

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

«Санкт-Петербургский государственный университет  
аэрокосмического приборостроения»

---

Кафедра №23 Кафедра конструирования и технологии электронных и лазерных средств

## РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ И СИГНАЛЫ

(Часть 2. «Теория сигналов. Нелинейные цепи» и «Основы дискретных и цифровых  
сигналов и цепей»)

Программа, контрольные задания к курсовой работе, методические указания

Санкт-Петербург

2016 год

Составил: доктор технических наук, профессор П.Н. Петров,

Настоящие методические указания содержат программу по разделам «Теория сигналов. Нелинейные цепи» и «Основы дискретных и цифровых сигналов и цепей» курса «Радиотехнические цепи и сигналы», являющегося одним из фундаментальных курсов в подготовке бакалавров и специалистов радиотехнических специальностей. В указаниях содержатся вопросы для самопроверки, контрольные задания и приложения со справочным материалом. Методические указания предназначены для студентов заочной формы обучения. Они могут быть также полезны студентам других технических специальностей, как заочной формы обучения, так и дневной.

Подготовлены к публикации кафедрой конструирования и технологии электронных и лазерных средств.

---

## Оглавление

Общие методические указания	4
Библиографический список	4
Программа.	
<b>Раздел 1. Преобразования сигналов в нелинейных радиотехнических цепях</b>	<b>5</b>
Тема 1.1. Гармонический анализ колебаний в нелинейных элементах.	
Тема 1.2. Нелинейные преобразования сигналов	
<b>Раздел 2. Основы дискретных и цифровых сигналов и цепей</b>	<b>6</b>
Тема 2.1. Понятие и представление дискретных сигналов и цепей.	
Тема 2.2. Алгоритмы цифровой фильтрации	
Тема 2.3. Анализ и синтез дискретных цепей	
<b>Методические указания к выполнению курсовой работы</b>	<b>7</b>
Задание 1	8
Задание 2	12
Задание 3	15
Примеры расчетов	20
Приложения 1 – 4. Таблица интегралов и графики функций	27

## ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Курс «Радиотехнические цепи и сигналы» является одним из фундаментальных курсов в подготовке бакалавров и специалистов. Курс основан на знаниях, полученных при изучении таких дисциплин как математике, физике, основы теории цепей.

Студенты заочного факультета соответствующих направлений и специальностей изучают этот курс в течение четвертого и пятого семестров. Усвоение курса облегчается выполнением лабораторных и контрольных работ в каждом семестре.

В данном методическом пособии дается подробная программа курса, контрольные вопросы для самопроверки, задания к контрольным работам и краткие методические указания. При выполнении контрольных работ можно воспользоваться специальными методическими разработками, где приводятся основные соотношения и конкретные примеры решения типовых задач. Для изучения курса рекомендуется основная и дополнительная литература.

### Библиографический список

#### Основной

1. Баскаков, С. И.. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник/ С. И. Баскаков. - 5-е изд., стереот.. - М.: Высш. шк., 2005. - 462 с. (ранние издания 1983-2002 гг.).
2. Нефедов, В. И.. Основы радиоэлектроники и связи: учебное пособие/ В. И. Нефедов, А. С. Сигов; ред. В. И. Нефедов. - М.: Высш. шк., 2009. - 735 с.
3. Гоноровский, И. С.. Радиотехнические цепи и сигналы: учебное пособие/ И. С. Гоноровский. - 5-е изд., перераб. и испр.. - М.: Дрофа, 2006. - 717 с. (ранние издания 1963-1994 гг.).

#### Дополнительный

1. Радиотехнические цепи и сигналы: нелинейные цепи: методические указания к выполнению лабораторных работ № 21, 22, 23, 24/ С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения; сост. О.Л. Бальшева, Ю.Г. Смирнов, С.В. Кулаков. - СПб.: РИО ГУАП, 1999. - 53 с.
2. Радиотехнические цепи и сигналы. Теория сигналов. Линейные цепи: методические указания к выполнению лабораторных работ № 1 - 4/ С.-Петерб. гос. ун-т аэрокосм. приборостроения; сост.: О.Л. Бальшева, Ю.Г. Смирнов. - СПб.: ГОУ ВПО "СПбГУАП", 2008. - 46 с.

# ПРОГРАММА

## Введение

Краткая история развития радиотехники. Значение радиотехники в современном мире. Диапазоны частот в радиотехнике. Предмет и задачи дисциплины. Структура и порядок изучения дисциплины. Ознакомление с учебной литературой по курсу.

### **Раздел 1. Преобразования сигналов в нелинейных радиотехнических цепях.**

#### Тема 1.1. Гармонический анализ колебаний в нелинейных элементах.

Понятие нелинейного элемента и нелинейной системы. Типы, характеристики и параметры нелинейных элементов. Аппроксимация характеристик нелинейных элементов: степенная, кусочно-линейная, показательная. Методы гармонического анализа: метод кратных углов и метод угла отсечки.

#### Вопросы для самопроверки

1. Как определяются статический, дифференциальный и средний параметры нелинейного элемента?
2. Что такое аппроксимация характеристики нелинейного элемента?
3. Когда удобно применять аппроксимацию характеристики нелинейного элемента степенным полиномом, кусочно-линейной функцией?
4. Что такое комбинационные частоты?
5. Что такое преобразование спектра воздействия в нелинейной цепи?

#### Тема 1.2. Нелинейные преобразования сигналов.

Обобщенная схема нелинейного преобразователя и возможные операции обработки сигналов в радиотехническом тракте. Усиление. Нелинейный резонансный усилитель и умножитель частоты. Генерация сигналов. Автоколебательные цепи. Классификация автогенераторов. *LC* - автогенератор, режимы работы. *RC*-автогенераторы гармонических и негармонических колебаний. Управление колебаниями. Амплитудный модулятор. Частотный и фазовый модулятор. Детектирование радиосигналов. Амплитудные детекторы. Линейное и квадратичное детектирование. Частотное и фазовое детектирование. Преобразование частоты радиосигналов.

#### Вопросы для самопроверки

1. Почему используется нелинейный режим работы усилителя?

2. Какую задачу решает колебательный контур в нелинейном усилителе?
3. Какой угол отсечки выбирается при усилении амплитудно-модулированных колебаний?
4. Как перейти от режима усиления к режиму умножения частоты?
5. Что такое автоколебательная система?
6. В чем состоит условие возникновения колебаний в автогенераторе, чем оно отличается от условия стационарного режима?!
7. Что такое условие баланса фаз и баланса амплитуд?
8. От чего зависит частота колебаний автогенератора и ее стабильность?
9. Когда возникают мягкий и жесткий режимы самовозбуждения автогенератора?
10. Что такое колебательная характеристика, какой вид она имеет в мягком и жестком режимах самовозбуждения?
11. Что такое детектирование радиосигналов?
12. Какие виды детекторов Вы знаете?

## Раздел 2. Основы дискретных и цифровых сигналов и цепей.

### Тема 2.1. Понятие и представление дискретных сигналов и цепей.

Дискретизация по времени и квантование аналоговых сигналов. Кодирование. Понятие дискретного и цифрового сигнала. Дискретные и цифровые цепи. Преимущества и недостатки цифровой и аналоговой обработки сигналов. Представление дискретных сигналов во временной и частотной областях. Дискретное преобразование Фурье. Z-преобразование. Частотный коэффициент передачи и системная функция дискретных цепей.

#### Вопросы для самопроверки

1. Как образуется решетчатая функция?
2. Как связаны спектры дискретизированного и непрерывного сигналов?
3. Как осуществляется дискретизация сигнала в частотной области?
4. В чем состоит погрешность дискретизации сигналов конечной длительности?

### Тема 2.2. Алгоритмы цифровой фильтрации.

Понятие алгоритма обработки и способы задания. Трансверсальный и рекурсивный фильтры. Разностные уравнения и структурные схемы алгоритмов обработки. Прямая и каноническая схемы.

#### Вопросы для самопроверки

1. В чем отличие рекурсивного фильтра от нерекурсивного?
2. Что такое разностное уравнение?
3. Какой вид имеют выражения передаточных функций цифровых фильтров?

### Тема 2.3. Анализ и синтез дискретных цепей.

Методы анализа дискретных цепей. Устойчивость рекурсивных фильтров. Условие физической реализуемости. Элементы синтеза цепей.

## Вопросы для самопроверки

1. В чем состоит условие устойчивости цифрового фильтра?
2. Какие бывают формы реализации передаточных функций цифровых фильтров?
3. В чем преимущество  $Z$ -преобразования при анализе дискретных цепей?
4. Какими ошибками сопровождаются преобразования аналог-цифра и цифра-аналог?

## Примерный перечень лабораторных работ по второй части курсу

1. Исследование методов аппроксимации характеристик нелинейных элементов.
2. Исследование автогенераторов.
3. Исследование преобразований сигналов в нелинейных цепях.

## Методические указания к выполнению курсовой работы

### Предисловие

Типовые расчеты по разделам «Нелинейные цепи» и «Дискретные сигналы и цепи» курса «Радиотехнические цепи и сигналы» выполняются студентами, обучающимися по специальности «Радиотехника», на третьем курсе. Выполнение типовых расчетов позволяет студентам глубже усвоить и закрепить теоретический материал и получить практические навыки самостоятельного анализа нелинейных и дискретных цепей.

В настоящих методических указаниях содержатся типовые задачи и варианты их расчета по темам:

- аппроксимация нелинейных характеристик;
- выделение полезных составляющих тока;
- нелинейное усиление и умножение частоты;
- условие самовозбуждения и стационарного режима автогенератора;
- мягкое и жесткое самовозбуждение автогенератора;
- дискретизация аналоговых сигналов;
- спектр дискретного сигнала;
- коэффициент передачи и импульсная характеристика дискретного Фильтра;
- дискретные преобразования Фурье и  $z$ -преобразования;
- системная функция дискретной цепи;
- методы расчета прохождения дискретного сигнала через дискретную цепь.

В пояснительной записке следует привести условие задания, расчетные формулы, необходимые графики, выводы по результатам теоретических исследований, список использованной литературы. Для облегчения вычислений в методических указаниях приведена таблица интегралов.

## ЗАДАНИЕ 1

1). Составить схему резонансного усилителя каскада (или умножителя частоты гармонических колебаний) на биполярном транзисторе, включённом по схеме с общим эмиттером. Для осуществления смещения использовать коллекторную батарею. Напряжение смещения  $U_{см}$ . Параметры контура, включенного в качестве нагрузки: добротность  $Q$ , резонансная частота  $f_p$ , эквивалентное сопротивление при резонансе  $R_{эр}$ . На вход каскада подано напряжение

$$U_{вх} = U_{вх} \cos 2\pi f_0 t$$

- 2). Выбрать способ аппроксимации и аппроксимировать рабочий участок динамической вольтамперной характеристики транзистора  $i_k(U_\delta)$  заданной в табл.1. Построить графики заданной и аппроксимированной характеристик. Определить погрешность аппроксимации.
- 3). Вычислить амплитуды и частоты гармоник коллекторного тока. Построить спектральную диаграмму.
- 4). Найти зависимость сопротивления контура от частоты, амплитудночастотную и фазочастотную характеристики. Построить график АЧХ. Сопоставить АЧХ контура со спектральной диаграммой коллекторного тока.
- 5). Найти мгновенное значение выходного напряжения, сопоставить его с входным. Сделать вывод о преобразовании сигнала (усиление, умножение частоты).
- 6). Определить коэффициент нелинейных искажений выходного сигнала, считая полезной составляющей гармонику, частота которой совпадает с резонансной частотой контура.

Параметры контура и входного напряжения представлены в табл.2.

Шифр задания соответствует порядковому номеру студента по списку (табл.3).

Пример: шифр 4л, где 4 - вариант характеристики транзистора, л - вариант параметров входного сигнала и контура.

### Методические указания

Для аналитического изучения процессов в радиотехнической цепи, содержащей нелинейное сопротивление, требуется его вольтамперную характеристику, представленную в виде таблицы, выразить в математической форме, пригодной для расчетов. Необходимо подобрать такую достаточно простую аппроксимирующую функцию, которая отражает все особенности экспериментально снятой зависимости.

На рис.1 изображен график подлежащей аппроксимации динамической вольтамперной характеристики транзистора. Способ аппроксимации зависит от величины напряжения смещения  $U_{см}$  и амплитуды входного напряжения  $U_{вх}$ , иными словами от того, какой участок характеристики требуется аппроксимировать.



Таблица 1

$U_{\delta}$ , В	$i_k$ , мА							
	Варианты							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,2	0	0	0,01	0,02	0,08	0,11	0	0,05
0,4	0,01	0,03	0,09	0,18	0,29	0,42	0,11	0,26
0,6	0,20	0,28	0,32	0,64	0,61	0,86	0,42	0,55
0,8	0,68	0,92	0,65	1,30	0,99	1,51	0,86	0,90
1,0	1,30	1,75	1,03	2,05	1,40	2,00	1,41	1,35
1,2	1,92	2,58	1,40	2,80	1,81	2,59	2,00	1,86
1,4	2,40	3,22	1,73	3,46	2,20	3,14	2,59	2,41
1,6	2,60	3,48	1,96	3,92	2,51	3,58	3,14	2,90
1,8	2,65	3,55	2,06	4,10	2,72	3,89	3,58	3,20
2,0	2,67	3,60	2,07	4,15	2,80	4,00	3,89	3,40

Таблица 2

Параметры	Варианты										
	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	И	К	Л	М
$U_{см}$ , В	1	1	1,2	0,7	0,5	0,6	0,7	0,2	0,6	0,2	0,8
$U_{вх}$ , В	0,6	0,8	0,8	0,5	0,5	0,4	0,3	1,0	0,6	1,2	0,6
$f_0$ , кГц	100	200	300	400	500	150	250	300	400	350	175
$f_p$ , кГц	100	200	300	800	1000	150	250	600	400	350	350
$Q$	50	50	50	100	100	50	50	100	50	50	100
$R_{эп}$ , кОм	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Таблица 3

Номера по списку	Шифры задания	Номера по списку	Шифры задания	Номера по списку	Шифры задания	Номера по списку	Шифры задания
1	1А	8	6К	15	2А	22	4И
2	3Б	9	7И	16	5Д	23	6Б
3	5И	10	1И	17	1Л	24	1Ж
4	6Д	11	3Е	18	3И	25	5Л
5	2Ж	12	7Л	19	4Б	26	6И
6	5Б	13	2И	20	7Г	27	7В
7	4Л	14	5К	21	2Л	28	4Е

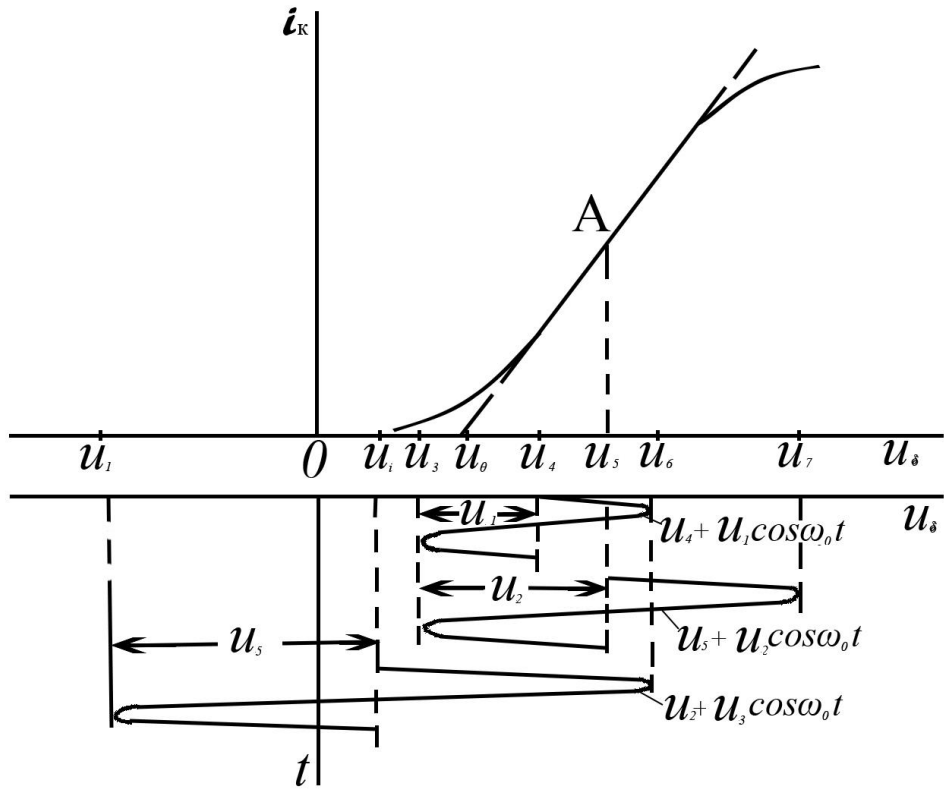


Рисунок 1.

Наиболее часто на практике применяется аппроксимация степенным полиномом и кусочно-линейная аппроксимация.

Аппроксимация степенным полиномом предпочтительнее в тех случаях, когда мгновенные значения напряжения лежат в пределах небольшого интервала  $[U_3, U_7]$ . Если же напряжение изменяется в широком интервале  $[U_1, U_6]$ , то применяется кусочно-линейная аппроксимация.

В частности, если  $U_{см} = U_4$ , а  $U_δ$  изменяется в пределах интервала  $[U_3, U_6]$  в районе напряжения запирания ( $U_{вх} = U_1$ ), то аппроксимирующая функция довольно точно описывается полиномом второй степени

$$i_k = a_0 + a_1 U + a_2 U^2 \quad (1)$$

где  $U = U_δ - U_{см} = U_{вх}$ ,  $a_0 = i_k$  при  $U_δ = U_{см}$ .

Если же  $U_{см} = U_δ$  и точка А является точкой перегиба вольтамперной характеристики, а значения напряжения  $U_δ$  лежат в интервале  $[U_3, U_7]$  ( $U_{вх} = U_2$ ), то поэтому аппроксимирующая функция описывается неполным полиномом третьей степен

$$i_k = a_0 + a_1 U + a_3 U^3 \quad (2)$$

где  $a_0 = i_k$  при  $U_δ = U_{см}$ ,  $a_3 < 0$ .

Коэффициенты  $a_1$  и  $a_2$  или  $a_1$  и  $a_3$  можно найти, составив и решив два уравнения с двумя неизвестными на основе формул (1) или (2), при этом можно использовать значения напряжения  $U = U_\delta - U_{см} = \pm(0,5 \dots 0,7) U_{вх}$  и соответствующие значения тока  $i_k$ . При степенной аппроксимации и гармоническом входном напряжении  $U_{вх} = U_{вх} \cos 2\pi f_0 t$  определяется выражением

$$i_k = I_0 + I_1 \cos 2\pi f_0 t + I_2 \cos 4\pi f_0 t + I_3 \cos 6\pi f_0 t \quad (3)$$

$$I_0 = a_0 + 0,5a_2 U_{вх}^2, \quad I_1 = a_1 U_{вх} + 0,75a_3 U_{вх}^3, \quad I_2 = 0,5a_2 U_{вх}^2, \quad I_3 = 0,25a_3 U_{вх}^3.$$

При кусочно-линейной аппроксимации ( $U_{см} = U_2$ ,  $U_{вх} = U_3$ ) находится напряжение запирающего  $U_0$  (рис. 1) и крутизна спрямленной наклонной части характеристики S. Угол отсечки определяется из условия

$$\cos \theta = \frac{U_0 - U_{см}}{U_{вх}} \quad (4)$$

По известному углу отсечки из таблиц или графиков коэффициентов Берга  $\alpha_n(\theta)$  можно определить  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , тогда постоянная составляющая и амплитуды гармоник тока находятся на основании уравнения  $I_n = S U_{вх} (1 - \cos \theta) \alpha_n$

Сопротивление параллельного колебательного контура, включенного в качестве нагрузки усилителя (умножителя частоты) зависит от частоты в соответствии с формулой

$$Z(f) = \frac{R_{эп}}{1 + jQ\left(\frac{f}{f_p} - \frac{f_p}{f}\right)} \quad (5)$$

Модуль (АЧХ) и аргумент (ФЧХ) комплексного сопротивления определяются соотношениями

$$|Z| = \frac{R_{эп}}{\sqrt{1 + \left[Q\left(\frac{f}{f_p} - \frac{f_p}{f}\right)\right]^2}} \quad (6)$$

$$\varphi_z = -\arctg Q\left(\frac{f}{f_p} - \frac{f_p}{f}\right) \quad (7)$$

Вблизи резонансной частота формулы (5), (6) и (7) можно заменить приближенными зависимостями

$$Z = \frac{R_{\text{эп}}}{1 + j2Q\left(\frac{f - f_p}{f_p}\right)} \quad (8)$$

$$|Z| = \frac{R_{\text{эп}}}{\sqrt{1 + (2Q\frac{f - f_p}{f_p})^2}} \quad (9)$$

$$\varphi_z = -\arctg 2Q \frac{f - f_p}{f_p} \quad (10)$$

Мгновенное значение выходного напряжения определяется выражением

$$U_{\text{вых}} = U_1 \cos[2\pi f_0 t + \varphi_2(f_0)] - U_2 \cos[4\pi f_0 t + \varphi_2(2f_0)] - U_3 \cos[6\pi f_0 t + \varphi_2(3f_0)] \quad (11)$$

где  $U_1 = I_1 |z(f_0)|$ ,  $U_2 = I_2 |z(2f_0)|$ ,  $U_3 = I_3 |z(3f_0)|$

В первом приближении можно учитывать только одну составляющую напряжения с частотой, совпадающей с резонансной частотой  $f_p$ .

Коэффициент нелинейных искажений входного напряжения усилителя находится по формуле

$$K = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2}}{U_1} \quad (12)$$

а в случае удвоителя частоты

$$K = \frac{\sqrt{U_1^2 + U_3^2}}{U_2} \quad (13)$$

## ЗАДАНИЕ 2

- 1). Составить схему одноконтурного LC автогенератора с трансформаторной обратной связью. С этой цепью использовать биполярный транзистор, включенный по схеме с общим эмиттером и колебательный контур с элементами L, C и r, величины которых приведены в таблице 4. Коэффициент взаимной индуктивности катушек трансформатора M. Для создания напряжения смещения в цепи базы использовать коллекторную батарею.
- 2). По заданной динамической характеристике транзистора

$$i_k = a_0 + a_1 U + a_2 U^2 + a_3 U^3 + a_4 U^4 + a_5 U^5 \quad (14)$$

где  $U = U_{\delta} - U_{см}$ , найти зависимость коэффициента усиления усилителя автогенератора от амплитуды напряжения на базе транзистора и построить график.

Параметры характеристики транзистора представлены в табл.6.

- 3). Определить критические значения коэффициента взаимной индуктивности  $M_{кр}$  (или  $M_{кр1}$ , и  $M_{кр2}$ ), соответствующие возникновению (или возникновению и срыву) генерации.
- 4). Построить график зависимости амплитуды напряжения на выходе усилителя автогенератора  $U_{вых}$  от величины  $M$ .
- 5). Определить мгновенное значение выходного напряжения при  $M = 1.2M_{кр}$  (или  $1.2M_{кр2}$ )
- 6). Указать, какой режим самовозбуждения (мягкий или жесткий) имеет место.  
Шифр задания соответствует порядковому номеру по списку (табл. 6).  
Пример: шифр 4И, где 4 - вариант характеристики, И - вариант контура.

Таблица 4

Параметры	Варианты									
	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	И	К	Л
L, мкГн	40	32	48	36	44	48	52	56	60	64
C, пФ	1000	800	1200	900	1100	1200	1300	1400	1500	1600
r, Ом	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5

Таблица 5

Параметры	Варианты						
	1	2	3	4	5	6	7
$a_1, \frac{mA}{B}$	2.5	2.5	2.0	2.0	1.8	1.8	1.5
$a_3, \frac{mA}{B^3}$	0.6	-0.60	0.56	-0.52	0.48	-0.44	0.40
$a_5, \frac{mA}{B^5}$	-0.080	-0.072	-0.064	-0.056	-0.048	-0.040	-0.040

Таблица 6

Номера по списку	Шифры задания	Номера по списку	Шифры задания	Номера по списку	Шифры задания	Номера по списку	Шифры задания
1	1А	8	1И	15	1Д	22	1Б
2	2Б	9	2К	16	2Е	23	2В
3	3В	10	3Л	17	3Ж	24	3Г
4	4Г	11	4А	18	4И	25	4Д
5	5Д	12	5Б	19	5К	26	5Е
6	6Е	13	6В	20	6Л	27	6Ж
7	7Ж	14	7Г	21	7А	28	7И

## Методические указания

Коэффициент усиления нелинейного усилителя автогенератора можно выразить через параметры динамической вольтамперной характеристики транзистора и амплитуду входного напряжения на основании следующих соотношений

$$K_y = \frac{U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{I_1 R_{\text{Эр}}}{U_{\text{ВХ}}} = \frac{I_1 \frac{L}{Cr}}{U_{\text{ВХ}}} \quad (15)$$

$$I_1 = a_1 U_{\text{ВХ}} + \frac{3}{4} a_3 U_{\text{ВХ}}^3 + \frac{5}{8} a_5 U_{\text{ВХ}}^5 \quad (16)$$

где  $I_1$  - амплитуда первой гармоники коллекторного тока,  $R_{\text{Эр}}$  - сопротивление контура при резонансе,  $U_{\text{ВХ}}$  и  $U_{\text{ВЫХ}}$  - амплитуда напряжения на входе и выходе нелинейного усилителя автогенератора.

Используя формулы ( 5 ) и ( 6 ) , получим

$$K_y = \frac{L}{Cr} (a_1 + \frac{3}{4} a_3 U_{\text{ВХ}}^2 + \frac{5}{8} a_5 U_{\text{ВХ}}^4) \quad (17)$$

Как видно из (17), коэффициенты  $a_n$ , с четными индексами не влияют на коэффициент усиления.

Знак коэффициента  $a_3$  зависит от величины напряжения смещения. Если рабочая точка находится на линейном участке вольтамперной характеристики транзистора, то  $a_3 < 0$ , в то время как при выборе рабочей точки на нелинейном участке характеристики вблизи напряжения запираания  $a_3 > 0$ .

Графики  $K_y (U_{\text{ВХ}})$  при  $a_3 < 0$  и  $a_3 > 0$  приведены на рис.2,а и 3,а соответственно. На этих же рисунках приведены горизонтальные линии на уровнях  $\frac{L}{M_1}, \frac{L}{M_2}, \frac{L}{M_3}$  и  $\frac{L}{M_4}$ , где  $M_1 < M_2 < M_3 < M_4 < M_5$ . С ростом  $M$  эти линии опускаются.

В случае  $a_3 < 0$  автогенератор самовозбуждается при  $\frac{L}{M} < K_0$ , а в случае  $a_3 > 0$  при  $\frac{L}{M} = K_0$

Стационарная амплитуда колебаний автогенератор находится как абсцисса точки пересечения кривой  $K_y (U_{\text{ВХ}})$  с линией обратной связи  $\frac{L}{M}$ , причем в точке пересечения производная  $K_y$  должна быть отрицательной. Так, например, при  $M = M_3$   $U_{\text{ВХ}} = U_{\text{ВХ}3}$ , а при  $M = M_4$   $U_{\text{ВХ}} = U_{\text{ВХ}4}$ .

Минимальная взаимная индуктивность  $M$ , при которой происходит самовозбуждение, называется критической. При  $a_3 < 0$   $M_{\text{кр}} = M_2$  а при  $a_3 > 0$   $M_{\text{кр}2} = M_3$ .

Максимальное значение коэффициента усиления в случае  $a_3 > 0$  в соответствии с (17) передаётся выражением

$$K_{y \max} = \frac{L}{C^2} \left( a_1 + 0.225 \frac{a_3^2}{|a_5|} \right) \quad (18)$$

Этот максимум  $K_y$  имеет место при  $U_{\text{вх}} = \sqrt{0,6 \frac{a_3}{|a_5|}}$ . В случае же  $a_3 < 0$   $K_{y \max} = K_0 = a_1 \frac{L}{Cr}$  при  $U_{\text{вх}} = 0$ .

Графики  $U_{\text{вых}}(M)$  при  $a_3 < 0$  и  $a_3 > 0$  показаны на рис.2, 6 и 3,6. Ординаты  $U_{\text{вых}}(M)$  определяется как произведение  $U_{\text{вх}n} * K_y(U_{\text{вх}n})$ , где стационарная амплитуда  $U_{\text{вх}n}$  и коэффициент усиления  $K_y(U_{\text{вх}n})$  - координаты точек кривых на рис.2а и 3а при разных  $M$ .

Коэффициент усиления при  $a_3 < 0$  плавно уменьшается с ростом амплитуда входного напряжения, а амплитуда выходного напряжения автогенератора при изменении коэффициента взаимной индуктивности изменяется плавно, без скачков. Такой режим самовозбуждения называется мягким.

В случае график  $K_y(U_{\text{вх}})$  содержит максимум и самовозбуждение при увеличении  $M$  происходит при  $M_{\text{кр}2} = M_3$ , при этом на выходе сразу устанавливается большая амплитуда колебаний  $U_{\text{вых}3}$ , а срыв колебаний при уменьшении связи происходит при  $M_{\text{кр}1} = M_2 = \frac{L}{K_{\text{max}}}$ , когда амплитуда скачком уменьшается от значения  $U_{\text{вых}2}$  до 0. Такой режим работы автогенератора называется жестким.

### ЗАДАНИЕ 3

- 1). Найти амплитудный спектр заданного в табл.7 сигнала при  $A = IB$  и  $t_4 = 10$  мкс. Построить график.
- 2). Произвести дискретизацию заданного сигнала. Определить интервал дискретизации, количество отсчетов и значения дискретного сигнала в отсчетные моменты времени. Записать в аналитической форме найденный дискретный сигнал. Построить и сопоставить графики аналогового и дискретного сигналов.
- 3). Определить и построить график амплитудного спектра найденного дискретного сигнала. Сопоставить между собой спектры дискретного и аналогового сигналов.
- 4). Найти изображения дискретного сигнала на  $p$ -плоскости и  $Z$ -плоскости.
- 5). По заданной канонической схеме дискретной цепи (рис.4) найти операторный коэффициент передачи и системную функцию.
- 6). Составить уравнение, связывающее отсчеты входного и выходного сигналов. Рассчитать дискретный сигнал на выходе заданной цепи, считая, что на ее входе действует найденный в п.2 дискретный сигнал. Параметры цепи представлены в табл.8. Построить графики выходного дискретного сигнала и соответствующего ему аналогового сигнала. Сделать вывод о преобразовании сигнала в заданной цепи.

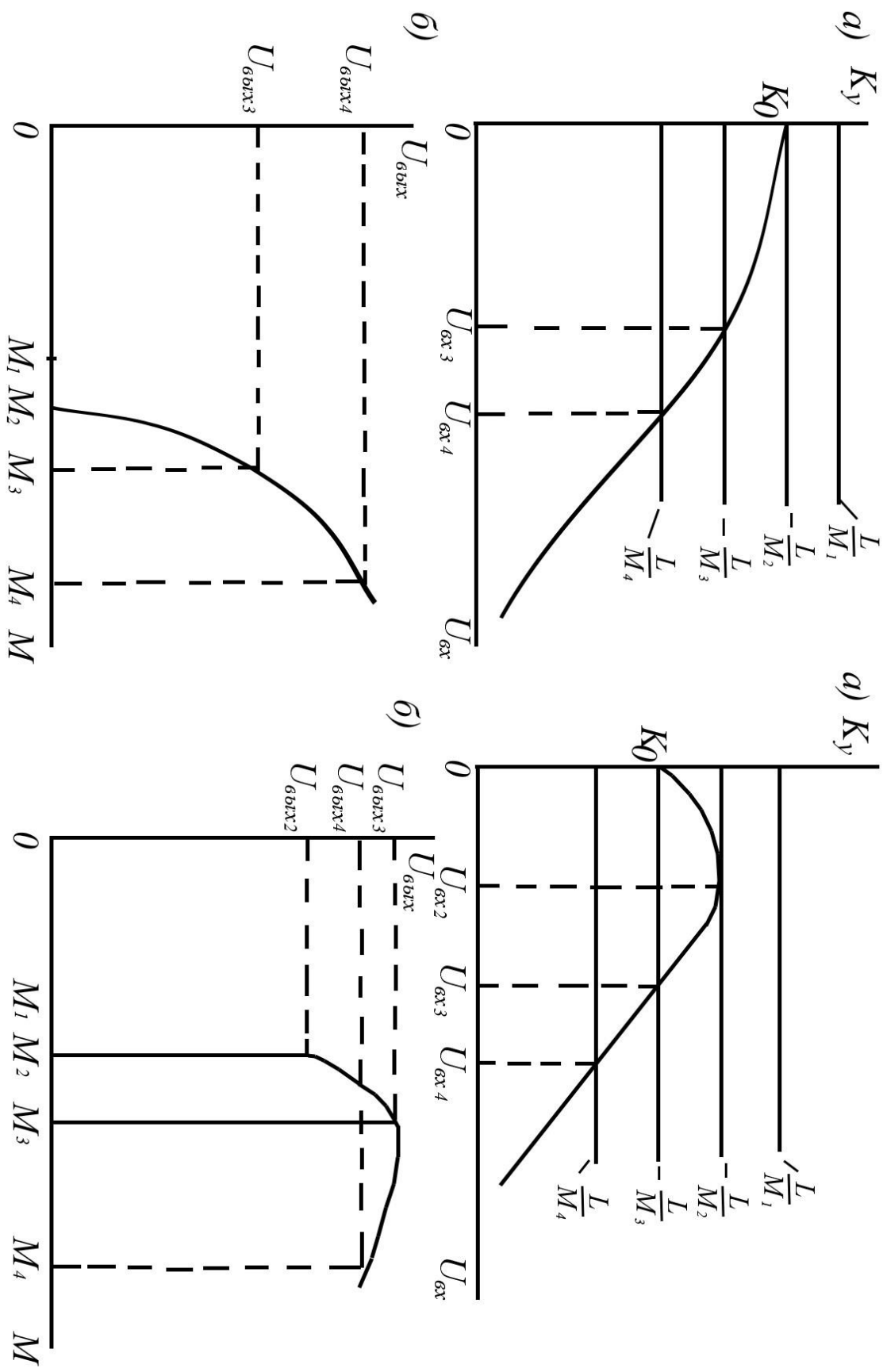


Рисунок 2



7). В порядке учебно-исследовательской работы по указанию преподавателя произвести расчет выходного дискретного сигнала одним из нижеперечисленных методов: методом дискретной свертки, спектральным, операторным, методом Z-преобразования.

Шифр задания указан в табл.9.

Пример: шифр 2В, где 2 - вариант входного сигнала, В - вариант параметров дискретной цепи.

#### Методические указания

Сигнал, полученный при дискретизации аналогового сигнала  $S(t)$ , можно записать в виде выражения

$$S_T(t) = T \sum_{k=0}^{n-1} s(kT)\delta(t - kT) \quad (19)$$

где  $T$ -интервал дискретизации;  $N$  - число отсчетов;  $K$  – целое число.

Если входной сигнал определен на интервале  $[0, t_c]$ , то  $T = \frac{t_c}{N}$ .

Интервал  $T$  может быть выбран в соответствии с теоремой отсчетов Котельникова по формуле

$$T \leq \frac{\pi}{\omega_M} = \frac{1}{2f_M},$$

где  $f_M = \frac{\omega_M}{2\pi}$  – максимальная частота спектра входного сигнала.

Вычисление амплитудных спектров аналоговых сигналов значительно упрощается, если перенести начало координат в точку  $t = \frac{1}{2}t_u$ , при этом в аналитическом выражении переменная  $t$  заменяется на  $t + \frac{1}{2}t_u$ .

Построив график модуля спектральной функции выданного сигнала  $S(f)$  и проведя уровень  $0,05 \dots 0$  от максимального значения  $S(f)$ , можно определить  $f_M$ . На частотах  $t > f_M$  график  $S(f)$  лежит ниже проведенного уровня.

При вычислении амплитудного спектра дискретного сигнала целесообразно так расположить начало координат, чтобы сигнал стал четным (или нечетным). В этом случае спектральная функция  $S_T(f)$  становится вещественной и определяется суммой косинусов а кратными аргументами (или становятся мнимой, и определяется суммой синусов).

Учитывая, что функция  $S_T(f)$  является периодической с периодом  $1/T$ , следует значения  $S_T(f)$  вычислить на интервале частот  $[0, \frac{1}{2T}]$ .

Таблица 7

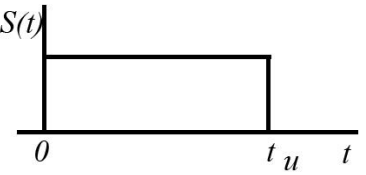
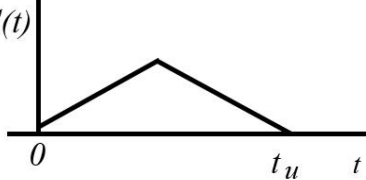
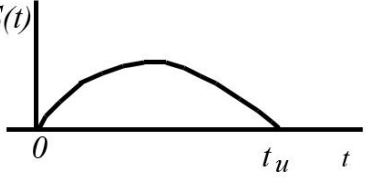
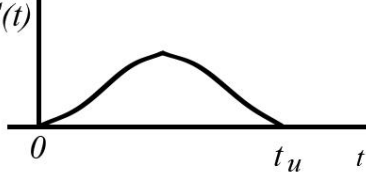
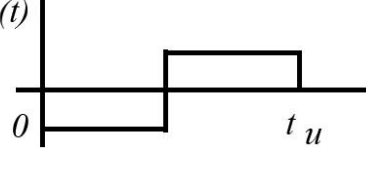
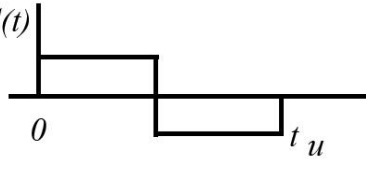
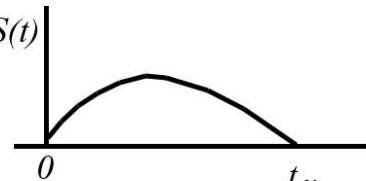
Варианты	Графики	Аналитические выражения
1		$s(t) = \begin{cases} A, & \text{при } 0 \leq t \leq t_u \\ 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t > t_u \end{cases}$
2		$s(t) = \begin{cases} 2A \frac{t}{t_u}, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{t_u}{2} \\ 2A \left(1 - \frac{t}{t_u}\right), & \text{при } \frac{t_u}{2} < t < t_u \\ 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t > t_u \end{cases}$
3		$s(t) = \begin{cases} A \sin \pi \frac{t}{t_u}, & \text{при } 0 \leq t \leq t_u \\ 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t > t_u \end{cases}$
4		$s(t) = \begin{cases} A \sin^2 \pi \frac{t}{t_u}, & \text{при } 0 \leq t \leq t_u \\ 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t > t_u \end{cases}$
5		$s(t) = \begin{cases} -A, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{t_u}{2} \\ A, & \text{при } \frac{t_u}{2} \leq t \leq t_u \\ 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t > t_u \end{cases}$
6		$s(t) = \begin{cases} -A, & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{t_u}{2} \\ A, & \text{при } \frac{t_u}{2} \leq t \leq t_u \\ 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t > t_u \end{cases}$
7		$s(t) = \begin{cases} A \left[1 - \left(\frac{2t - t_u}{t_u}\right)^2\right], & \text{при } 0 \leq t \leq t_u \\ 0, & \text{при } t < 0 \text{ и } t > t_u \end{cases}$

Таблица 8

Варианты	Параметры цепи										
	$b_1$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$	$a_8$	$a_9$
А	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Б	0,8	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
В	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0
Г	0	1	0,7	0,49	0,34	0,24	0,17	0,12	0,08	0,06	0,04
В	0	0	1	-1	0	0	0	0	0	0	0

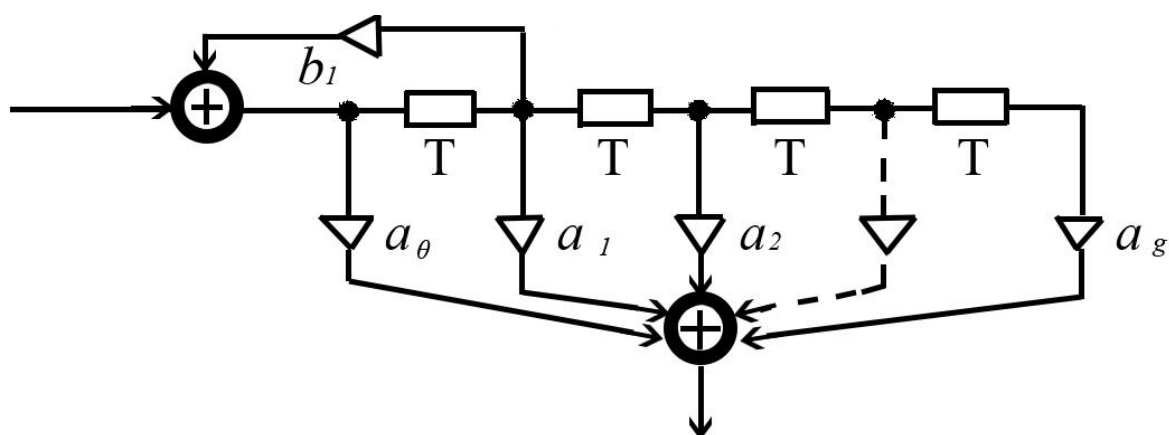


Рисунок 4.

Таблица 9

Номера по списку	Шифры задания	Номера по списку	Шифры задания	Номера по списку	Шифры задания	Номера по списку	Шифры задания
1	1А	8	2В	15	3Д	22	5Б
2	2Б	9	2Г	16	4А	23	5В
3	1В	10	2Д	17	4Б	24	5Г
4	1Г	11	3А	18	4В	25	4Д
5	1Д	12	3Б	19	5Г	26	6А
6	2А	13	6В	20	4Д	27	6Б
7	2Б	14	3Г	21	5А	28	6В

Изображения дискретного сигнала на  $P$ -плоскости и на  $Z$ -плоскости при отсчете времени от выборки  $S(0)$  находятся по формулам

$$S_T(p) = T \sum_{k=0}^{N-1} s(kT) e^{-pkT} \quad (20)$$

$$S(z) = T \sum_{k=0}^{N-1} s(kT) z^{-k} \quad (21)$$

Операторный коэффициент передачи и системная функция заданной дискретной цепи определяется выражениями

$$K_T(p) = \frac{\sum_{k=0}^9 \alpha_k e^{-pkT}}{1 - b_1 e^{-pT}}, \quad (22)$$

$$K(z) = \frac{\sum_{k=0}^9 \alpha_k z^{-k}}{1 - b_1 z^{-1}}, \quad (23)$$

Отсчеты входного и выходного сигнала связаны зависимостью

$$s_{\text{вых}}(nT) = \sum_{k=0}^n s[(n-k)T] a_k + b_1 s_{\text{вых}}[(n-1)T]. \quad (24)$$

При определении отсчетов выходного сигнала по формуле дискретной свертки, спектральными операторными методами и методом  $z$  – преобразованиям применяются следующие соотношения

$$s_{\text{вых}}(nT) = T \sum_{k=0}^n s[(n-k)T] g(kT), \quad (25)$$

где  $g(kT) = 1/T a_k$  при  $b_1 = 0$  и  $g(kT) = \frac{1}{T} a_0 b_1^k$  (для варианта Б);

$$s_{\text{вых}}(nT) = \frac{1}{NT} \sum_{k=0}^{N-1} S_T(kf_1) K_T(kf_1) e^{j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad (26)$$

где  $f = \frac{1}{NT}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .

При вычислении по формуле (25) используется дискретный спектр, что эквивалентно периодическому сигналу, период которого можно выбрать из условия  $t_c = (2 \dots 3)t_u$ .

### Примеры расчетов.

1. Найти параметры выходного сигнала в соответствии с заданием 1 шифр 8М.

В данном примере требуется аппроксимировать ВАХ транзистора на интервале напряжений от 0,2 В до 1,4 В, т.е. в окрестности напряжения запирающего. Будем искать зависимость между током  $i_k$  и напряжением  $u_\delta$  в виде полинома второй степени.

$$i_k = a_0 + a_1 u + a_2 u^2, \quad (27)$$

где  $a_0 = 0,9 \text{ мА}$ ,  $u = u_\delta - u_{cm} = U_{\text{вх}} \cos 2\pi f_0 t$ .

Для нахождения коэффициентов  $a_1$  и  $a_2$  составим систему из двух уравнений.

$$1,86 = 0,9 + a_1 0,4 + a_2 (0,4)^2,$$

$$0,26 = 0,9 + a_1 (-0,4) + a_2 (0,4)^2.$$

Вычтя второе уравнение из первого, находим  $a_1 = 2 \frac{\text{мА}}{\text{В}}$ ; а сложив уравнения, получим  $a_2 = I \frac{\text{мА}}{\text{В}^2}$ .

Рассчитаем и сведем в таблицу значения тока по аппроксимированной зависимости и сравним их с ординатами заданной характеристики.

$u_\delta, \text{ В}$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
$i_k, \text{ мА}$	0,06	0,26	0,54	0,9	1,34	1,66	2,46

Наибольшая абсолютная величина погрешности аппроксимации составляет 0,05 мА при максимальном токе 2,46 мА, что составляет около 2%.

Подставив в уравнение (29) значения  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  и  $u = U_{\text{вх}} \cos 2\pi f_0 t$ , найдем постоянную составляющую и амплитуды первой и второй гармоник тока.

$$I_0 = a_0 + \frac{1}{2} a_2 U_{\text{вх}}^2 = 0,9 + \frac{1}{2} 0,6^2 = 1,08 \text{ мА}$$

$$I_1 = a_1 U_{\text{вх}} = 2 * 0,6 = 1,2 \text{ мА}; \quad I_2 = \frac{1}{2} a_2 U_{\text{вх}}^2 = \frac{1}{2} * 0,6^2 = 0,18 \text{ мА}$$

Частоты первой и второй гармоник тока соответственно равны 175 кГц и 350 кГц.

Найдем величину сопротивления нагрузки и амплитуду входного напряжения на этих частотах.

$$Z(f_0) = \frac{R_{\text{эп}}}{1 + jQ \left( \frac{f}{f_p} - \frac{f_p}{f} \right)} = \frac{10^4}{1 + j100 \left( \frac{175}{350} - \frac{350}{175} \right)} \approx j67 \text{ Ом};$$

$$|Z(f_0)| = 67 \text{ Ом}, \quad \varphi_z(f_0) = 90^\circ;$$

$$|Z(2f_0)| = 10^4 \text{ Ом}, \quad \varphi_z(2f_0) = 90^\circ;$$

$$U_1 = I_1 |Z(f_0)| = 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 67 = 0,08 \text{ В};$$

$$U_2 = I_2 |Z(2f_0)| = 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 = 1,8 \text{ В}.$$

Таким образом, мгновенное значение напряжения на выходе определяются выражением

$$u_{\text{вых}} = -0,08 \cos(2\pi f_0 t + 90^\circ) - 1,8 \cos(4\pi f_0 t), \quad \text{В}.$$

Если не учитывать составляющую тока с частотой  $f_0$  из-за ее малости ( $U_1 \ll U_2$ ), то

$$u_{\text{ВЫХ}} = -1,8 \cos(4\pi f_0 t), \quad \text{В.}$$

В схеме происходит удвоение частоты гармонического колебания. Коэффициент нелинейных искажений входного напряжения в данном случае определяется отношением амплитуд  $U_1$  и  $U_2$ , т.е.

$$K = \frac{U_1}{U_2} = \frac{0,08}{1,8} = 0,044, \quad K = 4,4\%.$$

2. Определить характеристики автогенератора гармонических колебаний в соответствии с заданием 2 при следующих данных:

$$a_1 = 2,2 \frac{\text{мА}}{\text{В}}, \quad a_3 = 0,5 \frac{\text{мА}}{\text{В}}, \quad a_5 = 2,2 \frac{\text{мА}}{\text{В}}, \quad L=44\text{мкГн}, \quad C=1100\text{нФ}, \quad r=40\text{м}.$$

По условию задачи,  $a_3 > 0$ , поэтому режим самовозбуждения является жестким. Выразим коэффициент усиления нелинейного усилителя автогенератора через амплитуду входного напряжения

$$\begin{aligned} K_y &= \frac{L}{Cr} \left( a_1 + \frac{3}{4} a_3 U_{\text{ВХ}}^2 + \frac{5}{8} a_5 U_{\text{ВХ}}^4 \right) \\ &= \frac{44 \cdot 10^{-6}}{11000 \cdot 10^{-12} \cdot 4} \left( 2,2 \cdot 10^{-3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{-3} U_{\text{ВХ}}^2 + \frac{5}{8} (-0,064) \cdot 10^{-3} U_{\text{ВХ}}^4 \right) = \\ &= 22(1 + 0,17 U_{\text{ВХ}}^2 - 0,018 U_{\text{ВХ}}^4). \end{aligned}$$

Отсюда получаем  $K_0 = 22$ ,  $K_{\text{max}} = 30,8$  при  $U_{\text{ВХ}} = 2,16 \text{ В}$ .

Графики  $K_y(U_{\text{ВХ}})$  и  $U_{\text{ВЫХ}}(M)$  изображены на рис. 5. Самовозбуждение происходит при  $M = \frac{L}{K_0} = \frac{44 \cdot 10^{-6}}{22} = 2 \text{ мкГн}$ , срыв колебаний при  $M = \frac{L}{K_{\text{max}}} = 1,3 \text{ мкГн}$ . Следовательно,  $M_{\text{кр1}} = 1,43 \text{ мкГн}$ ,  $M_{\text{кр2}} = 2 \text{ мкГн}$ .

Рассчитаем значение  $U_{\text{ВХ}}$  при  $M=1,2 M_{\text{кр2}} = 2,4 \text{ мкГн}$ . Из условия  $K_y = \frac{L}{M}$  находим  $K_y = \frac{44}{2,4} = 18,3$ , затем из графика  $K_y(U_{\text{ВХ}})$  получим  $U_{\text{ВХ}} = 3,2 \text{ В}$ . При этом амплитуда напряжения на выходе нелинейного усилителя равна  $U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВХ}} \cdot K_y = 3,2 \cdot 18,3 = 58,6 \text{ В}$ .

Частота колебаний совпадает с резонансной частотой контура т.е.

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{44 \cdot 10^{-6} \cdot 1100 \cdot 10^{-12}}} = 4,55 \cdot 10^6 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Таким образом, мгновенное значение напряжения на выходе усилителя генератора определяется выражением

$$U_{\text{ВЫХ}} = 58,6 \cos(4,55 \cdot 10^6 t + \theta), \text{ В}$$

где  $\theta$ - случайная начальная фаза.

3. Найти характеристики дискретной цепи и сигнал на ее выходе в соответствии с заданием 3 при следующих данных:

$b_1 = 0,6$ ;  $a_1 = 1$ ;  $a_0 = a_2 = a_3 = \dots = a_9 = 0$ . График и аналитическое выражение аналогового сигнала  $s(t)$  приведены в табл. 7 (вариант 7).

Для нахождения модуля спектральной функции аналогового сигнала переместим в начало координат в точку  $t = 1/2 t_u$ . Сигнал становится четным и описывается формулой

$$s_1(t) = A \left[ 1 - \left( \frac{2t}{t_u} \right)^2 \right], \quad -\frac{t_u}{2} \leq t \leq \frac{t_u}{2}.$$

Спектральная функция четного сигнала является вещественной, т.е. не содержит мнимой составляющей.

$$S_1(f) = 2A \int_0^{\frac{t_u}{2}} \left[ 1 - \left( \frac{2t}{t_u} \right)^2 \right] \cos 2\pi f t dt = 2A t_u \left[ \frac{\sin \pi f t_u}{(\pi f t_u)^3} - \frac{\cos \pi f t_u}{(\pi f t_u)^2} \right],$$

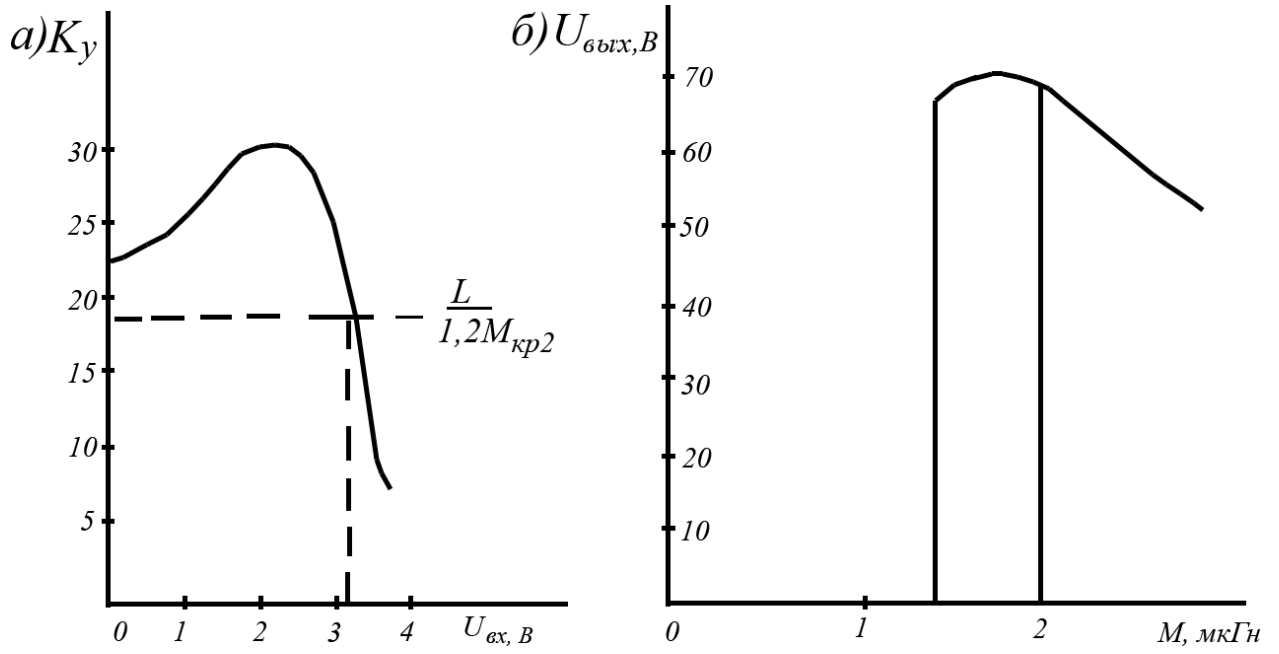


Рис. 5

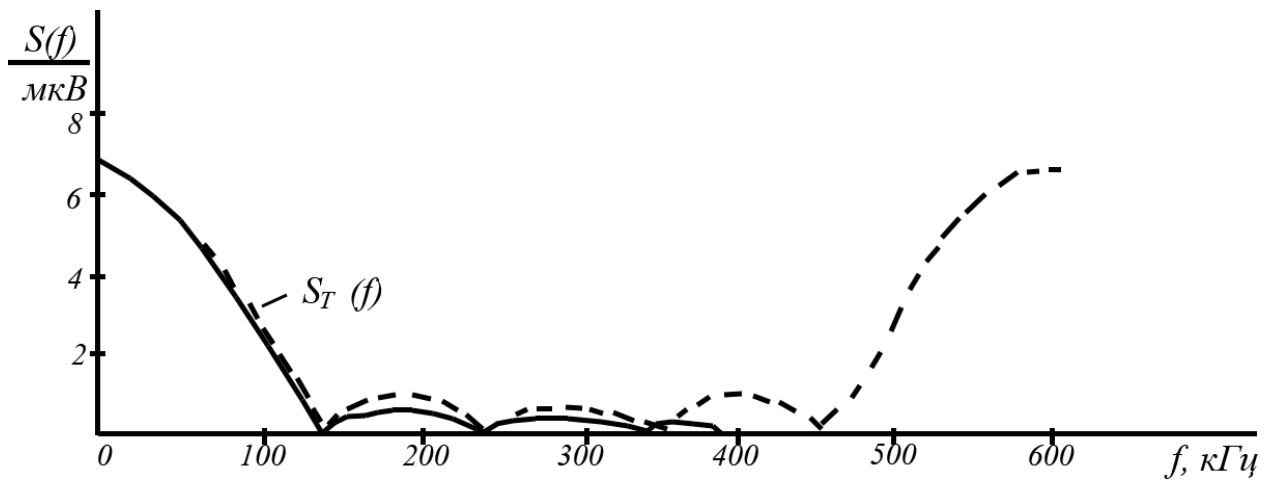


Рис. 6

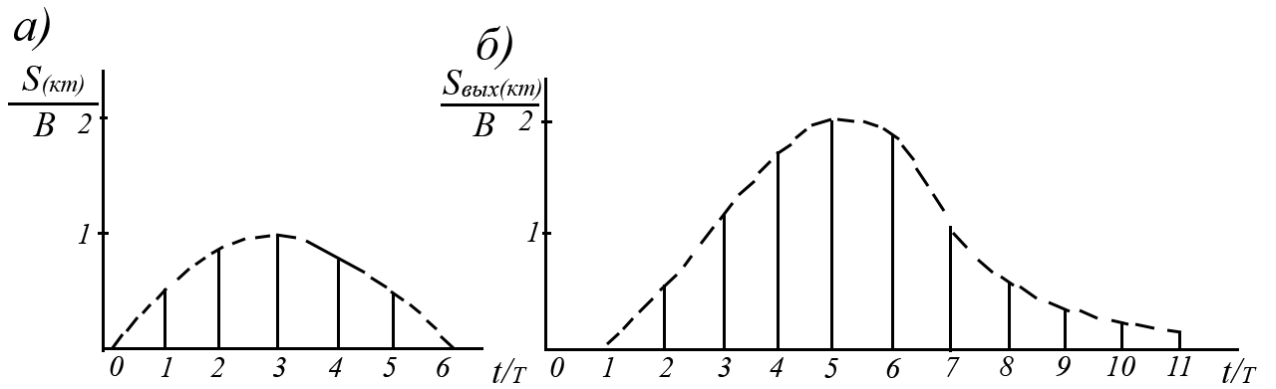


Рис. 7



График модуля  $S(f)$  при  $t_u = 10$  мкс и  $A=1$  В изображен на рис.6 сплошной линией. Для определения значения  $S(0)$  использованы приближенные формулы

$$\sin x = x - \frac{x^3}{6}, \quad \cos x = 1 - \frac{x^2}{2},$$

которые имеют место при малых  $x$ .

За  $f_M$  примем частоту, выше которой значения  $S(f)$  лежат ниже уровня  $0,05 S(0)$ . Из рис. 6 следует, что  $f_M = 225$ кГц. Отсюда найдем интервал дискретизации.

$$T \leq \frac{1}{2f_M} = \frac{1}{2 \cdot 225 \cdot 10^3} = 2,2 \text{ мкс.}$$

Дальнейшие вычисления упрощаются при целом числе дискретов  $N$ . Возьмем  $N=6$ ,  $T=1,67$  мкс. В рассматриваемом примере  $s(0)=0$ , первый дискрет отсутствует и число ненулевых дискретов равно 5. Аналитическое выражение дискретного входного сигнала имеет вид

$$s_T(t) = T \sum_{K=1}^5 s(kT) \delta(t - kT),$$

где  $s(T)=s(5T)=0,56$  В,  $s(2T)=s(4T)=0,89$  В,  $s(3T)=1$  В.

Найдем спектральную функцию входного дискретного сигнала.

$$\begin{aligned} \dot{S}_T(f) &= T \sum_{K=1}^5 s(kT) e^{-j2\pi f kT} \\ &= e^{-j6\pi f T} (1,67 + 2,96 \cos(1,04 \cdot 10^{-5} f) + 1,86 \cos(2,098 \cdot 10^{-5} f)), \text{ В} \cdot \text{мкс} \end{aligned}$$

График модуля спектральной функции дискретного сигнала изображен на рис. 6 пунктирной линией. Степень совпадения спектров аналогового и дискретного сигналов на участке частот  $[0, 300$  кГц] повышается при уменьшении интервала дискретизации.

Изображения найденного дискретного сигнала на  $P$ -плоскости и на  $Z$ -плоскости определяется выражениями.

$$\dot{S}_T(p) = T \sum_{K=1}^5 s(kT) e^{-pkT} = T(0,56e^{-pT} + 0,89e^{-2pT} + e^{-3pT} + 0,89e^{-4pT} + 0,56e^{-5pT}),$$

$$S(z) = T \sum_{K=1}^5 s(kT) z^{-k} = T(0,56z^{-1} + 0,89z^{-2} + z^{-3} + 0,89z^{-4} + 0,56z^{-5}).$$

Операторный коэффициент передачи и системная функция заданной цепи имеет вид

$$K_T(p) = \frac{e^{-pT}}{1 - 0,6e^{-pT}} = \frac{1}{e^{-pT} - 0,6}; \quad K(z) = \frac{z^{-1}}{1 - 0,6z^{-1}} = \frac{1}{z - 0,6}.$$

Отсчеты входного и выходного сигналов связаны уравнением

$$s_{\text{ВЫХ}}(nT) = s[(n-1)T + 0,6s_{\text{ВЫХ}}[(n-1)T]].$$

Вычислим по этой формуле отсчеты выходного сигнала.

$$s_{\text{ВЫХ}}(T) = 0; \quad s_{\text{ВЫХ}}(2T) = 0,56 \text{ В}; \quad s_{\text{ВЫХ}}(3T) = 0,89 + 0,6 \cdot 0,56 = 1,22 \text{ В};$$

$$s_{\text{ВЫХ}}(4T) = 1 + 0,6 \cdot 1,22 = 1,73 \text{ В}; \quad s_{\text{ВЫХ}}(5T) = 0,89 + 0,6 \cdot 1,73 = 1,93 \text{ В};$$

$$s_{\text{ВЫХ}}(6T) = 0,56 + 0,6 \cdot 1,93 = 1,72 \text{ В}; \quad s_{\text{ВЫХ}}(7T) = 0,6 \cdot 1,72 = 1,03 \text{ В};$$

$$s_{\text{ВЫХ}}(8T) = 0,6 \cdot 1,03 = 0,62 \text{ В}; \quad s_{\text{ВЫХ}}(9T) = 0,6 \cdot 0,62 = 0,37 \text{ В};$$

$$s_{\text{ВЫХ}}(10T) = 0,6 \cdot 0,37 = 0,22 \text{ В}; \quad s_{\text{ВЫХ}}(11T) = 0,13 \text{ В}; \quad i_{\text{ВЫХ}}(12T) = 0,08 \text{ В}.$$

Отсчеты входного и выходного дискретного сигналов и соответствующие им аналоговые сигналы изображения на рис 7.

При анализе методом дискретной свертки необходимо найти отсчеты импульсной характеристики фильтра. Выразим импульсную характеристику через параметры схемы.

$$g(t) = \delta(t-T) + b_1 \delta(t-2T) + b_1^2 \delta(t-3T) + b_1^3 \delta(t-4T) + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} b_1^{(k-1)} \delta(t-kT)$$

Отсюда  $g(kT) = \frac{1}{T} b_1^{(k-1)}$ . Таким образом, получим

$$s_{\text{ВЫХ}}(nT) = \sum_{k=1}^n s[(n-k)T] b_1^{(k-1)}.$$

Вычисления по этой формуле дают значения отсчетов выходного сигнала, совпадающие с вычисленными выше.

Для вычислений спектральным методом необходимо определить значения  $\dot{S}_T(kf_1)$  и  $\dot{K}_T(kf_1)$ , где  $f_1 = \frac{1}{NT}$ , а  $k$  принимают значения  $0, 1, 2, \dots, N-1$ .

Отсчеты выходного сигнала, рассчитанные спектральным методом (также как и операторным методом и методом Z-преобразования) незначительно отличается от ранее найденного, что допустимо при вычислениях разными методами.

## ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ

$$1. \int \cos ax \cos bx \, dx = \frac{\sin(a-b)x}{2(a-b)} + \frac{\sin(a+b)x}{2(a+b)}$$

$$2. \int x e^{ax} \, dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1)$$

$$3. \int e^{ax} \sin bx \, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \sin bx - b \cos bx)$$

$$4. \int e^{ax} \cos bx \, dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2} (a \cos bx + b \sin bx)$$

$$5. \int x \sin ax \, dx = \frac{\sin ax}{a^2} - \frac{x \cos ax}{a}$$

$$6. \int x \cos ax \, dx = \frac{\cos ax}{a^2} - \frac{x \sin ax}{a}$$

$$7. \int_0^{\infty} \frac{\sin ax}{x} \, dx = \frac{\pi}{2} \quad \text{при } a > 0$$

$$8. \int_0^{\infty} \frac{\cos ax}{x} \, dx = \frac{\pi}{2} e^{-|a|}$$

$$9. \int_0^{\infty} \frac{\cos ax}{b^2+x^2} \, dx = \frac{\pi}{2b} e^{-i|a|}$$

## ФОРМУЛЫ ЭЙЛЕРА

$$e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha ; \quad e^{-j\alpha} = \cos \alpha - j \sin \alpha ;$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j} ; \quad \cos \alpha = \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} ;$$

## ТАБЛИЦА ИЗОБРАЖЕНИЙ ФУНКЦИЙ ПО ЛАПЛАСУ

1.  $\delta(t) = 1$

6.  $1 - e^{-\alpha t} = \frac{\alpha}{\rho(\rho + \alpha)}$

2.  $1(t) = \frac{1}{p}$

7.  $\delta(t) - \alpha e^{-\alpha t} = \frac{\rho}{\rho + \alpha}$

3.  $e^{-\alpha t} = \frac{1}{\rho + \alpha}$

8.  $\sin \omega_0 t = \frac{\omega_0}{\rho^2 + \omega_0^2}$

4.  $t = \frac{1}{\rho^2}$

9.  $\cos \omega_0 t = \frac{\rho}{\rho^2 + \omega_0^2}$

5.  $t^n = \frac{n!}{\rho^{n+1}}$

10.  $e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t = \frac{\omega_0}{(\rho + \alpha)^2 + \omega_0^2}$

## ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

1.  $\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha$

2.  $\cos^3 \alpha = \frac{3}{4} \cos \alpha + \frac{1}{4} \cos 3\alpha$

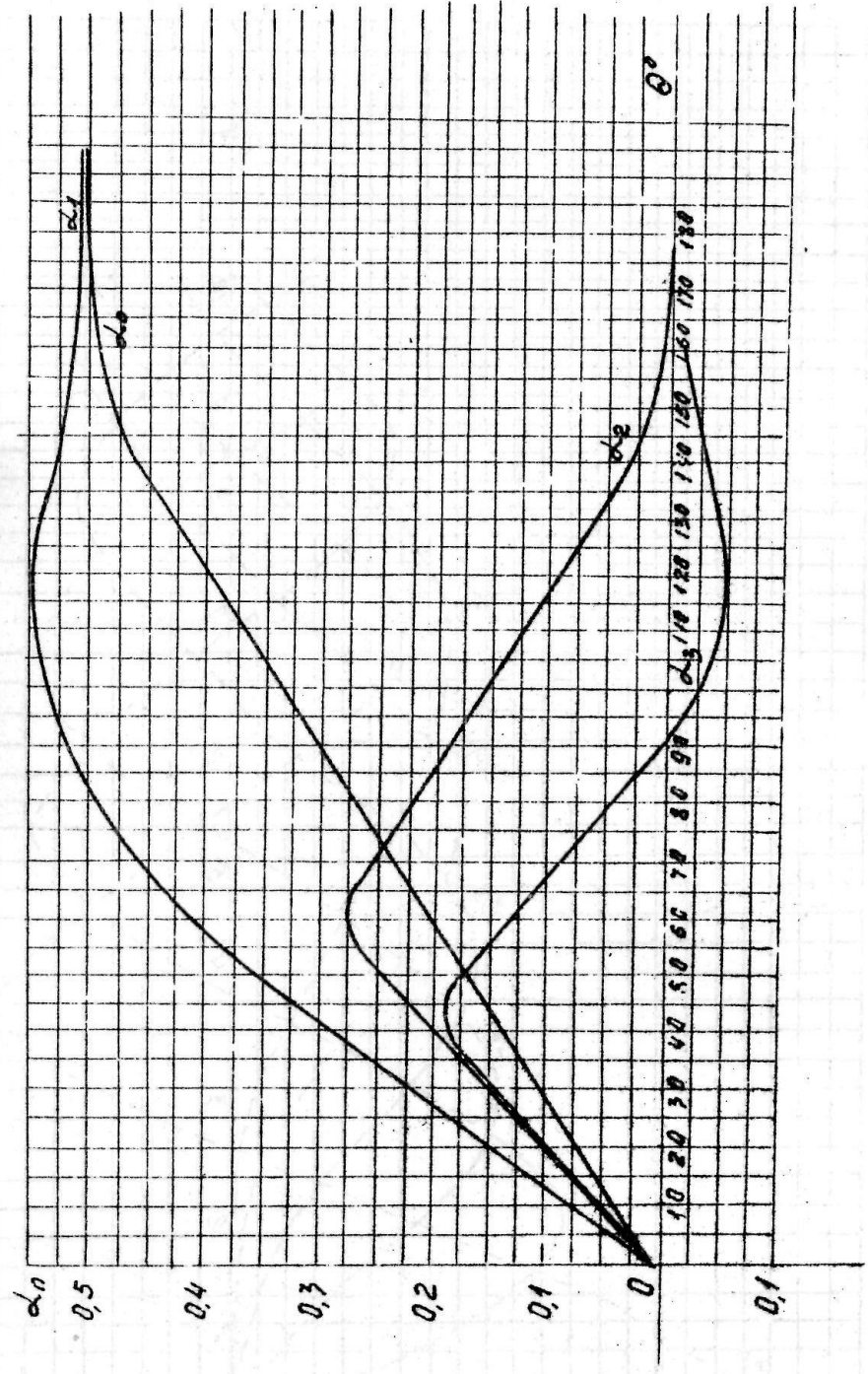
3.  $\cos^5 \alpha = \frac{1}{16} \cos 5\alpha + \frac{5}{16} \cos 3\alpha + \frac{5}{8} \cos \alpha$

4.  $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$

5.  $\cos \alpha \cos \beta = [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$

6.  $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$

Приложение 4



Приложение 5

