

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
“ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I”

---

Кафедра «Высшая математика»

**А.А. Костроминов**

**Задание**  
**для контрольной работы**  
*по дисциплине*  
**«МАТЕМАТИКА» (Б1.О.7)**

для специальности  
23.05.05 «Системы обеспечения движения поездов»  
по специализациям:  
«Автоматика и телемеханика на железнодорожном транспорте»  
«Телекоммуникационные системы и сети железнодорожного  
транспорта»  
«Электроснабжение железных дорог»  
Форма обучения – очная, заочная

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 2 – ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ  
ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ.  
ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ И НЕСКОЛЬКИХ  
ПЕРЕМЕННЫХ**

Санкт-Петербург 2020

## **ПРАВИЛА ВЫПОЛНЕНИЯ И ОФОРМЛЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

1. Каждую контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради чернилами чёрного или синего цвета, оставляя поля для замечаний рецензента.
2. В конце работы должна быть оставлена чистая страница для развернутой рецензии или исправлений.
3. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, учебный шифр, название дисциплины, номер контрольной работы. Здесь же следует указать дату отсылки работы в университет и адрес электронной почты студента.
4. Из предложенного задания студент должен выполнить задачи, у которых последняя цифра после номера задачи и точки совпадает с последней цифрой его учебного шифра. Например, для студента имеющего шифр 12-АС-143, контрольная работа может содержать задачи № 1.03, 13.03, 19.03 и т. д.
5. Решения задач следует располагать в порядке возрастания номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач.
6. Приступая к выполнению контрольной работы, предварительно изучается соответствующий раздел теории. Перед решением каждой задачи надо полностью выписать ее условие. Решение задач следует приводить подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя по ходу решения свои действия. Обязательна нумерация страниц. Каждая задача должна начинаться с новой страницы.
7. Контрольная работа допускается к защите, если она содержит десять (и более) полностью и правильно решенных задач. Контрольная работа не проверяется и не рецензируется, если в ней содержится менее десяти решенных задач.
8. Отсканированные копии или качественные цифровые фото (достаточный объём- 1Мб) рукописно выполненных контрольных работ с титульными листами высылаются электронной почтой по адресу проверяющего преподавателя (см. в СДО).
9. Контрольная работа должна поступить в университет для проверки не позднее, чем за 15 дней до экзамена.
10. Если рецензент установил, что работа выполнена несамостоятельно, студенту выдается новое индивидуальное задание.
11. Получив рецензию на контрольную работу, студент должен в этой же тетради на чистых страницах сделать работу над ошибками, руководствуясь замечаниями рецензента. Если контрольная работа не была зачтена, ее необходимо сдать на повторную проверку. Если работа допу-

щена к защите, то студент получает по электронной почте уведомление об этом, регистрационный номер и контрольные вопросы.

12. Студент может сдавать экзамен только при наличии у него всех контрольных работ, предусмотренных учебным планом, с выводом рецензента “допущен к экзамену” и при условии отсутствия задолженностей по математике за предыдущие семестры.
13. На экзамене студент, кроме ответов на теоретические вопросы, защищает свои контрольные работы, отвечая на вопросы и решая аналогичные задачи.
14. Студенты специализаций: АС, АТ, ЭС на первом курсе в первом семестре изучают теоретический материал модуля 1 и модуля 2 рабочей программы, выполняют и защищают контрольную работу № 1, и сдают зачет.

Во втором семестре студенты изучают теоретический материал модуля 3 и модуля 4 рабочей программы, выполняют и защищают контрольную работу № 2, и сдают экзамен.

### Контрольная работа № 2

Контрольная работа № 2 состоит из 14 задач. Контрольная работа допускается к защите, если она содержит семь (и более) полностью и правильно решенных задач. Контрольная работа не проверяется и не рецензируется, если в ней содержится менее семи решенных задач.

**Задача 1.** Найти частные производные первого порядка для функции  $z = f(x, y)$ .

1.01.  $z = 5x^2 + 3y$ .

1.02.  $z = 3x^2 \cdot y$ .

1.03.  $z = e^{x^2+y}$ .

1.04.  $z = 5y^2 \cdot x$ .

1.05.  $z = \sin(2x - y)$ .

1.06.  $z = 6x^3 - xy$ .

1.07.  $z = \operatorname{tg}(x^2 - 2y)$ .

1.08.  $z = 6x - y^2$ .

1.09.  $z = 9xy^2$ .

1.10.  $z = 18x^2 - 4 \ln y$ .

**Задача 2.** Найти частные производные второго порядка для функции  $z = f(x, y)$  и показать, что она удовлетворяет данному уравнению.

2.01.

$$z = e^{xy};$$

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0.$$

2.02.  $z = \sin(x - y)/x;$   $\frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \right) - x^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$

2.03.  $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1);$   $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$

2.04.  $z = xe^{y/x};$   $x^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$

2.05.  $z = \sin(x + ay);$   $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$

2.06.  $z = \ln(x + e^{-y});$   $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$

2.07.  $z = e^{-\cos(ax+y)};$   $a^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$

2.08.  $z = \sin^2(y - ax);$   $a^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

2.09.  $z = \text{arctg}(x/y);$   $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$

2.10.  $z = x^y;$   $y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (1 + y \ln x) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}.$

**Задача 3.** Дана функция  $z = f(x, y)$  и точки  $A(x_0; y_0)$  и  $B(x_1; y_1)$ . Требуется:

- 1) вычислить точное значение функции в точке В;
- 2) вычислить приближенное значение функции в точке В, исходя из значения функции в точке А, и заменив приращение функции при переходе от точки А к точке В дифференциалом;
- 3) оценить в процентах относительную погрешность;
- 4) составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности  $z = f(x, y)$  в точке  $C(x_0; y_0; z_0)$ .

№	$z = f(x, y)$	$A(x_0; y_0)$	$B(x_1; y_1)$
3.01.	$z = 3xy + 2x + y$	$A(1; 2)$	$B(1.05; 1.93)$

3.02.	$z = x^2 - y^2 + 5x + 4y$	A(3;2)	B(3.02; 1.98)
3.03.	$z = 3y^2 - 9xy + y$	A(1;3)	B(1.07; 2.94)
3.04.	$z = x^2 + 2xy + 3y^2$	A(2;1)	B(1.95; 1.04)
3.05.	$z = 2xy + 3y^2 - 5x$	A(3;4)	B(3.04; 3.95)
3.06.	$z = xy + x - y$	A(1.5;2.3)	B(1.43; 2.35)
3.07.	$z = x^2 - y^2 - 2x + y$	A(4;1)	B(3.98; 1.06)
3.08.	$z = y^2 + 6xy - 3y$	A(3;2)	B(2.94; 2.05)
3.09.	$z = 2xy + 3x - 2y$	A(2;2)	B(1.93; 2.05)
3.10.	$z = x^2 + y^2 + 2x + 3y$	A(1;2)	B(1.05; 1.98)

**Задача 4.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = f(x,y)$  в замкнутой области  $D$ . Сделать чертёж.

№	$z = f(x, y)$	Область $D$
4.01.	$z = x^2 - 2y + 4xy - 6x - 1$	$x \geq 0; y \geq 0; x + y \leq 3$
4.02.	$z = xy - x - 2y$	$ x  \leq 3; y \leq 3; y \geq 0$
4.03.	$z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$	$x \geq -1; y \geq -1; x + y \leq 1$
4.04.	$z = 3x + y - xy$	$y \geq x; y \leq 4; x \geq 0$
4.05.	$z = x^2 + 2xy - y^2 - 4y$	$y \geq 2x; y \leq 2; x \geq 0$
4.06.	$z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x$	$x \leq 0; y \leq 0; x + y \geq -2$
4.07.	$z = x^2 + 3y^2x - y$	$x \leq 1; y \leq 1; x + y \geq 1$
4.08.	$z = x^2 + 2y^2 + 1$	$x \geq 0; y \geq 0; x + y \leq 3$
4.09.	$z = x^2 + y^2 - xy + x + y$	$x \leq 0; y \leq 0; x + y \geq -3$
4.10.	$z = 3 - 2x^2 - xy - y^2$	$x \leq 1; y \geq 0; y \leq x$

**Задача 5.** Найти экстремум функции  $z = f(x,y)$  при условии  $\varphi(x, y) = 0$ .

№	$z = f(x, y)$	$\varphi(x, y) = 0$
5.01.	$z = x^2 + y^2$	$x + y = 1$
5.02.	$z = x^2 + y^2$	$x/3 + y/4 = 1$
5.03.	$z = x^2 + y^2$	$4x - 3y = 1$
5.04.	$z = x^2 + y^2$	$-x/3 + y/4 = 1$

5.05.	$z = x^2 + y^2$	$x - y = 1$
5.06.	$z = x/3 + y/4$	$x^2 + y^2 = 1$
5.07.	$z = x - y$	$x^2 + y^2 = 1$
5.08.	$z = 4x - 3y$	$x^2 + y^2 = 1$
5.09.	$z = x/4 - y/3$	$x^2 + y^2 = 25$
5.10.	$z = -x/5 + y/12$	$x^2 + y^2 = 1$

**Задача 6.** Дана функция  $z = f(x, y)$ , точка  $A(x_0, y_0)$  и вектор  $\vec{a} = (a_x, a_y)$ .  
Найти: 1)  $\text{grad } z$  в точке  $A$ ;  
2) производную в точке  $A$  по направлению вектора  $\vec{a}$ .

№	$z = f(x, y)$	$A(x_0, y_0)$	$\vec{a} = (a_x, a_y)$
6.01.	$z = \ln(\cos(x + y))$	$A(4; 3)$	$\vec{a} = (-1; 1)$
6.02.	$z = (x-y)/(x + y)$	$A(4; 3)$	$\vec{a} = (2; 2)$
6.03.	$z = \text{arctg}(x^2/y)$	$A(-2; 4)$	$\vec{a} = (3; 4)$
6.04.	$z = e^{-x^3 + 4\sqrt{y}}$	$A(0; 1)$	$\vec{a} = (8; 6)$
6.05.	$z = \ln\sqrt{4 - x^2 - y^2}$	$A(1; -1)$	$\vec{a} = (4; 3)$
6.06.	$z = \text{arsin}(x/\sqrt{y})$	$A(1; 4)$	$\vec{a} = (-5; 12)$
6.07.	$z = x^4 + 5x^2y^2 - 3$	$A(2; -2)$	$\vec{a} = (-2; 5)$
6.08.	$z = \ln(x^2 - \sqrt{y})$	$A(2; 1)$	$\vec{a} = (1; 4)$
6.09.	$z = 5x^2 + 6xy$	$A(2; 1)$	$\vec{a} = (1; 2)$
6.10.	$z = \ln(3x - 2y)^2$	$A(2; 1)$	$\vec{a} = (1; -1)$

**Задача 7.** Найти неопределенный интеграл. Результаты проверить дифференцированием.

$$7.01 \text{ а) } \int x^2 dx; \quad \text{б) } \int \frac{2\sqrt{x} - 3x^2 \cos}{x^2} dx; \quad \text{в) } \int \cos^3 x \cdot \sin x dx.$$

7.02 a)  
 $\int x^{-3} dx;$

б)  
 $\int \frac{2x - 3\sqrt{x}}{x^2} dx;$

в)  
 $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx.$

7.03 a)  
 $\int x^{\frac{2}{3}} dx;$

б)  
 $\int \frac{3x^2 e^x - 4x}{x^2} dx;$

в)  
 $\int \frac{\operatorname{arctg}^4 x}{1 + x^2} dx.$

7.04 a)  
 $\int x^6 dx;$

б)  
 $\int \frac{10\sqrt[3]{x} - 2x}{x^3} dx;$

в)  
 $\int \frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$

7.05 a)  
 $\int (2x + 1) dx;$

б)  
 $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} dx;$

в)  
 $\int x \cdot e^{x^2} dx.$

7.06 a)  
 $\int \left( \frac{x^3}{2} + 3 \right) dx;$

б)  
 $\int \frac{3x^2 + 1}{x^4} dx;$

в)  
 $\int \cos \left( 6x - \frac{\pi}{17} \right) dx.$

7.07 a)  
 $\int \sqrt[5]{x^2} dx;$

б)  
 $\int \left( \frac{x^3}{2} - 3 \operatorname{tg} x + 5 \right) dx;$

в)  
 $\int \frac{\operatorname{ctg}^4 x}{\sin^2 x} dx.$

7.08 a)  
 $\int \sqrt{x} dx;$

б)  
 $\int \frac{7x \cdot 2^x - 3\sqrt{x}}{x} dx;$

в)  
 $\int x(x^2 + 3)^5 dx.$

7.09 a)  
 $\int x^{-\frac{3}{2}} dx;$

б)  
 $\int \frac{\sqrt{1 - x^2} + 1 - x}{\sqrt{1 - x^2}} dx;$

в)  
 $\int \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx.$

7.10 a)  
 $\int x^{-5} dx;$

б)  
 $\int \frac{3x + 1}{3x - 1} dx;$

в)  
 $\int \sin 4x dx.$

**Задача 8.** Найти неопределенные интегралы.

- |        |   |  |
|--------|---|--|
| 8.01   | a) $\int \frac{\sqrt{1-3\ln x}}{x} dx;$                 | б) $\int \frac{\sin 2x}{1+\cos 2x} dx.$  |
| 8.02   | a) $\int x \cos(x^2 + 5) dx;$                           | б) $\int \frac{x^3+1}{x^4+4x+5} dx.$     |
| 8.03   | a) $\int x^3 \sqrt{1-3x^4} dx;$                         | б) $\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x} dx.$ |
| 8.04   | a) $\int \frac{1+\operatorname{tg} 2x}{\cos^2 2x} dx;$  | б) $\int \frac{2x+1}{3x^2+3x+10} dx.$    |
| 8.05.  | a) $\int \frac{\ln x-5}{x\sqrt{\ln x}} dx;$             | б) $\int \frac{e^{2x}}{3+7e^{2x}} dx.$   |
| 8.06   | a) $\int \frac{e^x}{4+e^{2x}} dx;$                      | б) $\int \frac{\cos 3x}{4+5\sin 3x} dx.$ |
| 8.07   | a) $\int \frac{x}{\sqrt{9-x^4}} dx;$                    | б) $\int \frac{5^{2x}}{3+5^{2x}} dx.$    |
| 15.08. | a) $\int \frac{1+3\operatorname{arctg} 4x}{1+4x^2} dx;$ | б) $\int \frac{e^{3x}}{7-2e^{3x}} dx.$   |
| 8.09   | a) $\int \frac{\arcsin^3 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx;$       | б) $\int \frac{x^2+2}{x^3+6x+5} dx.$     |
| 8.10   | a) $\int \frac{x^2}{4+x^6} dx;$                         | б) $\int \frac{3^{-x}}{4+3^{-x}} dx.$    |

**Задача 9.** Найти неопределенные интегралы.

- |      |   |  |
|------|---|--|
| 9.01 | a) $\int x \sin 2x dx;$                 | б) $\int \frac{2-x}{x^3+x^2+2x+2} dx.$   |
| 9.02 | a) $\int x \cos 5x dx;$                 | б) $\int \frac{1}{x^3+x} dx.$            |
| 9.03 | a) $\int x e^{-4x} dx;$                 | б) $\int \frac{x+3}{x^3+x^2-2x} dx.$     |
| 9.04 | a) $\int x \ln(2x + 6) dx;$             | б) $\int \frac{x+14}{x^3+8} dx.$         |
| 9.05 | a) $\int \arcsin 2x dx;$                | б) $\int \frac{6x+5}{x^3+2x^2+x} dx.$    |
| 9.06 | a) $\int \operatorname{arctg} 4x dx;$   | б) $\int \frac{5x-14}{x^3-x^2-4x+4} dx.$ |
| 9.07 | a) $\int (2x + 3) \sin \frac{x}{4} dx;$ | б) $\int \frac{7x+3}{x^3-x^2+x-1} dx.$   |



- 9.08 а)  $\int x3^{-x} dx$ ; б)  $\int \frac{x-16}{x^3+16x} dx$ .
- 9.09 а)  $\int x \arctg 2x dx$ ; б)  $\int \frac{17x+10}{x^3+2x^2+10x} dx$ .
- 9.10 а)  $\int \ln(2x+7) dx$ ; б)  $\int \frac{4x+16}{x^3+4x^2+8x} dx$ .
- 9.01 в)  $\int \frac{x}{\sqrt{2x+1}+1} dx$ ; г)  $\int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{3} dx$ .
- 9.02 в)  $\int \frac{\sqrt{x-5}}{x} dx$ ; г)  $\int \cos^3 2x \sin^2 2x dx$ .
- 9.03 в)  $\int \frac{\sqrt{x-1}}{x+1} dx$ ; г)  $\int \sin^4 5x dx$ .
- 9.04 в)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2}}$ ; г)  $\int \operatorname{tg}^4 3x dx$ .
- 9.05 в)  $\int \frac{\sqrt{x+5}}{1 + \sqrt[3]{x+5}} dx$ ; г)  $\int \sin^3 3x \cos^6 3x dx$ .
- 9.06 в)  $\int \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x+1}} dx$ ; г)  $\int \sin 4x \sin 6x dx$ .
- 9.07 в)  $\int \frac{2\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$ ; г)  $\int \cos^3 2x dx$ .
- 9.08 в)  $\int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx$ ; г)  $\int \cos 3x \sin 7x dx$ .
- 9.09 в)  $\int \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} dx$ ; г)  $\int \cos^4 3x dx$ .
- 9.10 в)  $\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x^3}} dx$ ; г)  $\int \cos^3 \frac{x}{2} \sin^3 \frac{x}{2} dx$ .

**Задачи 10.** Вычислить определенные интегралы.

- 10.01 а)  $\int_1^2 (x^3 - 1) dx$ ; б)  $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}+1} dx$ .
- 10.02 а)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$ ; б)  $\int_0^2 \frac{3x+1}{x^2+2x+4} dx$ .
- 10.03 а)  $\int_0^3 (2x^2 + 1) dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{6+5\cos x}$ .

10.04	а) $\int_0^1 \sqrt[3]{x^2} dx;$	б) $\int_0^4 \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx.$
10.05	а) $\int_{-1}^1 e^{2x} dx;$	б) $\int_1^2 \frac{5x+7}{x^2+4x+5} dx.$
10.06	а) $\int_1^2 (2x^2 - x) dx;$	б) $\int_0^1 \frac{2x-1}{x^2+8x+17} dx.$
10.07	а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx;$	б) $\int_0^1 \frac{4x-3}{x^2+6x+13} dx.$
10.08	а) $\int_1^4 3\sqrt{x} dx;$	б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\sin^2 x} dx.$
10.09	а) $\int_1^2 2x^{-3} dx;$	б) $\int_{-0.5}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{2x+1}} dx.$
10.10	а) $\int_1^3 \frac{1}{x} dx;$	б) $\int_{-1}^4 \frac{x}{\sqrt{x+5}} dx.$

**Задача 11.** Вычислить площади фигур, ограниченных линиями.

11.01	а) $y = x^2; y = \frac{2}{x};$ $y = 16;$	б) $\rho^2 = 9\cos 2\varphi.$
11.02	а) $y = x^3; y = x;$ $y = 4x;$	б) $\rho = 2(1 + \cos \varphi).$
11.03	а) $y = x; y = \frac{x}{2};$ $y = 12 - x;$	б) $\rho = 2\cos 3\varphi.$
11.04	а) $y = x^2 + 1;$ $y = 3x + 1;$	б) $\rho = 4\cos \varphi.$
11.05	а) $y = \frac{2}{x}; y = \frac{x}{2}; y = 2;$	б) $\rho = 4\sin 2\varphi.$
11.06	а) $y = x^2; y = \frac{2}{x};$ $x = 6;$	б) $\rho = \cos 2\varphi.$
11.07	а) $y = 2x; y = x;$	б) $\rho = 3 - \cos 2\varphi.$

- |       |    |                 |    |                                |
|-------|----|-----------------|----|--------------------------------|
|       |    | $y = 6 - x;$    |    |                                |
| 11.08 | a) | $y = 3x^2 + 1;$ | б) | $\rho = 2(1 + \sin\varphi).$   |
|       |    | $y = 3x + 7;$   |    |                                |
| 11.09 | a) | $y = 2x - x^2;$ | б) | $\rho = 4(1 + \sin^2\varphi).$ |
|       |    | $x + y = 0;$    |    |                                |
| 11.10 | a) | $y = x^2 + 4x;$ | б) | $\rho = 3(1 - \cos\varphi).$   |
|       |    | $y = x + 4;$    |    |                                |

**Задача 12.** Вычислить значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

- |       |                                     |       |                                   |
|-------|-------------------------------------|-------|-----------------------------------|
| 12.01 | $\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 8} dx;$    | 12.02 | $\int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 36} dx.$ |
| 12.03 | $\int_1^{11} \sqrt{x^3 + 3} dx;$    | 12.04 | $\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 11} dx.$ |
| 12.05 | a) $\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 4} dx;$ | 12.06 | $\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 16} dx.$ |
| 12.07 | a) $\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 9} dx;$ | 12.08 | $\int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 32} dx.$ |
| 12.09 | a) $\int_{-1}^9 \sqrt{x^3 + 2} dx;$ | 12.10 | $\int_0^{10} \sqrt{x^3 + 5} dx.$  |

**Задача 13.** Проверить сходимость несобственных интегралов.

- |       |   |       |   |
|-------|---|-------|---|
| 13.01 | $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx;$                   | 13.02 | $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}.$     |
| 13.03 | $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}};$             | 13.04 | $\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}.$                  |
| 13.05 | $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x};$              | 13.06 | $\int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}.$               |
| 13.07 | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5};$ | 13.08 | $\int_{-\infty}^{-3} \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2}.$ |
| 13.09 | $\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2};$                      | 13.10 | $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}.$        |

### Задача 14.

14.01. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dS$ .

$$f(x, y) = xy^2, \quad D: \{0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1\}$$

14.02. Вычислить криволинейный интеграл второго рода по дуге  $AB$  от точки  $A(0; 0)$  до точки  $B(1; 1)$ .

$$\int_{AB} 3y^2 dx + 6xy dy, \quad AB: y = x.$$

14.03. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dS$ .

$$f(x, y) = xy, \quad D: \{0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2\}$$

14.04. Вычислить криволинейный интеграл второго рода по дуге  $AB$  от точки  $A(0; 0)$  до точки  $B(2; 2)$ .

$$\int_{AB} y^2 dx + 2xy dy, \quad AB: y = 2x.$$

14.05. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dS$ .

$$f(x, y) = \sqrt{xy}, \quad D: \{0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 4\}$$

14.06. Вычислить криволинейный интеграл второго рода по дуге  $AB$  от точки  $A(0; 0)$  до точки  $B(3; 3)$ .

$$\int_{AB} y^2 dx + 3xy dy, \quad AB: y = 3x.$$

14.07. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dS$ .

$$f(x, y) = x\sqrt{y}, \quad D: \{0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 4\}$$

14.08. Вычислить криволинейный интеграл второго рода по дуге  $AB$  от точки  $A(0; 0)$  до точки  $B(1; 1)$ .

$$\int_{AB} y^2 dx + 4xy dy, \quad AB: y = x^2.$$

14.09. Вычислить двойной интеграл  $\iint_D f(x, y) dS$ .

$$f(x, y) = \sqrt{xy}, \quad D: \{0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 1\}$$

14.10. Вычислить криволинейный интеграл второго рода по дуге  $AB$  от точки  $A(0; 0)$  до точки  $B(1; 1)$ .

$$\int_{AB} 2y^2 dx + 3xy dy, \quad AB : y = \sqrt{x}.$$