

## Кафедра «Высшая математика»

### Модуль 4.

Контрольная работа № 4 состоит из 8 задач. Контрольная работа допускается к защите, если она содержит пять (и более) полностью и правильно решенных задач. Контрольная работа **не** проверяется и не рецензируется, если в ней содержится менее пяти решенных задач.

### ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

**4.01-4.10.** Найти неопределенный интеграл. Результаты проверить дифференцированием.

- |   |   |  |
|---|---|--|
| 4.01. а) $\int x^2 dx$ ;                              | б) $\int \frac{2\sqrt{x} - 3x^2 \cos x}{x^2} dx$ ;                      | в) $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx$ .                   |
| 4.02. а) $\int x^{-3} dx$ ;                           | б) $\int \frac{5x - 2\sqrt{x}}{x^2} dx$ ;                               | в) $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$ .                       |
| 4.03. а) $\int x^{\frac{2}{3}} dx$ ;                  | б) $\int \frac{3x^2 e^x - 4x}{x^2} dx$ ;                                | в) $\int \frac{\arctg^4 x}{1 + x^2} dx$ .              |
| 4.04. а) $\int x^6 dx$ ;                              | б) $\int \frac{10\sqrt[3]{x} - 2x}{x^3} dx$ ;                           | в) $\int \frac{\arcsin^5 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$ .      |
| 4.05. а) $\int (2x + 1) dx$ ;                         | б) $\int \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} dx$ ;                                  | в) $\int x \cdot e^{x^2} dx$ .                         |
| 4.06. а) $\int \left( \frac{x^3}{2} + 3 \right) dx$ ; | б) $\int \frac{3x^2 + 1}{x^4} dx$ ;                                     | в) $\int \cos \left( 6x - \frac{\pi}{17} \right) dx$ . |
| 4.07. а) $\int \sqrt[5]{x^2} dx$ ;                    | б) $\int \left( \frac{x^3}{2} - 3 \operatorname{tg} x + 5 \right) dx$ ; | в) $\int \frac{\operatorname{ctg}^4 x}{\sin^2 x} dx$ . |
| 4.08. а) $\int \sqrt{x} dx$ ;                         | б) $\int \frac{7x \cdot 2^x - 3\sqrt{x}}{x} dx$ ;                       | в) $\int x(x^2 + 3)^5 dx$ .                            |
| 4.09. а) $\int x^{-\frac{3}{2}} dx$ ;                 | б) $\int \frac{\sqrt{1 - x^2} + 1 - x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$ ;            | в) $\int \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$ .  |
| 4.10. а) $\int x^{-5} dx$ ;                           | б) $\int \frac{3x + 1}{3x - 1} dx$ ;                                    | в) $\int \sin 4x dx$ .                                 |

4.11-4.20. Найти неопределенные интегралы.

4.11. а)  $\int \frac{\sqrt{1-3\ln x}}{x} dx$  ;

б)  $\int \frac{\sin 2x}{1+\cos 2x} dx$ .

4.12. а)  $\int x \cos(x^2 + 5) dx$  ;

б)  $\int \frac{x^3 + 1}{x^4 + 4x + 5} dx$ .

4.13. а)  $\int x^3 \sqrt{1-3x^4} dx$  ;

б)  $\int \frac{\sin 2x}{1+\sin^2 x} dx$ .

4.14. а)  $\int \frac{1+\operatorname{tg} 2x}{\cos^2 2x} dx$  ;

б)  $\int \frac{2x+1}{3x^2+3x+10} dx$ .

4.15. а)  $\int \frac{\ln x - 5}{x\sqrt{\ln x}} dx$  ;

б)  $\int \frac{e^{2x}}{3+7e^{2x}} dx$ .

4.16. а)  $\int \frac{e^x}{4+e^{2x}} dx$  ;

б)  $\int \frac{\cos 3x}{4+5\sin 3x} dx$ .

4.17. а)  $\int \frac{x}{\sqrt{9-x^4}} dx$  ;

б)  $\int \frac{5^{2x}}{3+5^{2x}} dx$ .

4.18. а)  $\int \frac{1+3\operatorname{arctg} 4x}{1+4x^2} dx$  ;

б)  $\int \frac{e^{3x}}{7-2e^{3x}} dx$ .

4.19. а)  $\int \frac{\arcsin^3 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx$  ;

б)  $\int \frac{x^2+2}{x^3+6x+5} dx$ .

4.20. а)  $\int \frac{x^2 dx}{4+x^6}$  ;

б)  $\int \frac{3^{-x}}{4+3^{-x}} dx$ .

4.21-4.30. Найти неопределенные интегралы.

4.21. а)  $\int x \sin 2x dx$ ; б)  $\int \frac{2-x}{x^3+x^2+2x+2} dx$ .

4.22. а)  $\int x \cos 5x dx$ ; б)  $\int \frac{1}{x^3+x} dx$ .

4.23. а)  $\int x e^{-4x} dx$ ; б)  $\int \frac{x+3}{x^3+x^2-2x} dx$ .

4.24. а)  $\int x \ln(2x+6) dx$ ; б)  $\int \frac{x+14}{x^3+8} dx$ .

4.25. а)  $\int \arcsin 2x dx$ ; б)  $\int \frac{6x+5}{x^3+2x^2+x} dx$ .

4.26. а)  $\int \operatorname{arctg} 4x dx$ ; б)  $\int \frac{5x-14}{x^3-x^2-4x+4} dx$ .

4.27. а)  $\int (2x+3) \sin \frac{x}{4} dx$ ; б)  $\int \frac{7x+3}{x^3-x^2+x-1} dx$ .

4.28. а)  $\int x 3^{-x} dx$ ; б)  $\int \frac{x-16}{x^3+16x} dx$ .

4.29. а)  $\int x \operatorname{arctg} 2x dx$ ; б)  $\int \frac{17x+10}{x^3+2x^2+10x} dx$ .

4.30. а)  $\int \ln(2x+7) dx$ ; б)  $\int \frac{4x+16}{x^3+4x^2+8x} dx$ .

4.31-4.40. Найти неопределенные интегралы.

4.31. а)  $\int \frac{x}{\sqrt{2x+1}+1} dx$ ; б)  $\int \operatorname{tg}^3 \frac{x}{3} dx$ .

$$4.32. \text{ a) } \int \frac{\sqrt{x-5}}{x} dx; \quad \text{б) } \int \cos^3 2x \sin^2 2x dx.$$

$$4.33. \text{ a) } \int \frac{\sqrt{x-1}}{x+1} dx; \quad \text{б) } \int \sin^4 5x dx.$$

$$4.34. \text{ a) } \int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt[3]{(x+3)^2}}; \quad \text{б) } \int \operatorname{tg}^4 3x dx.$$

$$4.35. \text{ a) } \int \frac{\sqrt{x+5}}{1 + \sqrt[3]{x+5}} dx; \quad \text{б) } \int \sin^3 3x \cos^6 3x dx.$$

$$4.36. \text{ a) } \int \frac{1}{1 + \sqrt[3]{x+1}} dx; \quad \text{б) } \int \sin 4x \sin 6x dx.$$

$$4.37. \text{ a) } \int \frac{2\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int \cos^3 2x dx.$$

$$4.38. \text{ a) } \int \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx; \quad \text{б) } \int \cos 3x \sin 7x dx.$$

$$4.39. \text{ a) } \int \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} dx; \quad \text{б) } \int \cos^4 3x dx.$$

$$4.40. \text{ a) } \int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt[4]{x^3}} dx; \quad \text{б) } \int \cos^3 \frac{x}{2} \sin^3 \frac{x}{2} dx.$$

4.41-4.50. Вычислить определенные интегралы.

$$4.41. \text{ a) } \int_1^2 (x^3 - 1) dx; \quad \text{б) } \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1} + 1} dx.$$

$$4.42. \text{ a) } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx; \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{3x+1}{x^2 + 2x + 4} dx.$$

4.43. a) $\int_0^3 (2x^2 + 1) dx;$	б) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{6 + 5 \cos x};$
4.44. a) $\int_0^1 \sqrt[3]{x^2} dx;$	б) $\int_0^4 \frac{x}{1 + \sqrt{x}} dx .$
4.45. a) $\int_{-1}^1 e^{2x} dx;$	б) $\int_1^2 \frac{5x + 7}{x^2 + 4x + 5} dx .$
4.46. a) $\int_1^2 (2x^2 - x) dx;$	б) $\int_0^1 \frac{2x - 1}{x^2 + 8x + 17} dx .$
4.47. a) $\int_0^{\pi/2} \sin x dx;$	б) $\int_0^1 \frac{4x - 3}{x^2 + 6x + 13} dx .$
4.48. a) $\int_1^4 3\sqrt{x} dx;$	б) $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{1 + \sin^2 x} dx .$
4.49. a) $\int_1^2 2x^{-3} dx;$	б) $\int_{-0.5}^0 \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{2x + 1}} .$
4.50. a) $\int_1^3 \frac{1}{x} dx;$	б) $\int_{-1}^4 \frac{x}{\sqrt{x + 5}} dx .$

**4.51-4.60. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями.**

4.51. a) $y = x^2; y = 2/x; y = 16;$	б) $\rho^2 = 9 \cos 2\varphi .$
4.52. a) $y = x^3; y = x; y = 4x;$	б) $\rho = 2(1 + \cos \varphi) .$
4.53. a) $y = x; y = x/2; y = 12 - x;$	б) $\rho = 2 \cos 3\varphi .$
4.54. a) $y = x^2 + 1; y = 3x + 1;$	б) $\rho = 4 \cos \varphi .$
4.55. a) $y = 2/x; y = x/2; y = 2;$	б) $\rho = 4 \sin 2\varphi .$
4.56. a) $y = x^2; y = 2/x; x = 6;$	б) $\rho = \cos 2\varphi .$
4.57. a) $y = 2x; y = x; y = 6 - x;$	б) $\rho = 3 - \cos 2\varphi .$
4.58. a) $y = 3x^2 + 1; y = 3x + 7;$	б) $\rho = 2(1 + \sin \varphi) .$
4.59. a) $y = 2x - x^2; x + y = 0;$	б) $\rho = 4(1 + \sin^2 \varphi) .$
4.60. a) $y = x^2 + 4x; y = x + 4;$	б) $\rho = 3(1 - \cos \varphi) .$

**4.61-4.70.** Вычислить значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$4.61. \int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 8} dx .$$

$$4.62. \int_{-3}^7 \sqrt{x^3 + 36} dx .$$

$$4.63. \int_{11}^8 \sqrt{x^3 + 3} dx .$$

$$4.64. \int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 11} dx .$$

$$4.65. \int_{12}^1 \sqrt{x^3 + 4} dx$$

$$4.66. \int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 16} dx .$$

$$4.67. \int_{2}^{12} \sqrt{x^3 + 9} dx .$$

$$4.68. \int_{-2}^7 \sqrt{x^3 + 32} dx .$$

$$4.69. \int_{-1}^2 \sqrt{x^3 + 2} dx .$$

$$4.70. \int_{0}^{-3} \sqrt{x^3 + 5} dx .$$

**4.71-4.80.** Проверить сходимость несобственных интегралов.

$$4.71. \int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx ;$$

$$4.72. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 5} ;$$

$$4.73. \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}} ;$$

$$4.74. \int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2} ;$$

$$4.75. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x} ;$$

$$4.76. \int_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2} ;$$

$$4.77. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5} ;$$

$$4.78. \int_{-\infty}^{-3} \frac{x dx}{(x^2 + 1)^2} ;$$

$$4.79. \int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2} ;$$

$$4.80. \int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^2}} .$$