1/25 **2.19.** $\iint\limits_S (4x - y + z)\,dS$, (p): $x - y + z = 2$. (*Ответ:* $8\sqrt{3}$.)

1 **2.20.** $\iint\limits_S (6x - y + 8z)\,dS$, (p): $x + y + 2z = 2$. (*Ответ:* $6\sqrt{6}$.)

2 **2.21.** $\iint\limits_S (4x - 4y - z)\,dS$, (p): $x + 2y + 2z = 4$. (*Ответ:* 44.)

3 **2.22.** $\iint\limits_S (2x + 5y + z)\,dS$, (p): $x + y + 2z = 2$. (*Ответ:* $5\sqrt{6}$.)

4 **2.23.** $\iint\limits_S (4x - y + 4z)\,dS$, (p): $2x + 2y + z = 4$. (*Ответ:* 44.)

5 **2.24.** $\iint\limits_S (5x + 2y + 2z)\,dS$, (p): $x + 2y + z = 2$. (*Ответ:* $16\sqrt{3}/6$.)

6 **2.25.** $\iint\limits_S (2x + 5y + 10z)\,dS$, (p): $2x + y + 3z = 6$. (*Ответ:* $56\sqrt{14}$.)

7 **2.26.** $\iint\limits_S (2x + 15y + z)\,dS$, (p): $x + 2y + 2z = 2$. (*Ответ:* 10.)

8 **2.27.** $\iint\limits_S (3x + 10y - z)\,dS$, (p): $x + 3y + 2z = 6$. (*Ответ:* $35\sqrt{14}$.)

9 **2.28.** $\iint\limits_S (2x + 3y + z)\,dS$, (p): $2x + 2y + z = 2$. (*Ответ:* $7/6$.)

10 **2.29.** $\iint\limits_S (5x - y + 5z)\,dS$, (p): $3x + 2y + z = 6$. (*Ответ:* $37\sqrt{14}$.)

11 **2.30.** $\iint\limits_S (x + 3y + 2z)\,dS$, (p): $2x + y + 2z = 2$. (*Ответ:* $9/2$.)

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода.

12 **3.1.** $\iint\limits_S (y^2 + z^2)\,dydz$, где S — часть поверхности параболоида $x = 9 - y^2 - z^2$ (нормальный вектор $\mathbf{n}$ которой образует острый угол с ортом $\mathbf{i}$), отсеченная плоскостью $x = 0$. (*Ответ:* $81\pi/2$.)

13 **3.2.** $\iint\limits_S z^2 dxdy$, где S — внешняя сторона поверхности эллипсоида $x^2 + y^2 + 2z^2 = 2$. (*Ответ:* 0.)

14 **3.3.** $\iint\limits_S zdxdy + ydxdz + xdydz$, где S — внешняя сторона поверхности куба, ограниченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$. (*Ответ:* 3.)

15 **3.4.** $\iint\limits_S (z + 1)\,dxdy$, где S — внешняя сторона поверхности сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. (*Ответ:* $256\pi/3$.)

16 **3.5.** $\iint\limits_S yzdydz + xzdxdz + xydxdy$, где S — верхняя сторона плоскости $x + y + z = 4$, отсеченной координатными плоскостями. (*Ответ:* 32.)

17 **3.6.** $\iint\limits_S x^2dydz + y^2dxdz + z^2dxdy$, где S — внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, лежащая в первом октанте. (*Ответ:* 96π.)

18 **3.7.** $\iint\limits_S xdydz + ydxdz + zdxdy$, где S — внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. (*Ответ:* 4π.)

19 **3.8.** $\iint\limits_S xzdxdy + xydydz + yzdxdz$, где S — верхняя часть

плоскости $x + y + z = 1$, отсеченной координатными плоскостями. (*Ответ:* $1/8$.)

20 **3.9.** $\iint\limits_S yzdxdy + xzdydz + xydxdz$, где S — наружная поверхность цилиндра $x^2 + y^2 = 1$, отсеченная плоскостями $z = 0$, $z = 5$. (*Ответ:* 25π.)

21 **3.10.** $\iint\limits_S y^2zdxdy + xzdydz + x^2ydxdz$, где S — часть поверхности параболоида $z = x^2 + y^2$ (нормальный вектор $\mathbf{n}$ которой образует тупой угол с ортом $\mathbf{k}$), вырезаемая цилиндром $x^2 + y^2 = 1$. (*Ответ:* $\pi/8$.)

22 **3.11.** $\iint\limits_S (x^2 + y^2)\, zdxdy$, где S — внешняя сторона нижней половины сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$. (*Ответ:* $324\pi/5$.)

23 **3.12.** $\iint\limits_S x^2dydz + z^2dxdy$, где S — часть поверхности конуса $z^2 = x^2 + y^2$ (нормальный вектор $\mathbf{n}$ которой образует тупой угол с ортом $\mathbf{k}$), лежащая между плоскостями $z = 0$, $z = 1$. (*Ответ:* $-\pi/2$.)

24 **3.13.** $\iint\limits_S (2y^2 - z)\, dxdy$, где S — часть поверхности параболоида $z = x^2 + y^2$ (нормальный вектор $\mathbf{n}$ которой образует тупой угол с ортом $\mathbf{k}$), отсекаемая плоскостью $z = 2$. (*Ответ:* 0.)

5 **3.14.** $\iint\limits_S \frac{dxdy}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$, где S — часть поверхности гиперболоида $x^2 + y^2 = z^2 + 1$ (нормальный вектор $\mathbf{n}$ которой образует тупой угол с ортом $\mathbf{k}$), отсекаемая плоскостями $z = 0$, $z = \sqrt{3}$. (*Ответ:* $-2\sqrt{3}\pi$.)

3.15. $\iint\limits_S xydydz + yzdxdz + xzdxdy$, где S — внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, лежащая в первом октанте. (*Ответ:* $3\pi/16$.)

4

В задачах 101-106 вычислить тройной интеграл по области T, заданной неравенствами. Сделать чертеж.

1 101. $\iiint\limits_T \frac{24}{z^4}dxdydz: \; T: x^2+y^2 \le z^2, y \ge 1, 0 \le z \le 2$

(при вычислении интегралов перейдите к цилиндрическим координатам).

2 102. $\iiint\limits_T 3\sqrt{x^3 \cdot z}dxdydz; \; T: x^2+y^2 \le 1, x \ge 0, 0 \le z \le x, -2 \le y \le 2$.

3 103. $\iiint\limits_T \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{3-y}dxdydz; \; x^2+y^2 \le 2x, 0 \le z \le 3-y$ (при вычислении интегралов перейдите к цилиндрическим координатам).

104. $\iiint\limits_T \frac{5(y-1)z}{4-x^2-y^2}dxdydz; \; T: x^2+y^2+z^2 \le 4, y \le 1-x^2, x \ge 0, y \ge 0$.

105. $\iiint\limits_T \frac{dxdydz}{x^2+y^2}; \; T: x^2+y^2 \le 4, z \le x^2+y^2, z \ge 1$ (при вычислении интегралов перейдите к цилиндрическим координатам).

106. $\iiint\limits_T 8x(z-1)dxdydz; \; T: 0 \le y \le 1-x^2, y \le 1-x, 0 \le z \le 1-x$.

В задачах 107-110 найти массу тела, заданного неравенствами и имеющего заданную плотность μ. Сделать чертеж.

107. $0 \le z \le x^2+y^2+1, 0 \le x \le 2, 0 \le y \le 2, \mu = 2$.

108. $0 \le z \le 1-x^2-y^2, \mu = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}$ (при вычислении тройного интеграла перейти к цилиндрическим координатам).

109. $x+y \le 2, 0 \le z \le 4-x^2, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 0, \mu = z$.

110. $x^2+y^2+z^2 \le 25, x \ge 0, y \ge 0, z \ge 3, \mu = z$ (при вычислении тройного интеграла перейти к цилиндрическим координатам).

В задачах 111-120 вычислите поверхностный интеграл. Сделайте чертеж поверхности.

111. $\iint\limits_\sigma \frac{(x+y+z)}{(5-z)^2}d\sigma$, где σ - часть плоскости $x+y+z=2$, ограниченная координатными плоскостями.

112. $\iint\limits_\sigma \frac{x+5}{z+5}dxdz + x\sqrt{1+y^2-z^2}dxdy$; σ - верхняя сторона части параболического цилиндра $z=1-x^2$, ограниченная круговым цилиндром $x^2+y^2=2y$ и плоскостью $x=0 \, (x \ge 0)$. При вычислении интеграла по $dxdy$ перейдите к по-

лярным координатам.

13 113. $\iint_{\sigma}(3-2z)d\sigma$ - часть поверхности цилиндра $z=1-\frac{y^2}{2}$, ограниченная плоскостями $y=x, x=0, z=0$.

114. $\iint_{\sigma}\left(x^2+y^2\right)z^2d\sigma$, где σ - часть поверхности конуса $x^2+y^2=z^2$, ограниченная плоскостями $z=0$ и $z=1$ (при вычислении двойного интеграла перейдите к полярным координатам).

115. $\iint_{\sigma}\left(y^2+z^2\right)d\sigma$, σ - часть кругового цилиндра $y^2+z^2=1$, ограниченная плоскостями $x=y, x=2y, z=0 (z\geq 0, x\geq 0)$.

116. $\iint_{\sigma}\frac{1}{x^3}dydz+\left(y^2-x^2+z^2\right)dxdz$; σ - верхняя сторона части конуса $x^2=y^2+z^2$, ограниченной плоскостями $x=2, z=1\left(z\geq 1\right)$. При вычислении интеграла по $dydz$ перейти к полярным координатам.

117. $\iint_{\sigma}\left(x^2+y^2+z^2\right)dydz+zdxdy$, где σ - верхняя сторона части сферы $x^2+y^2+z^2=1$ $\left(x\geq 0, y\geq 0, z\geq 0\right)$. При вычислении двойного интеграла перейдите к полярным координатам.

118. $\iint_{\sigma}\left(2z-x\right)dydz+\left(x+2z\right)dxdz$, где σ - верхняя сторона части плоскости $x+y+z=4$, ограниченной координатными плоскостями.

119. $\iint_{\sigma}\frac{e^{x+y}}{\sqrt{z\ +3y^2}}d\sigma$, σ - часть параболического цилиндра $z=y^2+1$, ограниченная координатными плоскостями и плоскостью $x+y=2$.

120. $\iint_{\sigma}\frac{dxdz}{x^2+y^2+z^2+1}+\sqrt{4+y^2-z^2}dxdy$; σ - верхняя сторона части кругового цилиндра $x^2+z^2=4$, ограниченная круговым цилиндром $x^2+y^2=2x$ и плоскостью $z=0\left(z\geq 0\right)$. Перейдите к полярным координатам.