

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ РАСТИТЕЛЬНЫХ ПОЛИМЕРОВ»**

---

**Кафедра физики**

# **Ф И З И К А**

**Ч. II. КОЛЕБАНИЯ. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА**

**Индивидуальные задания для расчетных  
работ студентов**

*Учебно-методическое пособие  
для бакалавров всех факультетов*

Санкт-Петербург  
2013

УДК 53 (075.8)

Ф 503

ББК 22.3я7

ФИЗИКА. Ч. II. Колебания. Молекулярная физика. Индивидуальные задания для расчетных работ студентов: учебно-методическое пособие: / сост. В.М. Максимов, С.А. Поржецкий, О.Ю. Деркачева, Д.А. Сухов. – СПб: СПбГТУРП, 2013, - 35 с.

Пособие содержит индивидуальные задания по разделу колебания и молекулярная физика. Предназначено для студентов всех направлений очной и очно-заочной форм обучения.

Рецензент: доктор физ.-мат. наук, профессор кафедры физики СПб ГТУРП В. И. Лейман.

Подготовлено и рекомендовано к печати кафедрой физики Санкт-Петербургского технологического университета растительных полимеров (протокол № 3 от 5 декабря 2013 г.).

Утверждены к изданию методической комиссией факультета промышленной энергетики СПб ГТУРП (протокол № 4 от 26 декабря 2013 г.).

Рекомендованы к изданию Редакционно-издательским советом университета в качестве учебно-методического пособия.

© Санкт-Петербургский государственный технологический университет растительных полимеров, 2013

## ВВЕДЕНИЕ

Задание выполняется в отдельной тетради, каждая задача начинается с новой страницы. На обложке тетради пишется фамилия студента, номер группы и номер варианта. Студент выполняет по одной задаче из каждой темы. Вторая цифра варианта указывает номер задачи, а первая цифра – номер варианта условия задачи в таблице. Условие задачи переписывается в том варианте, в котором его следует решать. Если наименование величин не указано, то они даны в системе СИ.

Все необходимые графики и чертежи выполняются точно в выбранном масштабе. Решение должно быть полным. Сначала задача решается в общем виде.

При защите задания студент должен уметь объяснить решение любой задачи, знать и понимать физические законы и физические величины, которыми он пользовался.

### ТЕМА 1. КИНЕМАТИКА КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

*Гармоническими колебаниями* называется движение, описываемое уравнением  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ .

Здесь  $x$  - смещение тела от положения равновесия;

$A$  – амплитуда колебаний, т.е. наибольшее отклонение тела от положения равновесия;

$\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$  - фаза колебаний;  $\varphi_0$  - начальная фаза;

$\omega = 2\pi/T = 2\pi\nu$  – циклическая частота;

$T$  - период колебаний, т.е. время, за которое совершается одно полное колебание;

$\nu$  - частота колебаний, т.е. число колебаний, совершаемых за единицу времени.

На рис.1 приведен график гармонических колебаний. Сдвиг колебания по фазе соответствует сдвигу по времени. Если  $\varphi_0 = 0$ , то

$x = A$  при  $t=0$ ; при  $\varphi_0 \neq 0$  график сдвигается на отрезок времени  $\tau_0 = \varphi_0 T / 2\pi$  в отрицательном направлении:

$x = A \cos(2\pi(t - \tau_0)/T)$ . Отсюда можно определить  $\varphi_0$ .

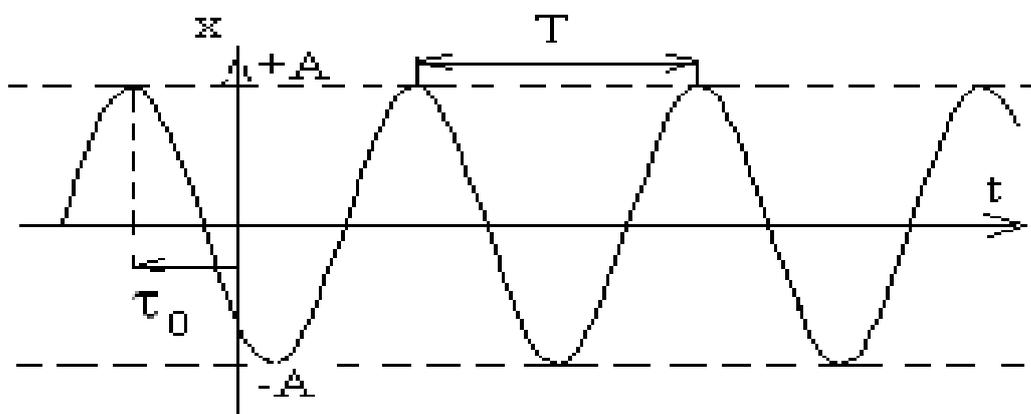


Рис. 1

Дифференцируя  $x$  по времени, найдем скорость  $v$ , а дифференцируя скорость по времени, найдем ускорение  $a$  при гармонических колебаниях.

Удобно изображать гармонические колебания с помощью *векторной диаграммы* (рис.2). При этом длина вектора равна амплитуде  $A$  колебаний, а угол с осью  $X$  равен начальной фазе  $\varphi_0$ . Если вращать этот вектор с угловой скоростью  $\omega$ , то его проекция на ось  $X$  будет совершать гармонические колебания с параметрами  $A, \omega, \varphi_0$ .

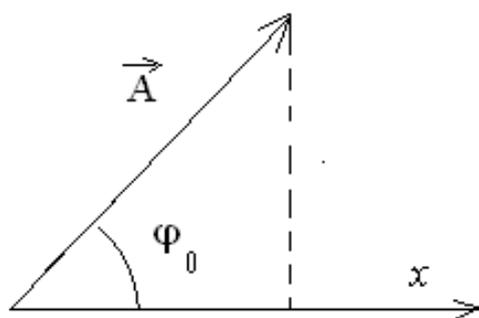


Рис. 2

Колебания можно складывать. Если  $x_1 = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$  и  $x_2 = B \cdot \cos(\omega t + \psi_0)$ , то суммарным колебанием называется колебание, при котором  $x = x_1 + x_2$ . Такие колебания  $x_1$  и  $x_2$  называются одинаково направленными. При сложении одинаково направленных гармонических колебаний с равными частотами получаются гармонические колебания той же частоты  $x = C \cos(\omega t + \alpha_0)$ . Амплитуда  $C$  и начальная фаза  $\alpha_0$  суммарного колебания зависят от амплитуд и фаз складываемых колебаний. На векторной диаграмме суммарное колебание изображается вектором, равным сумме векторов, изображающих колебания  $x_1$  и  $x_2$  (рис.3). Применяя теорему косинусов к треугольнику, образованному векторами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , получим  $C^2 = A^2 + B^2 + 2A \cdot B \cdot \cos(\psi_0 - \varphi_0)$ .

Начальную фазу суммарного колебания  $\alpha_0$  можно найти из

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = (A \sin \varphi_0 + B \sin \psi_0) / (A \cos \varphi_0 + B \cos \psi_0)$$

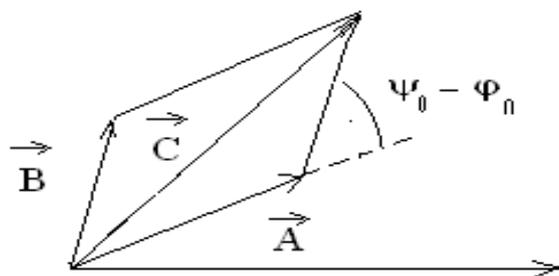


Рис. 3

Можно складывать и взаимно перпендикулярные колебания:  $x = A \cos(\omega_1 t + \varphi_0)$  и  $y = B \cos(\omega_2 t + \psi_0)$ , при этом точка совершает криволинейное движение на плоскости. В общем случае траектория не замкнута. Если частоты колебаний относятся как целые числа  $\omega_1/\omega_2 = n_1/n_2$ , то точка описывает замкнутую траекторию. Эти замкнутые траектории называются фигурами Лиссажу. При равных частотах фигуры Лиссажу - эллипс, оси которого зависят от амплитуд и разности фаз колебаний. В частных случаях эллипс вырождается в отрезок прямой линии. Так как  $-A \leq x \leq A$ , а  $-B \leq y \leq B$ , то фигуры Лиссажу всегда вписаны в прямоугольник, ограниченный прямыми  $x = \pm A$  и  $y = \pm B$ .

## Задание А

Построить графики смещений двух гармонических колебаний  $x_1 = A \cos(\omega t + \varphi_0)$ ,  $x_2 = B \cos(\omega t + \psi_0)$ . Обе кривые  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  строятся на одном графике. Здесь же построить график суммарного колебания  $x = x_1 + x_2$ . По графику  $x(t)$  определить амплитуду  $C$  и начальную фазу суммарного колебания. Графики строятся на листе миллиметровки  $200 \times 290$  мм. Время откладывается в долях периода на оси абсцисс от  $-0,5T$  до  $1,5T$ . Масштаб по оси времени: один период – 12 см. Масштаб по оси ординат: 1 м – 5 см.

Данные берутся из табл.3. Первая цифра варианта дает номер столбца, вторая – номер строки.

Для построения графиков следует сначала заполнить табл.1. Точки по оси времени берутся через  $1/24$  периода.

Таблица 1

$t/T$	$\varphi$	$\cos \varphi$	$x_1$	$\psi$	$\cos \psi$	$x_2$	$x = x_1 + x_2$
-12/24							
-11/24							
-10/24							
...							
...							

$$\varphi = 2\pi t/T + \varphi_0 = 360^\circ t/T + \varphi_0$$

$$\psi = 360^\circ t/T + \psi_0$$

## Задание Б. Векторное сложение колебаний

Построить векторные диаграммы колебаний  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  из задания А и по ним построить вектор, изображающий суммарное колебание. По построенному вектору определить амплитуду  $C$  и начальную фазу  $\alpha_0$  суммарного колебания.

Рассчитать амплитуду  $C$  и фазу  $\alpha_0$  суммарного колебания по формулам сложения колебаний. Все результаты занести в табл. 2. Для построения векторной диаграммы провести окружности с радиусами от 1 до 10 см через 1 см. На средней окружности отметить углы через  $15^\circ$ .

Масштабы по амплитуде такие же, как в задании А: 1 м – 5 см.

Таблица 2

Метод	$C, м$	$\alpha_0$
Графический		
Векторная диаграмма		
Аналитический		

### Задание В. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

Построить траекторию движения точки, полученную сложением колебаний  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$  и  $y = B \cos(\omega t + \psi_0)$ . Данные те же, что в задании А. Траектория строится на листе миллиметровки 200x290. Масштабы по осям, как в задании А: 1м – 5 см. Для моментов времени  $t=0, 1/24T, 2/24T, \dots, T$  наносятся точки с координатами  $x=x_1$  и  $y=x_2$ , где  $x_1$  и  $x_2$  берутся из табл.1. Точки нумеруются 0, 1, 2, ..., 24. Точка 24 должна совпасть с точкой 0. По точкам проводится кривая и указывается направление движения. На графике следует построить прямоугольник, образованный прямыми  $x = \pm A$  и  $y = \pm B$ .

Таблица 3

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	A	1,5	0,8	1,2	1,4	0,6	0,7	0,9	1,1	0,8
	$\varphi_0$	$30^0$	$0^0$	$15^0$	$-15^0$	$-30^0$	$45^0$	$60^0$	$-90^0$	$180^0$
	B	0,6	0,7	0,9	1,1	0,8	1,2	1,0	1,6	1,4
	$\psi_0$	$90^0$	$30^0$	$45^0$	$105^0$	$0^0$	$15^0$	$-75^0$	$-60^0$	$60^0$
1	1,2	1,0	1,6	1,4	1,5	0,8	0,6	0,9	1,3	1,6
	$180^0$	$75^0$	$90^0$	$105^0$	$45^0$	$-45^0$	$120^0$	$135^0$	$150^0$	$-75^0$
	1,5	0,8	0,6	0,9	1,3	1,2	1,6	1,5	0,9	0,7
	$30^0$	$75^0$	$-90^0$	$-45^0$	$-45^0$	$120^0$	$-30^0$	$-15^0$	$90^0$	$75^0$
2	1,2	1,5	1,8	1,4	0,8	2,0	1,7	0,8	0,7	1,2
	$-90^0$	$-30^0$	$135^0$	$150^0$	$90^0$	$90^0$	$-60^0$	$-135^0$	$-75^0$	$-90^0$
	1,0	0,8	0,5	0,7	0,9	0,8	1,2	1,0	1,6	1,4
	$0^0$	$0^0$	$45^0$	$-90^0$	$-60^0$	$-90^0$	$0^0$	$105^0$	$-30^0$	$0^0$
3	0,6	1,1	1,0	1,5	1,4	0,9	1,3	1,6	0,8	1,2
	$-75^0$	$150^0$	$135^0$	$-120^0$	$150^0$	$165^0$	$105^0$	$90^0$	$75^0$	$180^0$
	0,9	0,7	0,5	0,8	1,0	0,7	0,9	1,0	1,6	1,2
	$-45^0$	$180^0$	$150^0$	$30^0$	$-30^0$	$-45^0$	$60^0$	$180^0$	$0^0$	$30^0$

Продолжение табл. 3

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	1,7	1,3	1,5	1,1	0,6	0,9	2,0	0,8	1,2	0,7
	60 <sup>0</sup>	-45	45	-30 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	-15 <sup>0</sup>	30 <sup>0</sup>	0 <sup>0</sup>	-60 <sup>0</sup>	180 <sup>0</sup>
	1,3	0,9	0,6	0,8	1,5	1,4	0,6	0,7	0,9	1,1
	-60 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	105 <sup>0</sup>	-60 <sup>0</sup>	60 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>	150 <sup>0</sup>	-30 <sup>0</sup>	30 <sup>0</sup>	180 <sup>0</sup>
5	0,8	0,6	0,9	1,3	1,6	1,2	1,5	1,8	1,4	0,8
	-75 <sup>0</sup>	105 <sup>0</sup>	-15 <sup>0</sup>	-45 <sup>0</sup>	0 <sup>0</sup>	0 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	60 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>	-120 <sup>0</sup>
	1,1	0,9	0,7	0,6	1,4	0,8	0,6	0,9	1,3	0,8
	180 <sup>0</sup>	105 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	-60 <sup>0</sup>	120 <sup>0</sup>	0 <sup>0</sup>	30 <sup>0</sup>	120 <sup>0</sup>	-45 <sup>0</sup>	0 <sup>0</sup>
6	1,0	1,5	0,8	1,2	1,4	0,6	0,7	0,9	1,1	0,8
	135 <sup>0</sup>	120 <sup>0</sup>	135 <sup>0</sup>	-75 <sup>0</sup>	150 <sup>0</sup>	180 <sup>0</sup>	105 <sup>0</sup>	90 <sup>0</sup>	150 <sup>0</sup>	135 <sup>0</sup>
	1,6	1,0	1,5	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
	-15 <sup>0</sup>	30 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>	75 <sup>0</sup>	75 <sup>0</sup>	75 <sup>0</sup>	135 <sup>0</sup>	75 <sup>0</sup>	75 <sup>0</sup>	75 <sup>0</sup>
7	1,2	1,0	1,6	1,4	1,5	1,6	1,0	1,2	0,8	1,1
	120 <sup>0</sup>	-45 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	-30 <sup>0</sup>	-60 <sup>0</sup>	60 <sup>0</sup>	-90 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>	75 <sup>0</sup>
	1,4	1,6	1,2	0,8	1,1	1,4	1,6	1,0	1,2	0,8
	0 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>	105 <sup>0</sup>	60 <sup>0</sup>	90 <sup>0</sup>	90 <sup>0</sup>	0 <sup>0</sup>	-15 <sup>0</sup>	0 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>
8	0,8	0,7	0,6	1,4	1,2	0,8	1,5	1,0	0,8	1,4
	90 <sup>0</sup>	-15 <sup>0</sup>	-30 <sup>0</sup>	120 <sup>0</sup>	-45 <sup>0</sup>	-90 <sup>0</sup>	75 <sup>0</sup>	30 <sup>0</sup>	-60 <sup>0</sup>	-75 <sup>0</sup>
	1,1	0,9	0,7	0,6	1,4	0,9	0,7	0,5	0,8	1,0
	30 <sup>0</sup>	-45 <sup>0</sup>	30 <sup>0</sup>	90 <sup>0</sup>	60 <sup>0</sup>	-60 <sup>0</sup>	-15 <sup>0</sup>	0 <sup>0</sup>	-30 <sup>0</sup>	15 <sup>0</sup>
9	1,8	1,5	1,2	1,6	1,3	0,9	0,6	0,8	1,5	1,4
	15 <sup>0</sup>	105 <sup>0</sup>	45 <sup>0</sup>	-105 <sup>0</sup>	180 <sup>0</sup>	150 <sup>0</sup>	-120 <sup>0</sup>	135 <sup>0</sup>	-150 <sup>0</sup>	-120 <sup>0</sup>
	0,7	0,9	1,5	1,3	0,9	0,6	0,8	1,6	1,0	1,2
	-165 <sup>0</sup>	-45 <sup>0</sup>	90	45 <sup>0</sup>	90 <sup>0</sup>	120 <sup>0</sup>	180 <sup>0</sup>	-45 <sup>0</sup>	-60 <sup>0</sup>	30 <sup>0</sup>

## ТЕМА 2. ДИНАМИКА КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Свободные колебания совершаются под действием упругой (квазиупругой) силы и силы сопротивления среды. По второму закону Ньютона

$$ma = F_{\text{упр}} + F_{\text{сопр}} , \quad (1)$$

$$F_{\text{упр}} = -kx , \quad (2)$$

$$F_{\text{сопр}} = -r\nu , \quad (3)$$

где  $k$  - коэффициент жесткости,  $r$  - коэффициент сопротивления,  $x$ ,  $\nu$  - смещение и скорость колеблющейся точки.

Подставляя (2) и (3) в выражение (1), получим

$$ma = -kx - r\dot{x},$$

или в дифференциальной форме

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0,$$

$\frac{k}{m} = \omega_0^2$ , где  $\omega_0$  - круговая или циклическая частота незатухающих колебаний;

$\frac{r}{2m} = \beta$  - коэффициент затухания.

Уравнение затухающих колебаний

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_3 t + \varphi_0).$$

При отсутствии силы сопротивления ( $r = 0$ ) колебания являются незатухающими (гармоническими).

Логарифмический декремент затухания равен логарифму отношения амплитуд двух последовательных колебаний

$$\delta = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T.$$

Частота затухающих колебаний  $\omega_3 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ .

Период колебаний пружинного маятника  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ .

Период колебаний математического маятника  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ .

Период колебаний физического маятника  $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mag}}$ ,

где  $J$  – момент инерции колеблющегося тела относительно оси колебаний,  $a$  – расстояние от центра тяжести маятника до оси вращения,  $m$  – масса маятника. Приведенная длина физического маятника - это длина математического маятника с таким же периодом колебаний.

Полная энергия колеблющейся точки  $E = E_p + E_k$  складывается из потенциальной  $E_p = \frac{kx^2}{2}$  и кинетической энергии  $E_k = \frac{mv^2}{2}$ .

При отсутствии сил сопротивления полная энергия остается постоянной и равна максимальной кинетической энергии  $\frac{mv^2 A^2}{2}$  и мак-

симальной потенциальной энергии  $\frac{kA^2}{2}$ . При затухающих колебаниях полная энергия расходуется на работу по преодолению силы сопротивления  $E_1 - E_2 = A_{\text{сопр}}$ .

### Задачи

2.1. Уравнение движения материальной точки массой  $m$  имеет вид  $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ . В момент времени  $t$  возвращающая сила, потенциальная, кинетическая и полная энергия точки равны  $F$ ,  $E_p$ ,  $E_k$  и  $E$ . Максимальная возвращающая сила  $F_m$ , период колебаний  $T$ . Значения энергии даны в мДж, силы даны в мН.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A, см	2	-	4,5	5	10	-	5	2	-	5
$\omega$	$\pi/6$	$\pi$	$\pi$	2	$\pi/8$	$\pi$	$\pi/5$	$\pi/2$	-	$\pi/2$
$t$	-	-	0,25	-	-	-	0,1	-	-	-
$\varphi_0$	$\pi/8$	-	0	0	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/3$	$\pi/4$
$m$ , г	5	10	25	-	16	-	10	-	-	2
$E$	-	100	-	-	-	30	-	-	30	-
$F$	-	-	-	5	-	-	-	-	-	9,9
$E_p$	-	-	-	0,1	-	-	-	7,6	0,75	9,9
$F_m$	-	-	-	-	-	1,5	-	1,48	1,5	-
Найти	$F_m$ , $E$	$A$ , $F_m$	$F, E_p$ $E_k$	$t, E_k$	$F_m$ , $E$	$A, T$	$F_m$ $E_k$	$t, k$ , $m$	$t, A$ , $\omega$	$x, E$ , $t$

2.2. Гирька массой  $m$ , подвешенная на пружине, колеблется вертикально с периодом  $T$ ; коэффициент упругости пружины  $k$ ; циклическая частота колебаний  $\omega$ ; полная энергия колеблющейся гирьки  $E$ ; амплитуда колебаний  $A$ ; максимальная возвращающая сила  $F_m$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$	0,2	-	0,15	0,2	0,4	0,25	0,12	0,5	-	0,1
$T$	0,4	0,1	0,01	-	2,0	-	-	0,3	2	-
$k$	-	80	-	200	-	-	100	-	-	-
$E$	0,02	-	-	-	0,03	0,02	0,02	-	-	0,01
$A, \text{ см}$	-	4	0,8	-	-	1,4	-	3,0	2,5	-
$F_m$	-	-	-	3,0	-	-	-	-	2	0,5
Найти	$k, A$	$E, m$	$E, k$	$E, T$	$A, \omega$	$k, \omega$	$T, A$	$k, E$	$m, E$	$T, A$

2.3. Материальная точка массой  $m$  совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени  $t$  возвращающая сила, кинетическая, потенциальная и полная энергия точки равны  $F$ ,  $E_k$ ,  $E_p$  и  $E$ , смещение и скорость равны  $x$  и  $v$ . Период колебаний  $T$ , жесткость пружины  $k$ . Написать уравнение этих колебаний.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$	1,2	0,7	2,3	1,6	3,2	0,8	0,3	1,4	2,8	1,5
$m$	0,4	-	0,8	-	1,4	-	0,2	-	1,2	0,6
$T$	-	2,0	-	0,5	1,0	-	-	-	4,0	-
$k$	16	-	-	-	-	-	10	-	-	-
$F$	-	-	8,0	-	-	-	-	6,0	0,4	-
$E$	-	0,25	-	-	0,4	-	0,2	0,25	-	0,2
$E_k$	-	0,15	-	-	-	0,3	-	-	0,15	0,14
$E_p$	-	-	0,4	-	-	0,5	-	-	-	-
$x$	0,08	-	-	0,05	0,1	0,12	0,06	0,05	-	0,14
$v$	0,50	-	1,4	0,4	-	1,0	-	0,8	-	-

2.4. Подвешенная к пружине чашка весов с гирями колеблется в вертикальном направлении с периодом колебаний  $T_1$ . После того как на чашку весов положили добавочную гирю, период колебаний увеличился до  $T_2$ . Пружина удлинилась при этом на  $\Delta x$ . Массы чашек с гирями  $m_1$  и  $m_2$ . Жесткость пружины  $k$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$T_1$	0,5	0,4	-	0,4	-	1	0,7	-	0,5	-
$T_2$	0,6	-	1	-	-	1,3	-	6,28	-	-
$\Delta x$	-	0,05	0,04	0,05	0,02	-	-	-	-	0,05
$m_1$	-	-	-	-	0,12	-	0,32	4	0,25	-
$m_2$	-	-	-	-	0,16	-	0,57	9	0,4	0,25
$k$	-	-	-	-	-	40	-	-	-	9,8
Найти	$\Delta x$	$T_2$	$T_1$	$T_2$	$T_1,$ $T_2$	$m_1,$ $\Delta x$	$\Delta x,$ $T_2$	$T_1,$ $k$	$\Delta x$	$T_1,$ $T_2$

2.5. Тело массой  $m$  совершает затухающие колебания. В некоторый момент времени смещение, скорость и ускорение тела -  $x$ ,  $v$  и  $a$ , упругая сила, сила сопротивления и полная сила -  $F_y$ ,  $F_c$  и  $F$ .  $k$  – коэффициент жесткости пружины,  $r$  - коэффициент сопротивления,  $\omega_3$ ,  $T_3$  – частота и период затухающих колебаний.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$	0,2	0,3	0,25	-	0,4	-	-	1,5	0,1	0,4
$a$	-	0,8	-	-	2,5	-2	-	2	-	3
$k$	80	20	-	30	12	20	50	20	-	10
$x, \text{см}$	-5	4	6	-	5	3	-4	-12	5	-8
$v$	1,8	-	-	2,0	-	1,2	2,0	-2,0	8	-0,2
$r$	0,5	-	-	0,4	-	0,25	0,3	-	-	-
$\omega_3$	-	-	4	-	-	-	-	-	0,6	-
$\beta$	-	-	1,7	-	0,5	-	-	-	0,8	-
$F$	-	-	-	1,2	-	-	-	-	-	-
Найти	$a$	$F_c$	$F_y$	$x$	$v$	$m$	$F$	$\beta$	$a$	$T_3$

2.6. Найти приведенную длину физического маятника и период его колебаний. Ось проходит перпендикулярно плоскости тела. Если ось проходит вне тела, то тело подвешено на невесомой нити. Тела – шар, диск, обруч, стержень.

№	Тело	$R, l$	Ось колебаний проходит через:
0	диск	2	край диска,
1	обруч	5	точку обруча,
2	стерж.	4	конец стержня,
3	диск	3	середицу радиуса,
4	стерж.	6	точку, удаленную на $1/6 l$ от конца стержня,
5	шар	2	точку, удаленную от поверхности шара на $2R$
6	диск	2	точку на расстоянии $1/3 R$ от края диска,
7	стерж.	8	точку на расстоянии $2 m$ от конца стержня,
8	шар	3	точку, удаленную от центра шара на $4R$
9	стерж.	5	точку на расстоянии $3 m$ от ближнего конца.

2.7. Тело массой  $m$  совершает затухающие колебания  $x=0,2 \cdot e^{-6t} \cos 10t$ . В некоторый момент времени  $t$  смещение  $x$ , кинетическая, потенциальная и полная энергия тела  $E_k, E_{\text{п}}, E$ ; силы упругая, сопротивления и суммарная  $F_y, F_c, F$ .  $k$  – коэффициент жесткости,  $r$  – коэффициент сопротивления.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$t$	0,1	0,12	0,05	0,01	0,08	0,1	-	-	0,1	0,05
$m$	0,5	0,5	-	-	-	-	0,3	-	-	-
$k$	-	-	100	-	-	100	-	100	-	-
$r$	-	-	-	3	6	-	-	-	-	-
$F_y$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-2
$F_c$	-	-	-	-	-	-	-5	-	2	-
$F$	-	-	-	-	-	-	15	-	-	-
Найти	$F_y$	$F_c$	$E_k$	$E_{\text{п}}$	$E$	$F$	$x$	$r$	$m$	$F_c$

2.8. Математический маятник массой  $m$  и длиной  $l$  совершает гармонические колебания. В некоторый момент времени смещение от положения равновесия  $x$ , скорость  $v$ , тангенциальное ускорение  $a$ , возвращающая сила  $F$  (даны абсолютные величины); кинетическая, потенциальная и полная энергия  $E_k$ ,  $E_p$ ,  $E$ . Период и амплитуда колебаний маятника  $T$  и  $A$ . Энергия дана в мДж.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l$	2,0	5,0	-	3,0	-	-	-	4,0	2,5	2,0
$m$	-	0,4	5,0	-	-	-	0,5	0,6	2	-
$v$	-	-	-	-	-	1,4	-	-	-	0,7
$E_k$	-	-	-	-	-	0,6	-	-	-	2,0
$E_p$	-	-	-	-	50	-	12	-	-	-
$E$	-	64	-	-	-	-	-	80	-	-
$F$	3,0	-	-	-	4	0,6	-	-	-	2,5
$x$	0,15	0,03	0,07	0,2	-	0,03	0,1	-	0,15	-
$T$	-	-	3,14	-	-	-	-	-	-	-
Найти	$m$	$v$	$E_p$	$a$	$x$	$\omega$	$l$	$A$	$F$	$E_p$

2.9. Тело массой  $m$ , закрепленное на пружине жесткостью  $k$ , совершает колебания, описываемые одним из уравнений:

- 1)  $x=0,07\cos(6t+0,52)$ ,
- 2)  $x=0,03\cos(3t+0,8)$ ,
- 3)  $x=0,05\sin(8t+0,31)$ ,
- 4)  $x=0,12\sin(5t+0,4)$ ,
- 5)  $x=0,06\sin(4t+0,7)$ .

Найти потенциальную и кинетическую энергию в момент времени  $t$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
уравн.	1	3	2	4	5	2	3	1	5	4
$k$	-	20	-	15	25	30	-	40	-	-
$m$	0,2	-	0,5	-	-	-	0,3	-	0,4	0,6
$t$	0,3	0,2	0,5	1,2	0,7	0,4	0,8	0,6	0,7	0,4

2.10. Тело массой  $m$  подвешено к пружине жесткостью  $k$  и совершает колебания с амплитудой  $A$ . Для некоторого момента времени  $t$  –  $x$  и  $v$  смещение и скорость тела,  $E$ ,  $E_p$ ,  $E_k$  – энергии тела.  $T$  – период колебаний.  $F$  – сила, действующая на тело в этот момент времени.  $F_m$ ,  $v_m$  – максимальные значения силы и скорости.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A$	0,04	-	-	0,1	-	-	-	0,04	-	0,06
$k$	980	-	600	-	-	400	-	-	-	-
$E$	-	6	-	-	-	-	-	-	-	-
$E_p$	-	-	-	4	4	-	-	3	-	-
$E_k$	-	-	-	6	8	-	-	-	-	-
$x$	0,03	-	0,1	-	-	-	0,08	-	0,05	0,04
$v$	-	1,4	2	-	-	2	2	2	3	-
$m$	-	2	2	0,5	-	3	1,5	2	0,6	-
$F$	-	-	-	-	100	-	100	-	80	-
$F_m$	-	-	-	-	-	80	-	-	-	150
$T$	-	0,1	-	-	-	-	-	0,15	-	0,2
Найти	$E_k$	$x$	$A$	$T$	$F_m$	$E_p$	$E$	$m$	$v_m$	$v$

### ТЕМА 3. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

Для равновесных состояний идеальных газов справедливо уравнение Менделеева-Клапейрона

$$PV = \frac{M}{\mu} RT ,$$

где  $P$  – давление газа.,  $V$  – его объем,  $T$  – абсолютная температура,  $M$  – масса газа,  $\mu$  – масса одного моля газа,  $R=8,31$  Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная,  $\nu=M/\mu$  – число молей газа.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории имеет вид

$$P = \frac{1}{3} m n \overline{v^2}, \quad \text{где } m - \text{масса молекулы газа, } n = \frac{N}{V} \text{ концен-}$$

трация молекул,  $N$  - число молекул газа,  $\overline{v^2}$  - средний квадрат скоростей молекул. Средняя квадратичная скорость

$$v_{KB} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \quad \text{где } k=R/N_A - \text{постоянная Больцмана,}$$

$N_A$  - число Авогадро, т.е. число молекул в одном моле вещества.

$$N_A=6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}, \quad k=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Из уравнения состояния идеального газа следует  $P=nkT$ .

Плотность вещества  $\rho=M/V=mn$ .

### Задачи

3.1. Газ, масса которого  $M$ , занимает при температуре  $T$  и давлении  $P$  объем  $V$ . В сосуде содержится  $N$  молекул газа. Масса одной молекулы  $m$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	-	CO <sub>2</sub>	-	-	-	азот	H <sub>2</sub>	-
$M$	0,5	0,2	0,1	-	-	0,1	0,1	-	-	0,44
$m \cdot 10^{26}$	-	-	-	-	4,65	-	5,31	-	-	7,3
$P$ , МПа	0,5	0,5	0,1	0,23	0,2	1,0	0,15	-	0,2	-
$V$ , л	-	50	75	10	2	-	100	75	-	140
$T$ °C	17	-	16	0	7	27	-	17	27	0
$N \cdot 10^{-25}$	-	-	-	-	-	3,01	-	0,5	0,3	-
Найти	$V$ , $N$	$N$ , $T$	газ, $m$	$M$ , $N$	газ, $M$	газ, $V$	$T$ , $N$	$M$ , $P$	$m$ , $V$	газ, $P$

3.2. Плотность газа при температуре  $T$  и давлении  $P$  равна  $\rho$ .  
 $n$  - концентрация молекул газа,  $m$  - масса одной молекулы газа.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	-	-	CO <sub>2</sub>	-	-	-	азот	-
$P$ , МПа	2,4	0,50	1,5	0,5	0,1	0,1	1,0	-	0,3	0,3
$T$ °C	28	10	88	28	15	16	-	5	20	20
$\rho$	-	-	14	0,8	-	1,83	-	-	-	3,45
$m \cdot 10^{26}$	-	-	-	-	-	-	5,31	0,33	-	-
$n \cdot 10^{-25}$	-	-	-	-	-	-	23	5,2	-	-
Найти	$\rho$ , $m$	$m$ , $n$	газ, $m$	газ, $m$	$\rho$ , $n$	газ, $m$	$T$ , $\rho$	$\rho$ , $P$	$\rho$ , $n$	газ, $m$

3.3. В сосуде объемом  $V$ , находится  $N$  молекул газа при температуре  $T$  и давлении  $P$ . Масса газа  $M$ , его плотность  $\rho$ , масса одной молекулы газа  $m$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	азот	-	азот	O <sub>2</sub>	-	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	-	H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>
$P$ , МПа	0,5	0,25	-	0,1	0,2	-	0,3	0,18	-	0,2
$V$ , л	20	-	30	20	-	200	15	-	250	25
$T$ °C	18	27	30	10	20	15	20	25	17	13
$\rho$	-	3,2	-	-	0,33	-	-	3,2	-	-
$M$	-	-	-	-	-	-	-	4,1	-	-
$N \cdot 10^{-24}$	-	-	5	-	-	8,0	-	-	0,4	-
Найти	$\rho$ , $N$	газ	$M$ , $P$	$\rho$ , $N$	газ, $N$	$\rho$ , $P$	$N$ , $\rho$	газ, $V$	$\rho$ , $P$	$N$ , $\rho$

3.4. В камере шины емкостью  $V$  содержится воздух массой  $M_1$ , при температуре  $T_1$  и давлении  $P_1$ . После подкачки воздуха давление стало  $P_2$ , и температура повысилась на  $\Delta T$ . При этом в камеру введена масса воздуха  $\Delta M$ , число молекул воздуха  $\Delta N$ .  $\mu$  воздуха 29 г/моль.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M_1$ , Г	26	-	80	16	45	60	14	-	25	-
$\Delta M$ , Г	-	-	5	-	-	10	3	12	-	-
$P_1$ , атм	-	2,0	2,5	1,3	1,5	1,3	1,8	1,1	2,6	2,2
$P_2$ , атм	1,4	-	-	-	1,7	-	2,4	-	-	2,8
$T_1$ , °C	30	27	2	-	-	-	7	5	17	-3
$\Delta T$ , °C	15	-	-	30	-	20	-	25	37	40
$\Delta N \cdot 10^{-22}$	-	8	-	4	10	3	-	-	18	-
$V$ , л	22	6	-	8	20	40	8	45	-	7
Найти	$P_1$ $\Delta M$	$M_1$ $\Delta M$	$P_2$ $V$	$P_2$ $\Delta M$	$\Delta T$ $T_1$	$T_1$ $P_2$	$\Delta N$ $T_1$	$P_2$ $\Delta N$	$V$ $P_2$	$M_1$ $\Delta M$

3.5. В баллоне объема  $V$  находился газ при температуре  $T_1$  и давлении  $P_1$ . Когда из баллона взяли некоторое количество газа, давление понизилось до  $P_2$ , а температура до  $T_2$ . Масса, число молей и число молекул взятого из баллона газа  $\Delta M$ ,  $\Delta \nu$  и  $\Delta N$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	-	Ar	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	-	He	H <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	азот
$V$ , л	15	20	40	25	16	20	11	-	20	10
$P_1$ , атм	-	7	5	6,5	10	5	9	5	-	8
$P_2$ , атм	4	3	3	2,5	-	4	-	3	2	5
$T_1$ , °C	30	127	30	-	30	27	42	57	37	77
$T_2$ , °C	26	17	-	-23	2	-3	2	7	2	-
$\Delta M$ , Г	-	-	-	-	40	1,8	10	8,4	-	50
$\Delta \nu$	-	-	-	4	-	-	-	-	-	-
$\Delta N \cdot 10^{-23}$	5	-	12	-	-	-	-	-	8	-
Найти	$P_1$ $\Delta \nu$	$\Delta M$ $\Delta N$	$T_2$ $\Delta \nu$	$T_1$ $\Delta M$	$P_2$ $\Delta N$	газ, $\Delta N$	$P_2$ $\Delta N$	$V$ $\Delta \nu$	$P_1$ $\Delta M$	$T_2$ $\Delta N$

3.6. В колбе емкостью  $V$  содержится газ, средняя квадратичная скорость молекул которого  $v_{\text{кв}}$ . Вследствие утечки из колбы  $\Delta N$  молекул давление газа в колбе понизилось на  $\Delta P$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	O <sub>2</sub>	азот	-	CO <sub>2</sub>	He	H <sub>2</sub> O	азот	-	H <sub>2</sub>	-
$V$ , л	10	25	10	30	20	-	5	16	15	-
$T$ °C	27	-	312	-	17	-	7	-	-	33
$\Delta N \cdot 10^{-22}$	10	-	-	5	-	2	20	9	10	12
$\Delta P$ , кПа	-	25	81	-	20	4	-	25	20	30
$v_{\text{кв}}$	-	600	900	450	-	700	-	500	-	522
Найти	$\Delta P$ $v_{\text{кв}}$	$\Delta N$ $T$	газ $\Delta N$	$T$ $\Delta P$	$\Delta N$ $v_{\text{кв}}$	$V$ $T$	$\Delta P$ $v_{\text{кв}}$	газ $T$	$T$ $v_{\text{кв}}$	газ $V$

3.7. В сосуде объемом  $V$  содержится  $\nu$  молей газа с общей массой  $M$ . Концентрация молекул  $n$ , общее число молекул газа в сосуде  $N$ . Масса молекулы  $m$ . Температура газа  $T$ , давление  $P$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	H <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	-	азот	-	-	-	NH <sub>3</sub>	He	-
$\nu$	3	1,6	-	-	-	-	1,5	-	-	2
$M$	-	-	0,1	0,2	-	-	-	0,5	-	-
$N \cdot 10^{-23}$	-	-	-	-	9	-	-	-	20	-
$n \cdot 10^{-26}$	-	1,2	-	-	1,5	6	0,6	-	-	-
$P$ , МПа	0,5	-	0,2	0,15	-	-	-	0,3	0,4	0,3
$V$ , л	-	-	-	-	-	10	-	-	-	12
$T$ °C	17	27	0	827	17	27	20	7	-33	-
$m \cdot 10^{26}$	-	-	4,65	-	-	-	7,3	-	-	-
Найти	$V$ $n$	$V$ $P$	газ $n, V$	$V$ $n$	$P$ $V$	$\nu$ $P$	$M$ $P$	$N$ $n$	$m$ $V$	$T$ $N$

3.8. В сосуде объемом  $V$  под поршнем площадью  $S$  находится газ при температуре  $T$  и давлении  $P$ . Сила, с которой газ действует на поршень,  $F$ . Число молекул газа  $N$ , число молей  $\nu$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F$	-	200	150	-	450	30	120	-	150	-
$S, \text{см}^2$	20	10	30	15	-	60	-	12	-	20
$N \cdot 10^{-23}$	2	-	-	-	3	-	12	0,6	-	-
$\nu$	-	-	2,5	-	-	0,5	-	-	-	0,2
$V, \text{л}$	-	0,3	-	2	8	6	10	1,0	30	2
$T$	290	273	400	283	290	-	273	-	300	900
$P, \text{кПа}$	100	-	-	133	-	-	-	336	500	-
Найти	$V$ $F$	$NP$	$V$ $P$	$FN$	$P$ $S$	$P$ $T$	$P$ $S$	$T$ $F$	$N$ $S$	$PF$

3.9. Газ при температуре  $T$  и давлении  $P$  имеет плотность  $\rho$ . Масса моля  $\mu$ , средняя квадратичная скорость молекул  $v_{\text{кв}}$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	-	$\text{H}_2$	-	$\text{O}_2$	-	азот	-	-	-	$\text{O}_2$
$P, \text{кПа}$	250	-	40	-	50	70	90	65	-	40
$T, ^\circ\text{C}$	28	-	241	-	47	-	-42	94	-24	-
$\rho$	0,2	0,1	0,3	0,3	-	-	1,5	-	0,7	0,3
$v_{\text{кв}}$	-	800	-	630	706	450	-	456	440	-
Найти	газ $v_{\text{кв}}$	$P$ $T$	газ $v_{\text{кв}}$	$P$ $T$	$\rho$ $\mu$	$\rho$ $T$	газ $v_{\text{кв}}$	газ $\rho$	$P$ $\mu$	$v_{\text{кв}}$ $T$

3.10. В сосуде объемом  $V$  находится газ при температуре  $T$  и давлении  $P$ . Плотность газа  $\rho$ , концентрация молекул  $n$ , средне квадратичная скорость его молекул  $v_{\text{кв}}$ . Сосуд содержит  $N$  молекул газа. Масса одной молекулы газа  $m$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	азот	Ar	-	CH <sub>4</sub>	-	азот	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>
$N \cdot 10^{-22}$	-	30	5	12	29	42	30	42	36	-
$V$ , л	2,5	-	6	25	20	11	9,3	30	11	8
$v_{\text{кв}}$	400	920	-	600	400	800	811	500	-	600
$P$ , кПа	10	100	60	-	41	-	47	-	90	70
Найти	$N$ , $P$	$V$ $n$	$m$ , $v_{\text{кв}}$	$n$ $\rho$	газ $T$	$P$ $\rho$	газ $\rho$	$m$ $P$	$v_{\text{кв}}$ $T$	$N$ $T$

#### ТЕМА 4. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ

Внутренняя энергия тела – это суммарная кинетическая энергия хаотического движения молекул и потенциальная энергия их взаимодействия. Для идеального газа потенциальной энергией взаимодействия молекул можно пренебречь и

$$U = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i = N \bar{\varepsilon}$$

где  $N$  - число молекул, а  $\bar{\varepsilon}$  - средняя кинетическая энергия движения молекул.

$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_{\text{ПОСТ}} + \bar{\varepsilon}_{\text{ВР}}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{\text{ПОСТ}} = \frac{3}{2} kT$  - средняя энергия поступательного движения молекул,  $\bar{\varepsilon}_{\text{ВР}} = \frac{i_{\text{ВР}}}{2} kT$  - средняя энергия вращательного движения молекул,  $i_{\text{ВР}}$  - число степеней

свободы вращательного движения, которое зависит от числа атомов в молекуле. Одноатомные молекулы не имеют вращательных степеней свободы, трех - и более атомные молекулы имеют три степени свободы вращательного движения. Двухатомные имеют две вращательные степени свободы. Полное число степеней свободы молекулы  $i=3+i_{вр}$ , где 3 – число поступательных степеней свободы.

Таким образом  $\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2} kT$ , а  $U = \frac{i}{2} NkT = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} N_A kT$

Так как  $k \cdot N_A = R$ , то  $U = \frac{i}{2} \frac{M}{\mu} RT$ . Используя уравнение

Клапейрона, можно получить  $U = \frac{i}{2} PV$ .

### Задание

Определить внутреннюю энергию смеси газов, содержащей  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  молей одноатомного, двухатомного и многоатомного газа. Соответствующие числа молекул  $N_1, N_2, N_3$ . Найдите также энергию вращательного движения всех молекул газа.  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – средние энергии молекул одноатомного, двухатомного и многоатомного газа. Энергии молекул даны в  $10^{-21}$  Дж. Число молекул дано в  $10^{23}$ .

Номер задачи указывает номер данных из табл. 1, номер условия - номер данных из табл. 2.

Таблица 1

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\nu_1$	-	1,5	-	1,2	0,5	-	-	-	-	0,5
$\nu_2$	0,5	1	5	-	-	-	2	-	5	0,3
$\nu_3$	0,2	1,5	-	1	-	4	3	-	3	0,2
$N_1$	2,0	-	0	-	-	5,0	12	3,0	3,0	-
$N_2$	-	-	-	4,0	2,0	3,0	-	4,0	-	-
$N_3$	-	-	15	-	4,0	-	-	2,0	-	-

Таблица 2

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varepsilon_1$	-	-	6,0	-	-	9,0	-		-	-
$\varepsilon_2$	8,0	-	-	6,0	-	-	10	-	12	-
$\varepsilon_3$	-	10	-	-	6,0	-	-	9,0	-	12

## ТЕМА 5. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Теплота  $Q$ , сообщенная газу, идет на изменение его внутренней энергии  $\Delta U$  и на работу  $A$ , совершаемую газом против внешних сил.

$$Q = \Delta U + A.$$

Количество теплоты  $Q$ , идущей на нагревание, определяется теплоемкостями вещества и массой тела:

$$Q = \frac{M}{\mu} C \Delta T, \quad Q = M c \Delta T,$$

где  $C$  - молярная теплоемкость ( количество теплоты, необходимое для нагревания одного моля вещества на один градус) ;

$c$  – удельная теплоемкость ( количество теплоты, необходимое для нагревания единицы массы вещества на один градус),

$C = \mu \cdot c$ . Теплоемкость зависит от условий при которых нагревается тело. Обычно нагрев проводится при постоянном объеме или при постоянном давлении. Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном объеме и при постоянном давлении равны:

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R.$$

Работа, совершенная газом при изменении его объема,

$$dA = P \cdot dV, \quad A = \int_{V_1}^{V_2} P dV.$$

При изохорическом процессе  $\Delta V=0$ ,  $A=0$ , следовательно  $Q=\Delta U$ , т.е. теплота, сообщенная газу, полностью идет на изменение его внутренней энергии.

При изобарическом процессе  $A = P\Delta V = \frac{M}{\mu} R\Delta T$ .

При изотермическом процессе  $\Delta T=0$ ,  $\Delta U=0$ ,  $Q=A$ , т.е. теплота, сообщенная газу, полностью идет на совершение газом работы против внешних сил. Работа при изотермическом процессе

$$A = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

При адиабатическом процессе ( $Q=0$ ),  $A = -\Delta U$ , т.е. работа совершается газом за счет изменения внутренней энергии. При адиабатическом процессе параметры состояния газа связаны уравнением Пуассона:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma, \quad \text{где} \quad \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

Используя уравнение Клапейрона, можно перейти к переменным  $P$ ,  $T$  или  $V$ ,  $T$ .

## **Задачи**

5.1. Газ массой  $M$  расширяется (нагревается) от объема  $V_1$  до  $V_2$ , при этом давление изменяется от  $P_1$  до  $P_2$ , а температура изменяется от  $T_1$  до  $T_2$ . При расширении газ получает количество тепла  $Q$ , совершает работу  $A$ , его внутренняя энергия изменилась на  $\Delta U$ .

Обозначение процесса расширения (нагревания) газа: изохорный - V, изобарный - P, изотермический - T, адиабатный - A.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	CO <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	He	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	-	H <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	H <sub>2</sub>
процесс	V	T	A	P	V	T	A	V	P	A
<i>M</i> , г	220	7	20	50	-	10	-	-	-	4
<i>V</i> <sub>1</sub>	-	0,01	-	-	-	0,1	2,0	0,1	-	0,2
<i>V</i> <sub>2</sub>	-	0,02	-	-	-	-	0,2	-	-	-
<i>P</i> <sub>1</sub> , атм.	6	-	2	-	1,5	2,4	0,5	4	-	-
<i>P</i> <sub>2</sub> , атм.	8	-	-	-	-	0,8	10,7	7	-	-
<i>T</i> <sub>1</sub>	288	-	-	300	260	-	280	300	-	320
<i>T</i> <sub>2</sub>	-	-	800	350	310	-	-	-	-	400
$\Delta U$	-	-	300	-	320	-	-	-	-	-
<i>A</i>	-	800	-	-	-	-	-	-	180	-
Найти	<i>Q</i> $\Delta U$	<i>T</i> <sub>1</sub> $\Delta U$	<i>T</i> <sub>1</sub> <i>P</i> <sub>2</sub>	<i>A</i> <i>Q</i>	<i>M</i> <i>V</i> <sub>1</sub>	<i>A</i>	$\gamma$ <i>T</i> <sub>2</sub>	<i>Q</i> <i>T</i> <sub>2</sub>	<i>Q</i> $\Delta U$	<i>A</i> <i>V</i> <sub>2</sub>

5.2. Газ массой  $M$  расширяется из состояния  $P_1, V_1, T_1$  до состояния  $P_2, V_2, T_2$ , получая при этом количество тепла  $Q$  и совершая работу  $A$ . Удельная теплоемкость газа  $c$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	O <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	CO <sub>2</sub>	CO	O <sub>2</sub>	Ne	H <sub>2</sub>	He	N <sub>2</sub>	Ar
<i>M</i> , г	4	-	-	2	8	-	0,5	2	-	-
<i>P</i> <sub>1</sub> , кПа	-	100	-	180	-	180	200	-	-	-
<i>V</i> <sub>1</sub> , л	-	2	-	1,5	-	2	1,5	-	4	4
<i>T</i> <sub>1</sub>	300	-	300	-	300	-	-	300	400	-
<i>P</i> <sub>2</sub> , кПа	-	130	160	-	160	-	-	-	100	120
<i>V</i> <sub>2</sub> , л	-	-	2,5	-	5	5	-	-	6	8
<i>T</i> <sub>2</sub>	400	-	-	430	-	-	-	350	300	-
<i>A</i>	200	100	280	-	400	200	80	-	-	300
<i>Q</i>	-	400	600	500	-	500	800	500	100	800
Найти	<i>c</i>	<i>V</i> <sub>2</sub>	<i>M</i>	<i>A</i>	<i>Q</i>	<i>P</i> <sub>2</sub>	<i>T</i> <sub>2</sub>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>P</i> <sub>1</sub>

5.3. При изменении состояния газа от  $P_1, V_1, T_1$  до  $P_2, V_2, T_2$ , его внутренняя энергия изменяется на  $\Delta U$ , газ совершает работу  $A$  и получает количество тепла  $Q$ . Масса газа  $M$ . Обозначения процессов: P – изобарный, V – изохорный, T – изотермический, A – адиабатный. Давление дано в МПа; работа, энергия и количество тепла в МДж.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
процесс	V	P	A	T	T	P	V	A	-	P
газ	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	-	-	CH <sub>4</sub>	He	O <sub>2</sub>	-
$M$	-	-	-	0,8	-	1	8	-	-	-
$P_1$	0,15	0,12	0,2	-	0,3	-	-	0,3	0,1	0,25
$V_1$	2	1,5	1	6	3	-	-	2	3	5
$T_1$	-	-	-	-	-	300	293	-	-	-
$P_2$	-	-	-	-	0,15	-	-	0,6	0,13	-
$V_2$	-	2,2	4	24	-	-	-	-	4	7
$T_2$	-	-	-	-	-	150	-	-	-	-
$A$	-	-	-	2,1	-	0,62	-	-	0,15	-
$Q$	0,25	-	-	-	-	-	0,4	-	-	1,6
Найти	$P_2$	$Q$	$A$	$Q, T$	$V_2, A$	$\Delta U, \text{газ}$	$T_2$	$V_2, A$	$Q$	$\Delta U$

5.4. Полные теплоемкости смеси газов при постоянном объеме и при постоянном давлении  $C_V$  и  $C_P$  (даны в Дж/К). Смесь газов нагревается от состояния  $P_1, V_1, T_1$  до температуры  $T_2$  при одном из процессов: V – изохорный, P – изобарный, A – адиабатный, либо каком-то другом процессе.

Конечное давление и объем  $P_2, V_2$ . Изменение внутренней энергии газа  $\Delta U$ , совершенная работа  $A$ , полученное количество тепла  $Q$ . Показатель адиабаты  $\gamma$ ,  $\Delta T = T_2 - T_1$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
процесс	P	-	A	V	A	P	-	V	P	-
$C_V$	-	20	-	36	25	20	-	-	20	10
$C_P$	30	-	40	54	34	27	45	-	30	14
$\gamma$	-	-	-	-	-	-	1,5	1,4	-	-
$P_1$ , атм	1,2	-	2,0	1,3	-	1,4	-	1,2	1,0	0,8
$V_1$ , л	20	-	24	30	22	20	-	10	20	2,5
$T_1$ °C	-	-	-	-	27	-	-	-	-	-
$P_2$ , атм	-	-	1,0	1,8	-	-	-	-	1,5	1,0
$V_2$ , л	24	-	38	-	11	25	-	-	-	4,0
$Q$ , Дж	-	300	-	-	-	-	-	600	-	640
$\Delta T$ °C	60	10	-	-	-	-	20	-	-	-
Найти	$C_V$	A	$C_V$	$\Delta U$	A	$Q$	$\Delta U$	$P_2$	A	A

5.5. Газ массой  $M$  нагревают при постоянном давлении  $P$  от температуры  $T_1$  до  $T_2$ . При этом его объем увеличился от  $V_1$  до  $V_2$ , газ получил количество тепла  $Q$  и совершил работу  $A$ . Его внутренняя энергия увеличилась на  $\Delta U$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	He	азот	O <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	CO	CO <sub>2</sub>	Cl <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>
$M$ , г	7	-	-	-	32	-	-	34	4	-
$P$ , атм	-	1,0	0,8	-	-	1,5	0,8	-	-	1,2
$V_1$	-	0,2	0,1	-	0,02	0,4	0,2	-	-	-
$V_2$	-	0,3	0,3	-	0,03	-	-	$2V_1$	-	1,5
$T_1$ °C	40	-	-	-	10	7	10	27	0	17
$T_2$ °C	80	-	-	-	-	77	90	-	-	87
$Q$	-	-	-	30	-	-	-	-	50	-
$A$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Найти	A	A	$\Delta U$	A	$\Delta U$	$\Delta U$	$\Delta U$	A	$T_2$	A
	$Q$	$Q$	A	$\Delta U$	$Q$	$Q$	$Q$	$Q$	A	$Q$

5.6. Газ массой  $M$  совершает процесс I из состояния  $P_1, V_1, T_1$  до состояния  $P_2, V_2, T_2$ , а затем процесс II - до состояния  $P_3, V_3, T_3$ . Построить график процесса. Обозначения процессов: P – изобарный, V – изохорный, T – изотермический, A - адиабатный. Определить полное изменение внутренней энергии газа  $\Delta U$ , совершенную им работу  $A$  и переданное ему тепло  $Q$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	He	N <sub>2</sub>	He	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	NH <sub>3</sub>
I	P	T	A	T	P	T	V	V	P	P
II	V	V	T	V	V	P	P	A	A	T
$M$ , г	20	14	3	16	30	5	32	-	-	-
$P_1$ , атм	1,2	2,0	-	8	2,4	3	1,0	0,8	1,2	1,5
$V_1$ , л	10	-	11	-	15	-	-	12	-	5
$T_1$ °C	-	17	300	30	-	12	17	-	7	-
$P_2$ , атм	-	-	-	2	-	1,5	-	2,4	-	-
$V_2$	30	-	33	-	24	-	-	-	30	10
$T_2$ °C	-	-	-	-	-	-	87	-	97	-
$P_3$ , атм	2,0	$P_1$	-	-	-	-	-	1,0	-	-
$V_3$ , л	-	-	8	-	-	-	12	-	-	5
$T_3$ °C	-	77	-	82	117	67	-	200	27	-

5.7. При нагревании некоторого количества газа при постоянном давлении затрачивается  $Q_p$  количества теплоты, а при постоянном объеме  $Q_v$ . Число степеней свободы газа  $i$ , масса газа  $M$ , количество газа  $\nu$  молей, молярная теплоемкость газа при постоянном объеме  $C_v$ , при постоянном давлении  $C_p$ . Работа, совершаемая при нагревании газа при постоянном давлении  $A$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	-	-	-	He	-	-	CH <sub>4</sub>	-	N <sub>2</sub>	-
$M$ , г	-	-	3	8	-	-	-	-	7	10
$\nu$	0,5	2	-	-	0,4	-	-	-	-	-
$\gamma$	-	1,33	1,4	-	-	-	-	1,5	-	-
$Q_V$	-	-	187	-	100	84	-	-	-	208
$Q_P$	100	-	-	-	155	-	-	120	-	291
$A$	40	-	-	110	-	42	80	-	-	-
$\Delta T$	-	20	6	-	-	7	-	5	10	32
Найти	$Q_V$ $\Delta T$	$Q_V$ $A$	газ $Q_P$	$Q_P$ $Q_V$	$\Delta T$ $i$	$C_P$ $C_V$	$M$ $Q_V$	$A$ $\nu$	$Q_P$ , $Q_V$	газ $\nu$

5.8. Газ массой  $M$  расширяется (нагревается) из состояния  $P_1, V_1, T_1$  до состояния  $P_2, V_2, T_2$ . При этом газу передано количество тепла  $Q$ , его внутренняя энергия изменилась на  $\Delta U$ , и газом совершена работа  $A$ . Удельная и молярная теплоемкости  $c, C$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	Ar	CO <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	CO	O <sub>2</sub>	CH <sub>4</sub>	NH <sub>3</sub>	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	He
$c$	-	-	-	-	500	800	-	-	-	-
$C$	-	12	-	-	-	-	-	12	-	22
$M$ , г	-	11	8	8	-	4	4	7	-	2
$V_1$ , л	3	-	4	3	2	4	-	-	3	-
$V_2$ , л	4	8	-	5	3	5	6	-	7	12
$P_1$ , атм	1,2	1,0	1,2	0,8	1,0	1,2	1,0	-	0,8	1,2
$P_2$ , атм	2,0	1,5	1,4	1,2	1,5	1,6	2,0	2,0	1,4	1,5
$T_1$	300	290	-	-	300	-	280	200	-	300
$Q$	-	-	400	-	-	-	-	800	-	-
$A$	200	-	100	250	-	-	100	300	400	-
Найти	$C$	$A$	$V_2$	$c$	$A$	$A$	$c$	$V_2$	$Q$	$A$

5.9. Газ массой  $M$  переходит из состояния  $P_1, V_1, T_1$  в состояние  $P_2, V_2, T_2$ . При этом газ совершает работу  $A$ , получает количество тепла  $Q$ , и его внутренняя энергия изменяется на  $\Delta U$ . Процесс является: изотермическим - Т, изохорическим - V, изобарическим - P, адиабатическим - А.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ	O <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	CO	NH <sub>3</sub>	H <sub>2</sub> O	-	He	H <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>
процесс	А	Р	Т	Р	А	-	Т	V	А	Р
$M$ , Г	20	-	8	8	-	6	-	-	-	-
$\Delta U$	-	750	-	-	-	-	-	-	-	-
$\Delta T$	-	20	-	50	-	-	-	-	40	-
$V_1$ , л	10	20	-	2	1	20	30	15	-	-
$V_2$ , л	-	22	10	10	3	35	-	-	-	-
$A$	600	-	-	-	-	-	800	-	500	180
$P_1$ , атм	1,2	-	2,5	-	-	1,2	0,8	1,1	-	-
$P_2$ , атм	-	-	0,5	-	0,2	1,6	-	1,7	-	-
Найти	$\Delta T$ $P_2$	$A$ $P_1$	$A$ $V_1$	$T_1$ , $A$	$A$ $P_1$	$\Delta U$	$P_2$ $V_2$	$\Delta U$	$M$	$\Delta U$

5.10. Смесь двух газов нагревается при постоянном давлении из состояния  $P, V_1, T_1$  до состояния  $P, V_2, T_2$ . При этом газ совершает работу  $A$  и получает количество тепла  $Q$ . Удельные теплоемкости смеси при постоянном объеме и давлении  $c_v, c_p$ , а молярные  $C_v, C_p$ . Масса газов  $M_1, M_2$ .

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
газ 1	N <sub>2</sub>	H <sub>2</sub>	-	-	Ne	He	-	CO <sub>2</sub>	-	He
газ 2	He	NH <sub>3</sub>	-	CO <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	-	O <sub>2</sub>	-	CO <sub>2</sub>
$M_1$ , Г	14	2	10	12	-	3	5	-	-	3
$M_2$ , Г	4	-	20	11	-	7	7	-	-	11
$C_v$	-	18	-	-	14,5	-	-	-	-	-
$C_p$	-	-	-	-	-	-	-	-	27	-

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$c_v$	-	-	650	-	-	-	670	601	-	-
$c_p$	-	-	900	-	-	-	-	820	-	-
$P, \text{атм}$	1,2	-	-	-	0,8	1,0	-	1,1	1,0	-
$V_1, \text{л}$	20	-	-	-	15	5	-	20	20	-
$T_1, ^\circ\text{C}$	-	12	20	25	27	-	7	17	-	5
$T_2, ^\circ\text{C}$	-	50	80	77	-	-	67	-	-	40
$V_2, \text{л}$	30	-	-	-	20	8	-	47	30	-
$Q$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$A$	-	-	-	270	-	-	259	-	-	-
Найти	$Q$ $c_v$	$A$ $M_2$	$c_v$ $A$	газ $Q$	$A$ $Q$	$Q$ $A$	$c_p$ $Q$	$A$ $Q$	$A$ $Q$	$c_p$ $A$

## ТЕМА 6. ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

Циклическим называется процесс, при котором начальное и конечное состояние совпадают. На  $PV$  – диаграмме такой процесс изображается замкнутой кривой. Цикл называется прямым, если он проходится по часовой стрелке. В этом случае расширение газа идет при более высокой температуре, чем сжатие. По прямому циклу работают тепловые машины. КПД. тепловой машины

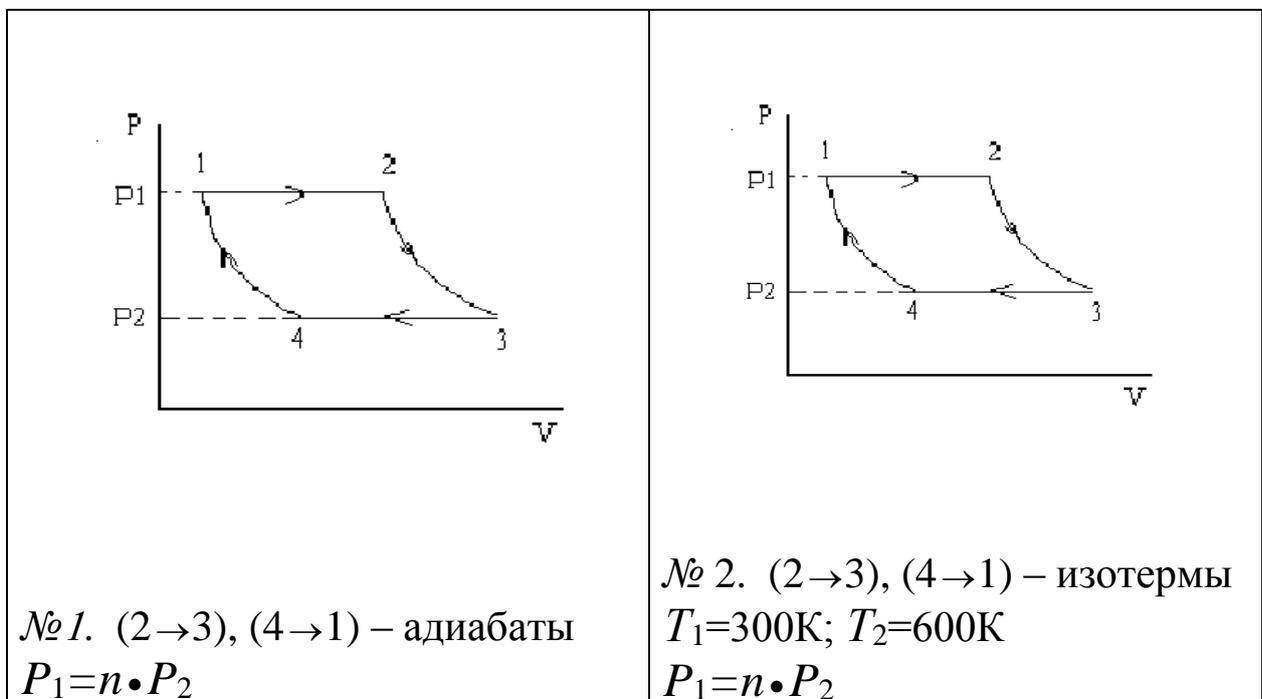
$$\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} .$$

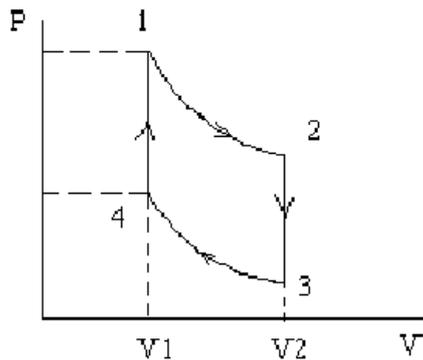
Здесь  $A$  - работа, совершаемая за цикл. Она изображается на  $PV$  – диаграмме площадью, ограниченной циклом.  $Q_1$  – количество тепла, полученное при нагревании, а  $Q_2$  – количество тепла, отданное при охлаждении.

## Задание

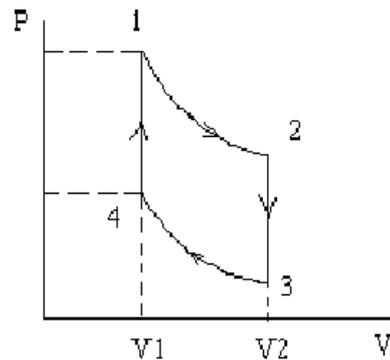
Найти КПД цикла, совершаемого идеальным газом. Номер цикла совпадает с номером задачи. Номер условия обозначает номер строки из таблицы, в которой даны значение  $n$  и название газа, являющегося рабочим веществом цикла.

№	газ	$n$
0	кислород	4,0
1	водород	1,5
2	азот	2,0
3	гелий	2,5
4	кислород	1,8
5	метан	2,6
6	аргон	2,8
7	аммиак	3,0
8	неон	2,2
9	углекислый газ	2,0

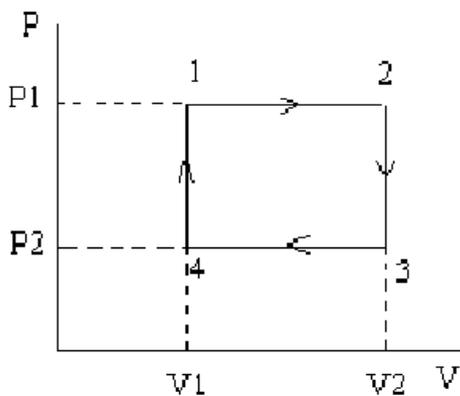




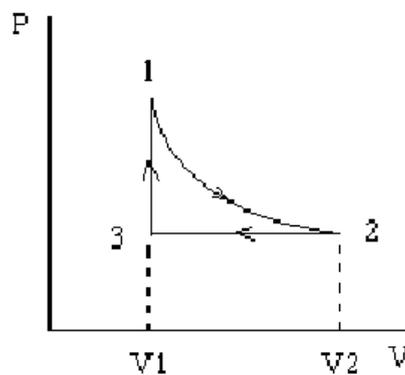
№ 3. (1→2), (3→4) – адиабаты  
 $V_2 = n \cdot V_1$



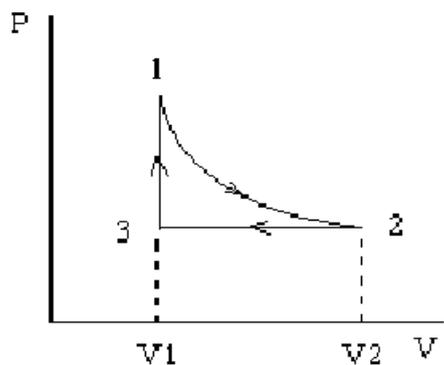
№ 4. (1→2), (3→4) – изотермы  
 $T_1 = 600\text{K}$ ;  $T_3 = 300\text{K}$   
 $V_2 = n \cdot V_1$



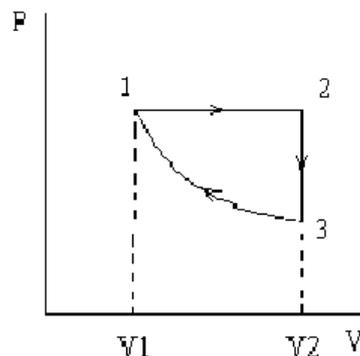
№5.  $P_1 = n \cdot P_4$   
 $V_2 = n \cdot V_1$



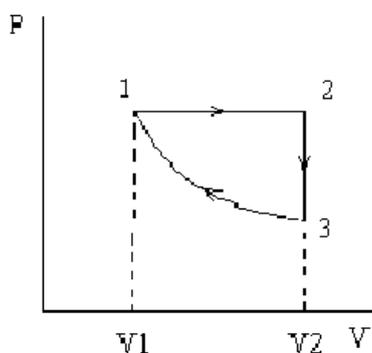
№6. (1→2) – адиабата  
 $V_2 = n \cdot V_1$



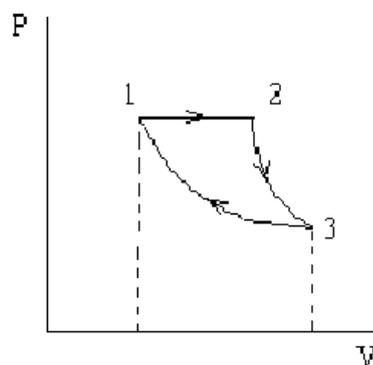
№ 7. (1 → 2) – изотерма  
 $T_1 = 600\text{K}$   
 $V_2 = n \cdot V_1$



№ 8. (3 → 1) – адиабата  
 $V_2 = n \cdot V_1$



№ 9. (3 → 1) – изотерма  
 $V_2 = n \cdot V_1$



№ 10. (2 → 3) – адиабата,  
 (3 → 1) – изотерма  
 $T_2 = n \cdot T_1$

## Библиографический список

1. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т.1. Механика, молекулярная физика, колебания и волны: учебное пособие для вузов. Изд. 7-е, стер. -СПб.: Лань, 2007.
2. Механика и молекулярная физика: методические указания к лабораторным работам № 1 – 51, 1 – 61, 1 – 71, 1 – 72. /сост.: В.О. Кабанов, В.К. Козырев, В.М. Максимов, и др.; - СПб.: СПбГТУРП, 2006.

## Содержание

Введение.....	3
Тема 1. Кинематика колебательного движения .....	-
Тема 2. Динамика колебательного движения.....	8
Тема 3. Идеальный газ.....	15
Тема 4. Внутренняя энергия.....	21
Тема 5. Первое начало термодинамики.....	23
Тема 6. Циклические процессы.....	31
Библиографический список.....	35

Владимир Михайлович Максимов  
Сергей Александрович Поржецкий  
Ольга Юрьевна Деркачева  
Дмитрий Александрович Сухов

## Физика

Ч. II. Колебания. Молекулярная физика  
Индивидуальные задания для расчетных работ студентов

Учебно-методическое пособие  
для бакалавров всех факультетов.

Редактор и корректор В.А. Басова  
Техн. редактор Л.Я. Титова

Темплан 2013 г. Поз. 122

---

Подп. к печати 24.12.13. Формат 60x84/16. Бумага тип. № 1.

Печать офсетная. Объем 2,25 печ. л. , 2,25 уч. изд. л.

Тираж 300 экз. Изд. № 122. Цена «С». Заказ

---

Ризограф Санкт-Петербургского государственного технологического  
университета растительных полимеров. 198095, Санкт-Петербург,  
ул. Ивана Черных, 4.