



**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Кафедра разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений**

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
профессор

М.К. Рогачев

«\_\_» сентября 2016 г.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**  
для выполнения курсовой работы (проекта) по учебной дисциплине

**«ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОМЕХАНИКА»**

**Специальность (направление подготовки): 21.03.01. «Нефтегазовое дело»**

**Специализация (профиль):**

*Эксплуатация и обслуживание объектов добычи нефти;*

*Разработка и эксплуатация углеводородных месторождений шельфа*

**Разработал: ассистент Роцин П.В.**

*Обсуждены и одобрены на заседании кафедры  
Протокол № 1 от 30 августа 2016 г.*

УДК 622.276.031:532.5

**ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОМЕХАНИКА:** Методические указания к выполнению курсовой работы / Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». Сост.: *А.В. Максютин*. СПб, 2014, 90 с.

Приведены методические указания к курсовой работе, выполняемой студентами бакалавриата направления 131000 «Нефтегазовое дело» в соответствии с учебным планом и программой дисциплин «Подземная гидромеханика нефтяная» и «Подземная гидрогазодинамика».

Табл.7. Ил.42. Прил.1

Научный редактор проф. *М.К. Рогачев*

© Национальный минерально-сырьевой университет «Горный», 2014 г.

## ВВЕДЕНИЕ

Целями выполнения курсовой работы являются<sup>1</sup>:

1) углубление и закрепление теоретических знаний, полученных студентами во время лекционных, лабораторных и практических занятий;

2) выработка у студентов навыков самостоятельного применения теории, привлечения дополнительных данных, анализа практических данных, оценки и проверки правильности решения;

3) закрепление навыков расчета с применением вычислительной техники, привлечения справочно-реферативной литературы, оформления и ведения инженерно-технической документации.

Выполнение курсовой работы направлено на решение следующих задач:

1) привитие навыков самостоятельной работы с учебной и научной литературой;

2) выработка аналитического мышления при изучении и решении поставленных вопросов и задач;

3) выработка умения грамотно и сжато излагать суть вопроса, поставленного в теме курсовой работы;

4) привитие навыков выполнения расчетов по формулам, применения системы единиц измерения СИ и других систем единиц измерения;

5) привитие умения делать анализ, комментировать и оценивать полученные результаты - давать физическую их интерпретацию и формулировать выводы по проведенной работе;

6) привитие навыков оформления курсовой работы согласно требованиям, предъявляемым к инженерно-технической документации, в соответствии с ЕСКД.

Законченная курсовая работа должна представлять собой самостоятельную творческую работу студента [37].

---

<sup>1</sup> Настоящие методические указания к выполнению курсовой работы выполнены на основе МУ КП А.В. Максютин. Подземная гидромеханика: Методические указания к выполнению курсовой работы. Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». СПб. 2014г. 90 с.

## 1. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Курсовая работа выполняется и оформляется в соответствии с заданием, выданным студенту преподавателем-консультантом, и с учетом настоящих методических указаний.

По курсовой работе студент оформляет расчетно-пояснительную записку, рекомендуемое содержание которой может иметь следующую структуру [37].

1. Введение.
2. Цель и задачи курсовой работы.
3. Краткая теория по теме курсовой работы.
4. Примеры числовых расчетов и графических решений.
5. Практическое использование полученных результатов.
6. Заключение. Выводы и рекомендации.
7. Список использованных источников.

Структура основной части курсовой работы обычно определяется содержанием задания на курсовое проектирование и последовательностью перечисленных в нем вопросов. Однако студент может отойти от этой последовательности и придерживаться собственной логики изложения материала, если считать её более целесообразной, но не в ущерб содержанию и сути изложения.

### **Основная часть курсовой работы состоит из разделов:**

1. Во **введении** должны быть отражены задачи в области развития нефтяной и газовой промышленности, роль и значение законов подземной гидромеханики и гидродинамических расчетов для проектирования разработки и эксплуатации скважин на нефтяных и газовых месторождениях. Введение должно отражать суть задачи, стоящей перед автором. Объем введения - до 2 страниц.

2. Во **втором разделе** должны быть сформулированы цели и задачи курсовой работы. Необходимо объяснить, какой конечный результат хотел бы получить и видеть автор в результате решения поставленных задач курсовой работы - до 3 страниц.

3. **Краткие теоретические сведения** по теме курсовой работы содержат анализ научно-технической литературы по сути рассматриваемых вопросов. При этом следует приводить ссылки на используемую литературу. Объем раздела - до 10 страниц.

4. В **расчетной части** приводятся гидродинамические расчеты по полученным формулам или расчетным схемам и алгоритмам. Расчеты рекомендуется выполнять в системе СИ с указанием размерностей физических величин с использованием ЭВМ (прилагается распечатка программы). Объем расчетной части - до 5 страниц.

5. Вопросы **практического использования** полученных результатов прорабатываются студентом самостоятельно на основе положений, изложенных в теоретической части, полученных в расчетной части результатов, их физической интерпретации и на основе комментариев. Объем - до 5 страниц.

6. **Заключение и выводы** делаются студентом по результатам выполненной работы в соответствии с ранее сформулированными целью и задачами. Объем - до 2 страниц.

7. **Список использованной литературы** приводится в конце работы в алфавитном порядке.

Общий объем курсовой работы – не более 25...30 страниц.

## 2. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Выполнение курсовой работы состоит из следующих этапов:

- получение задания на курсовую работу;
- изучение настоящих методических указаний;
- составление плана работы и изучение литературы по теме;
- проведение необходимых расчетов и их анализ;
- оформление курсовой работы;
- защита курсовой работы.

Задание на курсовую работу состоит из двух частей:

- теоретической (тема курсовой работы);
- расчетной (расчетное задание).

Тему курсовой работы можно выбрать двумя способами:

- из программы курса;
- из предлагаемого ниже примерного перечня (раздел 3 настоящих методических указаний).

В качестве расчетного задания может быть выбран один из трех вариантов (по согласованию с преподавателем):

- типовое расчетное задание (раздел 4);
- одна из задач (раздел 5), соответствующая выбранной теме курсовой работы;
- специальное расчетное задание, выданное студенту преподавателем-консультантом.

Текстовая часть курсовой работы выполняется на белой бумаге формата А4 с использованием компьютерной техники. Текст должен быть оформлен шрифтом Times New Roman размером 14 пт через 1,5-2 интервала.

Для формул из литературного источника должна быть дана ссылка на этот источник (с указанием номера этого источника в списке источников, приводимом в конце курсовой работы).

Все расчетные формулы должны даваться с пояснениями всех входящих в формулу физических величин и указанием их размерностей в системе СИ в той последовательности, в какой написаны в формуле буквы, обозначающие эти величины.

Как правило, все расчеты, связанные с выполнением курсовой работы, должны выполняться на ЭВМ. В тексте программы необходимо размещать комментарии, поясняющие структуру алгоритма, порядок и последовательность проводимых операций.

Курсовая работа должна быть своевременно выполнена и в установленный срок в оформленном виде сдана на проверку преподавателю-консультанту.

Защита курсовой работы является завершающим этапом её выполнения и представляет краткое изложение студентом сути работы перед руководителем курсовой работы (преподавателем-консультантом). Изложение работы выполняет студент в течение 3-5 минут. При защите курсовой работы студент должен кратко изложить цели и задачи работы, обосновать постановку задачи и теоретические методы решения ее, показать умение выполнять гидродинамические расчеты, делать анализ полученных результатов и выводы.

Дифференцированная оценка курсовой работы производится по результатам защиты и ответов на заданные в ходе защиты вопросы с учетом качества выполнения и оформления работы.

### 3. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВОЙ РАБОТЫ

1. Основные понятия, законы фильтрации нефти, газа, воды. Системы единиц измерений, применяемые в подземной гидромеханике.

2. Границы применимости закона Дарси и нелинейные законы в задачах фильтрации пластовых флюидов.

3. Исследование одномерных фильтрационных потоков несжимаемой жидкости и газа в неоднородных пластах по закону Дарси.

4. Исследование движения жидкости со свободной поверхностью в пористой среде.

5. Плоские установившиеся фильтрационные потоки. Использование функции комплексного переменного.

6. Изучение интерференции совершенных скважин при фильтрации нефти и газа.

7. Расчет дебитов рядов скважин в залежах нефти и газа.

8. Изучение особенностей притока жидкости и газа к несовершенным скважинам (при линейных и нелинейных законах фильтрации).

9. Дифференциальные уравнения неустановившейся фильтрации упругой жидкости по различным законам фильтрации в упругой пористой среде.

10. Исследование одномерных фильтрационных потоков упругой жидкости и газа (прямолинейно-параллельный и плоскорадиальный потоки).

11. Исследование задач интерференции скважин в условиях упругого режима.

12. Определение параметров пласта по кривой восстановления давления (кривой падения давления) при упругом режиме.

13. Приближенные методы решения задач теории упругого режима фильтрации.

14. Исследование неустановившегося движения газа в пористой среде (дифференциальное уравнение Лейбензона).

15. Изучение приближенных методов решения задач притока газа.

16. Методы решения задач фильтрации газа с помощью уравнения материального баланса.

17. Исследование задач движения границ раздела при взаимном вытеснении жидкостей и газов.

18. Анализ явления образования конуса подошвенной воды и газовых конусов.

19. Расчет параметров вытеснения одной жидкости другой.

20. Анализ задачи Баклея – Леверетта и её обобщения.

21. Движение газированной жидкости в пористой среде.

22. Исследование особенностей фильтрации неньютоновской жидкости.

23. Движение жидкостей и газов в трещиноватых и трещиновато-пористых средах. Исследование задач установившейся фильтрации.

24. Применение методов теории размерностей в подземной гидромеханике.

25. Дифференциальные уравнения изотермической фильтрации флюидов в нефтегазоносных пластах (вывод, примеры использования).

26. Примеры исследования задач фильтрации при различных зависимостях параметров флюидов и пористой среды от давления.
27. Математическое моделирование задач фильтрации при различных начальных и граничных условиях (сравнительный анализ).
28. Анализ одномерных установившихся потоков жидкости и газа в пористой среде.
29. Сравнительный анализ установившихся потоков газа при различных законах фильтрации.
30. Анализ притока жидкости и газа к горизонтальным скважинам.
31. Исследование одномерных фильтрационных потоков упругой жидкости для различных моделей пластовых фильтрационных систем (точное решение уравнения пьезопроводности).
32. Анализ задач притока упругой жидкости к укрупненной скважине.
33. Определение параметров пласта при неустановившейся фильтрации газа.
34. Изучение основ теории фильтрации многофазных систем.
35. Изучение задач фильтрации трехфазной смеси.
36. Изучение гидродинамических моделей методов повышения нефте- и газоконденсатоотдачи пластов.
37. Изучение основ теории неизотермической фильтрации.
38. Изучение неустановившейся фильтрации жидкости и газа в трещиноватых и трещиновато-пористых средах.
39. Анализ вытеснения нефти водой из трещиновато-пористых и неоднородных сред.
40. Исследование задач моделирования основных процессов фильтрации пластовых флюидов.
41. Математическое моделирование фильтрационных процессов. Изучение общей диагностической процедуры подбора математической модели по фактическим данным.

#### **4. ВАРИАНТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТНЫХ ЗАДАНИЙ**

Выполнение типового расчетного задания осуществляется в соответствии с индивидуальным вариантом задания.

В каждое задание входят 4 задачи.

Вариант расчетного задания определяется преподавателем (либо по порядковому номеру студента в списке учебной группы, либо по другому принципу).

##### **Задача № 1**

«Прямолинейно-параллельная установившаяся фильтрация однородной несжимаемой жидкости по закону Дарси в однородном пласте»

Определить закон распределения давления, градиента давления и скорости фильтрации по длине пласта (в математическом и графическом виде), дебит галереи, закон движения частиц жидкости и средневзвешенное по объему порового пространства пластовое давление для заданных по варианту условий (табл.4.1):

Таблица 4.1

Исходные данные для расчетов

Номер варианта	$P_k$ , МПа	$P_c$ , МПа	$L_k$ , км	$k$ , мкм <sup>2</sup>	$\mu$ , МПа·с	$B$ , м	$h$ , м	$m$ , %
1	10,0	7,5	10,0	1,0	1,0	100	10	20
2	9,8	7,3	9,5	0,9	1,5	120	9	19
3	9,6	7,1	9,0	0,8	2,0	140	8	18
4	9,4	6,9	8,5	0,7	2,5	160	7	17
5	9,2	6,7	8,0	0,6	3,0	180	6	16
6	9,0	6,5	7,5	0,5	3,5	200	5	15
7	8,8	6,3	7,0	0,4	4,0	180	4	16
8	8,6	6,1	6,5	0,3	4,5	160	3	17
9	8,4	5,9	6,0	0,2	5,0	140	2	18
10	8,2	5,7	5,5	0,1	5,5	120	1	19
11	8,5	6,0	6,0	1,0	5,0	100	2	20
12	8,7	6,2	6,5	0,9	4,5	150	3	21
13	8,9	6,4	7,0	0,8	4,0	200	4	22
14	9,1	6,6	7,5	0,7	3,5	180	5	23
15	9,3	6,8	8,0	0,6	3,0	160	6	24
16	9,5	7,0	8,5	0,5	2,5	140	7	25
17	9,7	7,2	9,0	0,4	2,0	120	8	24
18	9,9	7,4	9,5	0,3	1,5	100	9	23
19	10,0	7,5	10,0	0,2	1,0	120	10	22

Номер варианта	$P_k$ , МПа	$P_c$ , МПа	$L_k$ , км	$k$ , мкм <sup>2</sup>	$\mu$ , мПа·с	$B$ , м	$h$ , м	$m$ , %
20	9,8	7,3	10,0	0,1	2,0	140	12	21
21	9,6	7,1	9,5	1,0	3,0	160	14	20
22	9,4	6,9	9,0	0,9	4,0	180	16	19
23	9,2	6,7	8,5	0,8	5,0	200	18	18
24	9,0	6,5	8,0	0,7	6,0	150	20	17
25	8,8	6,3	7,5	0,6	7,0	100	18	16
26	8,6	6,1	7,0	0,5	8,0	120	16	15
27	8,4	5,9	6,5	0,4	9,0	140	14	16
28	8,2	5,7	6,0	0,3	8,0	160	12	17
29	8,5	6,0	5,5	0,2	7,0	180	10	18
30	8,7	6,2	6,0	0,1	6,0	200	8	19

Здесь:  $L_k$  – длина пласта;  $B$  – ширина пласта;  $h$  – толщина пласта;  $m$  – пористость;  $k$  – проницаемость;  $P_k$  – давление на контуре питания;  $P_c$  – давление на стенке галереи;  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости.

### Задача № 2

«Плоскорадialная установившаяся фильтрация однородной несжимаемой жидкости по закону Дарси в однородном пласте»

Определить закон распределения давления, градиента давления и скорости фильтрации по длине пласта (в математическом и графическом виде), дебит скважины, закон движения частиц жидкости и средневзвешенное по объему порового пространства пластовое давление для заданных по варианту условий (табл.4.2):

Таблица 4.2

Исходные данные для расчетов

Номер варианта	$P_k$ , МПа	$P_c$ , МПа	$R_k$ , м	$r_c$ , м	$\mu$ , мПа·с	$h$ , м	$k$ , мкм <sup>2</sup>	$m$ , %
1	10,0	7,5	1000	0,10	1,0	10	1,0	20
2	9,8	7,3	1200	0,12	1,5	9	0,9	19
3	9,6	7,1	1400	0,14	2,0	8	0,8	18
4	9,4	6,9	1600	0,16	2,5	7	0,7	17
5	9,2	6,7	1800	0,18	3,0	6	0,6	16
6	9,0	6,5	2000	0,20	3,5	5	0,5	15
7	8,8	6,3	1800	0,18	4,0	4	0,4	16
8	8,6	6,1	1600	0,16	4,5	3	0,3	17

Номер варианта	$P_k$ , МПа	$P_c$ , МПа	$R_k$ , м	$r_c$ , м	$\mu$ , мПа·с	$h$ , м	$k$ , мкм <sup>2</sup>	$m$ , %
9	8,4	5,9	1400	0,14	5,0	2	0,2	18
10	8,2	5,7	1200	0,12	5,5	1	0,1	19
11	8,5	6,0	1000	0,10	5,0	2	1,0	20
12	8,7	6,2	1200	0,12	4,5	3	0,9	21
13	8,9	6,4	1400	0,14	4,0	4	0,8	22
14	9,1	6,6	1600	0,16	3,5	5	0,7	23
15	9,3	6,8	1800	0,18	3,0	6	0,6	24
16	9,5	7,0	2000	0,20	2,5	7	0,5	25
17	9,7	7,2	1800	0,18	2,0	8	0,4	24
18	9,9	7,4	1600	0,16	1,5	9	0,3	23
19	10,0	7,5	1400	0,14	1,0	10	0,2	22
20	9,8	7,3	1200	0,12	2,0	12	0,1	21
21	9,6	7,1	1000	0,10	3,0	14	1,0	20
22	9,4	6,9	1200	0,12	4,0	16	0,9	19
23	9,2	6,7	1400	0,14	5,0	18	0,8	18
24	9,0	6,5	1600	0,16	6,0	20	0,7	17
25	8,8	6,3	1800	0,18	7,0	18	0,6	16
26	8,6	6,1	2000	0,20	8,0	16	0,5	15
27	8,4	5,9	1800	0,18	9,0	14	0,4	16
28	8,2	5,7	1600	0,16	8,0	12	0,3	17
29	8,5	6,0	1400	0,14	7,0	10	0,2	18
30	8,7	6,2	1200	0,12	6,0	8	0,1	19

Здесь:  $R_k$  – радиус контура питания;  $r_c$  – радиус скважины;  $h$  – толщина пласта;  $m$  – пористость;  $k$  – проницаемость;  $P_k$  – давление на контуре питания;  $P_c$  – давление на забое скважины;  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости.

### Задача № 3

«Прямолинейно-параллельная установившаяся фильтрация однородной несжимаемой жидкости в неоднородных пластах»

Определить закон распределения давления, градиента давления и скорости фильтрации по длине пласта (в математическом и графическом виде), дебит галереи и средний коэффициент проницаемости для двух случаев неоднородности пласта: слоисто-неоднородного и зонально-неоднородного – для заданных по варианту условий (табл.4.3):

Таблица 4.3

#### Исходные данные для расчетов

Номер варианта	$P_k$ , МПа	$P_c$ , МПа	$L_k$ , км	$B$ , м	$h$ , м	$\mu$	$k_1$ , мкм <sup>2</sup>	$k_2$ , мкм <sup>2</sup>	Слоисто-неодно-родный	Зонально-неодно-родный
----------------	-------------	-------------	------------	---------	---------	-------	--------------------------	--------------------------	-----------------------	------------------------

						мПа·с			$h_1$ , м	$h_2$ , м	$l_1$ , км	$l_2$ , км
1	10,0	7,5	10,0	100	10	1,0	1,0	0,5	5	5	5,0	5,0
2	9,8	7,3	9,5	120	9	1,5	0,9	0,4	4	5	5,0	4,5
3	9,6	7,1	9,0	140	9	2,0	0,8	0,3	5	4	4,5	4,5
4	9,4	6,9	8,5	160	8	2,5	0,7	0,2	4	4	4,5	4,0
5	9,2	6,7	8,0	180	7	3,0	0,6	0,5	4	3	4,0	4,0
6	9,0	6,5	7,5	200	7	3,5	0,5	0,6	3	4	4,0	3,5
7	8,8	6,3	7,0	180	6	4,0	0,4	0,7	3	3	3,5	3,5
8	8,6	6,1	6,5	160	7	4,5	0,3	0,8	4	3	3,5	3,0
9	8,4	5,9	6,0	140	7	5,0	0,2	0,9	3	4	3,0	3,0
10	8,2	5,7	5,5	120	8	5,5	0,1	1,0	4	4	3,0	2,5
11	8,5	6,0	6,0	100	9	5,0	0,5	1,0	4	5	3,0	3,0
12	8,7	6,2	6,5	150	9	4,5	0,4	0,9	5	4	3,5	3,0
13	8,9	6,4	7,0	200	10	4,0	0,3	0,8	5	5	3,5	3,5
14	9,1	6,6	7,5	180	9	3,5	0,2	0,7	4	5	4,0	3,5
15	9,3	6,8	8,0	160	9	3,0	0,5	0,6	5	4	4,0	4,0
16	9,5	7,0	8,5	140	8	2,5	0,6	0,5	4	4	4,5	4,0
17	9,7	7,2	9,0	120	7	2,0	0,7	0,4	4	3	4,5	4,5
18	9,9	7,4	9,5	100	7	1,5	0,8	0,3	3	4	5,0	4,5
19	10,0	7,5	10,0	120	6	1,0	0,9	0,2	3	3	5,0	5,0
20	9,8	7,3	10,0	140	7	2,0	1,0	0,1	4	3	5,0	5,0
21	9,6	7,1	9,5	160	7	3,0	1,0	1,5	3	4	4,5	5,0
22	9,4	6,9	9,0	180	8	4,0	0,9	1,4	4	4	4,5	4,5
23	9,2	6,7	8,5	200	9	5,0	0,8	1,3	4	5	4,0	4,5
24	9,0	6,5	8,0	150	9	6,0	0,7	1,2	5	4	4,0	4,0
25	8,8	6,3	7,5	100	10	7,0	0,6	1,1	5	5	3,5	4,0
26	8,6	6,1	7,0	120	11	8,0	0,5	1,0	6	5	3,5	3,5
27	8,4	5,9	6,5	140	11	9,0	0,4	0,9	5	6	3,0	3,5
28	8,2	5,7	6,0	160	12	8,0	0,3	1,8	6	6	3,0	3,0
29	8,5	6,0	5,5	180	14	7,0	0,2	0,7	6	8	2,5	3,0
30	8,7	6,2	6,0	200	14	6,0	0,1	0,6	8	6	3,0	3,0

Здесь:  $L_k$  – длина пласта;  $B$  – ширина пласта;  $h$  – толщина пласта;  $P_k$  – давление на контуре питания;  $P_2$  – давление на стенке галереи;  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости;  $k_1$  и  $k_2$  – проницаемость пропластков или зон пласта;  $h_1$  и  $h_2$  – толщина пропластков;  $l_1$  и  $l_2$  – длина зон пласта.

#### Задача № 4

«Плоскорадиальная установившаяся фильтрация однородной несжимаемой жидкости в неоднородных пластах»

Определить закон распределения давления, градиента давления и скорости фильтрации по длине пласта (в математическом и графическом виде), дебит скважины и средний коэффициент

проницаемости для двух случаев неоднородности пласта: слоисто-неодородного и зонально-неоднородного – для заданных по варианту условий (табл.4.4):

Таблица 4.4

Исходные данные для расчетов

Номер варианта	$P_K$ , МПа	$P_C$ , МПа	$R_k$ , м	$r_c$ , м	$h$ , м	$\mu$ , мПа·с	$k_1$ , мкм <sup>2</sup>	$k_2$ , мкм <sup>2</sup>	Слоисто-неоднородный		Зонально-неоднородный
									$h_1$ , м	$h_2$ , м	$r'$ , м
1	10,0	7,5	1000	0,10	10	1,0	1,0	0,5	5	5	500
2	9,8	7,3	1200	0,12	9	1,5	0,9	0,4	4	5	600
3	9,6	7,1	1400	0,14	9	2,0	0,8	0,3	5	4	700
4	9,4	6,9	1600	0,16	8	2,5	0,7	0,2	4	4	800
5	9,2	6,7	1800	0,18	7	3,0	0,6	0,5	4	3	900
6	9,0	6,5	2000	0,20	7	3,5	0,5	0,6	3	4	1000
7	8,8	6,3	1800	0,18	6	4,0	0,4	0,7	3	3	900
8	8,6	6,1	1600	0,16	7	4,5	0,3	0,8	4	3	800
9	8,4	5,9	1400	0,14	7	5,0	0,2	0,9	3	4	700
10	8,2	5,7	1200	0,12	8	5,5	0,1	1,0	4	4	600
11	8,5	6,0	1000	0,10	9	5,0	0,5	1,0	4	5	500
12	8,7	6,2	1200	0,12	9	4,5	0,4	0,9	5	4	600
13	8,9	6,4	1400	0,14	10	4,0	0,3	0,8	5	5	700
14	9,1	6,6	1600	0,16	9	3,5	0,2	0,7	4	5	800
15	9,3	6,8	1800	0,18	9	3,0	0,5	0,6	5	4	900
16	9,5	7,0	2000	0,20	8	2,5	0,6	0,5	4	4	1000
17	9,7	7,2	1800	0,18	7	2,0	0,7	0,4	4	3	900
18	9,9	7,4	1600	0,16	7	1,5	0,8	0,3	3	4	800
19	10,0	7,5	1400	0,14	6	1,0	0,9	0,2	3	3	700
20	9,8	7,3	1200	0,12	7	2,0	1,0	0,1	4	3	600
21	9,6	7,1	1000	0,10	7	3,0	1,0	1,5	3	4	500
22	9,4	6,9	1200	0,12	8	4,0	0,9	1,4	4	4	700
23	9,2	6,7	1400	0,14	9	5,0	0,8	1,3	4	5	800
24	9,0	6,5	1600	0,16	9	6,0	0,7	1,2	5	4	900
25	8,8	6,3	1800	0,18	10	7,0	0,6	1,1	5	5	1000
26	8,6	6,1	2000	0,20	11	8,0	0,5	1,0	6	5	1100

Номер варианта	$P_K$ , МПа	$P_C$ , МПа	$R_K$ , м	$r_c$ , м	$h$ , м	$\mu$ , МПа·с	$k_1$ , мкм <sup>2</sup>	$k_2$ , мкм <sup>2</sup>	Слоисто-неоднородный		Зонально-неоднородный
									$h_1$ , м	$h_2$ , м	$r'$ , м
27	8,4	5,9	1800	0,18	11	9,0	0,4	0,9	5	6	800
28	8,2	5,7	1600	0,16	12	8,0	0,3	1,8	6	6	600
29	8,5	6,0	1400	0,14	14	7,0	0,2	0,7	6	8	400
30	8,7	6,2	1200	0,12	14	6,0	0,1	0,6	8	6	600

Здесь:  $R_K$  – радиус контура питания;  $r_c$  – радиус скважины;  $h$  – толщина пласта;  $P_K$  – давление на контуре питания;  $P_C$  – давление на забое скважины;  $\mu$  – динамическая вязкость жидкости;  $k_1$  и  $k_2$  – проницаемость пропластков или зон пласта;  $h_1$  и  $h_2$  – толщина пропластков;  $r'$  – радиус границы между первой и второй зонами пласта.

## 5. ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ [8]

### 5.1. Границы применимости закона Дарси. Нелинейные законы фильтрации

Подобно тому, как в трубной гидравлике критерием режима движения служит число Рейнольдса

$$Re = vd\rho / \mu, \quad (5.1)$$

в теории фильтрации вводится безразмерный параметр

$$Re = u\bar{a}\rho / \mu, \quad (5.2)$$

где  $u$  – некоторая характерная скорость;  $\bar{a}$  – линейный параметр, характеризующий среднее сечение поровых каналов;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости.

Скорость фильтрации, при которой нарушается закон Дарси, называется критической скоростью фильтрации ( $\omega_{кр}$ ).

Однако нарушение линейного закона фильтрации еще не означает перехода от ламинарного движения к турбулентному. Закон Дарси нарушается вследствие того, что силы инерции, возникающие в жидкости за счет извилистости каналов и изменения площади их поперечных сечений, становятся при  $\omega > \omega_{кр}$  соизмеримыми с силами трения.

В трубной гидравлике значение  $Re$ , при котором происходит смена режимов, равно  $Re_{кр} = 2320$ , в теории фильтрации закон Дарси имеет место при значении безразмерного параметра  $Re$ , меньшего критического ( $Re_{кр}$ ), которое устанавливается из опыта.

Впервые число Рейнольдса для фильтрации жидкости было введено Н.Н.Павловским в виде

$$Re = \frac{\omega d_s \rho}{(0,75m + 0,23)\mu}, \quad (5.3)$$

т. е. за характерную скорость была взята скорость фильтрации  $\omega$ , а линейный параметр представлен выражением

$$\bar{a} = \frac{d_0}{0,75m + 0,23}. \quad (5.4)$$

Критические значения  $Re$  по Н.Н.Павловскому заключены в интервале  
 $Re_{кр} = 7,5 \div 9$ .

В.Н.Щелкачев предложил взять за линейный параметр выражение, пропорциональное корню квадратному из коэффициента проницаемости,

$$\bar{a} = 10\sqrt{km}^{-2,3}. \quad (5.5)$$

Число Рейнольдса по В.Н.Щелкачеву определяется как

$$Re = \frac{10\omega\sqrt{k\rho}}{m^{2,3}\mu}, \quad (5.6)$$

а критические значения лежат в интервале  
 $1 < Re_{кр} < 12$ .

По М.Д.Миллионщикову, за характерную скорость взята средняя скорость движения жидкости

$$v = \frac{\omega}{m},$$

а за линейный параметр - выражение  $\sqrt{\frac{k}{m}}$ , т. е.

$$Re = \frac{v\sqrt{k/m}\rho}{\mu} = \frac{\omega\sqrt{k\rho}}{m^{1,5}\mu}, \quad (5.7)$$

$$0,022 < Re_{кр} < 0,29.$$

Если вычисленное по одной из формул (5.3), (5.6), (5.7) значение числа  $Re$  оказывается меньше нижнего критического значения  $Re_{кр}$ , то закон Дарси справедлив, если  $Re$  больше верхнего значения  $Re_{кр}$ , то закон Дарси заведомо нарушен.

Широкий диапазон изменения  $Re_{кр}$  объясняется тем, что в формулы для числа  $Re$  входят параметры  $k$  и  $m$ , которые не полностью характеризуют микроструктуру породы. Как следует из опытов, для каждой горной породы возможно указать более узкий диапазон значений  $Re_{кр}$ .

Определение режима фильтрации жидкостей и газов имеет большое практическое значение, ибо без знания закона фильтрации в пласте нельзя правильно рассчитать дебиты скважин, распределение давления в пласте, а также невозможно определение параметров пласта ( $k$ ,  $h$ ,  $m$  и др.) по данным исследования нефтяных и газовых скважин.

При нарушении закона Дарси зависимость между скоростью фильтрации  $\omega$  и градиентом давления  $dp/ds$  лучше всего описывается двучленной формулой

$$-\frac{dp}{ds} = a\omega + b\omega^2, \quad (5.8)$$

которая выражает плавный переход от линейного закона фильтрации к нелинейному. При малых значениях скорости  $a\omega \gg b\omega^2$  пренебрегаем вторым членом и получаем закон Дарси; при

значениях  $\omega \geq \omega_{кр}$ , слагаемые  $a\omega$  и  $b\omega^2$  имеют один и тот же порядок; при больших скоростях фильтрации  $a\omega \ll b\omega^2$  и можно принять

$$-\frac{dp}{ds} = b\omega^2, \quad (5.9)$$

что соответствует квадратичному закону сопротивления и имеет место при фильтрации в крупнозернистых и трещиноватых породах. Формула (5.9) предложена А.А. Краснопольским.

Коэффициенты  $a$  и  $b$  определяются либо экспериментально, либо  $a$  по формуле  $a = \mu/k$ , а  $b$  - приближенно по формуле, предложенной А.И. Ширковским

$$b = \rho \frac{63 \cdot 10^6}{(k/m)^{3/2}}, \quad (5.10)$$

где  $\rho$  - плотность в кг/м<sup>3</sup>;  $k$  - коэффициент проницаемости в мкм<sup>2</sup>;  $m$  - коэффициент пористости в долях единицы.

Можно записывать закон фильтрации, отличный от закона Дарси, в виде одночленной степенной зависимости между скоростью фильтрации и градиентом давления:

$$|\omega| = C \left( \frac{dp}{ds} \operatorname{sign} \frac{dp}{ds} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (5.11)$$

где  $\operatorname{sign}$  - знак производной  $dp/ds$ ;  $C$  и  $n$  - некоторые постоянные, определяемые опытным путем, причем  $1 < n \leq 2$ ,  $n=2$  соответствует закону Краснопольского.

Используя принцип однородности размерностей, можно найти выражение для коэффициента  $C$ :

$$C = \left[ \frac{\operatorname{Re}_{кр}}{f(m)} \right]^{\frac{n-1}{n}} k^{\frac{3-n}{2n}} \mu^{\frac{n-2}{n}} \rho^{\frac{1-n}{n}}, \quad (5.12)$$

где  $f(m) = 10m^{-2.3}$ .

#### Задача 1

Определить значение числа Рейнольдса у стенки гидродинамически несовершенной по характеру вскрытия нефтяной скважины, если известно, что эксплуатационная колонна перфорирована, на каждом метре длины колонны прострелено 10 отверстий диаметром  $d_0=10$  мм, толщина пласта  $h=15$  м, проницаемость пласта  $k=1$  мкм<sup>2</sup>, пористость его  $m=18\%$ , коэффициент вязкости нефти  $\mu=4$  мПа·с, плотность нефти  $\rho=870$  кг/м<sup>3</sup> и дебит скважины составляет 140 м<sup>3</sup>/сут.

#### Задача 2

Определить радиус призабойной зоны  $r_{кр}$ , в которой нарушен закон Дарси, при установившейся плоскорадиальной фильтрации идеального газа, если известно, что приведенный к атмосферному давлению дебит скважины  $Q_{ам} = 2 \cdot 10^3$  м<sup>3</sup>/сут, толщина пласта  $h=10$  м, коэффициент проницаемости

$k=0,6$  мкм<sup>2</sup>, коэффициент пористости пласта  $m=19\%$ , динамический коэффициент вязкости газа в пластовых условиях  $\mu=1,4 \cdot 10^{-2}$  мПа·с, плотность газа при атмосферном давлении и пластовой температуре  $\rho_{ам}=0,7$  кг/м<sup>3</sup>.

**Указание.** В решении использовать число Рейнольдса по формуле М.Д. Миллионщикова и за  $Re_{кр}$  взять нижнее значение  $Re_{кр}=0,022$ .

### Задача 3

Определить по формуле В.Н. Щелкачева, происходит ли фильтрация в пласте по закону Дарси, если известно, что дебит нефтяной скважины  $Q=200$  м<sup>3</sup>/сут, толщина пласта  $h=5$  м, коэффициент пористости  $m=16\%$ , коэффициент проницаемости  $k=0,2$  мкм<sup>2</sup>, плотность нефти  $\rho=0,8$  г/см<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости ее  $\mu=5$  мПа·с. Скважина гидродинамически совершенна, радиус ее  $r_c=0,1$  м.

## 5.2. Установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости по закону Дарси

Установившийся фильтрационный поток жидкости или газа называется одномерным в том случае, когда давление и скорость фильтрации являются функциями только одной координаты, взятой по линии тока.

К простейшим одномерным фильтрационным потокам относятся:

- 1) прямолинейно - параллельный;
- 2) плоскорадиальный;
- 3) радиально - сферический.

### 5.2.1. Прямолинейно-параллельная фильтрация несжимаемой жидкости (приток к галерее)

Прямолинейно-параллельная фильтрация имеет место в том случае, когда векторы скоростей фильтрации параллельны между собой.

Если пласт горизонтальный, кровля и подошва его непроницаемы, толщина пласта  $h$  и ширина пласта  $B$  всюду одинаковы, то в плане пласт представится прямоугольником (рис. 5.1). Если в первом сечении пласта, соответствующем границе пласта с областью питания, поддерживается давление  $p_k$ , а в другом сечении, совпадающем, например, с дренажной галереей и отстоящем от первого сечения на расстоянии  $l$ , поддерживается давление  $p_c$ , то будет установившееся прямолинейно-параллельное движение.

Направим ось  $Ox$  вдоль линии тока.

Считая, что фильтрация происходит по закону Дарси, пласт однородный по пористости и проницаемости, можем определить объемный дебит

$$Q = \frac{k}{m} \frac{p_K - p_r}{l} \omega \quad (5.13)$$

где  $\omega = Bh$  - площадь сечения пласта, нормального к направлению движения.

Давление в любом сечении пласта

$$p = p_K - \frac{p_K - p_r}{l} x \quad (5.14)$$

и время, в течение которого частицы пройдут путь  $x$ , составит:

$$t = \frac{m\mu}{k} \frac{lx}{p_K - p_r}. \quad (5.15)$$

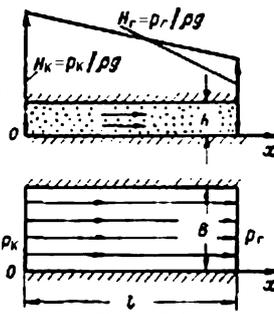


Рис. 5.1

### 5.2.2. Плоскорadiaльное напорное движение несжимаемой жидкости. Приток к совершенной скважине. Формула Дюпюи

При плоскорadiaльном движении векторы скорости фильтрации направлены по радиусам к оси скважины, поэтому давление и скорость фильтрации зависят только от одной координаты  $r$ . При этом во всех горизонтальных плоскостях поле скоростей и давлений будет одинаковым.

Примером плоскорadiaльного фильтрационного потока является приток к гидродинамически совершенной скважине, вскрывшей горизонтальный пласт бесконечной протяженности на всю толщину  $h$  и сообщающейся с пластом через полностью открытую боковую поверхность цилиндра, отделяющую ствол скважины от продуктивного пласта.

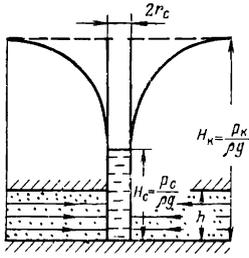
Поток будет также плоскорadiaльным при притоке к совершенной скважине радиуса  $r_c$  (или оттоке от скважины), расположенной в центре ограниченного горизонтального цилиндрического пласта толщиной  $h$  и радиусом  $R_K$  (рис.5.2).

Если на внешней границе пласта, совпадающей с контуром питания, поддерживается постоянное давление  $p_K$ , а на забое скважины постоянное давление  $p_c$ , пласт однороден по пористости и проницаемости, фильтрация происходит по закону Дарси, то объемный дебит скважины определится по формуле Дюпюи:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\ln \frac{R_K}{r_c}}, \quad (5.16)$$

где  $\mu$  - динамический коэффициент вязкости.

Закон распределения давления определяется по одной из формул:



$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (5.17)$$

либо

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (5.18)$$

либо

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}. \quad (5.19)$$

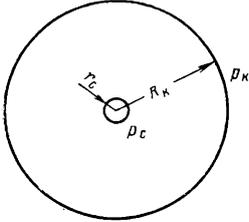


Рис. 5.2

Линия  $p = p(r)$  называется депрессионной кривой давления. Характерно, что при приближении к скважине градиенты давления и скорости фильтрации резко возрастают.

В случае построения карты изобар следует учитывать, что радиусы изобар изменяются в геометрической прогрессии, в то время как давление на изобарах изменяется в арифметической прогрессии.

Индикаторная линия - зависимость дебита скважины от депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$ , при притоке к скважине в условиях справедливости закона Дарси представляет собой прямую линию, определяемую уравнением  $Q = K \Delta p$ .

Коэффициент продуктивности

$$K = \frac{2\pi kh}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}} \quad (5.20)$$

численно равен дебиту при депрессии, равной единице.

Закон движения частиц вдоль линии тока, если при  $t = 0$  частица находилась в точке с координатой  $r = r_0$ , описывается уравнением

$$t = \frac{\pi h m}{Q} (r_0^2 - r^2) \quad (5.21)$$

или

$$t = \frac{m\mu \ln \frac{R_K}{r_c} (r_0^2 - r^2)}{2k(p_K - p_C)} \quad (5.21, a)$$

Средневзвешенное по объему порового пространства  $Q$  пластовое давление

$$\tilde{p} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} p d\Omega, \quad (5.22)$$

где

$$\Omega = \pi (R_K^2 - r_c^2) hm, \\ d\Omega = 2\pi h m r dr.$$

Подставляя выражение для  $p$  (5.17), выполняя интегрирование и пренебрегая всеми членами, содержащими  $r_c^2$ , получим

$$\tilde{p} = p_K - \frac{p_K - p_C}{2 \ln \frac{R_K}{r_c}}. \quad (5.23)$$

Закон распределения давления и формула дебита при нарушении закона Дарси при притоке к совершенной скважине получаются из двучленной формулы

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k} \omega + b\omega^2. \quad (5.24)$$

Подставляя выражение для скорости фильтрации

$$\omega = Q/2\pi rh$$

в (5.24) и разделяя переменные, получим

$$dp = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \frac{dr}{r} + \frac{Q^2 b}{(2\pi h)^2} \frac{dr}{r^2}. \quad (5.25)$$

Интегрируя по  $p$  в пределах от  $p_C$  до  $p_K$  и по  $r$  в пределах от  $r_c$  до  $R_K$ , будем иметь

$$p_K - p_C = \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_K}{r_c} + \frac{Q^2 \mu}{(2\pi h)^2} \left( \frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_K} \right). \quad (5.26)$$

Решая полученное квадратное уравнение, находим дебит скважины  $Q$ . Интегрируя (5.25) по  $p$  в пределах от  $p_c$  до  $p_k$  и по  $r$  в пределах от  $r_c$  до  $R_k$ , найдем закон распределения давления

$$p = p_k - \frac{Q\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_k}{r} - \frac{Q^2\mu}{(2\pi h)^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_k} \right). \quad (5.27)$$

Как видно из (5.26), индикаторная линия при нарушении закона Дарси является параболой.

Если фильтрация происходит по закону А.А. Краснопольского, то дебит определяется по формуле

$$Q = 2\pi h \sqrt{\frac{r_c}{b}} \Delta p. \quad (5.28)$$

### 5.2.3. Радиально-сферическая фильтрация несжимаемой жидкости по закону Дарси

Фильтрационный поток называется радиально-сферическим, если векторы скорости фильтрации направлены в пространстве по прямым, радиально сходящимся к одной точке (или расходящимся от нее).

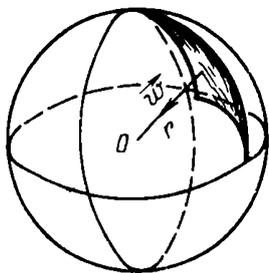


Рис. 5.3

Благодаря центральной симметрии давление и скорость фильтрации зависят и в этом случае только от одной координаты  $r$ , отсчитываемой от центра (рис.5.3). Примером потока, весьма близкого к радиально-сферическому, является приток жидкости к гидродинамически несовершенной скважине малого диаметра, едва вскрывшей непроницаемую горизонтальную кровлю однородного пласта большой мощности (теоретически бесконечной).

Если на забое скважины, представленной в виде полусферы радиуса  $r_c$ , поддерживается постоянное приведенное давление  $p_c^*$ , а на достаточно большом расстоянии от скважины, на полусферической поверхности радиуса  $R_k$  сохраняется постоянное давление  $p_k^*$  и фильтрация в однородном пласте происходит по закону Дарси, то объемный дебит скважины определяется по формуле

Если на забое скважины, представленной в виде полусферы радиуса  $r_c$ , поддерживается постоянное приведенное давление  $p_c^*$ , а на достаточно большом расстоянии от скважины, на полусферической поверхности радиуса  $R_k$  сохраняется постоянное давление  $p_k^*$  и фильтрация в однородном пласте происходит по закону Дарси, то объемный дебит скважины определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi r_c k (p_K^* - p_C^*)}{\mu}. \quad (5.29)$$

Приведенное давление в любой точке пласта определяется по формуле

$$p^* = p_K^* - \frac{p_K^* - p_C^*}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_K}} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{R_K} \right), \quad (5.30)$$

а закон движения частиц вдоль линии тока от точки с координатой  $r_0$  до точки с координатой  $r$  описывается уравнением

$$t = \frac{2\pi m}{3Q} (r_0^3 - r^3). \quad (5.31)$$

#### Задача 4

Определить дебит дренажной галереи шириной  $B=100$  м, если толщина пласта  $h=10$  м, расстояние до контура питания  $l=10$  км, коэффициент проницаемости пласта  $k=1$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости жидкости  $\mu=1$  мПа·с, давление на контуре питания  $p_K=9,8$  МПа и давление в галерее  $p_e=7,35$  МПа. Движение жидкости напорное, подчиняется закону Дарси.

#### Задача 5

Определить коэффициент проницаемости пласта, если известно, что в пласте происходит одномерное, прямолинейно-параллельное установившееся движение однородной жидкости по закону Дарси. Гидравлический уклон  $i=0,03$ , ширина галереи  $B=500$  м, толщина пласта  $h=6$  м, плотность жидкости  $\rho=850$  кг/м<sup>3</sup>, динамический коэффициент вязкости  $\mu=5$  мПа·с и дебит галереи  $Q=30$  м<sup>3</sup>/сут.

#### Задача 6

Показать графически распределение давления и найти градиент давления при прямолинейно-параллельном движении в пласте несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации, используя следующие данные: длина пласта  $l_K=5$  км, толщина пласта  $h=10$  м, ширина галереи  $B=300$  м, коэффициент проницаемости

пласта  $k=0,8$  мкм<sup>2</sup>, давление в галерее  $p_c=2,94$  МПа, динамический коэффициент вязкости жидкости  $\mu=4$  мПа·с, дебит галереи  $Q=30$  м<sup>3</sup>/сут.

#### Задача 7

Определить дебит нефтяной скважины (т/сут) в случае установившейся плоскорадиальной фильтрации жидкости по закону Дарси, если известно, что давление на контуре питания  $p_k=9,8$  МПа, давление на забое скважины  $p_c = 7,35$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k=0,5$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h=15$  м, диаметр скважины  $D_c=24,8$  см, радиус контура питания  $R_k=10$  км, динамический коэффициент вязкости жидкости  $\mu=6$  мПа·с и плотность жидкости  $\rho = 850$  кг/м<sup>3</sup>.

#### Задача 8

Определить давление на расстоянии 10 и 100 м от оси скважины при плоскорадиальном установившемся движении несжимаемой жидкости по линейному закону фильтрации, считая, что коэффициент проницаемости пласта  $k=0,5$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h=10$  м, давление на забое скважины  $p_c=7,84$  МПа, радиус скважины  $r_c=12,4$  см, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu=4$  мПа·с, плотность нефти  $\rho=870$  кг/м<sup>3</sup> и массовый дебит скважины  $Q_m=200$  т/сут.

#### Задача 9

Построить индикаторную линию (зависимость дебита  $Q$  от перепада давления  $\Delta p = p_k - p_c$ ), имеющуюся при установившейся плоскорадиальной фильтрации жидкости по линейному закону, если известно, что давление на контуре питания  $p_k=8,82$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k=0,6$  мкм<sup>2</sup>, толщина пласта  $h=10$  м, диаметр скважины  $D_c=24,8$  см, расстояние от оси скважины до контура питания  $R_k=10$  км и динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu=5$  мПа·с.

#### Задача 10

Определить коэффициент гидропроводности пласта  $kh/\mu$  по данным о коэффициенте продуктивности скважины. Известно, что

фильтрация происходит по закону Дарси, коэффициент продуктивности  $K=1,8$  т/сут (МПа), среднее расстояние между скважинами  $2\sigma=1400$  м, плотность  $\rho=925$  кг/м<sup>3</sup>, радиус скважины  $r_c=0,1$  м.

#### Задача 11

Определить средневзвешенное по объему пластовое давление, если известно, что давление на контуре питания  $p_k=9,8$  МПа, давление на забое возмущающей скважины  $p_c=7,84$  МПа, расстояние до контура питания  $R_k=25$  км, радиус скважины  $r_c=10$  см. В пласте имеет место установившееся плоскорадиальное движение несжимаемой жидкости по закону Дарси.

#### Задача 12

Определить время отбора нефти из призабойной зоны скважины радиусом  $r_o=100$  м, если толщина пласта  $h=10$  м, коэффициент пористости пласта  $m=20\%$ , массовый дебит нефти  $Q_m=40$  т/сут, плотность ее  $\rho=920$  кг/м<sup>3</sup>,  $r_c=0,1$  м.

#### Задача 13

Определить время  $t$ , за которое частица жидкости подойдет к стенке скважины с расстояния  $r_o=200$  м, если коэффициент проницаемости пласта  $k=1$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu=5$  мПа·с, депрессия во всем пласте радиусом  $R_k=1$  км составляет  $p_k-p_c=1$  МПа; толщина пласта  $h=10$  м, коэффициент пористости пласта  $m=15\%$ , радиус скважины  $r_c=10$  см.

#### Задача 14

Как изменится дебит скважины  $Q$  при увеличении радиуса скважины вдвое?

1. Движение происходит по линейному закону фильтрации.
2. Фильтрация происходит по закону А.А. Краснопольского. Начальный радиус скважины  $r_c=0,1$  м. Расстояние до контура питания  $R_k=5$  км.

### 5.3. Установившийся приток жидкости к группе гидродинамически совершенных скважин.

#### Интерференция скважин.

#### Связь плоской задачи теории фильтрации с теорией функций комплексного переменного

В самом общем случае давление и скорость фильтрации зависят от трех координат точки в пласте. Если давление и скорость фильтрации зависят только от двух координат, то в каждой плоскости, перпендикулярной к третьей оси, поле скоростей и давлений будет одинаковым. В этом случае фильтрационный поток называется плоским. Плоский фильтрационный поток имеет место при работе одной или нескольких гидродинамически совершенных (эксплуатационных и нагнетательных) скважин в однородном горизонтальном пласте постоянной толщины. Именно такие потоки будут рассмотрены в настоящем разделе.

#### 5.3.1. Потенциал точечного стока и источника на плоскости.

##### Принцип суперпозиции

Назовем точечным стоком на плоскости точку, поглощающую жидкость. Сток можно рассматривать как гидродинамически совершенную эксплуатационную скважину бесконечно малого радиуса в пласте единичной толщины. Точечный источник – это точка, выделяющая жидкость (аналог нагнетательной скважины). Заменяя источники и стоки скважинами конечного диаметра, мы практически не допускаем никакой ошибки, поэтому будем в дальнейшем отождествлять скважины с источниками и стоками.

При работе в бесконечном пласте одной скважины-стока фильтрация будет плоскорадиальной и давление в точке на расстоянии  $r$  от центра скважины определяется по формуле

$$p = \frac{q\mu}{2\pi k} \ln r + C, \quad (5.32)$$

где  $q = Q/h$  – дебит скважины-стока, приходящийся на единицу мощности пласта;  $C$  – постоянная интегрирования.

Назовем потенциалом скорости фильтрации  $\Phi$  выражение  $\Phi = kp/\mu$ . Переходя от давления к потенциалу, получим значение потенциала в точке на расстоянии  $r$  от центра скважины

$$\Phi = \frac{q}{2\pi} \ln r + C. \quad (5.33)$$

Дебиту источника (нагнетательной скважины) приписывается знак «минус».

При совместной работе в пласте нескольких скважин результирующий потенциал в любой точке пласта М равен алгебраической сумме потенциалов  $\Phi_1, \Phi_2, \dots$ , обусловленных работой каждой отдельной скважины:

$$\Phi_M = \frac{q_1}{2\pi} \ln r_1 + \frac{q_2}{2\pi} \ln r_2 + \frac{q_3}{2\pi} \ln r_3 + \dots + C = \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^n q_i \ln r_i + C. \quad (5.34)$$

Скорости фильтрации при этом складываются геометрически (рис.5.4,а,б). Это называется принципом суперпозиции, или сложения течений.

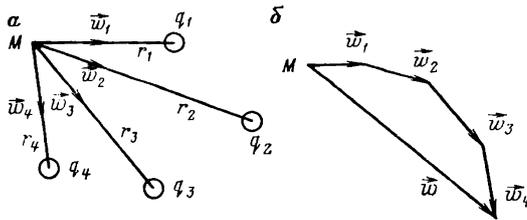


Рис. 5.4

Используя принцип суперпозиции, можно приближенно рассчитывать дебиты или забойные потенциалы (а следовательно, и забойные давления) для группы скважин, работающих в пласте с весьма удаленным контуром питания. Потенциал  $\Phi_K$  на контуре питания считается известным, а расстояние от контура питания до всех скважин – одно и то же и приблизительно равно  $R_K$ .

Помещая мысленно точку М последовательно на забой каждой скважины, где  $\Phi_M = \Phi_{c2}$ , получим из общего уравнения (5.34) систему из  $n$  уравнений ( $n$  – число скважин). Постоянная интегрирования находится из условия на контуре питания. Окончательно система уравнений для определения дебитов или забойных потенциалов примет вид

$$\Phi_K - \Phi_{c1} = \frac{1}{2\pi} \left( q_1 \ln \frac{R_K}{r_{c1}} + q_2 \ln \frac{R_K}{r_{12}} + \dots + q_n \ln \frac{R_K}{r_{1n}} \right), \quad (5.35)$$

$$\Phi_K - \Phi_{c2} = \frac{1}{2\pi} \left( q_1 \ln \frac{R_K}{r_{12}} + q_2 \ln \frac{R_K}{r_{c2}} + \dots + q_n \ln \frac{R_K}{r_{2n}} \right),$$

$$\Phi_K - \Phi_{Cn} = \frac{1}{2\pi} \left( q_1 \ln \frac{R_K}{r_{1n}} + q_2 \ln \frac{R_K}{r_{2n}} + \dots + q_n \ln \frac{R_K}{r_{Cn}} \right),$$

здесь  $r_{ij}$  - расстояние между центрами  $i$ -й и  $j$ -й скважин.

Принцип суперпозиции можно использовать, если скважины работают в пласте, ограниченном контуром питания той или иной формы, или непроницаемыми границами (линии выклинивания, сбросы), но для выполнения иных условий на границах приходится вводить фиктивные скважины за пределами пласта, которые создают в совокупности с реальными скважинами необходимые условия на границах.

При этом задача сводится к рассмотрению одновременной работы реальных и фиктивных скважин в неограниченном пласте. Этот метод называется методом отображения источников и стоков (методом конформного отображения). Он широко применяется не только в подземной гидравлике и гидродинамике, но и при решении задач теории электричества, магнетизма и электропроводности.

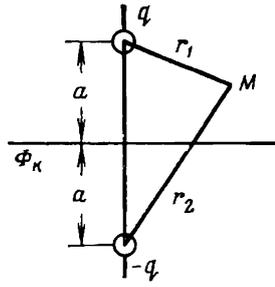


Рис. 5.5

Так, если эксплуатационная скважина находится в пласте с прямолинейным контуром питания на расстоянии  $a$  от контура, то ее надо зеркально отобразить относительно контура, т.е. поместить фиктивную скважину с другой стороны от контура на расстоянии  $a$  (рис.5.5) и считать ее дебит отрицательным (скважина — источник). При этом потенциал в любой точке  $M$  равен

$$\Phi_M = \frac{q}{2\pi} \ln r_1 - \frac{q}{2\pi} \ln r_2 + C = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{r_1}{r_2} + C,$$

на контуре питания  $r_1 = r_2$  и  $\Phi = C = \Phi_K$ , а дебит скважины определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi h(\Phi_K - \Phi_C)}{\ln \frac{2a}{r_C}} = \frac{2\pi kh(p_K - p_C)}{\mu \ln \frac{2a}{r_C}}. \quad (5.36)$$

Метод отображения источников и стоков используется также для нахождения дебита скважины, работающей в пласте,

ограниченном пересекающимися прямолинейными непроницаемыми границами. При помощи этого метода можно определить дебит скважины, эксцентрично расположенной в круговом пласте

$$Q_{\text{эксц}} = \frac{2\pi kh(p_K - p_C)}{\mu \ln \left[ \frac{R_K}{r_c} \left( 1 - \frac{\delta^2}{R_K^2} \right) \right]}, \quad (5.37)$$

где  $\delta$  - расстояние от центра скважины до центра кругового пласта (эксцентриситет).

### 5.3.2. Интерференция скважин

Дебит каждой скважины бесконечной цепочки, расположенной на расстоянии  $L$  от прямолинейного контура питания (рис. 5.6), выражается формулой

$$Q = \frac{2\pi h(\Phi_K - \Phi_C)}{\ln 2sh \frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}} = \frac{2\pi kh(p_K - p_C)}{\mu \left( \ln 2sh \frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)}, \quad (5.38)$$

где  $\sigma$  - половина расстояния между скважинами.

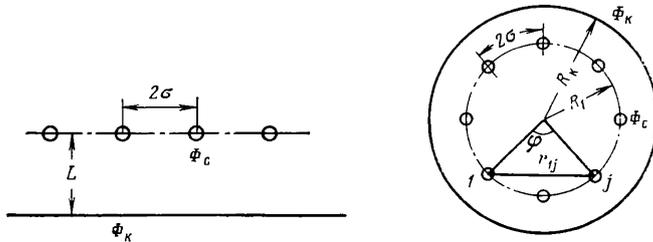


Рис. 5.6

Если  $L \geq \sigma$ , то приближенно можно принять, что

$$\ln 2sh \frac{\pi L}{\sigma} = \ln \left( e^{\frac{\pi L}{\sigma}} - e^{-\frac{\pi L}{\sigma}} \right) \approx \frac{\pi L}{\sigma},$$

и тогда

$$Q = \frac{2\pi kh(p_K - p_C)}{\mu \left( \frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_c} \right)}. \quad (5.39)$$

Дебит одной скважины кольцевой батареи, состоящей из  $n$  скважин, в круговом пласте радиуса  $R_K$  (рис.5.7) имеет вид

$$Q = \frac{2\pi h(\Phi_K - \Phi_C)}{\ln \left[ \frac{R_K^n}{nr_C R_1^{n-1}} \left( 1 - \frac{R_1^{2n}}{R_K^{2n}} \right) \right]} = \frac{2\pi kh(p_K - p_C)}{\mu \ln \left[ \frac{R_K^n}{nr_C R_1^{n-1}} \left( 1 - \frac{R_1^{2n}}{R_K^{2n}} \right) \right]}, \quad (5.40)$$

где  $R_K$  – радиус батареи;  $r_C$  – радиус скважин.

Если число скважин батареи велико (больше пяти или шести), то  $(R_1 / R_K)^{2n} \ll 1$  и этим выражением можно пренебречь по сравнению с единицей; если, кроме того, заменить  $\frac{R_1}{nr_C} = \frac{\sigma}{\pi r_C}$ , то получим приближенную формулу

$$Q = \frac{2\pi kh(p_K - p_C)}{\mu \left( n \ln \frac{R_K}{R_1} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_C} \right)}. \quad (5.41)$$

### 5.3.3. Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений Ю.П.Борисова

Одним из методов расчета дебитов многорядных батарей или цепочек скважин является метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений Ю. П. Борисова.

Суммарный дебит цепочки из  $n$  скважин равен

$$Q' = \frac{2\pi khn(p_K - p_C)}{\mu \left( \frac{\pi L}{\sigma} + \ln \frac{\sigma}{\pi r_C} \right)} = \frac{p_K - p_C}{\frac{\mu L}{kh2\sigma n} + \frac{\mu}{2\pi khn} \ln \frac{\sigma}{\pi r_C}}. \quad (5.42)$$

Используя электрогидродинамическую аналогию и учитывая, что аналогом объемного расхода является сила тока, а аналогом разности давлений – разность электрических потенциалов, выражение, стоящее в знаменателе, можно назвать фильтрационным сопротивлением. Оно складывается из внешнего фильтрационного сопротивления

$$\rho = \frac{\mu L}{kh2\sigma n} = \frac{\mu L}{khB}, \quad (5.43)$$

которое представляет собой сопротивление потоку от контура питания до галереи длиной  $B = 2\sigma n$ , расположенной на расстоянии

$L$  от контура питания, и из внутреннего фильтрационного сопротивления

$$\rho' = \frac{\mu}{2\pi khn} \ln \frac{\sigma}{\pi r_c}, \quad (5.44)$$

которое выражает собой сопротивление, возникающее при подходе жидкости к скважинам в зоне радиуса  $\sigma/\pi$ , где фильтрация практически плоскорадиальная.

Формула (5.42) примет вид

$$Q' = \frac{P_k - P_c}{\rho + \rho'}. \quad (5.45)$$

Электрическая схема, соответствующая последней формуле, представляет собой два последовательно соединенных проводника с сопротивлениями  $\rho$  и  $\rho'$ , с разностью потенциалов  $p_k$  и  $p_c$  и силой тока  $Q'$  (рис.5.8).

Если в пласте имеется три цепочки с числом скважин  $n_1, n_2, n_3$  в каждой, с радиусами  $r_{c1}, r_{c2}, r_{c3}$ , с забойными давлениями  $p_{c1}, p_{c2}, p_{c3}$  и суммарными дебитами  $Q'_1, Q'_2, Q'_3$  соответственно, то схема эквивалентных фильтрационных сопротивлений будет разветвленной (рис.5.9), так как общее количество жидкости, поступающее от контура питания, в дальнейшем разделяется: дебит  $Q'_1$  перехватывается первой цепочкой, а оставшаяся жидкость двигается дальше, затем дебит  $Q'_2$  перехватывается второй цепочкой и т. д.

В этом случае внешние фильтрационные сопротивления будут:

$$\rho_1 = \frac{\mu L_1}{khB}, \quad \rho_2 = \frac{\mu L_2}{khB}, \quad \rho_3 = \frac{\mu L_3}{khB}, \quad (5.46)$$

где  $L_1$  – расстояние от контура питания до первой цепочки скважин;  $L_2$  – расстояние между первой и второй цепочками;  $L_3$  – между второй и третьей.

Внутренние сопротивления определяются по формулам:

$$\rho'_1 = \frac{\mu}{2\pi khn_1} \ln \frac{\sigma}{\pi r_{c1}},$$

$$\rho'_2 = \frac{\mu}{2\pi khn_2} \ln \frac{\sigma}{\pi r_{c2}}, \quad (5.47)$$

$$\rho'_3 = \frac{\mu}{2\pi kh n_3} \ln \frac{\sigma}{\pi r_{c3}}$$

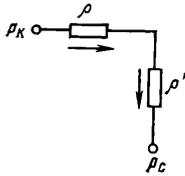


Рис. 5.8

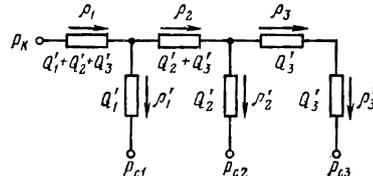


Рис. 5.9

Расчет схемы проводится по законам электротехники Ома и Кирхгофа; при этом составляются алгебраические линейные уравнения по числу неизвестных (либо  $Q'_1, Q'_2, Q'_3$ , либо  $p_{c1}, p_{c2}, p_{c3}$ ).

Суммарный дебит круговой батареи скважин определяется тоже по формуле (5.45), в которой внешнее сопротивление

$$\rho = \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_K}{R_1}, \quad (5.48)$$

а внутреннее имеет вид (5.44).

Для этого случая схема эквивалентных фильтрационных сопротивлений будет той же, что и для прямолинейной цепочки.

Для случая нескольких круговых батарей (например, трех) схема представлена на рис.5.9. При этом внешние фильтрационные сопротивления рассчитываются по формулам:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_K}{R_1}, \\ \rho_2 &= \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_K}{R_2}, \\ \rho_3 &= \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_K}{R_3}, \end{aligned} \quad (5.49)$$

где  $R_1, R_2, R_3$  – радиусы батарей. Внутренние сопротивления определяются по формулам (5.47).

### 5.3.4. Связь плоской задачи теории фильтрации с теорией функций комплексного переменного

При исследовании плоского фильтрационного потока, подчиняющегося закону Дарси, можно использовать теорию функций комплексного переменного. Совместим плоскость комплексного переменного  $z = x + iy$  с основной плоскостью течения.

Для каждого плоского фильтрационного потока можно найти характеристическую функцию течения, или комплексный потенциал  $F(z)$ , который является функцией комплексного переменного  $z$ . В функции  $F(z)$  можно отделить действительную часть от мнимой:

$$F(z) = \Phi(x, y) + i\psi(x, y), \quad (5.50)$$

где  $\Phi(x, y)$  - потенциал скорости;  $\psi(x, y)$  - функция тока. Эти функции связаны между собой уравнениями Коши – Римана:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{\partial \psi}{\partial y}, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{aligned} \quad (5.51)$$

и подчиняются уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0. \quad (5.52)$$

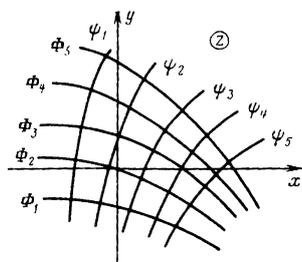


Рис. 5.10

Уравнение  $\Phi(x, y) = c$  определяет собой семейство эквипотенциалей, совпадающих с изобарами, так как  $\Phi = \frac{k}{\mu} p$ , а  $\psi(x, y) = c$  - семейство линий тока.

Эквипотенциали и линии тока взаимно ортогональны (рис.5.10).

Проекции скорости фильтрации на координатные оси находятся по формулам:

$$\omega_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad \omega_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad (5.53)$$

а модуль скорости фильтрации

$$\omega = \left| \frac{dF}{dz} \right| = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}. \quad (5.54)$$

Время движения частицы жидкости вдоль линии тока  $s$  можно определить по формуле

$$t = -m \int_s \frac{\bar{dz}}{dF}, \quad (5.55)$$

где  $\bar{z} = x - iy$  - сопряженное с  $z$  комплексное переменное.

Если какой-либо сложный плоский фильтрационный поток можно представить как результат наложения нескольких простейших потоков, то характеристическая функция сложного потока равна по принципу суперпозиции алгебраической сумме характеристических функций простейших потоков.

### Задача 15

Определить дебит батареи из четырех скважин, расположенных вдали от контура питания, и одной скважины, находящейся в центре (рис.5.11), если известно, что все скважины находятся в одинаковых условиях; радиус батареи  $R_1=200$  м, расстояние до контура питания  $R_K=10$  км, радиус скважины  $r_c=0,1$  м, толщина пласта  $h=10$  м, потенциал на контуре питания  $\Phi_K=40$  см<sup>2</sup>/с, потенциал на скважинах  $\Phi_C=30$  см<sup>2</sup>/с.

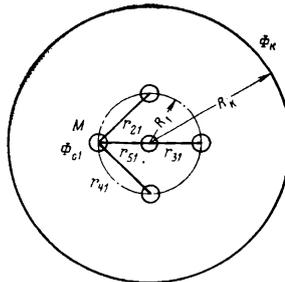


Рис. 5.11

**Решение.** Будем исходить из формулы для потенциала при работе группы скважин:

$$\Phi = \frac{1}{2\pi} \sum q_i \ln r_i + C. \quad (5.56)$$

Учитывая, что скважины расположены вдали от контура питания, в точке, помещенной на контуре питания, получим

$$\Phi_K = \frac{1}{2\pi} \sum q_i \ln R_K + C. \quad (5.57)$$

Помещая точку  $M$  на забой первой скважины и учитывая, что  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4$ , будем иметь

$$\Phi_{C1} = \frac{1}{2\pi} (q \ln r_c + q \ln r_{21} + q \ln r_{31} + q \ln r_{41} + q \ln r_{51}) + C. \quad (5.58)$$

Вычитая из (5.57) (5.58) и заменяя (см. рис.5.11)

$$r_{21} = r_{41} = \sqrt{2}R_1, \quad r_{31} = 2R_1, \quad r_{51} = R_1,$$

получим

$$\begin{aligned}\Phi_K - \Phi_{C1} &= \frac{q}{2\pi} \left( \ln \frac{R_K}{r_c} + 2 \ln \frac{R_K}{\sqrt{2}R_1} + \ln \frac{R_K}{2R_1} \right) + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{R_K}{R_1} = \\ &= \frac{q}{2\pi} \ln \frac{R_K^4}{4R_1^3 r_c} + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{R_K}{R_1}.\end{aligned}\quad (5.59)$$

Помещая точку М на забой центральной скважины, определим  $\Phi_{C5}$ :

$$\Phi_{C5} = \frac{1}{2\pi} (q \ln r_{15} + q \ln r_{25} + q \ln r_{35} + q \ln r_{45} + q_5 \ln r_c) + C. \quad (5.60)$$

Вычитая из (5.57) (5.60) и учитывая, что

$$r_{15} = r_{25} = r_{35} = r_{45} = R_1,$$

получим

$$\Phi_K - \Phi_{C5} = \frac{q}{2\pi} 4 \ln \frac{R_K}{R_1} + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_c}.$$

Подставив в (5.59) и (5.60) исходные данные:

$$\begin{aligned}10 &= \frac{q}{2\pi} \ln \frac{(10^4)^4}{4 \cdot 2^3 \cdot 10^6 \cdot 0,1} + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{10^4}{200}, \\ 10 &= \frac{q \cdot 4}{2\pi} \ln \frac{10^4}{200} + \frac{q_5}{2\pi} \ln \frac{10^4}{0,1}\end{aligned}$$

и решив полученную систему уравнений относительно  $q$  и  $q_5$ , найдем:

$$\begin{aligned}q &= 2,28 \text{ см}^2/\text{с}, \quad q_5 = 1,95 \text{ см}^2/\text{с}, \\ Q &= q \cdot h = 2,28 \cdot 10^3 \text{ см}^3/\text{с} = 197 \text{ м}^3/\text{сут}, \\ Q_5 &= q_5 \cdot b \cdot h = 1,95 \cdot 10^3 \text{ см}^3/\text{с} = 168 \text{ м}^3/\text{сут}.\end{aligned}$$

#### Задача 16

Круговой нефтяной пласт радиусом  $R_K=15$  км, толщиной  $h=8$  м эксплуатируется пятью скважинами радиусом  $r_c=7,5$  см, из которых четыре расположены в вершинах квадрата со стороной  $d=150$  м, а пятая – в центре (см. рис.5.11). Контурное давление  $p_K=10,78$  МПа, скважины работают с одинаковым забойным давлением  $p_C=8,82$  МПа.

Коэффициент проницаемости пласта  $k=0,6$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu=1,1$  мПа·с.

Определить дебиты скважин и отношение дебитов  $Q_5/Q_1$ .

Задача 17

Найти значения потенциалов на скважинах, расположенных симметрично на расстоянии  $2\sigma=300$  м относительно центра кругового контура питания радиуса  $R_K=5$  км, если известно, что дебит одной составляет 200 т/сут, а другой – 300 т/сут, потенциал на контуре питания  $\Phi_K=50$  см<sup>2</sup>/с, радиус скважины  $r_c=0,1$  м, толщина пласта  $h=10$  м, плотность нефти  $\rho=850$  кг/м<sup>3</sup>.

**Указание.** Считать, что контур питания одинаково удален от каждой из интерферирующих скважин.

Задача 18

Определить, при каком постоянном забойном давлении работала скв.1 с радиусом  $r_c=0,1$  м в круговом пласте радиуса  $R_K=10$  км, если при введении скв.2 с таким же радиусом, расположенной на расстоянии  $2\sigma=150$  м от первой и работающей с забойным давлением  $p_{c2}=6,82$  МПа, скв.1 была полностью заглушена. Давление на контуре питания  $p_K=9,8$  МПа.

**Решение.** Считая скважины достаточно удаленными от контура питания и применяя принцип суперпозиции, запишем выражение для потенциала результирующего течения в произвольной точке М (рис.5.12).

$$\Phi_K - \Phi_M = \frac{q_1}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_1} + \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_2}.$$

Помещая точку М на контур первой скважины, получим

$$\Phi_K - \Phi_{c1} = \frac{q_1}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_c} + \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{2\sigma},$$

помещая ее на контур второй скважины, найдем

$$\Phi_K - \Phi_{c2} = \frac{q_1}{2\pi} \ln \frac{R_K}{2\sigma} + \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_c}.$$

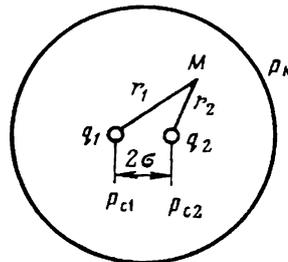


Рис. 5.12

Так как скв. 1 полностью заглушена, то ее дебит  $q_1 = 0$  и уравнения приобретают вид

$$\Phi_K - \Phi_{c1} = \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{2\sigma}.$$

$$\Phi_K - \Phi_{C2} = \frac{q_2}{2\pi} \ln \frac{R_K}{r_c}.$$

отсюда, исключая дебит  $q_2$ , определим потенциал  $\Phi_{C1}$ :

$$\frac{\Phi_K - \Phi_{C1}}{\Phi_K - \Phi_{C2}} = \frac{\ln \frac{R_K}{2\sigma}}{\ln \frac{R_K}{r_c}},$$

$$\Phi_{C1} = \Phi_K - (\Phi_K - \Phi_{C2}) \frac{\lg \frac{R_K}{2\sigma}}{\lg \frac{R_K}{r_c}}.$$

Переходя от потенциалов к давлениям, окончательно найдем

$$p_{C1} = p_K - (p_K - p_{C2}) \frac{\lg \frac{R_K}{2\sigma}}{\lg \frac{R_K}{r_c}} = 9,8 - 2,94 \frac{\lg \frac{10^4}{150}}{\lg \frac{10^4}{0,1}} = 9,8 - 2,94 \frac{1,823}{5} = 8,72 \text{ МПа}.$$

### Задача 19

Определить дебиты скважин двух круговых батарей с радиусами  $R_1=1000$  м и  $R_2=600$  м, расположенных concentрично в круговом пласте с радиусом контура питания  $R_K=3500$  м. Скважины радиусом  $r_c=10$  см эксплуатируются при постоянных забойных давлениях  $p_{C1}=9,8$  МПа,  $p_{C2}=9,31$  МПа, давление на контуре питания  $p_K=12,25$  МПа, толщина пласта  $h=10$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k=0,2$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu = 5$  мПа·с. Число скважин

в батареях  $m_1=10$ ,  $m_2=6$ .

**Решение.** Используя метод Ю.П. Борисова, составим схему эквивалентных фильтрационных сопротивлений (рис.5.13).

Определим внешние и внутренние фильтрационные сопротивления:

$$\rho_1 = \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_K}{R_1} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \lg \frac{3500}{1000} = 0,488 \cdot 10^9 \text{ Па·с/м}^3;$$

$$\rho_2 = \frac{\mu}{2\pi kh} \ln \frac{R_K}{R_2} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10} \lg \frac{1000}{600} = 0,199 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot \text{с}/\text{м}^3.$$

Для определения внутренних фильтрационных сопротивлений найдем половины расстояний между скважинами первой и второй батарей:

$$\sigma_1 = \frac{2\pi R_1}{2m_1} = \frac{6,28 \cdot 1000}{2 \cdot 10} = 314 \text{ м},$$

$$\sigma_2 = \frac{2\pi R_2}{2m_2} = \frac{6,28 \cdot 600}{2 \cdot 6} = 314 \text{ м},$$

$$\rho'_1 = \frac{\mu}{2\pi km_1 h} \ln \frac{\sigma_1}{\pi r_c} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{6,28 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 10} \lg \frac{314}{3,14 \cdot 0,1} = 0,269 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot \text{с}/\text{м}^3;$$

$$\rho'_2 = \frac{\mu}{2\pi km_2 h} \ln \frac{\sigma_2}{\pi r_c} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{6,28 \cdot 0,2 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 6 \cdot 10} \lg \frac{314}{3,14 \cdot 0,1} = 0,449 \cdot 10^9 \text{ Па} \cdot \text{с}/\text{м}^3.$$

Используя законы электротехники Ома и Кирхгофа, напомним уравнение для участка цепи между контуром питания и забоем скважины первой батареи:

$$p_K - p_{C1} = (Q'_1 + Q'_2) \rho_1 + Q'_1 \rho'_1$$

и аналогично между контуром питания и забоем скважины второй батареи:

$$p_K - p_{C2} = (Q'_1 + Q'_2) \rho_1 + Q'_2 (\rho_2 + \rho'_2).$$

В полученную систему уравнений подставим данные:

$$2,45 \cdot 10^6 = (Q'_1 + Q'_2) \cdot 0,488 \cdot 10^9 + Q'_1 \cdot 0,269 \cdot 10^9;$$

$$2,94 \cdot 10^6 = (Q'_1 + Q'_2) \cdot 0,488 \cdot 10^9 + Q'_2 \cdot (0,199 + 0,449) \cdot 10^9,$$

решая уравнения относительно  $Q'_1$  и  $Q'_2$ , найдем:

$$Q'_1 = 2,18 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{сут} = 188 \text{ м}^3/\text{сут},$$

$$Q'_2 = 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{сут} = 142,6 \text{ м}^3/\text{сут}.$$

Учитывая, что  $Q'_1$  и  $Q'_2$  - суммарные дебиты первой и второй батарей, найдем дебиты одной скважины:

$$Q_1 = \frac{Q'_1}{m_1} = \frac{188}{10} = 18,8 \text{ м}^3/\text{сут},$$

$$Q_2 = \frac{Q'_2}{m_2} = \frac{142,6}{10} = 23,8 \text{ м}^3/\text{сут.}$$

#### Задача 20

Определить дебиты скважин, расположенных тремя кольцевыми батареями. Давление на контуре питания  $p_K=16,7$  МПа, забойные давления на всех эксплуатационных скважинах одинаковы и равны  $p_{C1}=p_{C2}=p_{C3}=11,8$  МПа. Радиусы батарей  $R_1=4000$  м,  $R_2=3500$  м,  $R_3=3000$  м. Радиус скважин  $r_c=0,1$  м, радиус контура области питания  $R_K=20$  км. Расстояние между скважинами в батареях  $2\sigma_1=2\sigma_2=2\sigma_3=400$  м, толщина пласта  $h=10$  м, коэффициент проницаемости  $k=1$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu=3$  мПа·с.

Указание. Задачу решать методом эквивалентных фильтрационных сопротивлений Ю.П. Борисова.

#### Задача 21

Определить забойные давления скважин, расположенных в круговом пласте радиуса  $R_K=10$  км двумя concentричными кольцевыми батареями с радиусами  $R_1=2000$  м,  $R_2=1200$  м. Число скважин в батареях  $m_1=30$ ,  $m_2=16$ ; дебит одной скважины первой батареи  $Q_1=80$  м<sup>3</sup>/сут, второй –  $Q_2=70$  м<sup>3</sup>/сут; радиус скважины  $r_c=10$  см, толщина пласта  $h=15$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k=0,8$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости жидкости  $\mu=8$  мПа·с, давление на контуре питания пласта  $p_K=14,7$  МПа.

#### Задача 22

В полосообразной залежи имеется один ряд эксплуатационных и один ряд нагнетательных скважин, расположенный между контуром питания и эксплуатационными скважинами (рис.5.14). Определить необходимое количество нагнетаемой жидкости ( $\sum Q_H$ ), давление нагнетания  $p_H$  и утечку жидкости за контур питания ( $\sum Q_V$ ) (или количество поступающей жидкости от контура питания), чтобы суммарный дебит эксплуатационных скважин составлял  $\sum Q_3=1000$  м<sup>3</sup>/сут. Ширина залежи равна  $B=5000$  м, толщина пласта контура питания до ряда  $h=10$  м, расстояние от нагнетательных скважин  $L_1=1500$  м,

расстояние  
 между рядами скважин  
 $L_2=600$  м,  
 расстояние  
 между нагнетательными  
 скважинами  $2\sigma_H=300$  м,  $p_K$

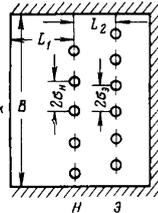


Рис.5.14

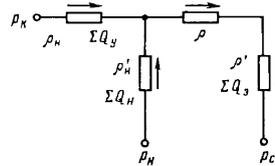


Рис.5.15

между эксплуатационными скважинами  $2\sigma_3=400$  м; все скважины гидродинамически несовершенны, приведенный радиус составляет  $r'_C=0,1$  см, давление на контуре питания  $p_K=11,76$  МПа, давление на забое эксплуатационных скважин  $p_C=7,84$  МПа, коэффициент проницаемости пласта  $k=0,5$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu=4$  мПа·с.

**Решение.** Составим схему фильтрационных сопротивлений, отвечающую нашей задаче (рис.5.15), и найдем фильтрационные сопротивления, проводя расчет для суммарных дебитов рядов.

Внешние сопротивления равны:

- между контуром питания и нагнетательным рядом

$$\rho_H = \frac{\mu L_1}{kBh} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 1,5 \cdot 10^3}{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10} = 0,235 \cdot 10^9 \text{ Па}\cdot\text{с}/\text{м}^3,$$

- между рядами скважин

$$\rho = \frac{\mu L_2}{kBh} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 600}{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10} = 0,94 \cdot 10^8 \text{ Па}\cdot\text{с}/\text{м}^3.$$

Для определения внутренних сопротивлений найдем число эксплуатационных ( $m_3$ ) и нагнетательных ( $m_H$ ) скважин:

$$m_3 = \frac{B}{2\sigma_3} = \frac{5000}{400} \approx 13,$$

$$m_H = \frac{B}{2\sigma_H} = \frac{5000}{300} \approx 17,$$

тогда

$$\rho'_H = \frac{\mu}{k2\pi m_H h} \ln \frac{\sigma_H}{\pi r'_C} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} * 6,28 \cdot 17 \cdot 10} \lg \frac{15000}{3,14 \cdot 0,1} = 0,791 \cdot 10^8 \text{ Па}\cdot\text{с}/\text{м}^3,$$

$$\rho' = \frac{\mu}{k2\pi m_{\text{э}} h} \ln \frac{\sigma_{\text{э}}}{\pi r_C'} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3}{0,5 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 6,28 \cdot 13 \cdot 10} \lg \frac{20000}{3,14 \cdot 0,1} =$$

$$= 1,058 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с} / \text{м}^3.$$

Согласно закону Кирхгофа, считая, что жидкость поступает в пласт от контура, составим уравнения:

$$p_K - p_H = \rho_H \sum Q_V - \rho_H' \sum Q_H,$$

$$p_K - p_C = \rho_H \sum Q_V - (\rho + \rho') \sum Q_{\text{э}},$$

кроме того,

$$\sum Q_{\text{э}} = \sum Q_V + \sum Q_H.$$

Из второго уравнения находим

$$\sum Q_V = \frac{(p_K - p_C) - (\rho + \rho') \sum Q_{\text{э}}}{\rho_H} = \frac{3,92 \cdot 10^6 - (0,94 + 1,058) \cdot 10^8 \frac{10^3}{0,864 \cdot 10^5}}{0,235 \cdot 10^9} =$$

$$= 6,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{с} = 588 \text{ м}^3 / \text{сут},$$

из третьего – закачиваемый дебит

$$\sum Q_H = \sum Q_{\text{э}} - \sum Q_V = 1000 - 588 = 412 \text{ м}^3 / \text{сут} = 4,77 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{с},$$

а из первого – давления нагнетания  $p_H$

$$p_H = p_K - \rho_H \sum Q_V + \rho_H' \sum Q_H = 11,76 \cdot 10^6 - 0,235 \cdot 10^9 \cdot 6,8 \cdot 10^{-3} +$$

$$+ 0,791 \cdot 10^8 \cdot 4,77 \cdot 10^{-3} = 11,52 \text{ МПа}.$$

Так как  $\sum Q_V > 0$ , то в действительности имеет место приток жидкости в пласт, а не утечка за контур питания.

#### Задача 23

Используя данные предыдущей задачи, определить давление нагнетания  $p_H$ , количество нагнетаемой жидкости  $\sum Q_H$  и величину утечки за контур питания  $\sum Q_V$ , если поменять местами ряды эксплуатационных и нагнетательных скважин (т.е. рассмотреть случай заводнения со стороны непроницаемой границы) и принять давление на контуре питания  $p_K = 9,8 \text{ МПа}$ .

#### 5.4. Влияние гидродинамического несовершенства скважины на ее дебит

Скважина называется гидродинамически совершенной, если она вскрывает пласт на всю толщину и забой скважины открытый, т.е. вся вскрытая поверхность забоя является фильтрующей поверхностью. Поток жидкости к совершенной скважине — плоский фильтрационный поток.

Если скважина с открытым забоем вскрывает пласт не на всю толщину, а только на некоторую величину  $b$ , или если скважина сообщается с пластом через отдельные отверстия, то фильтрация жидкости или газа будет пространственной (трехмерной), а скважина — гидродинамически несовершенной.

Различают три вида несовершенства скважин:

1) скважина гидродинамически несовершенная по степени вскрытия пласта — это скважина с открытым забоем, вскрывшая пласт не на всю мощность;

2) скважина гидродинамически несовершенная по характеру вскрытия пласта — скважина, вскрывающая пласт от кровли до подошвы, но сообщаемая с пластом через отверстия в колонне труб, в цементном кольце или в специальном фильтре;

3) скважина гидродинамически несовершенная как по степени вскрытия пласта, так и по характеру вскрытия.

Дебит скважины, несовершенной по степени вскрытия, можно определить по формуле М.Маскета, если радиус пласта  $R_K \geq \frac{1}{2}h$ ,

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{p_K - p_c}{\xi}, \quad (5.61)$$

где

$$\xi = \frac{1}{2h} \left[ 2 \ln \frac{4h}{r_c} - \varphi(\bar{h}) \right] - \ln \frac{4h}{R_K}, \quad (5.62)$$

и относительное вскрытие пласта  $\bar{h} = b/h$ .

Функция  $\varphi(\bar{h})$  имеет следующее аналитическое выражение:

$$\varphi(\bar{h}) = \ln \frac{\Gamma(0,875\bar{h}) * \Gamma(0,125\bar{h})}{\Gamma(1-0,875\bar{h}) * \Gamma(1-0,125\bar{h})}, \quad (5.63)$$

где  $\Gamma$  — интеграл Эйлера второго рода или, иначе, гамма-функция, для которой имеются таблицы в математических справочниках;  $\varphi(\bar{h})$  представлена графически на рис.5.16.

Для скважины в пласте бесконечной толщины (рис.5.17) можно найти дебит при помощи формулы Н.К.Гиринского:

$$Q = \frac{2\pi kb}{\mu} \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{1,6b}{r_c}} \quad (5.64)$$

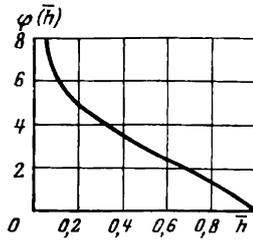


Рис. 5.16

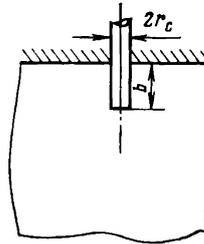


Рис. 5.17

Дебит скважины гидродинамически несовершенной как по степени, так и по характеру вскрытия пласта можно подсчитать по формуле

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \left( \ln \frac{R_K}{r_c} + C_1 + C_2 \right)}, \quad (5.65)$$

где  $C_1$  – безразмерная величина, определяющая дополнительное фильтрационное сопротивление, обусловленное несовершенством скважины по степени вскрытия пласта;  $C_2$  – безразмерная величина, определяющая дополнительное фильтрационное сопротивление, вызванное несовершенством скважины по характеру вскрытия пласта.

$C_1$  и  $C_2$  находят из графиков В.И. Щурова, построенных по результатам исследования притока жидкости к скважинам с двойным видом несовершенства на электролитических моделях.

Величина  $C_1$  представлена на рис.5.18 в зависимости от параметров  $a = h / D_c$  и  $\bar{h} = b / h$ .

На рис.5.19, 5.20, 5.21 дана зависимость  $C_2$  от трех параметров:

$$nD_c, \quad l = \Gamma / D_c \quad \text{и} \quad \alpha = d_0 / D_c,$$

где  $n$  – число перфорационных отверстий на 1 м;  $D_c$  – диаметр скважины в м;  $l$  – глубина проникновения пуль в породу;  $d_0$  – диаметр отверстий.

Соответствие между кривыми и значениями параметра  $\alpha = d_0 / D_c$  видно из следующих данных:

Номер кривой	1	2	3	4	5	6	7
$\alpha$	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09

Формулу (5.65) можно записать иначе, введя в нее приведенный радиус скважины

$$r'_c = r_c * e^{-(c_1+c_2)} = r_c e^{-C}, \quad (5.66)$$

т.е. радиус такой совершенной скважины, дебит которой равен дебиту несовершенной скважины,

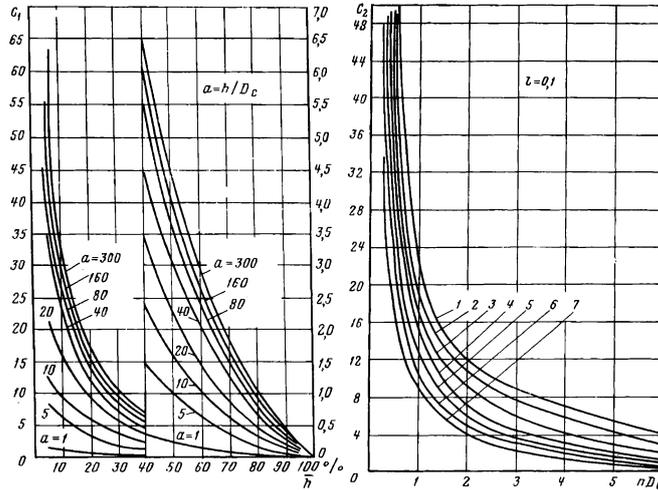


Рис.5.18

Рис.5.19

В литературе приводятся графики  $\delta$ , которые можно использовать для оценки  $C$ .

$$Q = \frac{2\pi kh(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_c}}. \quad (5.67)$$

Иногда гидродинамическое несовершенство скважин учитывается при помощи коэффициента совершенства скважины

$$\delta = \frac{Q}{Q_{сов}}, \quad (5.68)$$

где  $Q$  – дебит несовершенной скважины;  $Q_{сов}$  – дебит совершенной скважины в тех же условиях.

Коэффициент совершенства скважины  $\delta$  и величина  $C=C_1+C_2$  связаны между собой зависимостью

$$\delta = \frac{\ln \frac{R_K}{r_c}}{\ln \frac{R_K}{r_c} + C} \quad (5.69)$$

или

$$C = \left( \frac{1}{\delta} - 1 \right) \ln \frac{R_K}{r_c}. \quad (5.70)$$

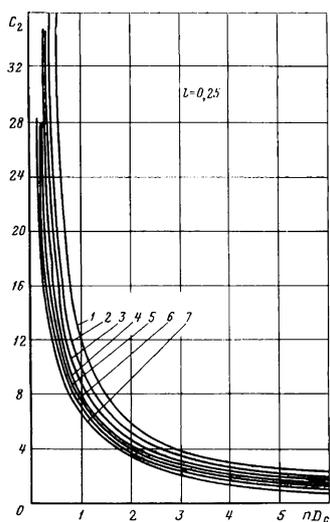


Рис.5.20

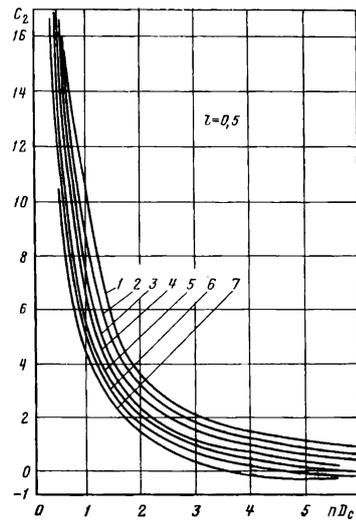


Рис.5.21

#### Задача 24

Используя график В.И.Щурова, найти коэффициенты  $C_1$  и  $C_2$ , определяющие дополнительные фильтрационные сопротивления, обусловленные несовершенством скважины, соответственно по степени и по характеру вскрытия, а также приведенный радиус скважины  $r'_c$ , считая, что нефть притекает к скважине диаметром  $d_c=24,7$  см, несовершенной как по степени, так и по характеру вскрытия. Толщина пласта  $h=12$  м, вскрытие пласта  $b=7$  м, число прострелов на 1 м вскрытой толщины пласта  $n=17$  отв./м, глубина

проникновения пуль в породе  $l'=6,25$  см, диаметр отверстия  $d_0=1,1$  см.

#### Задача 25

Определить коэффициент совершенства скважины, несовершенной по характеру вскрытия. Забой скважины обсажен и перфорирован при помощи кумулятивного перфоратора, число круглых отверстий на 1 м  $n=10$ , диаметр отверстия  $d_0=16$  мм, длина канала  $l'=100$  мм, радиус скважины  $r_c=10$  см, расстояние до контура питания  $R_k=500$  м.

#### Задача 26

Определить коэффициент  $C_1$ , учитывающий дополнительное фильтрационное сопротивление, приведенный радиус  $r'_c$  и коэффициент совершенства  $\delta$  гидродинамически несовершенной по степени вскрытия скважины радиусом  $r_c=0,1$  м, находящейся в пласте с круговым контуром питания. Толщина пласта  $h=16$  м, толщина вскрытой части пласта  $b=9,6$  м, радиус контура питания  $R_k=1$  км.

### 5.5. Установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости в неоднородных пластах

Проницаемость в различных точках продуктивных пластов не является строго постоянной величиной. Иногда изменение

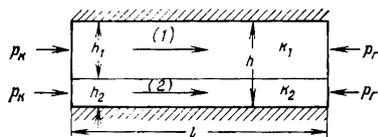


Рис.5.22

проницаемости по пласту носит столь хаотичный характер, что пласт можно рассматривать в среднем однородно проницаемым. Если изменение проницаемости носит не случайный характер,

а на значительном протяжении пласта имеют место определенные закономерности в изменении проницаемости, тогда движение жидкостей и газов существенно отличается от движения их в однородных пластах.

Отметим следующие простейшие случаи неоднородности пластов.

1. Пласт состоит из проницаемость в среднем нескольких слоев (рис.5.22, одинакова и скачкообразно 5.23). В пределах каждого слоя изменяется при переходе от одного

слоя к другому. Допустим, что все  $n$  слоев

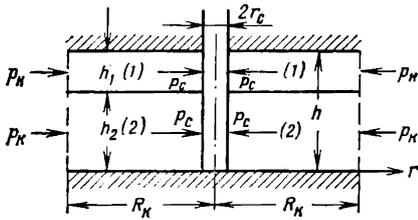


Рис.5.23

горизонтальны, толщина  $i$ -го слоя  $h_i$ , проницаемость соответствующего слоя  $k_i$ . На одном конце каждого слоя давление равно  $p_k$ , на другом -  $p_c$ .

Если движение жидкости - прямолинейно-параллельное (см. рис.5.22) по закону Дарси, то распределение давления  $p$  в каждом слое линейное и характеризуется уравнением

$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{l} x; \quad (5.71)$$

дебит потока вычисляется по формуле

$$Q = \frac{B(p_k - p_c)}{\mu l} \sum_{i=1}^n k_i h_i, \quad (5.72)$$

а средний коэффициент проницаемости по формуле

$$k_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n k_i h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}. \quad (5.73)$$

В случае плоскорадиального движения жидкости в многослойном пласте к гидродинамически совершенной скважине по закону Дарси (см. рис.5.23) давление в каждом слое меняется по логарифмическому закону

$$p = p_k - \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (5.74)$$

дебит скважины определяется по формуле

$$Q = \frac{2\pi(p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}} \sum_{i=1}^n k_i h_i, \quad (5.75)$$

а средний коэффициент проницаемости пласта и в этом случае находится по (5.73).

2. Пласт состоит из нескольких зон различной проницаемости (рис.5.24, 5.25). На границе двух зон проницаемость меняется скачкообразно; в пределах одной и той же зоны проницаемость в среднем одинакова. С неоднородностью такого рода можно встретиться, например, при соприкосновении двух разных пластов вдоль сброса или в случае наличия порога фациальной изменчивости одного и того же пласта.

Допустим, что горизонтальный пласт толщиной  $h$ , длиной  $l$  с непроницаемыми кровлей и подошвой состоит из  $n$  зон различной проницаемости. Длина  $i$ -й зоны  $l_i$ , коэффициент проницаемости  $k_i$  (см. рис.5.24).

При прямолинейно-параллельной фильтрации жидкости в таком пласте по закону Дарси дебит фильтрационного потока подсчитывается по формуле

$$Q = \frac{Bh(p_K - p_r)}{\mu \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}}, \quad (5.76)$$

где  $B$  - ширина потока.

Средний коэффициент проницаемости

$$k_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}} = \frac{l}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}}. \quad (5.77)$$

При  $n=2$  распределение давления в первой зоне  $p_1$  и во второй -  $p_2$  описываются уравнениями:

$$p_1 = p_K - \frac{(p_K - p_r)k_2}{l_1k_2 + l_2k_1} x; \quad 0 \leq x \leq l_1, \quad (5.78)$$

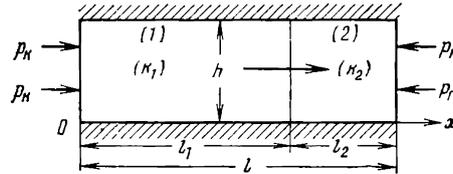


Рис.5.24

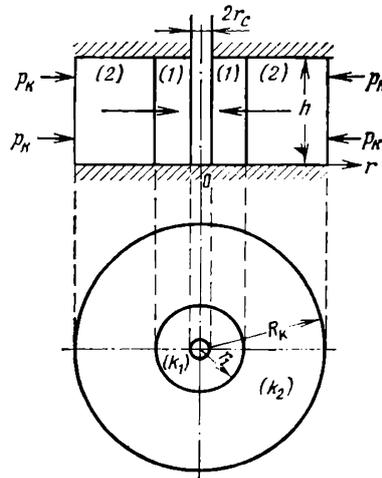


Рис.5.25

$$p_2 = p_\Gamma - \frac{(p_K - p_\Gamma)k_1}{l_1k_2 + l_2k_1}(l - x); \quad l_1 \leq x \leq l.$$

$$k_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}} = \frac{l}{\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{k_i}}. \quad (5.77)$$

При  $n=2$  распределение давления в первой зоне  $p_1$  и во второй -  $p_2$  описывается уравнениями:

$$p_1 = p_K - \frac{(p_K - p_\Gamma)k_2}{l_1k_2 + l_2k_1}x; \quad 0 \leq x \leq l_1, \quad (5.78)$$

$$p_2 = p_\Gamma - \frac{(p_K - p_\Gamma)k_1}{l_1k_2 + l_2k_1}(l - x); \quad l_1 \leq x \leq l.$$

Если при плоскорадиальном притоке жидкости к гидродинамически совершенной скважине по закону Дарси зоны различной проницаемости пласта имеют кольцеобразную форму (см. рис.5.25), то формула дебита скважины имеет вид

$$Q = \frac{2\pi h(p_K - p_C)}{\mu \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}, \quad (5.79)$$

где  $k_i$  - коэффициент проницаемости зоны за номером  $i$ ;  $r_{i-1}$  и  $r_i$  - соответственно внутренний и внешний радиусы этой зоны, причем  $r_0 = r_c$ , а  $r_n = R_K$ .

Средний коэффициент проницаемости в этом случае находится по формуле

$$k_{cp} = \frac{\ln \frac{R_K}{r_c}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} \ln \frac{r_i}{r_{i-1}}}. \quad (5.80)$$

При  $n=2$  распределение давления в первой зоне  $p_1$  и во второй зоне  $p_2$  определяется по формулам:

$$p_1 = p_C + \frac{(p_K - p_C) \ln \frac{r}{r_c}}{\ln \frac{r_1}{r_c} + \frac{k_1}{k_2} \ln \frac{R_K}{r_1}}; \quad r_c \leq r \leq r_1, \quad (5.81)$$

$$p_2 = p_K + \frac{k_1 (p_K - p_C) \ln \frac{r}{R_K}}{\ln \frac{r_1}{r_C} + \frac{k_1}{k_2} \ln \frac{R_K}{r_1}}; \quad r_1 \leq r \leq R_K.$$

3. Проницаемость пласта непрерывно изменяется, увеличиваясь или уменьшаясь в каком-либо направлении. Допустим, что при плоскорадиальном течении коэффициент проницаемости изменяется по линейному закону

$$k = a + br = \frac{k_C R_K - k_0 r_C}{R_K - r_C} + \frac{k_0 - k_C}{R_K - r_C} r.$$

У забоя скважины коэффициент проницаемости равен  $k_C$ , а на контуре питания ( $r=R_K$ )  $k = k_0$ .

Фильтрация жидкости происходит по закону Дарси. В этом случае формула для дебита имеет вид

$$Q = \frac{2\pi h (p_K - p_C)}{\mu \int_{r_C}^{R_K} \frac{dr}{rk(r)}} = \frac{2\pi h (p_K - p_C) (k_C R_K - k_0 r_C)}{\mu (R_K - r_C) \left( \ln \frac{R_K}{r_C} + \ln \frac{k_C}{k_0} \right)}. \quad (5.82)$$

#### Задача 27

Определить средневзвешенный по толщине коэффициент проницаемости пласта, представленного несколькими проницаемыми пропластками, разделенными глинистыми пропластками. Жидкость движется в направлении напластования. Толщина и коэффициент проницаемости каждого пропластка указаны ниже.

Проласток	Толщина, м	Проницаемость, мкм <sup>2</sup>
I	5	0,6
II	8	0,2
III	3	0,9

#### Задача 28

Определить средневзвешенный по длине коэффициент проницаемости неоднородного пласта, состоящего из двух пластов, соединенных последовательно (см. рис.5.24). Первый пласт имеет длину  $l_1=8$  км и  $k_1=0,5$  мкм<sup>2</sup>, второй пласт — длину  $l_2=1$  км и  $k_2=1$  мкм<sup>2</sup>,  $p_K=9,8$  МПа,  $p_C=4,9$  МПа. Построить график распределения давления в пласте.

### Задача 29

Определить средний коэффициент проницаемости пласта в зоне радиуса  $R_k=500$  м, если первоначальный коэффициент проницаемости всего пласта  $k_2=1,2$  мкм<sup>2</sup>, а затем в результате запарафинирования коэффициент проницаемости призабойной зоны радиусом  $r_l=30$  м снизился до  $k_l=0,15$  мкм<sup>2</sup>. Радиус скважины  $r_c=0,1$  м.

### Задача 30

Скважина радиусом  $r_c=10$  см эксплуатирует пласт радиусом  $R_k=10$  км с коэффициентом проницаемости  $k_2$ . Во сколько раз изменится дебит скважины, если:

а) проницаемость в призабойной зоне радиуса  $r=0,5$  м возрастет в 10 раз в результате ее обработки ( $k_l:k_2=10$ )?

б) проницаемость этой же призабойной зоны ухудшится в 10 раз ( $k_l:k_2=0,1$ )?

в) рассмотреть ту же задачу при  $r=5$  м. Сравнить полученные результаты.

### Задача 31

Какие давления должны быть на забое скважины радиуса  $r_c=10$  см, чтобы получать один и тот же дебит для случаев: 1) когда пласт радиуса  $R_k=10$  км по простиранию однородный с коэффициентом проницаемости  $k_2=1$  мкм<sup>2</sup>; 2) когда пласт делится на две зоны с  $k_l=0,15$  мкм<sup>2</sup> в призабойной зоне радиуса  $r_l=5$  м и  $k_2=1$  мкм<sup>2</sup> в остальной части пласта? Пластовое давление  $p_k=14,7$  МПа, депрессия в однородном пласте  $p_k-p_c=2,94$  МПа.

**Решение.** По условию задачи дебит однородного пласта

$$Q = \frac{2\pi k_2 h (p_k - p_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}}$$

равен дебиту неоднородного пласта

$$Q_1 = \frac{2\pi h (p_k - p_c)}{\mu \left( \frac{1}{k_1} \ln \frac{r_l}{r_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_k}{r_l} \right)},$$

откуда

$$\frac{p_K - p'_C}{p_K - p_C} = \frac{k_2 \left( \frac{1}{k_1} \ln \frac{r_1}{r_c} + \frac{1}{k_2} \ln \frac{R_K}{r_1} \right)}{\ln \frac{R_K}{r_c}} = \frac{1000 \lg 50 + \lg \frac{10000}{5}}{150 \lg \frac{10000}{0,1}} = 2,92,$$

$$p_C = p_K - 2,94 = 14,7 - 2,94 = 11,76 \text{ МПа},$$

$$p'_C = p_K - (p_K - p_C) \cdot 2,92 = 14,7 - 2,94 \cdot 2,92 = 6,11 \text{ МПа},$$

т. е. давление на забое скважины должно быть снижено почти в 2 раза для поддержания дебита.

## 5.6. Установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости и газа

### 5.6.1. Аналогия между установившейся фильтрацией сжимаемой жидкости (газа) и несжимаемой жидкости.

#### Функция Лейбензона

При установившейся фильтрации сжимаемой жидкости и газа массовый расход во всех поперечных сечениях пласта одинаков

$$Q_m = const, \quad (5.83)$$

а объемный расход возрастает по мере падения давления за счет расширения жидкости или газа.

Принято называть функцию

$$P = \int \rho dp + C \quad (5.84)$$

функцией Л.С.Лейбензона.

Целесообразность введения этой функции видна из сопоставления формул, выражающих закон Дарси в дифференциальной форме для несжимаемой жидкости

$$Q = -\frac{k}{\mu} \frac{dp}{ds} \omega(s), \quad (5.85)$$

где  $Q$  - постоянный объемный расход жидкости, и для сжимаемой жидкости или газа

$$Q_m = -\frac{k}{\mu} \rho \frac{dp}{ds} \omega(s) = -\frac{k}{\mu} \frac{dP}{ds} \omega(s), \quad (5.86)$$

где  $Q_m$  - постоянный массовый расход;  $dP = \rho dp$  - дифференциал функции Лейбензона.

Выражения (5.85) и (5.86) являются однотипными дифференциальными уравнениями, в которых объемному расходу  $Q$  в уравнении (5.85) соответствует массовый расход  $Q_m$  в формуле (5.86), а давлению в (5.85) - функция Лейбензона в (5.86).

Отсюда следует вывод, что все формулы, полученные для установившейся фильтрации несжимаемой жидкости по закону Дарси, можно использовать при установившейся фильтрации сжимаемой жидкости и газа при тех же граничных условиях со следующей заменой переменных:

Несжимаемая жидкость	Сжимаемая жидкость или газ
Объемный расход $Q$	Массовый расход $Q_m$
Давление $p$	Функция Лейбензона $P$
Объемная скорость фильтрации $\omega$	Массовая скорость фильтрации $\rho\omega = Q_m / \omega$

### 5.6.2. Установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости

Для сжимаемой капельной жидкости, следующей закону Гука, уравнение состояния, выражающее зависимость плотности жидкости от давления, определяется соотношением

$$\rho = \rho_0 e^{\beta_{ж}(p-p_0)} = \rho_0 e^{\frac{p-p_0}{K_{ж}}}, \quad (5.87)$$

где  $\beta_{ж}$  - коэффициент объемного сжатия жидкости, а  $K_{ж} = 1/\beta_{ж}$  - модуль упругости жидкости.

Так как  $\beta_{ж}(p-p_0) \ll 1$ , раскладывая в ряд  $e^{\beta_{ж}(p-p_0)}$  и ограничиваясь двумя первыми членами ряда, приближенно можно записать

$$\rho \approx \rho_0 [1 + \beta_{ж}(p-p_0)]. \quad (5.88)$$

Точное значение функции Лейбензона для сжимаемой жидкости равно

$$P = \int \rho dp + C = \int \rho_0 e^{\beta_{ж}(p-p_0)} dp + C = \frac{\rho}{\beta_{ж}} + C \quad (5.89)$$

Приближенное значение функции Лейбензона

$$P = \int \rho_0 [1 + \beta_{ж}(p-p_0)] dp + C. \quad (5.90)$$

Так как обычно  $\beta_{ж}(p - p_0) \ll 1$ , то можно принять

$$P \approx \rho_0 p + C, \quad (5.91)$$

т. е. считать жидкость несжимаемой и рассчитывать установившееся течение по формулам, выведенным для фильтрации несжимаемой жидкости.

### 5.6.3. Установившаяся фильтрация идеального газа

Уравнение состояния идеального газа при изотермическом течении можно записать так:

$$\frac{P}{\rho} = \frac{P_{am}}{\rho_{am}} = RT, \quad (5.92)$$

где  $\rho_{am}$  - плотность газа при атмосферном давлении и пластовой температуре.

Отсюда

$$\rho = \frac{\rho_{am} P}{P_{am}}, \quad (5.93)$$

поэтому функция Лейбенса для идеального газа имеет вид

$$P = \int \rho dp + C = \int \frac{\rho_{am} P}{P_{am}} dp + C = \frac{\rho_{am} P^2}{2 P_{am}} + C, \quad (5.94)$$

где  $p$  - абсолютное давление.

1. Рассмотрим параллельно-струйную фильтрацию идеального газа по закону Дарси. При параллельно-струйной фильтрации несжимаемой жидкости объемный расход определяется по формуле (5.13); используя аналогию между течением несжимаемой жидкости и газа, о которой говорилось в п.5.6.1, запишем для газа формулу массового расхода

$$Q_m = \frac{k(P_K - P_r)}{\mu l} B h, \quad (5.95)$$

или с учетом (5.94)

$$Q_m = \frac{k \rho_{am} (P_K^2 - P_r^2)}{\mu * 2 P_{am} l} B h, \quad (5.96)$$

Приведенным расходом  $Q_{am}$  назовем объемный расход, приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре:

$$Q_{am} = \frac{Q_m}{\rho_{am}}. \quad (5.97)$$

Из формулы (5.96) получим

$$Q_m = \frac{k(p_K^2 - p_\Gamma^2)Bh}{2\mu\rho_{am}l}. \quad (5.98)$$

Заменяя в формуле (5.14), выражающей закон распределения давления при параллельно-струйной фильтрации несжимаемой жидкости,  $p$  на  $P$ , получим распределение функции Лейбензона по линейному закону

$$P = P_K - \frac{P_K - P_\Gamma}{l}x, \quad (5.99)$$

и, используя формулу (5.94), - распределение давления по параболическому закону

$$p^2 = p_K^2 - \frac{p_K^2 - p_\Gamma^2}{l}x. \quad (5.100)$$

Средневзвешенное по объему пласта давление газа:

$$\tilde{p} = \frac{2}{3} \frac{p_K^3 - p_\Gamma^3}{p_K^2 - p_\Gamma^2}. \quad (5.101)$$

2. При плоскорадиальной фильтрации газа в соответствии с формулой Дюпюи (5.16) получим формулу для массового дебита газа

$$Q_m = \frac{2\pi kh(P_K - P_\Gamma)}{\mu \ln \frac{R_K}{r_C}}. \quad (5.102)$$

Подставляя значение функции Лейбензона (5.96) в предыдущую формулу, найдем

$$Q_m = \frac{\pi kh\rho_{am}(p_K^2 - p_C^2)}{\mu\rho_{am} \ln \frac{R_K}{r_C}}, \quad (5.103)$$

а выражение для объемного дебита газовой скважины, приведенного к атмосферному давлению и пластовой температуре, получим в виде

$$Q_{am} = \frac{\pi kh(p_K^2 - p_C^2)}{\mu p_{am} \ln \frac{R_K}{r_c}}. \quad (5.104)$$

Заменяя в формуле (5.18)  $p$  на  $P$ , получим логарифмический закон распределения  $P$  при плоскорадиальной фильтрации газа

$$P = P_K - \frac{P_K - P_C}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}, \quad (5.105)$$

откуда, используя (5.94), найдем закон распределения давления

$$p = \sqrt{p_K^2 - \frac{p_K^2 - p_C^2}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}}. \quad (5.106)$$

Средневзвешенное пластовое давление газа при установившейся плоскорадиальной фильтрации по закону Дарси определяется приближенно по формуле

$$\tilde{p} = p_K \left[ 1 - \frac{\left(\frac{p_C}{p_K}\right)^2}{2} \left( \frac{1}{2 \ln \frac{R_K}{r_c}} - \frac{1}{\frac{R_K^2}{r_c^2} - 1} \right) \right]. \quad (5.107)$$

3. В случае плоскорадиальной фильтрации идеального газа при нелинейном законе фильтрации, выраженном формулой (5.8), дебит скважины, приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре, определяется по формуле

$$p_K^2 - p_C^2 = \frac{\mu p_{am}}{\pi kh} \ln \frac{R_K}{r_c} Q_{am} + \frac{\beta^* \rho_{am} p_{am}}{2\pi^2 h^2} \left( \frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_K} \right) Q_{am}^2. \quad (5.108)$$

#### 5.6.4. Установившаяся фильтрация реального газа

При больших давлениях уравнение состояния реального газа отличается от уравнения Клапейрона и имеет вид

$$\frac{p}{\rho} = zRT, \quad (5.109)$$

где  $z=z(p_r, T_r)$  - коэффициент сверхсжимаемости газа, учитывающий отклонение реального газа от идеального и зависящий от приведенных давления и температуры:

$$p_r = \frac{p}{p_{ср.кр.}}, \quad T_r = \frac{T}{T_{ср.кр.}}$$

и определяемый по графику. Здесь  $p_{ср.кр.}$  и  $T_{ср.кр.}$  - соответственно среднекритическое давление и среднекритическая температура. Так как природный газ состоит из различных компонентов (метан, этан, пропан и др.), то предварительно нужно вычислить значения  $p_{ср.кр.}$  и  $T_{ср.кр.}$  по формулам:

$$p_{ср.кр.} = \frac{\sum n_j p_{крj}}{\sum n_j}, \quad T_{ср.кр.} = \frac{\sum n_j T_{крj}}{\sum n_j},$$

где  $n_j$  - содержание  $j$ -го компонента в газе, об. %;  $p_{крj}$  и  $T_{крj}$  - критическое давление и температура  $j$ -го компонента соответственно.

Динамический коэффициент вязкости природного (реального) газа зависит от давления и температуры. Считая процесс изотермическим, нужно учитывать зависимость  $\mu(p)$ . На основании экспериментальных исследований построены графики, по которым с точностью до 6% можно найти значения динамического коэффициента вязкости природного газа при различных давлениях и температурах в зависимости от относительной плотности по воздуху.

Для определения массового дебита реального газа или закона распределения давления нужно записать закон Дарси для бесконечно малого элемента пласта и, учитывая зависимость  $\mu(p)$  и формулу (5.109), проинтегрировать его графоаналитическим методом. Если давление в пласте меняется в небольшом интервале, то можно аппроксимировать зависимость  $p/\mu(p)z(p)$  простой алгебраической функцией, взять интеграл аналитически и получить аналитическое выражение для дебита и закона распределения давления.

### Задача 32

Определить проницаемость песка, если через трубу диаметром  $d=200$  мм и длиной  $l=12$  м, заполненную этим песком, пропускался воздух вязкостью  $0,018$  мПа·с при перепаде давления, равном

$4,41 \cdot 10^4$  Па; избыточные давления в начале и в конце трубы составляют  $p_1=0,98 \cdot 10^5$  Па,  $p_2=0,539 \cdot 10^5$  Па. Средний расход воздуха, приведенный к атмосферному давлению, равен  $250 \text{ см}^3/\text{с}$ . Атмосферное давление принять равным  $p_{am}=0,98 \cdot 10^5$  Па, температуру  $t=20^\circ\text{C}$ .

### Задача 33

Сравнить распределение давления в пласте в случаях установившейся плоскорадиальной фильтрации газа и несжимаемой жидкости по закону Дарси при одинаковых граничных условиях:  $r_c=0,1 \text{ м}$ ,  $p_c=5 \text{ МПа}$ ,  $R_k=750 \text{ м}$ ,  $p_k=10 \text{ МПа}$ .

**Решение.** Определим, какая часть (в процентах) депрессии  $p_k - p_c$  теряется при движении несжимаемой жидкости и газа в пласте на расстоянии  $r - r_c$ .

$$\delta = \frac{p - p_c}{p_k - p_c} * 100\%.$$

Из закона распределения давления в несжимаемой жидкости

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}$$

получим

$$\delta_{ж} = \frac{\ln(r / r_c)}{\ln(R_k / r_c)} 100 = \frac{\lg(r / r_c)}{\lg(R_k / r_c)} 100.$$

Из закона распределения давления газа

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}}$$

найдем

$$\delta_{г} = \frac{1}{p_k - p_c} \left( \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}} - p_c \right) 100.$$

Задаваясь различными значениями  $r/r_c$ , подсчитаем  $\delta_{ж}$  и результаты представим на рис.5.26 и в табл.5.1

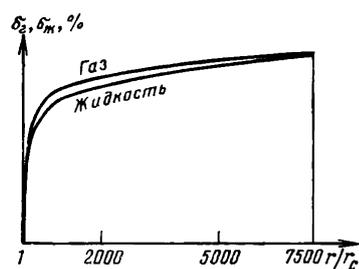


Рис. 5.26

Таблица 5.1

$r/r_c$	$\delta_{ж}, \%$	$\delta_{г}, \%$
1	0	0
2	7,77	11,0
5	18,05	24,2
10	25,8	33,2
100	51,6	59,6
500	69,7	75,8
1000	77,6	82,4
5000	95,5	96,7
7500	100	100

#### Задача 34

В пласте имеет место установившаяся плоскорадиальная фильтрация газа по закону Дарси. Абсолютное давление на контуре питания  $p_k=9,8$  МПа, давление на забое скважины  $p_c=6,86$  МПа, приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре объемный расход газа  $Q_{ам}=8 \cdot 10^5$  м<sup>3</sup>/сут. Радиус контура питания  $R_k=750$  м, радиус скважины  $r_c=0,1$  м, толщина пласта  $h=10$  м, пористость  $m=20\%$ . Определить давление, скорость фильтрации и среднюю скорость движения газа на расстоянии  $r=50$  м от скважины.

#### Задача 35

Определить объемный приведенный к атмосферному давлению и массовый дебиты совершенной газовой скважины, считая, что фильтрация происходит по закону Дарси, если толщина пласта  $h=25$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k=0,25$  мкм<sup>2</sup>, динамический коэффициент вязкости газа  $\mu=0,014$  мПа·с, плотность газа в нормальных условиях  $\rho_{ам}=0,650$  кг/м<sup>3</sup>, радиус скважины  $r_c=0,1$  м, расстояние до контура питания  $R_k=900$  м, абсолютные давления на забое скважины  $p_c=2,94$  МПа и на контуре питания  $p_k=3,92$  МПа, газ считать идеальным.

### 5.7. Установившаяся фильтрация газированной жидкости

Если давление в пласте выше давления насыщения, то весь газ полностью растворен в жидкости и она ведет себя как однородная.

При снижении давления ниже давления насыщения из нефти выделяются пузырьки газа. По мере приближения к забою скважины давление падает и размеры пузырьков увеличиваются вследствие расширения газа и одновременно происходит выделение из нефти новых пузырьков газа. Здесь мы имеем дело с фильтрацией газированной жидкости, которая представляет собой двухфазную систему (смесь жидкости и выделившегося из нефти свободного газа).

При изучении фильтрации газированной жидкости рассматривают отдельно движение каждой из фаз, считая, что жидкая фаза движется в изменяющейся среде, состоящей из частиц породы и газовых пузырьков, а газовая фаза — в изменяющейся среде, состоящей из породы и жидкости. Полагая, что фильтрация происходит по линейному закону, записывают его отдельно для каждой фазы, вводя коэффициенты фазовых проницаемостей  $k_{ж}$  и  $k_{г}$ , которые меняются в пласте от точки к точке:

$$\begin{aligned} Q_{ж} &= -\frac{k_{ж}}{\mu_{ж}} \frac{dp}{ds} \omega(s), \\ Q'_{г} &= -\frac{k_{г}}{\mu_{г}} \frac{dp}{ds} \omega(s). \end{aligned} \quad (5.110)$$

Здесь  $Q'_{г}$  - дебит свободного газа в пластовых условиях.

Опытами Викова и Ботсета установлено, что фазовые проницаемости зависят главным образом от насыщенности порового пространства жидкой фазой  $\sigma$ . **Насыщенностью**  $\sigma$  называется отношение объема пор, занятого жидкой фазой, ко всему объему пор в данном элементе пористой среды. В результате опытов построены графики зависимостей относительных фазовых проницаемостей  $k_{ж}^* = k_{ж} / k$  и  $k_{г}^* = k_{г} / k$  от насыщенности  $\sigma$  для несцементированных песков (рис.5.27), для песчаников (рис.5.28), известняков и доломитов (рис.5.29); здесь  $k$  - абсолютная проницаемость породы, определяемая из данных по фильтрации однородной жидкости.

В теории фильтрации газированной жидкости вводится понятие газового фактора  $\Gamma$ , равного отношению приведенного к атмосферному давлению дебита свободного и растворенного в жидкости газа к дебиту жидкости:

$$\Gamma = \frac{Q_{г.ат}}{Q_{ж}}. \quad (5.111)$$

При установившейся фильтрации газированной жидкости газовый фактор остается постоянным вдоль линии тока.

Так как насыщенность является однозначной функцией давления, то относительную фазовую проницаемость жидкой фазы  $k'_{ж}$  можно связать с давлением и построить график  $k'_{ж}(p^*)$  (рис.5.30), где безразмерное давление

$$p^* = \frac{P}{P_{ам} \xi},$$

где

$$\xi = \Gamma \frac{\mu_{г}}{\mu_{ж}}.$$

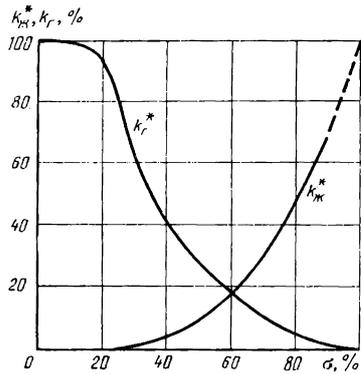


Рис.5.27

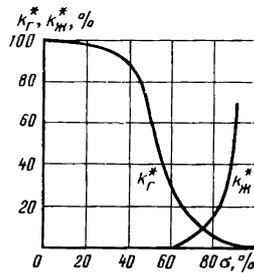


Рис.5.28

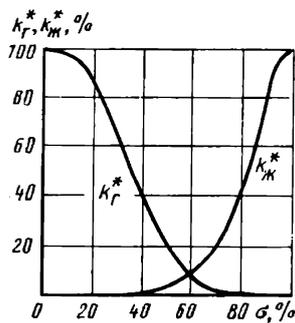


Рис.5.29

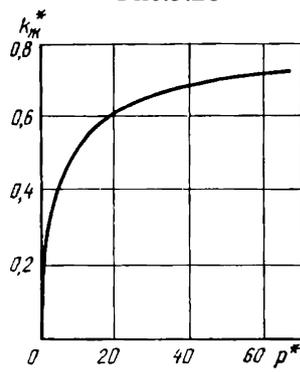


Рис.5.30

Назовем функцией С.А. Христиановича выражение

$$H = \int_0^p k_{ж}^* dp. \quad (5.112)$$

Через функцию Христиановича дебит жидкой фазы записывается по закону Дарси, в котором роль давления играет функция  $H$ :

$$Q_{ж} = -\frac{k}{\mu_{ж}} \frac{dH}{ds} \omega(s). \quad (5.113)$$

Для определения дебита жидкой фазы и распределения давления при установившемся движении газированной жидкости справедливы все формулы, выведенные для однородной несжимаемой жидкости с заменой давления на функцию Христиановича. Например, дебит жидкой фазы газированной жидкости скважины, находящейся в центре горизонтального кругового пласта, определяется согласно формуле Дюпюи:

$$Q_{ж} = \frac{2\pi kh(H_k - H_c)}{\mu_{ж} \ln \frac{R_k}{r_c}}, \quad (5.114)$$

а дебит жидкой фазы галереи шириной  $B$  в пласте длиной  $l$  равен

$$Q_{ж} = \frac{k}{\mu_{ж}} \frac{(H_k - H_r)}{l} Bh. \quad (5.115)$$

Функция Христиановича в условиях плоскорадиальной фильтрации газированной жидкости подчиняется логарифмическому закону распределения

$$H = H_k - \frac{H_k - H_c}{\ln \frac{R_k}{r_c}} \ln \frac{R_k}{r}, \quad (5.116)$$

а при параллельно-струйной фильтрации - линейному закону

$$H = H_k - \frac{H_k - H_r}{l} x. \quad (5.117)$$

При расчетах по методу Б.Б. Лапука значения функции Христиановича находят следующим образом. Путем графического интегрирования строят безразмерную функцию Христиановича

$$H = \int_0^{p^*} k_{ж}^* dp^*,$$

используя график  $k_{ж}^*(p^*)$ . Зависимость  $H^*$  от  $p^*$  представлена на рис.5.31 для трех значений  $\alpha = S\mu_{г}/\mu_{ж}p_{ам}$  ( $1-\alpha=0,020$ ;  $2-\alpha=0,015$ ;  $3-\alpha=0,010$ ). Определяют величину  $\xi = \Gamma \frac{\mu_{г}}{\mu_{ж}}$ , затем переходят от размерного давления к безразмерному при помощи формулы

$$p^* = \frac{p}{p_{ам}\xi}; \quad (5.118)$$

по рис.5.31 находят значение  $H^*$ , соответствующее подсчитанному значению  $p^*$ . Переходят к размерной функции Христиановича:

$$H = H^* \xi p_{ам}. \quad (5.119)$$

Для нахождения давления в некоторой точке пласта сначала определяют значение функции  $H$  по формуле (5.116) или (5.117), затем, используя график зависимости  $H^*(p^*)$  (см.рис.5.31), переходят к соответствующему значению давления.

Отметим, что функция Христиановича зависит, кроме давления (величины переменной в пласте), от постоянного параметра  $\alpha = S\mu_{г}/\mu_{ж}p_{ам}$ , где  $S$  - объемный коэффициент растворимости газа в жидкости.

И.А. Чарным было отмечено, что зависимость  $H^*(p^*)$ , согласно графику (см. рис.5.31), в широком диапазоне значений  $p^*$  изображается почти прямой линией (при  $p_c/p_k \geq 0,2$ ), поэтому приближенно можно принять, что

$$H^* = Ap^* + B \quad (5.120)$$

и, следовательно,

$$H_k - H_c = A(p_k - p_c), \quad (5.121)$$

где  $A \approx 0,944-21,43\alpha$ .

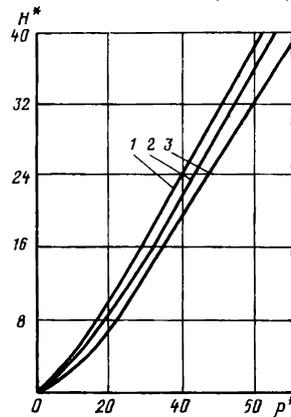


Рис.5.31

Г.Б. Пыхачев отмечает, что даже если давление в пласте меняется в широких пределах, фазовая проницаемость  $k_{ж}^*$  изменяется слабо, поэтому приближенно можно считать ее постоянной и равной значению фазовой проницаемости, соответствующей средневзвешенному давлению в пласте ( $\tilde{k}_{ж}^*$ ). При этом

$$H_K - H_C = \tilde{k}_{ж}^* (p_K - p_C). \quad (5.122)$$

#### Задача 36

В пласте имеет место фильтрация газированной нефти. Определить, при каких насыщенностях жидкостью и газом фазовая проницаемость для жидкости  $k_{жс}$  равна фазовой проницаемости для газа  $k_G$ . Найти величину этой фазовой проницаемости, если абсолютная проницаемость пористой среды  $k=0,8$  мкм<sup>2</sup>. Рассмотреть случаи, когда коллектор представлен несцементированным песком, песчаником, известняками и доломитами.

**Указание.** Воспользоваться графиками зависимостей фазовых проницаемостей от насыщенности жидкостью порового пространства (см. рис. 5.27, 5.28, 5.29).

#### Задача 37

Через пористую среду, представленную несцементированным песком, фильтруется газированная жидкость. Абсолютная проницаемость пористой среды  $k=5$  мкм<sup>2</sup>, вязкость жидкости  $\mu_{ж}=1$  мПа·с, вязкость газа  $\mu_G=0,012$  мПа·с, насыщенность жидкостью порового пространства  $\sigma=65\%$ .

Определить фазовые проницаемости  $k_{ж}$  и  $k_G$ ; сравнить сумму фазовых проницаемостей с абсолютной проницаемостью пористой среды, найти отношения скоростей фильтрации жидкости и газа  $\omega_{ж} / \omega_G$  и скоростей движения  $v_{ж} / v_G$ .

#### Задача 38

В полосообразном пласте происходит установившаяся параллельно-струйная фильтрация газированной жидкости по закону Дарси. Ширина пласта  $B=600$  м, длина пласта  $L=3$  км, толщина  $h=10$  м, абсолютная проницаемость пласта  $k=0,15$  мкм<sup>2</sup>, коэффициенты вязкости нефти и газа в пластовых условиях соответственно равны  $\mu_{ж}=1,12$  мПа·с,  $\mu_G=0,014$  мПа·с,

коэффициент растворимости газа в нефти  $S=1,22 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{м}^3 \cdot \text{Па}$ , газовый фактор  $\Gamma=350 \text{ м}^3/\text{м}^3$ . Давление на контуре питания  $p_k=14,7 \text{ МПа}$ , на забое галереи поддерживается давление  $p_c=10,8 \text{ МПа}$ .

Определить дебит галереи и давление в точке, расположенной на расстоянии  $x=2,5 \text{ км}$  от контура питания.

**Указание.** Воспользоваться графиком зависимости функции  $H^*$  от безразмерного давления  $p^*$  (рис.5.31).

### Задача 39

В центре нефтяного пласта радиуса  $R_k=350 \text{ м}$  находится эксплуатационная скважина радиуса  $r_c=0,1 \text{ м}$ .

В каждой точке пласта давление насыщения, поэтому имеет место движение газированной нефти. Определить дебиты нефти и газа, распределение давления в пласте и построить индикаторную диаграмму, если давление на забое скважины  $p_c=8,82 \text{ МПа}$ , давление на контуре питания  $p_k=13,2 \text{ МПа}$ , абсолютная проницаемость пласта  $k=0,1 \text{ мкм}^2$ , толщина пласта  $h=10 \text{ м}$ , коэффициенты вязкости нефти  $\mu_H=1,2 \text{ мПа} \cdot \text{с}$  и газа  $\mu_\Gamma=0,012 \text{ мПа} \cdot \text{с}$ , коэффициент растворимости газа в нефти  $S=1,53 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{м}^3 \cdot \text{Па}$ , газовый фактор  $\Gamma=400 \text{ м}^3/\text{м}^3$ ,  $p_{ам}=1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$ .

Зависимость  $H^*$  от  $p^*$  для  $\alpha=0,015$  приведена ниже.

$p^*$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$H^*$	0	0,1	0,3	0,6	0,95	1,32	1,72	2,15	2,61	3,08	3,56
$p^*$	12	14	18	20	22	24	26	28	30	32	34
$H^*$	4,56	5,65	7,85	9	10,18	11,36	12,56	13,76	15	16,25	17,50

**Решение.** Дебит нефти при установившейся плоскорадиальной фильтрации газированной жидкости определим по формуле

$$Q_H = \frac{2\pi kh(H_k - H_c)}{\mu_H \ln \frac{R_k}{r_c}},$$

для чего найдем значения функции Христиановича  $H_k$  и  $H_c$  при давлениях  $p_k$  и  $p_c$ . Подсчитаем коэффициент  $\alpha = S \frac{\mu_\Gamma}{\mu_\Gamma} p_{ам}$ , который является параметром для определения функции Христиановича  $H$ :

$$\alpha = 1,53 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{0,012}{1,2} \cdot 1,01 \cdot 10^5 = 0,0154.$$

Определим значение безразмерного газового фактора

$$\xi = \frac{\mu_{\Gamma}}{\mu_H} \Gamma = \frac{0,012}{1,2} \cdot 400 = 4$$

и безразмерные давления на контуре питания и на забое скважины:

$$p_K^* = \frac{p_K}{\xi p_{am}} = \frac{135}{4 \cdot 1,03} = 32,8;$$

$$p_C^* = \frac{p_C}{\xi p_{am}} = \frac{90}{4 \cdot 1,03} = 21,8.$$

По таблице зависимости между безразмерными значениями давления  $p^*$  и функции Христиановича  $H$  при  $\alpha=0,015$  найдем  $H_K^* = 16,75$  и  $H_C^* = 10,06$  и перейдем к размерным значениям

$$H_K = H_K^* \xi p_{am} = 16,75 \cdot 4 \cdot 1,01 \cdot 10^5 = 6,77 \text{ МПа},$$

$$H_C = H_C^* \xi p_{am} = 10,06 \cdot 4 \cdot 1,01 \cdot 10^5 = 4,06 \text{ МПа}.$$

При этом дебит нефти

$$Q_H = \frac{6,28 \cdot 0,1 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot (6,77 - 4,06) \cdot 10^6}{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{350}{0,1}} = 1,78 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{с} = 154 \text{ м}^3 / \text{сут};$$

дебит газа

$$Q_{\Gamma,AT} = Q_H \Gamma = 154 \cdot 400 = 61600 \text{ м}^3 / \text{сут}.$$

Распределение функции Христиановича в пласте определяется по формуле

$$H = H_K - \frac{H_K - H_C}{\ln \frac{R_K}{r_c}} \ln \frac{R_K}{r}.$$

Распределение давления получим, задаваясь различными значениями  $r$ , определяя соответствующие значения  $H$  и  $H^*$  при заданных  $R_K$ ,  $r_c$ ,  $H_K$  и  $H_C$ , и по значениям  $H^*$  - значения  $p^*$  и  $p$ . Результаты расчетов приведены в табл.5.2

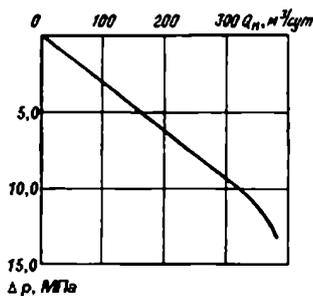


Рис. 5.32

Для построения индикаторной диаграммы задаемся различными значениями  $p_c$  и для этих значений по формуле

$$Q_H = \frac{2\pi kh\xi p_{am}(H_K^* - H_C^*)}{\mu_H \ln R_K / r_C} = \frac{6,28 \cdot 0,1 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 4 \cdot 1,01 \cdot 10^5 (16,75 - H_C^*)}{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 2,3 \cdot \lg \frac{350}{0,1}} = 0,264 \cdot 10^{-3} (16,75 - H_C^*) \text{ (м}^3/\text{с)}$$

подсчитаем дебиты  $Q_H$  (табл.5.3, рис.5.32).

Таблица 5.2

$r$ , м	$H$ , МПа	$H^*$	$P^*$	$p$ , МПа (кгс/см <sup>2</sup> )
0,1	4,06	10,06	21,80	8,82(90)
1,0	4,83	12,00	25,07	10,1(103)
10,0	5,60	13,85	28,00	11,3(115)
100,0	6,35	15,70	31,12	12,5(128)
350,0	6,77	16,75	32,80	13,2(135)

Таблица 5.3

$p_c$ , МПа (кгс/см <sup>2</sup> )	$p_c^*$	$H_C^*$	$Q_H$ , м <sup>3</sup> /сут
12,25(125)	30,4	15,25	34,3
10,78(110)	26,7	12,98	86,4
8,82(90)	21,8	10,06	154,0
4,90(50)	12,1	4,61	276,0
0,98(10)	2,43	0,43	372,0
0,101(1,03)	0,25	0,025	382,0

#### Задача 40

В пласте имеет место установившаяся плоскорадиальная фильтрация газированной нефти по закону Дарси.

Выяснить, в каком случае при заданной депрессии  $\Delta p = 2,45$  МПа и заданном газовом факторе  $\Gamma = 200 \text{ м}^3/\text{м}^3$  будет более высокий дебит нефти, если пластовые давления различны: 1)  $p_K = 9,8$  МПа; 2)  $p_K = 4,9$  МПа. Коэффициенты вязкости нефти  $\mu_{ж} = 1$  мПа·с и газа  $\mu_{г} = 0,012$  мПа·с, коэффициент растворимости газа в нефти  $S = 1,73 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{м}^3 \cdot \text{Па}$ .

**Указание.** Воспользоваться графиком зависимости  $H^*$  от  $p^*$  (рис.5.31).

#### Задача 41

Сравнить дебиты при установившейся плоскорадиальной фильтрации газированной нефти по закону Дарси при разных газовых факторах и одной и той же депрессии. Отношение

$\frac{\mu_{ж}}{\mu_{г}} = 100$ , коэффициент растворимости газа в нефти

$S = 1,02 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{м}^3 \cdot \text{Па}$ ,  $p_{ам} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Па}$ , давление на контуре питания  $p_{к} = 11,76 \text{ МПа}$ , давление на забое скважины  $p_{с} = 9,8 \text{ МПа}$ . Газовые факторы  $\Gamma_1 = 300 \text{ м}^3/\text{м}^3$  и  $\Gamma_2 = 600 \text{ м}^3/\text{м}^3$ . Пласт представлен несцементированным песком.

#### 5.8. Неустановившаяся фильтрация упругой жидкости в упругом пласте

При пуске скважин в эксплуатацию, при остановке их, при изменении темпа добычи жидкости из скважин в пласте возникают неустановившиеся процессы, которые проявляются в перераспределении пластового давления (в падении или росте давления вокруг скважины), в изменениях с течением времени дебитов, скоростей фильтрационных потоков и т. д.

Особенности этих неустановившихся процессов зависят от упругих свойств пластов и насыщающих их жидкостей. Хотя коэффициенты сжимаемости воды, нефти и пористой среды очень малы ( $\beta_{в} = 4,59 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}$ ,  $\beta_{н} = (7 \div 30) \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}$ ,  $\beta_{с} = (0,34 \div 2) \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}$ ), упругость жидкостей и породы оказывает огромное влияние на поведение скважин и пластов в процессе их эксплуатации, так как объемы пласта и насыщающей его жидкости могут быть очень велики. Поэтому при подсчете запасов нефти (и газа), при проектировании разработки нефтяных и газовых месторождений, при эксплуатации, при исследовании скважин, при создании подземных хранилищ газа приходится учитывать сжимаемость жидкости и пористой среды.

Объем насыщающей пласт жидкости при снижении пластового давления увеличивается, а объем порового пространства уменьшается; это и определяет вытеснение жидкости из пласта в скважину (или газовую залежь).

Если в процессе разработки преобладающей формой энергии является энергия упругой деформации пласта и сжатой жидкости, то режим пласта называется упругим. При этом предполагается, что

фильтрационный поток однофазный, т. е. пластовое давление выше давления насыщения.

В условиях упругого режима характерно то, что процесс перераспределения давления происходит медленно (длительно), а не мгновенно, как это было бы при абсолютной несжимаемости пласта и насыщающей его жидкости.

В теории упругого режима большую роль играют два параметра:

1. Коэффициент упругости пласта

$$\beta^* = m\beta_{ж} + \beta_{с}, \quad (5.123)$$

где  $m$  - пористость;  $\beta_{ж}$  и  $\beta_{с}$  - соответственно коэффициенты сжимаемости жидкости и пористой среды.

Коэффициент  $\beta^*$  численно равен изменению упругого запаса жидкости в единице объема пласта при изменении пластового давления на одну единицу. Иногда вместо коэффициента упругости пласта используют приведенный модуль упругости

$$K = \frac{1}{\beta_{ж} + \frac{1}{m}\beta_{с}} = \frac{m}{\beta^*}. \quad (5.124)$$

2. Коэффициент пьезопроводности пласта

$$\chi = \frac{k}{\mu\beta^*} = \frac{kK}{\mu m}; \quad (5.125)$$

который характеризует темп перераспределения пластового давления в условиях упругого режима. Эта величина аналогична коэффициенту температуропроводности в теории теплопередачи и впервые была введена В. Н. Щелкачевым.

### 5.8.1. Точные решения дифференциального уравнения упругого режима

Дифференциальное уравнение упругого режима фильтрации

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right). \quad (5.126)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (5.126) при заданных начальном и граничных условиях, определяют давление в любой точке пласта в любой момент времени.

Решение задачи перераспределения давления после пуска скважины с постоянным дебитом  $Q$  в бесконечном горизонтальном пласте сводится к интегрированию дифференциального уравнения (5.126), имеющего для плоскорадиальной фильтрации вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \left( \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \quad (5.127)$$

с начальными и граничными условиями:

$$\begin{aligned} p(r, t) &= p_K \quad \text{при} \quad t = 0, \\ Q &= \frac{2\pi kh}{\mu} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=0}, \\ p(r, t) &= p_K \quad \text{при} \quad r = \infty. \end{aligned} \quad (5.128)$$

Точное решение этой задачи при  $r_c=0$  дается формулой

$$p_K - p(r, t) = -\frac{Q\mu}{4\pi kh} Ei \left( -\frac{r^2}{4\chi t} \right), \quad (5.129)$$

$$-Ei \left( -\frac{r^2}{4\chi t} \right) = \int_{\frac{r^2}{4\chi t}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du. \quad (5.130)$$

Эта табулированная функция называется интегральным экспоненциалом, или интегральной показательной функцией.

При малых значениях аргумента  $\frac{r^2}{4\chi t}$  функцию  $-Ei \left( -\frac{r^2}{4\chi t} \right)$

можно приближенно заменить формулой

$$-Ei \left( -\frac{r^2}{4\chi t} \right) \approx \ln \frac{4\chi t}{r^2} - 0,5772, \quad (5.131)$$

и тогда

$$p_K - p(r, t) = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left( \ln \frac{4\chi t}{r^2} - 0,5772 \right). \quad (5.132)$$

Формула (5.129) является основной формулой упругого режима пластов, широко применяющейся при исследовании процесса перераспределения пластового давления, вызванного

пуском скважин с постоянными дебитами, остановкой скважин, изменениями темпов добычи и т. д.

Формулу (5.129) также можно использовать для случая притока жидкости к скважине конечного радиуса и в начальной стадии изменения давления в пласте конечных размеров.

При неустановившейся параллельно-струйной фильтрации упругой жидкости к галерее, расположенной в полосообразном полубесконечном пласте перпендикулярно к оси OX в сечении  $x=0$  (рис.5.33) и эксплуатирующейся с постоянным давлением на забое галереи  $p_2$ , давление в любой

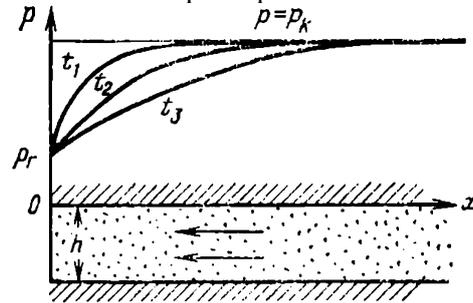


Рис. 5.33.

точке пласта в любой момент времени получим, интегрируя уравнение

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad (5.133)$$

при начальном и граничных условиях:

$$\begin{aligned} p(x,t) &= p_k \quad \text{при} \quad t = 0, \\ p(x,t) &= p_r \quad \text{при} \quad x = 0, \\ p(x,t) &= p_k \quad \text{при} \quad x = \infty. \end{aligned} \quad (5.134)$$

Решение выражается формулой

$$p(x,t) = p_k - (p_k - p_r)(1 - \text{erf } \xi), \quad (5.135)$$

где

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{2\sqrt{\chi t}}, \\ \text{erf } \xi &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi e^{-u^2} du \end{aligned} \quad (5.136)$$

- интеграл вероятности.

### 5.8.2. Приближенные методы решений

В связи со сложностью точных решений были предложены различные приближенные методы решения задач неустановившейся фильтрации упругой жидкости. Одним из наиболее распространенных приближенных методов является метод последовательной смены стационарных состояний. Этот метод заключается в том, что в какой-то момент времени зона пониженного давления (возмущенная зона) считается распространенной на определенное расстояние  $l=l(t)$  (приведенный радиус влияния) и предполагается, что во всей возмущенной зоне давление распределяется так, как будто движение жидкости установившееся. В действительности же распределение давления в пласте не будет стационарным и зона пониженного давления захватит теоретически весь пласт. Закон изменения во времени приведенного радиуса влияния  $l(t)$  определяется из условия материального баланса. При неустановившемся притоке упругой жидкости к галерее приведенный радиус влияния определяется по формулам:

1.  $l(t) = 2\sqrt{\chi t}$ , если отбор проводится при постоянной депрессии  $p_k - p_r = \text{const}$ ;

2.  $l(t) = 2\sqrt{\chi t}$ , если задан постоянный дебит  $Q(0, t) = \text{const}$ .

При плоскорадиальном притоке упругой жидкости к скважине можно считать с точностью до 10-15%, что  $l(t) = 2\sqrt{\chi t}$  (если  $l(t) \gg r_c$ ) как для случая постоянной депрессии, так и для постоянного отбора.

В методе А.М. Пирвердяна, который развивает метод последовательной смены стационарных состояний, эпюра давления задается так, чтобы она не имела угловых точек. Например, при притоке к галерее распределение давления по пласту задается в виде параболы, касательная к которой в точке  $x=l(t)$  горизонтальна (рис.5.34).

Если отбор жидкости не меняется с течением времени, т. е.

$$Q(0, t) = w_1 \omega = \text{const},$$

то

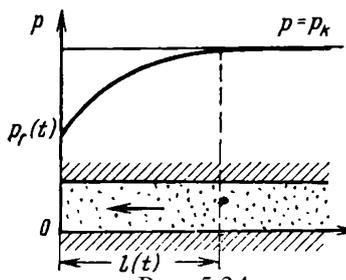


Рис. 5.34

$$p(x,t) = p_k - (p_k - p_r) \left[ 1 - \frac{x}{l(t)} \right]^2, \quad (5.137)$$

где

$$p_k - p_r = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\mu}{k} w_1 \sqrt{\chi t}, \quad (5.138)$$

а приведенный радиус влияния, найденный из уравнения материального баланса, определяется по формуле

$$l(t) = \sqrt{6 \chi t}. \quad (5.139)$$

### 5.8.3. Суперпозиция в задачах упругого режима

Метод суперпозиции (наложения фильтрационных потоков) широко применяется и в задачах неустановившихся течений при упругом режиме.

Если в пласте действует группа скважин, то понижение давления в какой-либо точке пласта  $\Delta p = p_k - p$  определяется сложением понижений давления, создаваемых в этой точке отдельными скважинами:

$$\Delta p = \sum_{j=1}^n \Delta p_j = \frac{\mu}{4\pi kh} \sum_{j=1}^n Q_j \left[ -Ei \left( -\frac{r_j^2}{4\chi t} \right) \right], \quad (5.140)$$

где  $n$  - число скважин;  $Q_j$  - дебит  $j$ -й скважины, причем  $Q_j > 0$ , если скважина эксплуатационная, и  $Q_j < 0$ , если скважина нагнетательная;  $r_j$  - расстояние от центра  $j$ -й скважины до точки, в которой определяется понижение давления.

Если скважины начали работать в разное время, то (5.140) будет иметь вид

$$\Delta p = \frac{\mu}{4\pi kh} \sum_{j=1}^n Q_j \left[ -Ei \left( -\frac{r_j^2}{4\chi t_j} \right) \right], \quad (5.141)$$

где  $t_j$  - время, прошедшее с начала работы  $j$ -й скважины. Методом суперпозиции можно решить задачи, связанные с пуском, остановкой или с изменением темпа добычи скважины. Пусть, например, скважина была пущена в эксплуатацию с постоянным дебитом  $Q$  и через промежуток времени  $T$  остановлена. Требуется

определить давление в любой точке пласта. Для решения задачи предположим, что скважина продолжает работать с тем же дебитом; тогда к моменту  $t$  после остановки понижение давления в какой-либо точке пласта, вызванное пуском непрерывно работающей скважины, составит:

$$\Delta p_1 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei \left[ -\frac{r^2}{4\chi(T+t)} \right] \right\}.$$

Допустим мысленно, что в том же месте, где расположена эксплуатационная скважина, в момент остановки начала работать нагнетательная скважина с тем же дебитом. К моменту  $t$  повышение давления в какой-либо точке пласта, вызванное пуском нагнетательной скважины, определится по формуле

$$\Delta p_2 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei \left( -\frac{r^2}{4\chi t} \right) \right\}.$$

Результирующее понижение давления  $\Delta p$  запишется в виде

$$\Delta p = \Delta p_1 - \Delta p_2 = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \left\{ -Ei \left[ -\frac{r^2}{4\chi(T+t)} \right] + Ei \left( -\frac{r^2}{4\chi t} \right) \right\}. \quad (5.142)$$

Если аргументы функций малы, то можно использовать приближенную формулу (5.131), и тогда

$$\Delta p = \frac{Q\mu}{4\pi kh} \ln \frac{(T+t)}{t}. \quad (5.143)$$

#### Задача 42

Нефтяная залежь площадью  $S=600$  га и толщиной  $h=40$  м имеет пористость  $m=20\%$  и водонасыщенность  $\sigma_B=30\%$ . Сколько нефти можно отобрать за счет упругого расширения жидкости при падении давления от 30 МПа до 20 МПа, если коэффициент сжимаемости нефти  $\beta_H=1,5 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>/Н, а коэффициент сжимаемости воды  $\beta_B=3 \cdot 10^{-10}$  м<sup>2</sup>/Н?

Пласт считать недеформируемым.

#### Задача 43

Определить упругий запас нефти в замкнутой области нефтеносности площадью 4000 га, толщиной  $h=30$  м, если средневзвешенное пластовое давление изменилось на 5 МПа, пористость  $m=20\%$ , коэффициент сжимаемости нефти  $\beta_H=2 \cdot 10^{-9}$

$\text{м}^2/\text{Н}$ , насыщенность пласта связанной водой  $\sigma_B=20\%$ , коэффициент сжимаемости воды  $\beta_B=4 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}$ , коэффициент сжимаемости породы  $\beta_{\text{п}}=1 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{Н}$ .

#### Задача 44

Определить коэффициент гидропроводности пласта  $kh/\mu$  и коэффициент пьезопроводности пласта  $\chi$  по данным об изменении давления на забое совершенной скважины, расположенной в бесконечном пласте постоянной толщины. Скважина работает с постоянным дебитом  $Q=100 \text{ м}^3/\text{сут}$  в условиях упругого режима. Начальное пластовое давление  $p_k=15 \text{ МПа}$ , радиус скважины  $r_c=0,1 \text{ м}$ . Изменение депрессии  $\Delta p_c=p_k-p_c$  с течением времени  $t$  приведено ниже:

Номер	1	2	3	4	5
$T$	15 мин	1 ч	12 ч	1 сут	5 сут
$\Delta p_c, \text{ МПа}$	0,346	0,384	0,457	0,476	0,523

#### Задача 45

Гидродинамически совершенная скважина, расположенная в центре кругового пласта радиуса  $R_k=10 \text{ км}$  с горизонтальными и непроницаемыми кровлей и подошвой, до момента остановки работала в течение такого продолжительного периода, что распределение давления в пласте можно принять за установившееся. Дебит скважины до остановки  $Q=100 \text{ м}^3/\text{сут}$ , динамический коэффициент вязкости  $\mu=1,5 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ , коэффициент проницаемости пласта  $k=0,3 \text{ мкм}^2$ , толщина пласта  $h=10 \text{ м}$ , радиус скважины  $r_c=0,1 \text{ м}$ , коэффициент пьезопроводности пласта  $\chi=3,0 \text{ м}^2/\text{с}$ . Найти по методу суперпозиции нарастание давления на забое скважины, принимая  $p_k=20 \text{ МПа}$ .

### 5.9. Движение границы раздела двух жидкостей в пористой среде с учетом неполноты вытеснения.

#### Теория Баклея - Леверетта

При проектировании разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений большое внимание уделяется задачам

движения границы раздела двух жидкостей в пористой среде. Например, в нефтяных пластах, разрабатываемых при водонапорном режиме, вода обычно не заполняет полностью область, первоначально занятую нефтью. В этой области происходит одновременное движение вторгшейся воды и оставшейся, постепенно вымываемой нефти.

Решение такого важного вопроса, как повышение коэффициента нефтеотдачи нефтяных месторождений, разрабатываемых при поддержании пластового давления закачкой в пласт воды или другого вытесняющего нефть агента, связано с задачами фильтрации многокомпонентных жидкостей.

При фильтрации двухфазной жидкости для каждой фазы в отдельности справедлив закон Дарси. В общем случае при наличии массовых сил фильтрация двухфазной несжимаемой смеси описывается (по числу неизвестных  $p_1, p_2, Q_1, Q_2, \sigma$ ) следующей замкнутой системой уравнений:

$$Q_1 = -\frac{kk_1^*(\sigma)}{\mu_1} \left( \frac{\partial p_1}{\partial x} - \rho_1 X \right) \omega(x), \quad (5.144)$$

$$Q_2 = -\frac{kk_2^*(\sigma)}{\mu_2} \left( \frac{\partial p_2}{\partial x} - \rho_2 X \right) \omega(x), \quad (5.145)$$

$$p_1 - p_2 = \alpha \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = p_k(\sigma), \quad (5.146)$$

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x} = -m\omega(x) \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad (5.147)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial x} = m\omega(x) \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad (5.148)$$

где  $\sigma$  - насыщенность порового пространства первой (вытесняющей) фазой;  $p_1$  и  $p_2$  - соответственно давления каждой фазы, которые, вообще говоря, не равны друг другу из-за капиллярных эффектов;  $X$  - проекция массовых сил, отнесенная к единице массы;  $p_k(\sigma)$  — капиллярное давление;  $R_1$  и  $R_2$  - в формуле Лапласа (5.146) - главные радиусы кривизны менисков, контактной поверхности, зависящие, в основном, от насыщенности;  $\sigma$  - поверхностное натяжение. Остальные обозначения прежние.

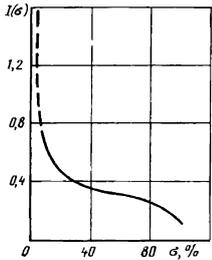


Рис. 5.35

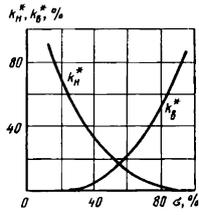


Рис. 5.36

На практике капиллярное давление считается известной экспериментальной функцией насыщенности и представляется в виде зависимости безразмерной функции Леверетта

$$I(\sigma) = \frac{1}{\alpha} p_K(\sigma) \cos^{-1} \theta \sqrt{\frac{k}{m}}$$

от насыщенности  $\sigma$  порового пространства вытесняющей жидкостью (рис. 89),  $\theta$  - статический краевой угол между жидкостями и породой.

Оценки, сделанные М. Маскетом, показывают, что в пласте градиент капиллярного давления обычно мал по сравнению с градиентом гидродинамического давления всюду, кроме зоны фронта вытеснения, где насыщенность  $\sigma$  резко изменяется, поэтому имеют место большие значения градиента капиллярного давления (см. рис. 5.35), которые необходимо учитывать. Однако из-за исключительной сложности решения задач двухфазной фильтрации оба эти фактора не принимаются во внимание, а капиллярность косвенно учитывается самим видом экспериментальных кривых  $k_1^*(\sigma)$ ,  $k_2^*(\sigma)$  для несцементированных и слабосцементированных песков (рис. 5.36); на графиках  $k_1^*(\sigma) = k_B^*(\sigma)$ ,  $k_2^*(\sigma) = k_H^*(\sigma)$ .

Наиболее разработанной теорией является теория одномерного движения двухфазной жидкости в пористой среде Баклея - Леверетта.

Рассматривая двухфазную фильтрацию в трубке тока постоянного сечения при отсутствии капиллярного давления и без учета массовых сил и полагая, что суммарная скорость фильтрации является постоянной величиной:  $w_1 + w_2 = w = const$ , Баклей и Леверетт из системы уравнений (5.144) - (5.148) получили дифференциальное уравнение относительно  $\sigma$

$$wf'(\sigma) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + m \frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0, \quad (5.149)$$

где  $m$  - пористость пласта;  $f'(a)$  - производная от функции Леверетта:

$$f(\sigma) = \frac{\mu_0 k_1^*(\sigma)}{\mu_0 k_1^*(\sigma) + k_2^*(\sigma)}, \quad \mu_0 = \mu_2 / \mu_1. \quad (5.150)$$

Уравнение (5.149) является квазилинейным дифференциальным уравнением 1-го порядка в частных производных. Решение уравнения (5.149) имеет вид

$$x = x(\sigma, 0) + \frac{wt}{m} f'(\sigma), \quad (5.151)$$

где  $x(\sigma, 0)$  - координата точки с заданной насыщенностью  $\sigma$  в момент  $t=0$ .

Уравнение (5.151) определяет перемещение точки с заданной насыщенностью с течением времени.

Скорость распространения заданной насыщенности  $\sigma$  получим из уравнения (5.154), взяв производную  $dx/dt$ ,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{w}{m} f'(\sigma). \quad (5.152)$$

Функция Леверетта  $f(\sigma)$  и ее производная  $f'(\sigma)$  представлены на рис.5.37. Как видно из графика, одному и тому же значению  $f'(\sigma)$ , определяющему скорость распространения насыщенности заданной величины, соответствуют два разных значения насыщенности  $\sigma$ .

Это означает, что, начиная с некоторого момента, распределение насыщенности становится многозначным, а это физически невозможно. Многозначность означает, что в зоне движения двухфазной жидкости имеет место скачок насыщенности (рис.5.38).

Баклей и Леверетт из условия материального баланса получили формулу для определения значения фронтовой насыщенности  $\sigma_\phi$  (насыщенности на скачке):

$$\sigma_\phi f'(\sigma_\phi) - f(\sigma_\phi) = 0. \quad (5.153)$$

Очевидно, что фронтовую насыщенность  $\sigma_\phi$  можно легко определить графически. Проведя из начала координат касательную к кривой  $f(\sigma)$  (рис.5.39) и опустив перпендикуляр из точки касания на ось  $\sigma$ , получим значение фронтовой насыщенности.

Подставив  $\sigma_\phi$  в (5.151), можем найти координату скачка насыщенности  $x_\phi$ .

Чтобы найти среднее значение насыщенности в переходной зоне, разделим объем поступившей вытесняющей жидкости на объем порового пространства переходной зоны, определяемого координатой  $x_\phi$  при площади поперечного сечения пласта, равной единице,

$$\sigma_{cp} = \frac{wt}{mx_\phi * 1}. \quad (5.154)$$

Среднюю насыщенность  $\sigma_{cp}$  можно определить графически следующим образом. Если продлить касательную к кривой  $f(\sigma)$  до пересечения с прямой  $f(\sigma)=1$ , то значение  $\sigma$  в точке пересечения и есть средняя насыщенность  $\sigma_{cp}$  (см. рис.5.39).

Как правило, среднее значение насыщенности порового пространства водой  $\sigma_{cp}$  значительно меньше единицы. Поэтому, например, в процессах вытеснения нефти водой для более полного извлечения нефти из пласта на объем добытой нефти нужно закачать несколько объемов воды.

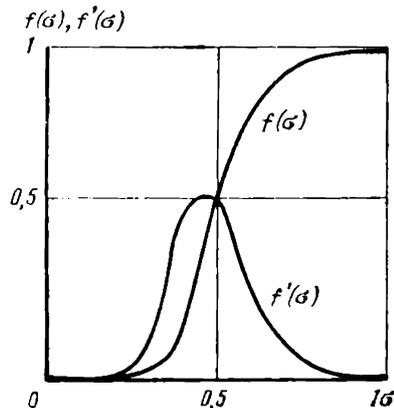


Рис. 5.37

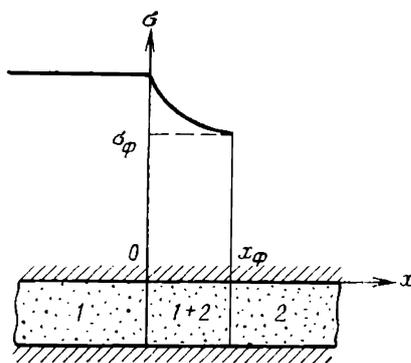


Рис. 5.38

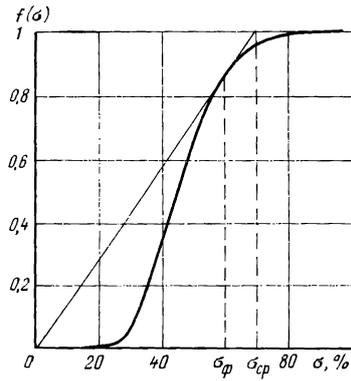


Рис. 5.39

#### Задача 46

Построить функцию Леверетта  $f(\sigma)$  в случае, если зависимости относительных фазовых проницаемостей нефти  $k_n^*$  и воды  $k_e^*$  от насыщенности водой порового пространства  $\sigma$  задаются кривыми Леверетта (см. рис.5.36), отношение  $\mu_0 = \mu_n / \mu_e = 4$ .

**Решение.** Задаем ряд значений  $\sigma$ , для каждого значения  $\sigma$  по графику Леверетта (см. рис.5.36) определяем соответствующие  $k_n^*$  и  $k_e^*$ , подставляя их в (5.150), подсчитываем  $f(\sigma)$  и строим график  $f(\sigma)$  (см. рис.5.39). Результаты расчетов приведены ниже.

$\sigma, \%$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$k_n^*$	-	-	0,70	0,50	0,34	0,23	0,13	0,06	0,02	0	0
$k_e^*$	0	0	0	0,01	0,05	0,11	0,21	0,33	0,51	0,72	-
$f(\sigma)$	0	0	0	0,074	0,37	0,66	0,87	0,96	0,99	1	1

#### Задача 47

Используя полученный в задаче 46 график функции Леверетта (см. рис.5.39), определить значение фронтальной насыщенности  $\sigma_\phi$  и средней насыщенности  $\sigma_{ср}$  порового пространства водой в зоне вытеснения нефти водой.

**Решение.** Для определения фронтовой насыщенности  $\sigma_\phi$  из начала координат проведем касательную к кривой, выражающей функцию Леверетта (см. рис.5.39). Значение насыщенности в точке касания соответствует фронтовой насыщенности  $\sigma_\phi = 59\%$ .

Значение средней насыщенности найдем, продолжая касательную к кривой  $f(\sigma)$  до пересечения ее с горизонтальной прямой  $f(\sigma)=1$ . Значение насыщенности в точке пересечения касательной с прямой  $f(\sigma)=1$  определяет значение  $\sigma_{cp} = 69\%$ .

#### Задача 48

В однородном по толщине, пористости и проницаемости пласте происходит прямолинейно-параллельное вытеснение нефти водой по закону Дарси. Определить положение фронта вытеснения в различные моменты времени, если пористость пласта  $m=20\%$ , отношение  $\mu_0 = \mu_2 / \mu_1 = 2$ , дебит галереи  $Q=21,6 \cdot 10^3$  м<sup>3</sup>/сут, ширина фильтрационного потока  $B=500$  м, толщина пласта  $h=10$  м. Зависимости относительных проницаемостей нефти и воды от насыщенности порового пространства водой задаются графиками Эфроса, для которых графики функции Леверетта  $f(\sigma)$  и ее производной  $f'(\sigma)$  представлены на рис.5.40 и 5.41.

Насыщенность пласта связанной водой  $\sigma_{ce}$  составляет 18 %.

**Решение.** Определим значение  $\sigma_\phi$ , для чего проведем из начала координат касательную к кривой  $f(\sigma)$  (см. рис. 5.40). Как видно из чертежа,  $\sigma_\phi = 0,84$  и соответствующее значение производной  $f'(\sigma_\phi) = 1,4$  (см. рис.5.41). Суммарная скорость фильтрации

$$w = w_1 + w_2 = \frac{Q}{Bh} = \frac{21,6 \cdot 10^3}{0,864 \cdot 10^5 \cdot 500 \cdot 10} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м / с.}$$

Задаваясь различными значениями  $t$ , подсчитаем по (5.151) координату фронта вытеснения  $x_\phi$ , учитывая, что в начальный момент времени  $x(\sigma_\phi, 0) = 0$ :

$$x_\phi(\sigma_\phi, t) = \frac{wt}{m} f'(\sigma_\phi) = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{0,2} 1,4t = 3,5 \cdot 10^{-4} t \text{ м.}$$

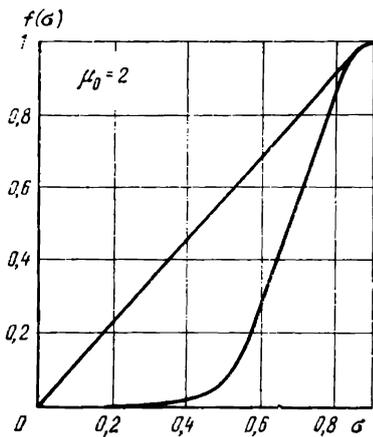


Рис. 5.40

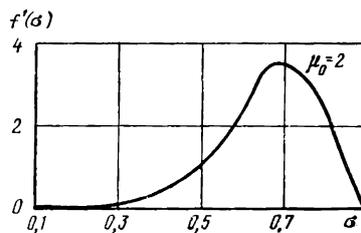


Рис. 5.41

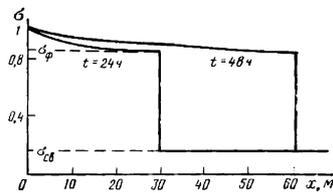


Рис. 5.42

Результаты вычислений приведены ниже.

$t, \text{ч}$	1	12	24	48	240
$x_{\phi}, \text{м}$	1,26	15,1	30,2	60,4	302

На рис.5.42 представлено распределение насыщенности для двух моментов времени.

### 5.10. Фильтрация неньютоновской жидкости

Для некоторых нефтей закон Дарси не имеет места при малых значениях скорости фильтрации. Это связано с тем, что нефти, содержащие повышенное количество парафинов и смолисто-асфальтеновых веществ, представляют собой неньютоновские жидкости, т. е. жидкости, для которых зависимость касательного напряжения  $\tau$  от градиента скорости  $du/dn$  не подчиняется закону Ньютона:

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dn}.$$

Эти нефти, главным образом, при низких температурах обладают вязкопластическими свойствами, и их течение приближенно описывается моделью Бингама - Шведова с реологическим уравнением:

$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{du}{dn}, \quad \tau \geq \tau_0, \quad (5.155)$$

$$\frac{du}{dn} = 0, \quad \tau < \tau_0.$$

Величина  $\tau_0$  называется предельным напряжением сдвига.

Эта же зависимость приближенно выполняется для глинистых и цементных растворов, растворов жидкостно-песчаных смесей и т. д.

Проявление неньютоновских свойств жидкостей при их фильтрации приводит к закону фильтрации с предельным градиентом давления  $G$ :

$$w = -\frac{k}{\mu} \left( \frac{dp}{ds} - G \right), \quad \left| \frac{dp}{ds} \right| \geq G, \quad (5.156)$$

$$w = 0, \quad \left| \frac{dp}{ds} \right| < G.$$

Величина  $G$  зависит от предельного напряжения сдвига и среднего диаметра пор ( $G = \alpha \tau_0 / \sqrt{k}$ , где  $\alpha$  - безразмерная константа).

Закон фильтрации (5.156) может иметь место и в том случае, когда наблюдается физико-химическое взаимодействие фильтрующихся жидкостей и газожидкостных смесей с пористой средой, содержащей примеси глины.

Формула дебита скважины при плоскорадиальной фильтрации неньютоновской жидкости получается при интегрировании (5.156):

$$Q = \frac{2\pi kh [p_\kappa - p_c - G(R_\kappa - r_c)]}{\mu \ln \frac{R_\kappa}{r_c}}, \quad (5.157)$$

а формула, выражающая закон распределения в пласте, запишется в виде

$$p = p_c + \frac{p_\kappa - p_c - GR_\kappa}{\ln \frac{R_\kappa}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c} + G(r - r_c). \quad (5.158)$$

Из (5.157) видно, что дебит неньютоновской жидкости меньше, чем ньютоновской на  $\frac{2\pi khG(R_k - r_c)}{\mu \ln \frac{R_k}{r_c}}$ , а при депрессии

$p_k - p_c < G(R_k - r_c)$  обращается в нуль. Индикаторная линия прямолинейна, но не проходит через начало координат, а отсекает на оси депрессий отрезок, равный  $\Delta p_0 = G(R_k - r_c)$ .

При фильтрации неньютоновской жидкости по закону (5.156) в пласте возможно образование застойных зон, в которых движение жидкости отсутствует. Эти зоны образуются в тех участках пласта, где градиент давления меньше предельного. Возникновение застойных зон уменьшает нефтеотдачу пластов. Величина застойной зоны зависит от параметра  $\lambda = Q\mu / kGL$ . Здесь  $L$  - характерный размер, например половина расстояния между соседними скважинами.

#### Задача 49

В пласте происходит фильтрация неньютоновской жидкости с предельным градиентом давления  $G=0,003$  МПа/м. Найти дебит скважины и построить индикаторную линию при плоскорадиальной установившейся фильтрации, а также сопоставить с дебитом ньютоновской жидкости, если толщина пласта  $h=7$  м, коэффициент проницаемости  $k=0,7$  мкм<sup>2</sup>, давление на контуре питания  $p_k=10$  МПа, забойное давление  $p_c=7$  МПа, радиус контура питания  $R_k=400$  м, радиус скважины  $r_c=0,1$  м, динамический коэффициент вязкости нефти  $\mu=17$  мПа·с.

#### Задача 50

Используя данные предыдущей задачи, найти распределение давления в пласте при фильтрации неньютоновской нефти с предельным градиентом.

#### Задача 51

Оценить предельный градиент  $G$  и предельное напряжение сдвига  $\tau_0$  по промысловым данным исследования. После длительной эксплуатации скважины в пласте с неньютоновской нефтью увеличивают противодавление на пласт до  $p'_c=7$  МПа, при котором прекращается поступление нефти в скважину. Затем

закачивают в нее такое количество той же нефти, при котором начинается поступление жидкости в пласт; при этом давление на забое будет  $p'_c = 12$  МПа. Известно, что радиус контура питания  $R_K = 500$  м, коэффициент проницаемости пласта  $k = 0,3$  мкм<sup>2</sup>, коэффициент  $\alpha$  принять равным  $\alpha = 1,70 \cdot 10^{-2}$ .

**Решение.** До остановки скважины распределение давления в пласте подчинялось формуле (5.158). В момент прекращения движения

$$p_K - p'_c = GR_K \quad (5.159)$$

и распределение давления линейно

$$p = p'_c + Gr. \quad (5.160)$$

При закачке нефти в скважину поступление нефти в пласт начинается не сразу, а лишь по достижении депрессией ( $p''_c - p_K$ ) значения  $GR_K$ :

$$p''_c - p_K = GR_K. \quad (5.161)$$

Исключив из формул (5.159) и (5.161)  $p_K$ , получим

$$G = \frac{p''_c - p'_c}{2R_K} = \frac{12 - 7}{2 \cdot 500} = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ Па / м.}$$

Учитывая, что  $G = \alpha \tau_0 / \sqrt{k}$ , найдем

$$\tau_0 = \frac{G\sqrt{k}}{\alpha} = \frac{4,9 \cdot 10^{-3} \sqrt{0,3 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12}}}{1,70 \cdot 10^{-2}} = 0,159 \text{ Па.}$$

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 *Азиз Х.* Математическое моделирование пластовых систем / Х. Азиз, Э. Сеттери. М.: Недра, 1982, 407 с.
- 2 *Баренблатт Г.И.* Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. М.: Недра, 1972, 288 с.
- 3 *Басниев К.С.* Подземная гидравлика: учебник для вузов / К.С. Басниев, А.М. Власов, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. М.: Недра, 1986, 303 с.
- 4 *Басниев К.С.* Подземная гидромеханика: учебник для вузов / К.С. Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. М.: Недра, 1993, 416 с.
- 5 *Булыгин В.Я.* Гидромеханика нефтяного пласта. М.: Недра, 1974, 232 с.
- 6 *Гиматудинов Ш.К.* Физика нефтяного и газового пласта / Ш.К. Гиматудинов, А.И. Ширковский. М.: Недра, 1982, 311 с.
- 7 *Девликамов В.В.* Подземная гидрогазодинамика: учебное пособие / В.В. Девликамов, З.А. Хабибуллин, В.Г. Зюрин. Уфа: УНИ, 1987, 86 с.
- 8 *Евдокимова В.А.* Сборник задач по подземной гидравлике / В.А. Евдокимова, И.Н. Кочина. М.: Недра, 1979, 168 с.
- 9 *Желтов Ю.П.* Механика нефтегазовоносного пласта. М.: Недра, 1975, 215 с.
- 10 *Закиров С.Н.* Многомерная и многокомпонентная фильтрация: справочное пособие / С.Н. Закиров, Б.Е. Солов, В.Я. Гордон и др. М.: Недра, 1988, 336 с.
- 11 *Коллинз Р.* Течение жидкостей через пористые материалы. М.: Мир, 1964, 350 с.
- 12 *Коротаев Ю.П.* Теория и проектирование разработки газовых и газоконденсатных месторождений / Ю.П. Коротаев, С.Н. Закиров. М.: Недра, 1981, 294 с.
- 13 *Кристеа Н.* Подземная гидравлика, том 1. М.: Гостоптехиздат, 1961, 343 с.
- 14 *Кристеа Н.* Подземная гидравлика, том 2. М.: Гостоптехиздат, 1962, 466 с.
- 15 *Лейбензон Л.С.* Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.: Гостоптехиздат, 1947, 244 с.
- 16 *Максимов М.М.* Математическое моделирование процессов разработки нефтяных месторождений / М.М. Максимов, Л.П. Рыбицкая. М.: Недра, 1976, 264 с.
- 17 *Маскет М.* Течение однородных жидкостей в пористой среде. М.: Гостоптехиздат, 1949, 628 с.
- 18 *Маскет М.* Физические основы технологии добычи нефти. М.: Гостоптехиздат, 1953, 606 с.

- 19 *Мирзаджанзаде А.Х.* Вопросы гидродинамики вязко-пластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче. Баку: Азнефтеиздат, 1959, 409 с.
- 20 *Наказная Л.Г.* Фильтрация жидкости и газа в трещиноватых коллекторах. М.: Недра, 1972, 184 с.
- 21 *Николаевский В.Н.* Движение углеводородных смесей в пористой среде / В.Н. Николаевский, Э.А. Бондарев, И.К. Васильев и др. М.: Недра, 1968, 192 с.
- 22 *Николаевский В.Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984, 232 с.
- 23 *Николаевский В.Н.* Механика насыщенных пористых сред / В.Н. Николаевский, К.С. Басниев, А.Т. Горбунов, Г.А. Зотов. М.: Недра, 1970, 335 с.
- 24 *Пирвердян А.М.* Нефтяная подземная гидравлика. Баку: Азнефтеиздат, 1956, 332 с.
- 25 *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977, 664 с.
- 26 *Пыхачев Г.Б.* Подземная гидравлика / Г.Б. Пыхачев, Р.Г. Исаев. М.: Недра, 1973, 360 с.
- 27 *Рогачев М.К.* Подземная гидромеханика: лабораторный практикум / М.К. Рогачев, А.Ю. Харин. СПб: СПГГИ, 2006, 83 с.
- 28 *Рогачев М.К.* Подземная гидромеханика: учебно-методическое пособие / М.К. Рогачев, А.Ю. Харин. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2004, 80 с.
- 29 *Рогачев М.К.* Реология углеводородов: учебно-методическое пособие / М.К. Рогачев, А.Ю. Харин, С.Б. Харина. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2004, 62 с.
- 30 *Ромм Е.С.* Фильтрационные свойства трещиноватых горных пород. М.: Недра, 1966, 283 с.
- 31 *Телков А.П.* Подземная гидрогазодинамика. Уфа: Изд-во УНИ, 1974, 224 с.
- 32 *Чарный И.А.* Подземная гидрогазодинамика. М.: Гостоптехиздат, 1963, 396 с.
- 33 *Чекалюк Э.Б.* Основы пьезометрии нефти и газа. Киев: Государственное издательство технической литературы УССР, 1961, 286 с.
- 34 *Швидлер М.И.* Фильтрационные течения в неоднородных средах. М.: Гостоптехиздат, 1963 с.
- 35 *Шейдеггер А.Э.* Физика течения жидкостей через пористые среды. М.: Гостоптехиздат, 1960, 249 с.
- 36 *Щелкачев В.Н.* Подземная гидравлика / В.Н. Щелкачев, Б.Б. Лапук. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 736 с.
- 37 *А.В. Максютин.* Подземная гидромеханика: Методические указания к выполнению курсовой работы. Национальный минерально-сырьевой университет «Горный». СПб. 2014г. 90 с.

**ПРИЛОЖЕНИЕ**

Применяемые в США и Англии неметрические единицы  
и их перевод в единицы СИ

Параметр	Наименование	Обозначение	Перевод в единицы СИ
Длина	Ярд	yd	0,9144 м
	Фут	ft	0,3048 м
	Дюйм	m	0,0254 м
	Миля	mile	1609,344 м
	Морская миля	n.mile(Int)	1852 м
Объем	Галлон (английский)	gal(UK)	4,54609 дм <sup>3</sup>
	Пинта (английская)	pt (UK)	0,568261 дм <sup>3</sup>
	Бушель (английский)	bu (UK)	36,36870 дм <sup>3</sup>
	Жидкостная унция (англ.)	fl.oz (UK)	28,41300 см <sup>3</sup>
	Галлон США	gal (US)	3,78543 дм <sup>3</sup>
	Жидкостная пинта США	fl.oz pt(US)	0,473179 дм <sup>3</sup>
	Нефтяной баррель США	bbl (US)	158,987 дм <sup>3</sup>
	Бушель США	bu (US)	35,2393 дм <sup>3</sup>
	Сухая пинта США	pt dry (US)	0,550614 дм <sup>3</sup>
	Сухой баррель США	bbl dry (US)	115,62800 дм <sup>3</sup>
Плотность	Фунт на кубический фут	lb/ft <sup>3</sup>	16,01846 кг/м <sup>3</sup>
Удельный вес	Фунт-сила/кубический фут	lbf/ft <sup>3</sup>	157,087 Н/м <sup>3</sup>
Давление	Паундаль на квадратный фут	Pdl/ft <sup>2</sup>	1,48816 Па
	Фунт-сила на квадратный фут	lbf/ft <sup>2</sup>	47,88030 Па
	Фунт-сила на квадратный дюйм	lbf/in <sup>2</sup>	6894,760 Па
	Фут водяного столба	ftH <sub>2</sub> O	2989,070 Па
	Дюйм водяного столба	in H <sub>2</sub> O	249,089 Па
	Дюйм ртутного столба	in Hg	3386,390 Па
Динамическая вязкость	Паундаль-секунда на квадратный фут	Pdl·s/ft <sup>2</sup>	1,48816 Па·с
	Фунт-сила-секунда на квадратный фут	lbf·s/ft <sup>2</sup>	47,8803 Па·с
Кинематическая вязкость	Квадратный фут на секунду	ft <sup>2</sup> /s	0,092903 м <sup>2</sup> /с
Работа	Паундаль-фут	Pdl·ft	0,04214 Дж
	Фунт-сила-фут	lbf·ft	1,35582 Дж

## СОДЕРЖАНИЕ

	С.
ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. СОДЕРЖАНИЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ.....	4
2. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ КУРСОВОЙ РАБОТЫ.....	5
3. ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ КУРСОВЫХ РАБОТ.....	6
4. ВАРИАНТЫ ТИПОВЫХ РАСЧЕТНЫХ ЗАДАНИЙ.....	9
5. ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ.....	14
5.1. Границы применимости закона Дарси. Нелинейные законы фильтрации.....	14
5.2. Установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости по закону Дарси.....	18
5.2.1. Прямолинейно-параллельная фильтрация несжимаемой жидкости (приток к галерее).....	18
5.2.2. Плоскорадиальное напорное движение несжимаемой жидкости. Приток к совершенной скважине. Формула Дюпюи.....	19
5.2.3. Радиально-сферическая фильтрация несжимаемой жидкости по закону Дарси.....	22
5.3. Установившийся приток жидкости к группе гидродинамически совершенных скважин. Интерференция скважин. Связь плоской задачи теории фильтрации с теорией функций комплексного переменного.....	26
5.3.1. Потенциал точечного стока и источника на плоскости. Принцип суперпозиции.....	26
5.3.2. Интерференция скважин.....	29
5.3.3. Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений Ю.П. Борисова.....	30
5.3.4. Связь плоской задачи теории фильтрации с теорией функций комплексного переменного.....	33
5.4. Влияние гидродинамического несовершенства скважины на ее дебит.....	42
5.5. Установившаяся фильтрация несжимаемой жидкости в неоднородных пластах.....	46
5.6. Установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости и газа... 52	
5.6.1. Аналогия между установившейся фильтрацией сжимаемой жидкости (газа) и несжимаемой жидкости. Функция Лейбензона.....	52

5.6.2. Установившаяся фильтрация сжимаемой жидкости.....	53
5.6.3. Установившаяся фильтрация идеального газа.....	54
5.6.4. Установившаяся фильтрация реального газа.....	56
5.7. Установившаяся фильтрация газированной жидкости.....	59
5.8. Неустановившаяся фильтрация упругой жидкости в упругом пласте.....	68
5.8.1. Точные решения дифференциального уравнения упругого режима.....	69
5.8.2. Приближенные методы решений.....	72
5.8.3. Суперпозиция в задачах упругого режима.....	73
5.9. Движение границы раздела двух жидкостей в пористой среде с учетом неполноты вытеснения. Теория Баклея – Леверетта.....	75
5.10. Фильтрация неньютоновской жидкости.....	82
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	86
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	88