Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра информатики и компьютерных технологий

ИНФОРМАТИКА
РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ПРОСТЫХ ИТЕРАЦИЙ

Методические указания для выполнения курсовой работы для студентов всех специальностей и направлений подготовки

Санкт-Петербург

2018

УДК681.142.2(073)

ИНФОРМАТИКА. Решение систем нелинейных уравнений методом простых итераций: Методические указания для выполнения курсовой работы /Санкт-Петербургский горный университет. Сост.: А.Б. Маховиков, С.Ю. Кротова, И.И. Пивоварова. СПб, 2018. 38 с.

Методические указания предназначены для оказания помощи студенту при выполнении курсовой работы по решению систем нелинейных уравнений методом простых итераций в пакетах MS Excel и MathCAD. Подробно изложены принципы работы с указанными методами и приёмы работы с данными пакетами, применимость их к решению поставленных задач.

Методические указания предназначены для студентов всех специальностей и направлений подготовки дневной формы обучения.

Научный редактор: доц. кафедры ИиКТ Г.Н. Журов

Рецензент: компания «Telum Ink» Начальник отдела проектирования программного обеспечения , к.т.н. Столяров К.В.

Введение

Очень часто в различных областях приходится встречаться с математическими задачами, для которых не удаётся найти решения классическими методами или решения выражены громоздкими формулами, которые не приемлемы для практического использования. Поэтому большое значение приобретают численные методы. В большинстве случаев они являются приближенными, так как с их помощью обычно решаются задачи, аппроксимирующие исходные. В ряде случаев численный метод строится на базе бесконечного процесса, который в пределе сводится к искомому решению. Однако реально предельный переход не удаётся осуществить, и процесс, прерванный на некотором шаге, даёт приближенное решение. Кроме того, источниками погрешности являются несоответствие математической модели изучаемому реальному явлению и погрешность исходных данных.

Решение систем нелинейных алгебраических уравнений - одна из сложных и до конца нерешённых задач. Большинство методов решения таких систем сводиться к решению, если начальное приближение достаточно близко к нему, и могут вообще не давать решений при произвольном выборе начального приближения. Условия и скорость сходимости каждого итерационного процесса существенно зависит от свойств уравнений, то есть от свойств матрицы системы и от выбора начальных приближений.

Численный метод, в котором производится последовательное, шаг за шагом, уточнение первоначального грубого приближения, называется итерационным.

В данном методическом указании рассматриваются два из множества существующих итерационных методов: метод простой итерации и метод простой итерации с параметром для решения систем нелинейных алгебраических уравнений

1. Метод простых итераций

1.1 Общие сведения

Любую нелинейную систему n уравнений с n неизвестными можно записать в виде

$$\cdot\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \end{cases} \tag{1}$$

где $f_1, f_2, \dots, f_n$- некоторые функции переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Вектор неизвестных $x_1, x_2, \dots, x_n$ обозначим через *X*. Назовём $\left| f_i(X) \right|$ невязками системы на векторе X. Очевидно, если - X^* решение, то

$$\left| f_i(X^*) \right| = 0, \tag{2}$$

для всех *i=1,2,…,n*.

Итеративный процесс нахождения сводится к тому, что ищется такая последовательность $X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \dots X^{(k)}, X^{(k+1)} \dots$, что каждое $X^{(k+1)}$ лучше $X^{(k)}$ Как правило, решение заканчивается тогда, когда находим такое *k*, при котором

$$\left| f_i(X^k) \right| < \varepsilon, i = 1,2,\dots,n \quad , \tag{3}$$

где ε-заданная точность. Полученное значение X^k считается приближенным решением системы (1).

1.2 Алгоритм метода простых итераций

2. Задаёмся точностью вычислений ε (обычно $\varepsilon = 10^{-3} - 10^{-6}$
3. Записываем систему в нормализованном виде:

$$X = \Phi(X)\text{, где } \Phi(X) = \begin{pmatrix} \varphi_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \varphi_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \varphi_3(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{pmatrix} \qquad (4)$$

$\varphi_i = x_i + f_i, i = 1,2,\ldots n.$

Выбираем начальное приближение $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)})$

В случае двух-трёх неизвестных целесообразно сделать это из геометрических соображений.

4. Вводим переменную, k которая нумерует приближения. Первоначально полагаем, что $k = 0$.
5. Записываем формулу итерационного процесса в виде

$$X^{(k+1)} = \Phi(X^{(k)}). \qquad (5)$$

6. Вычисляем $(k+1)$ -е приближение по формуле (5).
7. Сравниваем полученное приближение с предыдущим:

$$\max_{1<i<n} \left| x_i^{(k+1)} - x_i^k \right| < \varepsilon. \qquad (6)$$

При подсчёте вручную, например, с точностью до 10^{-4}, это условие сводится к проверке совпадения всех приближений с точностью до единицы в четвёртом разряде. Если условие выполнено, то решение считается найденным на $(k+1)$ - м шаге и итеративный процесс закончен, в противном случае полагаем $k = k + 1$ и переходим к вычислению следующего приближения. Метод итераций сходится, если

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial \varphi_i}{\partial x_i}\right| < 1,\ \textit{для}\ i = 1,2,\ldots,n.\ . \qquad (7)$$

1.3 Пример решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций

Решить с точностью $\varepsilon = 0.001$ систему нелинейных уравнений:

$$\begin{cases} \sin(x-0.6) - y = 1.6 \\ 3x - \cos y = 0.9. \end{cases}$$

Согласно приведённому выше алгоритму, принимаем

$$x = x_1, y = x_2.$$

Таким образом система принимает вид:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{1}{3}\cos x_2 + 0.3 \\ x_2 = \sin(x_1 - 0.6) - 1.6. \end{cases}$$

Далее необходимо выбрать начальные приближения. Для этого в системе координат x_1 и x_2 строим графики приведённых выше зависимостей (рис.1).

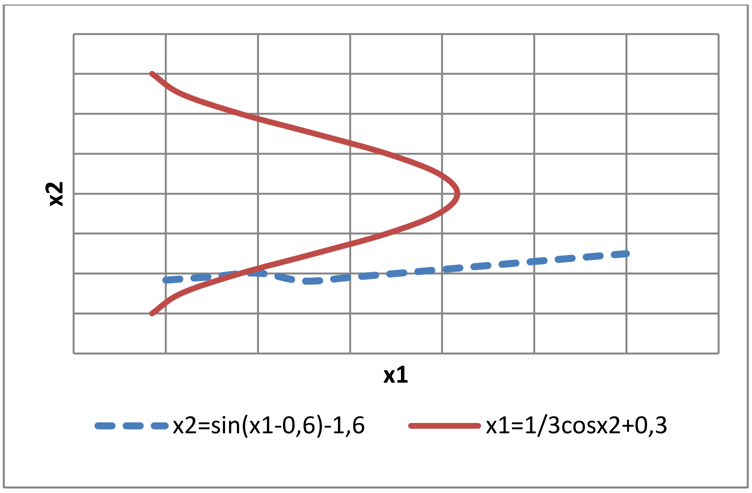


Рис. 1. Графики зависимости x_2 от x_1

Из графика видно, что система имеет одно решение, заключённое в области $0 < x_1 < 0.3; -2.2 < x_2 < -1.8$. За начальное приближение принимаем

$$X = \begin{pmatrix} x_1^{(0)} \\ x_2^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.15 \\ -2.0 \end{pmatrix}.$$

Прежде чем приступить к решению системы необходимо проверить условие сходимости (7). Для этого находим значение дифференциалов $\Phi(x)$ для x_1 и x_2, находящихся в областях возможных решений, найденных из графика (Рис.1)

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1} = 0\,; \ \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} = \frac{\sin(x_2)}{3}$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2} = 0\,; \ \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1} = \cos\left(\frac{5x_1 - 3}{5}\right).$$

Проверяем условия

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial\varphi_1}{\partial x_i}\right|<1 \quad \sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial\varphi_2}{\partial x_i}\right|<1 \text{ для } x_1 \in [0;0.3] u\, x_2 \in [-2.2;-1.8]$$

$$\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial\varphi_1}{\partial x_i}\right| \in [0;0.0017] \quad \sum_{i=1}^{n}\left|\frac{\partial\varphi_2}{\partial x_i}\right| \in [0.998;0.999].$$

Следовательно, в указанных промежутках условия сходимости выполняется.

Дальнейшие вычисления производятся по формуле (5). На первом шаге $k=1$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(1)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0)+0.3 \\ x_2^{(1)} = \sin(0.15-0.6)-1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(1)} = 0.1616, \quad x_2^{(1)} = -2.0350\,.$$

Критерий близости вычисляется по формуле (6):

$$M^1 = \max\left(\left|x_1^{(1)}-x_1^{(0)}\right|;\left|x_2^{(1)}-x_2^{(0)}\right|\right)=$$

$$=\max\left(\left|0.161-0.150\right|;\left|(-2.035)-(-2)\right|\right)=$$

$$=\max\left(\left|0.0116\right|;\left|-0.035\right|\right)=0.035.$$

Таким образом, после первой итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0.035>0.001. Значит необходимо перейти к следующему шагу.

На втором шаге $k=2$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(2)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0350)+0.3 \\ x_2^{(2)} = \sin(0.1616-0.6)-1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(2)} = 0.1508, \quad x_2^{(2)} = -2.0245.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^2 = \max\left(\left|x_1^{(2)} - x_1^{(1)}\right|;\left|x_2^{(2)} - x_2^{(1)}\right|\right) =$$

$$= \max\left(|0.1508 - 0.1616|;|(-2.0245) - (-2.035)|\right) =$$

$$== \max\left(0.0108;|-0.0105|\right) = 0.0108.$$

Таким образом, после второй итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0.0108>0.001. Значит необходимо перейти к третьему шагу.

На следующем $k = 3$ шаге получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(3)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0245) + 0.3 \\ x_2^{(3)} = \sin(0.1508 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(3)} = 0.1539, \quad x_2^{(3)} = -2.0342\,.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^3 = \max\left(\left|x_1^{(3)} - x_1^{(2)}\right|;\left|x_2^{(3)} - x_2^{(2)}\right|\right) =$$

$$= \max\left(|0.1539 - 0.1508|;|(-2.0342) - (-2.0245)|\right) =$$

$$= \max\left(|0.0031|;|-0.0971|\right) = 0.0971.$$

Таким образом, после третьей итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0.0971>0.001. Значит необходимо перейти к следующему шагу.

На четвёртом шаге $k = 4$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(4)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0342) + 0.3 \\ x_2^{(4)} = \sin(0.1539 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(4)} = 0.1510, \quad x_2^{(4)} = -2.0314\,.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^4 = \max\left(\left|x_1^{(4)} - x_1^{(3)}\right|; \left|x_2^{(4)} - x_2^{(3)}\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.1510 - 0.1539\right|; \left|(-2.0314) - (-2.0342)\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.0029\right|; \left|-0.0028\right|\right) = 0.0029.$$

Таким образом, после четвёртой итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0,0029>0,001. Значит необходимо перейти к пятому шагу.

На следующем шаге $k = 5$ получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(5)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0314) + 0.3 \\ x_2^{(5)} = \sin(0.1510 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(5)} = 0.1518, \quad x_2^{(4)} = -2.0341.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^5 = \max\left(\left|x_1^{(5)} - x_1^{(4)}\right|; \left|x_2^{(5)} - x_2^{(4)}\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.1518 - 0.1510\right|; \left|(-2.0341) - (-2.0314)\right|\right) =$$
$$= \max\left(\left|0.0008\right|; \left|-0.0027\right|\right) = 0.0027.$$

Таким образом, после пятой итерации заданная точность не достигнута, т.к. 0,0027>0,001. Значит необходимо перейти к следующему шагу.

На шестом $k = 6$ шаге получаются следующие значения:

$$\begin{cases} x_1^{(6)} = \dfrac{1}{3}\cos(-2.0341) + 0.3 \\ x_2^{(6)} = \sin(0.1518 - 0.6) - 1.6 \end{cases}$$

$$x_1^{(6)} = 0.1510, \quad x_2^{(6)} = -2.0333.$$

Вычислив критерий близости, получим:

$$M^{6}=\max\left(\left|x_1^{(6)}-x_1^{(5)}\right|;\left|x_2^{(6)}-x_2^{(6)}\right|\right)=$$
$$=\max\left(\left|0.1510-0.1518\right|;\left|(-2.0333)-(-2.0341)\right|\right)=$$
$$=\max\left(\left|0.0008\right|;\left|-0.0008\right|\right)=0.0008.$$

Таким образом, после шестой итерации заданная точность достигнута, т.к. 0.0008<0.001. Следовательно, вычисления закончены. Результат вычислений приведены в табл.1

таблица 1

Результаты вычислений

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$\Delta x_1^{(k)}$	$\Delta x_2^{(k)}$	M^k
0	0,1500	-2,0000			
1	0,1616	-2,0350	0,0116	-0,0350	0,0350>ε
2	0,1508	-2,0245	0,0108	-0,0105	0,0108> ε
3	0,1539	-2,0342	0,0031	-0,0971	0,0971> ε
4	0,1510	-2,0314	0,0029	-0,0028	0,0029> ε
5	0,1518	-2,0341	0,0008	-0,0027	0,0027> ε
6	0,1510	-2,0333	0,0008	-0,0008	0,0008<ε

Таким образом, решение системы :

$$x_1 \approx 0{,}1510,\, x_2 \approx -2.0333.$$

1.4 Решение нелинейных систем уравнений методом простых итераций средствами MS Excel

Поскольку метод простых итераций заключается в последовательном повторении ряда однотипных вычислений, то этот метод достаточно просто реализуется с помощью инструментов

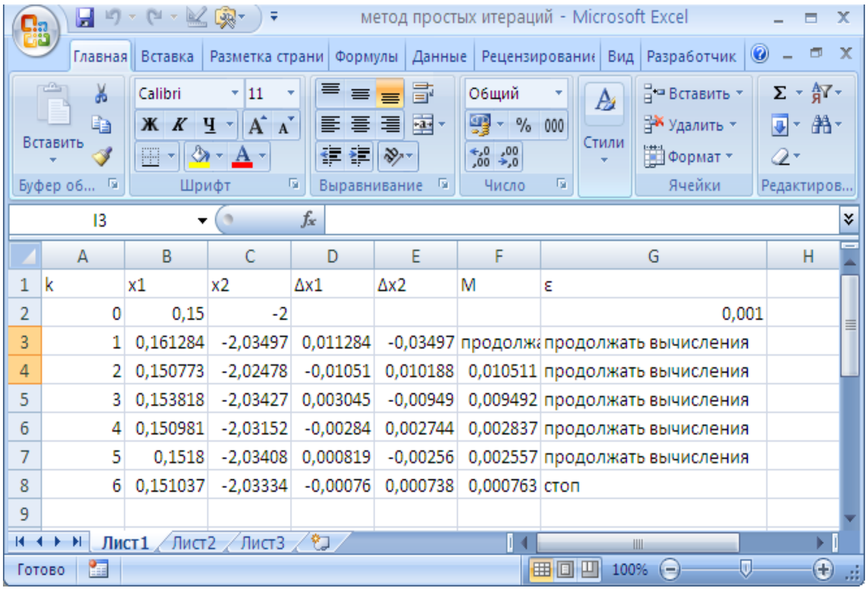
MS Excel. На примере, описанном выше, рассмотрим последовательность решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций средствами Excel.

1. В первую строку таблицы вносим буквенные обозначения необходимых параметров.
2. В диапазон ячеек A2:A8 вносим номер итерации, начиная с нуля. Можно внести большее количество итераций, чем было получено при расчёте вручную.
3. В ячейки B2 и C2 вносим значение корней в первом приближении, найденных из графика (рис.1).
4. В ячейку B3 вносим формулу =(1/3)*cos(C2)+0,3.
5. В ячейку C3 вносим формулу =sin(B2-0,6)-1,6.
6. Далее производим относительное копирование формулы, содержащейся в ячейке B3 вниз на необходимый диапазон.
7. Таким же образом копируем ячейку C3.
8. В ячейке D3 вычисляем разность между последующим и предыдущим x_1 по формуле = B3-B2, и копируем её на необходимый диапазон.
9. Аналогично вычисляем разность между значениями x_2 в ячейке E3 = C3-C2, далее копируем полученную формулу.
10. Вычисляем критерий близости M для каждого шага итераций. В ячейку F3 вносим формулу =МАКС(ABS(D3);ABS(E3)) и копируем её.
11. Сравниваем полученный критерий близости с заданной точностью, значение которой указанно в ячейке G2, и в зависимости от результатов делаем вывод о том, необходимо ли продолжить вычисления или остановиться. Для этого в ячейку G3 вносим формулу = ЕСЛИ(F3>G2;"продолжать вычисления ";"стоп "), в которой необходимо сделать абсолютную ссылку на ячейку G2, где указана заданная точность.
12. Копируем данную формулу до тех пор, пока критерий близости не станет больше точности и в ячейке не появится слово «СТОП».
13. Таким образом решением системы будет

$$x_1 \approx 0{,}1510, x_2 \approx -2.0333.$$

Результаты вычислений представлены на рис. 2

В результате вычислений средствами MS Excel решение системы совпали с полученными при расчёте вручную. Что подтверждает то, что метод был реализован верно.



	A	B	C	D	E	F	G	H
1	k	x1	x2	Δx1	Δx2	M	ε	
2	0	0,15	-2				0,001	
3	1	0,161284	-2,03497	0,011284	-0,03497	продолжа	продолжать вычисления	
4	2	0,150773	-2,02478	-0,01051	0,010188	0,010511	продолжать вычисления	
5	3	0,153818	-2,03427	0,003045	-0,00949	0,009492	продолжать вычисления	
6	4	0,150981	-2,03152	-0,00284	0,002744	0,002837	продолжать вычисления	
7	5	0,1518	-2,03408	0,000819	-0,00256	0,002557	продолжать вычисления	
8	6	0,151037	-2,03334	-0,00076	0,000738	0,000763	стоп	
9								

Рис. 2. Реализация метода простых итераций средствами Excel

1.5 Решение системы нелинейных уравнений методом простых итераций средствами пакета MathCAD

В пакете MathCAD можно реализовать метод простых итераций разными способами. Можно производить пошаговые вычисления x_1 и x_2, с последующим вычислением критерия близости и сравнением его с точностью. Наиболее оптимальным является выполнение последовательности указанных операций в виде цикла, созданного с помощью панели «Программирование».

На рис. 3 представлен пример программы для реализации метода простых итераций для решения системы уравнений, представленной в предыдущих разделах. Решение системы *X* задаём как функцию от количества итераций n и точности е. Значение *n* задаём любое, учитывая в цикле, что вычисления прекратятся при достижении заданной точности. Задаём значения корней в первом приближении $x_1 = 0.15, x_2 = -2.0$. Далее открываем цикл итераций в котором вычисляем x_1 и x_2, а также модуль разности предыдущего и последующего значения. Вычисления заканчиваются, если точность достигнута, иначе переходим к следующей итерации. Решения системы выводим в виде матрицы из двух столбцов.

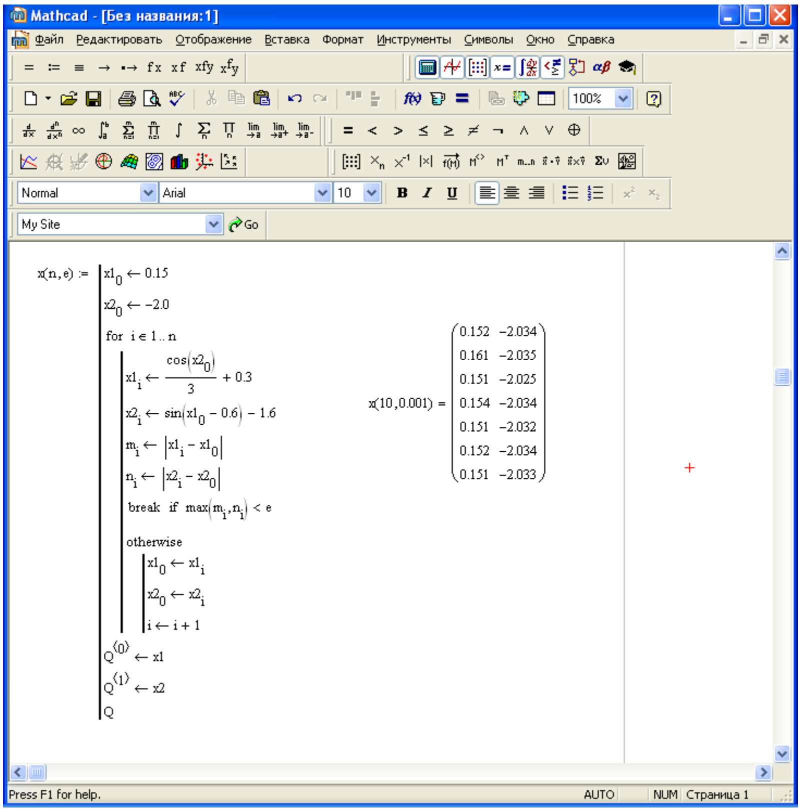


Рис.3. Программа для решения системы методом простых итераций.

2. Метод простых итераций с параметром

Метод простых итераций с параметром это видоизменённый метод простых итераций, применимый для ускорения сходимости итерационного процесса. В этом случае формула итерационного процесса имеет вид

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} \pm T_i f_i(X^k), \tag{8}$$

где T_i- параметры, которые первоначально принимаются равными единице.

2.1 Алгоритм метода простых итераций с параметром

1. Задаёмся точностью вычислений.
2. Переписываем систему в виде (1):

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0. \end{cases}$$

3. Выбираем начальное приближение $X^{(0)}$.
4. Полагаем переменную, k нумерующую приближения, равной нулю.
5. Полагаем $T_i = 1, i = 1, 2, \ldots, n.$
6. Вычисляем $(k+1)$- е приближение по приближённой формуле (8)

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + T_i f_i(X^k).$$

7. Проверяем условие

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(X^{(k)})^2 < \varepsilon^2. \tag{9}$$

Если это условие выполняется, то $X^{(k+1)}$ – искомое приближение к решению и итеративный процесс закончен. В противном случае пересчитываем значение $T_i\,(i=1,2,\ldots,n)$, для чего переходим к пунктам 8-9, которые выполняются для всех *i*.

8. Проверяем качество нового приближения

$$\left|f_i(X^{(k+1)})\right| < \left|f_i(X^{(k)})\right|. \qquad (10)$$

Если условие выполняется, то повторяем пункт 6 при следующем *i*, в противном случае переходим к пункту 9.

9. Подбираем новые T_i. Если $T_i > 0$, то заменяем T_i на $-T_i$, в противном случае на $-T_i/2$. После корректировки T_i возвращаемся к пункту 6, увеличив k на единицу.

Необходимо отметить, что для данного метода возможен случай, когда выполняется условие (5), но не выполняется условие (2), т.е. последовательность

$$X^{(0)}, X^{(1)}, X^{(2)}, \ldots X^{(k)}, X^{(k+1)} \ldots,$$

сходится в себе (за счёт изменения *T)*, но не сходится к решению X^*.

2.2 Пример решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром

Рассмотрим пример решения системы уравнений, решённой в пункте 1.3 методом простых итераций. Заданная точность 0,001.

$$\begin{cases} \sin(x-0.6) - y = 1.6 \\ 3x - \cos y = 0.9. \end{cases}$$

Принимаем $x = x_1, y = x_2$ и переписываем систему в виде (1)

$$\begin{cases} x_1 - \frac{1}{3}\cos x_2 - 0.3 = 0 \\ x_2 - \sin(x_1 - 0.6) + 1.6 = 0. \end{cases}$$

Начальные приближения выбираем из графика (рис.1)

$x_1^{(0)} = 0.15, x_2^{(0)} = -2$.

Далее вычисляем $x_i^{(k+1)}$ по формуле (8).

На первом шаге получаем следующие значения:

принимаем $T_i = 1$;

$$x^{(1)} = x_1^{(0)} + (x_1^{(0)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(0)} - 0.3)$$

$$= 0.15 + (0.15 - \frac{1}{3}\cos(-2) - 0.3) = 0.1387$$

$$x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + (x_2^{(0)} - \sin(x_1^{(0)} - 0.6) + 1.6) =$$
$$= -2 + (-2 - \sin(0.15 - 0.6) + 1.6) = -1.9650.$$

Далее проверяем условие (9)

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_1^{(0)})^2 = 0.023^2 = 5.29 \cdot 10^{-4} > 1 \cdot 10^{-6} .$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i:

$$f_1(x_1^{(1)}) = 0.1387 - \frac{1}{3}\cos(-1.9650) - 0.3 = -0.0340$$

$$f_2(x_1^{(1)}) = -1.9650 - \sin(0.1387 - 0.6) + 1.6 = 0.0810$$

$$|-0.0340| > |0.012| .$$

Условие (10) не выполняется, значит принимаем $T_i = -1$ для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.081| > |0,035|$$

Условие (10) не выполняется, значит принимаем $T_i = -1$ для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим ко второму шагу. Вычисляем значения $x_1^{(2)}$ и $x_1^{(2)}$

$$x_1^{(2)} = x_1^{(1)} + (x_1^{(1)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(1)} - 0.3) =$$

$$= 0.1387 + (0.1387 - \frac{1}{3}\cos(-1.9650) - 0.3) = 0.1720$$

$$x_2^{(2)} = x_2^{(1)} + (x_2^{(1)} - \sin(x_1^{(1)} - 0.6) + 1.6) =$$

$$= -1.9650 + (-1.9650 - \sin(0.1387 - 0.6) + 1.6) = -2.0457.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(1)})^2 = 0.0470^2 = 2.20 \cdot 10^{-3} > 1 \cdot 10^{-6} .$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i, для чего проверяем условие (10) для каждого значения i:

$$f_1(x_1^{(2)}) = 0.1720 - \frac{1}{3}\cos(-2.0457) - 0.3 = -0.0242$$

$$f_2(x_1^{(2)}) = -2.0457 - \sin(0.1720 - 0.6) + 1.6 = -0.0300$$

$$|-0.0242| < |0.0340| .$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.030| < |0.081|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(3)}$ и $x_2^{(3)}$

$$x_1^{(3)} = x_1^{(2)} + (x_1^{(2)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(2)} - 0.3) =$$
$$= 0.1720 + (0.1720 - \frac{1}{3}\cos(-2.0457) - 0.3) = 0.1478$$

$$x_2^{(3)} = x_2^{(2)} + (x_2^{(2)} - \sin(x_1^{(2)} - 0.6) + 1.6) =$$
$$-2.0457 + (-2.0457 - \sin(0.1720 - 0.6) + 1.6) = -2.0150.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(2)})^2 = (0.0058)^2 = 3.36 \cdot 10^{-5} > 1 \cdot 10^{-6} .$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значения, T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i:

$$f_1(x_1^{(3)}) = 0.1478 - \frac{1}{3}\cos(-2.0150) - 0.3 = -0.0089$$
$$f_2(x_1^{(3)}) = -2.0150 - \sin(0.1478 - 0.6) + 1.6 = -0.022$$
$$|-0.0089| < |0.0242| .$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.022| < |-0.030|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(4)}$ и $x_2^{(4)}$

$$x_1^{(4)} = x_1^{(3)} + (x_1^{(3)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(3)} - 0.3) =$$

$$= 0.1478 + (0.1478 - \frac{1}{3}\cos(-2.0150) - 0.3) = 0.1568$$

$$x_2^{(4)} = x_2^{(3)} + (x_2^{(3)} - \sin(x_1^{(3)} - 0.6) + 1.6) =$$
$$= -2.0150 + (-2.0150 - \sin(0.1478 - 0.6) + 1.6) = -2.0369.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(3)})^2 = 0.0131^2 = 1.71 \cdot 10^{-4} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i:

$$f_1(x_1^{(4)}) = 0.1568 - \frac{1}{3}\cos(-2.0369) - 0.3 = -0.0066$$

$$f_2(x_1^{(4)}) = -2.0369 - \sin(0.11568 - 0.6) + 1.6 = -0.0081$$

$$|-0.0066| < |-0.0089|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.0081| < |0{,}022|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(5)}$ и $x_2^{(5)}$

$$x_1^{(5)} = x_1^{(4)} + (x_1^{(4)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(4)} - 0.3) =$$

$$= 0.1568 + (0.1568 - \frac{1}{3}\cos(-2.0369) - 0.3) = 0.1502$$

$$x_2^{(5)} = x_2^{(4)} + (x_2^{(4)} - \sin(x_1^{(4)} - 0.6) + 1.6) =$$

$$= -2.0369 + (-2.0369 - \sin(0.1568 - 0.6) + 1.6) = -2.0287.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(4)})^2 = (-1.5)\cdot 10^{-3} = 2.25\cdot 10^{-6} > 1\cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i:

$$f_1(x_1^{(5)}) = 0.1502 - \frac{1}{3}\cos(-2.0287) - 0.3 = -0.0024$$

$$f_2(x_1^{(5)}) = -2.0287 - \sin(0.1502 - 0.6) + 1.6 = 0{,}0058$$

$$|-0{,}0024| < |-0.0066|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|0.0058| < |-0.0081|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$.

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(6)}$ и $x_2^{(6)}$

$$x_1^{(6)} = x_1^{(5)} + (x_1^{(5)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(5)} - 0.3) =$$

$$= 0.1502 + (0.1502 - \frac{1}{3}\cos(-2.0287) - 0.3) = 0.1526$$

$$x_2^{(6)} = x_2^{(5)} + (x_2^{(5)} - \sin(x_1^{(5)} - 0.6) + 1.6) =$$

$$= -2.0257 + (-2.0287 - \sin(0.1502 - 0.6) + 1.6) = -2.0347.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(5)})^2 = 0.0034 \cdot 10^{-3} = 1.15 \cdot 10^{-6} > 1 \cdot 10^{-6}$$

$$0{,}0034^2 > 0.001^2$$

$$1.15 \cdot 10^{-6} > 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие не выполняется, значит пересчитываем значение T_i для чего проверяем условие (10) для каждого значения i:

$$f_1(x_1^{(6)}) = 0.1526 - \frac{1}{3}\cos(-2.0347) - 0.3 = -0.0018$$

$$f_2(x_1^{(6)}) = -2.0347 - \sin(0.1526 - 0.6) + 1.6 = 0{,}0021$$

$$|-0.0018| < |-0.0024|.$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_1(x_i^{(k+1)})$.

$$|-0.0021| < |-0.0058|$$

Условие (10) выполняется, значит оставляем T_i без изменений для $f_2(x_i^{(k+1)})$

Переходим к следующему шагу. Вычисляем значения $x_1^{(7)}$ и $x_2^{(7)}$

$$x_1^{(7)} = x_1^{(6)} + (x_1^{(6)} - \frac{1}{3}\cos x_2^{(6)} - 0.3) =$$
$$= 0.1526 + (0.1526 - \frac{1}{3}\cos(-2.0347) - 0.3) = 0.1510$$

$$x_2^{(7)} = x_2^{(6)} + (x_2^{(6)} - \sin(x_1^{(6)} - 0.6) + 1.6) =$$
$$= -2.0347 + (-2.0347 - \sin(0.1510 - 0.6) + 1.6) = -2.0333.$$

Проверяем условие (9):

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i^{(6)})^2 = 0.0030^2 = 0.9^{-7} < 1 \cdot 10^{-6}.$$

Условие выполняется, значит X^7 – искомое приближение к решению и итеративный процесс закончен. Таким образом найденные решения $x_1 = 0.1510$ и $x_2 = -2.0333$, что совпадает с решениями, найденными ранее методом простых итераций. Результаты вычислений представлены в табл.2

таблица 2

Результаты вычислений

k	$x_1^{(k)}$	$x_2^{(k)}$	$\sum_{i=1}^{n} f_i(X^k)$	T	f_1	f_2
1	0,1387	−1,9650	$5{,}29 \cdot 10^{-4} > \varepsilon$	-1	−0,0340	0,0810
2	0,1720	-2,0451	$2{,}20 \cdot 10^{-3} > \varepsilon$	-1	0,0242	-0,0300
3	0,1478	-2,0151	$3{,}36 \cdot 10^{-5} > \varepsilon$	-1	-0,0089	0,022
4	0,1568	-2,0369	$1{,}71 \cdot 10^{-4} > \varepsilon$	-1	0,0066	-0,0081
5	0,1502	-2,0287	$2{,}25 \cdot 10^{-6} > \varepsilon$	-1	-0,0024	0,0058
6	0,1526	-2,0347	$1{,}15 \cdot 10^{-6} > \varepsilon$	-1	0,0018	-0,0021
7	0,1510	-2,0330	$0{,}9 \cdot 10^{-7} < \varepsilon$			

2.3 Решение нелинейных систем уравнений методом простых итераций с параметром средствами MS Excel

Поскольку метод простых итераций с параметром заключается в последовательном повторении ряда однотипных вычислений, то этот метод также достаточно просто реализуется с помощью инструментов MS Excel. На примере, описанном выше, рассмотрим последовательность решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами Excel.

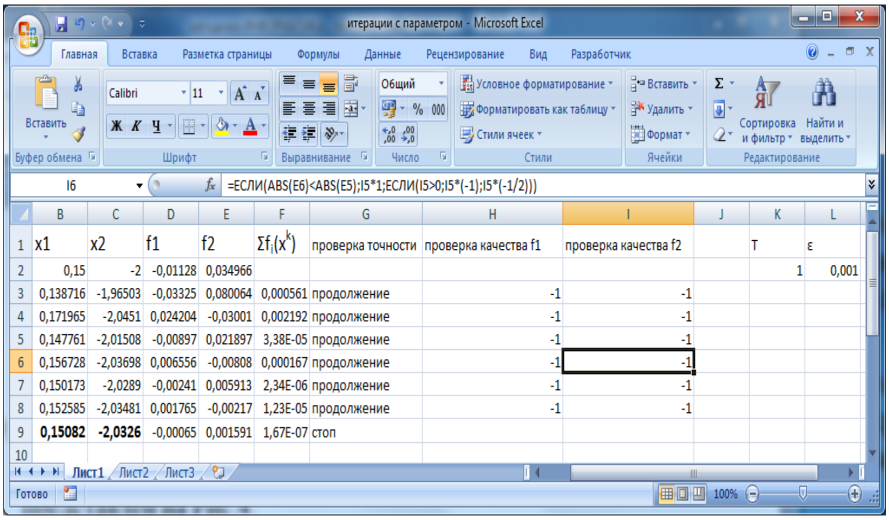
1. В первую строку таблицы вносим буквенные обозначения необходимых параметров.
2. В диапазон ячеек A2:A8 вносим номер итерации, начиная с нуля. Можно внести большее количество итераций, чем было получено при расчёте вручную.
3. В ячейки B2 и C2 вносим значение корней в первом приближении, найденных из графика (рис.1).
4. В ячейке D2 находим значение $f_1(x^k)$ =B2-(1/3)*COS(C2)-0.3.
5. Ячейке E2 находим значение $f_2(x^k)$ =C2-SIN(B2-0,6)+1,6.
6. В ячейку B3 вносим формулу =B2+K2*(B2-(1/3)*COS(C2)-0,3), где в ячейке K2 содержится значение параметра T, на первом этапе принимаемое за *1*. Ссылка на эту ячейку относительная , потому что мы в дальнейшем будем корректировать T , в зависимости от условий и данную формулу копировать не будем.
7. В ячейку C3 вносим формулу =C2+K2*(C2-SIN(B2-0,6)+1,6).
8. Формулы из ячеек D2 и E2 копируем на необходимый диапазон.
9. В ячейке F3 находим значение $\sum_{i=1}^{n} f_2(X^k)$ =(D2+E2)^2.

   Копируем данную формулу на необходимый диапазон.
10. Далее проверяем точность приближения, для чего в ячейку G 3вносим формулу:

=ЕСЛИ(F3<L2^2;"стоп";"продолжение"), где в ячейке L2 задано значение точности и ссылка на неё является абсолютной, так как данная формула будет копироваться без изменений на нужный диапазон.

11. В ячейке H3 проверяем качество приближения для f_1, в зависимости от сравнения модулей последующего и предыдущего значения f_1 принимаем значение T либо за -1 либо за 1: =ЕСЛИ(ABS(D3)<ABS(D2);1;-1). Дальнейшую корректировку T в данной формуле мы пока не учитываем и значение $-\frac{T}{2}$ будем учитывать на следующем шаге, следовательно данную формулу копировать не будем.
12. Аналогично проверяем качество приближения для f_2, в ячейке I3:=ЕСЛИ(ABS(D3)<ABS(D2);1;-1).
13. В ячейке B4 вычисляем следующее значение x_1^k: =B3+H3*(B3-(1/3)*COS(C3)-0,3), где мы уже ссылаемся на ячейку H3, в которой находится скорректированное в зависимости от полученных значений f_1 и f_2 значение T.
14. Аналогично вычисляем последующее значение x_2^k в ячейке C4: =C3+I3*(C3-SIN(B3-0,6)+1,6), где новое значение T находиться в ячейке I3.
15. Копируем формулы из ячеек B4 и C4 на необходимый диапазон.
16. В ячейку H4 вносим формулу для корректировки значения T в зависимости от полученного значения f_1 и от предыдущего значения T: =ЕСЛИ(ABS(D4)<ABS(D3);H3*1;ЕСЛИ(H3>0;H3*(-1);H3*(-1/2))).
17. Аналогично корректируем значение T в ячейке I4: =ЕСЛИ(ABS(E4)<ABS(E3);I3*1;ЕСЛИ(I3>0;I3*(-1);I3*(-1/2))).
18. Копируем формулы из ячеек H4 и I4 на нужный диапазон.

Результат решения системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами MS Excel представлен на рис.4. Совпадение решений системы найденных в данном методе и в предыдущем, говорит о том, что метод реализован верно.



	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	x1	x2	f1	f2	$\Sigma f_i(x^k)$	проверка точности	проверка качества f1	проверка качества f2		T	ε
2	0,15	-2	-0,01128	0,034966						1	0,001
3	0,138716	-1,96503	-0,03325	0,080064	0,000561	продолжение	-1	-1			
4	0,171965	-2,0451	0,024204	-0,03001	0,002192	продолжение	-1	-1			
5	0,147761	-2,01508	-0,00897	0,021897	3,38E-05	продолжение	-1	-1			
6	0,156728	-2,03698	0,006556	-0,00808	0,000167	продолжение	-1	-1			
7	0,150173	-2,0289	-0,00241	0,005913	2,34E-06	продолжение	-1	-1			
8	0,152585	-2,03481	0,001765	-0,00217	1,23E-05	продолжение	-1	-1			
9	**0,15082**	**-2,0326**	-0,00065	0,001591	1,67E-07	стоп					
10											

Рис.4. Реализация метода простых итераций с параметром средствами Excel

2.4 Решение системы нелинейных уравнений методом простых итераций с параметром средствами пакета Mathcad

Решение системы X задаём как функцию от количества итераций n и точности e. Значение n задаём любое, учитывая в цикле, что вычисления прекратятся при достижении заданной точности.

Задаём значения корней в первом приближении $x_1 = 0.15$ и $x_2 = -2.0$.

Далее открываем цикл итераций в котором вычисляем x_1 и x_2 , а так же для каждой итерации значения f_i^k для сравнения квадрата суммы полученных значений с квадратом точности и для сравнения последующего значения с предыдущим, на основании чего корректируем значения *T*. Вычисления заканчиваются, если точность достигнута, иначе корректируем значение *T* и переходим к следующей итерации.

Решения системы выводим в виде матрицы из двух столбцов. Полученная последовательность итераций представлена на рис.5

$$x(10, 0.001) = \begin{pmatrix} 0.153 & -2.035 \\ 0.139 & -1.965 \\ 0.172 & -2.045 \\ 0.148 & -2.015 \\ 0.157 & -2.037 \\ 0.15 & -2.029 \\ 0.153 & -2.035 \\ 0.151 & -2.033 \end{pmatrix}$$

Рис.5. Решения системы

На рис. 6 представлен пример программы для реализации метода простых итераций с параметром для решения системы нелинейных уравнений, представленной в предыдущих разделах.

```
x(n,e) := | x1_0 ← 0.15
          | x2_0 ← −2.0
          | t1 ← 1
          | t2 ← 1
          | for i ∈ 1..n
          |   | x1_i ← x1_0 + t1·( x1_0 − cos(x2_0)/3 − 0.3 )
          |   | x2_i ← x2_0 + t2·( x2_0 − sin(x1_0 − 0.6) + 1.6 )
          |   | f1_i ← x1_0 − cos(x2_0)/3 − 0.3
          |   | f2_i ← x2_0 − sin(x1_0 − 0.6) + 1.6
          |   | a_i ← f1_i + f2_i
          |   | y1_i ← x1_i − cos(x2_i)/3 − 0.3
          |   | y2_i ← x2_i − sin(x1_i − 0.6) + 1.6
          |   | break  if (a_i)^2 < e^2
          |   | otherwise
          |   |   | t1 ← 1·t1  if |y1_i| < |f1_i|
          |   |   | otherwise
          |   |   |   | t1 ← −1·t1  if t1 > 0
          |   |   |   | t1 ← −t1/2  otherwise
          |   |   | t2 ← 1·t2  if |y2_i| < |f2_i|
          |   |   | otherwise
          |   |   |   | t2 ← −1·t2  if t2 > 0
          |   |   |   | t2 ← −t2/2  otherwise
          |   |   | x1_0 ← x1_i
          |   |   | x2_0 ← x2_i
          |   |   | i ← i + 1
          | Q^<0> ← x1
          | Q^<1> ← x2
          | Q
```

Рис.6. Программа для решения системы методом простых итераций с параметром

3. Задание на курсовую работу «Решение систем нелинейных уравнений итерационными методами»

Составить программу для решения системы нелинейных уравнений одним из вышеописанных методов с точностью ε=0.001. Систему уравнений выбрать в соответствии с номером варианта. Выполнить проверку решения вручную, а так же с помощью пакетов Microsoft Excel и MathCAD в соответствии с приведёнными выше примерами.

3.1 Требования к оформлению пояснительной записки

1. Пояснительная записка оформляется с помощью редактора Microsoft Word.

2. Размер бумаги А4 (210x297 мм), печать односторонняя, ориентация книжная; поля : верхнее, нижнее, правое по 2,5 см, левое 3,0 см; колонтитулы: от края колонтитула верхнего 1,25см; нижнего 1,6 см; переплёт 0 см; нумерация внизу страницы, от центра (титульный лист не нумеровать), размер шрифта 10.

3. Шрифт Times New Roman, размер 12; выравнивание для абзаца – по ширине, для заголовка – по центру, отступ первой строки абзаца 1,25 см; межстрочный интервал одинарный; автоматическая расстановка переносов, запрет висячих строк. Размер символов формулы: обычный 12, крупный индекс 7, мелкий индекс 5, крупный символ 18, мелкий символ 12. Размер символов таблицы и блок-схемы 10. Рисунки и подрисуночные подписи по центру, размер символов подписи 10. Размер шрифта оглавление 10, номеров формул -12.

4. Пояснительная записка должна содержать :

- Титульный лист, оформленный в соответствии с образцом (Приложение 1);
- Индивидуальное задание, оформленное в соответствии с образцом (Приложение 2);
- Аннотацию на русском и одном из иностранных языков;
- Оглавление, выполненное автоматически;

- Введение;
- Теоретическую часть работы, содержащую описание применяемого при расчётах метода;
- Проверку условия сходимости для применимости метода по отношению к конкретной системе уравнений;
- Результаты вычислений произведённых вручную и представленные в таблице;
- Решение системы, полученное вручную;
- Результаты вычислений, произведённые средствами MS Excel, в режиме отображения данных и в режиме отображения формул, с объяснением алгоритма вычислений;
- Результаты вычислений с помощью пакета MathCAD , с объяснением порядка вычислений;
- Блок-схему вычислительного процесса;
- Текст файла с входными данными;
- Текст программы, реализующий вычислительный процесс (программа должна содержать достаточное количество комментариев)
- Результат работы программы;
- Заключение;
- Библиографический список.

Варианты заданий

Вариант 1 $$\begin{cases} \sin(x+1) - y = 1.2 \\ 2x + \cos y = 2 \end{cases}$$	Вариант 2 $$\begin{cases} \cos(x-1) + y = 0.5 \\ x - \cos y = 3 \end{cases}$$
Вариант 3 $$\begin{cases} \sin x + 2y = 2 \\ \cos(y-1) + x = 0.7 \end{cases}$$	Вариант 4 $$\begin{cases} \cos x + y = 1.5 \\ 2x - \sin(y-0.5) = 1 \end{cases}$$
Вариант 5 $$\begin{cases} \sin(x+0.5) - y = 1 \\ \cos(y-2) + x = 1 \end{cases}$$	Вариант 6 $$\begin{cases} \cos(x+0.5) + y = 0.8 \\ \sin y - 2x = 1.6 \end{cases}$$
Вариант 7 $$\begin{cases} \sin(x-1) = 1.3 - y \\ x - \sin(y+1) = 0.8 \end{cases}$$	Вариант 8 $$\begin{cases} 2y - \cos(x+1) = 1 \\ x + \sin y = -0.4 \end{cases}$$
Вариант 9 $$\begin{cases} \cos(x+0.5) - y = 2 \\ \sin y - 2x = 1 \end{cases}$$	Вариант 10 $$\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1.5 \\ x + \cos(y-2) = 0.5 \end{cases}$$
Вариант 11 $$\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1.2 \\ 2y + \cos y = 2 \end{cases}$$	Вариант 12 $$\begin{cases} \cos(y-1) + x = 0.5 \\ y - \cos x = 3 \end{cases}$$

Вариант 13 $\begin{cases} \sin y + 2x = 2 \\ \cos(x-1) + y = 0.7 \end{cases}$	Вариант 14 $\begin{cases} \cos y + x = 1.5 \\ 2y - \sin(x-0.5) = 3 \end{cases}$
Вариант 15 $\begin{cases} \sin(y+0.5) - x = 1 \\ \cos(x-2+y) = 1 \end{cases}$	Вариант 16 $\begin{cases} \cos y - 2x = 1 \\ \sin(x+0.5) - 3y = 1 \end{cases}$
Вариант 17 $\begin{cases} \cos(x+1) - y = 0.5 \\ 2x + \cos(y-1) = 2 \end{cases}$	Вариант 18 $\begin{cases} \cos(x-1) + 1.1y = 0.6 \\ 1.2x + \sin(y-0.3) = 3 \end{cases}$
Вариант 19 $\begin{cases} \cos x - 3y = 2 \\ \cos(y+1) - x = 0.6 \end{cases}$	Вариант 20 $\begin{cases} \cos(x-1) + 2y = 0.8 \\ 2x - \sin y = 1 \end{cases}$
Вариант 21 $\begin{cases} \sin(x+0.5) + y = 1 \\ \cos(y+2) - 1.1 = 1 \end{cases}$	Вариант 22 $\begin{cases} \cos(x-0.2) - y = 1.1 \\ \sin y + 3x = 1.3 \end{cases}$
Вариант 23 $\begin{cases} \sin(x-1) = 1.3 - y \\ x + \cos(y+1) = 0.3 \end{cases}$	Вариант 24 $\begin{cases} 2y + \cos(x+1) = 1 \\ \sin x - \sin(y-3) = 0.4 \end{cases}$
Вариант 25 $\begin{cases} \cos(x-0.5) + y = 2 \\ \sin y + 2x = 1 \end{cases}$	Вариант 26 $\begin{cases} \sin(x+2) - y = 1.5 \\ x + \cos(y+2) = 0.6 \end{cases}$

Вариант 27 $\begin{cases} \sin(y+1) - x = 1.3 \\ 2y + \cos(x-1) = 1 \end{cases}$	Вариант 28 $\begin{cases} \sin y - 2x = 2 \\ \cos(x-1) + y = 0.7 \end{cases}$
Вариант 29 $\begin{cases} \cos(y+1) + x = 0.5 \\ y - \cos y = 3 \end{cases}$	Вариант 30 $\begin{cases} \sin(y-0.6) + x = 1 \\ \cos(x-2) + 2y = 0.9 \end{cases}$
Вариант 31 $\begin{cases} 2\cos y + x = 1 \\ y - \sin(x-0.5) = 3 \end{cases}$	Вариант 32 $\begin{cases} \cos 2x - y = 1 \\ \cos(y+0.5) - x = 0.4 \end{cases}$
Вариант 33 $\begin{cases} \cos(x+1) + 2y = 1 \\ \sin 2y + x = 1 \end{cases}$	Вариант 34 $\begin{cases} \sin(x+1) = 1.5 - y \\ x - \cos(y+1) = 0.8 \end{cases}$
Вариант 35 $\begin{cases} \sin y + 2x = 2 \\ \cos(x-1) + y = 0.7 \end{cases}$	Вариант 36 $\begin{cases} \cos(y+1) + 2x = 1 \\ y - \cos 2x = 2 \end{cases}$

Библиографический список

1. *Тарасов В.Н.* Численные методы. Теория, алгоритмы, программы / *В.Н.Тарасов, Н.Ф. Бахарева.* Оренбург: ИПК ОГУ. 2008. 264 с.
2. *Бахвалов Н.С* . Численные методы. 3-е изд. /Н.С. *Бахвалов.*, *Н.П. Жидков. Г.М. Кобельников.* М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2009. 632 с.
3. *Данко П.Е.* Высшая математика в упражнениях и задачах: В 2 Т.учеб. пособ. М.: Высшая. школа. 2008 г. 184 с.
4. *Протасов И.Д.* Лекции по вычислительной математике: учеб. пособ. М.: Гелиос АРВ. 2009. 309 с.

Приложение 1

Министерство образования Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

Кафедра информатики и компьютерных технологий

КУРСОВАЯ РАБОТА

По дисциплине___________Информатика________________________
(наименование дисциплины согласно учебному плану)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Тема работы: Решение систем нелинейных уравнений итерационными методами

Автор студент гр.________ _________ _______
(подпись) (Ф.И.О.)

Дата ___________

Оценка_________

Проверил:_________ ____________ _________
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Санкт-Петербург
20____

Приложение 2

Министерство образования Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего образования
Санкт-Петербургский горный университет

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
________/______________/
(подпись) (Ф.И.О.)
______”_________20__ г.

Кафедра информатики и компьютерных технологий

КУРСОВАЯ РАБОТА

По дисциплине __________Информатика____________________
(наименование дисциплины согласно учебному плану)

ЗАДАНИЕ

Студенту группы _____________ ____________________
(шифр группы) (Ф.И.О.)

1.Тема работы____

2. Исходные данные к работе____

3. Содержание пояснительной записки_____________________________________

4. Перечень графического материала______________________________________

5. Срок сдачи законченной работы____

Руководитель работы ____________ ______________ __________________
(должность) (подпись) (Ф.И.О.)

Дата выдачи задания __________20__ г.

Содержание

ИНФОРМАТИКА
РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ
МЕТОДОМ ПРОСТЫХ ИТЕРАЦИЙ

Методические указания для выполнения курсовой работы для студентов всех специальностей и направлений подготовки

Составители: *А.Б. Маховиков, С.Ю. Кротова, И.И. Пивоварова*

Печатается с оригинал-макета, подготовленного кафедрой информатики и компьютерных технологий

Ответственный за выпуск *С.Ю. Кротова*

Лицензия ИД № 06517 от 09.01.2002

Подписано к печати Формат 60х84/16
Усл. печ. л. Усл.кр.-отт. . Уч.-изд.л. Тираж 100 экз. Заказ . С .

Санкт-Петербургский горный университет
РИЦ Санкт-Петербургского горного университета

Адрес университета и РИЦ :199106 Санкт-Петербург, 21 линия, 2