

Методические материалы и задачи контрольной работы
по дисциплине «Бортовые вычислительные комплексы навигации и
самолетовождения» (БВК НС)
(для студентов заочной формы обучения)

Часть 1. Погрешности навигационных измерений

В большинстве практических случаев конечные навигационные определения (измерения) являются результатом сложных преобразований выходных параметров (сигналов) датчиков первичной навигационной информации (ДПНИ). Погрешности, содержащиеся в выходных параметрах ДПНИ, также преобразуются в погрешности выходных данных навигационной системы (НС).

При освоении математического аппарата и базовых расчетных формул представляется возможность провести предварительную оценку точностных характеристик выходных данных навигационного канала, располагая только информацией о точности ДПНИ и о виде преобразования информации от ДПНИ, реализуемого в рассматриваемом навигационном канале.

В общем случае любому из рассматриваемых навигационных измерений присуща погрешность, вызывающая отклонение полученного результата измерения от истинного значения определяемого параметра.

Погрешность δ далее понимается как разность результата измерения $x_{но}$ и истинного значения x определяемого параметра:

$$\delta = x_{но} - x. \quad (1)$$

Величина погрешности, взятая с обратным знаком, обычно называется *поправкой $v_{нопр}$* , которая используется для расчета истинного значения, т.е.

$$v_{нопр} = -\delta; \quad x = x_{но} + v_{нопр}. \quad (2)$$

Погрешность вида (1) называется *истинной погрешностью*.

В большинстве практических случаев истинное значение неизвестно.

В такой ситуации вместо истинного значения используется некоторая статистическая оценка \hat{x} . Если эта оценка состоятельная, несмещенная и эффективная, то значение такой оценки обычно называется *вероятнейшим и, соответственно, вероятнейшая погрешность* имеет вид:

$$\hat{\delta} = x_{но} - \hat{x}_{но} \quad (3)$$

Примечание:

Состоятельная оценка – оценка, сходящаяся по вероятности к самой величине оцениваемого параметра при неограниченном увеличении количества измерений.

Оценка несмещенная, если математическое ожидание оценки параметра равно самому определяемому параметру.

Оценка эффективная, если дисперсия этой оценки является минимальной.

Погрешности вида (1), (3) имеют ту же размерность, что и само навигационное измерение и называются *абсолютными погрешностями*. Такая погрешность характеризует текущее измерение и, в общем случае, может иметь нулевые, положительные и отрицательные значения.

Примечание:

Следует отличать определение абсолютной погрешности и абсолютные значения этих погрешностей, т.е. их модулей $|\delta|$ и $|\delta|$.

Абсолютные ошибки отдельных отсчетов случайной величины в какой-то степени характеризуют точность каждого из измерений. Точность результата обработки ряда измерений, например, точность среднего арифметического, может характеризоваться *средней абсолютной ошибкой*:

$$\Delta x_{cp} = \pm (1/n) [|\delta_1| + |\delta_2| + \dots + |\delta_n|]. \quad (4)$$

Итоговый результат обработки с учетом средней абсолютной ошибки принято записывать в виде

$$x = (x_{cp} \pm \Delta x_{cp}). \quad (5)$$

В рамках контрольной работы (КР) рассматривается некоторый результат P навигационных определений, полученный при выполнении алгебраических действий и некоторых функций с использованием формируемых в ДПНИ параметров A, B, C (исходных данных) с априорно известными значениями их средних абсолютных ошибок - $\Delta A, \Delta B$ и ΔC , соответственно. Формулы для расчета ошибок результатов алгебраических действий и некоторых часто применяемых функций приведены ниже в таблице 1.

Таблица 1

№ п.п.	Операция (функция) P =	Абсолютная ошибка ΔP результата P, формула $\Delta P =$	Относительная ошибка результата ($\Delta P/ P $) =
1	A+B	$\Delta A + \Delta B$	$(\Delta A + \Delta B)/ A+B $
2	A-B	$\Delta A + \Delta B$	$(\Delta A + \Delta B)/ A-B $
3	AB	$A\Delta B + B\Delta A$	$(\Delta A/ A) + (\Delta B/ B)$
4	ABC	$AB\Delta C + BC\Delta A + AC\Delta B$	$(\Delta A/ A) + (\Delta B/ B) + (\Delta C/ C)$
5	A/B	$(B\Delta A - A\Delta B)/B^2$	$(\Delta A/ A) - (\Delta B/ B)$
6	A^k	$kA^{k-1}\Delta A$	$k(\Delta A/ A)$
7	$A^{1/k}$	$(1/k)A^{(1/k)-1}\Delta A$	$(1/k)(\Delta A/ A)$
8	$\sin A$	$ \cos A/\Delta A$	$ ctg A/\Delta A$
9	$\cos A$	$ \sin A/\Delta A$	$ tg A/\Delta A$
10	$tg A$	$\Delta A/\cos^2 A$	$2\Delta A/ \sin 2A $
11	$ctg A$	$\Delta A/\sin^2 A$	$2\Delta A/ \cos 2A $
12	$\ln A$	$\Delta A/ A $	$\Delta A/(A \ln A)$
13	e^A	$e^A \Delta A$	ΔA

Примечание: A, B, C – исходные данные (аргументы в функции);
 $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ – ошибки исходных данных; P, ΔP - результат и его ошибка

При выводе формул:

- предположение о том, что ошибки исходных данных $\Delta A, \Delta B, \Delta C$ малы, по сравнению с их величинами A, B, C (составляют не более 10%);
- произведениями, квадратами и более высокими степенями ошибок пренебрегают - как величинами второго порядка малости;
- рассматривается самое неблагоприятное сочетание знаков ошибок исходных данных, т. е. определяется величина максимально возможной (предельной) ошибки результата P.

При сложной зависимости (которой нет в таблице)

- последовательное применение формул из таблицы, при этом *недостаток* – м. б. значительное завышение ошибки результата тех в случаях, когда одна и та же величина включена в зависимость 2 раза и более;
- использование дифференциального метода нахождения ошибок косвенных измерений.

Комплексная задача КР №1

Задача 1.1 (прямая)

Известно значение A - оценка среднего значения модуля вектора \vec{A} ускорения, измеряемого акселерометром, а также значение средней абсолютной погрешности ΔA измерений модуля ускорения этим акселерометром.

Также известны оценки значений углов B_1 , B_2 и B_3 между направлением вектора ускорения и положительными направлениями осей правой прямоугольной системы координат $OXYZ$ (см.рис.1), а также соответствующие средние абсолютные погрешности ΔB_1 , ΔB_2 и ΔB_3 при определения этих углов.

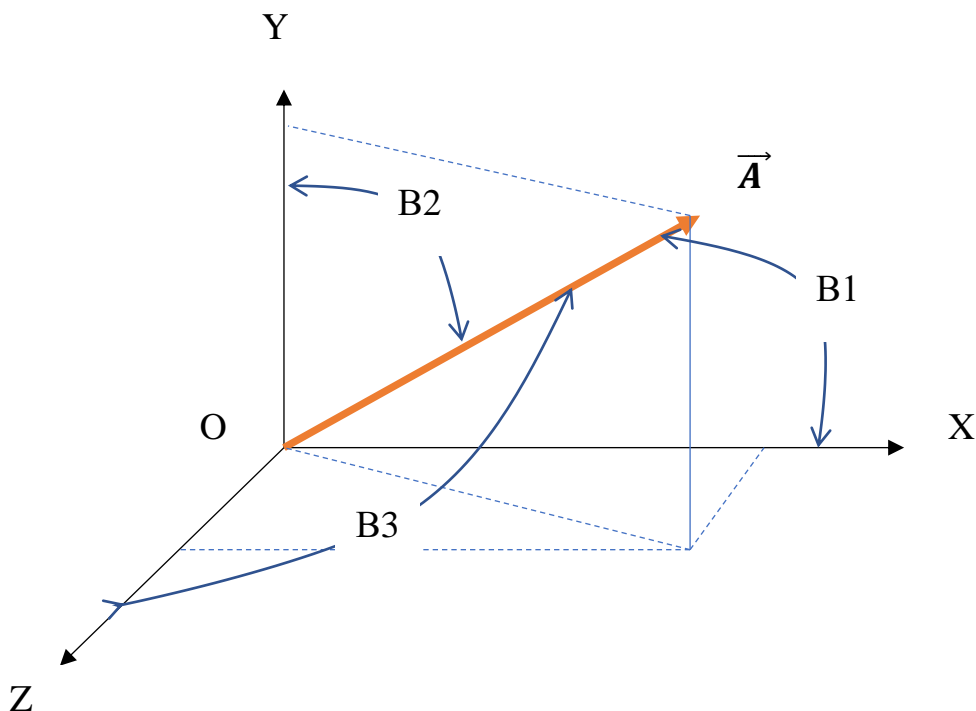


Рисунок 1 – Вектор ускорения и углы его ориентации относительно осей прямоугольной системы координат $OXYZ$

Требуется с использованием вышеуказанных исходных данных и сведений из таблицы 1:

- 1) получить аналитические выражения для расчета и вычислить значения A_x , A_y , A_z проекций вектора ускорения \vec{A} на оси OX , OY и OZ .
- 2) получить аналитические выражения для расчета абсолютных (ΔA_x , ΔA_y , ΔA_z) и относительных ($\Delta_{отнX}$, $\Delta_{отнY}$, $\Delta_{отнZ}$) погрешностей в результатах расчета проекций A_x , A_y , A_z вектора ускорения \vec{A} на оси OX , OY и OZ (в соответствии с выражениями, полученными в позиции 1).
- 3) Задать следующие численные значения:

3.1. $A = (100 \pm N_{гр}) \text{ м/с}^2$,

где: $N_{гр}$ – порядковый номер студента в списке группы, причем:

- для группы Z6111: $A = (100 + N_{гр}) \text{ м/с}^2$;
- для группы Z6112К: $A = (100 - N_{гр}) \text{ м/с}^2$;

3.2. $\Delta A = 1 \text{ м/с}^2$;

3.3. $\Delta B_1 = \Delta B_2 = \Delta B_3 = 1^0$;

3.4. $B_1 = 35^0$, $B_2 = 60^0$, а угол B_3 определяется из выражения

$$\text{Cos}^2 B_1 + \text{Cos}^2 B_2 + \text{Cos}^2 B_3 = 1$$

Требуется рассчитать численные значения:

- абсолютных ошибок ΔA_x , ΔA_y , ΔA_z
- относительных ошибок $\Delta_{отнX}$, $\Delta_{отнY}$, $\Delta_{отнZ}$

в соответствии с выражениями, полученными в пункте 1) и 2) при исходных данных, определенных в позиции 3) - см. п. п. 3.1.-3.4.

Примечания:

При определении формулы для расчета погрешностей в проекциях вектора ускорения - обратить внимание на п.9 в табл.1.

В ряде выводимых соотношений для расчета погрешностей является обязательным представление углов в радианах.

Задача 1.2 (обратная)

Используя полученные в рамках решения задачи 1.1. значения A_x , A_y , A_z проекций вектора ускорения \vec{A} на оси Ox , Oy и Oz (см. поз. 1)) и рассчитанные значения соответствующих им абсолютных ошибок ΔA_x , ΔA_y , ΔA_z ,

требуется:

а) записать соотношение для расчета значения модуля вектора ускорения $|\vec{A}|$;

б) используя сведения из табл. 1, путем последовательного применения формул, указанных в поз. 7, 6, 1, нужно вывести формулу для расчета абсолютной погрешности ΔA при определении модуля ускорения $|\vec{A}|$ по соотношению, определенному в поз. а), т.е. по проекциям A_x , A_y , A_z с известными абсолютными погрешностями ΔA_x , ΔA_y , ΔA_z

в) подставляя в полученное в пункте б) соотношение уже известные (ранее рассчитанные в задаче 1.1) значения, необходимо рассчитать значение абсолютной погрешности ΔA .

Часть 2 Координатные преобразования при формировании наблюдений в интегрированных навигационных системах

Рассматриваются следующие измерительно-вычислительные каналы (ИВК) в интегрированной инерциально-доплеровской (ИД) навигационной системы (НС):

- инерциальный канал, обеспечивающий измерение/оценивание (см. рис. 1) проекций V_E , V_N , V_H вектора \vec{V} траекторной скорости летательного аппарата (ЛА) на оси сопровождающего трехгранника $OENH$ геодезической системы координат (СТ ГСК);

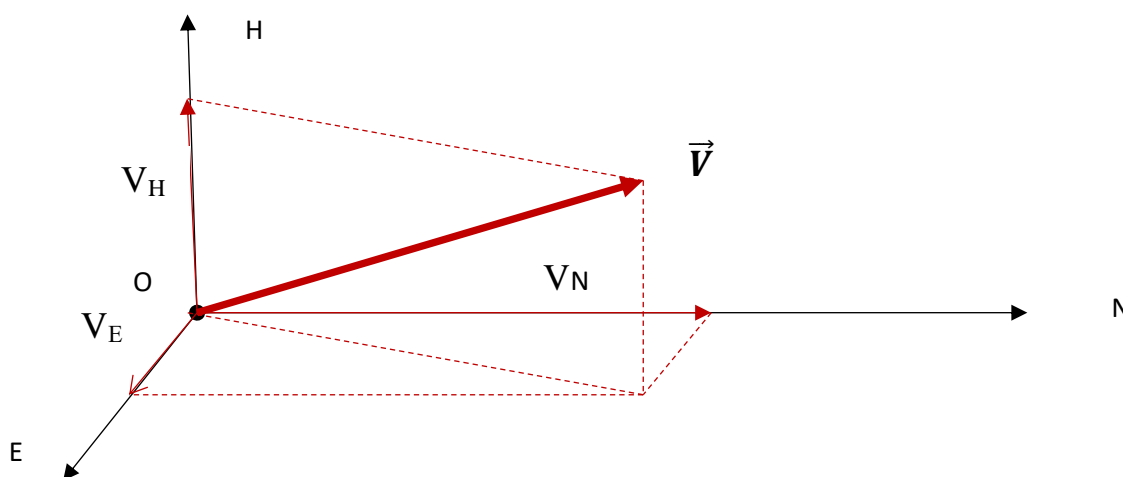


Рисунок 1

Примечание:

СТ ГСК – подвижная горизонтированная система координат (СК): начало отсчета в которой находится в центре масс (ЦМ) ЛА; ось ON направлена на Север по касательной к меридиану, проходящему через ЦМ ЛА; ось ON – направлена вверх по линии местной вертикали; ось OE составляет совместно с осями ON и ON правую тройку векторов (направлена на Восток).

- доплеровский (радиотехнический) канал, обеспечивающий (см. рис. 2) измерение/оценивание проекции V_R дис вектора \vec{V} траекторной скорости ЛА на заданное положительное направление оси OX - от ЛА к земной поверхности (ЗП). Ориентация оси «ЛА→ЗП» в СТ ГСК известна и задается направляющими косинусами:

$\text{Cos } \varphi_{DN}$, где φ_{DN} – угол между положительным направлением оси ON в СТ ГСК и положительным направлением оси «ЛА→ЗП», по сути

являющегося направлением максимума излучения радиосигнала для одного луча в диаграмме направленности антенны доплеровского измерителя скорости ЛА;

$\cos \varphi_{ДЕ}$, где $\varphi_{ДЕ}$ – угол между положительным направлением оси ОЕ в СТ ГСК и положительным направлением оси «ЛА→ЗП»;

$\cos \varphi_{ДН}$, где $\varphi_{ДН}$ – угол между положительным направлением оси ОН в СТ ГСК и положительным направлением оси «ЛА→ЗП»;

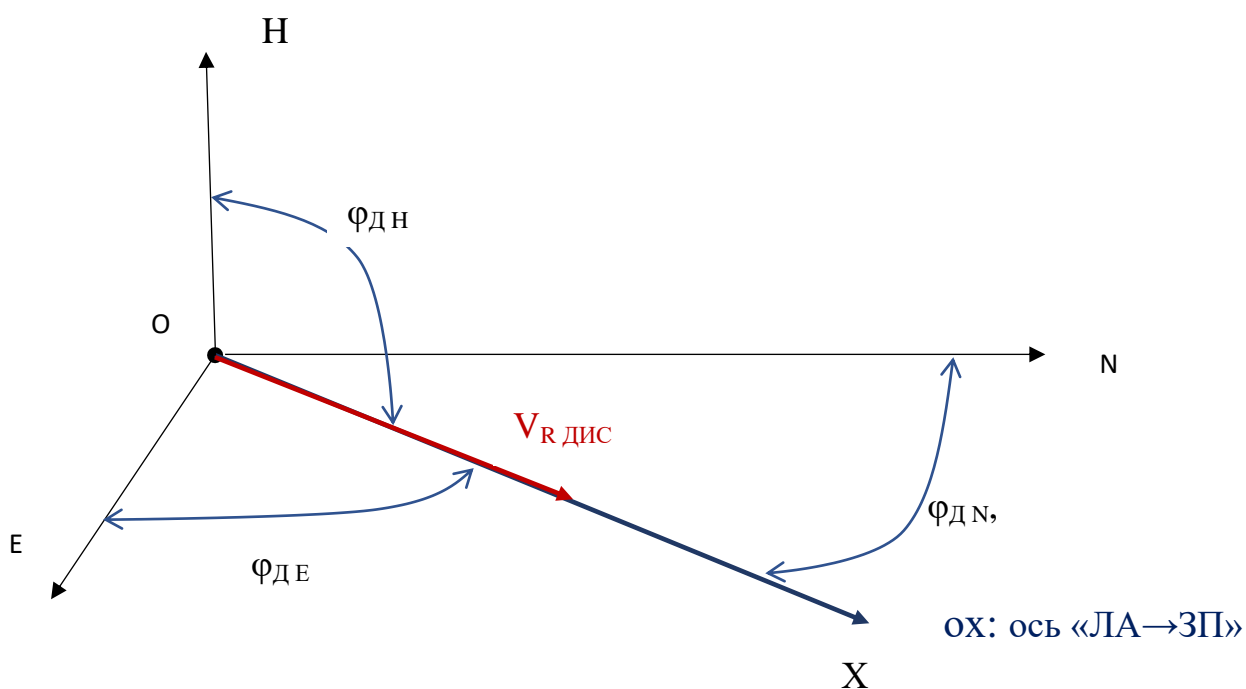


Рисунок 2

В интегрированной НС возникает необходимость в формировании скалярного разностного наблюдения

$$Z = V_{R \text{ инс}} - V_{R \text{ дис}}, \quad (1)$$

где:

$V_{R \text{ инс}}$ - вычисленное (на основании измерений V_E , V_N , V_H в инерциальном канале) значение проекции вектора V скорости ЛА на ось ОХ («ЛА→ЗП»);

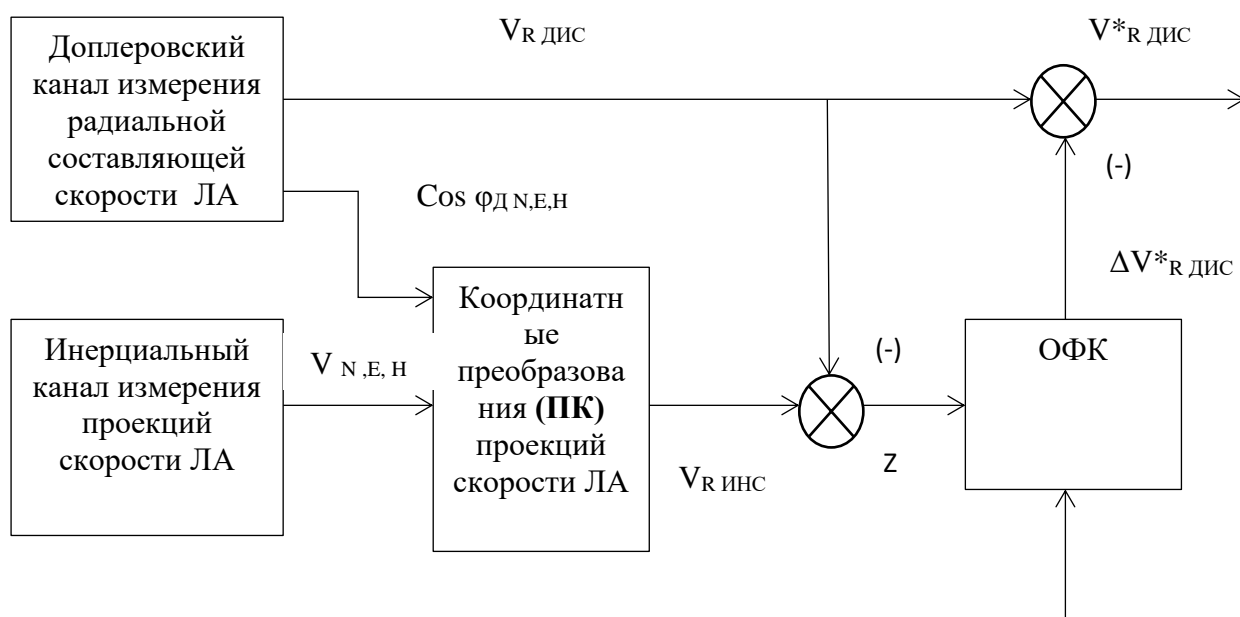
$V_{R \text{ дис}}$ - непосредственно измеренное (в радиотехническом доплеровском измерителе скорости) значение проекции вектора \vec{V} скорости

ЛА на ось ОХ, т.е. измеренное/оцененное значение радиальной составляющей вектора \vec{V} , являющейся причиной доплеровского «сдвига» частоты принимаемого сигнала относительно частоты излучаемого по направлению ОХ радиосигнала.

Прагматическая цель формирования наблюдения вида (1) в интегрированной инерциально доплеровской навигационной системе состоит:

- в получении разностного значения, представляющего собой аддитивную «смесь» погрешностей определения радиальной составляющей скорости ЛА, обусловленных ошибками инерциального и доплеровского измерительных каналов;

- в дальнейшей статистической фильтрации наблюдений вида (1), например, на основе обобщенного фильтра Калмана (ОФК) для получения оптимальных оценок/компенсации систематических составляющих погрешностей измерительных каналов (инерциального или доплеровского).



Модели ошибок доплеровского канала и наблюдений (1)

Рисунок 3

На рисунке 3 в упрощенном виде показана схема интеграции инерциального и доплеровского каналов с использованием наблюдения вида (1) - по схеме компенсации ошибок измерений для доплеровского канала определения радиальной скорости ЛА.

Как следует из соотношения (1) и схемы рис. 3 основной операцией для получения скалярного инерциально-доплеровского разностного наблюдения является определение величины $V_{R \text{ инс}}$ радиальной проекции вектора скорости ЛА (на направление ОХ), используя:

- инерциальные измерения проекций скорости V_E, V_N, V_H в осях СТ ГСК;
- параметры ориентации (направляющие косинусы) оси ОХ, являющиеся выходными параметрами доплеровского канала.

Для определения значения $V_{R \text{ инс}}$ требуется выполнить следующие этапы расчета.

1. На основании известных проекций скорости V_E, V_N, V_H по известным соотношениям необходимо определить значение $|V|$ модуля вектора скорости ЛА, т.е.

$$|V| = [(V_E)^2 + (V_N)^2 + (V_H)^2]^{1/2} \quad (2)$$

2. С использованием значений проекций V_E, V_N, V_H и модуля $|V|$ вектора скорости ЛА необходимо определить направляющие косинусы вектора скорости в СТ ГСК в виде отношений:

$$\text{Cos } \varphi_{VE} = V_E / |V|; \quad (3)$$

$$\text{Cos } \varphi_{VN} = V_N / |V|; \quad (4)$$

$$\text{Cos } \varphi_{VH} = V_H / |V|; \quad (5)$$

3. С использованием вычисленных в (3)-(5) направляющих косинусов для вектора скорости ЛА и априорно известных значений направляющих косинусов для оси ОХ ($\text{Cos } \varphi_{д N}, \text{Cos } \varphi_{д E}, \text{Cos } \varphi_{д H}$) определяется косинус угла γ между вышеуказанными направленными отрезками, например, по соотношению:

$$\cos \gamma = (\cos \varphi_{VE} \cos \varphi_{DE}) + (\cos \varphi_{VN} \cos \varphi_{DN}) + (\cos \varphi_{VH} \cos \varphi_{DH}); \quad (6)$$

4. Определяется радиальная составляющая вектора скорости ЛА по направлению ОХ (см. рис.4) с использованием вычисленных по соотношениям (2) и (6) значений модуля вектора скорости и угла между направлениями вектора скорости и оси ОХ, т.е.

$$V_{R \text{ ИНС}} = |V| \cos \gamma. \quad (7).$$

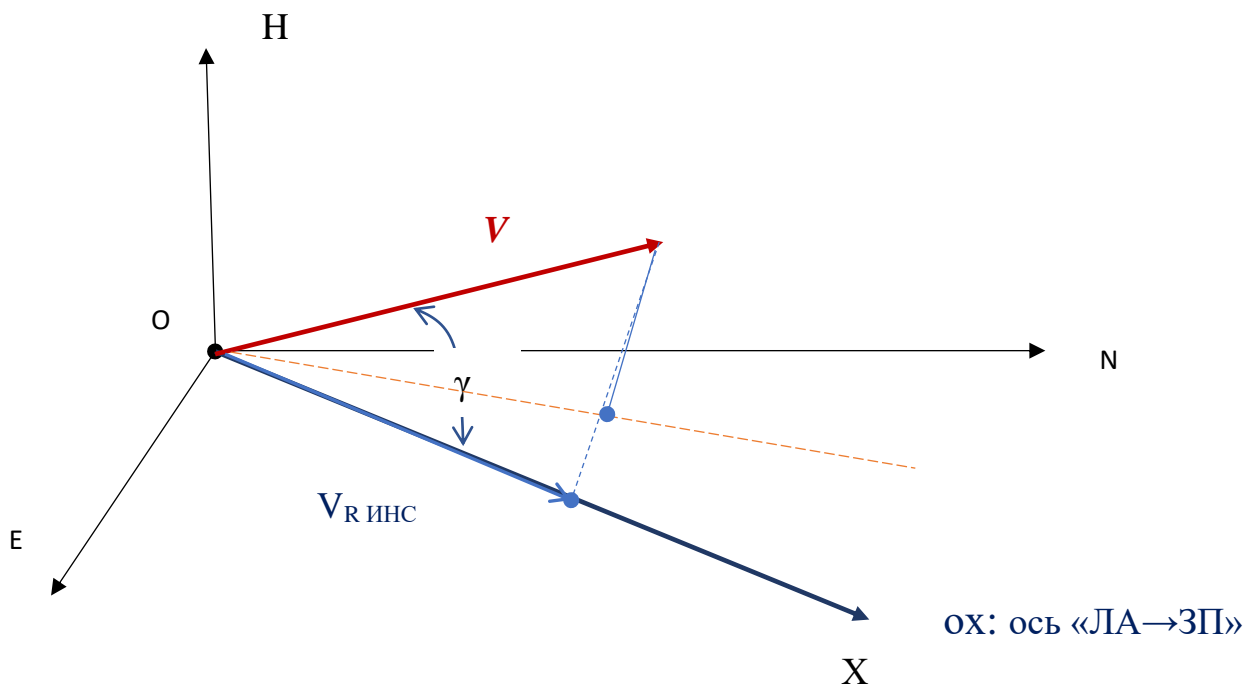


Рисунок 4

С учетом вышеизложенного контекста в контрольной работе требуется решить следующую задачу.

Задача 2.

От инерциального ИВК поступают следующие значения проекций вектора скорости ЛА

$$1) V_E = (10 \pm N_{\text{гр}}) \text{ м/с},$$

где: $N_{\text{гр}}$ – порядковый номер студента в списке группы, причем:

- для группы Z6111: $V_E = (10 + N_{\text{гр}}) \text{ м/с}$;

- для группы Z6112K: $V_E = (10 - N_{гр})$ м/с;
- 2) $V_N = (100 \pm N_{гр})$ м/с, где $N_{гр}$ для каждого студента назначается аналогично позиции 1);
- 3) $V_H = 0$ м/с;

Из выходных данных доплеровского ИВК известны углы ориентации оси ОХ в СТ ГСК, а именно:

$$\varphi_{DN} = 30^0;$$

$$\varphi_{DE} = 90^0;$$

$$\varphi_{DH} = 120^0;$$

Требуется

А) рассчитать значение $V_{R \text{ инс}}$ на основе соотношений (2)-(7), представленных в позициях **1-4**.

Б) определить значение $V_{R \text{ инс}}$ для условия, когда ось ОХ будет принадлежать плоскости, нормальной вектору скорости ЛА

Для решения, оформления и представления хода и результатов решения в рамках контрольной работы являются обязательными задачи 1.1, 1.2 и задача 2.