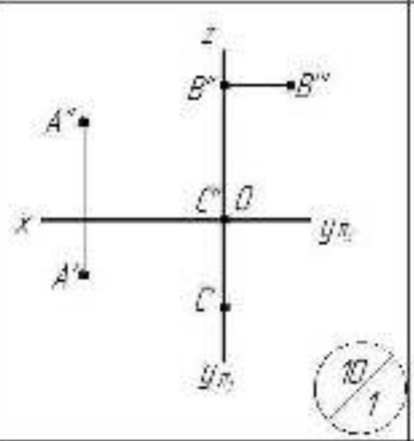
Вариант №8


A(70,30,30)
B(0,0,10)
8/1
8/2
8/3
8/4
8/5
8/6
8/7
8/8
8/9
8/10
8/11
8/12
⌀80
80
⌀60
90
100
70
15
45°
20

Вариант №9

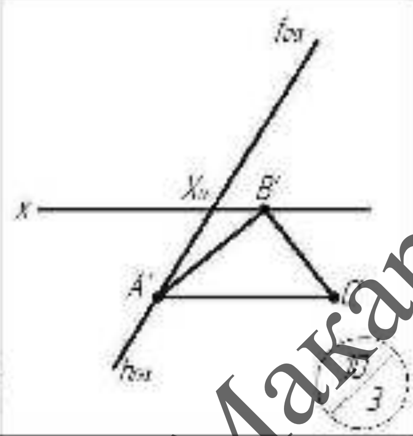

A(90,0,40)
B(30,40,0)
9/1
9/2
9/3
9/4
9/5
9/6
9/7
9/8
9/9
9/10
9/11
9/12
ø80
100
95
35
40

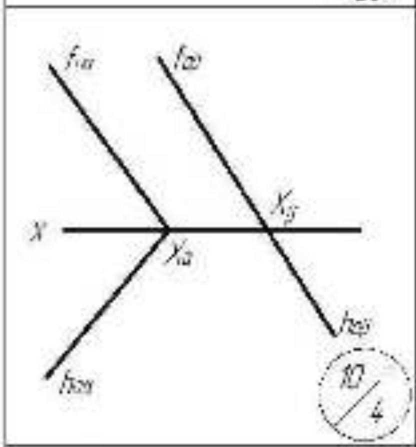
Вариант №10

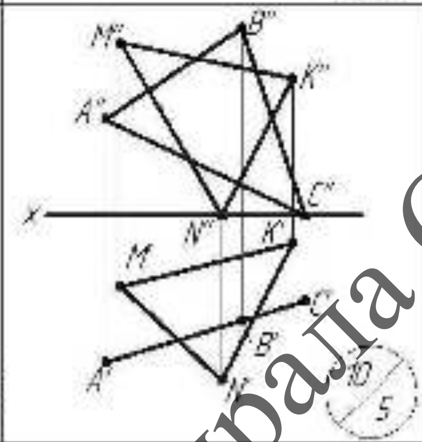


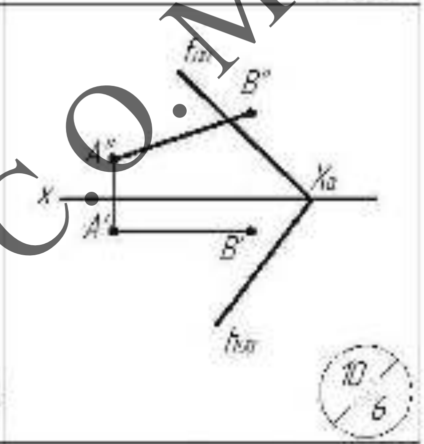
A(60,70,10)
B(0,0,50)

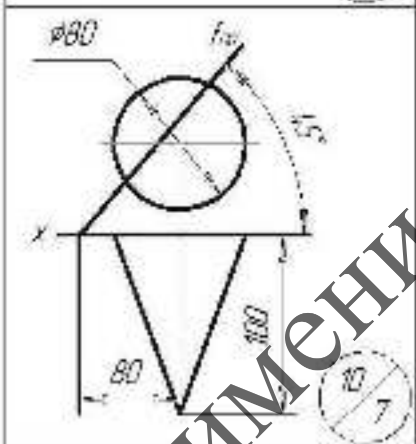
10/2

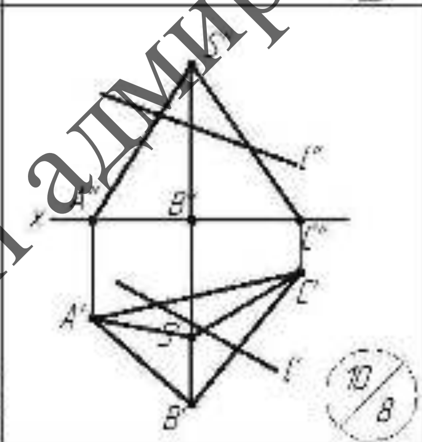


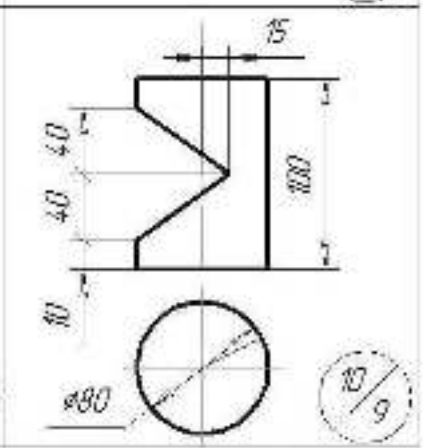


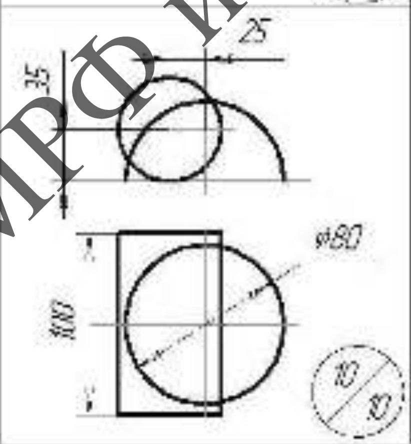


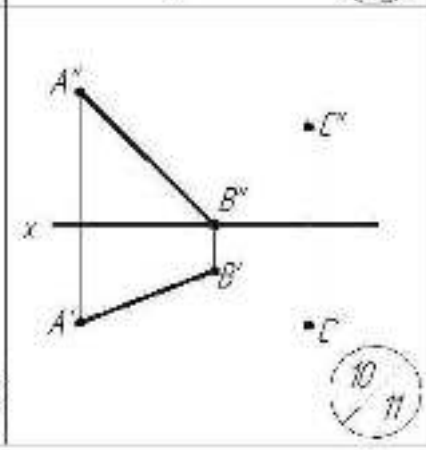


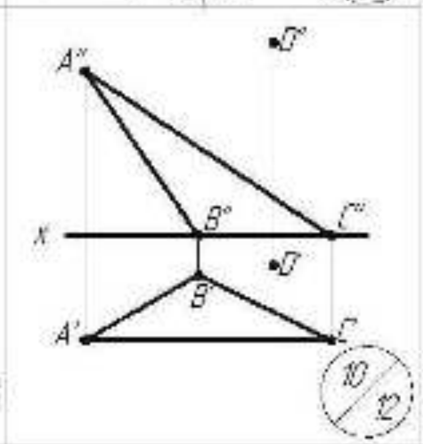




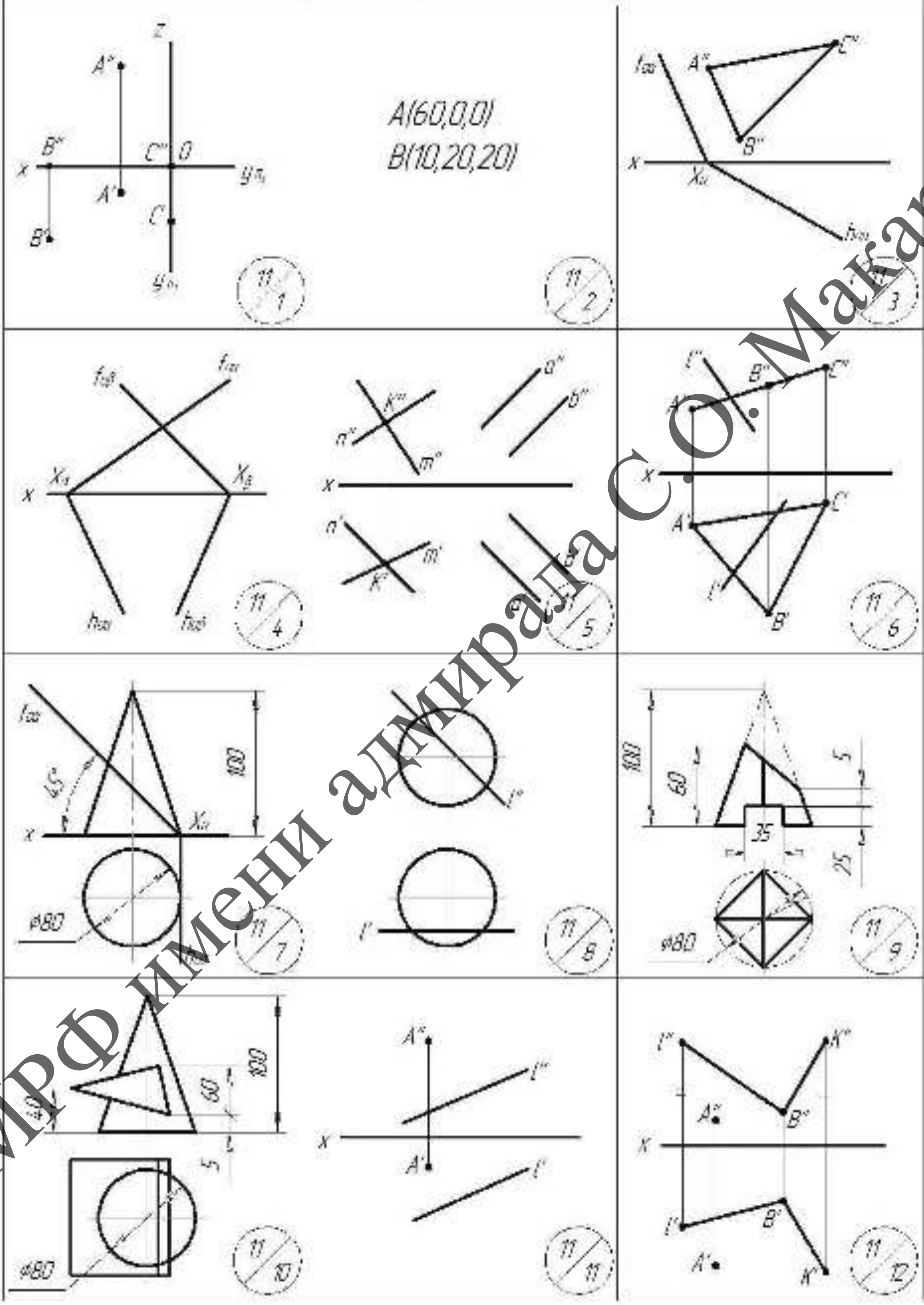




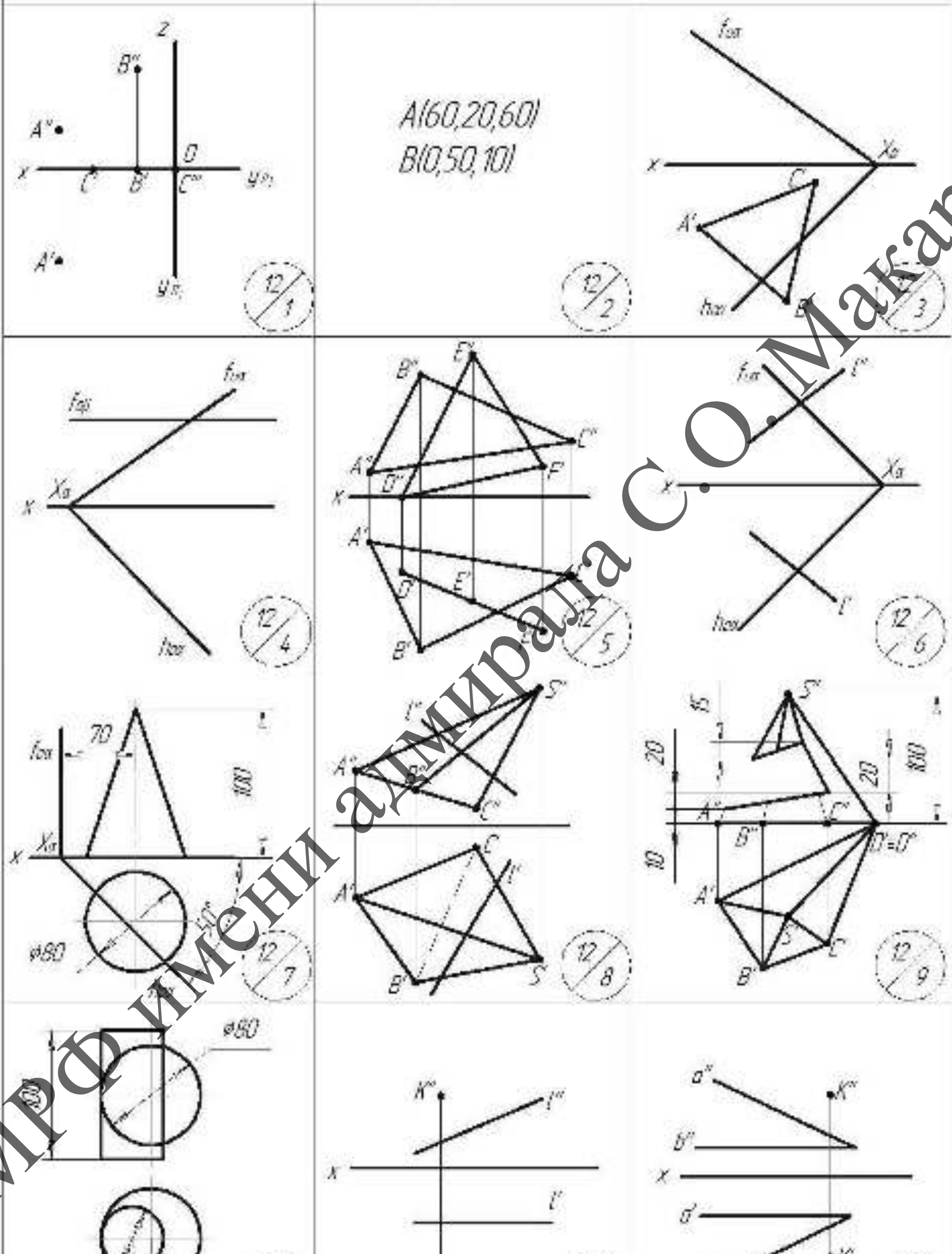




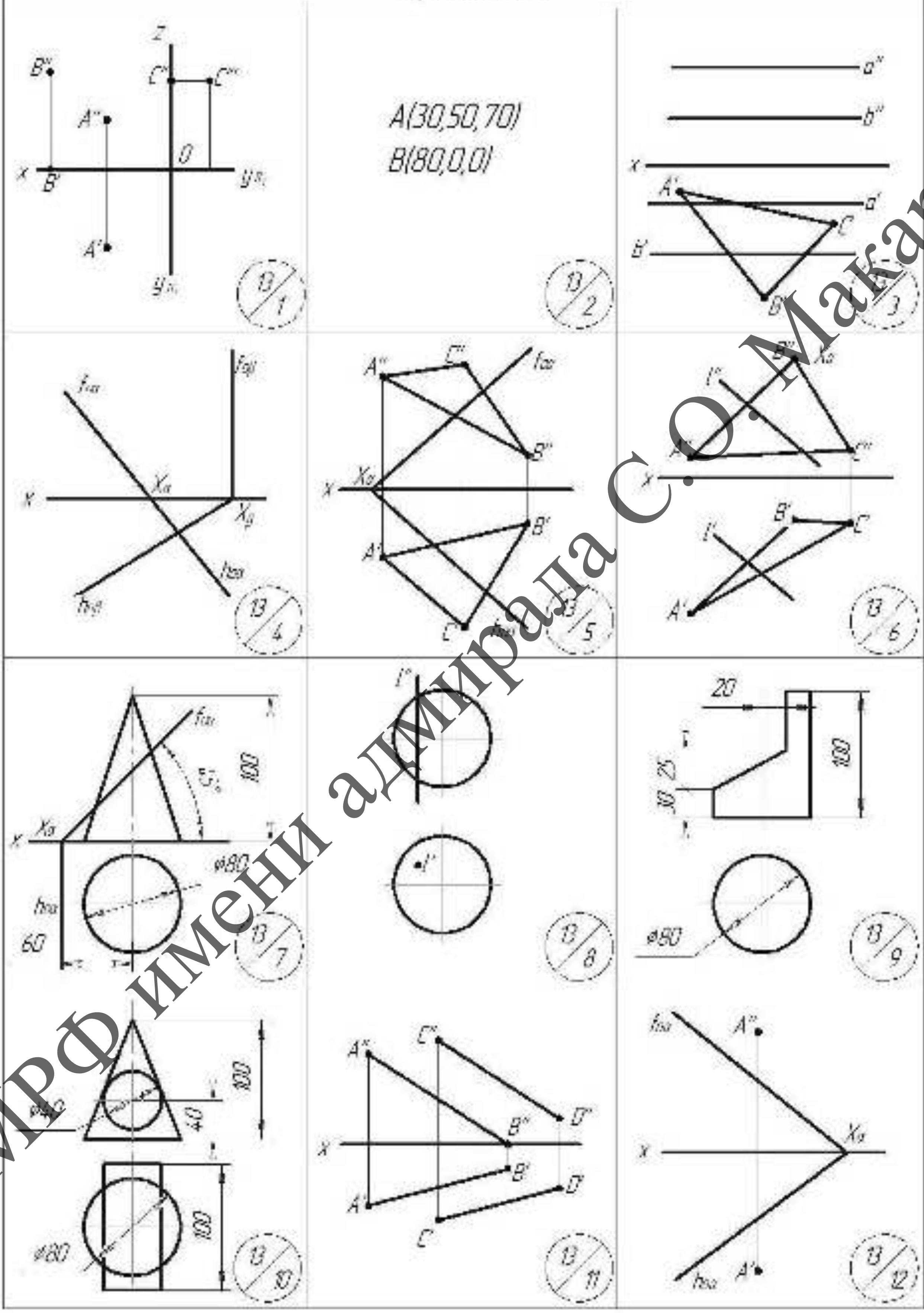
Вариант №11



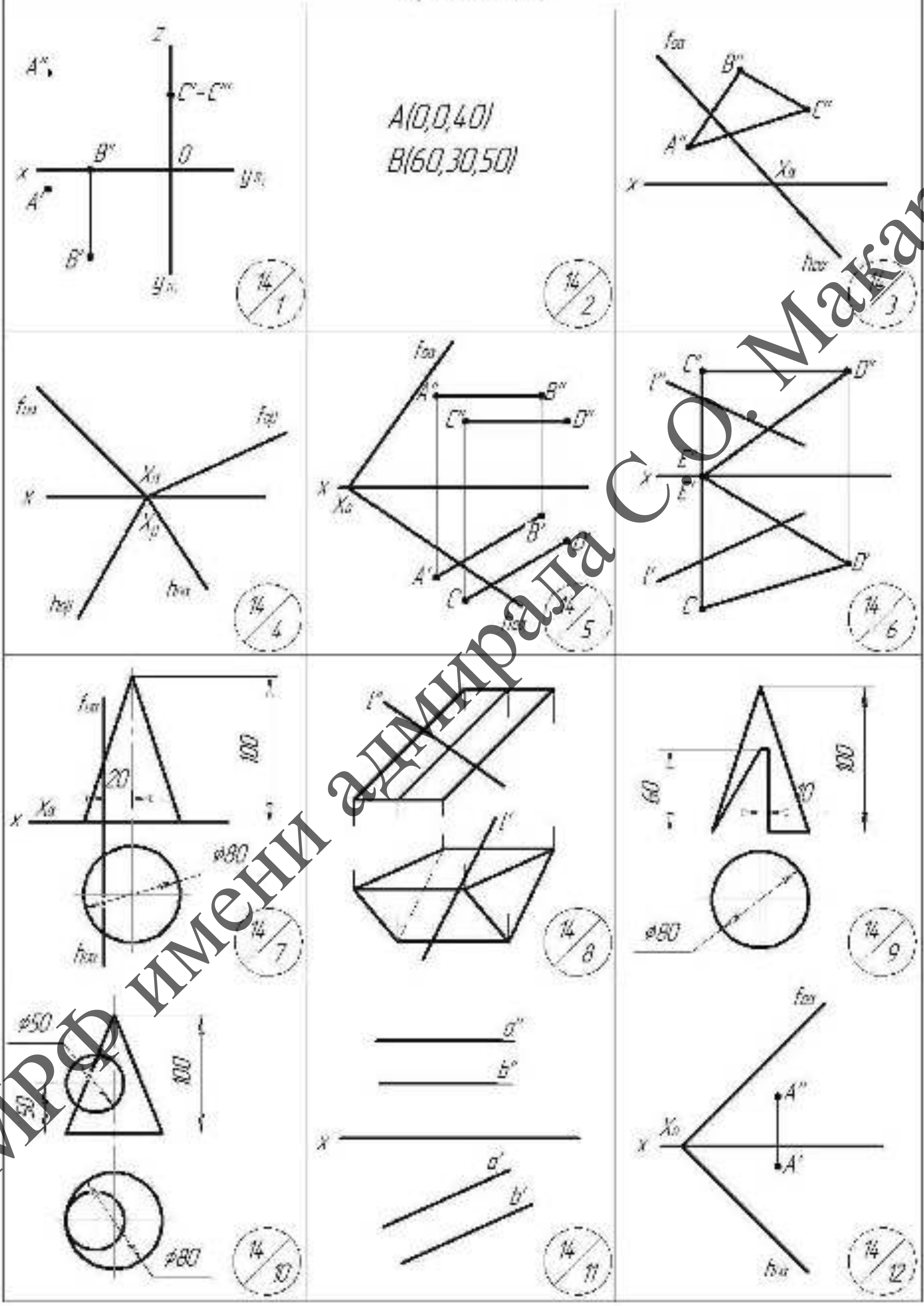
Вариант №12


A(60,20,60)
B(0,50,10)
12/1
12/2
12/3
12/4
12/5
12/6
12/7
12/8
12/9
12/10
12/11
12/12
70
100
ø80
ø50
15
20
10

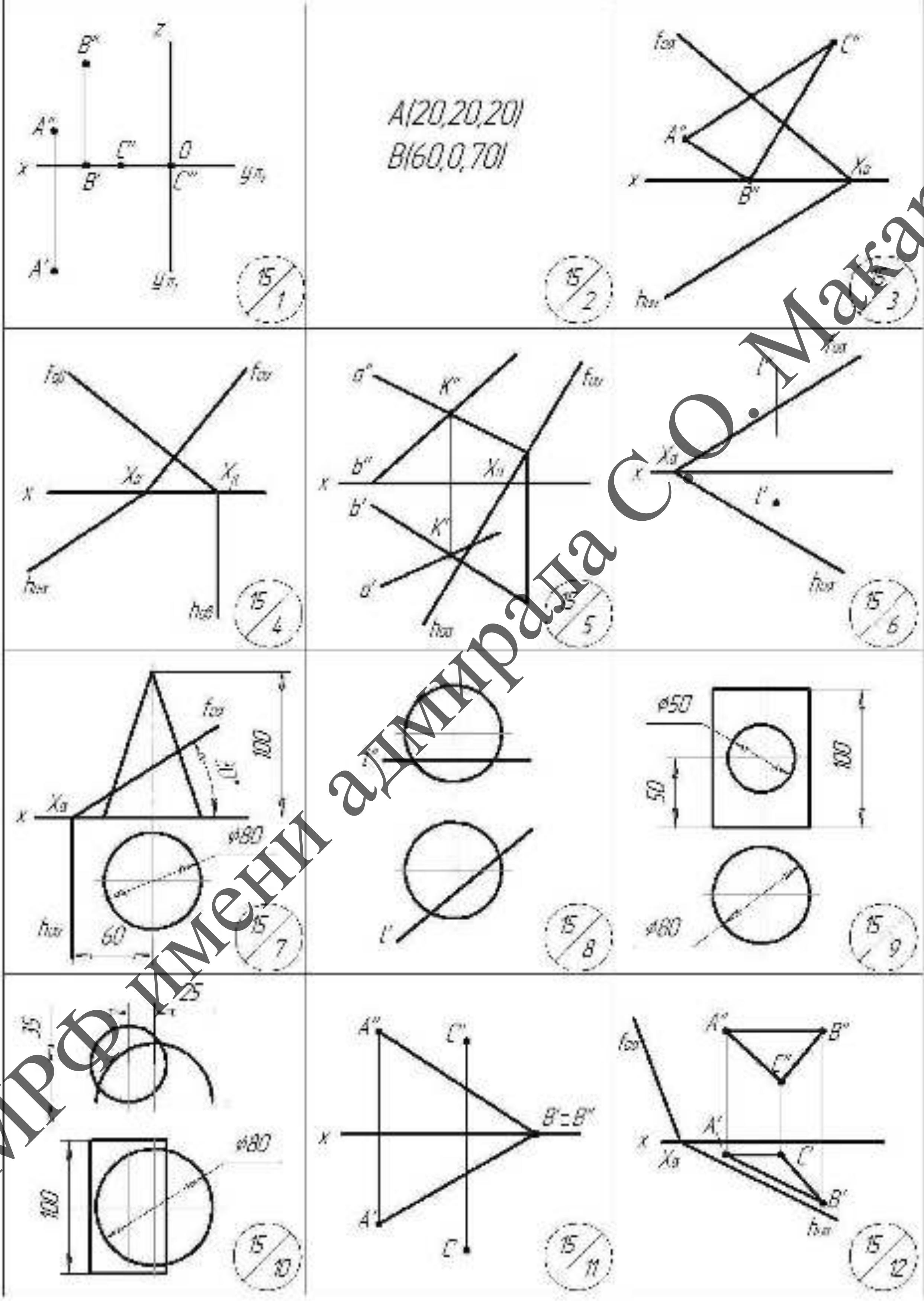
Вариант №13


A(30,50,70)
B(80,0,0)
13/1
13/2
13/3
13/4
13/5
13/6
13/7
13/8
13/9
13/10
13/11
13/12
20
100
10
25
⌀80
⌀40
40
60
57°

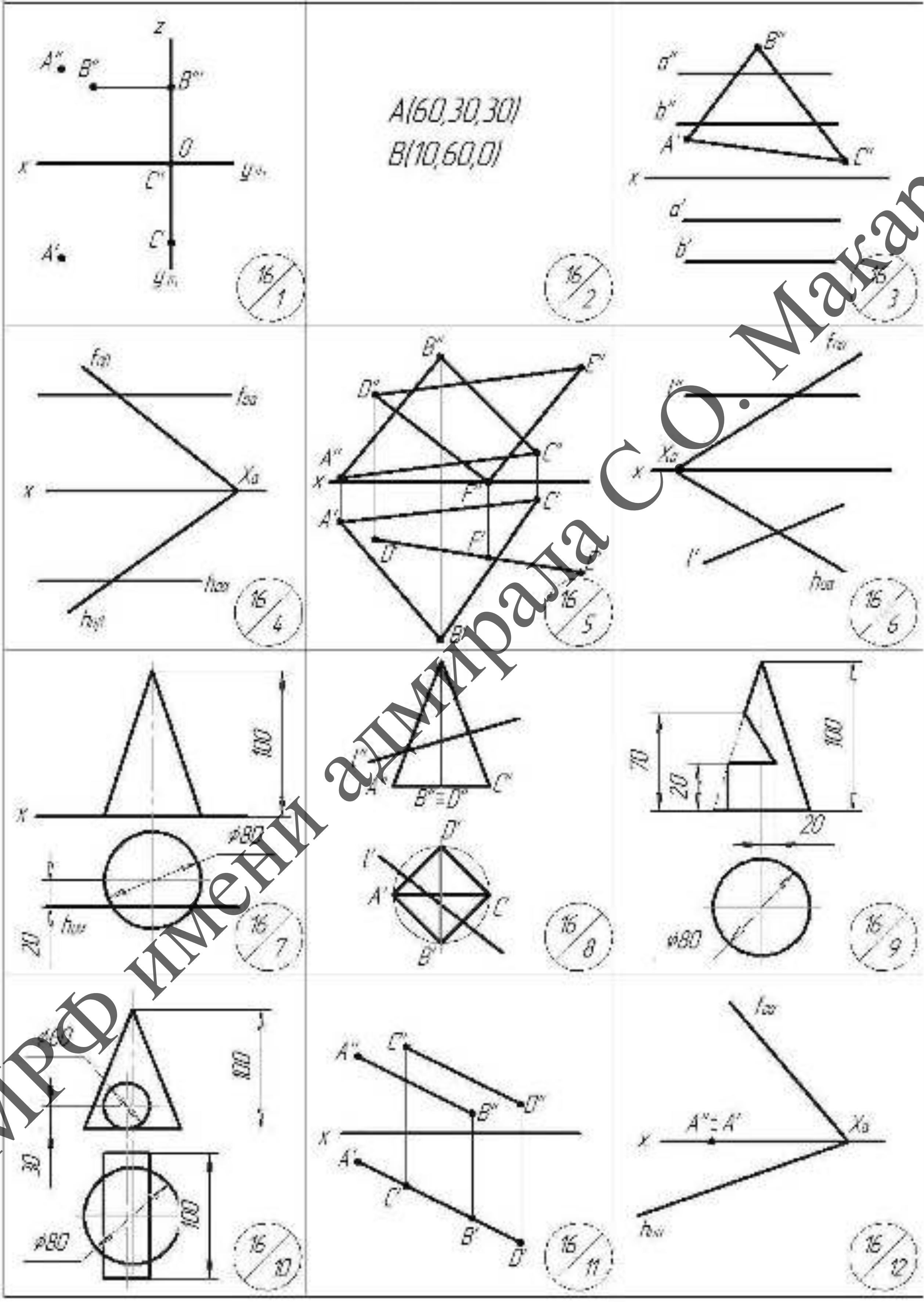
Вариант №14


A(0,0,40)
B(60,30,50)
14/1
14/2
14/3
14/4
14/5
14/6
14/7
14/8
14/9
14/10
14/11
14/12
100
20
⌀80
60
10
⌀50
50

Вариант №15

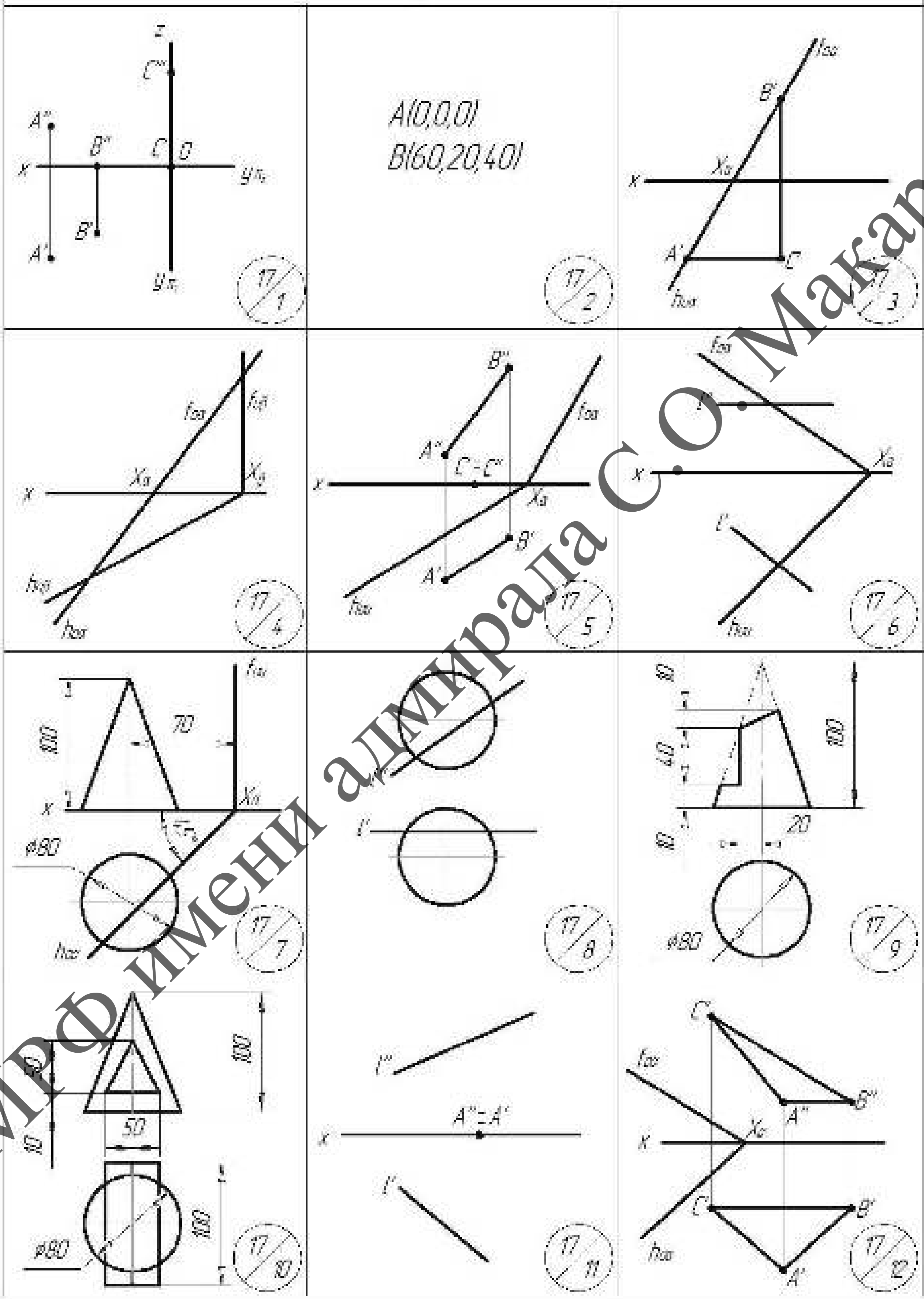

A(20,20,20)
B(60,0,70)
15/1
15/2
15/3
15/4
15/5
15/6
15/7
15/8
15/9
15/10
15/11
15/12
ø80
ø50
100
50
60
25
15
30°
B'≡B''

Вариант №16



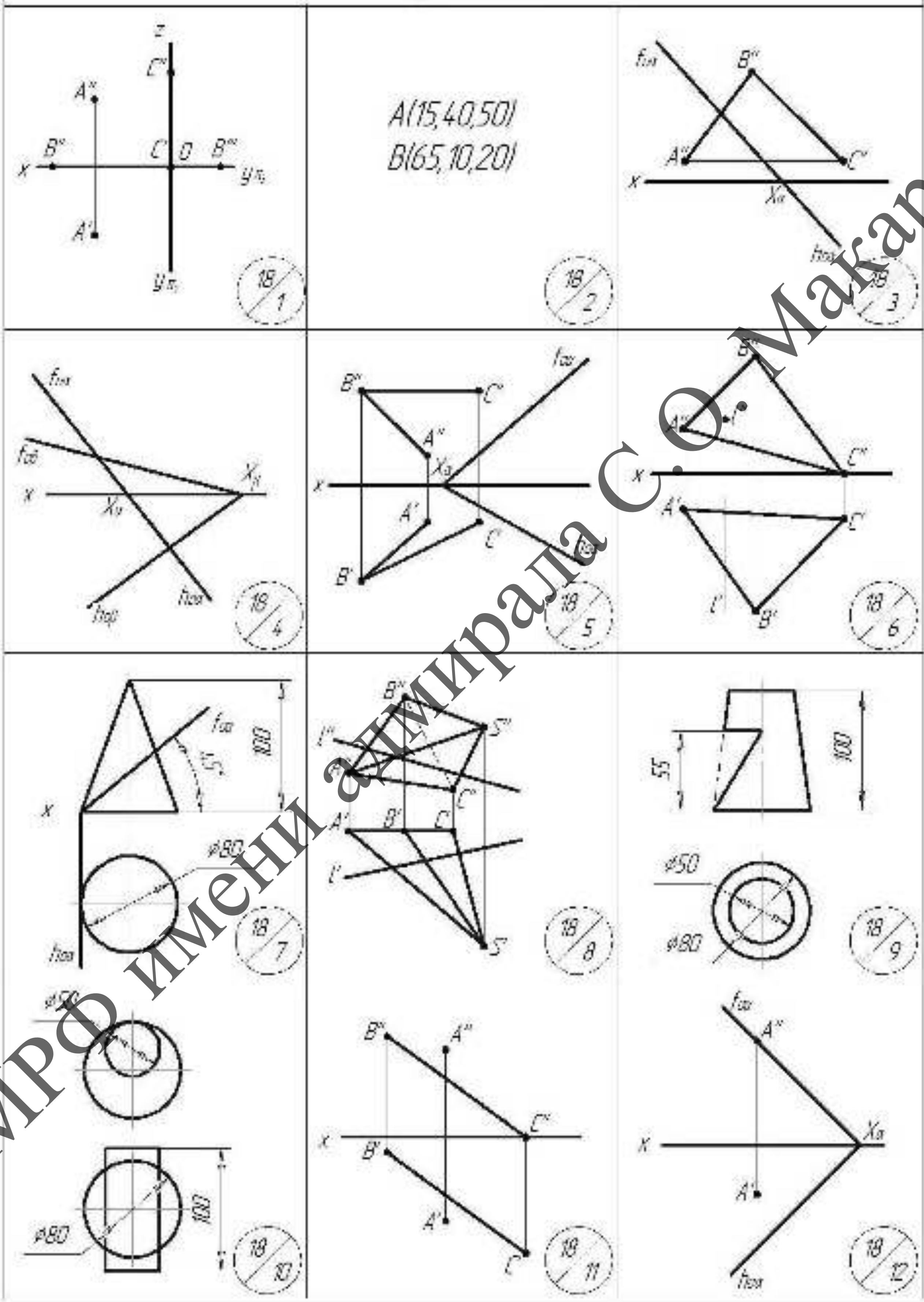
A(60,30,30)
B(10,60,0)
16/1
16/2
16/3
16/4
16/5
16/6
16/7
16/8
16/9
16/10
16/11
16/12

Вариант №17



A''
B''
C'' 0
C''
z
x
y
B'
A'
17/1
A(0,0,0)
B(60,20,40)
17/2
B'
X
C'
A'
17/3
17/4
B''
A''
C'≡C''
B'
A'
17/5
X
17/6
70
100
Ø80
17/7
17/8
40
100
20
Ø80
17/9
100
50
Ø80
100
17/10
A''≡A'
x
17/11
C''
B''
A''
x
C'
B'
A'
17/12

Вариант №18



A(15,40,50)
B(65,10,20)
18/1
18/2
18/3
18/4
18/5
18/6
18/7
18/8
18/9
18/10
18/11
18/12
100
55
55°
⌀80
⌀50

Оглавление

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Сборник задач по начертательной геометрии

Сост. О.Н. Леонова

199106, Санкт-Петербург, Косая линия, 15-а
тел./факс 812 -322-33-42, 322-77-26
www.gma.ru
e-mail:izdat@gma.ru
e-mail:reklama@gma.ru

Ответственный за выпуск Сатикова Т.Ф.
Редактор Карамзина Н.А.
Компьютерная верстка Тюленева Е.И.

Подписано в печать 20.06.2012
Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman
Усл. печ. л. 5,5. Тираж 300 экз. Заказ № 66/12