

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4. Построение графиков функций

**Цель работы:** Изучение графических возможностей пакета MS Excel. Приобретение навыков построения графика функции на плоскости средствами пакета.

**ПРИМЕР 4.1.** Построить график функции (см. рис. 4.1):

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2(x+3)}$$

1. Определим функцию  $f(x)$ . Для этого в ячейки **A1:A21** необходимо ввести значение аргумента при помощи автозаполнения, в данном случае с шагом 0,5. В ячейку **B1** вводится значение функции, вычисляемое по формуле  $= (A1^2 * (A1+3))^{(1/3)}$ . Ячейки **B2:B21** заполняются копированием формулы из ячейки **B1**.
2. Далее выделим диапазон **A1:B21** и воспользуемся "**Мастером диаграмм**". Для построения графика функции лучше выбрать точечную диаграмму, со значениями, соединенными сглаживающими линиями без маркеров. Чтобы график получился выразительным, можно определить промежуток изменения аргумента, увеличить толщину линий, выделить оси координат, нанести на них соответствующие деления, сделать подписи на осях и вывести заголовок.



Рис. 4.1

**ПРИМЕР 4.2.** Построить график функции:

$$\frac{4x^2 + 5}{4x + 8}$$

При построении этого графика следует обратить внимание на область определения функции. В данном случае функция не существует при обращении знаменателя в ноль.

Решим уравнение:  $4x + 8 \neq 0 \Rightarrow 4x \neq -8 \Rightarrow x \neq -2$

не определена. На рис. 4.2. видно, что значение аргумента задано в два этапа, не включая (-2) с шагом 0,2.

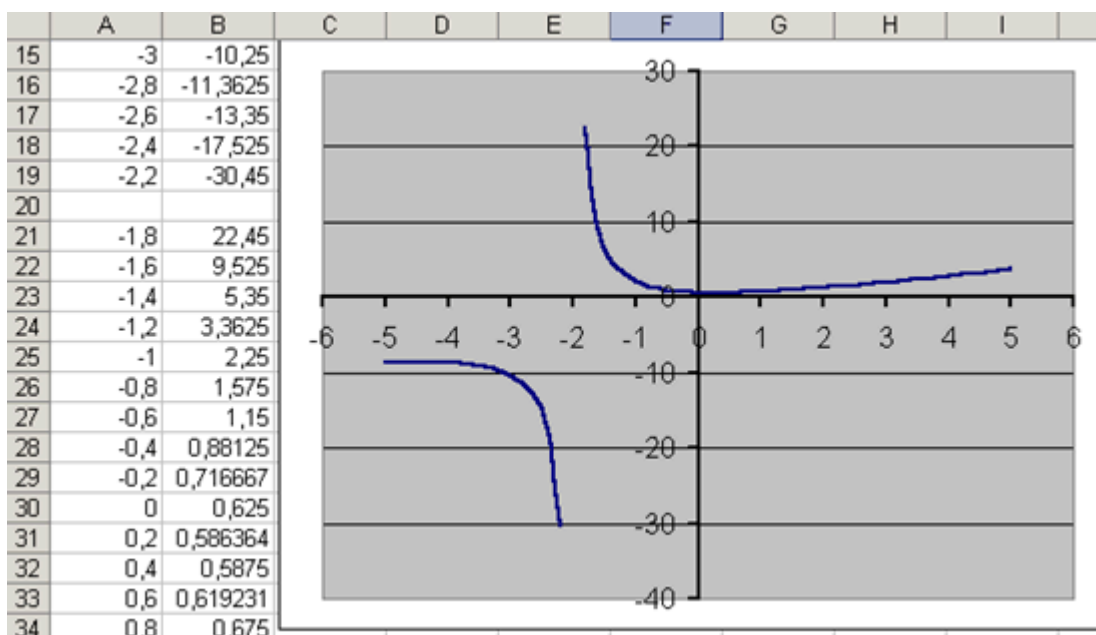


Рис. 4.2

**ПРИМЕР 4.3.** Построить график функции:

$$\frac{7x^2 - 3}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$\text{ОДЗ: } x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$$

Определение значения аргумента следует провести в два этапа. Например, от -5 до -1, а затем от 1 до 5, с шагом 0,1.

**ПРИМЕР 4.4.**

Построить график функции:

$$\begin{cases} 1+x, & x < 0 \\ e^x, & x \in (0, 1) \\ x^2, & x \geq 1 \end{cases}$$

При построении этого графика следует использовать функцию **ЕСЛИ**. Например, в ячейке **A7** (см. рис. 4.3) находится начальное значение аргумента, тогда в ячейку **B7** необходимо ввести формулу:

$$=\text{ЕСЛИ}(\text{A7}<0;1+\text{A7};\text{ЕСЛИ}(\text{A7}>=1;\text{A7}^2;\text{EXP}(\text{A7}))).$$

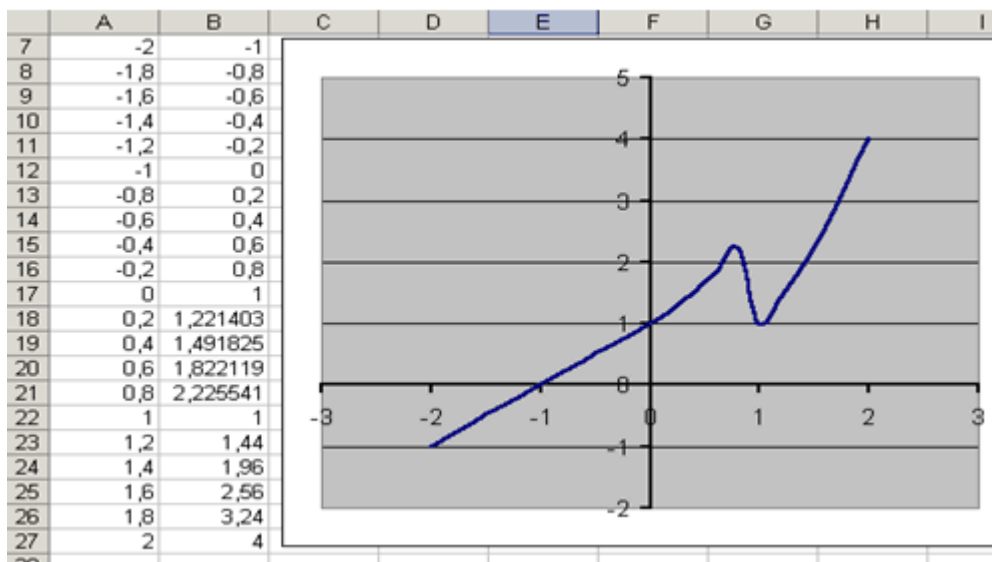


Рис. 4.3

**ПРИМЕР 4.5.** Изобразите линию, заданную неявно уравнением:

$$4y^2 + 5x^2 - 20 = 0.$$

Заметим, что заданная уравнением  $f(x,y)=0$  функция описывает кривую линию под названием **эллипс**. Это можно доказать, если произвести элементарные математические операции:

$$f(x,y) = 0 \Rightarrow 4y^2 + 5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{4y^2}{20} + \frac{5x^2}{20} - \frac{20}{20} = 0 \Rightarrow \frac{y^2}{5} + \frac{x^2}{4} = 1$$

В связи с тем, что линия задана неявно, для ее построения необходимо разрешить заданное уравнение относительно переменной  $y$ :

$$4y^2 + 5x^2 - 20 = 0 \Rightarrow 4y^2 = 20 - 5x^2 \Rightarrow$$

$$y^2 = \frac{20 - 5x^2}{4} \Rightarrow$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{20 - 5x^2}{4}} \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{20 - 5x^2}}{2}$$

После проведенных преобразований можно увидеть, что линию  $f(x,y)$  можно изобразить, построив графики двух функций в одной графической области.

$$f_1(x) = \frac{\sqrt{20 - 5x^2}}{2} \quad \text{и} \quad f_2(x) = -\frac{\sqrt{20 - 5x^2}}{2}$$

Перед построением определим ОДЗ функций  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$ .

Поскольку эти функции содержат в числителе выражение под знаком квадратного корня, то обязательным условием их существования будет выполнение следующего неравенства:

$$20 - 5x^2 \geq 0 \Rightarrow -5x^2 \geq -20 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow x \leq \pm 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [-2, 2]$$

Теперь перейдем к построению графика.

Для этого в диапазон **A3:A43** введем значения аргумента (от -2 до 2 с шагом 0,1).

В ячейку **B3** введем формулу для вычисления значений функции  $f_1(x)$  :

$$=\text{КОРЕНЬ}(20-5*\$A3^2)/2.$$

А в ячейку **C3** для вычисления значений функции  $f_2(x)$ :

$$= - \text{КОРЕНЬ}(20-5*\$A3^2)/2.$$

Далее скопируем эти формулы до **B43** и **C43** соответственно (см. рис. 4.4).

	A	B	C		A	B	C
3	-2	0	0	23	0	2,236068	-2,23607
4	-1,9	0,698212	-0,69821	24	0,1	2,233271	-2,23327
5	-1,8	0,974679	-0,97468	25	0,2	2,22486	-2,22486
6	-1,7	1,177922	-1,17792	26	0,3	2,210769	-2,21077
7	-1,6	1,341641	-1,34164	27	0,4	2,19089	-2,19089
8	-1,5	1,47902	-1,47902	28	0,5	2,165064	-2,16506
9	-1,4	1,596872	-1,59687	29	0,6	2,133073	-2,13307
10	-1,3	1,699265	-1,69926	30	0,7	2,094636	-2,09464
11	-1,2	1,788854	-1,78885	31	0,8	2,04939	-2,04939
12	-1,1	1,867485	-1,86748	32	0,9	1,996873	-1,99687
13	-1	1,936492	-1,93649	33	1	1,936492	-1,93649
14	-0,9	1,996873	-1,99687	34	1,1	1,867485	-1,86748
15	-0,8	2,04939	-2,04939	35	1,2	1,788854	-1,78885
16	-0,7	2,094636	-2,09464	36	1,3	1,699265	-1,69926
17	-0,6	2,133073	-2,13307	37	1,4	1,596872	-1,59687
18	-0,5	2,165064	-2,16506	38	1,5	1,47902	-1,47902
19	-0,4	2,19089	-2,19089	39	1,6	1,341641	-1,34164
20	-0,3	2,210769	-2,21077	40	1,7	1,177922	-1,17792
21	-0,2	2,22486	-2,22486	41	1,8	0,974679	-0,97468
22	-0,1	2,233271	-2,23327	42	1,9	0,698212	-0,69821
				43	2	0	0

Рис. 4.4

Затем выделим диапазон **A3:C43** и воспользовавшись "Мастером диаграмм", построим графики функций  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$  в одной графической области (см. рис. 4.5).

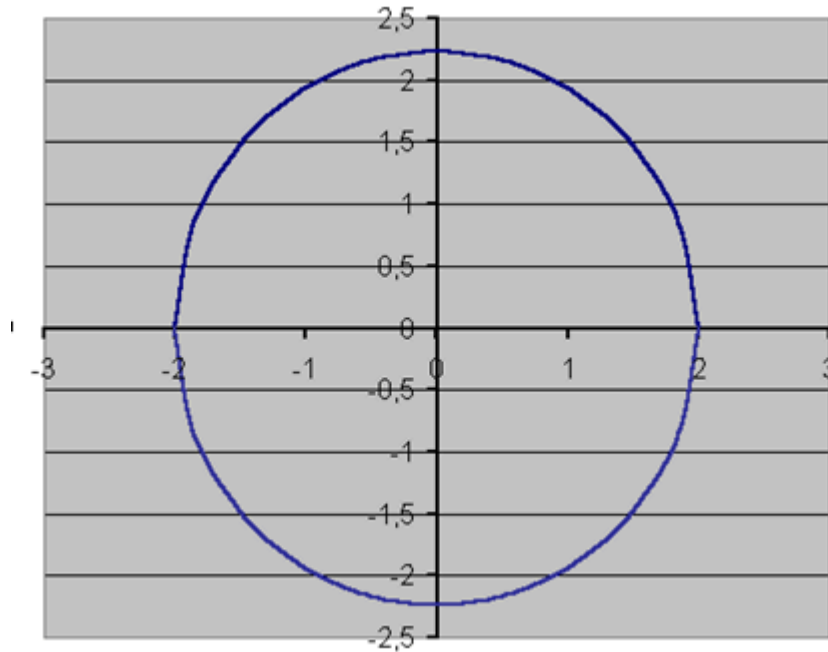


Рис. 4.5

**ПРИМЕР 4.6.** Изобразите линию заданную неявно:

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

Данное уравнение описывает линию под названием *гипербола*. Разрешим его относительно переменной  $y$ :

$$\frac{y^2}{9} = \frac{x^2}{4} - 1 \Rightarrow y^2 = \frac{9}{4}(x^2 - 4) \Rightarrow y = \pm \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4} \Rightarrow$$

$$\left( f_1(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4}, f_2(x) = -\frac{3}{2}\sqrt{x^2 - 4} \right)$$

Найдем

ОДЗ

функций  $x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty, -2] \text{ и } [2, +\infty)$

$f_1(x)$  и

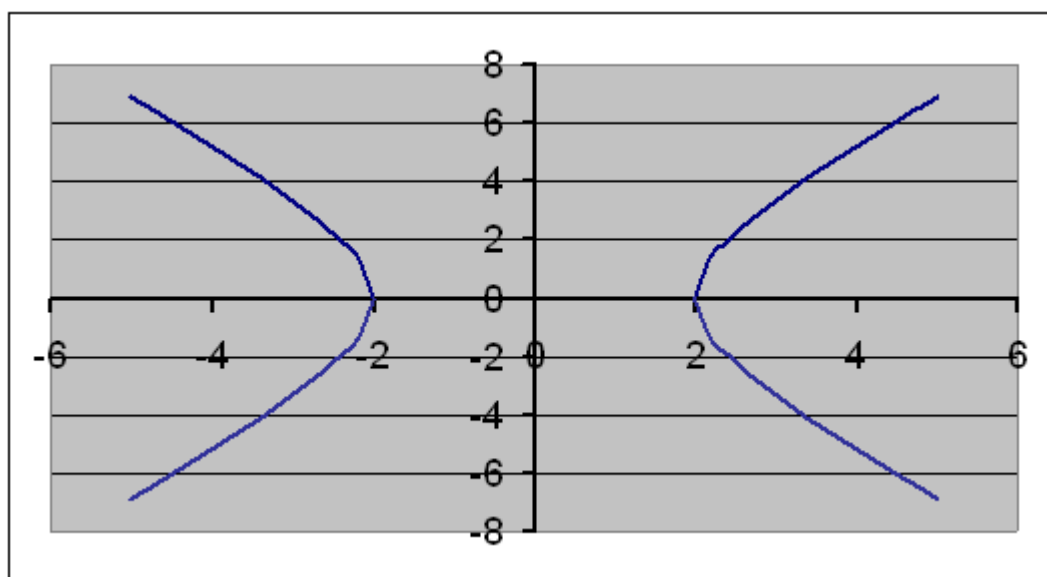
$f_2(x)$ :

Проведенные исследования показывают, что для построения графика необходимо значения аргумента задавать в два этапа, т.к. в диапазоне от -2 до 2 функция не определена (см. ПРИМЕР 4.2 и 4.3).

Задание значений функций  $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$  и построение графика выполняется так же, как в ПРИМЕРЕ 4.5. Результаты представлены на рис. 4.6. и 4.7.

B1				C18				
$f_x = 3/2*(A1^2-4)^{(1/2)}$				$f_x = -3/2*(A18^2-4)^{(1/2)}$				
	A	B	C	D	A	B	C	D
1	-5	6,873864	-6,87386		18	2	0	0
2	-4,8	6,545227	-6,54523		19	2,2	1,374773	-1,37477
3	-4,6	6,213695	-6,21369		20	2,4	1,989975	-1,98997
4	-4,4	5,878775	-5,87878		21	2,6	2,491987	-2,49199
5	-4,2	5,539856	-5,53986		22	2,8	2,939388	-2,93939
6	-4	5,196152	-5,19615		23	3	3,354102	-3,3541
7	-3,8	4,846648	-4,84665		24	3,2	3,746999	-3,747
8	-3,6	4,489989	-4,48999		25	3,4	4,124318	-4,12432
9	-3,4	4,124318	-4,12432		26	3,6	4,489989	-4,48999
10	-3,2	3,746999	-3,747		27	3,8	4,846648	-4,84665
11	-3	3,354102	-3,3541		28	4	5,196152	-5,19615
12	-2,8	2,939388	-2,93939		29	4,2	5,539856	-5,53986
13	-2,6	2,491987	-2,49199		30	4,4	5,878775	-5,87878
14	-2,4	1,989975	-1,98997		31	4,6	6,213695	-6,21369
15	-2,2	1,374773	-1,37477		32	4,8	6,545227	-6,54523
16	-2	0	0		33	5	6,873864	-6,87386
17								

Рис. 4.4



## ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

**ЗАДАНИЕ 4.1.** Построить график функции  $f(x)$ .

№	$f(x)$	№	$f(x)$	№	$f(x)$
1	$\sqrt[3]{(1+x)(x^2+2x-2)}$	11	$\sqrt[3]{(1-x)(x^2-2x-2)}$	21	$\sqrt[3]{x(x^2+2)^2}$
2	$\sqrt[3]{(x^2-4x+3)^2}$	12	$\sqrt[3]{x^2(x^2+2)^2}$	22	$\sqrt[3]{(3+x)(2x^2+x-1)}$
3	$\sqrt[3]{(3+x)x^2}$	13	$\sqrt[3]{(x+2)^2(x-1)}$	23	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$

4	$\sqrt[3]{(2+x)^2(x^2-4)}$	14	$\sqrt[3]{(x-2)^2(x+1)}$	24	$\sqrt[3]{(4+x)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}$
5	$\sqrt[3]{(1+x)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}$	15	$\sqrt[3]{(2+x)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}$	25	$\sqrt[3]{(6+x)x^2}$
6	$\sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}$	16	$\sqrt[3]{x(x+3)^2}$	26	$\sqrt[3]{(x^2-3x+2)^2}$
7	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$	17	$\sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2}$	27	$\sqrt[3]{(x-4)^2(x^2+2)}$
8	$\sqrt[3]{(x-4)^2(x+2)}$	18	$\sqrt[3]{x^2(x-6)}$	28	$\sqrt[3]{(x+3)^2} - \sqrt[3]{(x-4)^2}$
9	$\sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}$	19	$\sqrt[3]{x^2(x+4)^2}$	29	$\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{x}$
10	$\sqrt[3]{(3+x)(x^2+6x+6)}$	20	$\sqrt[3]{(2+x)(x^2+4x+1)}$	30	$\sqrt[3]{(x^2-x-3)^2}$

**ЗАДАНИЕ 4.2.** Построить график функции  $f(x)$ .

№	$f(x)$	№	$f(x)$	№	$f(x)$
1	$\frac{4x^2+5}{4x+8}$	11	$\frac{2-x^2}{\sqrt{9x^2-4}}$	21	$\frac{4x^3+3x^2-2x-2}{x^2-1}$
2	$\frac{17-x^2}{4x-5}$	12	$\frac{x^3+3x^2-2x-2}{2-3x^2}$	22	$\frac{1-x^2}{\sqrt{16x^2-9}}$
3	$\frac{x^2-3}{\sqrt{4x^2-3}}$	13	$\frac{3x^2-7}{2x+1}$	23	$\frac{2x^2-3x+1}{1-2x}$
4	$\frac{x^3-4x}{3x^2-4}$	14	$\frac{x^2-5}{\sqrt{9x^2-8}}$	24	$\frac{4x^3+x^2-2x-1}{2x^2-1}$
5	$\frac{4x^3+3x^2-8x-2}{2-3x^2}$	15	$\frac{x^2-6x+4}{2-2x}$	25	$\frac{5x^2-3}{\sqrt{3x^2-1}}$
6	$\frac{x^2-3}{\sqrt{3x^2-2}}$	16	$\frac{21-x^2}{7x-9}$	26	$\frac{4x^3-x}{x^2-1}$
7	$\frac{2x^2-6}{x-2}$	17	$\frac{2x^2-7}{\sqrt{3x^2-2}}$	27	$\frac{2x^3-2x+1}{x^2-1}$
8	$\frac{x^3+x^2-3x-1}{x^2-1}$	18	$\frac{2x^3-3x^2-2x+1}{3x^2-1}$	28	$\frac{x^2-5}{\sqrt{x^2-2}}$
9	$\frac{4x^3-3x}{4x^2-1}$	19	$\frac{x^2-11}{4x-3}$	29	$\frac{2x^2-5}{\sqrt{3x^2-4}}$
10	$\frac{x^2-6x+4}{3x-2}$	20	$\frac{2x^2-9}{\sqrt{x^2-1}}$	30	$\frac{15-x^3}{2x-1}$

**ЗАДАНИЕ 4.3.** Построить график функции  $f(x)$ .

№	$f(x)$	№	$f(x)$	№	$f(x)$
1	$\begin{cases} \frac{1+x^2}{\sqrt{1+x^4}}, x \leq 0 \\ 2x + \frac{\sin^2 x}{2+x}, x > 0 \end{cases}$	11	$\begin{cases} \sqrt{1+x^2} - \cos^2 x, x \leq 0 \\ \frac{x}{\sqrt[3]{e^{x+1}}}, x > 0 \end{cases}$	21	$\begin{cases} \sqrt{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{1+\sqrt[3]{1+e^{0.2x}}}, x > 0 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 3\sin x - \cos^2 x, x \leq 0 \\ 3\sqrt{1+x^2}, x > 0 \end{cases}$	12	$\begin{cases} 3\sin^2 x - \cos x, x \leq 0 \\ \sqrt{2+x^2}, x > 0 \end{cases}$	22	$\begin{cases} \sin x - 2\cos x, x \leq 0 \\ \sqrt{1+x^2}, x > 0 \end{cases}$
3	$\begin{cases} \frac{1+ x }{\sqrt[3]{1+x+x^2}}, x \leq -1 \\ 2\ln(1+x^2), x \in (-1;0) \\ (1+x)^{\frac{3}{5}}, x \geq 0 \end{cases}$	13	$\begin{cases} \frac{1+x}{1+x^2}, x < 0 \\ \sqrt{1+\frac{x}{1+x}}, x \in (0;1) \\ 2 \sin(3x) , x \geq 1 \end{cases}$	23	$\begin{cases} \frac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}, x \leq 0 \\ -x + 2e^{-2x}, x \in (0;1) \\  2-x ^{1/3}, x \geq 1 \end{cases}$
4	$\begin{cases} \frac{3x^2}{1+x^2}, x \leq 0 \\ \sqrt{1+\frac{2x}{1+x^2}}, x > 0 \end{cases}$	14	$\begin{cases} 3x + \sqrt{1+x^2}, x < 0 \\ 2\cos x \cdot e^{-2x}, x \in [0;1] \\ 2\sin 3x, x > 1 \end{cases}$	24	$\begin{cases} \sqrt{1+ x }, x \leq 0 \\ \frac{1+3x}{2+\sqrt[3]{1+x}}, x > 0 \end{cases}$
5	$\begin{cases} \frac{3+\sin x}{1+x^2}, x \leq 0 \\ 2x^2 \cos^2 x, x > 0 \end{cases}$	15	$\begin{cases} \sqrt[3]{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{1+\cos^2 x}, x > 0 \end{cases}$	25	$\begin{cases} \frac{1+\cos x}{1+x^2}, x \leq 0 \\ x \cos x, x > 0 \end{cases}$
6	$\begin{cases} \frac{3+\sin^2 2x}{1+\cos^2 x}, x \leq 0 \\ 2\sqrt{1+2x}, x > 0 \end{cases}$	16	$\begin{cases} \frac{\sqrt{1+ x }}{2+ x }, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{2+\cos^3 x}, x > 0 \end{cases}$	26	$\begin{cases} x + \sqrt{1+x^2}, x < 0 \\ \sin x \cdot e^{-x}, x \in [0;1] \\ 2\cos^2 x, x > 1 \end{cases}$
7	$\begin{cases} \frac{ x }{1+x^2} e^{-2x}, x < 0 \\ \sqrt{1+x^2}, x \geq 0 \end{cases}$	17	$\begin{cases} \frac{ x }{1+x^2}, x < 0 \\ \sqrt{1+x}, x \geq 0 \end{cases}$	27	$\begin{cases}  x e^{-2x}, x < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, x \geq 0 \end{cases}$
8	$\begin{cases} \sqrt{1+2x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1+x}{1+\sqrt[3]{1+e^x}}, x > 0 \end{cases}$	18	$\begin{cases} 2\sqrt{1+x^2}, x \leq 0 \\ \frac{1}{1+\sqrt[3]{e^x}}, x > 0 \end{cases}$	28	$\begin{cases} 3\sqrt{1+x^2}, x < 0 \\ \sin 2x \cdot 3e^{-x}, x \in [0;1] \\ \cos x \sin x, x > 1 \end{cases}$
9	$\begin{cases} \frac{1}{ x ^{\frac{1}{3}}}, x < 0 \\ -2x + \sqrt{x}, x \in [0;1) \\  x-3 ^{0.1}, x \geq 1 \end{cases}$	19	$\begin{cases} \sqrt{1+x^2}, x < 0 \\ 2\cos^2 x, x \in [0;1] \\ \sqrt{1+\sqrt[3]{2\sin 3x}}, x > 1 \end{cases}$	29	$\begin{cases} 1+x+x^2, x < 0 \\ \sqrt{1+2x}, x \in [0;1) \\ 2 0.5+\sin x , x \geq 1 \end{cases}$



10	$\begin{cases} \sqrt{1+2x^2-\sin^2 x}, x \leq 0 \\ \frac{2+x}{\sqrt[3]{2+e^{-0.1x}}}, x > 0 \end{cases}$	20	$\begin{cases} \sqrt{1+x-\sin x}, x \leq 0 \\ \frac{x}{\sqrt[4]{e^{-0.1x}}}, x > 0 \end{cases}$	30	$\begin{cases} \frac{1+\sin x}{1+2\cos x}, x \leq 0 \\ \sqrt{1+x}, x > 0 \end{cases}$
----	--	----	---	----	---

**ЗАДАНИЕ 4.4.** Изобразите линии заданные неявно уравнением  $f(x,y)=0$ .

№	$f(x)$	№	$f(x)$	№	$f(x)$
1	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} - 1$	11	$\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{4} - 1$	21	$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - 1$
2	$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} - 1$	12	$\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{36} - 1$	22	$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} - 1$
3	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - 1$	13	$\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{16} - 1$	23	$\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} - 1$
4	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} - 1$	14	$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} - 1$	24	$\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{81} - 1$
5	$y^2 - 2x^2 - 4$	15	$y^2 + 4x^2 - 4$	25	$2y^2 - 9x^2 - 18$
6	$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} - 1$	16	$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} - 1$	26	$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - 1$
7	$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} - 1$	17	$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{16} - 1$	27	$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} - 1$
8	$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} - 1$	18	$\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{9} - 1$	28	$\frac{y^2}{100} + \frac{x^2}{64} - 1$
9	$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{49} - 1$	19	$\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{64} - 1$	29	$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} - 1$
10	$9y^2 - 4x^2 - 16$	20	$9y^2 + 4x^2 - 16$	30	$2y^2 + 9x^2 - 81$