

Министерство образования Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г.В.Плеханова
(технический университет)

Н.Е.БОБИН, П.Г.ТАЛАЛАЙ, Ю.А.ЭЙСТ

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебное пособие по решению контрольных задач

*Рекомендовано УМО по геологическим специальностям
в инженерно-технических вузах Министерства образования РФ
в качестве учебного пособия для студентов специальностей
горно-геологического профиля*

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2003

УДК 622:744 (075.80)
ББК 22.1513
Б 721

Приведены материалы, необходимые для решения и оформления задач по начертательной геометрии. Дана не только постановка задач по всему курсу начертательной геометрии, но и примеры их поэтапного решения. Учебное пособие является дополнением к теоретическому материалу лекций.

Учебное пособие предназначено для студентов специальностей горно-геологического профиля по курсам «Инженерная графика» и «Начертательная геометрия и графика».

Научный редактор проф. *Н.Е.Бобин*

Рецензенты: кафедра инженерной и компьютерной графики Санкт-Петербургского государственного института точной механики и оптики (технического университета); зав. сектором бурового геолога-разведочного инструмента к.т.н. *Н.Н.Бухарев* (ВИТР).

Бобин Н.Е.

Б 721 Инженерная графика. Начертательная геометрия: Учебное пособие по решению контрольных задач / Н.Е.Бобин, П.Г.Талалай, Ю.А.Эйст. Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет). СПб, 2003. 73 с.


ISBN 5-94211-142-1.

УДК 622:744 (075.80)
ББК 22.1513

ISBN 5-94211-142-1

© Санкт-Петербургский горный институт им. Г.В.Плеханова, 2003 г.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

A, B, C, \dots , а также $1, 2, 3, \dots$	Точки в пространстве или на плоскости
AB, CD, \dots , а также $12, 34, \dots$	Прямые линии в пространстве или на плоскости
$\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$	Плоскости
$\varphi, \varphi_1, \varphi_2, \dots$	Углы
π_1, π_2, π_3	Соответственно горизонтальная, фронтальная и профильная плоскости проекций
π_4, π_5	Дополнительные плоскости проекций
x, y (y_{π_1} и y_{π_3}), z	Оси координат (оси проекций), аксонометрические оси
x_1, x_2 , а также $\pi_2/\pi_1, \pi_1/\pi_4, \dots$	Оси проекций при введении дополнительных плоскостей проекций
i (i', i'')	Ось вращения (ее горизонтальная и фронтальная проекции)
x_A, y_A, z_A	Координаты точки A
$\Delta x_{AB}, \Delta y_{AB}, \Delta z_{AB}$	Разница координат между точками A и B по оси соответственно x, y, z
$\Delta x_A, \Delta y_A, \Delta z_A$	Разница координат между точкой A и центром вращения при преобразовании положения точки A по оси соответственно x, y, z
$A', B', C', \dots; A'', B'', C'', \dots;$ A''', B''', C''', \dots	Проекции точек соответственно на горизонтальную, фронтальную, профильную плоскости проекций
$A^{IV}, B^{IV}, C^{IV}, \dots; A^V, B^V, C^V, \dots$	Проекции точек на дополнительные плоскости проекций соответственно π_4, π_5
A_0, B_0, C_0, \dots ; а также $K_1^0, K_2^0,$ K_3^0, \dots	Проекции точек на плоскость чертежа, например, при построении разверток поверхностей
$\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots$	Точки после преобразования способом вращения
$h'_{0\alpha}, f''_{0\alpha}, p'''_{0\alpha}$	Соответственно горизонтальный, фронтальный и профильный следы плоскости α
$X_\alpha, Y_\alpha, Z_\alpha$	Точки схода следов плоскости α
$X_{\alpha_1}, Y_{\alpha_1}, Z_{\alpha_1}$	Новое положение точек схода следов при преобразовании положения плоскости α
	Прямой угол
(AB)	Прямая, проходящая через точки A и B
$[AB)$	Луч с началом в точке A
$ AB $	Расстояние от точки A до точки B (длина отрезка AB)
$[AB]$	Отрезок прямой, ограниченный точками A и B
$\angle ABC$	Угол с вершиной в точке B
$\triangle ABC$	Треугольник с вершинами в точках A, B и C
$=$	Результат геометрического построения, знак равенства
\equiv	Знак тождественного равенства геометрических объектов
\parallel	Знак параллельности
\perp	Знак перпендикулярности
\in	Знак принадлежности
\cap	Знак пересечения двух множеств
\Rightarrow	Логическое следствие

ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии приведены примеры поэтапного решения 20 типовых контрольных задач, предусмотренных учебной программой горно-геологических специальностей высших технических учебных заведений. Решения задач можно рассматривать как алгоритм геометрических построений, которым студенты имеют возможность воспользоваться при самостоятельном выполнении заданий.

Учебное пособие не содержит теоретического материала по начертательной геометрии, а является дополнением изданному в 2002 г. учебному пособию [3]. Цель пособия – дать студентам необходимые практические навыки в решении задач, что в конечном счете будет способствовать более глубокому усвоению теоретических основ начертательной геометрии и тем самым повысит уровень инженерной подготовки.

ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАЧ

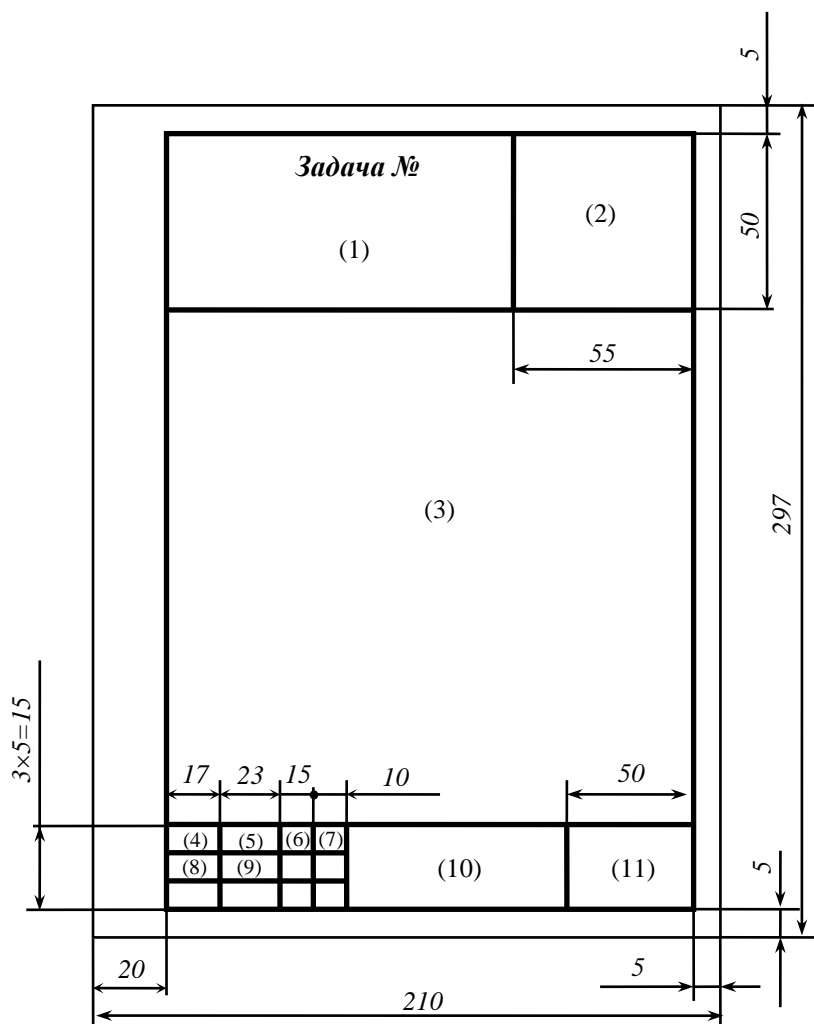


Рис.1. Оформление контрольных задач по начертательной геометрии:
(1) – текст условия задачи; (2) – индивидуальное задание;
(3) – чертеж с решением задачи; (4) – «**Выполнил**»; (5) – фамилия студента;
(6) – подпись студента; (7) – дата выполнения задачи; (8) – «**Проверил**»;
(9) – фамилия проверяющего преподавателя; (10) – «**Инженерная графика**»;
(11) – наименование учебного подразделения (например,
«СПГИ каф.НГиГ ГМ-00-1»)

Индивидуальные задания для выполнения контрольных задач выдаются преподавателем на практических занятиях. В настоящем пособии они представлены в рамках.

Задачи 1-18 выполняются на листах чертежной бумаги формата А4, задачи 19 и 20 – на листах формата А3. Внутри каждого формата сплошной основной линией проводится внутренняя рамка на расстоянии 20 мм от левой стороны листа и на расстоянии 5 мм от остальных сторон (рис.1).

В верхнем правом углу чертежного листа приклеивается индивидуальное задание. В верхней части записывается текст условия задачи без сокращений (в той форме, как он приведен в настоящем учебном пособии) с соблюдением стандартных интервалов между буквами и строками.

В нижней части чертежного листа помещается упрощенная основная надпись первого листа чертежей и схем,

не соответствующая форме 1 ГОСТ 2.104-68 «Основные надписи», которая была использована в начальном задании курса «Шрифты».

С целью увеличения рабочего поля чертежа при решении задач по начертательной геометрии размеры и содержание основной надписи приближены к требованиям основной надписи для последующих листов чертежей, схем и текстовых конструкторских документов (рис. 1).

Все чертежи выполняют карандашом с соблюдением стандартных типов линий по ГОСТ 2.303-68 «Линии». Сплошной основной линией (толщиной около 1,0 мм) вычерчивают геометрические фигуры (прямые, плоскости, геометрические тела), заданные в условии задачи или являющиеся ответом к ней. Сплошной тонкой линией вычерчивают оси проекций и все вспомогательные построения. Штриховыми линиями на чертеж наносят линии проекционной связи и линии невидимого контура, штрих-пунктирными линиями – центровые и осевые линии (например, при нанесении на чертеж окружностей или эллипсов). Сплошная тонкая, штриховая и штрих-пунктирная линии имеют толщину около 0,5 мм.

Все надписи, в том числе условие задачи, отдельные буквы или цифры, наносят чертежным шрифтом (размер шрифта 5 или 7 мм) в соответствии с ГОСТ 2.304-81 «Шрифты чертежные». Предпочтительнее пользоваться шрифтом типа Б с наклоном.

Точки наносят в виде окружности диаметром около 1,5 мм с помощью циркуля-балеринки или по трафарету. Стрелки на положительных направлениях осей не ставят.

Прежде чем приступить к решению той или иной задачи, надо четко понять ее условие и представить себе схему решения. С целью лучшего понимания последовательности выполнения геометрических построений и расположения эпюра на чертежном листе на первом этапе полезно предварительно решить задачу в эскизной форме, а

затем перенести решение на чертежный лист. Индивидуальное задание перечерчивается в увеличенном масштабе (приблизительно в 1,5-2,0 раза) с учетом наиболее равномерного размещения чертежа в пределах листа.

Решения всех задач будут проверены на кафедре начертательной геометрии и графики. Если задача выполнена неправильно или имеет недочеты по оформлению, проверяющий преподаватель кратко отмечает недостатки работы на полях или прямо на чертеже. Все замечания и указания преподавателя должны быть учтены студентом. После необходимых исправлений задачу возвращают на повторную проверку.

Задачи, прошедшие проверку и имеющие подпись преподавателя, подшивают в альбом. Этот альбом служит методическим пособием при изучении или повторении курса начертательной геометрии. Альбом снабжают титульным листом по образцу, представленном на [рис.2](#), сшивают и представляют на экзамене.

<p><i>Министерство образования РФ</i> <i>Государственное образовательное учреждение</i> <i>высшего профессионального образования</i> <i>Санкт-Петербургский государственный горный</i> <i>институт им. Г.В.Плеханова</i> <i>(технический университет)</i></p> <p><i>Кафедра начертательной геометрии и графики</i></p> <p>Задачи <i>по начертательной геометрии</i></p> <p><i>Выполнил: студент гр.ГМ-00-1</i> <i>(подпись) / А.А.Иванов /</i></p> <p><i>Проверил: доцент кафедры НГиГ</i> <i>(подпись) / П.Г.Петров /</i></p> <p><i>Санкт-Петербург</i> <i>2003</i></p>

Рис.2. Пример оформления титульного листа

ТОЧКА И ПРЯМАЯ

Задача 1

По двум заданным проекциям трех точек A , B и C построить их третьи проекции. Построить три проекции точки K , симметричной точке A относительно элемента симметрии, указанного в задании. Построить аксонометрические проекции точек A , B , C и K и определить их положение в пространстве.

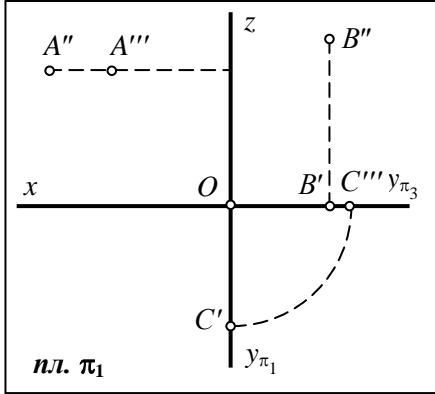


Рис.1.1

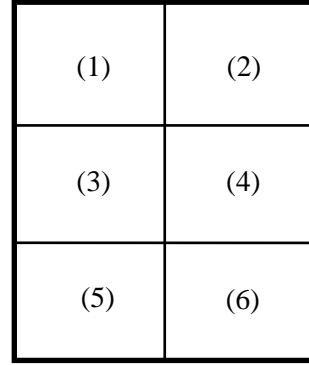


Рис.1.2

Индивидуальное задание представлено на рис.1.1.

1. Поле чертежа делим на шесть равных частей (рис.1.2), в которых будут расположены:

- (1) – ортогональные проекции точек A и K ;
- (2) – аксонометрические проекции точек A и K ;
- (3) – ортогональные проекции точки B ;
- (4) – аксонометрическая проекция точки B ;
- (5) – ортогональные проекции точки C ;
- (6) – аксонометрическая проекция точки C .

2. Перечерчиваем заданные проекции точки A в ячейку (1) и строим ее третью проекцию по двум заданным. Из имеющихся проекций проводим линии проекционной связи, перпендикулярные осям проекций (рис.1.3) и определяем координатные отрезки OA_x , OA_y , OA_z , равные соответствующим координатам точки A :

$$|OA_x| = x_A, \quad |OA_y| = y_A, \quad |OA_z| = z_A.$$

Вследствие того, что ось y при образовании эпюра совмещается с плоскостью чертежа дважды, координата y_A имеет два изображения:

$$y_A = |OA_{y_{\pi_1}}| = |OA_{y_{\pi_3}}|.$$

Фронтальная проекция точки A определяется координатами $x_A = |OA_x|$, $z_A = |OA_z|$:

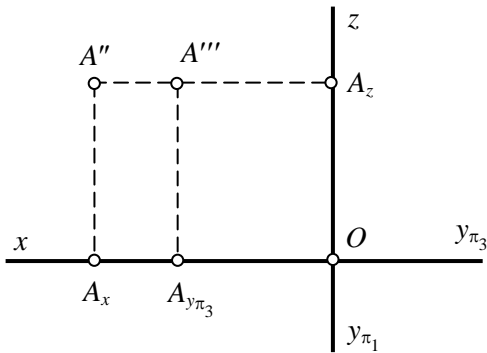


Рис.1.3

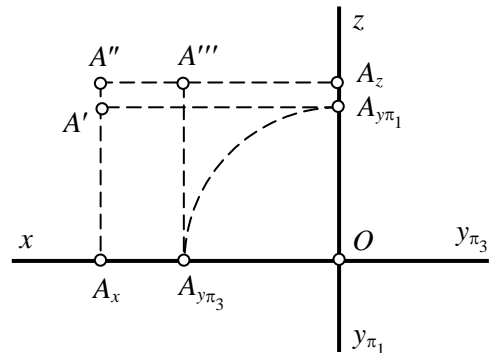


Рис.1.4

$$A'' = (A_x A'' \perp x) \cap (A_z A'' \perp z).$$

Профильная проекция точки A определяется координатами $y_A = |OA_{y\pi_3}|$, $z_A = |OA_z|$:

$$A''' = (A_{y\pi_3} A''' \perp y_{\pi_3}) \cap (A_z A''' \perp z).$$

На пересечении линий проекционной связи с осями проекций отмечаем точки A_x , $A_{y\pi_3}$, A_z .

3. Строим третью (горизонтальную) проекцию точки A – точку A' (рис.1.4), которая определяется координатами $x_A = |OA_x|$; $y_A = |OA_{y\pi_1}|$:

$$A' = (A_x A' \perp x) \cap (A_{y\pi_1} A' \perp y_{\pi_1}).$$

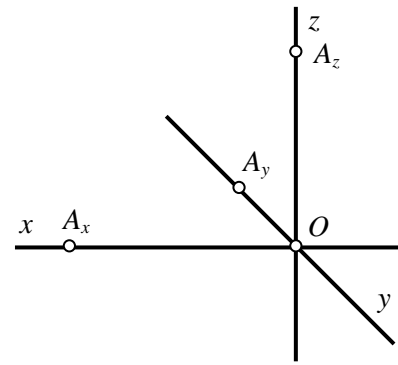


Рис.1.5

Для определения точки $A_{y\pi_1}$ проводим дугу окружности с центром в точке O радиусом $OA_{y\pi_3}$. Перенос осуществляется с оси y_{π_3} на соответствующее по знаку направление оси y_{π_1} (и наоборот).

4. В ячейке (2) (см. рис.1.2) строим аксонометрическую проекцию точки A . Вычерчиваем аксонометрические оси в косоугольной диметрической фронтальной проекции с коэффициентами искажения $k_x = 1$; $k_y = 0,5$; $k_z = 1$ (рис.1.5).

На аксонометрических осях откладываем координатные отрезки точки A :

$$|OA_x| = x_A, \quad |OA_y| = 0,5y_A, \quad |OA_z| = z_A.$$

5. Строим проекции A' , A'' , A''' (рис.1.6):

$$A' = (A_x A' \parallel y) \cap (A_y A' \parallel x);$$

$$A'' = (A_x A'' \parallel z) \cap (A_z A'' \parallel x);$$

$$A''' = (A_y A''' \parallel z) \cap (A_z A''' \parallel y).$$

6. Строим аксонометрическую проекцию точки A (рис.1.7):

$$(A'A) \parallel z; \quad (A''A) \parallel y; \quad (A'''A) \parallel x.$$

7. В ячейке (3) (см. рис.1.2) строим ортогональные проекции точки B . Определяем координаты точки B (рис.1.8):

$$|OB_x| = x_B, \quad |OB_{y\pi_1}| = |OB_{y\pi_3}| = y_B (y_B = 0 \Rightarrow B_{y\pi_1} \equiv B_{y\pi_3} \equiv O), \quad |OB_z| = z_B.$$

8. Строим третью (профильную) проекцию точки B – B''' (рис.1.9). Профильная проекция B''' определяется координатами $y_B = |OB_{y\pi_3}|$ и $z_B = |OB_z|$:

$$B''' = (B_{y\pi_3} B''' \perp y_{\pi_3}) \cap (B_z B''' \perp z).$$

$$B''' \equiv B_z; \quad B''' \in z.$$

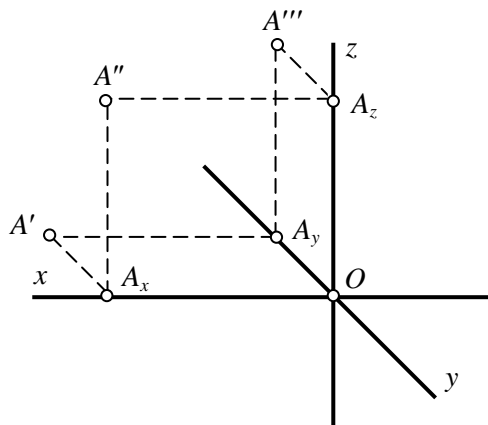


Рис.1.6

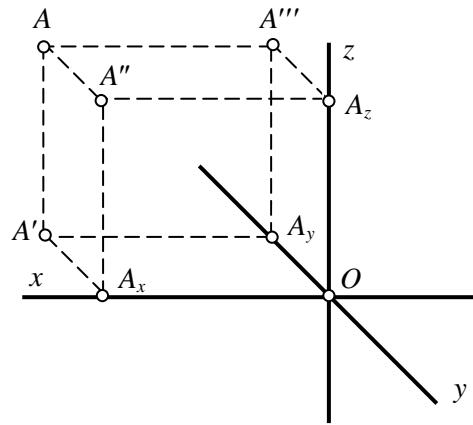


Рис.1.7

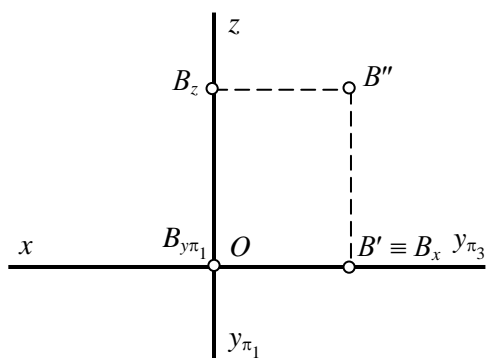


Рис.1.8

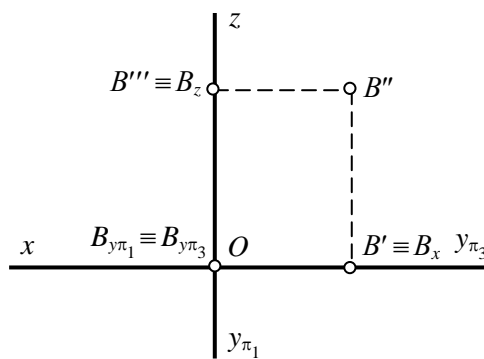


Рис.1.9

9. В ячейке (4) (см. рис.1.1) откладываем на аксонометрических осях координатные отрезки точки B (рис.1.10):

$$|OB_x| = x_B; \quad |OB_y| = 0,5y_B; \quad |OB_z| = z_B$$

($y_B = 0 \Rightarrow B_y$ лежит в начале координат).

10. Строим проекции B' , B'' , B''' (рис.1.11):

$$B' = (B_x B' \parallel y) \cap (B_y B' \parallel x), \quad B' \equiv B_x;$$

$$B'' = (B_x B'' \parallel z) \cap (B_z B'' \parallel x);$$

$$B''' = (B_y B''' \parallel z) \cap (B_z B''' \parallel y), \quad B''' \equiv B_z.$$

11. Строим аксонометрическую проекцию точки B :

$$(B'B) \parallel z; \quad (B''B) \parallel y; \quad (B'''B) \parallel x.$$

Точка B лежит в плоскости π_2 и совпадает со своей фронтальной проекцией B'' . На эпюре показывают только проекции точек, поэтому на рис.1.9 точка B не показана, несмотря на то, что в пространстве она совпадает со своей фронтальной проекцией B'' .

12. В ячейке (5) (см. рис.1.2) строим ортогональные проекции точки C . Определяем координаты точки C (рис.1.12):

$$|OC_x| = x_C, \quad |OC_{y_{\pi_1}}| = |OC_{y_{\pi_3}}| = y_C, \quad |OC_z| = z_C$$

($x_C = 0; \quad z_C = 0 \Rightarrow C_x \equiv C_z \equiv O$).

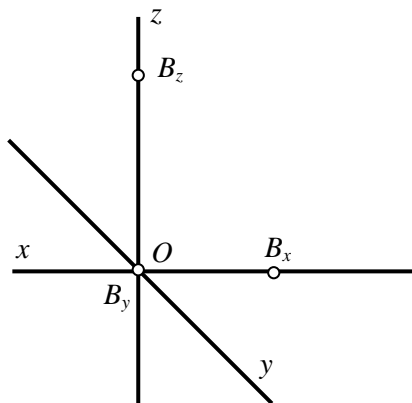


Рис.1.10

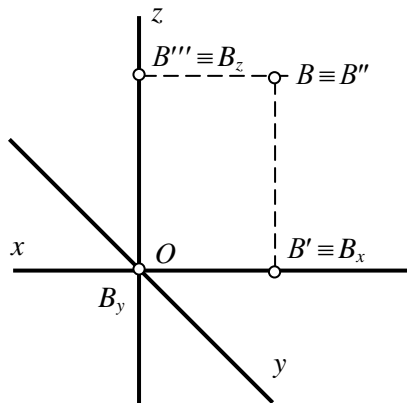


Рис.1.11

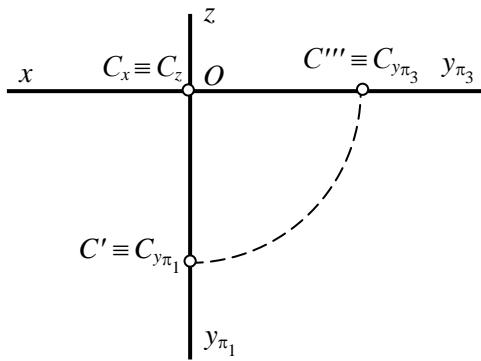


Рис.1.12

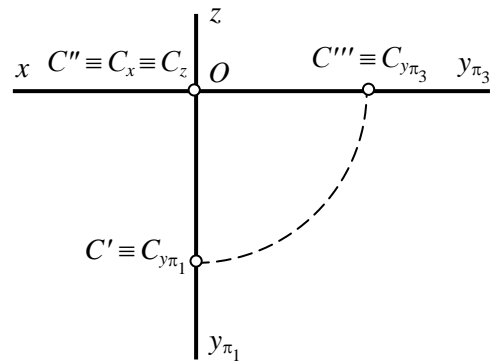


Рис.1.13

13. Строим третью (фронтальную) проекцию точки $C - C''$ (рис.1.13), которая определяется координатами $x_C = |OC_x| = 0$, $z_C = |OC_z| = 0$. Точка C'' совпала с точками C_x , C_z и точкой O .

14. В ячейке (6) (см. рис.1.2) откладываем на аксонометрических осях координатные отрезки (рис.1.14):

$$|OC_x| = x_C = 0; \quad |OC_y| = 0,5y_C; \quad |OC_z| = z_C = 0.$$

15. Строим проекции C' , C'' , C''' (рис.1.15):

$$C' = (C_x C' \parallel y) \cap (C_y C' \parallel x), \quad C' \equiv C_y;$$

$$C'' = (C_x C'' \parallel z) \cap (C_z C'' \parallel x), \quad C'' \equiv O;$$

$$C''' = (C_y C''' \parallel z) \cap (C_z C''' \parallel y), \quad C''' \equiv C_y.$$

16. Строим аксонометрическую проекцию точки C :

$$(C' C) \parallel z; \quad (C'' C) \parallel y; \quad (C''' C) \parallel x.$$

Точка C принадлежит оси y и совпадает с C' и C''' .

17. Строим проекции точки K , симметричной точке A (элемент симметрии указан внизу индивидуального задания).

Определяем координаты точки K . По абсолютной величине координаты точки K равны координатам точки A , но отличаются знаком:

а) если элементом симметрии является начало координат (точка O), то у точки K меняется знак координат по всем трем осям;

б) если элементом симметрии является ось проекций (ось x , y или z), то меняется знак координат по двум другим осям;

в) если элементом симметрии является плоскость проекций (плоскость π_1 , π_2 или π_3), то меняется знак координаты по оси, перпендикулярной этой плоскости проекций.

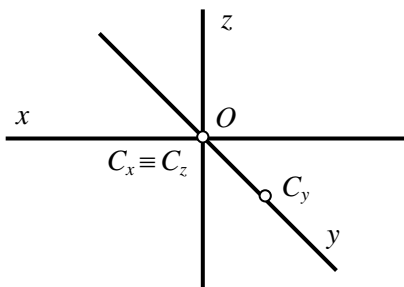


Рис.1.14

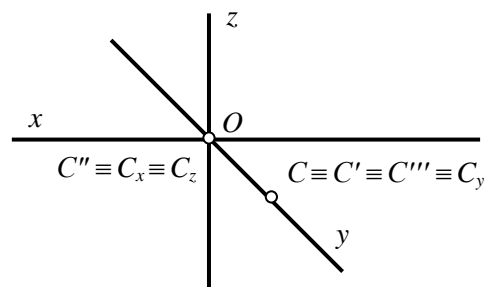


Рис.1.15

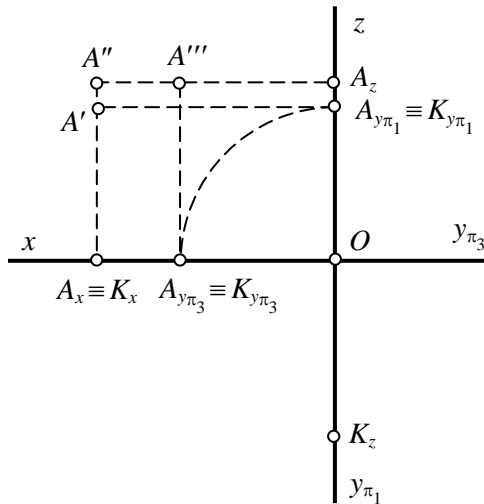


Рис.1.16

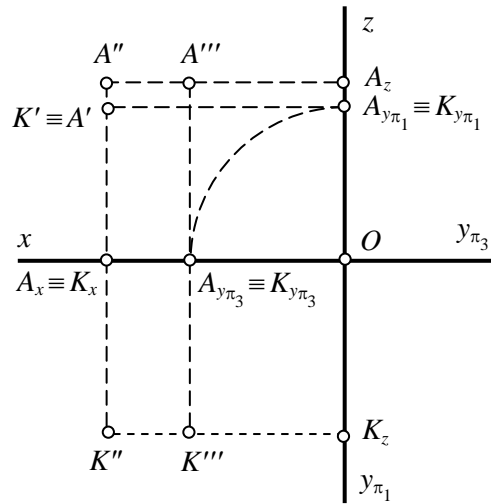


Рис.1.17

В нашем примере элемент симметрии – плоскость проекций π_1 , следовательно, меняется знак координат только по оси z :

$$x_K = x_A, \quad y_K = y_A, \quad z_K = -z_A;$$

$$|OK_x| = |OA_x|, \quad |OK_y| = |OA_y|, \quad |OK_z| = -|OA_z|.$$

Возвращаемся к чертежу с ортогональными проекциями точки A и откладываем на осях координаты точки K . Отмечаем точки K_x, K_y ($K_{y\pi_1}$ и $K_{y\pi_3}$) и K_z (рис.1.16).

18. Строим ортогональные проекции точки K (K', K'' и K''') (рис.1.17) аналогично проекциям точки A .

19. Строим аксонометрическую проекцию точки K (рис.1.18) аналогично аксонометрической проекции точки A .

20. Определяем местоположение точек A и K . Для этого можно воспользоваться двумя способами.

В первом случае, сопоставляя положение точек A и K (рис.1.18) с принятой нумерацией октантов, приходим к выводу, что точка A находится во II октанте, а точка K – в III.

Во втором случае необходимо определить знаки координат рассматриваемых точек (табл.1).

Таблица 1

Точка	x	y	z
A	+	-	+
K	+	-	-

Сопоставляя знаки координат точек A и K со знаками прямоугольных координат в различных октантах, определяем, что точка A находится во II октанте, а точка K – в III.

Местоположение точек B и C было установлено в процессе решения задачи (точка B лежит в плоскости π_2 , а точка C – на оси y). В свободном месте чертежа вычерчиваем табл.2.

Таблица 2

A	K	B	C
II	III	π_2	y

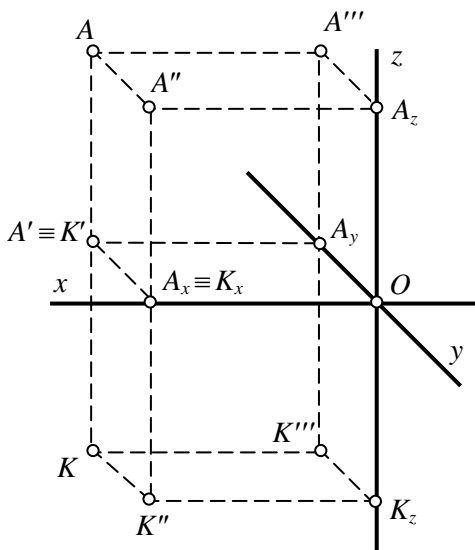


Рис.1.18

Задача 2

По двум данным проекциям отрезка прямой AB построить его третью проекцию. Построить следы прямой. Определить истинную величину отрезка AB и угол наклона прямой к плоскости проекций, указанной в задании. Определить октанты, через которые проходит заданная прямая.

Индивидуальное задание представлено на рис.2.1.

1. Определяем координаты точек A и B и строим их недостающие проекции (рис.2.2). Строим третью проекцию отрезка AB (см. задачу 1).

Соединяем построенные одноименные проекции точек A и B и получаем третью проекцию отрезка AB ($A'''B'''$). Точки $A_x, A_{y_{\pi_1}}, A_{y_{\pi_3}}, A_z$ и $B_x, B_{y_{\pi_1}}, B_{y_{\pi_3}}, B_z$ на чертеже допускается не обозначать.

2. Строим проекции следов прямой AB .

Начнем с проекций горизонтального следа ($M = AB \cap \pi_1$) прямой AB (рис.2.3).

- Фронтальная проекция горизонтального следа лежит на пересечении фронтальной проекции прямой с осью x :

$$M'' = A''B'' \cap x.$$

- Горизонтальная проекция этого следа лежит на пересечении линии проекционной связи, проведенной из точки M'' , с горизонтальной проекцией прямой:

$$M' = A'B' \cap (M''M' \perp x).$$

- Профильная проекция горизонтального следа лежит на пересечении профильной проекции прямой с осью y_{π_3} :

$$M''' = A'''B''' \cap y_{\pi_3}.$$

Точку M''' можно построить так же, как третью проекцию точки M , по двум данным M' и M'' .

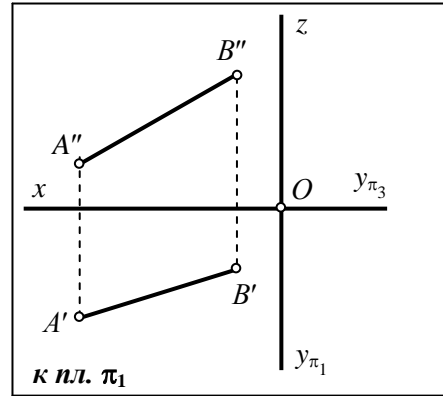


Рис.2.1

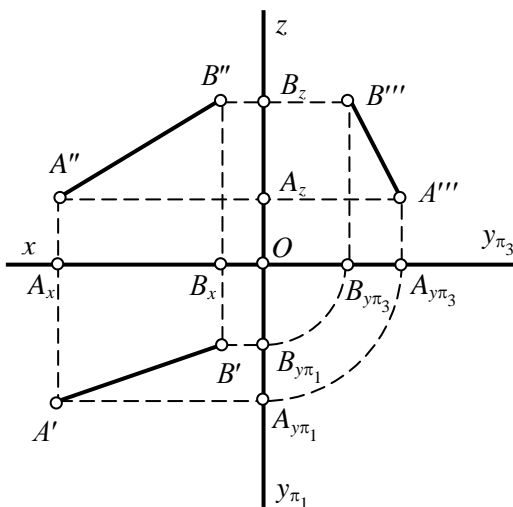


Рис.2.2

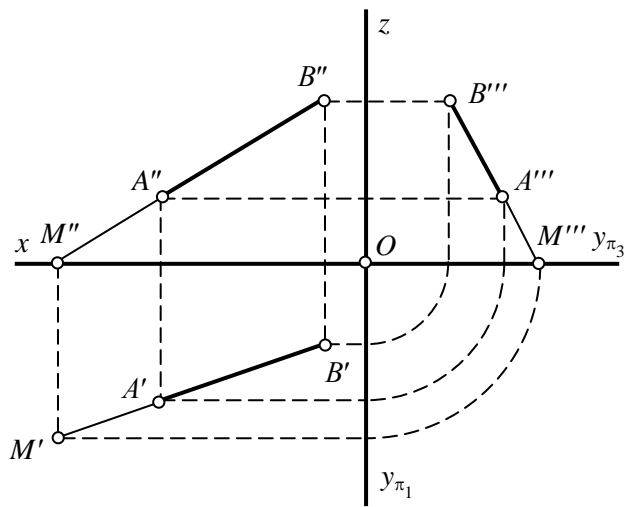


Рис.2.3

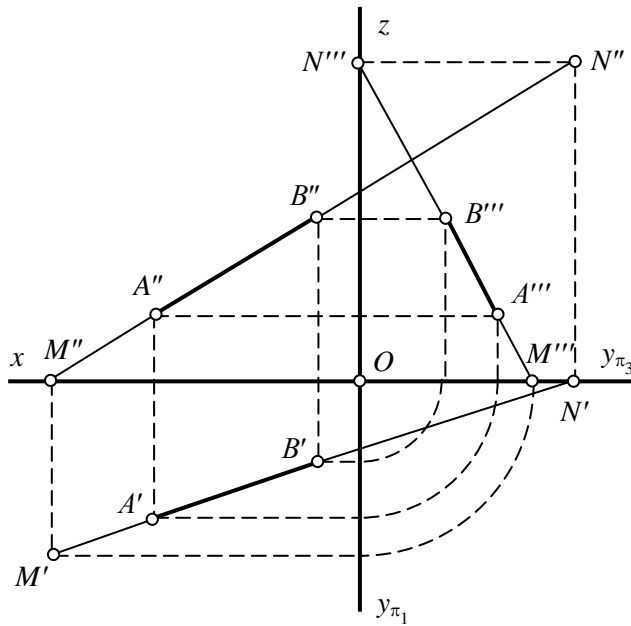


Рис.2.4

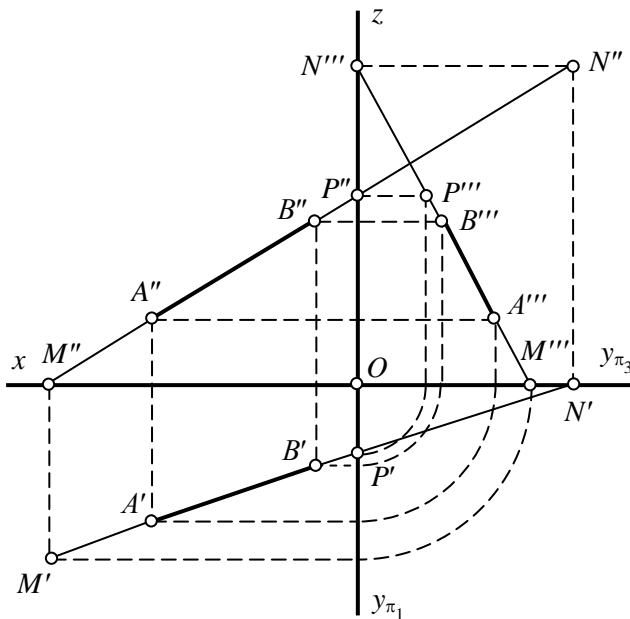


Рис.2.5

Точку P''' можно построить так же, как третью проекцию, по двум заданным (P' и P'').

5. Определяем истинную величину отрезка AB методом прямоугольного треугольника. Следует иметь в виду, что проекцию отрезка AB , используемую в качестве катета прямоугольного треугольника, следует выбрать в зависимости от того, к какой плоскости проекций требуется определить угол наклона (см. задание). В нашем случае требуется найти угол наклона к плоскости π_1 . Следовательно, в качестве катета прямоугольного треугольника выбираем горизонтальную проекцию $A'B'$ (рис.2.6).

3. Строим проекции фронтального следа ($N = AB \cap \pi_2$) прямой AB (рис.2.4).

- Горизонтальная проекция фронтального следа лежит в точке пересечения горизонтальной проекции прямой с осью x :

$$N' = A'B' \cap x.$$

- Фронтальная проекция этого следа лежит на пересечении фронтальной проекции прямой с линией проекционной связи, проведенной из точки N' :

$$N'' = A''B'' \cap (N'N'' \perp x).$$

- Профильная проекция фронтального следа лежит на пересечении профильной проекции прямой с осью z :

$$N''' = A'''B''' \cap z.$$

Точку N''' можно получить также по двум найденным (N' и N'').

4. Строим проекции профильного следа ($P = AB \cap \pi_3$) прямой AB (рис.2.5).

- Горизонтальная проекция профильного следа лежит на пересечении горизонтальной проекции прямой с осью y_{π_1} :

$$P' = A'B' \cap y_{\pi_1}.$$

- Фронтальная проекция профильного следа лежит на пересечении фронтальной проекции прямой с осью z :

$$P'' = A''B'' \cap z.$$

- Профильная проекция профильного следа находится в точке пересечения профильной проекции прямой с линией проекционной связи, проведенной из точки P'' :

$$P''' = A'''B''' \cap (P''P''' \perp z).$$

Из любого конца проекции $A'B'$, например из точки B' , проводим перпендикуляр к $A'B'$, на котором откладываем разность координат:

$$\Delta z_{AB} = z_B - z_A.$$

Отмечаем точку B_0 . Соединив B_0 с точкой A' , получаем истинную величину отрезка AB , выраженную графически в виде гипотенузы прямоугольного треугольника $A'B_0$. Угол φ_1 между гипотенузой $A'B_0$ построенного прямоугольного треугольника и катетом $A'B'$ есть угол наклона прямой к плоскости π_1 .

6. Определяем, через какие октанты проходит заданная прямая AB . Точка A расположена в I октанте, так как все три ее координаты (x_A, y_A, z_A) положительные. Следовательно, все точки отрезка MP , которому принадлежит точка A , лежат также в I октанте.

Из I октанта через точку M (горизонтальный след прямой) прямая AB переходит в IV октант, а через точку P (профильный след прямой) – в V октант. Из V октанта через точку N (фронтальный след прямой) прямая AB переходит в VI октант. В нижней части чертежа над основной надписью вычерчиваем таблицу следующего вида (знаки $-\infty$ и $+\infty$ имеют условный характер):

$-\infty$ M	MP	PN	N $+\infty$
IV	I	V	VI

7. Для проверки правильности построений на обратной стороне чертежного листа рекомендуется вычертить проекции прямой AB и ее следов в аксонометрии (рис.2.7).

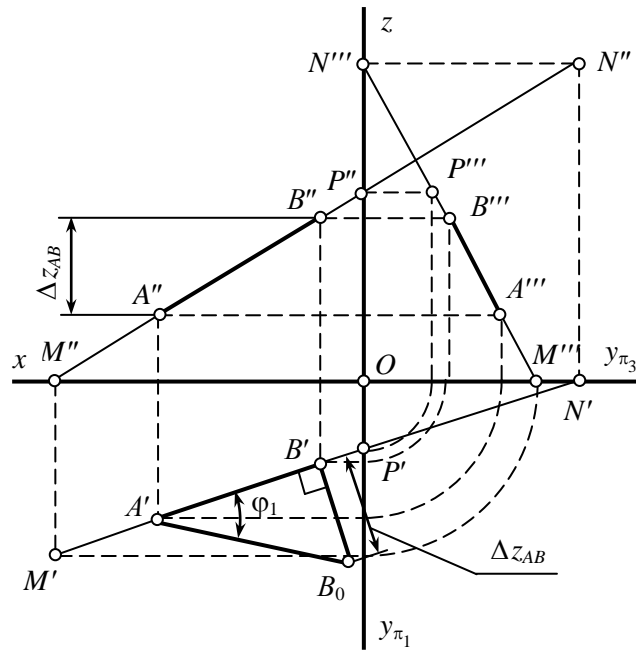


Рис.2.6

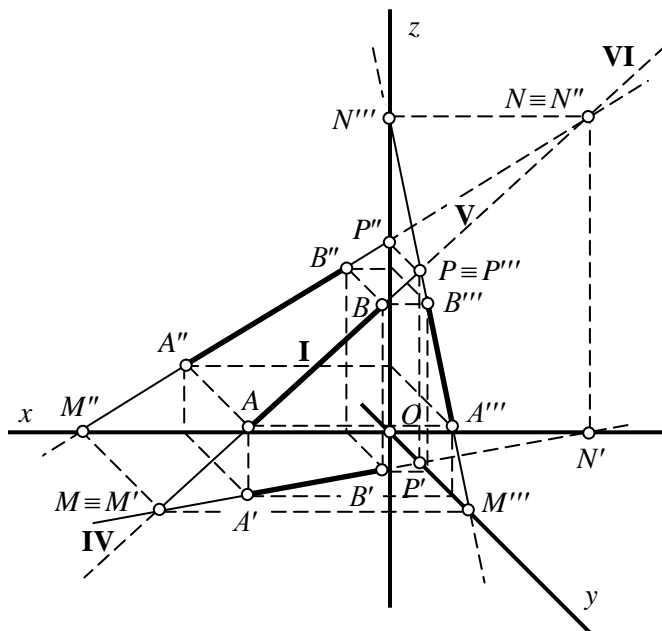


Рис.2.7

ПЛОСКОСТЬ

Задача 3

Построить три следа заданной плоскости. Показать видимость следов.

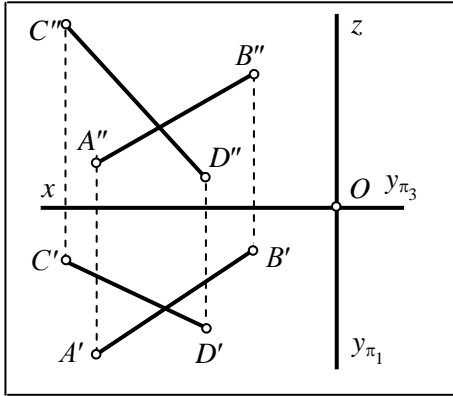


Рис.3.1

Индивидуальное задание представлено на рис.3.1.

1. Плоскость может быть задана двумя пересекающимися прямыми (как в рассматриваемом примере); прямой и точкой, не лежащей на этой прямой; двумя параллельными прямыми и т.д. Однако алгоритм решения при любом способе задания плоскости один и тот же. Следует иметь в виду, что следы плоскости проходят через следы прямых, принадлежащих этой плоскости. Поэтому для построения на эпюре следов искомой плоскости необходимо построить следы двух любых прямых, принадлежащих заданной плоскости, а затем через них провести следы плоскости.

2. Строим проекции горизонтального и фронтального следов прямых AB и CD (рис.3.2, см. задачу 2).

3. Через одноименные проекции следов проводим соответствующие следы плоскости (рис.3.3). Горизонтальный след плоскости $h'_{0\alpha}$ проводим через горизонтальные проекции горизонтальных следов M'_1 и M'_2 прямых, принадлежащих этой плоскости. Фронтальный след $f''_{0\alpha}$ проводим через фронтальные проекции фронтальных следов N''_1 и N''_2 прямых, принадлежащих этой плоскости.

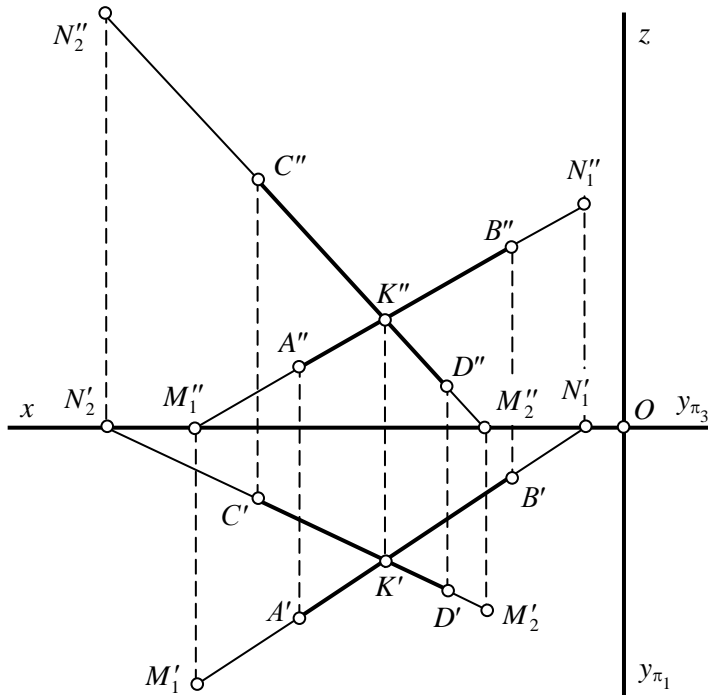


Рис.3.2

4. В пересечении горизонтального $h'_{0\alpha}$ и фронтального $f''_{0\alpha}$ следов с осью x отмечаем точку схода следов X_{α} и проверяем правильность построений:

$$h'_{0\alpha} \cap f''_{0\alpha} = X_{\alpha}; X_{\alpha} \in x.$$

Если точка схода следов X_{α} лежит вне поля чертежа, проверку правильности построений можно провести при помощи вспомогательного чертежного листа.

5. В пересечении горизонтального $h'_{0\alpha}$ и фронтального $f''_{0\alpha}$ следов с осями проекций y_{π_1} и z отмечаем точки схода следов $Y_{\alpha\pi_1}$ и Z_{α} .

6. Точку схода следов $Y_{\alpha\pi_1}$ с оси y_{π_1} переносим на соответствующее (по знаку) направление оси y_{π_3} , где отмечаем точку $Y_{\alpha\pi_3}$. Через точки схода следов $Y_{\alpha\pi_3}$ и Z_{α} строим профильный след $p'''_{0\alpha}$.

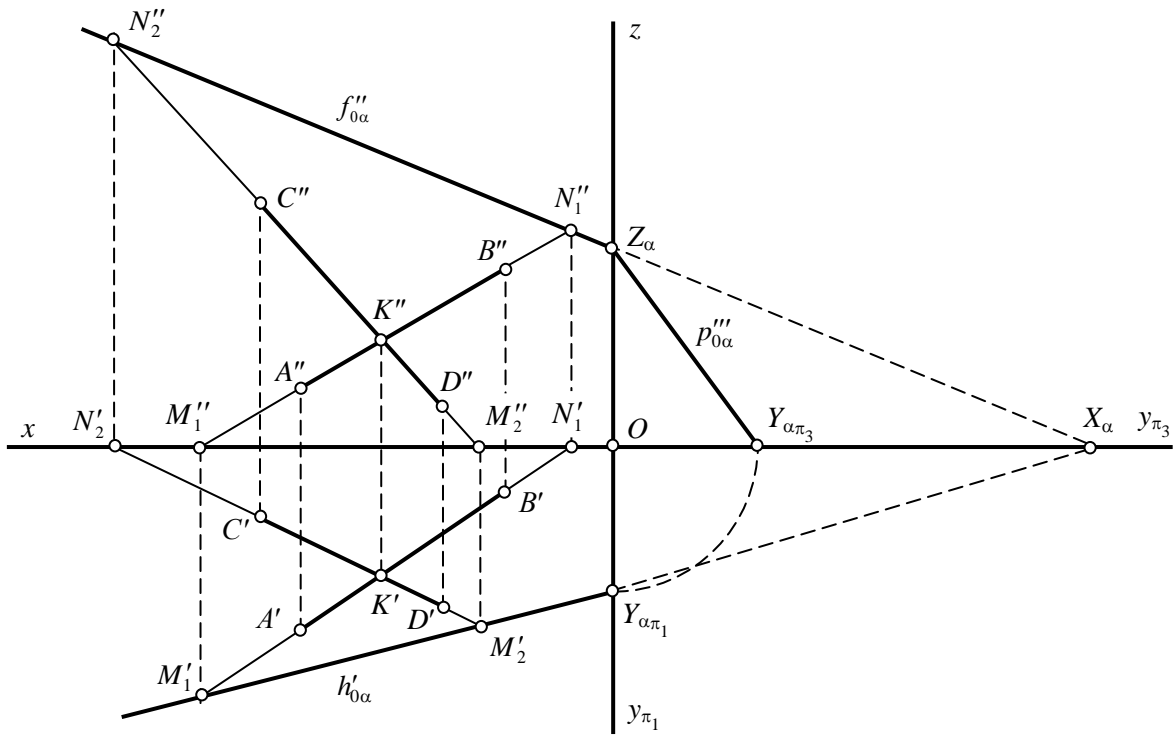


Рис.3.3

7. Обозначаем видимость следов: следы плоскости считаются видимыми, если они лежат в гранях I октанта (обозначения $h'_{0\alpha}$, $f''_{0\alpha}$ и $p'''_{0\alpha}$ наносятся рядом с видимой частью следа).

8. Если точки схода следов $Y_{\alpha\pi_1}$ или Z_{α} находятся вне поля чертежа, то профильный след $p'''_{0\alpha}$ может быть построен через профильные проекции профильных следов прямых, принадлежащих этой плоскости.

Задача 4

По заданной проекции фигуры, принадлежащей плоскости α , построить две другие проекции этой фигуры. Построить третий след плоскости α .

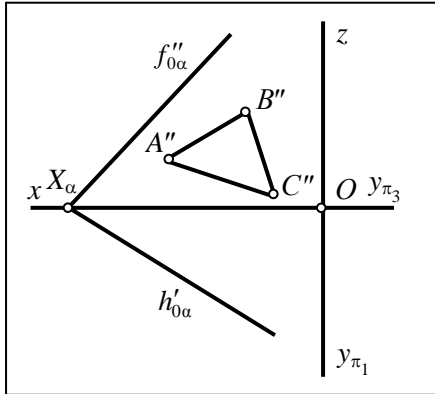


Рис.4.1

Индивидуальное задание представлено на рис.4.1.

1. Строим горизонтальную проекцию треугольника ABC .

Через точки A, B и C проводим в плоскости α прямые частного положения (в нашем примере на рис.4.2 – это горизонтали плоскости α).

Фронтальные проекции этих прямых проводим через точки A'', B'', C'' параллельно оси x . Отмечаем проекции фронтальных следов горизонталей (фронтальные проекции – точки N''_1, N''_2, N''_3 – лежат на следе $f''_{0\alpha}$, а горизонтальные проекции – точки N'_1, N'_2, N'_3 – на оси x).

Проводим горизонтальные проекции горизонталей параллельно следу $h'_{0\alpha}$ через точки соответственно N'_1, N'_2, N'_3 .

2. Находим горизонтальные проекции точек A, B, C – точки A', B', C' – в пересечении линий проекционной связи, проведенных через A'', B'' и C'' , с соответствующей горизонтальной проекцией горизонтали плоскости. Соединив A', B', C' , получаем горизонтальную проекцию треугольника ABC .

3. Находим профильные проекции точек A, B и C – точки A''', B''', C''' – (см. задачу 1), и, соединив их, получаем третью проекцию треугольника ABC (рис.4.3).

4. Строим третий след плоскости α (рис.4.4). Находим точки схода следов Z_α и $Y_{\alpha\pi_1}$:

$$Z_\alpha = f''_{0\alpha} \cap z, \quad Y_{\alpha\pi_1} = h'_{0\alpha} \cap y_{\pi_1}.$$

Переносим точку $Y_{\alpha\pi_1}$ с оси y_{π_1} на ось y_{π_3} , и через Z_α и $Y_{\alpha\pi_3}$ проводим профильный след плоскости α – $p'''_{0\alpha}$.

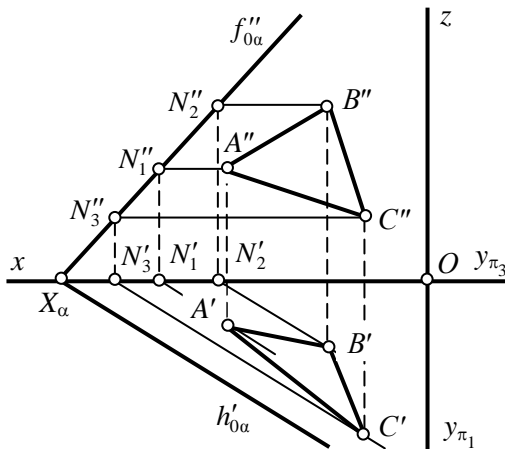


Рис.4.2

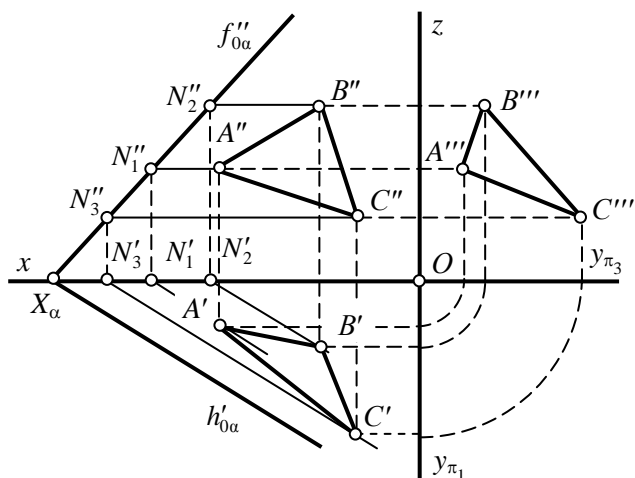


Рис.4.3

5. Если точки схода следов Y_α и Z_α расположены вне пределов чертежа, профильный след $p'''_{0\alpha}$ может быть построен, как прямая, проходящая через профильные проекции профильных следов прямых, лежащих в плоскости α (см. задачи 2 и 3).

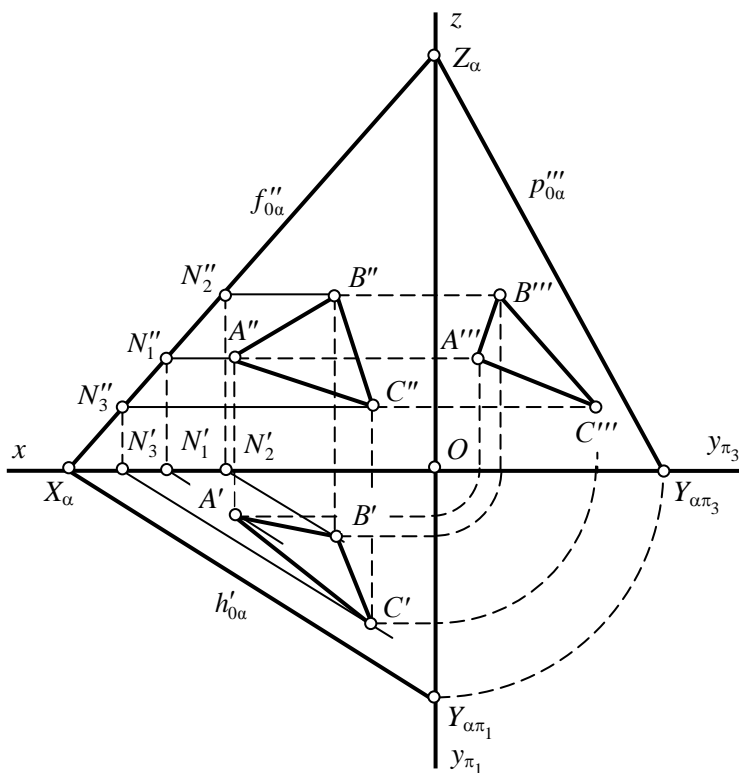


Рис.4.4

ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ, ПРЯМОЙ ЛИНИИ И ПЛОСКОСТИ

Задача 5

Построить следы плоскости β , проходящей через данную точку K и параллельной заданной плоскости.

5.1. Плоскость задана следами (рис.5.1)

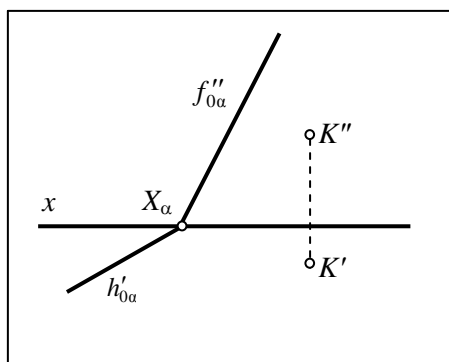


Рис.5.1

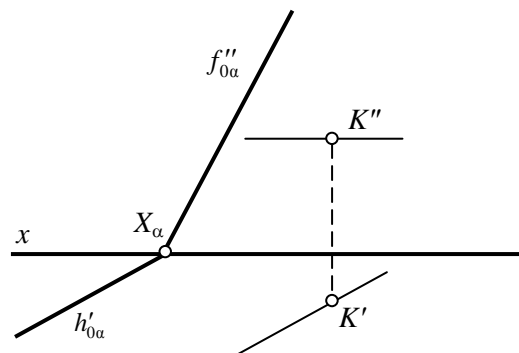


Рис.5.2

1. Через заданную точку K проводим любую прямую частного положения, например горизонталь (рис.5.2) искомой плоскости:

- фронтальная проекция горизонтали проходит через проекцию K'' и параллельна оси x ;
- горизонтальная проекция горизонтали проходит через K' и параллельна горизонтальному следу $h'_{0\alpha}$ заданной плоскости.

2. Строим проекции фронтального следа этой горизонтали (рис.5.3):

- горизонтальная проекция фронтального следа (точка N') лежит в пересечении горизонтальной проекции горизонтали с осью x ;
- фронтальная проекция фронтального следа (точка N'') лежит в пересечении линии проекционной связи, проведенной из точки N' , и фронтальной проекции горизонтали.

3. Через точку N'' проводим фронтальный след $f''_{0\beta}$ плоскости β параллельно $f''_{0\alpha}$ (рис.5.4). В пересечении $f''_{0\beta}$ с осью x отмечаем точку схода следов X_β , через которую параллельно $h'_{0\alpha}$ проводим след $h'_{0\beta}$.

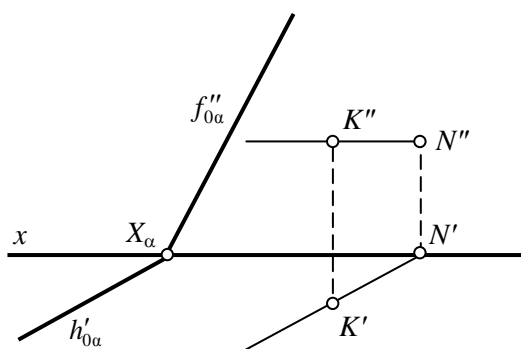


Рис.5.3

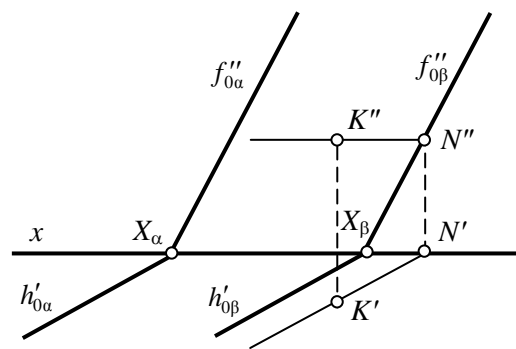


Рис.5.4

5.2. Плоскость задана плоской фигурой (рис.5.5)

1. Для получения направлений горизонтального и фронтального следов плоскости треугольника ABC проводим любую горизонталь и любую фронталь этой плоскости, например горизонталь $C'I'$ и фронталь $A''2''$ (рис.5.6):

$$C''I'' \parallel x; A'2' \parallel x.$$

Построение горизонтальной проекции горизонтали $C'I'$ и фронтальной проекции фронтали $A''2''$ ясно из чертежа.

2. Через заданную точку K проводим любую прямую частного положения, например горизонталь искомой плоскости (рис.5.7):

- фронтальная проекция горизонтали проходит через K'' и параллельна оси x ;

- горизонтальная проекция горизонтали проходит через K' и параллельна горизонтальной проекции горизонтали $C'I'$ плоскости треугольника ABC .

3. Строим проекции фронтального следа $N(N', N'')$ этой горизонтали.

4. Строим следы искомой плоскости β . Фронтальный след $f''_{\text{об}}$ проходит через N'' параллельно фронтальной проекции фронтали треугольника ABC :

$$N'' \in f''_{\text{об}}; f''_{\text{об}} \parallel A''2''.$$

В пересечении $f''_{\text{об}}$ с осью x отмечаем точку схода следов X_{β} . Горизонтальный след плоскости β проходит через X_{β} параллельно горизонтальной проекции горизонтали треугольника ABC :

$$X_{\beta} \in h'_{\text{об}}; h'_{\text{об}} \parallel C'I'.$$

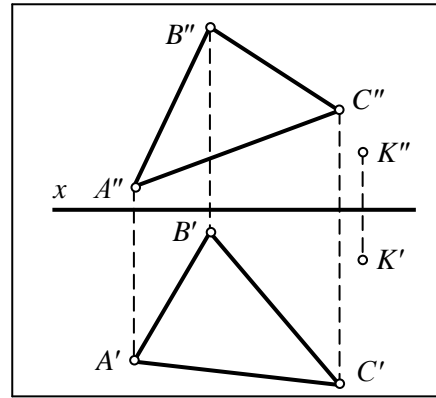


Рис.5.5

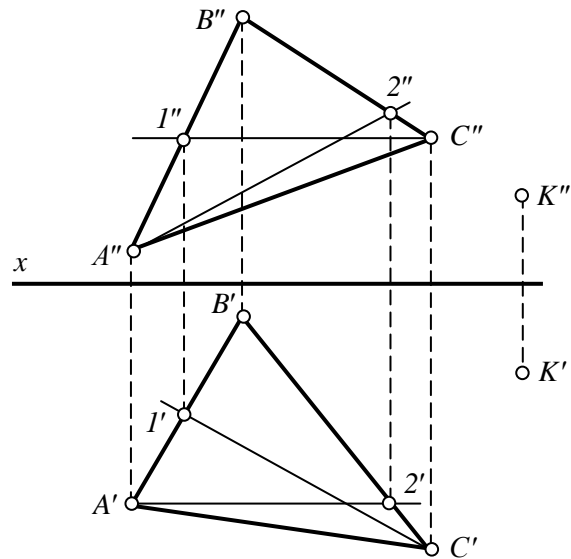


Рис.5.6

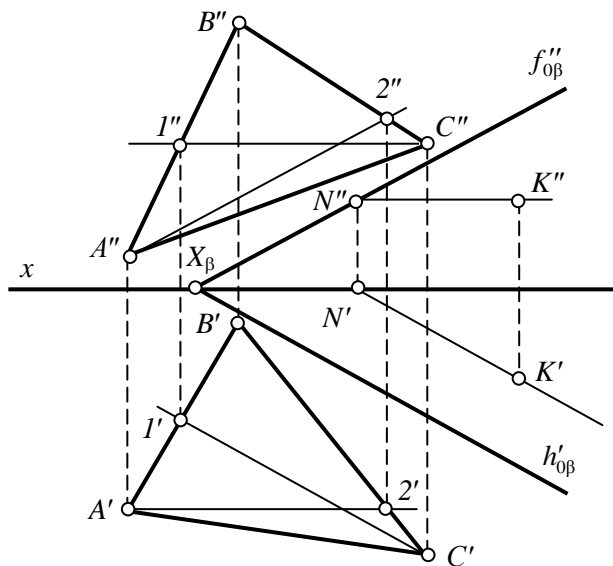


Рис.5.7

Задача 6

Построить линию пересечения плоскостей α и β . Показать видимость линии пересечения.

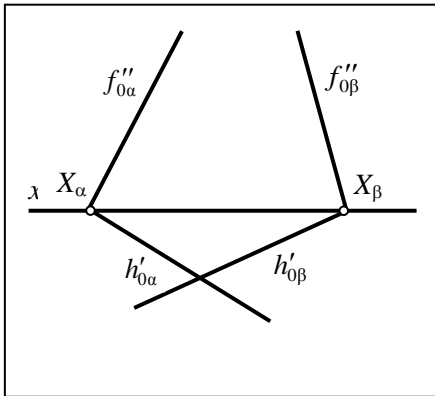


Рис.6.1

Индивидуальное задание приведено на рис.6.1.

1. Линию пересечения плоскостей проводят через две любые общие для этих плоскостей точки. Если плоскости заданы следами, то такими точками будут точки пересечения одноименных следов. В данном случае одну точку (точку M), общую для заданных плоскостей (рис.6.2), находим в пересечении горизонтальных следов этих плоскостей:

$$M' = h'_{0\alpha} \cap h'_{0\beta}; M'' \in x.$$

2. Поскольку фронтальные следы заданных плоскостей в пределах чертежа не пересекаются, для построения второй точки, общей для заданных плоскостей, проводим вспомогательную плоскость (рис.6.3), например горизонтальную плоскость γ ($f''_{0\gamma} \parallel x$).

Находим горизонтальные проекции линий пересечения плоскости γ с плоскостями α и β . Горизонтальная проекция линии пересечения плоскостей γ и α проходит через N'_1 параллельно $h'_{0\alpha}$, а горизонтальная проекция линии пересечения плоскостей γ и β – через N'_2 параллельно $h'_{0\beta}$.

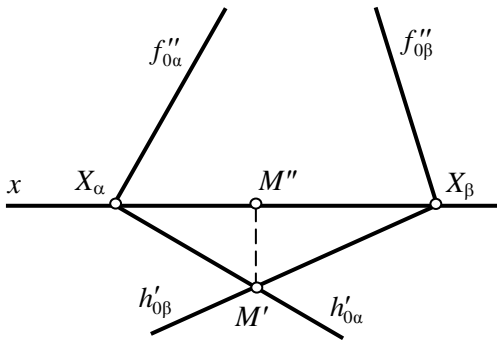


Рис.6.2

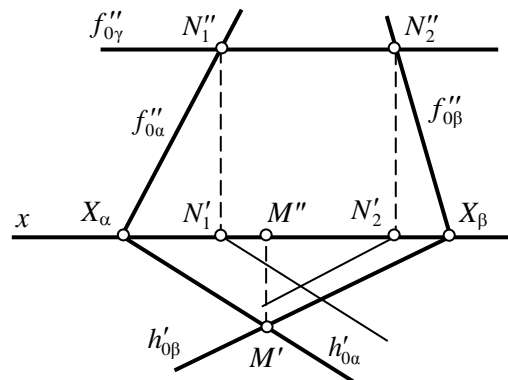


Рис.6.3

3. В пересечении горизонтальных проекций линий пересечения вспомогательной и заданных плоскостей находим проекцию K' (рис.6.4). Из K' проводим линию проекционной связи до пересечения с $f''_{0\gamma}$ и отмечаем проекцию K'' .

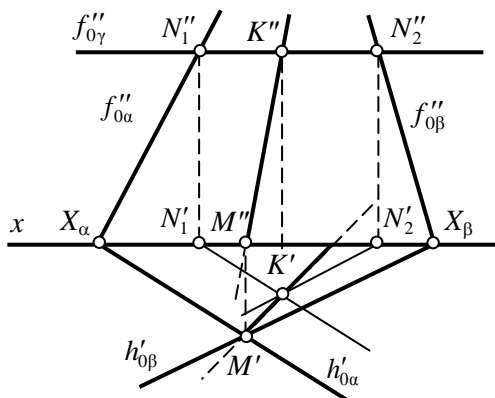


Рис.6.4

Точка K (K' , K'') – общая для заданных плоскостей α и β .

4. Через одноименные проекции двух точек, общих для плоскостей α и β , проводим проекции линии пересечения, горизонтальную $M'K'$ и фронтальную $M''K''$. Обозначаем видимость линии пересечения: она считается видимой на том участке, который находится в I октанте.

Задача 7

Построить точку пересечения прямой LT с заданной плоскостью. Показать видимость прямой относительно заданной плоскости.

7.1. Плоскость задана следами (рис.7.1)

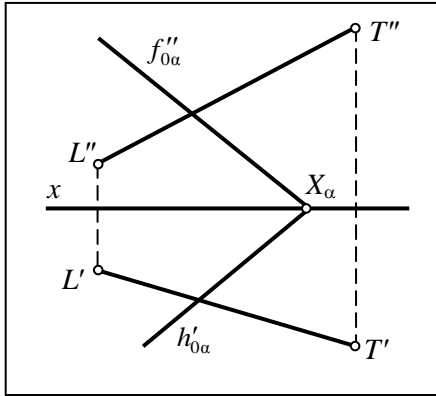


Рис.7.1

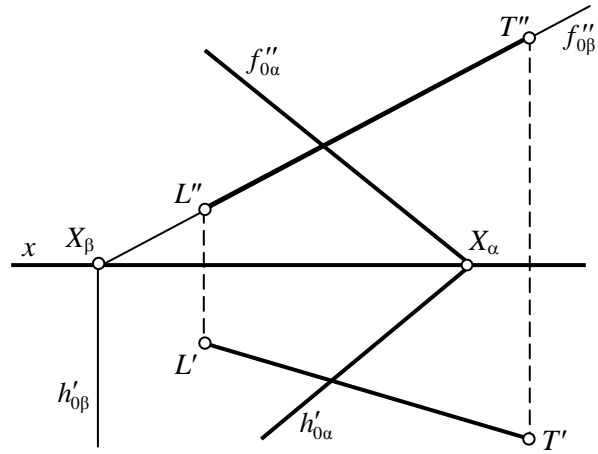


Рис.7.2

1. Для построения точки пересечения прямой LT с плоскостью α проводим через прямую вспомогательную плоскость, например фронтально-проецирующую плоскость β (рис.7.2):

$$f''_{0\beta} \equiv L''T''; \quad h'_{0\beta} \perp x.$$

2. Строим линию пересечения MN заданной и вспомогательной плоскостей (рис.7.3):

$$M' = h'_{0\alpha} \cap h'_{0\beta}; \quad M'' \equiv X_\beta;$$

$$N'' = f''_{0\alpha} \cap f''_{0\beta}; \quad N' \in x.$$

На чертеже проекция M'' не показана, так как в дальнейших построениях она не используется.

3. Определяем точку пересечения K заданной прямой LT с линией пересечения MN :

$$K' = L'T' \cap M'N';$$

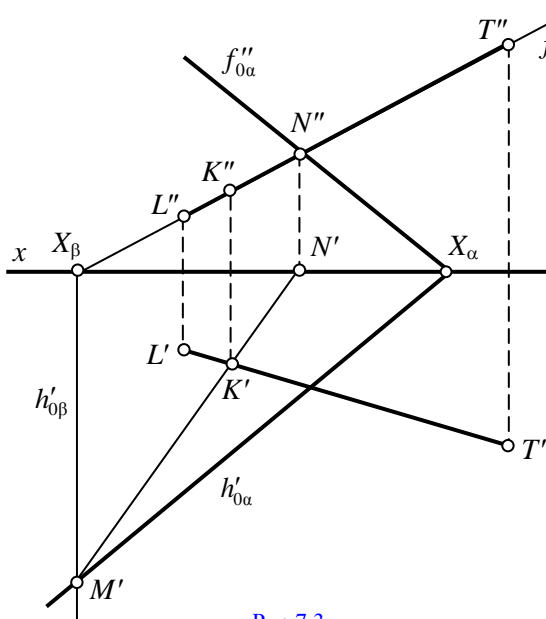


Рис.7.3

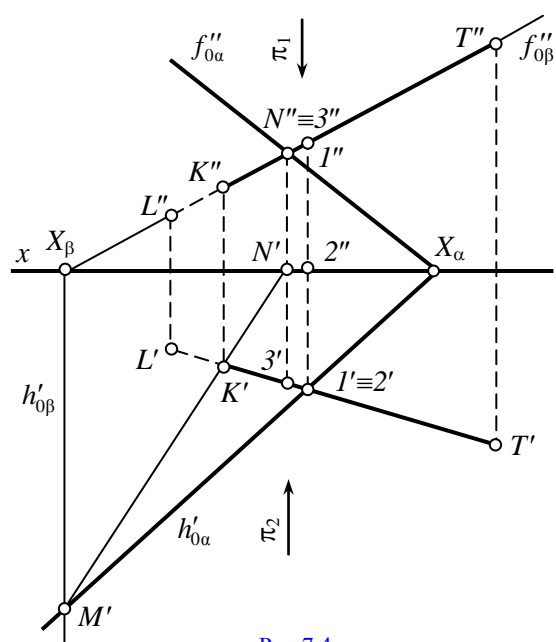


Рис.7.4

K'' находится в пересечении линии проекционной связи, проведенной из K' , с фронтальной проекцией $L''T''$.

4. Определяем взаимную видимость прямой LT и плоскости α , которая считается непрозрачной (рис.7.4). Взаимная видимость определяется раздельно при проецировании на плоскости π_1 и π_2 .

Выбираем конкурирующие точки для определения видимости в направлении на горизонтальную плоскость проекций. В пересечении $L'T'$ и $h'_{0\alpha}$ совмещаются проекции точек 1 и 2, из которых одна принадлежит прямой LT , а другая – плоскости α . Пусть

$$\pi_1 (1' \equiv 2') \begin{cases} 1 \in LT; \\ 2 \in h'_{0\alpha}. \end{cases}$$

Находим фронтальные проекции точек 1 и 2:

$$1'' \in L''T'', 2'' \in x.$$

При проецировании на плоскость π_1 точка 1 «закрывает» точку 2. Следовательно, точка 1, лежащая на прямой LT , находится ближе к наблюдателю, чем точка 2. Таким образом, отрезок KT расположен над плоскостью α , обозначаем его линией видимого контура. Отрезок KL находится под плоскостью α и на горизонтальной плоскости проекций считается невидимым.

Выбираем конкурирующие точки для определения взаимной видимости в направлении на плоскость π_2 . В пересечении $L''T''$ и $f''_{0\alpha}$ совмещаются фронтальные проекции двух точек, из которых одна принадлежит прямой LT , а другая – плоскости α :

$$\pi_2 (3'' \equiv N'') \begin{cases} 3 \in LT; \\ N \in f''_{0\alpha}. \end{cases}$$

Находим горизонтальные проекции точек 3 и N (в нашем примере N' была построена ранее):

$$3' \in L'T', N' \in x.$$

При проецировании на плоскость π_2 точка 3 «закрывает» точку N , следовательно, на фронтальной плоскости проекций отрезок KT также видимый, а отрезок KL – невидимый.

7.2. Плоскость задана плоской фигурой (рис.7.5)

1. Через прямую LT проводим вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость β (рис.7.6):

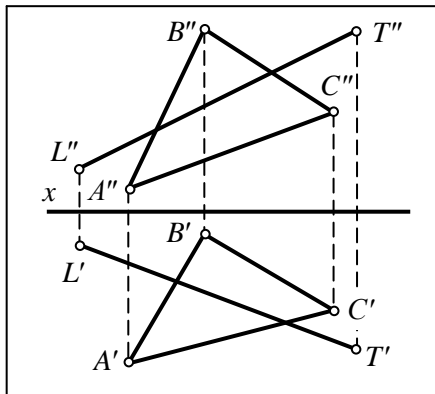


Рис.7.5

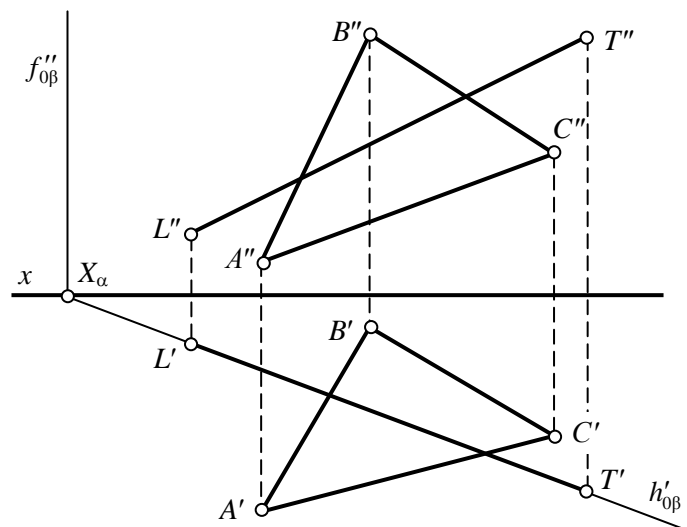


Рис.7.6

$$h'_{0\beta} \equiv L'T', \quad f''_{0\beta} \perp x.$$

2. Строим линию пересечения EF заданной и вспомогательной плоскостей (рис.7.7):

$$E' = A'B' \cap h'_{0\beta};$$

E'' находится в пересечении линии проекционной связи, проведенной из E' , и $A''B''$;

$$F' = A'C' \cap h'_{0\beta};$$

F'' находится в пересечении линии проекционной связи, проведенной из F' , и $A''C''$.

3. Строим точку пересечения K заданной прямой LT и линии пересечения EF :

$$K'' = L''T'' \cap E''F'';$$

K' находится в пересечении линии проекционной связи, проведенной из K'' , и $L'T'$.

4. Определяем взаимную видимость прямой LT и треугольника ABC с помощью конкурирующих точек (рис.7.8). На горизонтальной плоскости проекций выбираем конкурирующие точки в пересечении $L'T'$ с любой из проекций прямых, принадлежащих плоскости треугольника ABC , например $I' \equiv E' = L'T' \cap A'B'$:

$$\pi_1(I' \equiv E') \begin{cases} I \in LT; \\ E \in AB. \end{cases}$$

В направлении на плоскость π_1 точка E'' «закрывает» точку I'' , следовательно, на горизонтальной плоскости проекций отрезок IK закрыт от непосредственного обзора треугольником ABC .

На фронтальной плоскости проекций выбираем конкурирующие точки в пересечении $L''T''$ с любой из проекций прямых, принадлежащих плоскости треугольника ABC , например $2'' \equiv 3'' = L''T'' \cap A''B''$:

$$\pi_2(2'' \equiv 3'') \begin{cases} 2 \in LT; \\ 3 \in AB. \end{cases}$$

В направлении на плоскость π_2 точка $3'$ «закрывает» точку $2'$, следовательно, на фронтальной плоскости проекций отрезок $2K$ невидимый.

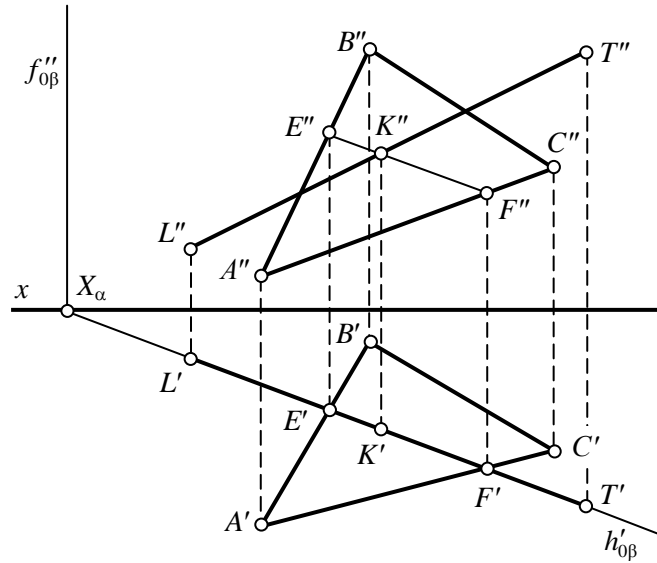


Рис.7.7

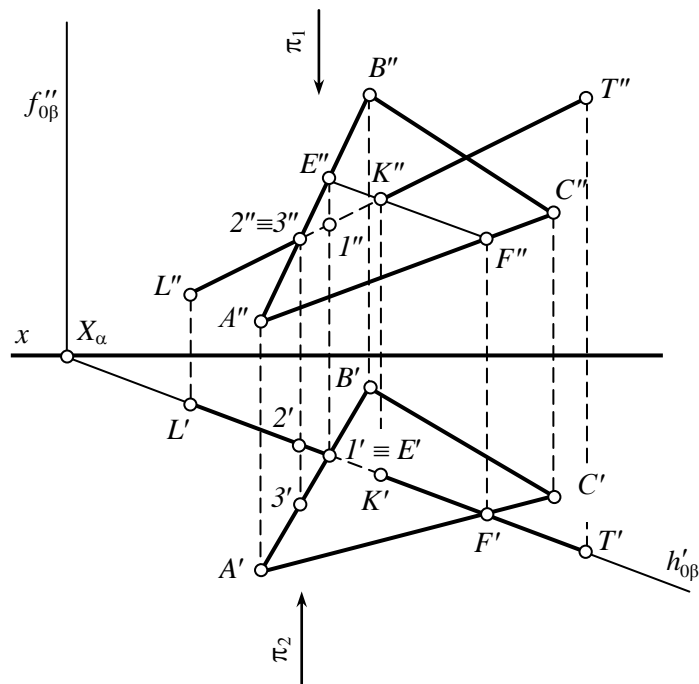


Рис.7.8

Задача 8

Построить линию пересечения двух заданных плоскостей. Показать взаимную видимость плоскостей.

8.1. Одна плоскость задана следами, другая – плоской фигурой (рис.8.1)

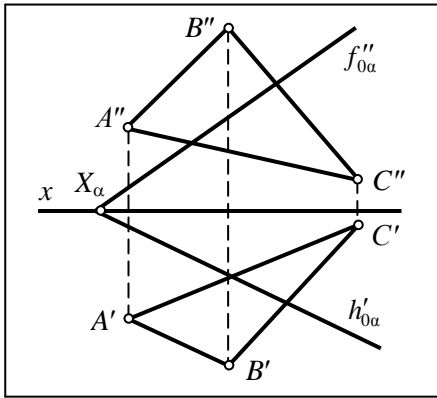


Рис.8.1

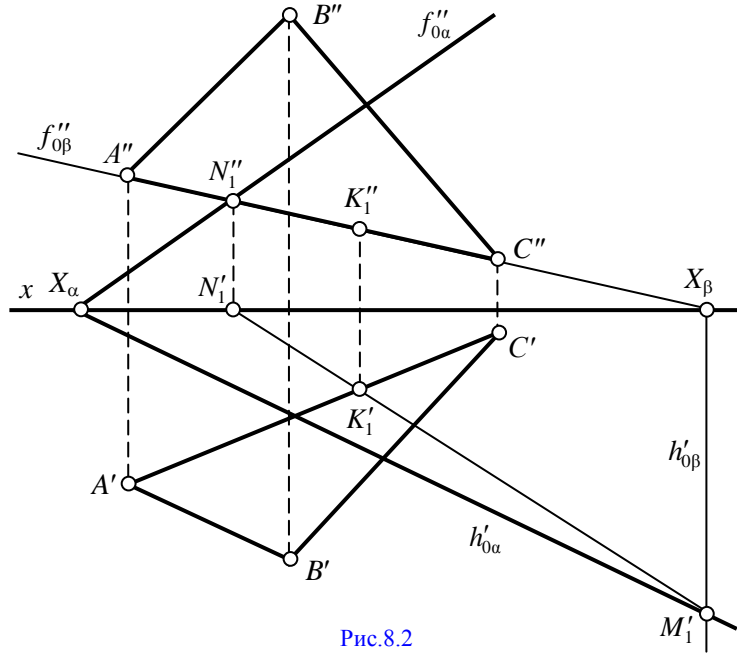


Рис.8.2

1. Линия пересечения двух плоскостей, как уже говорилось выше, определяется двумя точками, общими для этих плоскостей. В данном случае две такие точки могут быть найдены, как точки пересечения любых сторон плоской фигуры с плоскостью α .

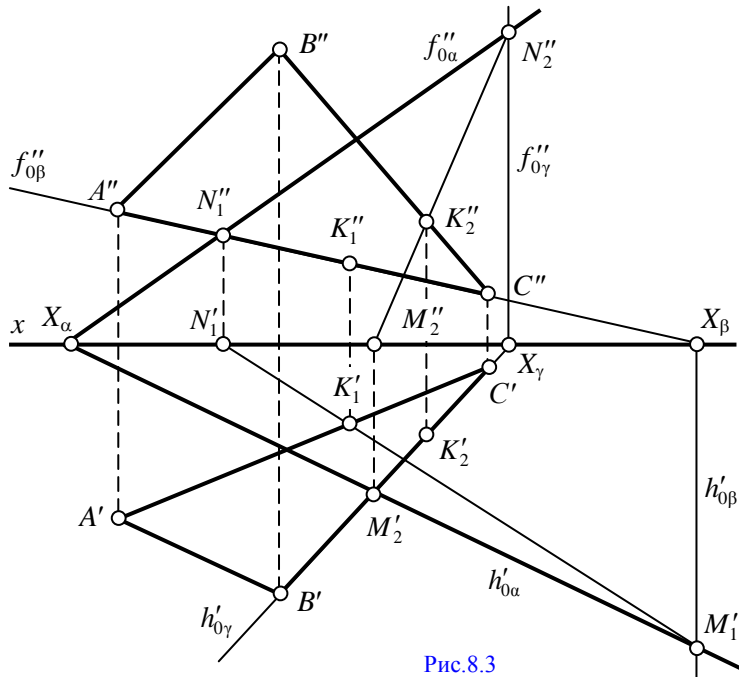


Рис.8.3

2. Находим точку пересечения K_1 прямой AC с плоскостью α (см. задачу 7): через прямую AC проводим вспомогательную плоскость, например фронтально-проецирующую плоскость β (рис.8.2), находим линию пересечения M_1N_1 плоскостей α и β и в ее пересечении с прямой AC определяем искомую точку K_1 с проекциями K'_1 и K''_1 .

3. Находим точку пересечения K_2 прямой BC с плоскостью α : проводим вторую вспомогательную плоскость, например горизонтально-проецирующую плоскость γ (рис.8.3), находим линию пересечения M_2N_2 плоскостей α и γ и в ее пересечении с прямой BC оп-

ределяем искомую точку K_2 с проекциями K'_2 и K''_2 .

4. Зная точки K_1 и K_2 , общие для плоскости α и плоскости треугольника ABC , проводим через них линию пересечения K_1K_2 с проекциями $K'_1K'_2$ и $K''_1K''_2$ (рис.8.4).

5. Определяем видимость плоскостей друг относительно друга на основе анализа положения конкурирующих точек, например: точек 1 и M_2 – на горизонтальной плоскости проекций и точек 2 и N_1 – на фронтальной плоскости проекций (см. задачу 7).

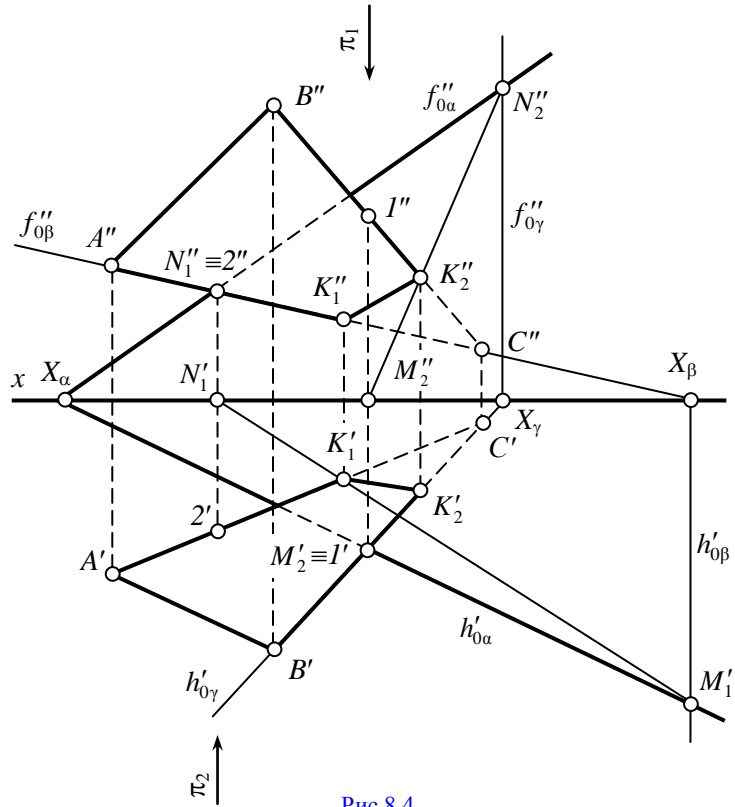


Рис.8.4

8.2. Обе плоскости заданы плоскими фигурами (рис.8.5)

1. В данном случае две точки, общие для плоскостей, заданных плоскими фигурами, могут быть найдены двумя способами:

- как точки пересечения сторон одной фигуры с плоскостью второй фигуры;
- одна точка как точка пересечения стороны первой фигуры с плоскостью второй фигуры, а другая – как точка пересечения стороны второй фигуры с плоскостью первой фигуры.

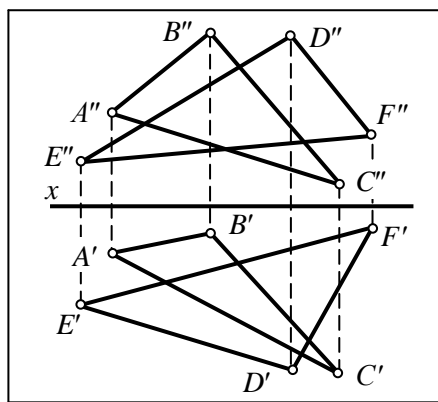


Рис.8.5

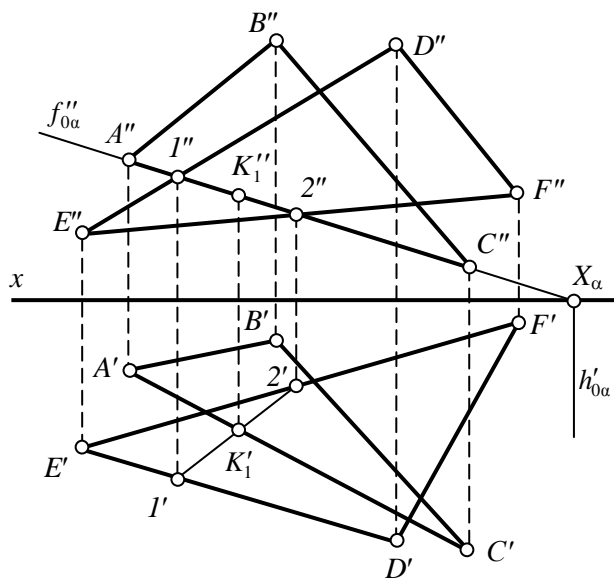


Рис.8.6

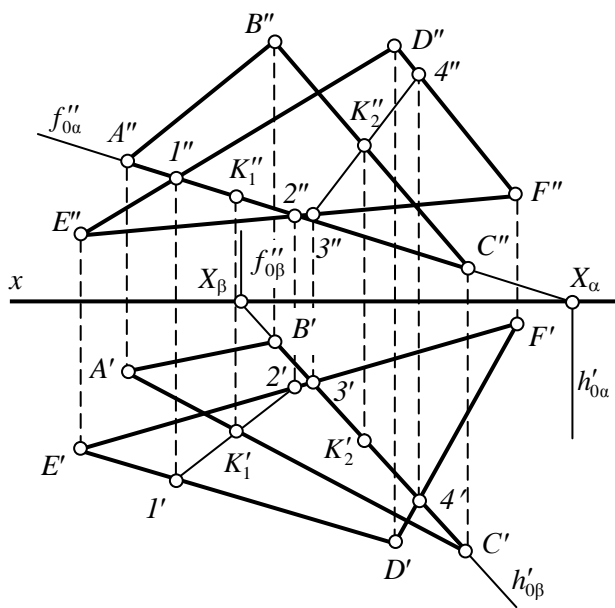


Рис.8.7

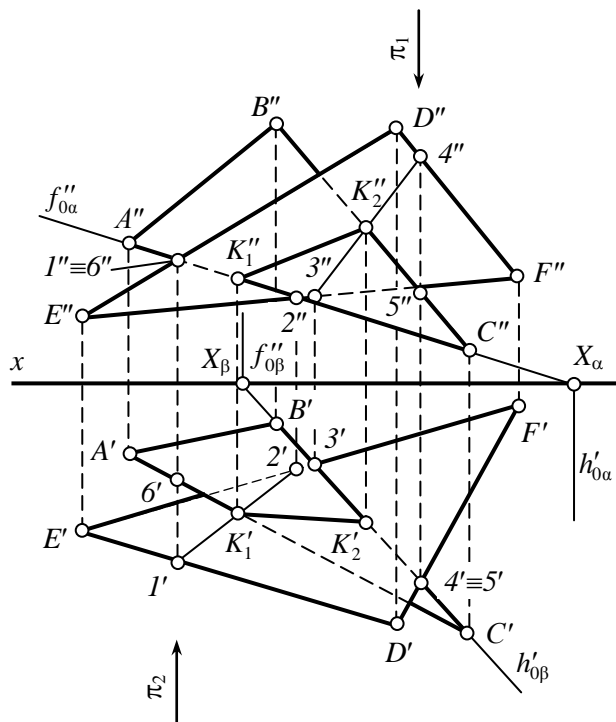


Рис.8.8

2. Находим точку $K_1 (K'_1, K''_1)$ пересечения стороны AC треугольника ABC с плоскостью треугольника EDF (рис.8.6):

- через прямую AC проводим вспомогательную плоскость, например фронтально-проецирующую плоскость α ;
- строим линию пересечения l_2 плоскости α и треугольника EDF ;
- определяем горизонтальную проекцию точки встречи

$$K'_1 = A'C' \cap l_2'$$

и ее фронтальную проекцию

$$K''_1 \in A''C''.$$

3. Аналогично находим точку $K_2 (K'_2, K''_2)$ пересечения другой стороны треугольника ABC , например стороны BC с плоскостью треугольника EDF (рис.8.7). Для этого через сторону BC проводим вспомогательную горизонтально-проецирующую плоскость β , строим линию пересечения l_3 плоскости β и треугольника EDF и определяем проекции точки встречи K_2 :

$$K''_2 = B''C'' \cap l_3'';$$

$$K'_2 \in B'C'.$$

4. Зная две точки, общие для заданных плоскостей ΔABC и ΔEDF , проводим через них линию пересечения $K_1K_2 (K'_1K'_2$ и $K''_1K''_2)$ (рис.8.8).

5. Определяем видимость плоских фигур друг относительно друга при помощи анализа положения конкурирующих точек.

Выбираем конкурирующие точки для определения видимости на горизонтальной плоскости проекций, например в пересечении горизонтальных проекций $B'C'$ и $D'F'$:

$$\pi_1 (4' \equiv 5') \begin{cases} 4 \in (DF); \\ 5 \in (BC). \end{cases}$$

По фронтальной проекции точек 4 и 5 видно, что точка 4 находится выше точки 5 , поэтому на горизонтальной плоскости проекций прямая DF будет закрывать прямую BC . Следовательно, в этой части треугольник EDF будет ближе к наблюдателю, чем треугольник ABC , и участок тре-

угольника ABC , ограниченный прямой DF и линией пересечения K_1K_2 , будет невидимым. От противного по другую сторону линии пересечения ближе к наблюдателю окажется треугольник ABC , который закроет часть стороны EF треугольника EDF .

Выбираем конкурирующие точки для определения видимости на фронтальной плоскости проекций, например в пересечении фронтальных проекций $A''C''$ и $E''D''$:

$$\pi_2 (I'' \equiv 6'') \begin{cases} I \in (ED); \\ 6 \in (AC). \end{cases}$$

Рассматривая горизонтальные проекции точек I и 6 , видим, что точка I находится ближе к наблюдателю. Следовательно, в направлении на плоскость π_2 прямая ED закрывает прямую AC , и в этой области треугольник EDF будет ближе к наблюдателю, чем треугольник ABC . Поэтому на фронтальной плоскости проекций часть треугольника ABC , ограниченная прямой ED и линией пересечения K_1K_2 , будет невидимой. Рассуждая от противного, по другую сторону от линии пересечения ближе к наблюдателю окажется треугольник ABC , закрывающий от обзора часть стороны EF треугольника EDF .

Задача 9

Определить истинную величину расстояния от точки K до заданной плоскости.

9.1. Плоскость задана следами (рис.9.1)

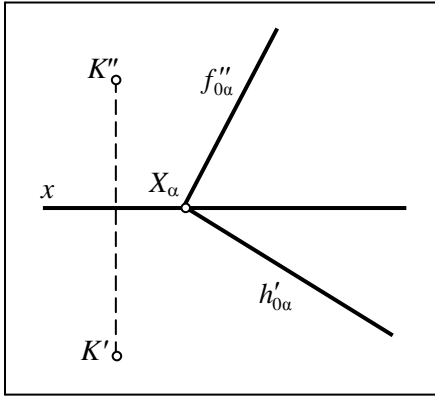


Рис.9.1

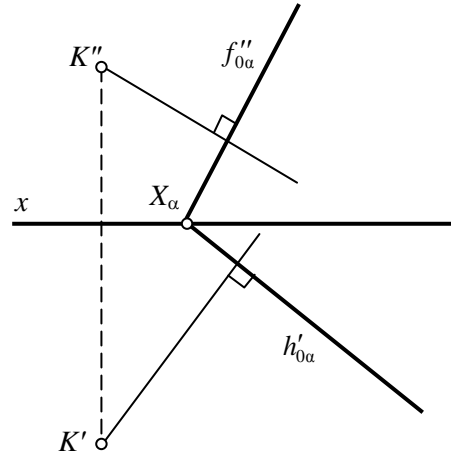


Рис.9.2

1. Опускаем перпендикуляр из точки K на заданную плоскость (рис.9.2): фронтальная проекция перпендикуляра проводится из точки K'' перпендикулярно фронтальному следу плоскости $f''_{0\alpha}$, а горизонтальная проекция перпендикуляра – из точки K' перпендикулярно горизонтальному следу плоскости $h'_{0\alpha}$.

2. Строим точку пересечения перпендикуляра с плоскостью α (см. задачу 7), для чего через перпендикуляр проводим вспомогательную плоскость, например фронтально-проецирующую плоскость β (рис.9.3). Точка $L (L', L'')$ – искомая точка пересечения.

3. Определяем истинную величину отрезка KL методом прямоугольного треугольника (см. задачу 2): строим прямоугольный треугольник по двум катетам (один катет – горизонтальная проекция отрезка $K'L'$, другой – алгебраическая разность координат $\Delta z_{KL} = K'K_0$). Гипотенуза K_0L' – искомое расстояние (рис.9.4).

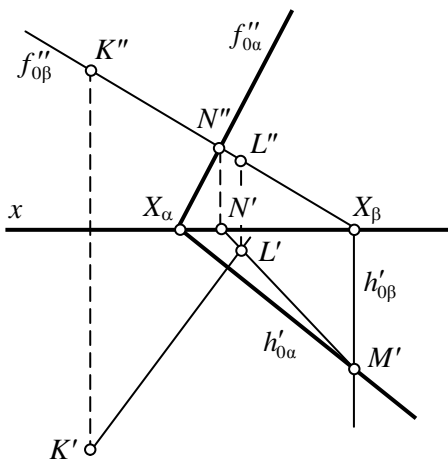


Рис.9.3

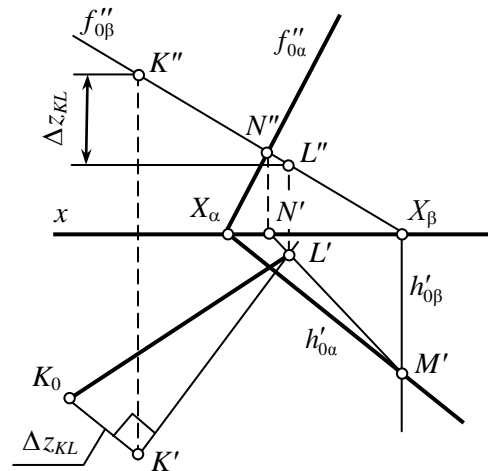


Рис.9.4

9.2. Плоскость задана плоской фигурой (рис.9.5)

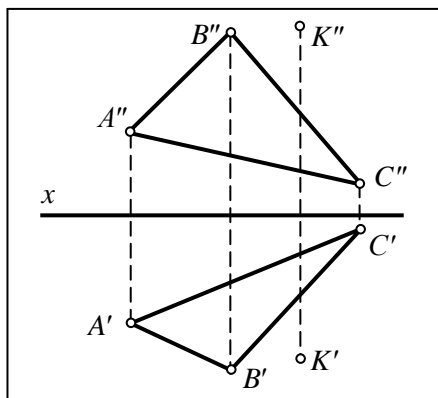


Рис.9.5

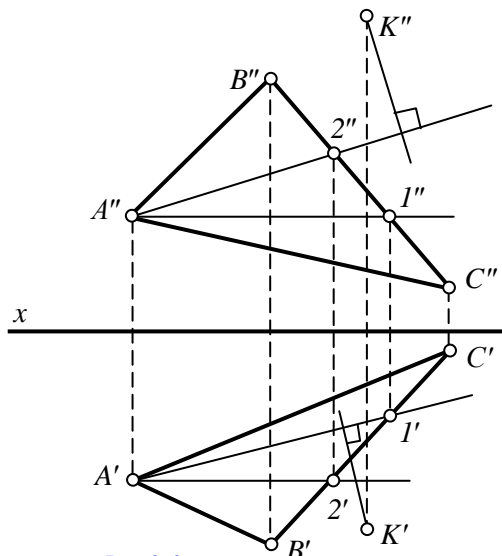


Рис.9.6

1. В плоскости треугольника ABC (рис.9.6) проводим горизонталь (например, горизонталь $A'I'$) и фронталь (например, фронталь $A''2''$).

2. Опускаем перпендикуляр из точки K к заданной плоскости треугольника ABC : фронтальная проекция перпендикуляра проводится из K'' перпендикулярно фронтальной проекции фронтали $A''2''$, а горизонтальная проекция перпендикуляра – из K' перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали $A'I'$ (рис.9.7).

3. Строим точку пересечения перпендикуляра с заданной плоскостью треугольника ABC (см. задачу 7), для чего через перпендикуляр проводим вспомогательную плоскость, например горизонтально-проецирующую плоскость β . Точка L , заданная проекциями L' и L'' , – искомая точка пересечения.

4. Определяем истинную величину отрезка KL методом прямоугольного треугольника (см. задачу 2). Строим прямоугольный треугольник $K''L''K_0$ по двум катетам (один катет – фронтальная проекция отрезка $K''L''$, другой – алгебраическая разность координат $\Delta y_{KL} = K''K_0$). Гипотенуза K_0L'' – искомое расстояние (рис.9.8).

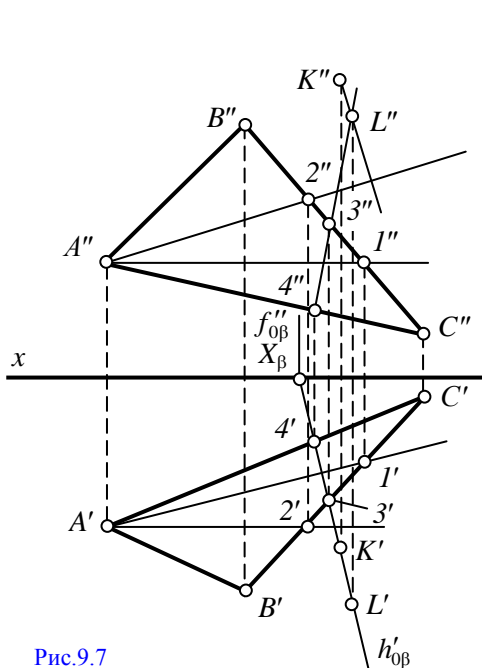


Рис.9.7

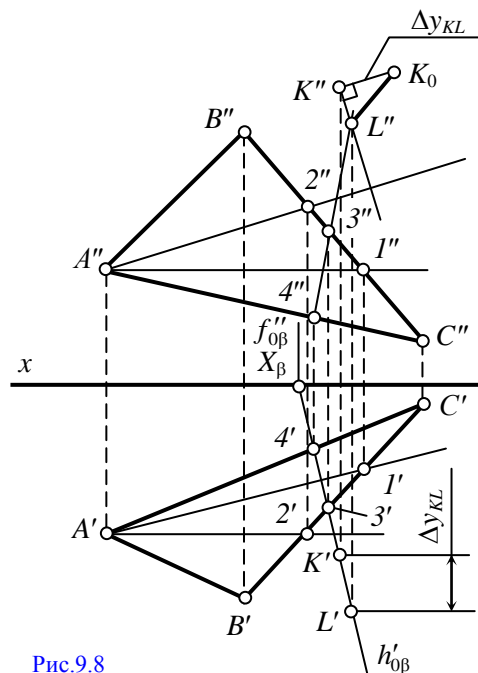


Рис.9.8

Задача 10

Из точки, принадлежащей заданной плоскости и отстоящей от плоскости π_1 на расстоянии m , а от плоскости π_2 на расстоянии n , восстановить к заданной плоскости перпендикуляр, равный длине отрезка l .

10.1. Плоскость задана следами (рис.10.1)

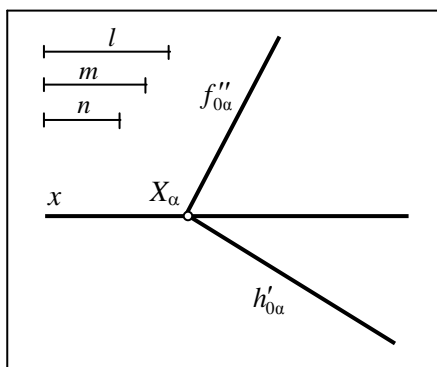


Рис.10.1

1. В верхней **левой** части чертежа наносим заданные отрезки m , n и l в масштабе **2:1**.

2. Проводим вспомогательную горизонтальную плоскость β на расстоянии m от плоскости π_1 ($\beta \parallel \pi_1 \Rightarrow f''_{0\beta} \parallel x$) и находим линию пересечения заданной α и вспомогательной β плоскостей (рис.10.2). Горизонтальная проекция линии пересечения параллельна следу $h'_{0\alpha}$ (см. задачу 6).

3. Проводим вспомогательную фронтальную плоскость γ на расстоянии n от плоскости π_2 ($\gamma \parallel \pi_2 \Rightarrow h'_{0\gamma} \parallel x$) и находим линию пересечения заданной α и вспомогательной γ плоскостей (рис.10.3). Фронтальная проекция линии пересечения параллельна следу $f''_{0\alpha}$.

4. В пересечении одноименных проекций линий пересечения заданной (α) и вспомогательных (β и γ) плоскостей находим точку K (K' , K''), отстоящую от плоскости π_1 на расстоянии m , а от плоскости π_2 на расстоянии n .

5. Из точки K строим проекции перпендикуляра к плоскости α из $K' \perp h'_{0\alpha}$, из $K'' \perp f''_{0\alpha}$ (рис.10.4). Выбираем на нем произвольную точку L (L' , L'') и определяем истинную величину отрезка KL методом прямоугольного треугольника (см. задачу 2): строим прямоугольный треугольник $K'L'L_0$, одним катетом которого является проекция $K'L'$, а другим – разность координат Δz_{KL} . Гипотенуза $K'L_0$ – истинная величина отрезка KL .

6. На отрезке $K'L_0$ или на его продолжении откладываем отрезок заданной длины $l = |K'S_0|$ (рис.10.5). Из точки S_0 проводим прямую, параллельную L_0L' до пересечения с $K'L'$ в точке S' . Проводим линию проекционной связи из точки S' . На $K''L''$ находим фронтальную проекцию точки S (S''). Отрезки $K'S'$ и $K''S''$ – проекции перпендикуляра заданной длины l .

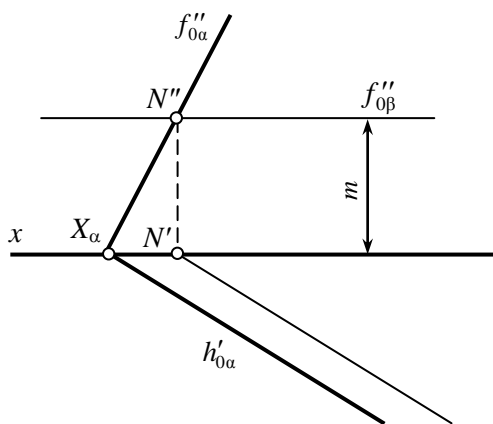


Рис.10.2

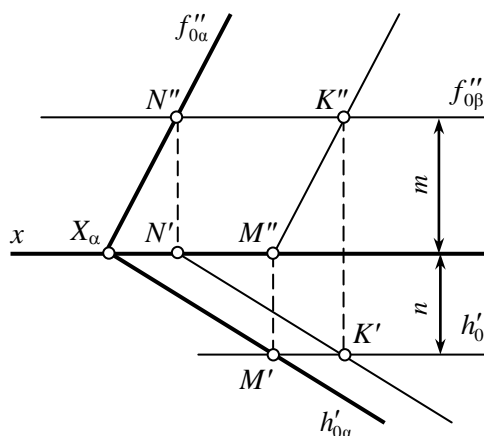


Рис.10.3

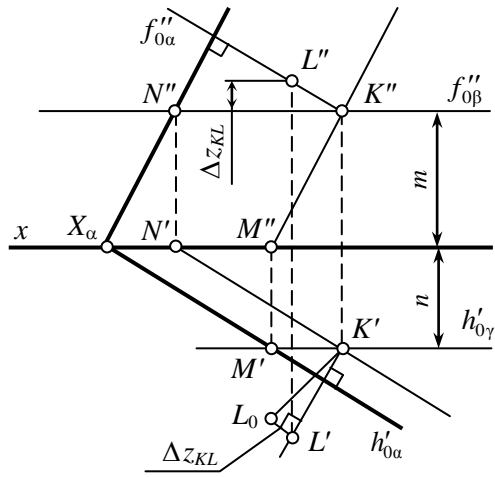


Рис.10.4

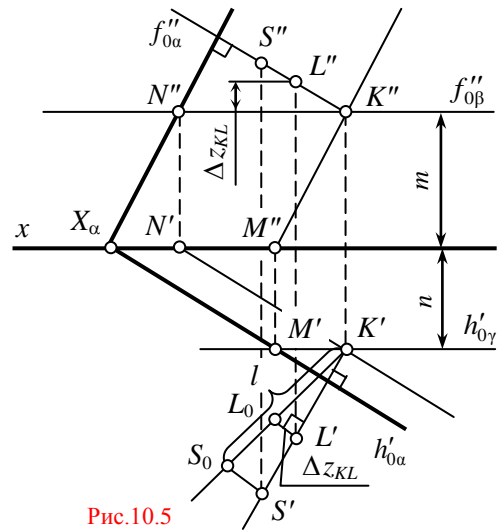


Рис.10.5

10.2. Плоскость задана плоской фигурой (рис.10.6)

1. В верхней **левой** части чертежа наносим заданные отрезки m , n и l в масштабе 2:1.

2. Проводим вспомогательную горизонтальную плоскость β на расстоянии m от плоскости π_1 (рис.10.7) и находим линию пересечения 12 заданной ($\triangle ABC$) и вспомогательной (β) плоскостей.

3. Проводим вспомогательную фронтальную плоскость γ на расстоянии n от плоскости π_2 (рис.10.8) и находим линию пересечения 34 заданной ($\triangle ABC$) и вспомогательной (γ) плоскостей.

4. В пересечении одноименных проекций линий пересечения заданной ($\triangle ABC$) и вспомогательных (β и γ) плоскостей находим проекции точки K (K' , K''), отстоящей от плоскости π_1 на расстоянии m , а от плоскости π_2 на расстоянии n .

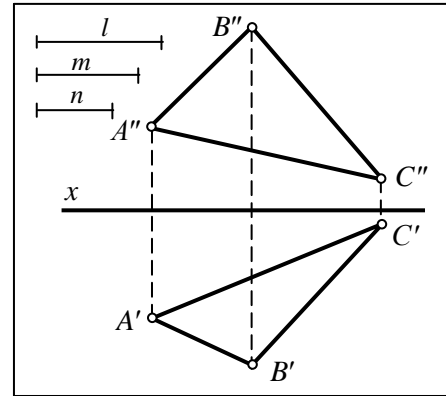


Рис.10.6

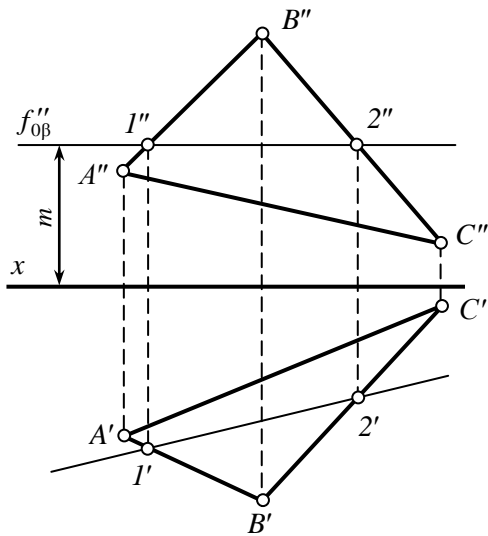


Рис.10.7

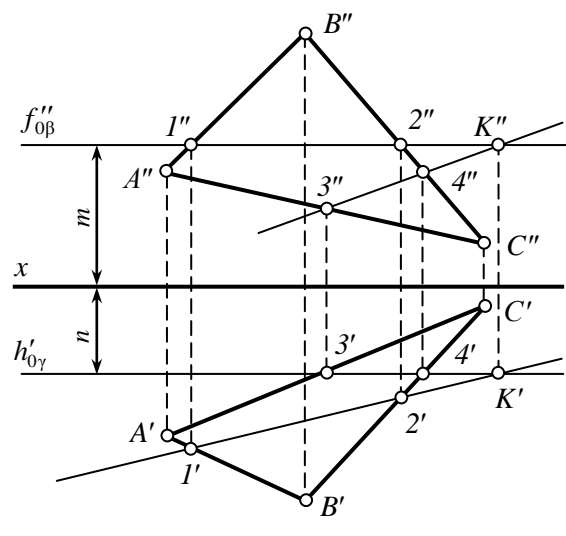


Рис.10.8

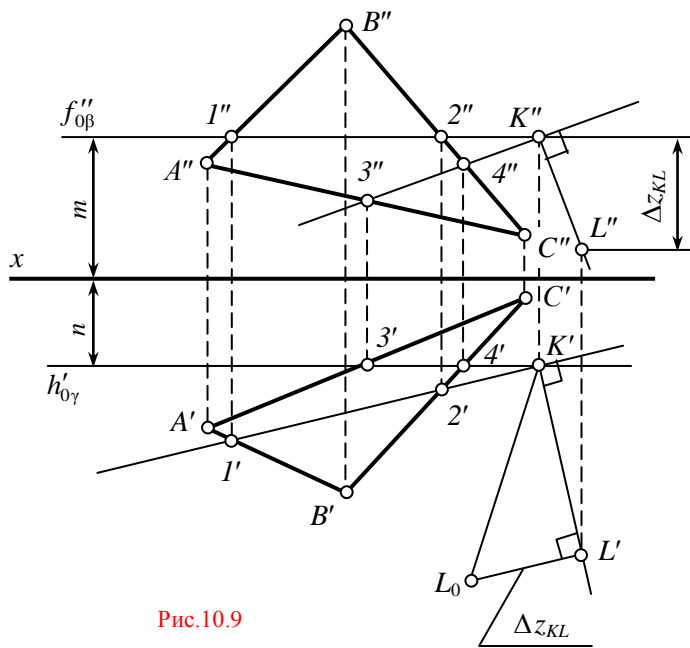


Рис.10.9

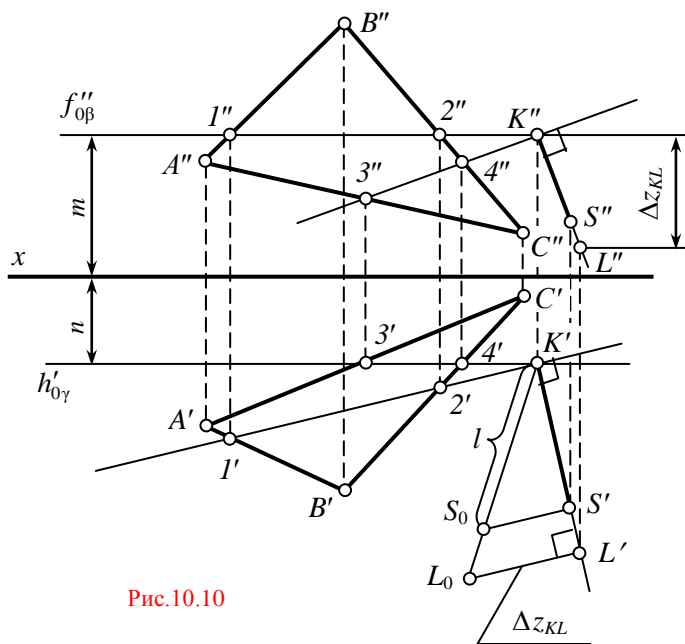


Рис.10.10

5. Из точки K строим проекции перпендикуляра к плоскости треугольника ABC (рис.10.9): из $K' \perp I'2'$, из $K'' \perp 3''4''$.

Выбираем на перпендикуляре произвольную точку L (L', L'') и определяем истинную величину отрезка KL методом прямоугольного треугольника (см. задачу 2). Гипотенуза построенного $\Delta K'L'L_0$ – отрезок $K'L_0$ является истинной величиной отрезка KL .

6. На отрезке $K'L_0$ (или на его продолжении) откладываем заданную длину перпендикуляра: $l = |K'S_0|$ (рис.10.10).

7. Из точки S_0 проводим прямую, параллельную L_0L' , до пересечения с $K'L'$ в точке S' . Проведя линию проекционной связи из точки S' до пересечения $K''L''$, находим фронтальную проекцию точки S (S'').

Отрезок KS с проекциями $K'S'$ и $K''S''$ – перпендикуляр заданной длины l .

Задача 11

Построить следы плоскости β , проходящей через прямую KL и перпендикулярной заданной плоскости.

11.1. Плоскость задана следами (рис.11.1)

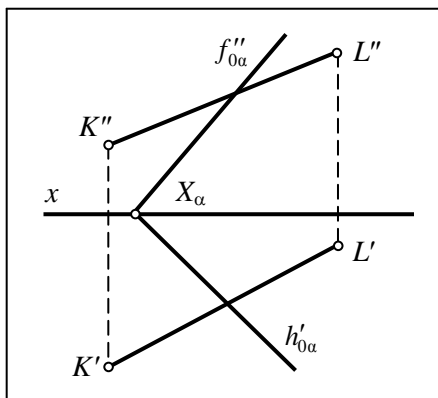


Рис.11.1

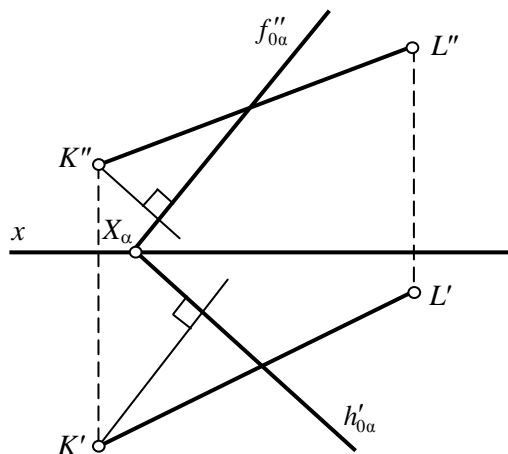


Рис.11.2

1. Из любой точки прямой KL , например из точки K , проводим перпендикуляр к заданной плоскости α (рис.11.2): горизонтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна горизонтальному следу плоскости $h'_{0\alpha}$; фронтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна фронтальному следу плоскости $f''_{0\alpha}$. В результате искомая плоскость получилась заданной двумя пересекающимися прямыми (прямой KL и проведенным перпендикуляром). Дальнейшие построения аналогичны построениям, приведенным в задаче 3.

2. Строим следы прямой KL и перпендикуляра (рис.11.3). Через горизонтальные проекции горизонтальных следов M'_1 и M'_2 проводим горизонтальный след плоскости $h'_{0\beta}$; через фронтальные проекции фронтальных следов N''_1 и N''_2 – фронтальный след $f''_{0\beta}$ (рис.11.4). Проверяем правильность построений: следы $h'_{0\beta}$ и $f''_{0\beta}$ должны пересечься в точке схода следов X_β на оси x .

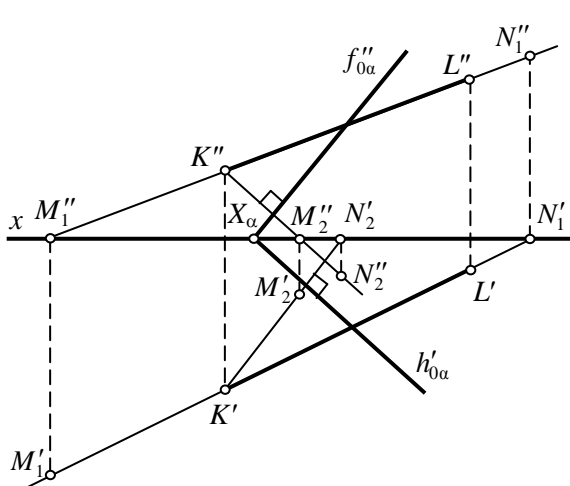


Рис.11.3

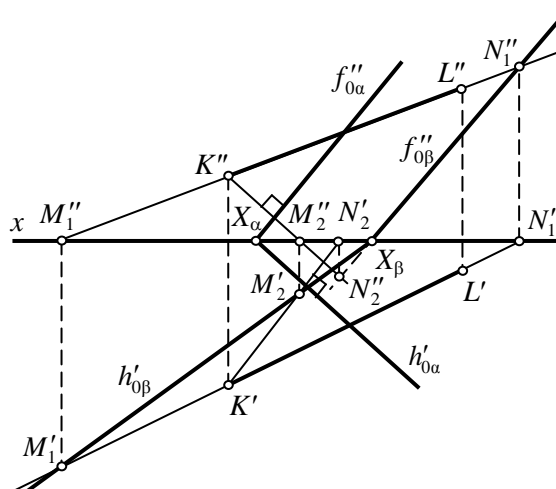


Рис.11.4

11.5. Плоскость задана плоской фигурой (рис.11.5)

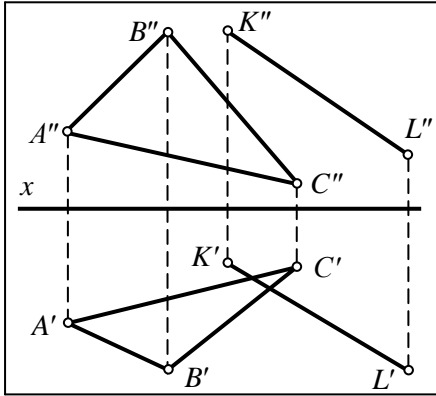


Рис.11.5

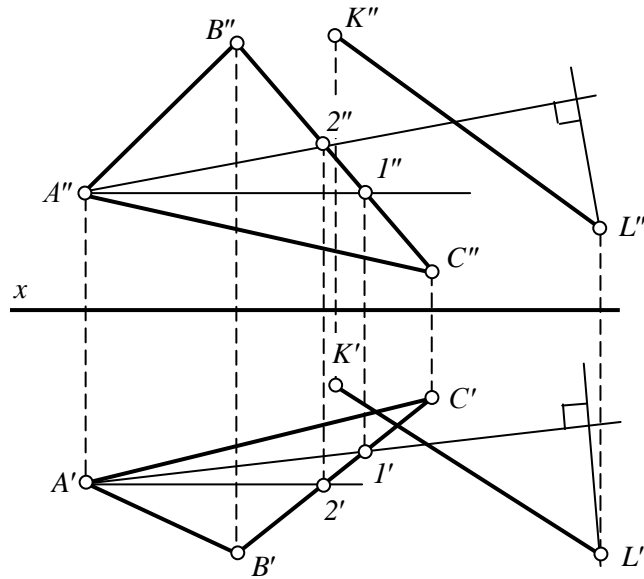


Рис.11.6

1. В плоскости треугольника ABC строим любую горизонталь и любую фронталь этой плоскости, например горизонталь $A'I'$ ($A''I''$, $A'I'$) и фронталь $A'2'$ ($A''2''$) (рис.11.6).

2. Из любой точки прямой KL , например из точки L , проводим перпендикуляр к заданной плоскости треугольника ABC : горизонтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали $A'I'$; фронтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна фронтальной проекции фронтали $A''2''$. Дальнейшие построения аналогичны построениям, приведенным в задаче 3.

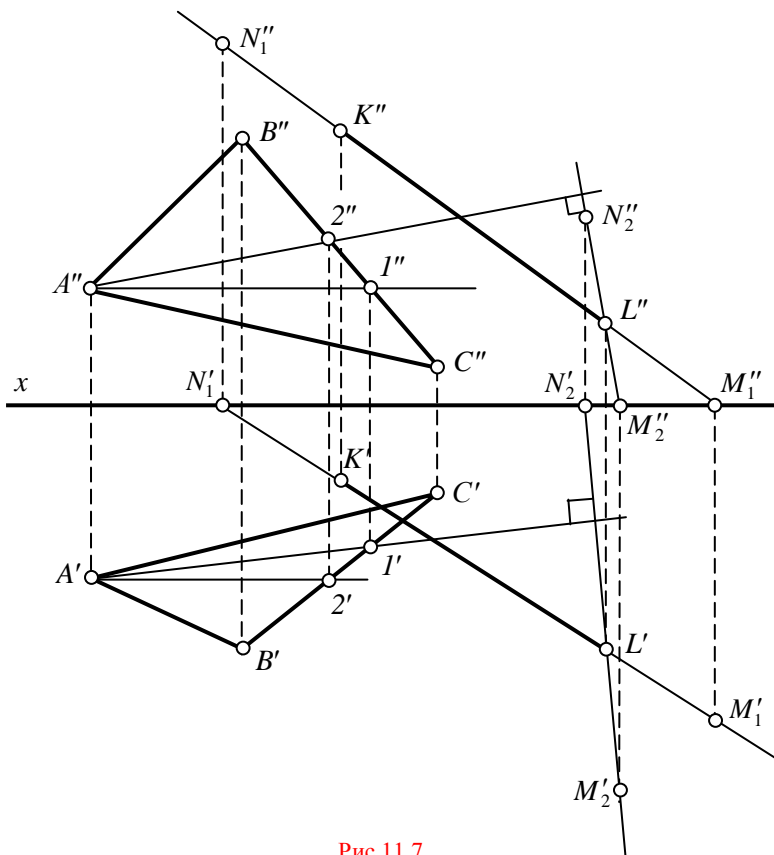


Рис.11.7

3. Строим следы прямой KL и перпендикуляра (рис.11.7). Через горизонтальные проекции горизонтальных следов M'_1 и M'_2 проводим горизонтальный след плоскости $h''_{об}$; через фронтальные проекции фронтальных следов N''_1 и N''_2 — фронтальный след $f''_{об}$ (рис.11.8). Проверяем пра-

вильность построений: $h'_{0\beta}$
 и $f''_{0\beta}$ должны пересечься в
 точке схода следов X_β на
 оси x . В рассматриваемом
 примере точка схода следов
 X_β лежит вне поля чертежа,
 однако экстраполяция сле-
 дов при помощи вспомога-
 тельного чертежного листа
 подтверждает правильность
 выполненных построений.

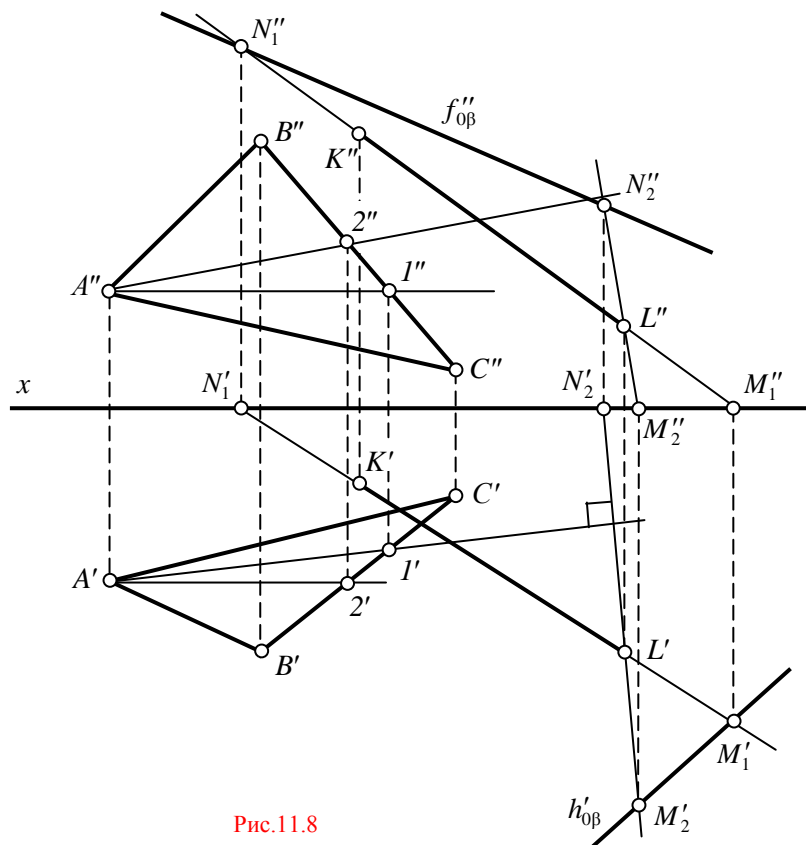


Рис.11.8

СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЕКЦИЙ

Задача 12

Способом вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекций, совместить прямую AB с заданной плоскостью.

12.1. Плоскость задана следами (рис.12.1)

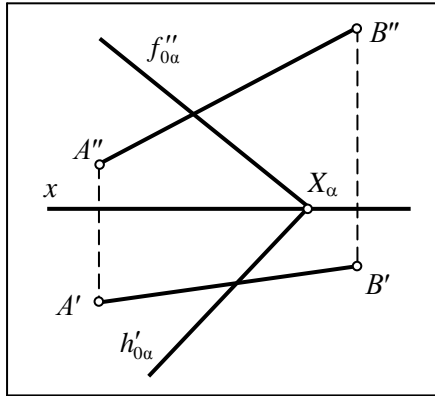


Рис.12.1

1. Строим точку пересечения K (K' и K'') заданной прямой AB с плоскостью α (рис.12.2) – см. задачу 7.

2. Через точку пересечения K проводим ось вращения, перпендикулярную, например, плоскости проекций π_1 (можно провести и ось вращения, перпендикулярную π_2).

Тогда на фронтальную плоскость проекций ось вращения спроецируется в прямую i'' (рис.12.3), проходящую через K'' и перпендикулярную оси x , а на горизонтальную плоскость проекций – в точку i' , совпадающую с K' .

3. Совмещаем с плоскостью α любую точку прямой AB , например точку A , путем ее вращения вокруг оси i . Через точку A проведем плоскость вращения γ :

$$\gamma \perp i \text{ и } A \in \gamma \Rightarrow A'' \in f''_{0\gamma} \text{ и } f''_{0\gamma} \perp i''.$$

4. Определяем центр вращения точки A (рис.12.4):

$$O_A = \gamma \cap i; \quad O'_A = f''_{0\gamma} \cap i'';$$

$$O'_A \equiv i'.$$

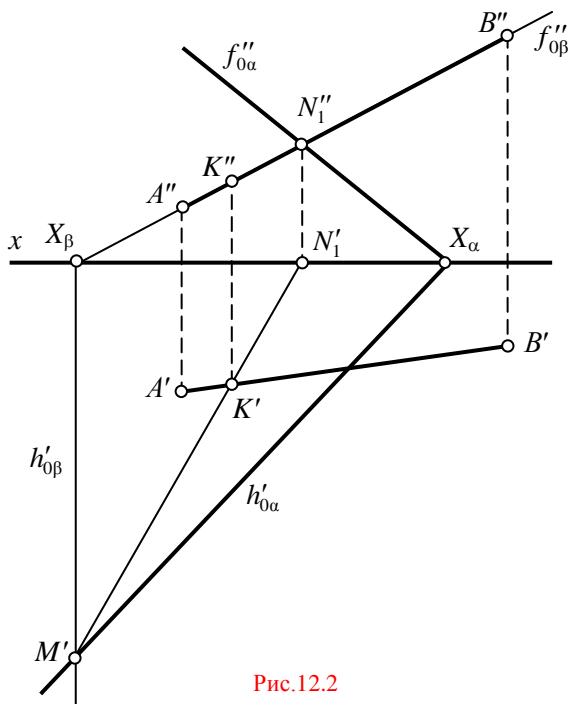


Рис.12.2

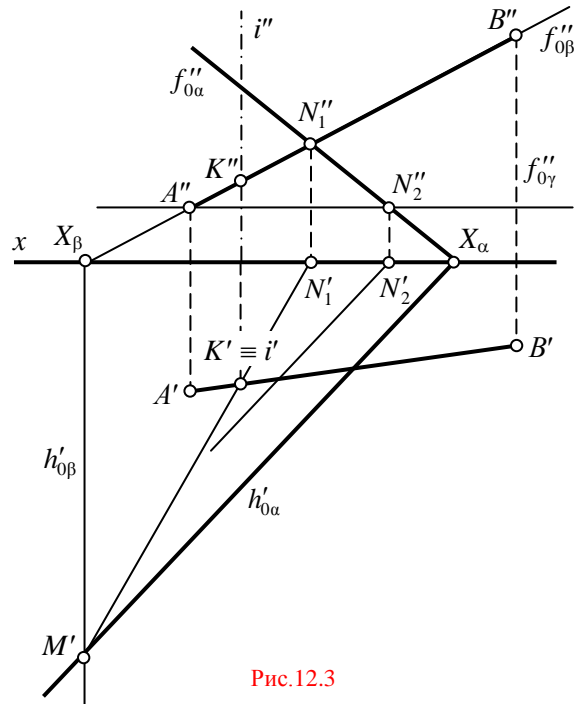


Рис.12.3

5. Определяем радиус вращения точки A : на горизонтальную плоскость проекций он спроецировался в натуральную величину ($O'_A A'$).

6. Точка принадлежит одновременно двум плоскостям, если она принадлежит линии пересечения этих плоскостей. Поэтому строим горизонтальную проекцию линии пересечения плоскостей α и γ : она пройдет через N'_2 параллельно следу $h'_{0\alpha}$.

7. Вращаем точку A вокруг оси i до положения \bar{A} , совмещенного с заданной плоскостью α . Горизонтальная проекция точки A (A') перемещается по дуге окружности радиуса $O'_A A'$, фронтальная проекция точки A (A'') – по следу $f''_{0\gamma}$. Для построения горизонтальной проекции \bar{A}' проведем дугу окружности из центра O'_A радиусом $O'_A A'$ до пересечения с горизонтальной проекцией линии пересечения плоскостей α и γ . Фронтальная проекция нового положения точки \bar{A} (\bar{A}'') будет находиться на $f''_{0\gamma}$. Находясь на этой линии, точка A окажется в плоскости α .

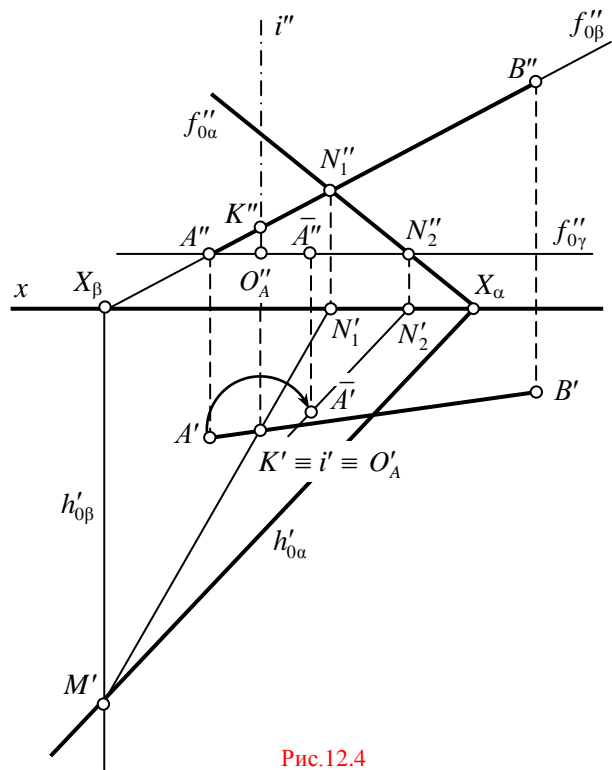


Рис.12.4

Вообще говоря, это вращение можно осуществить как по часовой стрелке, так и против, поэтому задача имеет два решения. Поскольку в условии задачи направление вращения не оговаривается, мы вправе выбрать направление самостоятельно. В рассматриваемом примере вращение точки A проведено по часовой стрелке; \bar{A}' – горизонтальная проекция в совмещенном с плоскостью α положении, а \bar{A}'' – ее фронтальная проекция.

8. Аналогично совмещаем с плоскостью α точку B (рис.12.5), проведя плоскость ее вращения ϵ .

9. Соединяем одноименные проекции точек A (\bar{A}' , \bar{A}'') и B (\bar{B}' , \bar{B}'') и проверяем правильность построений. Поскольку точка K с одной стороны лежит на прямой AB , а с другой – на оси вращения i , при вращении прямой AB ее положение не изменяется: $K' \in \bar{A}'\bar{B}'$; $K'' \in \bar{A}''\bar{B}''$.

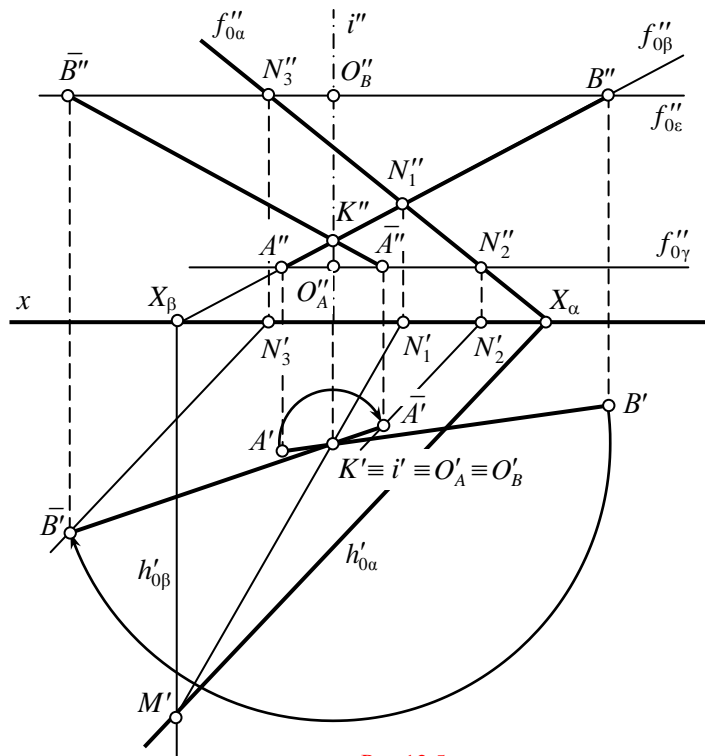


Рис.12.5

12.2. Плоскость задана плоской фигурой (рис.12.6)

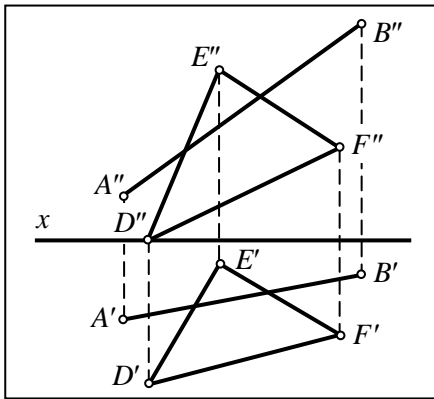


Рис.12.6

1. Строим точку пересечения K (K' и K'') заданной прямой AB с плоскостью треугольника EDF (рис.12.7) – см. задачу 7.

2. Через точку K проводим ось вращения i (рис.12.8), перпендикулярную плоскости проекций π_2 :

$$i' \perp x; i'' \equiv K''.$$

3. Совмещаем с плоскостью треугольника EDF любую точку прямой AB , например точку A . Проводим плоскость вращения точки A – плоскость γ :

$$\gamma \perp i \text{ и } A \in \gamma \Rightarrow A' \in h'_{0\gamma} \text{ и } h'_{0\gamma} \perp i'.$$

4. Определяем центр вращения O_A точки A ($O_A = \gamma \cap i$, рис.12.9):

$$O'_A = h'_{0\gamma} \cap i';$$

$$O''_A \equiv i''.$$

5. Определяем радиус вращения точки A : на фронтальную плоскость проекций он спроецировался в натуральную величину ($O''_A A''$).

6. Точка принадлежит одновременно двум плоскостям, если она принадлежит линии пересечения этих плоскостей. Поэтому строим линию пересечения 3α плоскости γ и плоскости треугольника EDF .

7. Вращением вокруг оси i совмещаем с плоскостью треугольника EDF точку A . Строим проекции точки A в совмещенном с плоскостью треугольника EDF положении. Фронтальная проекция точки A (A'') перемещается по дуге окружности радиуса $O''_A A''$, и в пересечении с $3''4''$ точка A совмещается с плоскостью треугольника EDF :

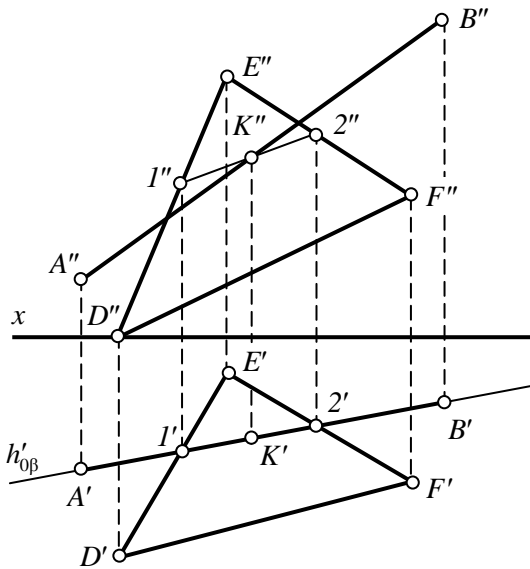


Рис.12.7

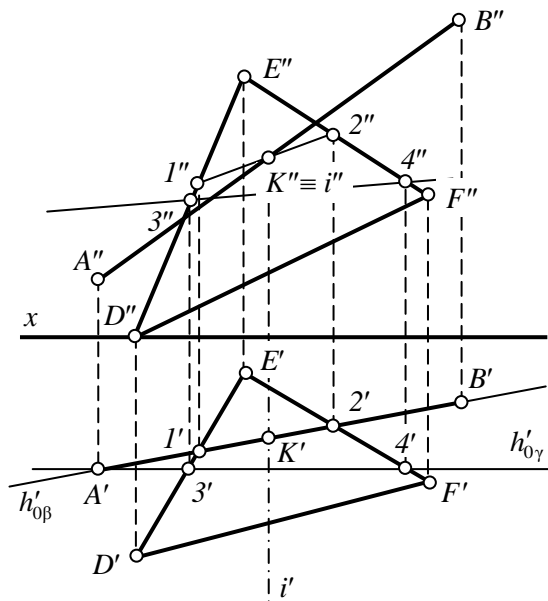


Рис.12.8

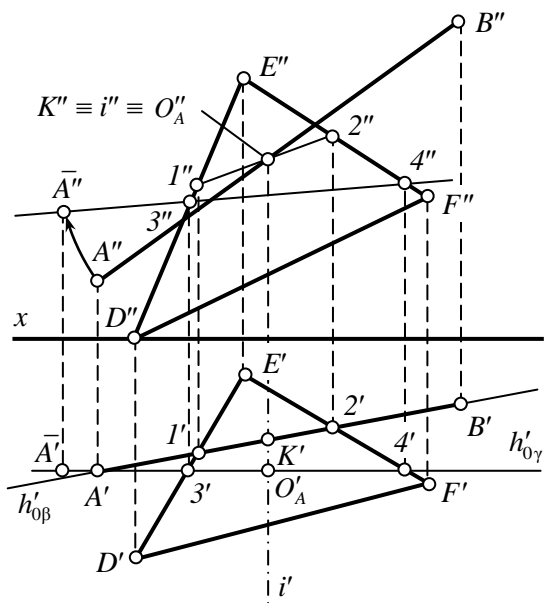


Рис.12.9

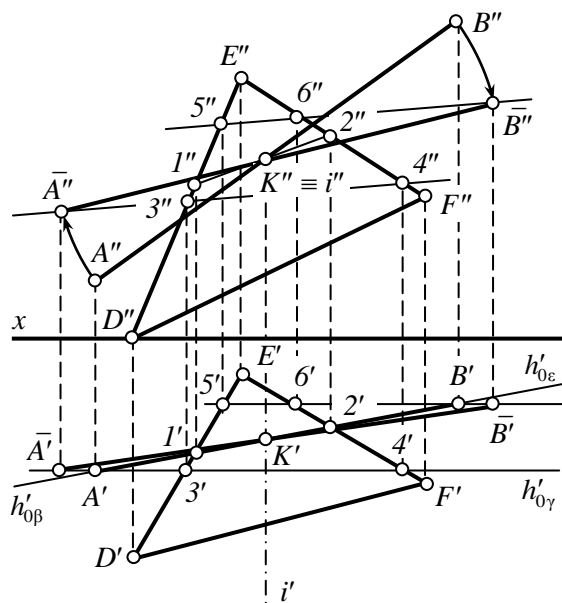


Рис.12.10

$$\bar{A}'' \in 3''4''.$$

Горизонтальная проекция точки A (A') перемещается по следу $h'_{0\gamma}$:

$$\bar{A}' \in h'_{0\gamma}.$$

7. Аналогично строим проекции \bar{B}' и \bar{B}'' точки B , проведя плоскость вращения ϵ (рис.12.10). При этом имеем в виду, что фронтальные проекции фронталей плоскости треугольника EDF взаимно параллельны, т.е.

$$5''6'' \parallel 3''4''.$$

8. Соединяем одноименные проекции точек A (\bar{A}' , \bar{A}'') и B (\bar{B}' , \bar{B}'') в совмещенном с плоскостью треугольника EDF положении и проверяем правильность построений:

$$K' \in \bar{A}'\bar{B}'; \quad K'' \in \bar{A}''\bar{B}''.$$

Задача 13

Методом вращения вокруг оси, параллельной плоскости проекций, определить истинную величину плоской фигуры.

Индивидуальное задание представлено на рис.13.1.

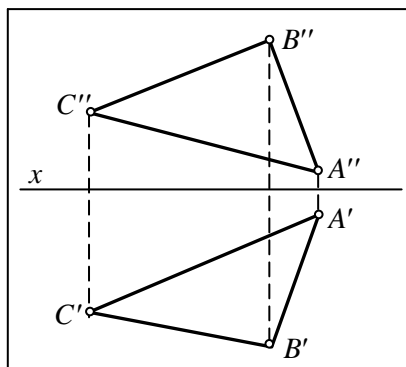


Рис.13.1

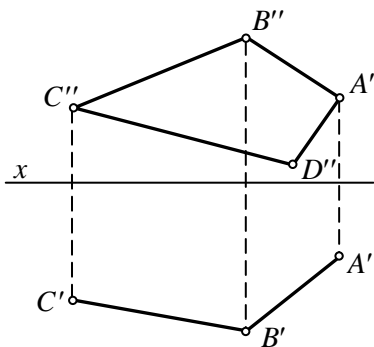


Рис.13.2

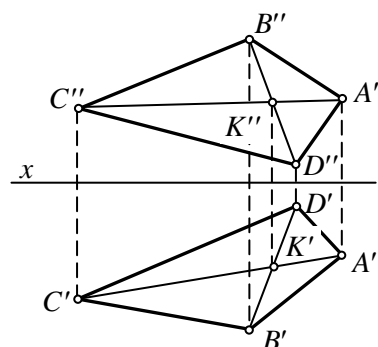


Рис.13.3

Для решения этой задачи необходимо вспомнить материал раздела 4.4. «Проецирование плоских фигур. Пересечение плоских фигур» учебного пособия [3]. Если плоская фигура задана многоугольником с количеством сторон, большим чем три, то первоначально необходимо построить недостающие проекции вершин так, чтобы все точки этой фигуры находились в одной плоскости. Например, четырехугольник может быть задан двумя проекциями трех его вершин и лишь одной проекцией четвертой вершины (рис.13.2).

Недостающая проекция вершины лежит на пересечении линии проекционной связи, проведенной из имеющейся проекции вершины многоугольника, и проекции диагонали, проходящей, в свою очередь, через точку пересечения диагоналей (рис.13.3).

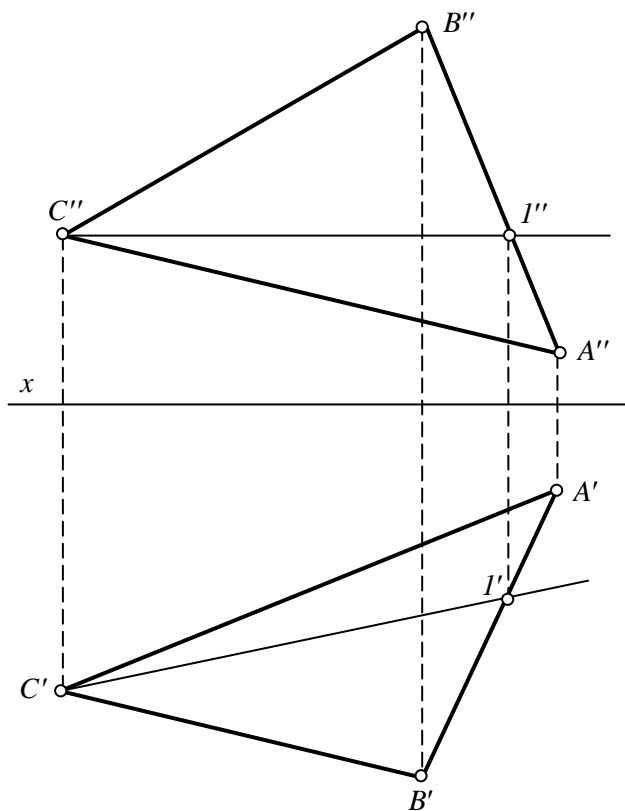


Рис.13.4

1. Для нахождения истинной величины заданного треугольника ABC повернем его вокруг горизонтали в положение, параллельное плоскости проекций π_1 , тогда горизонтальная проекция фигуры будет представлять собой ее истинную величину*.

2. В плоскости $\triangle ABC$, например, через точку C проводим горизонталь CI (рис.13.4):

$$C''I'' \parallel x; \quad I' \in A'B'.$$

Эту горизонталь принимаем за ось вращения. Точки, в том числе и вершина C треугольника, оказавшиеся на оси вращения, при вращении своего положения не меняют:

$$\bar{C}' \equiv C'.$$

* Истинную величину плоской фигуры можно найти и путем вращения вокруг фронтали.

3. Проводим плоскость вращения γ_1 точки B (рис.13.5): горизонтальный след плоскости вращения $h'_{0\gamma_1}$ проходит через B' и перпендикулярен $C'I'$ (эта плоскость является горизонтально-проецирующей; фронтальный след плоскости вращения для решения задачи не используется и на чертеже он не указан).

4. Определяем проекции центра вращения точки B (O_B) в пересечении плоскости вращения и оси вращения:

$$O'_B = h'_{0\gamma_1} \cap C'I';$$

$$O''_B \in C''I''.$$

5. Радиус вращения точки B на горизонтальную ($O'_B B'$) и фронтальную ($O''_B B''$) плоскости проекций спроецирован с искажением. Определяем истинную величину радиуса вращения точки B (R_B) методом прямоугольного треугольника, одним катетом которого является горизонтальная проекция радиуса вращения $O'_B B'$, а другим катетом расстояние, равное алгебраической разности координат Δz_B .

6. Определяем горизонтальную проекцию нового положения вершины B (\bar{B}'). На пересечении дуги окружности радиусом R_B , проведенной из O'_B , и следа плоскости вращения $h'_{0\gamma_1}$ отмечаем \bar{B}' :

$$\bar{B}' \in h'_{0\gamma_1}; \quad O'_B \bar{B}' = R_B.$$

7. Для построения нового положения точки A не обязательно определять истинную величину ее радиуса вращения. Точка I ($I \in AB$) при вращении ΔABC остается неподвижной, поэтому новое положение A' можно найти в пересечении прямой $\bar{B}'I'$ с горизонтальным следом плоскости вращения точки A – $h'_{0\gamma_2}$ (рис.13.6).

8. Соединив точки \bar{A}' , \bar{B}' и \bar{C}' , получаем истинную величину заданного треугольника.

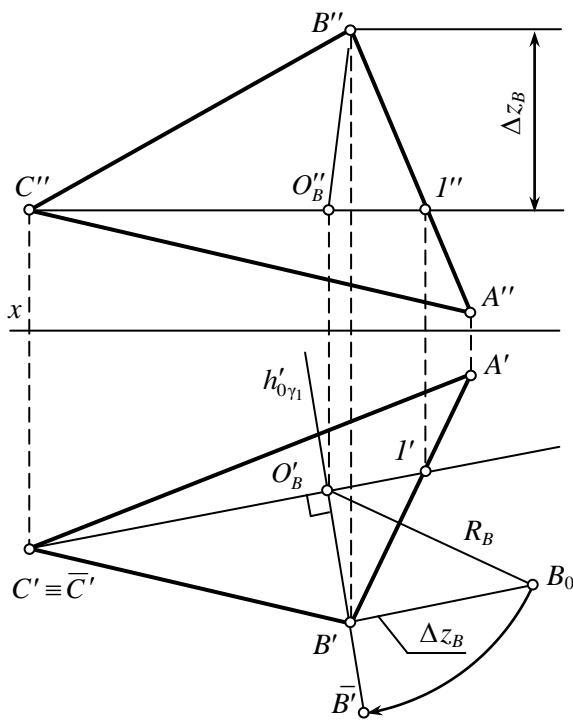


Рис.13.5

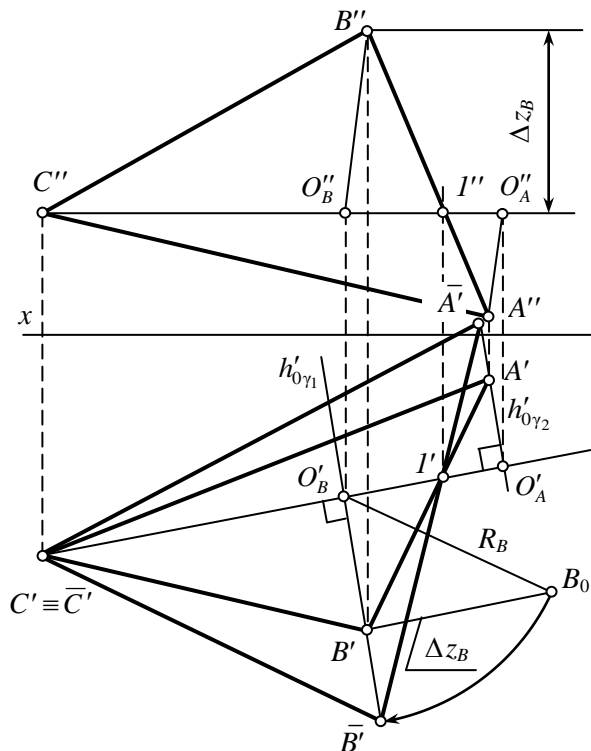


Рис.13.6

Задача 14

По истинной величине плоской фигуры, принадлежащей плоскости α и вписанной в окружность радиуса R с заданным центром O , построить ее проекции. Задачу решить способом совмещения.

14.1. Плоскость общего положения (рис.14.1)

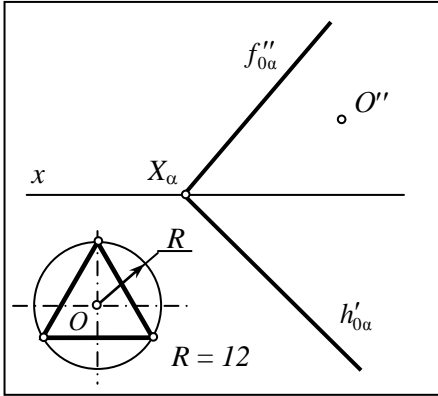


Рис.14.1

1. Через точку O проводим горизонталь плоскости α и определяем положение горизонтальной проекции точки O (O') (рис.14.2) – см. задачу 4.

2. Совместим плоскость α с горизонтальной плоскостью проекций путем ее вращения вокруг следа $h'_{0\alpha}$. След $h'_{0\alpha}$, как ось вращения, своего положения не меняет; точка схода следов X_α также не изменяет своего положения. Поэтому для построения нового положения фронтального следа $\bar{f}'_{0\alpha}$ плоскости α , совмещенного с плоскостью π_1 , достаточно найти одну точку этого следа в совмещенном положении.

Совместим с плоскостью π_1 точку N_1 ($N_1 \in f''_{0\alpha}$).

Проведем плоскость вращения γ_1 точки N_1 :

$$N'_1 \in h'_{0\gamma_1}; \quad h'_{0\gamma_1} \perp h'_{0\alpha}.$$

Новая проекция \bar{N}'_1 находится на пересечении дуги окружности радиуса $X_\alpha N''_1$ со следом плоскости вращения $h'_{0\gamma_1}$.

3. Через \bar{N}'_1 и X_α проведем совмещенное с горизонтальной плоскостью проекций положение фронтального следа плоскости $\bar{f}'_{0\alpha}$.

4. Совместим с плоскостью π_1 горизонталь $N_1 O$, которая в совмещенном положении будет проходить через \bar{N}'_1 параллельно горизонтальному следу $h'_{0\alpha}$.

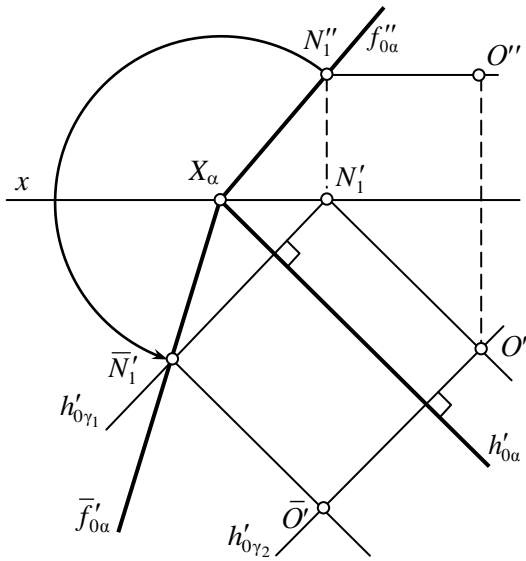


Рис.14.2

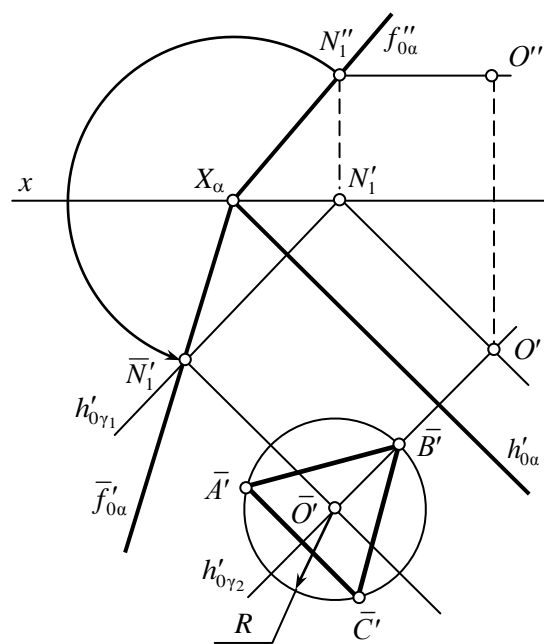


Рис.14.3

5. Найдем совмещенное с плоскостью π_1 положение точки O . Проведем плоскость вращения точки O :

$$O' \in h'_{0\gamma_2}; h'_{0\gamma_2} \perp h'_{0\alpha}.$$

Проекция совмещенного положения точки O (\bar{O}') находится в пересечении нового положения горизонтали, проведенной из \bar{N}'_1 , со следом плоскости вращения $h'_{0\gamma_2}$.

6. Строим окружность радиусом R с центром в точке \bar{O}' и вписываем в нее заданную фигуру (рис.14.3). Поскольку в условии задачи не оговаривается ориентация многоугольника, положение его вершин выбираем произвольно. Это положение целесообразно выбрать таким, чтобы хотя бы две вершины многоугольника находились на одной горизонтали, так как при этом упрощаются дальнейшие построения.

7. Поворачиваем плоскость α вместе с ΔABC в исходное положение. Обратным ходом строим проекции вершин заданной фигуры. Рассмотрим построения на примере вершины B (рис.14.4).

Через \bar{B}' проводим совмещенное с плоскостью π_1 положение горизонтали:

$$\bar{B}'\bar{N}'_2 \parallel h'_{0\alpha}.$$

На фронтальном следе $f''_{0\alpha}$ находим положение N''_2 и на оси x – N'_2 . Строим фронтальную проекцию горизонтали (из $N''_2 \parallel x$) и горизонтальную проекцию горизонтали (из $N'_2 \parallel h'_{0\alpha}$).

Точка B вращается в той же плоскости, что и точка O , и ее след $h'_{0\gamma_2}$ уже имеется на чертеже. Находим положение B' в пересечении горизонтальной проекции горизонтали и следа плоскости вращения $h'_{0\gamma_2}$. По горизонтальной проекции B' строим ее фронтальную проекцию B'' .

8. Аналогично строим проекции вершин A и C (рис.14.5) и соединяем одноименные проекции вершин. Треугольник $A'B'C'$ – горизонтальная проекция ΔABC , $\Delta A''B''C''$ – его фронтальная проекция.

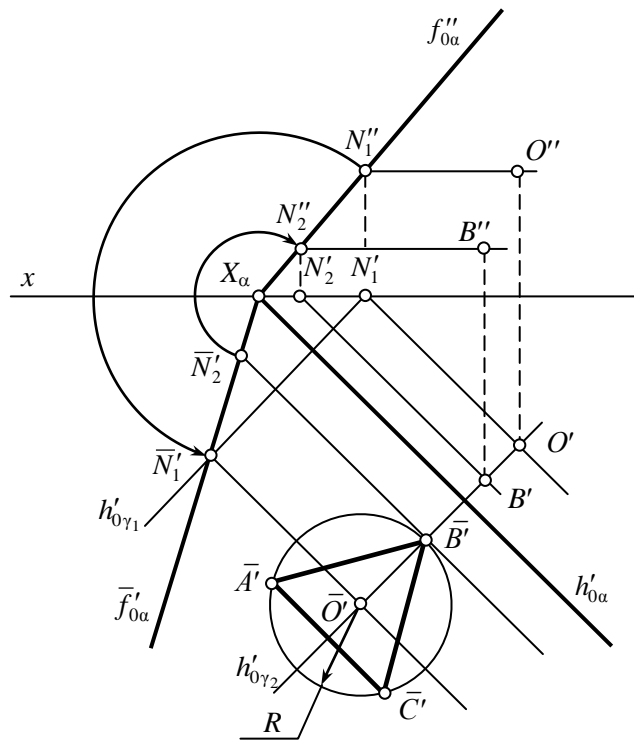


Рис.14.4

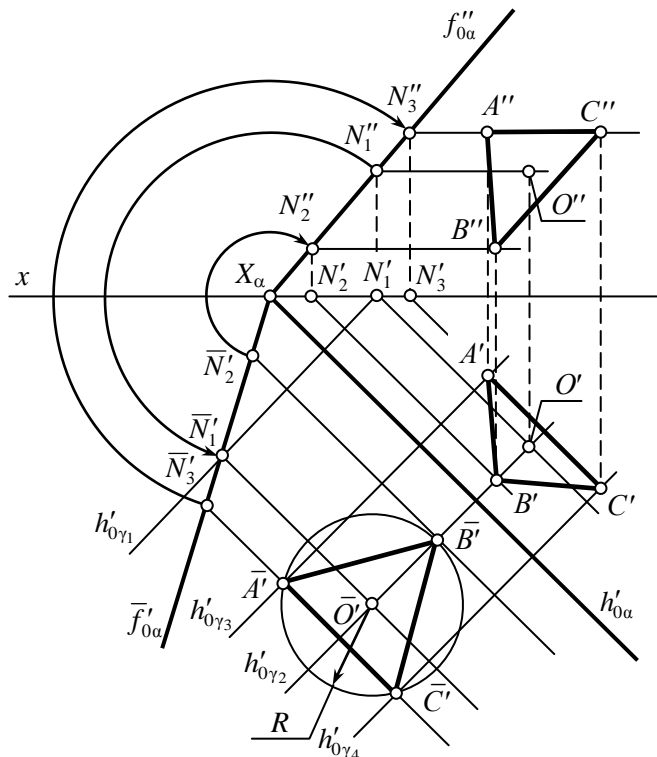


Рис.14.5

14.2. Плоскость частного положения (рис.14.6)

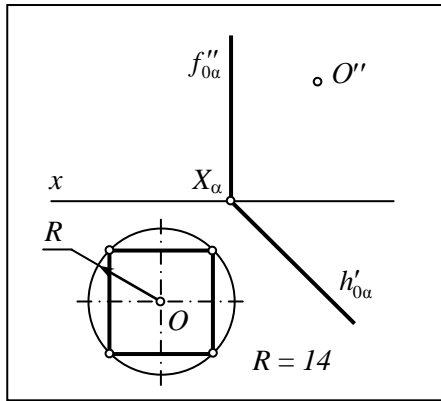


Рис.14.6

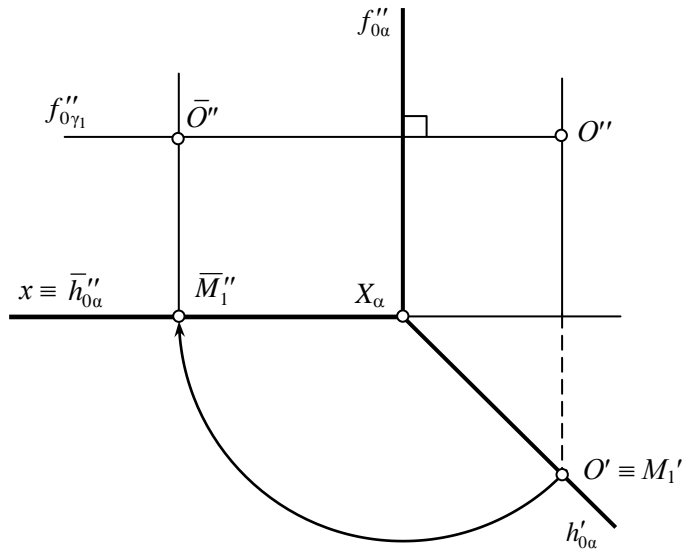


Рис.14.7

1. Строим горизонтальную проекцию центра O . Поскольку плоскость α – горизонтально-проецирующая, то $O' \in h'_{0\alpha}$ (рис.14.7).
2. Совмещаем плоскость α вращением вокруг следа $f''_{0\alpha}$ с плоскостью проекций π_2 . Новое положение горизонтального следа $\bar{h}''_{0\alpha}$ совпадет с осью x .
3. Через точку O проведем прямую, перпендикулярную плоскости π_1 , и совместим эту прямую с плоскостью π_2 . Горизонтальный след этой прямой переместится из M'_1 в точку \bar{M}''_1 , а ее проекция в новом совмещенном с плоскостью π_2 положении окажется параллельной $f''_{0\alpha}$. Проведем плоскость вращения точки O :

$$O'' \in f''_{0\gamma_1}; f''_{0\gamma_1} \perp f''_{0\alpha}.$$

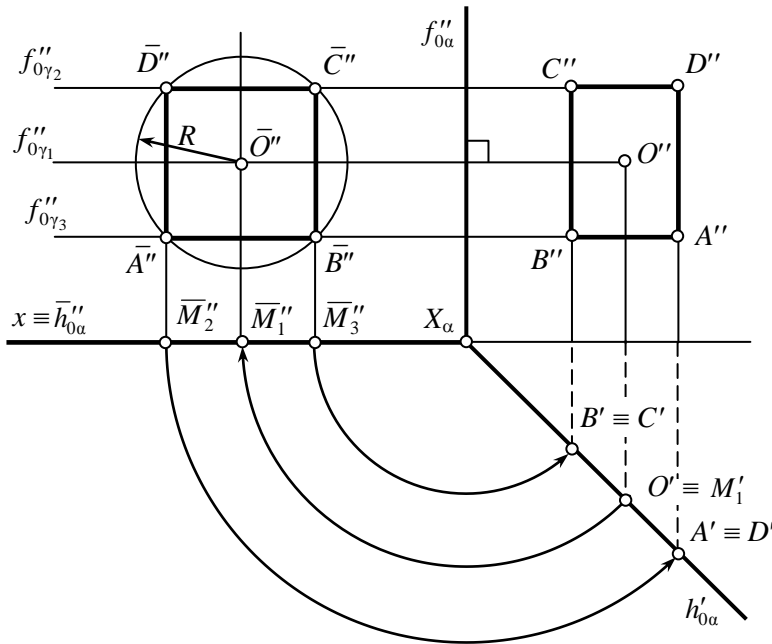


Рис.14.8

В пересечении нового положения горизонтально-проецирующей прямой и плоскости вращения $f''_{0\gamma_1}$, найдем совмещенное положение точки O (\bar{O}'').

4. Строим окружность радиуса R с центром в точке O'' и вписываем в нее заданную фигуру (рис.14.8).

5. Поворачиваем плоскость α вместе с четырехугольником $ABCD$ в исходное положение. Обратным ходом строим проекции заданной фигуры на горизонтальной (они попадают на след $h'_{0\alpha}$) и фронтальной плоскости проекций. Вершины одноименных проекций соединяем.

Задача 15

Методом перемены плоскостей проекций определить истинную величину расстояния между двумя заданными параллельными плоскостями.

Индивидуальное задание представлено на рис.15.1.

1. При перерисовывании условия задания необходимо вспомнить условие параллельности заданных плоскостей [3, раздел 4.1]. Если плоскости заданы следами, то одноименные следы должны быть также параллельны. Если плоскости заданы плоскими фигурами, то их горизонтали и фронтонали должны быть взаимно параллельны.

2. В данном случае (рис.15.2) треугольник ABC содержит горизонталь (сторону CB) и фронталь (сторону CA). Следовательно, условие параллельности заданных плоскостей выглядит следующим образом:

$$C'B' \parallel h'_{0\alpha}, C''B'' \parallel x;$$

$$C'A' \parallel x, C''A'' \parallel f''_{0\alpha}.$$

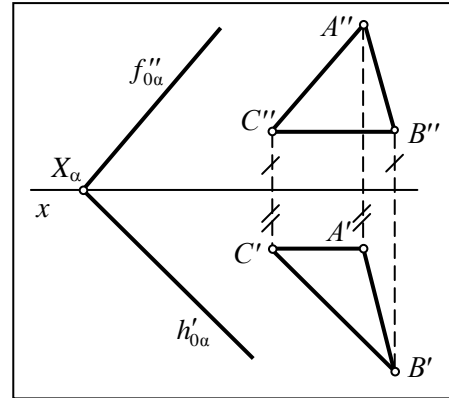


Рис.15.1

3. Вводим дополнительную плоскость проекций π_4 так, чтобы по отношению к ней заданные плоскости стали проецирующими, т.е. $\pi_4 \perp \alpha$ и $\pi_4 \perp (\Delta ABC)$, а также $\pi_4 \perp \pi_1$. Вычерчиваем новую ось x_1 в любом месте чертежа, но так, чтобы она оказалась перпендикулярной следу $h'_{0\alpha}$ или горизонтальным проекциям горизонталей плоскости ΔABC , например $C'B'$.

4. Проецируем заданные плоскости на новую плоскость проекций π_4 . Строим след плоскости α на плоскости π_4 . Для этого на следе $f''_{0\alpha}$ отмечаем произвольную точку N с проекциями N' и N'' и строим ее дополнительную проекцию на плоскости π_4 : из N' проводим линию проекционной связи перпендикулярно оси x_1 , на которой откладываем координату z точки N . В пересечении $h'_{0\alpha}$ и оси x_1 отмечаем новую точку схода следов X_{α_1} и через X_{α_1} и N^{IV} проводим след $f''_{0\alpha_1}$.

5. Строим дополнительные проекции треугольника ABC на плоскости π_4 (рис.15.3): из A', B' и C' проводим линии проекционных связей перпендикулярно оси x_1 и на них откладываем координаты z

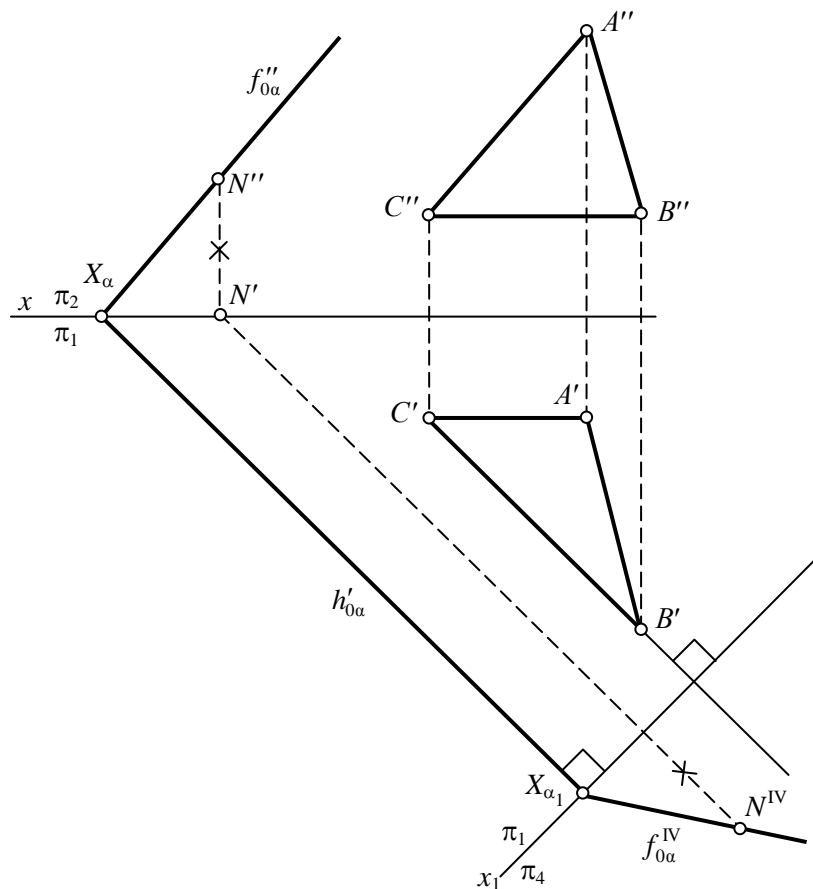


Рис.15.2

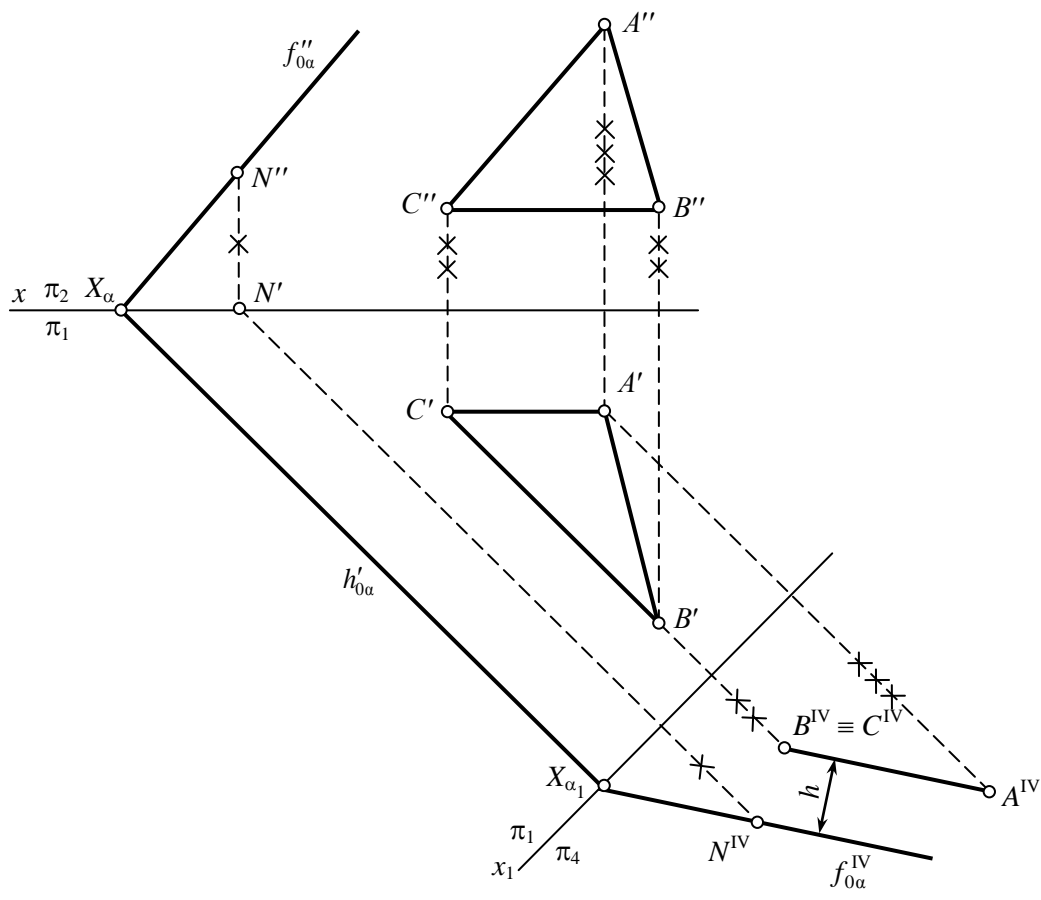


Рис.15.3

соответствующих точек. Проверяем правильность построений. Во-первых, треугольник ABC на плоскости π_4 должен спроецироваться в отрезок прямой, и, во-вторых, проекция $A^{IV}B^{IV}C^{IV}$ должна быть параллельна следу $f^{IV}_{0\alpha}$.

6. Расстояние h между построенными на плоскости π_4 проекциями заданных плоскостей является искомым расстоянием.

Задача 16

Методом перемены плоскостей проекций определить истинную величину расстояния между двумя заданными прямыми. Построить проекции перпендикуляра, общего к заданным прямым.

16.1. Скрещивающиеся прямые (рис.16.1)

1. Для определения расстояния между двумя скрещивающимися прямыми последовательно вводим в существующую систему плоскостей проекций две дополнительные плоскости проекций. Первую дополнительную плоскость π_4 вводим параллельно одной из заданных прямых, например прямой AB , и перпендикулярно горизонтальной плоскости проекций π_1 (рис.16.2):

$$\pi_4 \parallel (AB) \text{ и } \pi_4 \perp \pi_1.$$

В любом месте чертежа проводим ось x_1 параллельно горизонтальной проекции прямой AB ($A'B'$).

2. Строим проекции скрещивающихся прямых AB и CD на плоскости π_4 . Из точек A', B', C' и D' перпендикулярно оси x_1 строим линии проекционной связи, на которых от оси откладываем координаты z точек A, B, C и D и отмечаем точки A^{IV}, B^{IV}, C^{IV} и D^{IV} . Проекции A^{IV} и B^{IV} , а также C^{IV} и D^{IV} соединяем.

3. Вводим дополнительную плоскость проекций π_5 по схеме: $\pi_5 \perp \pi_4$ и $\pi_5 \perp (AB)$ (рис.16.3). В любом месте чертежа проводим ось x_2 перпендикулярно проекции $A^{IV}B^{IV}$.

4. Из точек A^{IV}, B^{IV}, C^{IV} и D^{IV} перпендикулярно новой оси строим линии проекционной связи, на которых от оси откладываем новые координаты соответствующих точек. Строим проекции прямых A^VB^V и C^VD^V на плоскости π_5 . В новой системе проекций прямая AB спроецировалась в точку, а прямая CD – в прямую.

5. Кратчайшее расстояние h между точкой $A^V \equiv B^V$ и прямой C^VD^V является искомым расстоянием между прямыми AB и CD .

6. Обратным ходом строим проекции общего для AB и CD перпендикуляра EF (проекция $E^{IV}F^{IV}$ параллельна оси x_2 , так как в системе этих плоскостей проекция E^VF^V на плоскости π_5 выражает натуральную величину отрезка EF).

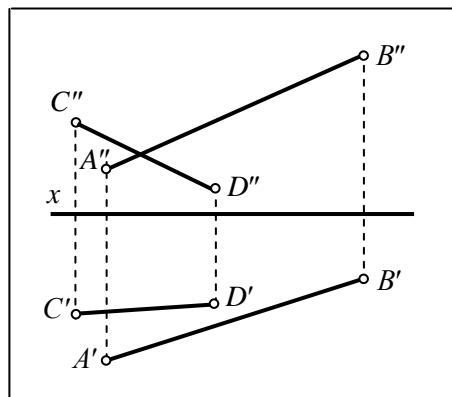


Рис.16.1

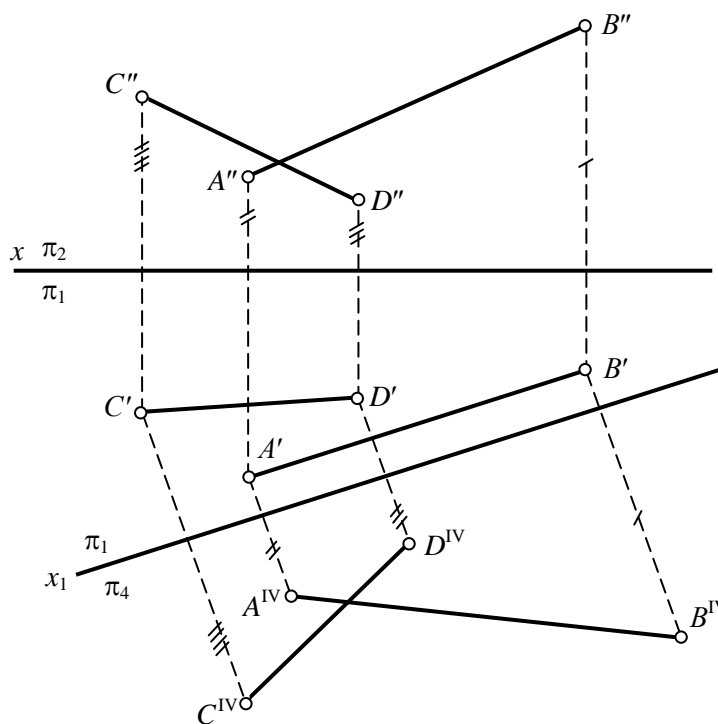


Рис.16.2

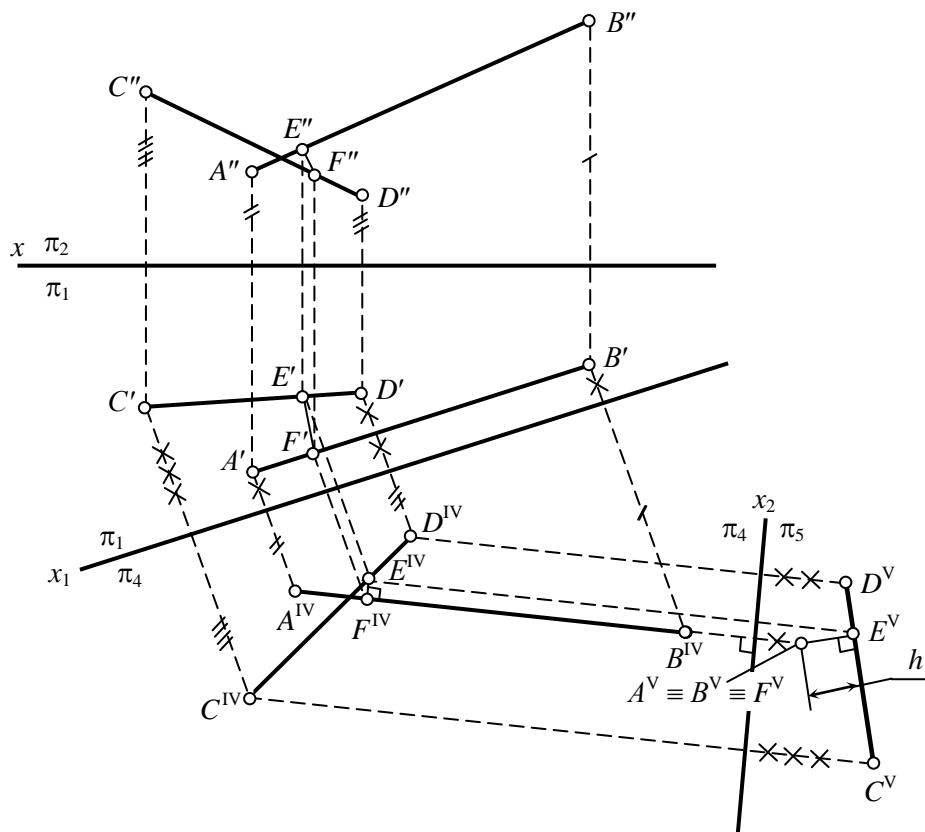


Рис.16.3

16.2. Параллельные прямые (рис.16.4)

1. Ход решения аналогичен рассмотренному выше. Вводятся две дополнительные плоскости проекции: первая – параллельно заданным прямым (рис.16.5)

$$\pi_4 \parallel (AB) \parallel (CD) \text{ и } \pi_4 \perp \pi_1,$$

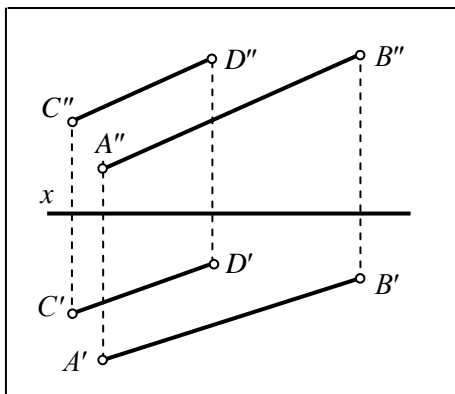


Рис.16.4

а вторая – перпендикулярно им (рис.16.6)

$$\pi_5 \perp (AB), \pi_5 \perp (CD) \text{ и } \pi_5 \perp \pi_4.$$

Тогда после второго преобразования обе прямые спроецируются на плоскости π_5 в точки.

2. Расстояние между прямыми AB и CD равно расстоянию между точками $A^V \equiv B^V$ и $C^V \equiv D^V$. Расстояние h – искомое расстояние.

3. Строим проекции перпендикуляра, общего к заданным прямым. Проекция на плоскости π_4 проведем через точку D^{IV} (можно было взять и любую другую точку на $C^{IV}D^{IV}$) параллельно оси x_2 .

Дальнейшие построения $D'E'$ и $D''E''$ очевидны из чертежа (рис.16.6).

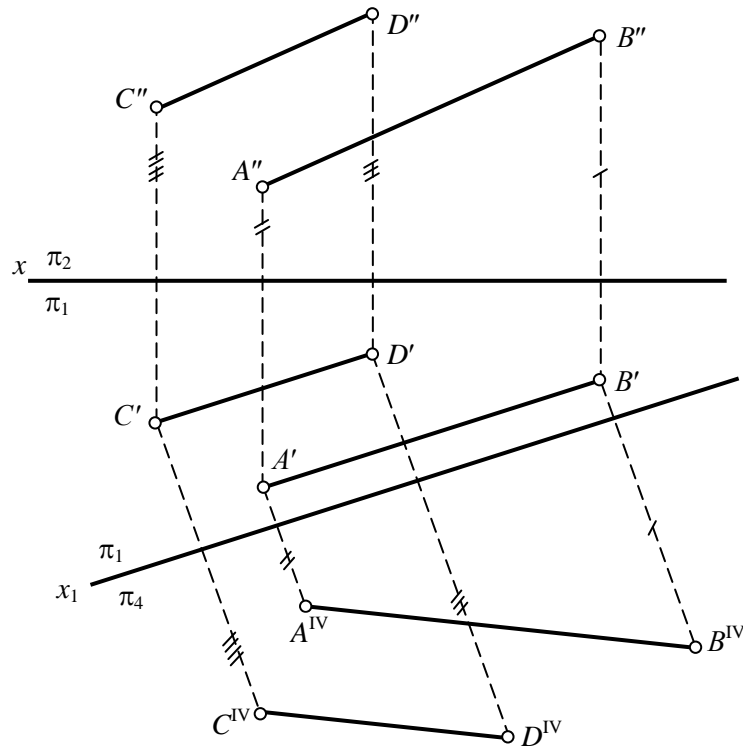


Рис.16.5

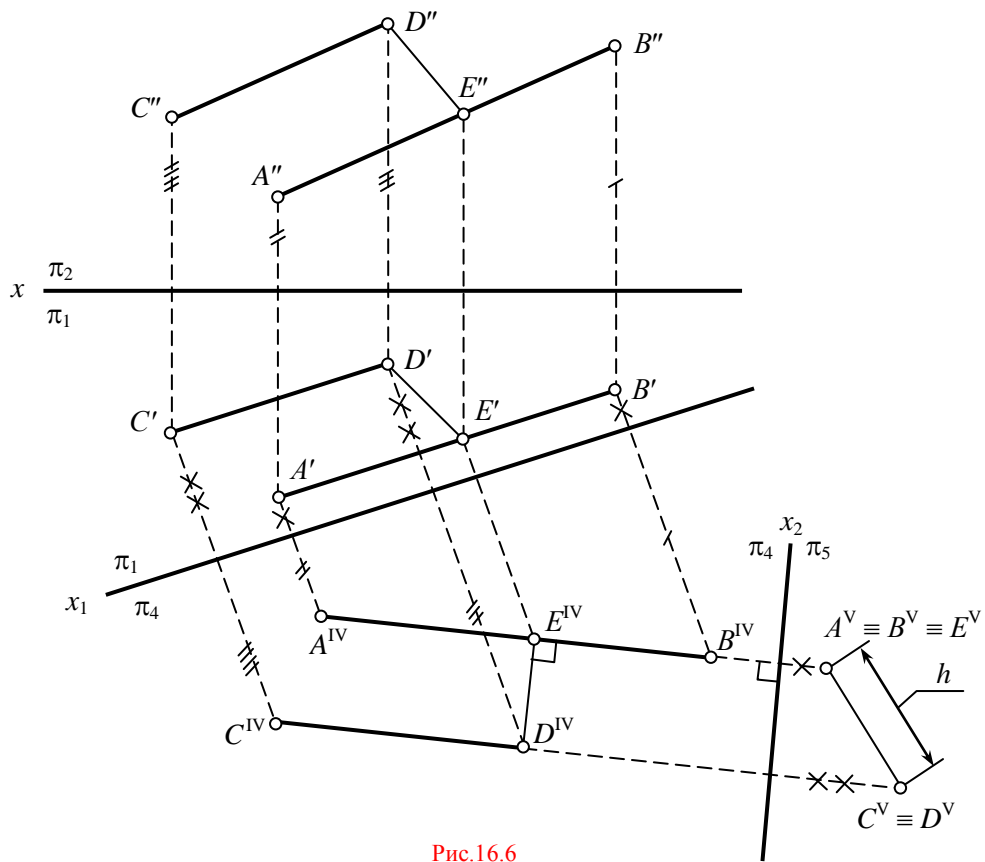


Рис.16.6

Задача 17

Определить истинную величину угла между прямой LT и заданной плоскостью.

17.1. Плоскость задана следами (рис.17.1)

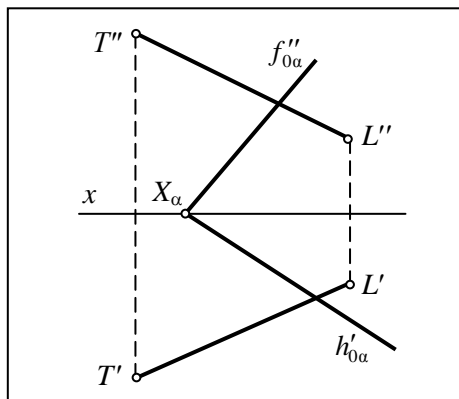


Рис.17.1

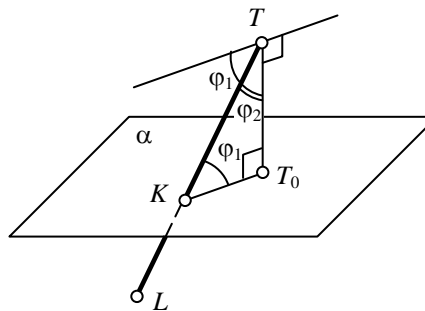


Рис.17.2

1. Угол между прямой и плоскостью определяется углом между прямой и ее проекцией на эту плоскость, т.е. углом φ_1 (рис.17.2). Если требуется определить лишь значение этого угла, нет необходимости строить его проекции. Угол между прямой TL и плоскостью α можно определить, построив на чертеже угол φ_2 , составленный заданной прямой и перпендикуляром к плоскости, а искомый угол φ_1 определить как дополнительный до 90° : $\varphi_1 = 90^\circ - \varphi_2$.

2. Проведем из любой точки прямой TL , например точки T , перпендикуляр к плоскости α (рис.17.3): фронтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна $f''_{0\alpha}$, горизонтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна $h'_{0\alpha}$.

3. В плоскости, заданной прямой TL и перпендикуляром, через любую точку этой плоскости, например через точку L , проводим горизонталь LI (рис.17.4).

4. Определяем истинную величину треугольника ITL и, следовательно, истинную величину угла ITL . Вращением вокруг горизонтали LI поворачиваем треугольник TLI в положение, параллельное плоскости π_1 (рис.17.5). Вершины L и I , лежащие на оси вращения, остаются неподвижными. Необходимо повернуть только точку T .

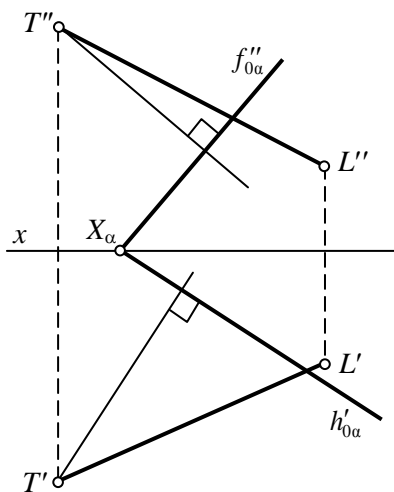


Рис.17.3

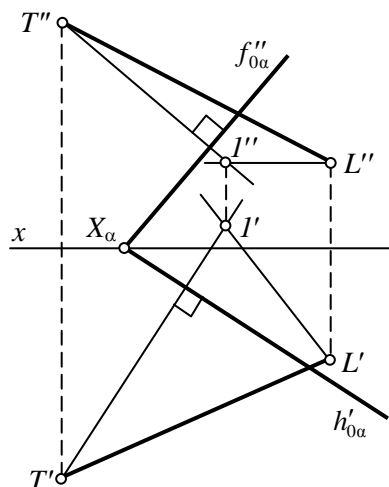


Рис.17.4

Проводим плоскость вращения точки T – плоскость γ :

$$T' \in h'_{0\gamma}, h'_{0\gamma} \perp I'L'$$

Определяем центр вращения $O_T(O'_T, O''_T)$ точки T :

$$O'_T = h'_{0\gamma} \cap I'L',$$

$$O''_T \in I''L''.$$

Радиус вращения точки T на горизонтальную ($O'_T T'$) и фронтальную ($O''_T T''$) плоскости проекций спроецирован с искажением. Истинную величину радиуса вращения определим как гипотенузу прямоугольного треугольника $O'_T T'T_0$, катетами которого являются горизонтальная проекция радиуса вращения $O'_T T'$ и разность координат Δz_T . Новое положение точки \bar{T}' находится в пересечении дуги радиуса $O'_T T_0$ с центром в O'_T со следом плоскости вращения точки T – $h'_{0\gamma}$.

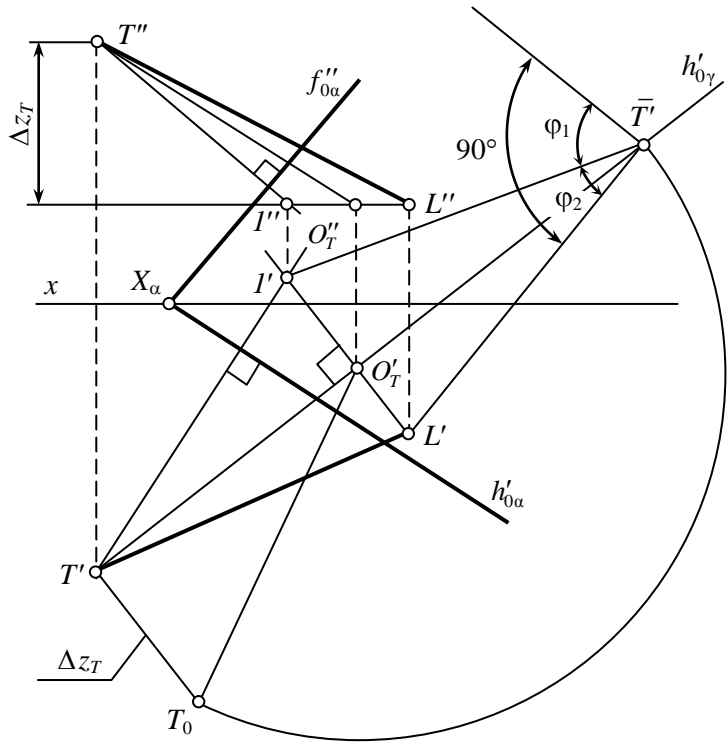


Рис.17.5

Треугольник $\bar{T}'L'I'$ является натуральной величиной треугольника TLI , а угол φ_2 – натуральной величиной угла между прямой TL и перпендикуляром к плоскости α .

5. Дополняем угол φ_2 до 90° . Между прямой TL и плоскостью α искомый угол $\varphi_1 = 90^\circ - \varphi_2$.

17.2. Плоскость задана плоской фигурой (рис.17.6)

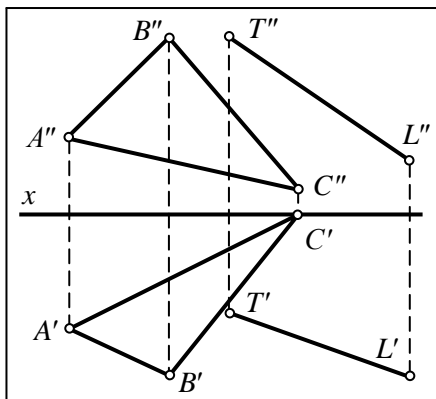


Рис.17.6

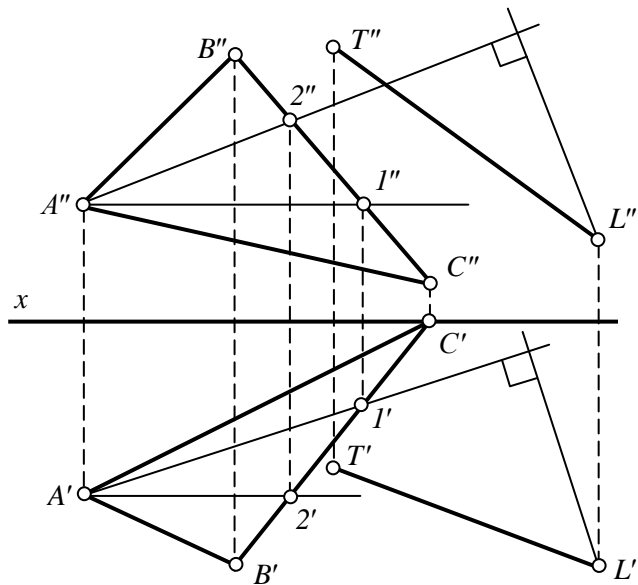


Рис.17.7

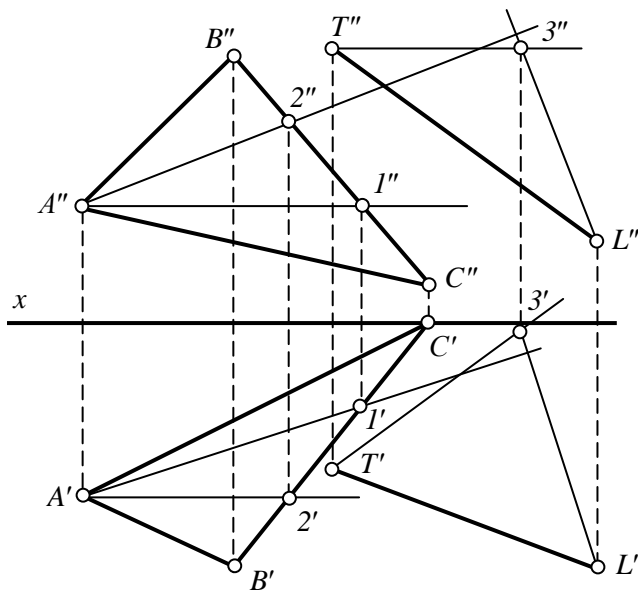


Рис.17.8

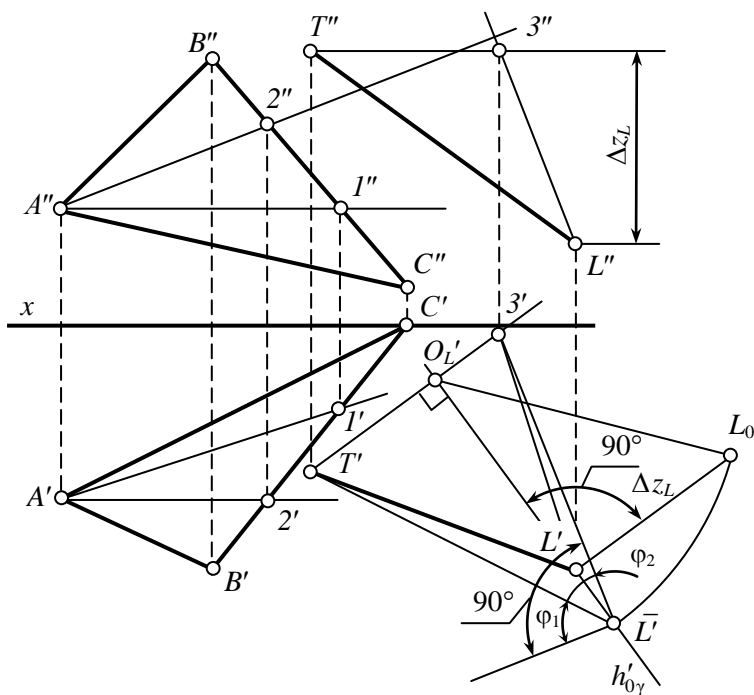


Рис.17.9

1. Строим любую горизонталь, например AI ($A''I''$, $A'I'$), и фронталь $A2$ ($A'2'$, $A''2''$) плоскости треугольника ABC (рис.17.7).

2. Из любой точки прямой TL , например из точки L , проводим перпендикуляр к плоскости треугольника ABC : горизонтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали $A'I'$; фронтальная проекция перпендикуляра перпендикулярна фронтальной проекции фронтالي $A''2''$.

3. В плоскости двух пересекающихся прямых (рис.17.8) — прямой TL и перпендикуляра — проводим проекции горизонтали $T3$ ($T''3''$ и $T'3'$).

4. Вращением вокруг горизонтали $T3$ определяем истинную величину треугольника $TL3$ и угла при вершине L (рис.17.9 — ход построений аналогичен примеру 17.1).

5. Угол φ_2 является истинной величиной угла, образуемого прямой TL и перпендикуляром к плоскости треугольника ABC . Дополняем угол φ_2 до 90° .

Истинной величиной угла между прямой TL и плоскостью треугольника ABC будет угол φ_1 , равный $90^\circ - \varphi_2$.

Задача 18

Определить истинную величину угла между двумя заданными плоскостями.

18.1. Решение способом вращения (рис.18.1)

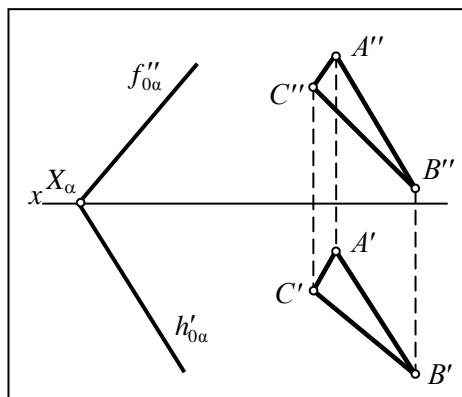


Рис.18.1

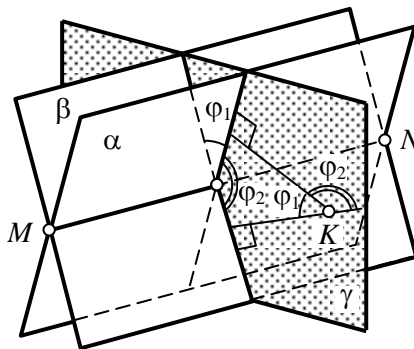


Рис.18.2

1. Угол между двумя пересекающимися плоскостями образуется прямыми, получающимися в результате пересечения данных плоскостей третьей плоскостью, перпендикулярной к линии их пересечения (рис.18.2, $\gamma \perp MN$). Этот угол равен углу между перпендикулярами, проведенными из произвольной точки пространства (например, точки K) к двум данным плоскостям.

Считается, что линейный угол двугранного угла не должен быть больше 90° . Следовательно, искомый угол между двумя плоскостями будет равен найденному углу φ_1 , если $\varphi_1 < 90^\circ$, или углу $\varphi_2 = 180^\circ - \varphi_1$, если $\varphi_1 > 90^\circ$.

2. Выбираем произвольную точку пространства K с проекциями K' и K'' (рис.18.3).

3. Опускаем из точки K перпендикуляры: один на плоскость α , заданной следами, другой – на плоскость треугольника ABC .

Фронтальная проекция перпендикуляра к плоскости α перпендикулярна $f''_{0\alpha}$, горизонтальная проекция – перпендикулярна $h'_{0\alpha}$.

Для того чтобы опустить перпендикуляр на плоскость треугольника ABC , в ней сначала проведем горизонталь $C'I$ и фронталь $A'I$. Тогда фронтальная проекция перпендикуляра должна быть перпендикулярна $A''I''$, а горизонтальная проекция – перпендикулярна $C'I'$.

4. В плоскости, образованной этими перпендикулярами, проведем горизонталь 34 (рис.18.4). Вращением вокруг горизонтали 34 повернем треугольник $K34$ в положение, параллельное плоскости π_1 , определим натуральную величину треугольника $K34$ и,

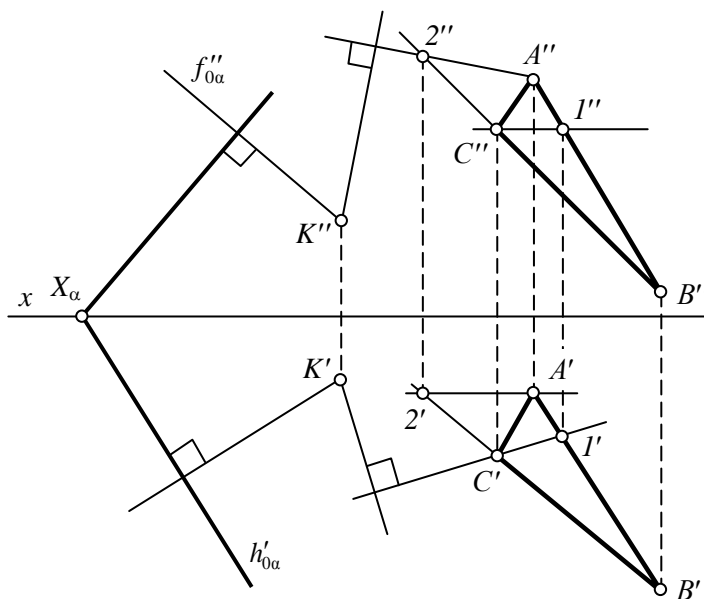


Рис.18.3

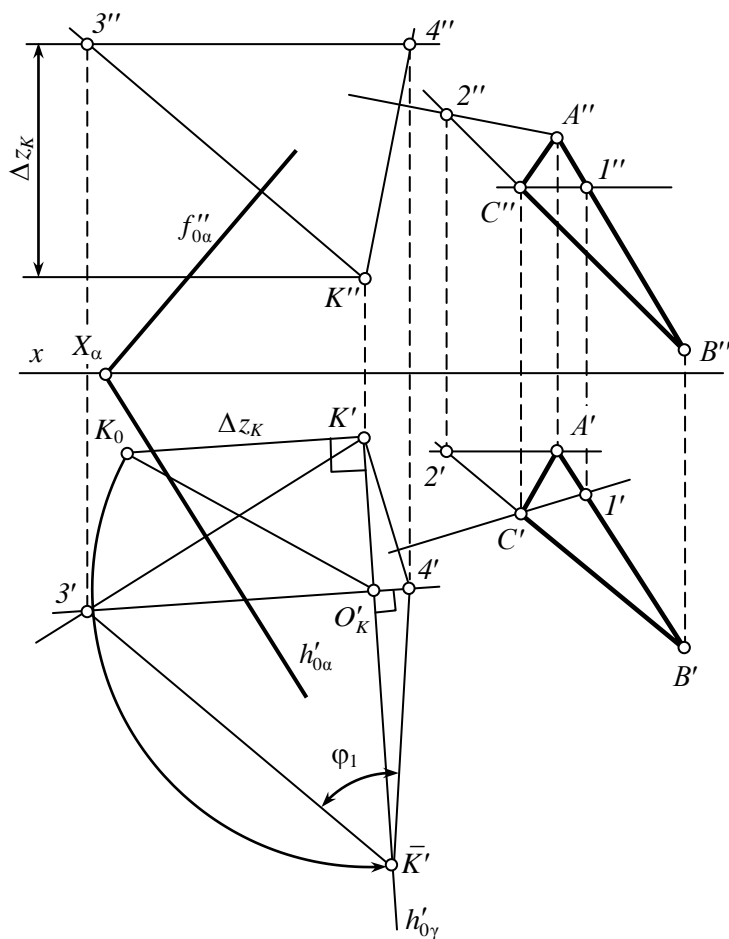


Рис.18.4

следовательно, угла, образованного перпендикулярами (см. задачу 13).

Точки 3 и 4 лежат на оси вращения и своего положения при вращении не меняют. Необходимо определить только новое положение точки K.

Строим след $h'_{0\gamma}$ плоскости вращения точки K. Он пройдет через K' перпендикулярно $3'4'$. Определяем горизонтальную проекцию центра вращения точки K (O'_K) в пересечении $h'_{0\gamma}$ с $3'4'$:

$$O'_K = h'_{0\gamma} \cap 3'4'$$

Методом прямоугольного треугольника находим истинную величину радиуса вращения точки K – $O'_K K_0$. Теперь можно найти положение точки \bar{K}' .

5. Если найденный угол ϕ_1 меньше 90° , то он равен искомому. Если найденный угол ϕ_1 больше 90° , то его необходимо достроить до развернутого угла, а искомый угол будет равен разности между углом 180° и углом ϕ_1 .

18.2. Решение способом перемены плоскостей проекций (рис.18.5)

1. Строим линию пересечения MN заданных плоскостей (рис.18.6) – см. задачу 7.

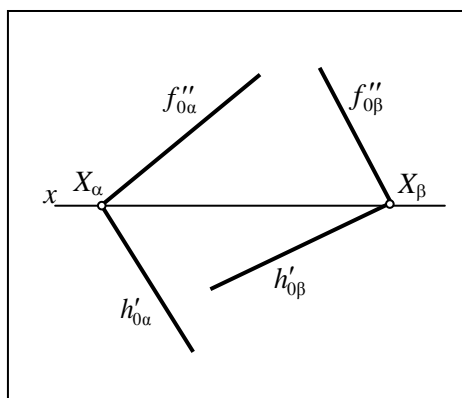


Рис.18.5

2. Если положение линии пересечения плоскостей преобразовать таким образом, чтобы она была перпендикулярна плоскости проекций, то заданные плоскости окажутся в положении проецирующих плоскостей и угол между следами будет линейным углом рассматриваемого двугранного угла.

Для преобразования линии пересечения в проецирующую прямую надо ввести две новые плоскости проекций π_4 и π_5 по следующей схеме: $\pi_4 \perp \pi_1$ и $\pi_4 \parallel MN$, а затем $\pi_5 \perp \pi_4$ и $\pi_5 \perp MN$.

3. В любом месте чертежа (рис.18.7) проводим ось $x_1 \parallel M'N'$ и строим проекцию линии пересечения $M^{IV}N^{IV}$ на плоскости π_4 .

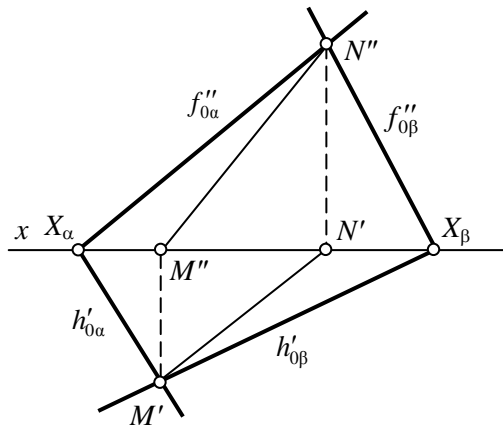


Рис.18.6

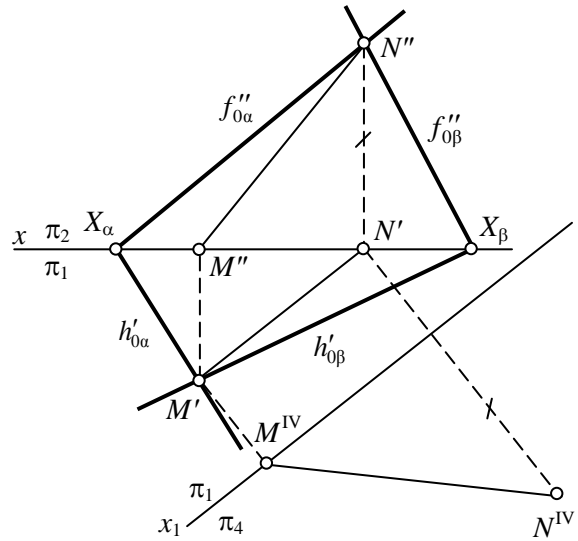


Рис.18.7

4. Строим точки схода следов плоскостей α и β в системе π_1/π_4 (рис.18.8):

$$X_{\alpha_1} = h'_{0\alpha} \cap x_1;$$

$$X_{\beta_1} = h'_{0\beta} \cap x_1,$$

а затем следы $f_{0\alpha}^{IV}$ и $f_{0\beta}^{IV}$:

$$f_{0\alpha}^{IV} \parallel f_{0\beta}^{IV} \parallel M^{IV}N^{IV}.$$

5. Затем проводим ось $x_2 \perp M^{IV}N^{IV}$ и строим проекцию $M^V N^V$ на плоскости π_5 (рис.18.9). На плоскости π_5 линия пересечения MN спроецировалась в точку $M^V \equiv N^V$.

6. Строим точки схода следов плоскостей α и β в системе плоскостей проекций π_4/π_5 :

$$X_{\alpha_2} = f_{0\alpha}^{IV} \cap x_2;$$

$$X_{\beta_2} = f_{0\beta}^{IV} \cap x_2,$$

и следы $f_{0\alpha}^V$ и $f_{0\beta}^V$:

$$f_{0\alpha}^V = (X_{\alpha_2} M^V);$$

$$f_{0\beta}^V = (X_{\beta_2} M^V).$$

7. Если найденный угол ϕ_1 между следами $f_{0\alpha}^V$ и $f_{0\beta}^V$ меньше 90° , то он равен искомому.

Если найденный угол ϕ_1 больше 90° , то его необходимо достроить до развернутого угла, а искомый угол будет равен разности между углом 180° и найденным углом.

Поскольку найденный угол ϕ_1 меньше 90° , он и является линейным углом между плоскостями α и β .

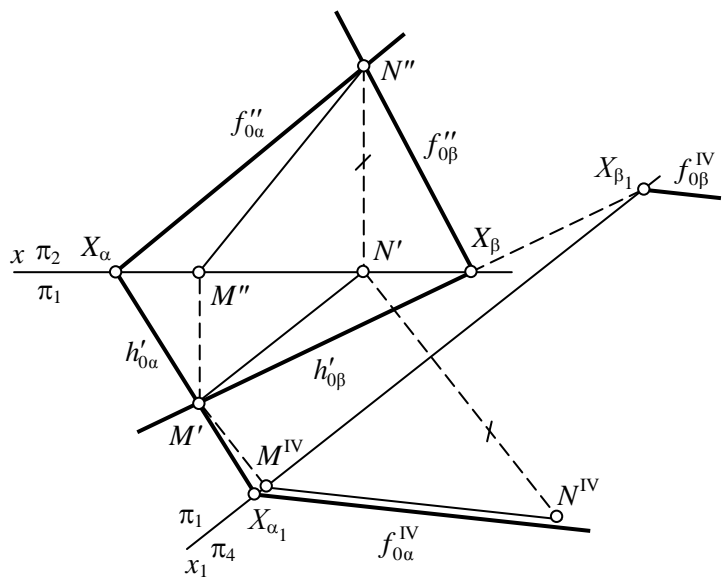


Рис.18.8

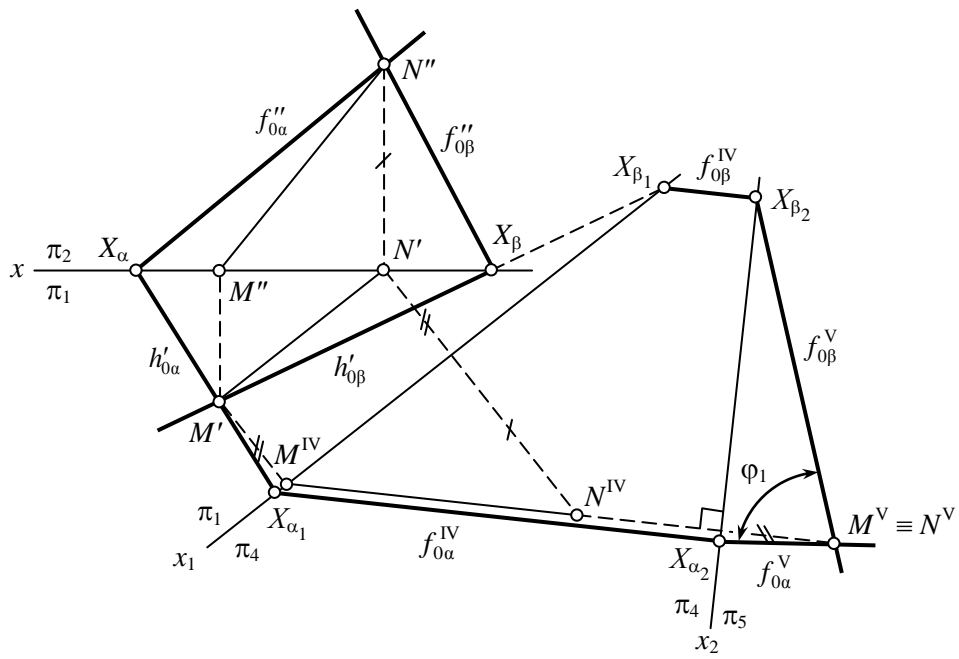


Рис.18.9

МНОГОГРАННИКИ И КРИВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Задача 19

Построить сечение заданного геометрического тела плоскостью α . Показать видимость сечения. Определить истинную величину сечения.

19.1. Пирамида (рис.19.1)

1. Рассмотрим построение сечения пирамиды способом ребер, т.е. путем нахождения точек встречи ребер SA , SB и SC с плоскостью α . Таким образом, решение задачи сводим к многократному решению задачи на пересечение прямой с плоскостью (см. задачу 7).

Находим точку I , в которой ребро SA пересекает плоскость α . Для этого через ребро SA проводим вспомогательную плоскость частного положения, например фронтально-проецирующую плоскость β (рис.19.2):

$$S''A'' \in f''_{0\beta}; \quad h'_{0\beta} \perp x.$$

Строим линию пересечения M_1N_1 плоскостей α и β :

$$N''_1 = f''_{0\alpha} \cap f''_{0\beta}; \quad N'_1 \in x;$$

$$M'_1 = h'_{0\alpha} \cap h'_{0\beta}; \quad M''_1 \equiv A'' \quad (M''_1 \text{ на чертеже не показана})$$

и точку встречи I ребра SA с плоскостью α :

$$I' = M'_1N'_1 \cap S'A'; \quad I'' \in S''A''.$$

2. Аналогично построены точки 2 и 3, в которых ребра SB и SC пересекают плоскость α (рис.19.3). Треугольник $I23$ является сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α .

3. Сторона многоугольника, образуемого в сечении, считается невидимой, если она принадлежит невидимой грани многогранника. В направлении на плоскость π_1 сторона сечения $I2$ будет невидимой, так как она находится на невидимой грани SAB . В направлении на плоскость π_2 невидимой будет сторона сечения $I3$, поскольку она лежит на невидимой грани SAC .

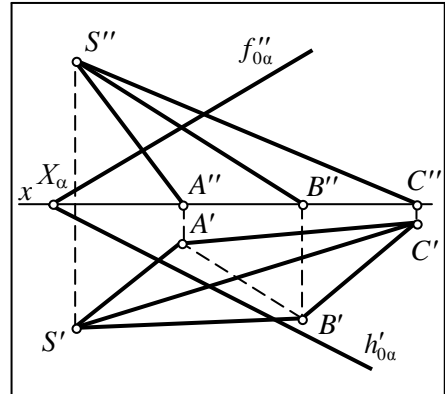


Рис.19.1

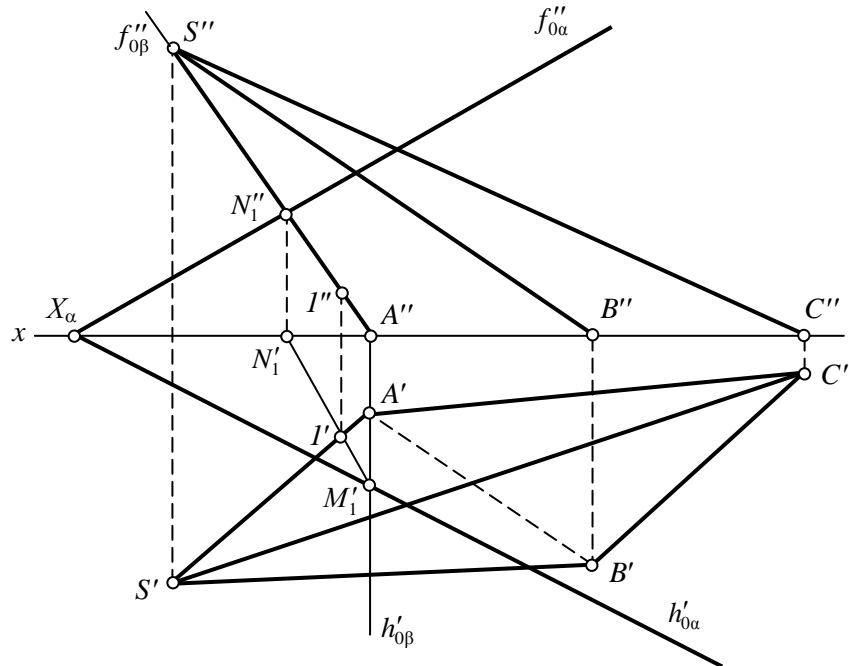


Рис.19.2

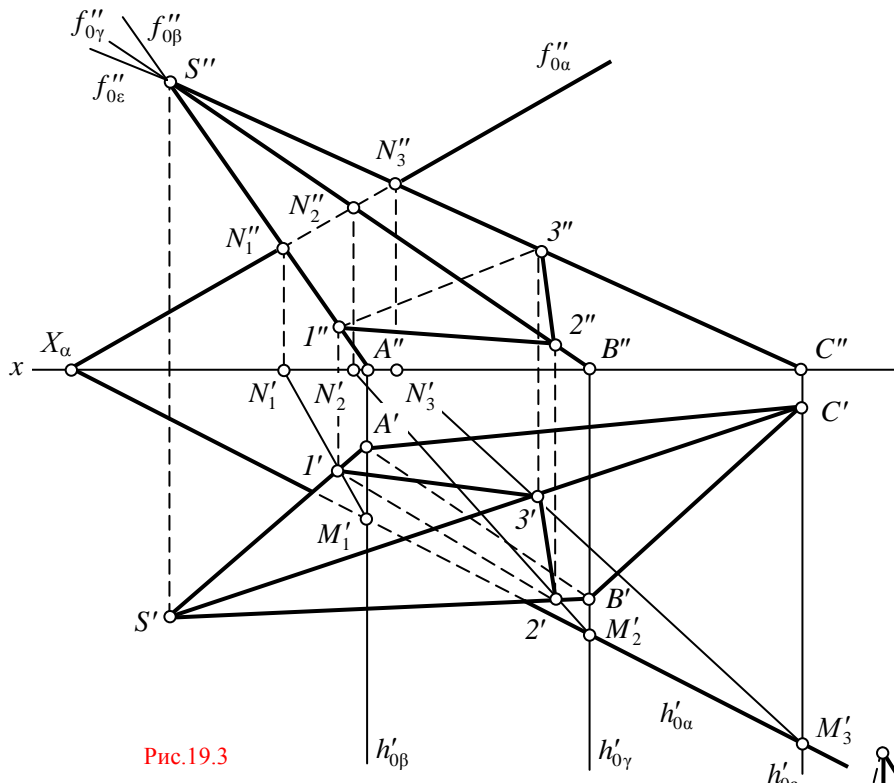


Рис.19.3

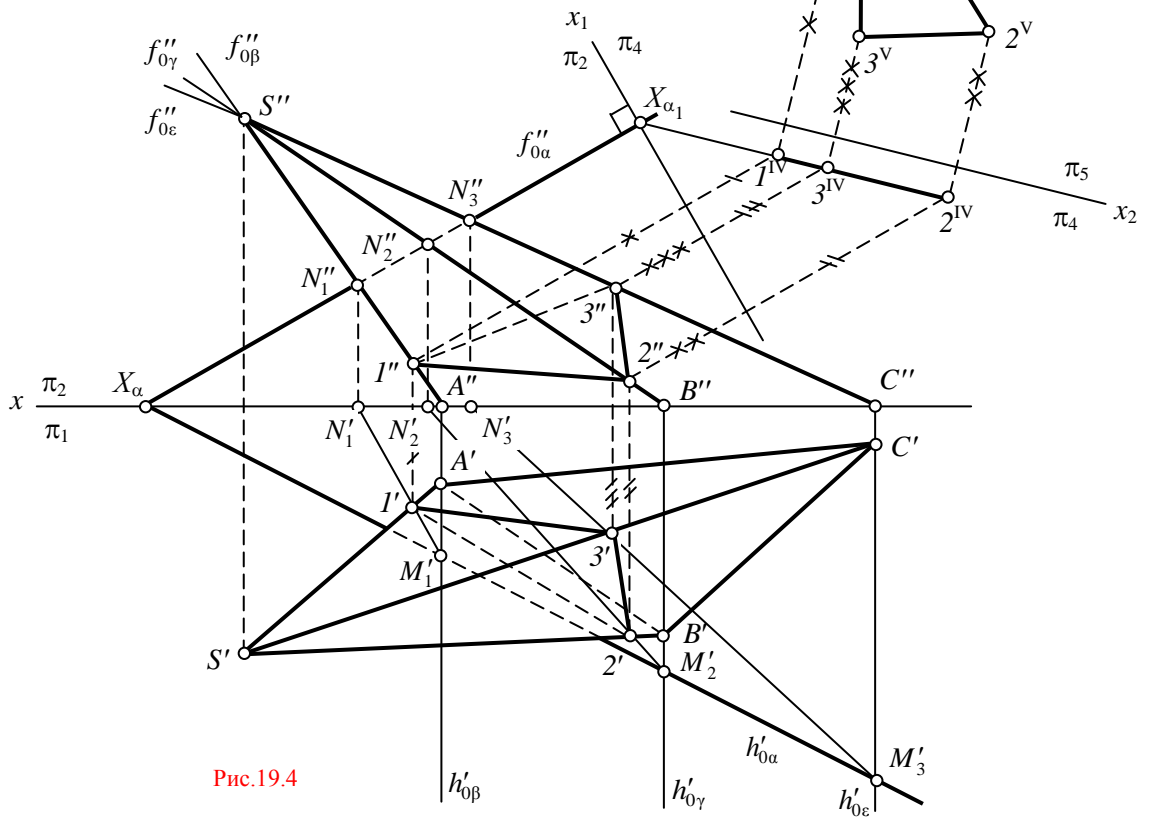


Рис.19.4

4. Определяем натуральную величину сечения любым способом преобразования проекций, например методом перемены плоскостей проекций (рис.19.4). Вводим сначала дополнительную плоскость проекций π_4 из условия

$$\pi_4 \perp \pi_2 \text{ и } \pi_4 \perp \alpha$$

и спроецируем на нее сечение – треугольник $I23$ (на плоскости π_4 он спроецируется в отрезок $I^IV 3^IV 2^IV$). Затем вводим вторую дополнительную плоскость проекций π_5 из условия

$$\pi_5 \perp \pi_4, \pi_5 \parallel (\Delta I23).$$

Проекция треугольника $I23$ на плоскости π_5 ($\Delta I^V 2^V 3^V$) – есть натуральная величина построенного сечения.

19.2. Цилиндр (рис.19.5)

1. В цилиндр вписываем правильную шестиугольную призму $ABCDEF$ (рис.19.6). Поскольку секущая плоскость α пересекает основание цилиндра, две точки, лежащие в сечении, очевидны: точки 1 и 2 лежат в пересечении горизонтального следа $h'_{0\alpha}$ с нижним основанием.

2. Строим точки встречи ребер призмы A, B и C с плоскостью α . Рассмотрим построение на примере точки 3 – точки встречи ребра призмы A с плоскостью α . Через ребро A проводим вспомогательную плоскость (например, фронтально-проецирующую плоскость β). Строим линию пересечения $M_1 N_1$ вспомогательной плоскости β и плоскости α :

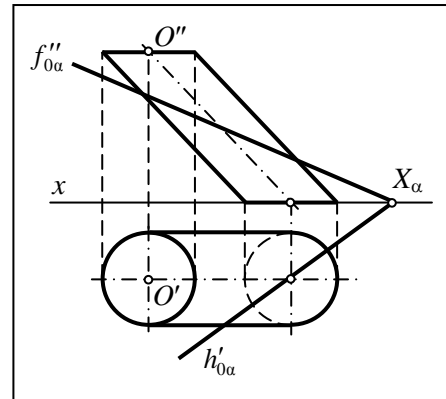


Рис.19.5

$$M'_1 = h'_{0\alpha} \cap h'_{0\beta}, M'_1 \equiv X_\beta \in x$$

(M'_1 и X_β на чертеже не показаны);

$$N''_1 = f''_{0\alpha} \cap f''_{0\beta}, N''_1 \in x.$$

Определяем проекции точки 3:

$3'$ – в пересечении $M'_1 N'_1$ с горизонтальной проекцией ребра A' , $3''$ – по линии проекционной связи, проведенной до пересечения с проекцией ребра A'' .

3. Проведя вспомогательные плоскости γ и ϵ , находим точки 4 и 5, в которых ребра B и C пересекаются с плоскостью α (рис.19.7).

4. Соединив точки 2, 3, 4, 5 и 1 плавной кривой линией получим сечение цилиндра плоскостью (рис.19.8). В данном случае сечение представляет собой часть эллипса, ограниченного отрезком $I2$.

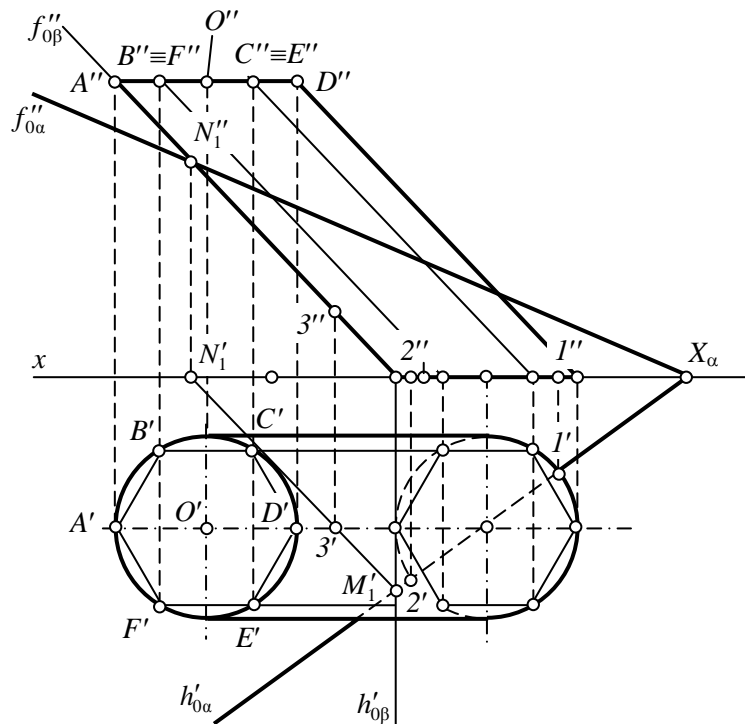


Рис.19.6

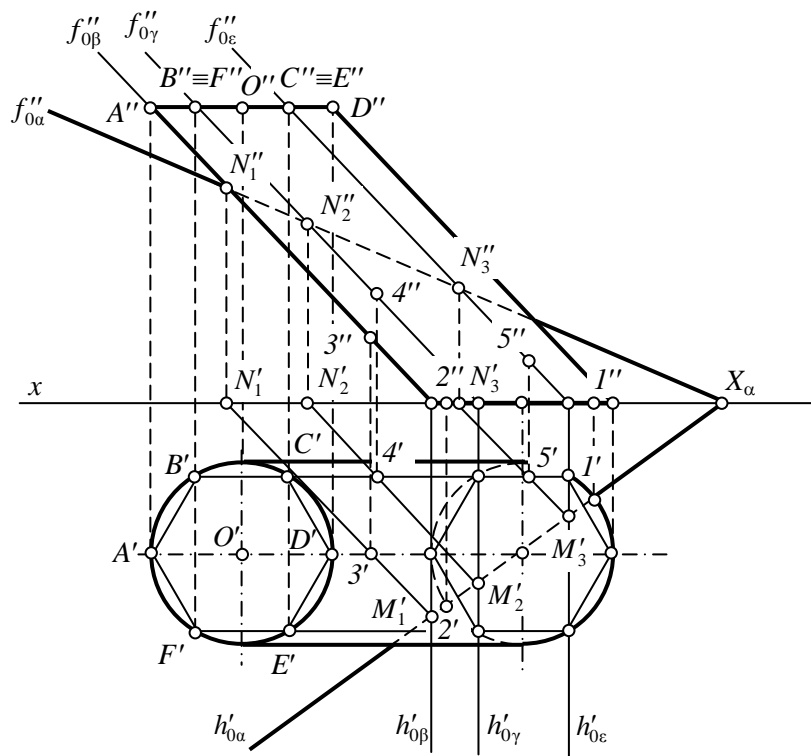


Рис.19.7

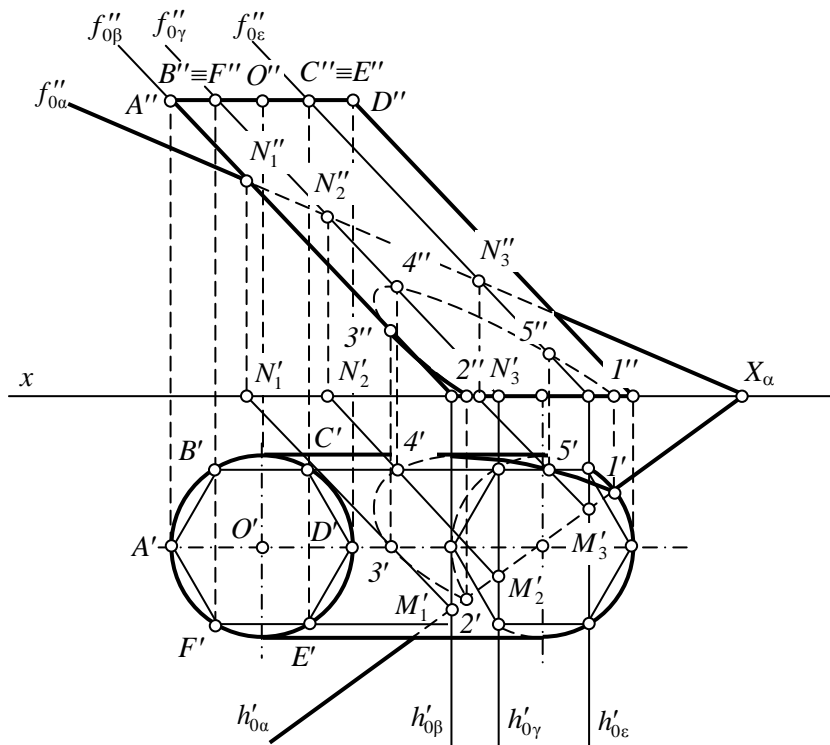


Рис.19.8

5. Определяем видимость сечения относительно поверхности цилиндра. В направлении на плоскость проекций π_1 часть контура сечения, ограниченная точками $1-2-3-4$ и образующей цилиндра, будет невидима, а в направлении на плоскость π_2 невидимой будет кривая $3-4-5-1$.

6. Определяем натуральную величину сечения, например при помощи способа совмещения. Чтобы избежать наложения построений, переносим параллельным переносом на свободное место чертежа проекции построенного сечения и следы секущей плоскости α (рис.19.9).

7. Совмещаем плоскость α с плоскостью проекций π_1 путем ее вращения вокруг горизонтального следа $h'_{0\alpha}$ (см. задачу 14).

Строим горизонтали, проходящие через точки сечения $3, 4$ и 5 . Определяем совмещенное с горизонтальной плоскостью проекций положение фронтального следа $\bar{f}'_{0\alpha}$ плоскости α . В совмещенном с плоскостью π_1 положении горизонтальные проекции горизонталей будут параллельны следу $h'_{0\alpha}$.

8. Проекции точек 1 и 2 остаются неподвижными, поскольку они лежат на горизонтальном следе $h'_{0\alpha}$, являющемся осью вращения. Проекции точек $\bar{3}', \bar{4}'$ и $\bar{5}'$ находим на пересечении горизонтальных следов плоскостей вращения, проходящих через точки $3', 4'$ и $5'$ и перпендикулярных горизонтальному следу $h'_{0\alpha}$, с соответствующими горизонтальными проекциями горизонталей. Часть эллипса $1'-2'-\bar{3}'-\bar{4}'-\bar{5}'$ – есть истинная величина построенного сечения.

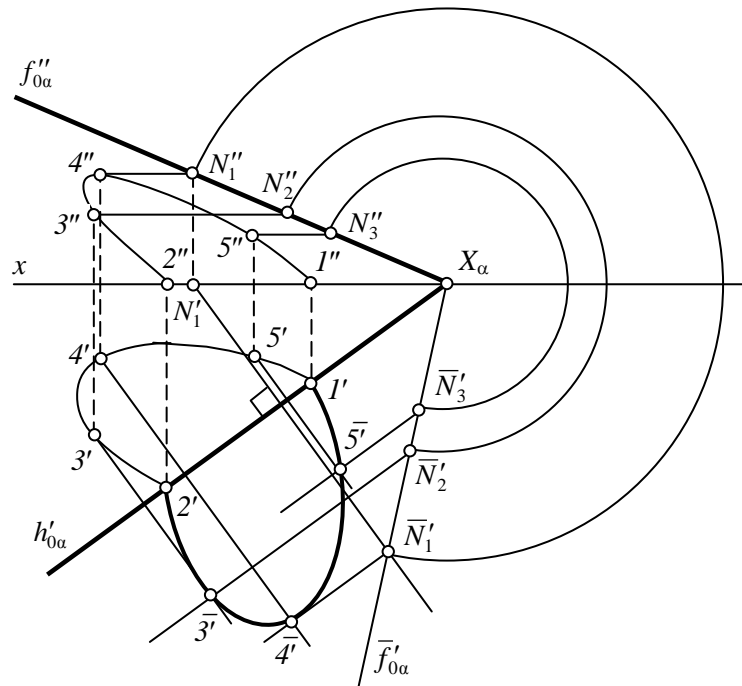


Рис.19.9

Задача 20

Построить точки пересечения прямой LT с поверхностью заданного геометрического тела. Показать видимость прямой относительно поверхности геометрического тела. Построить развертку полной поверхности геометрического тела и нанести на нее точки пересечения.

20.1. Пирамида (рис.20.1)

1. Через заданную прямую LT проведем вспомогательную плоскость, например фронтально-проецирующую плоскость α (рис.20.2).

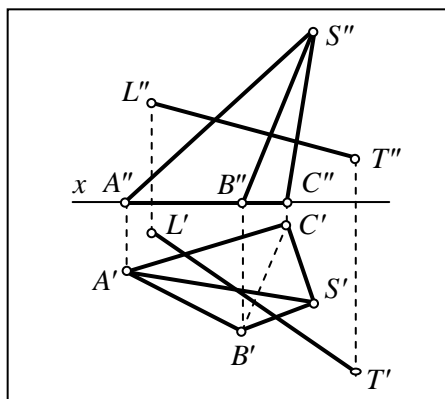


Рис.20.1

2. Строим сечение пирамиды этой вспомогательной плоскостью α – треугольник $I23$.

3. Точки пересечения K_1 и K_2 прямой LT с контуром сечения (треугольником $I23$) являются точками пересечения прямой с поверхностью заданного геометрического тела.

4. Определяем видимость прямой относительно поверхности пирамиды: в направлении на π_1 будет невидимым отрезок, ограниченный K_1' и проекцией ребра $S'B'$; в направлении на π_2 – отрезок, ограниченный K_2'' и проекцией ребра $S''A''$.

5. Для построения развертки необходимо определить натуральные величины ребер пирамиды и его основания. Основание ABC пирамиды лежит в горизонтальной плоскости проекций и, следовательно, проецируется на нее в натуральную величину. Ребра пирамиды SA , SB и SC спроецированы с искажением. Их натуральные величины определим способом вращения вокруг оси i , перпендикулярной плоскости π_1 и проходящей через вершину S пирамиды (рис.20.3).

Основа ABC пирамиды лежит в горизонтальной плоскости проекций и, следовательно, проецируется на нее в натуральную величину. Ребра пирамиды SA , SB и SC спроецированы с искажением. Их натуральные величины определим способом вращения вокруг оси i , перпендикулярной плоскости π_1 и проходящей через вершину S пирамиды (рис.20.3). Рассмотрим определение натуральных величин ребер на

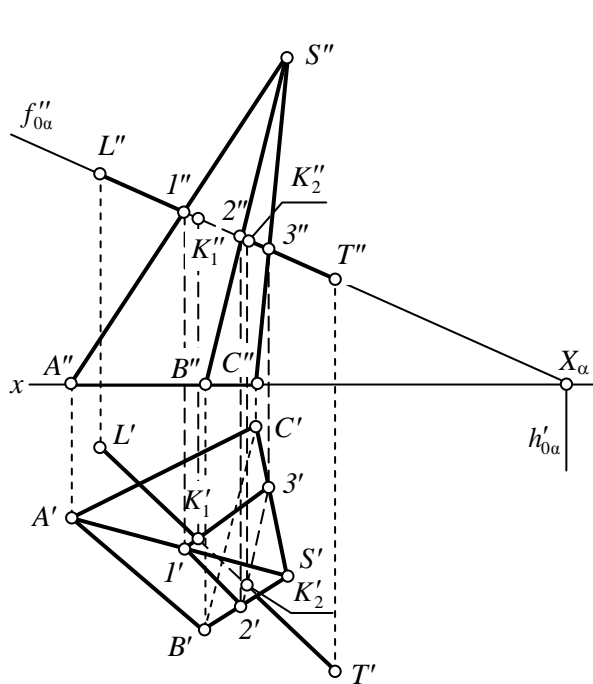


Рис.20.2

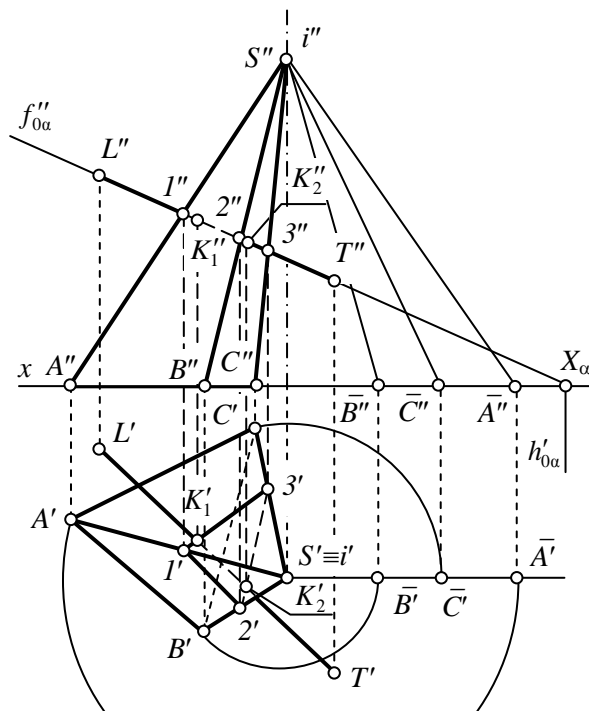


Рис.20.3

примере ребра SA . Ребро SA вращается вокруг оси i до положения, параллельного плоскости π_2 . При этом горизонтальная проекция этого ребра вращается вокруг точки i' до положения, параллельного оси x . Из точки A' проводим линию проекционной связи до пересечения с осью x . Проекция $S''\bar{A}''$ является натуральной величиной ребра SA . Аналогично построены отрезки $S''\bar{B}''$ и $S''\bar{C}''$, являющиеся истинными величинами ребер SB и SC .

6. Строим развертку заданной пирамиды методом треугольников (рис.20.4). На чертеже произвольно выбираем точку S_0 , из которой в любом направлении проводим луч S_0A_0 . На этом луче откладываем натуральную величину отрезка SA , равную $S''\bar{A}''$. Из точки A_0 проводим дугу радиусом $R_1 = A'C'$, из точки S_0 – радиусом $R_2 = S''\bar{C}''$ и в пересечении дуг получаем точку C_0 . Далее к стороне S_0C_0 пристраиваем треугольник $S_0C_0B_0$, две другие стороны которого определены следующим образом:

$$|S_0B_0| = |S''\bar{B}''| \text{ и } |C_0B_0| = |C'B'|.$$

Аналогично построен и третий треугольник $S_0B_0A_0$.

7. Построенную развертку поверхности пирамиды дополняем основанием – треугольником $A_0B_0C_0$. При этом длина его сторон может быть определена по сторонам A_0C_0 , C_0B_0 , B_0A_0 , уже имеющимся на развертке.

8. На построенную развертку наносим точки пересечения K_1 и K_2 прямой LT с поверхностью пирамиды. Для этого на эпюре через точки пересечения и вершину пирамиды S проводим вспомогательные отрезки SE и SD (рис.20.5) и наносим их на развертку:

$$|B_0E_0| = |B'E'|; |A_0D_0| = |A'D'|.$$

Определяем методом вращения истинные величины расстояний от вершины S до точек K_1 и K_2 и отмечаем их положение на развертке:

$$|S''\bar{K}_1''| = |S_0K_1^0|; |S''\bar{K}_2''| = |S_0K_2^0|.$$

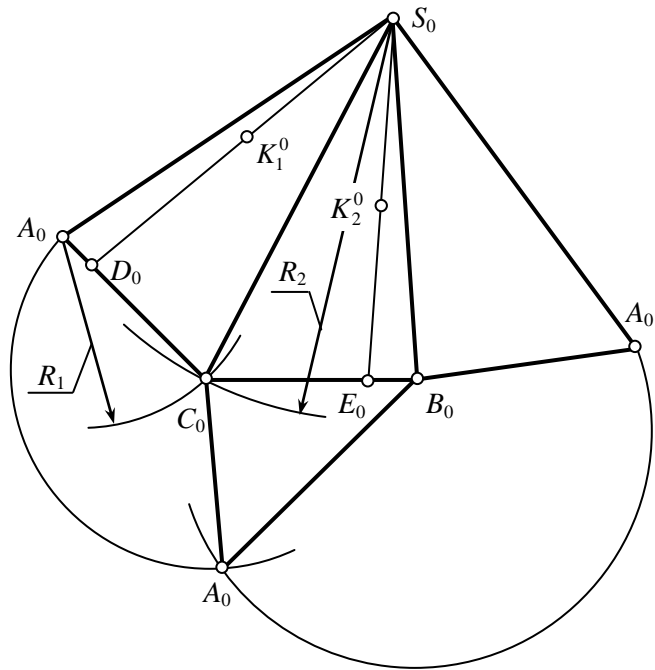


Рис.20.4

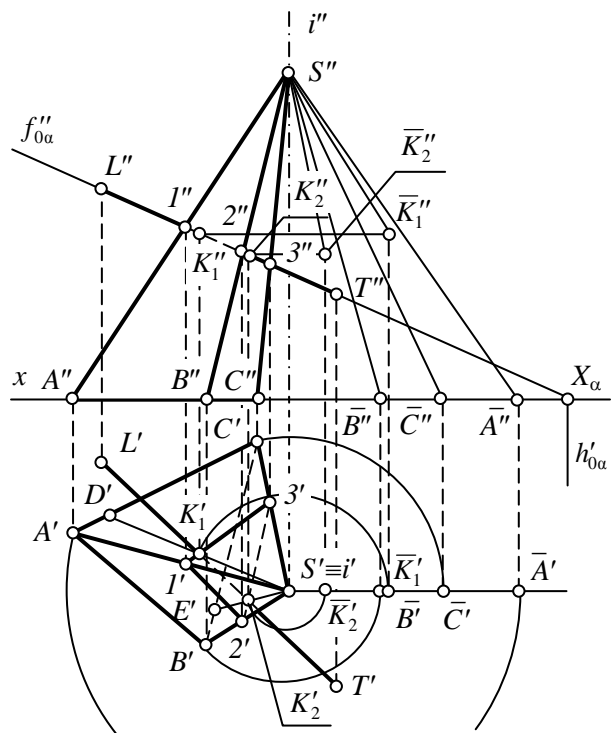


Рис.20.5

20.2. Призма (рис.20.6)

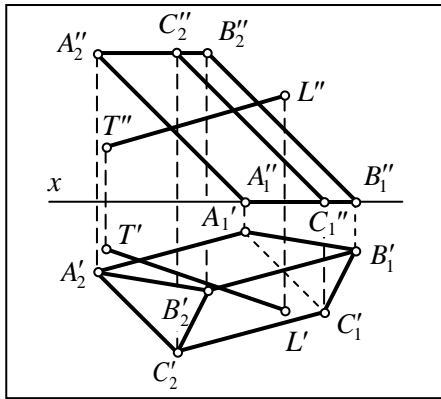


Рис.20.6

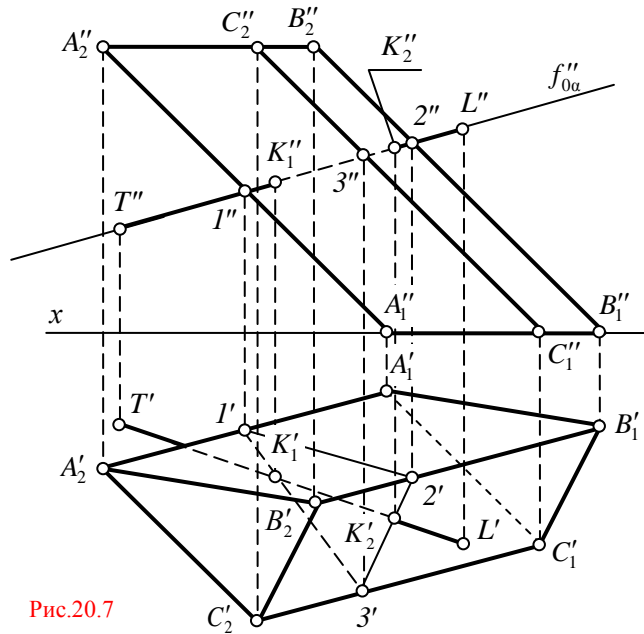


Рис.20.7

1. Через заданную прямую проводим вспомогательную плоскость, например фронтально-проецирующую плоскость α (рис.20.7).

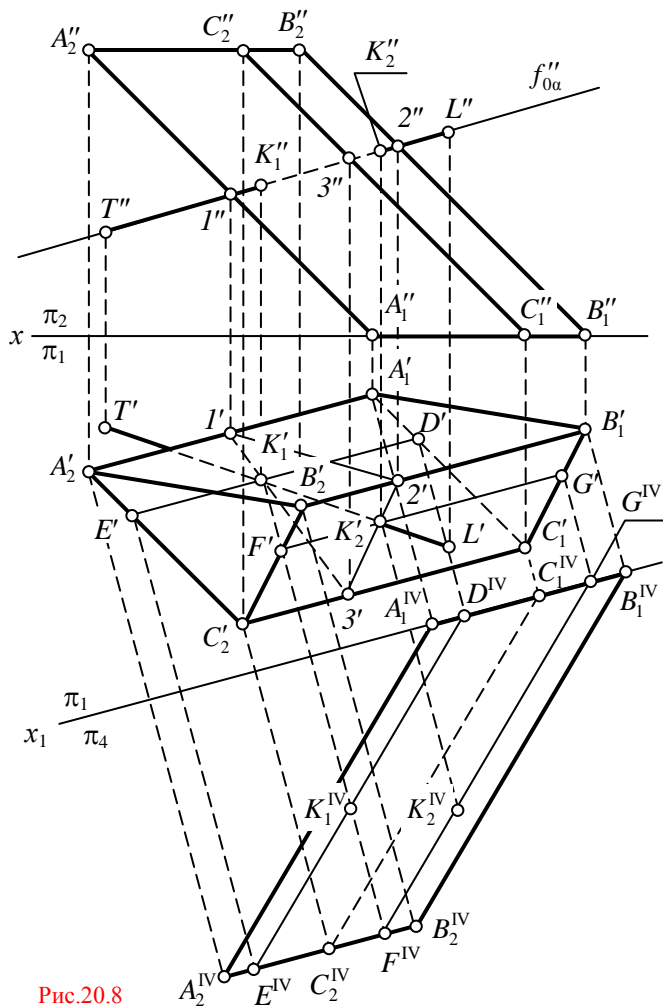


Рис.20.8

2. Строим сечение призмы этой вспомогательной плоскостью α – треугольник IJK . Точки пересечения K_1 и K_2 прямой TL с контурами сечения являются точками пересечения прямой с поверхностью призмы.

3. Определяем видимость прямой относительно поверхности призмы в направлении на плоскости π_1 и π_2 .

4. Строим развертку заданной призмы методом раскатки. Основания призмы спроецированы на плоскость π_1 в натуральную величину, а ее ребра с искажением. Для построения развертки первоначально преобразуем положение призмы так, чтобы ее ребра спроецировались на одну из новых плоскостей проекций в натуральную величину.

5. Вводим дополнительную плоскость проекций π_4 , перпендикулярную плоскости π_1 и параллельную ребрам призмы (рис.20.8). Тогда на плоскости π_4 ребра проецируются в натуральную величину (проекции $A_1^{IV} A_2^{IV}$, $B_1^{IV} B_2^{IV}$ и $C_1^{IV} C_2^{IV}$).

6. Вращением вокруг ребра $B_1 B_2$ совмещаем с плоскостью чертежа грань $A_1 A_2 B_2 B_1$ (рис.20.9). Точки B_1 и B_2 лежат на оси вращения и, следовательно, при вращении своего положения не изменяют.

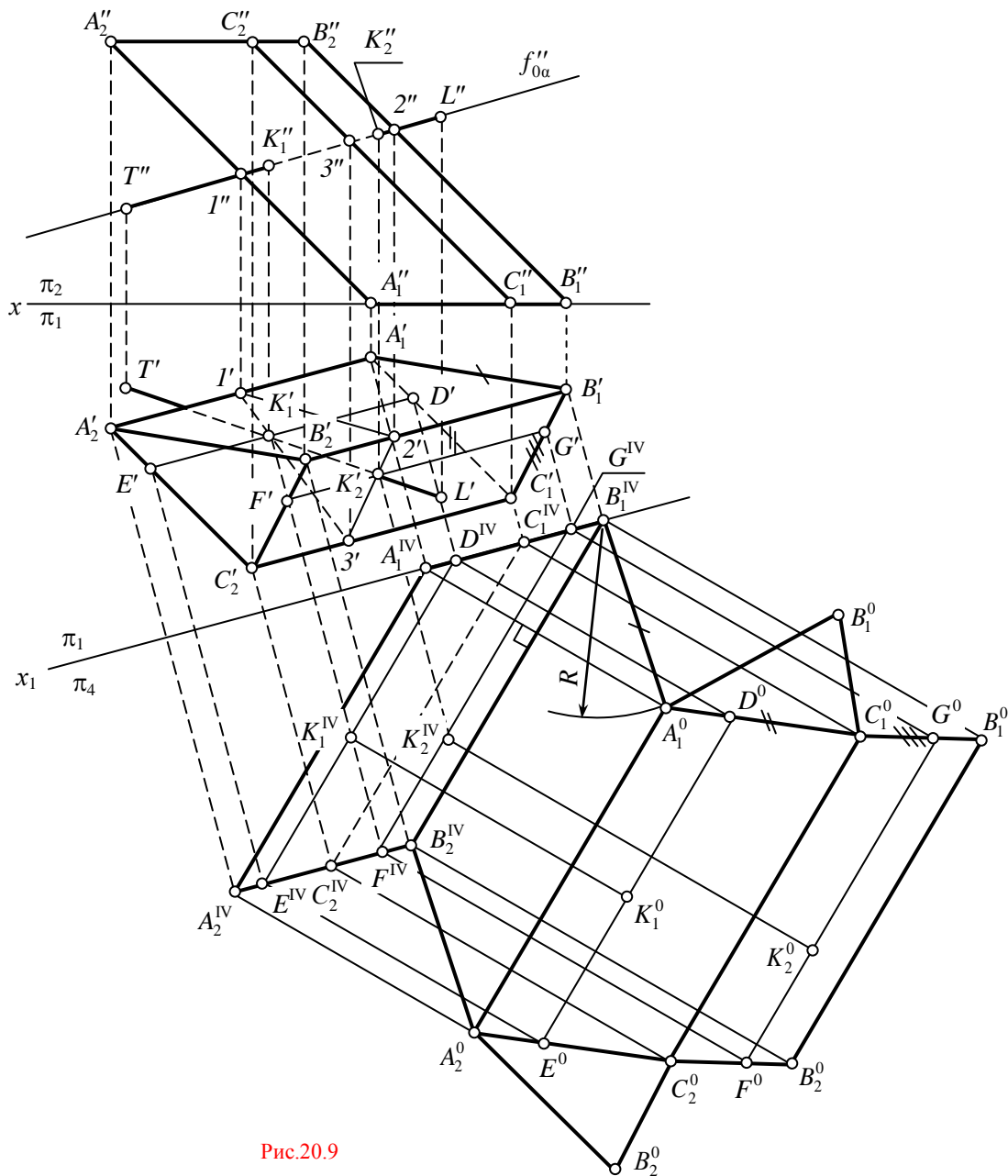


Рис.20.9

Из точки A_1^{IV} перпендикулярно ребру $B_1^{IV}B_2^{IV}$ проводим прямую, являющуюся следом плоскости вращения точки A_1 . Затем из точки B_1^{IV} проводим дугу радиусом R , равным натуральной величине стороны основания A_1B_1 ($A_1B_1 = A_1'B_1'$). В пересечении дуги с плоскостью вращения, проведенной ранее из A_1^{IV} , получим точку A_1^0 . По той же схеме найдем A_2^0 . Параллелограмм $A_1^0B_1^{IV}B_2^{IV}A_2^0$ является натуральной величиной грани $A_1B_1B_2A_2$.

7. Аналогично строим грани $C_1^0C_2^0A_2^0A_1^0$ и $B_1^0B_2^0C_2^0C_1^0$. К полученной развертке боковой поверхности достраиваем основания $A_1^0B_1^0C_1^0$ и $A_2^0B_2^0C_2^0$. Построенная фигура является разверткой полной поверхности заданной призмы.

8. Находим на развертке положение точек K_1 и K_2 . Для этого через точку K_1 проводим вспомогательную прямую ED , а через точку K_2 – прямую FG , параллельные ребрам (см. рис.20.8). Затем находим положение этих вспомогательных прямых и точек K_1 и K_2 на плоскости π_4 и на развертке.

20.3. Конус (рис.20.10)

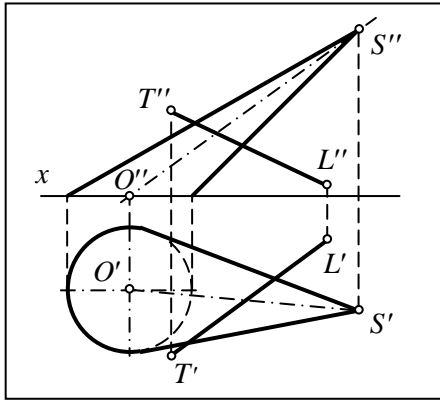


Рис.20.10

1. При помощи двух пересекающихся прямых задаем вспомогательную плоскость α , проходящую через заданную прямую и вершину конуса. Одна из прямых LT , а другая – прямая, проходящая через вершину конуса S и любую точку прямой LT , например точку T (рис.20.11).

2. Строим проекции горизонтальных следов прямой LT (M'_1) и вспомогательной прямой ST (M'_2). Через эти точки проводим горизонтальный след вспомогательной плоскости α – $h'_{0\alpha}$.

3. След $h'_{0\alpha}$ пересекает основание конуса, лежащее в плоскости проекций π_1 , в точках 1 и 2. Сечение конуса плоскостью α представляет собой треугольник $S12$ (рис.20.12).

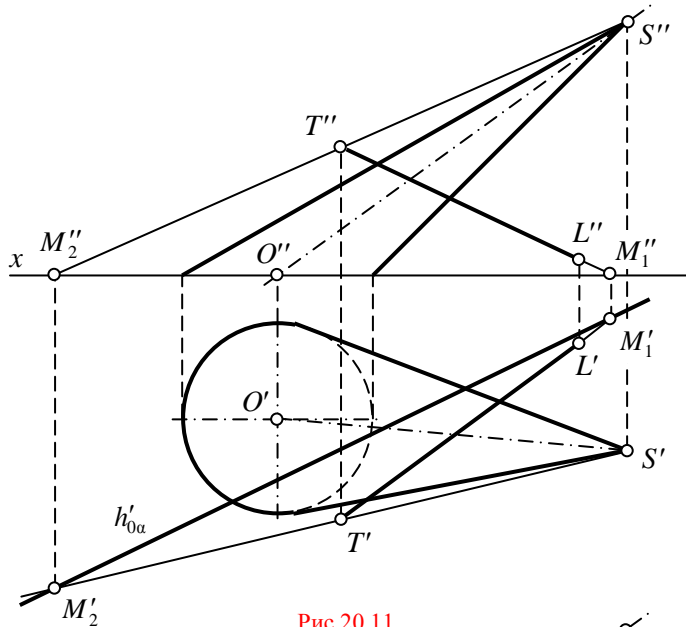


Рис.20.11

4. Искомые точки пересечения прямой LT с поверхностью конуса (K_1 и K_2) находим в пересечении прямой с контурами сечения (рис.20.13).

5. Определяем видимость прямой относительно поверхности конуса: в направлении на π_1 невидимым будет отрезок, ограниченный K'_1 и образующей конуса, а в направлении на π_2 – отрезок $K'_1K'_2$.

6. Строим развертку поверхности конуса. В заданный конус вписываем шестиугольную пирамиду (рис.20.14), основанием которой является правильный шестиугольник 134567.

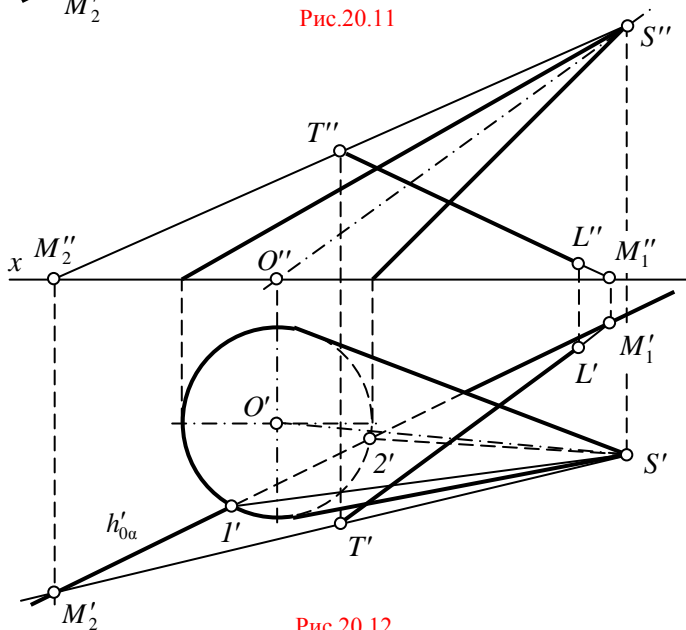


Рис.20.12

7. Способом вращения вокруг оси i , перпендикулярной плоскости π_1 и проходящей через вершину S , определяем натуральную величину ребер пирамиды. В плоскости π_1 горизонтальные проекции ребер пирамиды вращаются вокруг точки i' до положения, параллельного оси x . Тогда на фронтальной плоскости проекций мы получим их натуральные величины ($S''\bar{1}''$, $S''\bar{2}''$ и т.д.).

Основание конуса лежит в горизонтальной плоскости проекций, и, следовательно, проецируется на эту плоскость в натуральную величину.

8. В свободном месте чертежа строим развертку поверхности пирамиды методом треугольников (рис.20.15) по известной длине их сторон (см. задачу 20.1). Через построенные на развертке вершины пирамиды $b_0, 5_0, 4_0 \dots$ проведем по лекалу плавную кривую линию, концы которой соединяем отрезками с вершиной S_0 .

9. К построенной развертке боковой поверхности конуса пристраиваем основание – окружность, радиус которой равен радиусу горизонтальной проекции основания (эта окружность вычерчивается в любом месте чертежа без наложения на развертку боковой поверхности, но так, чтобы с построенной кривой линией – развернутым контуром основания – она имела одну общую точку).

10. Наносим положение точек пересечения K_1 и K_2 на развертку. Для этого первоначально проводим через них образующие (образующая SI , на которой лежит K_1 , уже имеется) и определяем

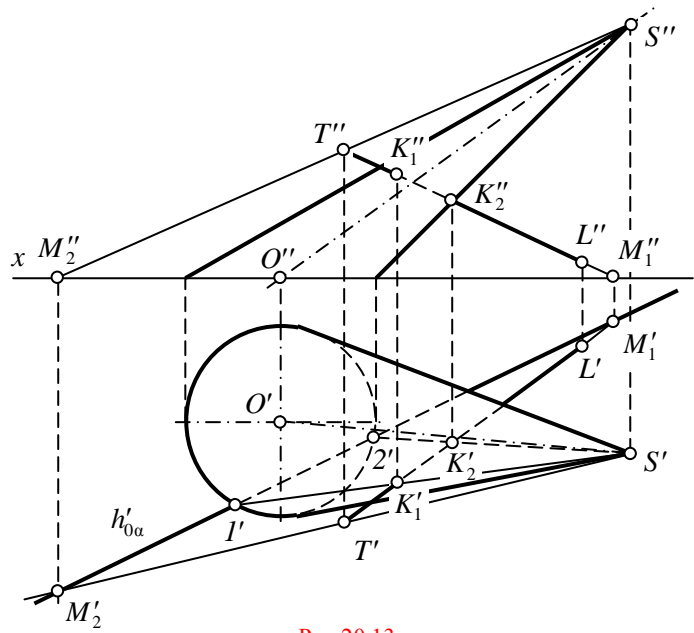


Рис.20.13

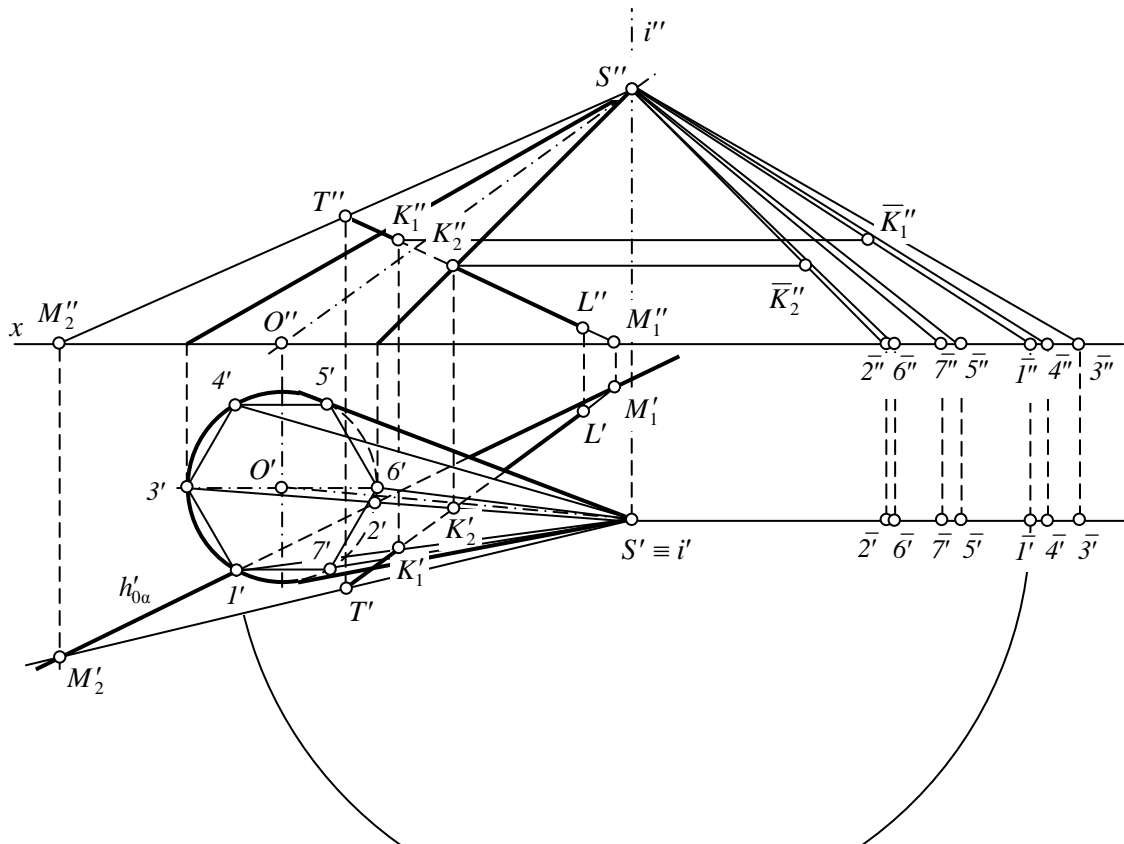


Рис.20.14

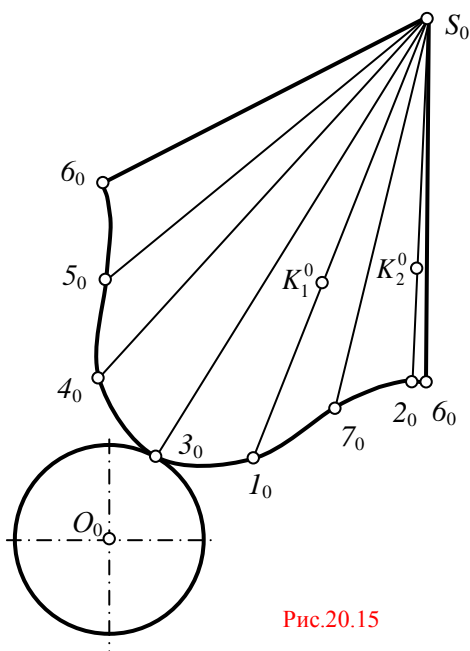


Рис.20.15

натуральную величину расстояний от вершины конуса S до точек K_1 и K_2 – это отрезки $S''\bar{K}_1''$ и $S''\bar{K}_2''$ (см. рис. 20.13 и 20.14).

11. Для нанесения на развертку точки K_1 из точки S_0 на образующей S_0I_0 откладываем отрезок $S''\bar{K}_1''$, представляющий собой натуральную величину отрезка SK_1 .

Для нанесения на развертку точки K_2 из точки 6_0 прочерчиваем дугу радиуса $6'2'$ и в пересечении с развернутым контуром основания $6_07_0I_0 \dots$ находим положение точки 2_0 . На отрезке S_02_0 из точки S_0 откладываем отрезок $S''\bar{K}_2''$, представляющий собой натуральную величину отрезка SK_2 . Точки K_1^0 и K_2^0 соответствуют точкам пересечения K_1 и K_2 , лежащим на поверхности конуса.

20.4. Цилиндр (рис.20.16)

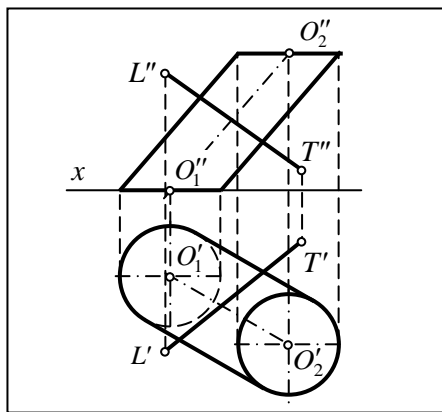


Рис.20.16

1. Задаем вспомогательную плоскость α (плоскость общего положения, проходящую через заданную прямую и параллельную оси цилиндра) двумя пересекающимися прямыми – прямой LT и произвольной прямой, параллельной оси. Такую произвольную прямую можно провести через любую точку прямой LT , например через точку T : ее горизонтальная проекция параллельна $O_1'O_2'$, а фронтальная проекция – $O_1''O_2''$ (рис.20.17).

2. Теперь, как и в предыдущем примере, строим горизонтальный след $h'_{0\alpha}$ вспомогательной секущей плоскости α . Он пройдет через горизонтальные проекции горизонтальных следов прямой LT (M'_1) и вспомогательной прямой, параллельной оси цилиндра (M'_2).

3. В точках 1 и 2 след секущей плоскости $h'_{0\alpha}$ пересечет нижнее основание цилиндра (рис.20.18) и, поскольку вспомогательная плоскость выбрана параллельной оси цилиндра, сечение будет представлять собой параллелограмм 1234 (стороны 23 и 14 параллельны оси цилиндра). Точки пересечения прямой LT с поверхностью цилиндра (K_1 и K_2) определяются как точки пересечения прямой LT с контурами построенного сечения.

4. Определяем видимость прямой LT относительно поверхности цилиндра: в направлении на плоскость π_1 невидимым будет отрезок, ограниченный K'_2 и образующей цилиндра, а в направлении на π_2 – весь участок прямой LT , закрываемый поверхностью цилиндра.

5. Строим развертку заданного наклонного цилиндра. В цилиндр впишем правильную призму $ABCDEF$ (рис.20.19).

6. Поскольку ребра призмы являются отрезками прямых общего положения, преобразуем ее положение путем введения дополнительной плоскости проекций π_4 , перпендикулярной π_1 и параллельной ребрам призмы (рис.20.20). Для построения новой проекции призмы на плоскости π_4 из ее вершин проводим линии проекционной связи, перпендикулярные оси x_1 , и на этих линиях откладываем отрезки, равные координате z вершин (проекция нижнего основания призмы совместилась с осью x_1 , так как координаты z ее вершин равны нулю).

7. Определяем натуральную величину грани BC путем ее вращения вокруг ребра B в положение, параллельное плоскости π_4 (рис.20.21). Для этого из вершины C проведем прямую, перпендикулярную оси вращения – ребру B (эта прямая является следом плоскости вращения точки C), а из точки B – дугу радиусом, равным отрезку $B'C'$. В их пересечении образуется точка C_0 . Аналогично строим новое положение вершины, лежащей на противоположном основании.

8. Повторяем построения до тех пор, пока все грани призмы не займут положение, параллельное плоскости π_4 .

9. Полученный ряд точек B^{IV} , C_0 , D_0 , E_0 , ... и ряд точек противоположного основания соединяем по лекалу плавной кривой линией.

10. Для получения развертки полной поверхности цилиндра к его боковой поверхности пристраиваем основания. Основания заданного цилиндра проецируются на плоскость π_1 в натуральную величину, поэтому радиусы этих окружностей равны радиусам горизонтальных проекций оснований. Верхнее и нижнее основания пристраиваем к любой точке линии развертки основания.

11. Для нанесения на развертку точек пересечения K_1 и K_2 находим положение образующих 23 и 14 , на которых лежат эти точки сначала на плоскости π_4 (отрезки $2^{IV}3^{IV}$ и $1^{IV}4^{IV}$ – см. рис. 20.20), а затем на развертке (отрезки 2_03_0 и 1_04_0 – см. рис.20.21).

В той же последовательности находим проекции точек K_1 и K_2 на дополнительной плоскости проекций π_4 (точки K_1^{IV} и K_2^{IV}) и на развертке (точки K_1^0 и K_2^0).

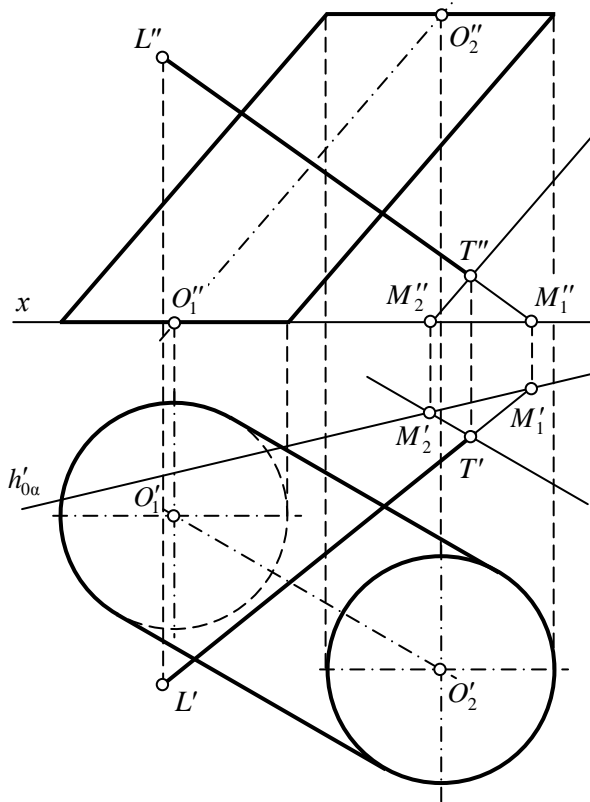


Рис.20.17

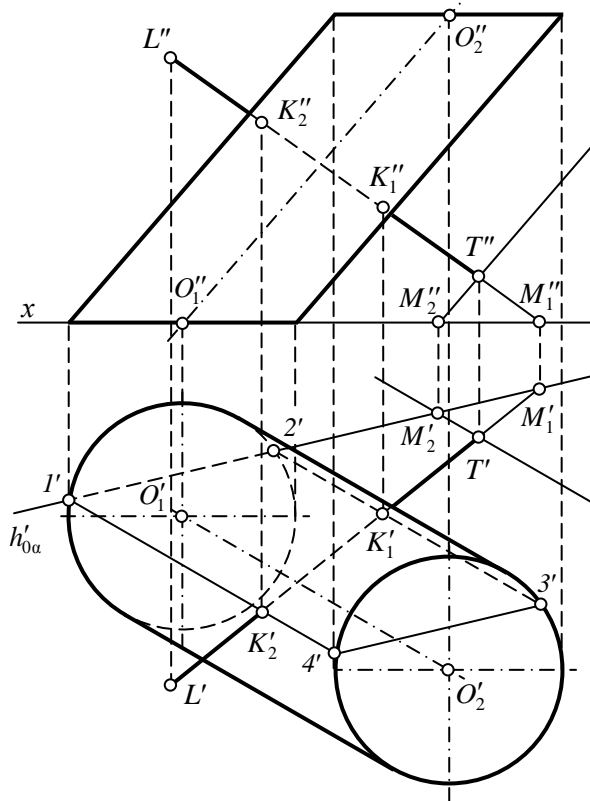


Рис.20.18

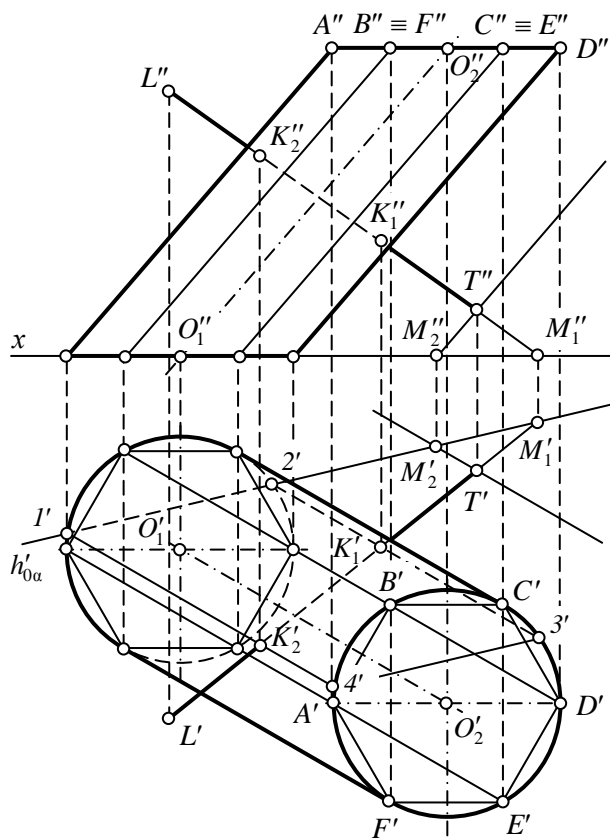


Рис.20.19

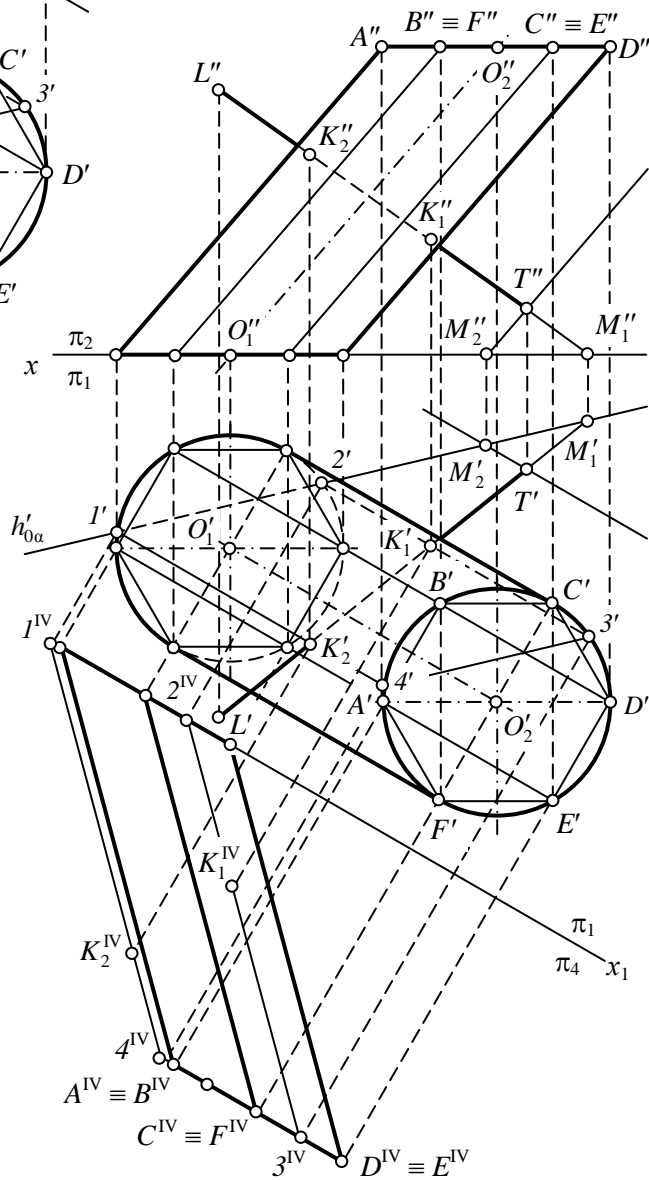


Рис.20.20

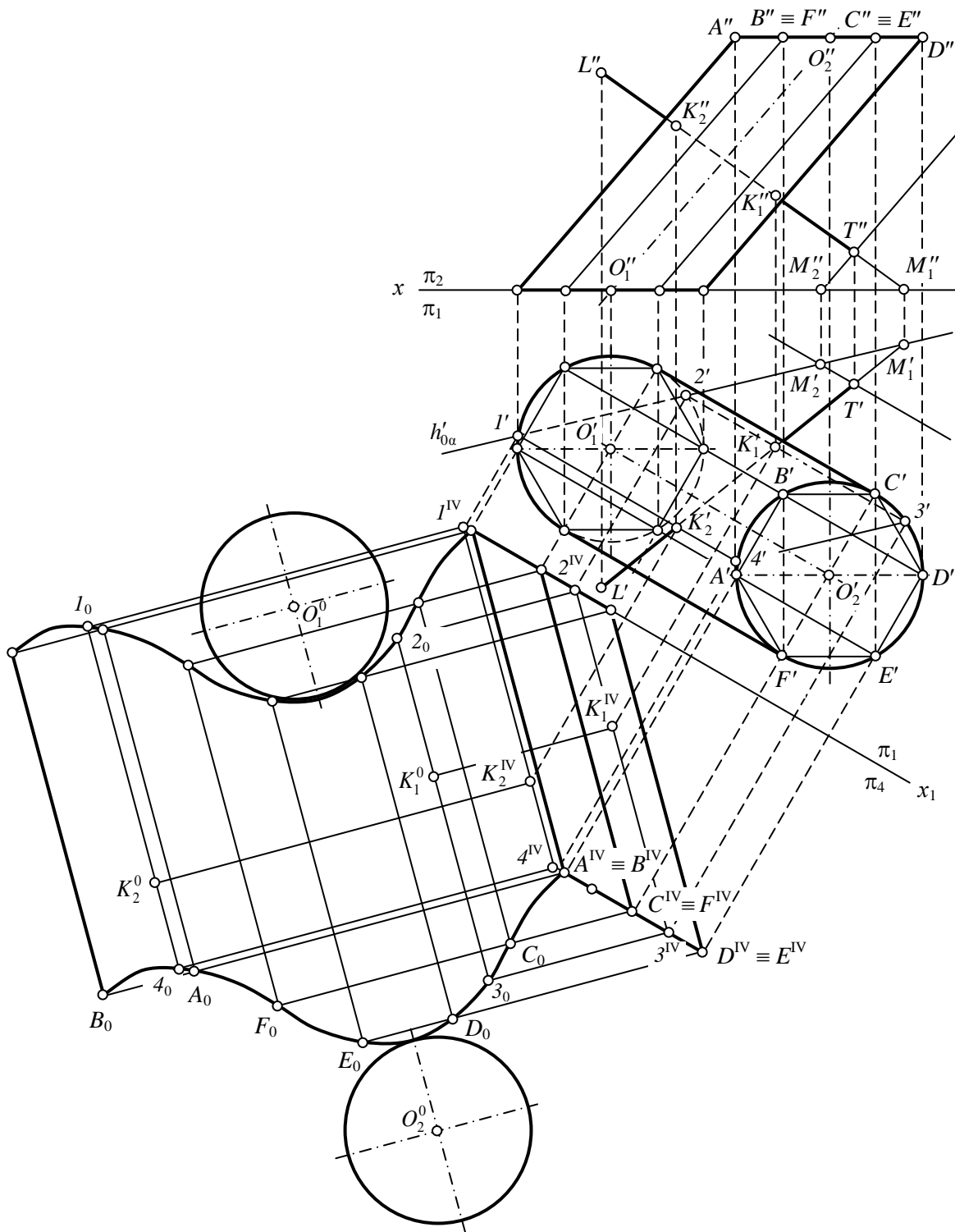


Рис.20.21

РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основной

1. *Гордон В.О.* Сборник задач по курсу начертательной геометрии / В.О.Гордон, Ю.Б.Иванов, Т.Е.Солнцева. 7-е изд., стер. М.: Высшая школа, 2000. 320 с.
2. *Гордон В.О.* Курс начертательной геометрии: Учеб. пособие / В.О.Гордон, М.А.Семенцов-Огиевский. 24-е изд., стер. М.: Высшая школа, 2000. 272 с.
3. Инженерная графика. Основы начертательной геометрии, черчения и машинной графики: Учебное пособие / Н.Е.Бобин, П.Г.Талалай, С.С.Галушкин и др. / Санкт-Петербургский горный ин-т. СПб, 2002. 94 с.
4. *Попова Г.Н.* Машиностроительное черчение: Справочник / Г.Н.Попова, С.Ю.Алексеев. СПб: Политехника, 1999. 453 с.

Дополнительный

5. *Арустамов Х.А.* Сборник задач по начертательной геометрии: Учеб. пособие для студентов вузов. М.: Машиностроение, 1978. 445 с.
6. *Бубенников А.В.* Начертательная геометрия. Задачи для упражнений: Учеб. пособие. М.: Высшая школа, 1981. 296 с.
7. Горно-инженерная графика / Г.Г.Ломоносов, А.И.Арсентьев, И.А.Гудкова и др. М.: Недра, 1976. 263 с.
8. Задачник по начертательной геометрии: Для строительных специальностей вузов / В.Д.Засов, Г.С.Иконникова, Н.Н.Крылов и др. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1984. 192 с.
9. *Ломоносов Г.Г.* Инженерная графика: Учеб. пособие для студентов горных специальностей вузов. М.: Недра, 1984. 287 с.
10. *Лоптев О.В.* Задачник по начертательной геометрии: Учеб. пособие для втузов / О.В.Лоптев, П.А.Числов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1984. 103 с.
11. *Лосев Н.В.* 200 олимпиадных задач по начертательной геометрии. М.: Высшая школа, 1992. 143 с.
12. *Мураев Ю.Д.* Начертательная геометрия: Курс лекций / Ю.Д.Мураев, В.М.Пашкевич / Санкт-Петербургский горный ин-т. СПб, 1998. 36 с.
13. *Ребрик Б.М.* Инженерно-геологическая графика: Учеб. для вузов / Б.М.Ребрик, Н.В.Сироткин, В.Н.Калиничев. М.: Недра, 1991. 318 с.
14. *Фролов С.А.* Сборник задач по начертательной геометрии: Учеб. пособие для машиностроительных и приборостроительных специальностей вузов. М.: Машиностроение, 1986. 175 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Принятые обозначения	3
Введение	4
Общие рекомендации по выполнению задач	4
ТОЧКА И ПРЯМАЯ.....	6
Задача 1	6
Задача 2	11
ПЛОСКОСТЬ	14
Задача 3	14
Задача 4	16
ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ, ПРЯМОЙ ЛИНИИ И ПЛОСКОСТИ	18
Задача 5	18
Задача 6	20
Задача 7	21
Задача 8	24
Задача 9	28
Задача 10	30
Задача 11	33
СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРОЕКЦИЙ	36
Задача 12	36
Задача 13	40
Задача 14	42
Задача 15	45
Задача 16	47
Задача 17	50
Задача 18	53
МНОГОГРАННИКИ И КРИВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ	57
Задача 19	57
Задача 20	62
Рекомендательный библиографический список	72