



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

**«Санкт-петербургский государственный технологический институт
(технический университет)»
(СПбГТИ(ТУ))**

Кафедра оптимизации химической и биотехнологической аппаратуры

А. Ю. Иваненко

ГИДРОМЕХАНИКА НЕОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ

Учебное пособие

для студентов заочной формы обучения



Санкт-Петербург
2014

УДК 691.002.5

Иваненко, А.Ю. Гидромеханика неоднородных систем / Учебное пособие для студентов заочной формы обучения– СПбГТИ (ТУ), 2014. – 57 с.

Изложены основы гидромеханики неоднородных (дисперсных) систем. Даны примеры по расчету гидромеханических задач различных технологических процессов: осаждение, сепарация, фильтрование, перемешивание в жидкой среде, гидродинамика псевдооживленного слоя.

Предназначены для студентов очной и заочной формы обучения специальностей 151000.62, 240301 при изучении дисциплины «Гидромеханика неоднородных систем».

Также данные методические указания могут быть использованы в подготовке бакалавриата по специальности 270800 при изучении дисциплины «Технологические процессы в строительстве»

Учебное пособие способствует формированию

ОК: 1 – 7, 11, 12;

ПК: 2 – 5, 7

Рецензенты:

СПбГТИ(ТУ), канд. техн. наук, доц. кафедры инженерного проектирования, *Пономаренко Е. А.*;

Утверждено на заседании учебно-методической комиссии механического факультета _____ г.

Рекомендовано к изданию РИСО СПбГТИ(ТУ)

© Иваненко, А. Ю.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
Глава 1. Морфологические и дисперсионные свойства неоднородных систем	5
Основные понятия	5
Форма и размеры дисперсных частиц	7
Распределение частиц по размерам	7
Структура капиллярно-пористых сред	9
Глава 2. Экспериментальный анализ дисперсных свойств неоднородных сред	11
Микроскопический анализ	11
Ситовой анализ	11
Седиментационный анализ	12
Фильтрационные методы	12
Глава 3. Движение одиночных частиц	14
Сила сопротивления при установившемся движении тела	14
Скорость движения частиц под действием сил тяжести	15
Глава 4. Взаимопроникающие континуальные среды	19
Законы сохранения массы и импульса	19
Упрощенные модели взаимодействующих континуумов	21
1. Аппараты с псевдооживленным слоем	21
2. Расчет аппаратов с псевдооживленным слоем	23
3. Методика расчета аппарата с псевдооживленным слоем	25
Глава 5. Фильтрация	27
Фильтрация несжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде	27
Фильтрация газа в недеформируемой пористой среде	28
Примеры решения фильтрационных задач	30
Глава 6. Дробление и измельчение	33
Основные приемы дробления тел	34
1. Валковые дробилки	34
2. Щековые дробилки	39
3. Конусные дробилки	45
4. Молотковые дробилки	46
5. Шаровые мельницы	48
Задания на контрольные работы	55
Контрольная работа № 1	55
Контрольная работа № 2	56
Литература	57

ВВЕДЕНИЕ

Неоднородная (гетерогенная) среда – физико-химическая система, состоящая из различных по физическим свойствам фаз, разделенных физической поверхностью раздела, на которой скачком меняется одно или несколько свойств среды (плотность, вязкость и т.п.).

Примеры неоднородных сред:

- газозвеси, аэрозоли, дым, туман – твёрдые частицы или капли, взвешенные в газе;
- суспензии – твёрдые частицы в жидкости;
- пены, газожидкостные среды – газовые пузыри в жидкости;
- эмульсии – капли одной жидкости в другой;
- зернистые – упакованные твёрдые частицы, в зазорах между которыми находится газ или жидкость;
- капиллярно-пористые тела – пористые тела, в порах которых находится газ или жидкость.

Фаза – часть системы, однородная по составу и строению и отделенная от других частей системы (других фаз) границей раздела (межфазной границей).

Фазой системы может быть газ, жидкость, твердое вещество.

Фаза может быть **сплошной** или **дисперсной** (раздробленной на множество отдельных частиц). Сплошной фазой принято считать фазу, из любой точки которой можно попасть в любую другую точку, не пересекая межфазную границу

Таким образом, твёрдые частицы, капли, пузырьки газа являются дисперсными частицами, или дисперсной фазой, а окружающая их среда – сплошной. В капиллярно-пористых телах обе фазы могут быть сплошными, и такое деление фаз лишено практического смысла.

Неоднородные системы могут быть многофазными. Примеры трёхфазных систем – газожидкостной поток, движущийся через зернистую насадку, или барботирование газа через эмульсию. В большинстве случаев размеры дисперсных частиц в той или иной неоднородной системе неодинаковы (*полидисперсные системы*).

Примеры типичных гидромеханических процессов, протекающие в неоднородных системах и аппараты для проведения этих процессов:

- Осаждение частиц (капель) в жидкости или газе под действием силы тяжести – отстойники, сепараторы газа и нефти.
- Разделение твёрдых частиц или капель под действием центробежной силы – циклоны, центрифуги.
- Фильтрация жидкости или газа – фильтры различной конструкции.
- Псевдооживление сыпучих сред или порошков – аппараты кипящего (псевдооживленного слоя).
- Перемешивание сыпучих сред в жидкой среде – аппараты с мешалками.

Типовые цели и задачи, ставящиеся при расчетах гидромеханических процессов: определение скоростей движения как отдельных дисперсных частиц, так и ансамблей частиц в целом; определение времени протекания процесса; определение усилий (давлений, напряжений) при взаимодействии сплошной и дисперсной фаз и т. п.

Глава 1. Морфологические и дисперсионные свойства неоднородных систем

Основные понятия.

Многофазная система (в дальнейшем система) представляет собой совокупность N континуумов, каждый из которых заполняет часть некоторого объема среды V .

$$\text{Объемная доля } i\text{-ой фазы : } \varepsilon_i = \frac{V_i}{V}. \quad (1.1)$$

$$\text{Очевидно, что } \sum_{i=1}^N \varepsilon_i = 1. \quad (1.2)$$

Мысленно рассечём объём, заполненный неоднородной средой произвольным сечением, или пронизим лучом в произвольном направлении. Если принять, что частицы распределены в пространстве *случайным* образом, то

$$\varepsilon_i = \frac{V_i}{V} = \frac{F_i}{F} = \frac{L_i}{L}. \quad (1.3)$$

где F — площадь сечения объема среды;
 F_i — площадь, занимаемая i -ой фазой в сечении;
 L_i — суммарная длина отрезков луча, пронизывающего частицы i -ой фазы;
 L — общая длина луча.

Выражение (1.3) справедливо только в случае хаотичного или случайного расположения дисперсных частиц в пространстве. Если же частицы расположены регулярным образом (например, кирпичная кладка, или подобно яйцам в упаковке), то очевидно, что величины F_i и L_i будут зависеть от направления сечения или луча.

$$\text{Плотность многофазной среды: } \rho = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \rho_i. \quad (1.4)$$

При движении многофазной среды через некоторое сечение dF общий объёмный расход можно

$$\text{представить как : } Q = \sum_{i=1}^N Q_i = \sum_{i=1}^N u_i \varepsilon_i dF, \quad (1.5)$$

$$\text{а массовый расход как : } G = \sum_{i=1}^N G_i = \sum_{i=1}^N \rho_i u_i \varepsilon_i dF, \quad (1.6)$$

где u_i — скорость i -ой фазы.

Пример 1.1: В вертикальной трубе диаметром $D=100$ мм пневмотранспортируется гранулы полимера. Известны : относительная скорость частиц («скорость витания») равная $U=0.2$ м/сек, объёмный расход воздуха $Q_0=0.05$ м³/сек и массовый расход полимера равные $G_I = 10$ кг/сек. Известна также плотность частиц $\rho_I=1050$ кг/м³. Определить объёмные доли ε_0 и ε_I и скорости v_0 и v_I фаз в трубопроводе и среднюю плотность газозвеси ρ_{CM} .

Решение:

Запишем очевидные соотношения:

$$\begin{cases} \varepsilon_0 + \varepsilon_1 = 1 \\ U = v_0 - v_1 \\ Q_0 = F \varepsilon_0 v_0 \\ G_1 = F \varepsilon_1 v_1 \rho_1 \end{cases}$$

Где $F = \frac{\pi D^2}{4}$

Выразим объёмные доли фаз через их известные массовый и объёмный расходы:

$$\begin{cases} \varepsilon_0 = \frac{Q_0}{F v_0} \\ \varepsilon_1 = \frac{G_1}{F(v_0 - U) \rho_1} \end{cases},$$

которые подставим в первое уравнение:

$$\frac{Q_0}{F v_0} + \frac{G_1}{F(v_0 - U) \rho_1} = 1$$

$$Q_0(v_0 - U) + \frac{G_1}{\rho_1} v_0 = F v_0 (v_0 - U)$$

После преобразований получаем квадратное уравнение относительно v_0 :

$$F v_0^2 - \left(F U + Q + \frac{G_1}{\rho_1} \right) v_0 + Q_0 U = 0$$

из которого можно найти скорость воздуха v_0 .

Квадратное уравнение имеет, как известно, два корня. Какое решение правильно? Из физического смысла.

Так, для данной задачи получаем **два** корня:

$$v_0 = 6,85 \text{ м/сек} \text{ и } v_0 = 0,93 \text{ м/сек.}$$

Тогда 1) $v_1 = v_0 - U = 6,65 \text{ м/сек}$; $\varepsilon_0 = 0,93$; $\varepsilon_1 = 0,07$

2) $v_1 = v_0 - U = 0,73 \text{ м/сек}$; $\varepsilon_0 = 6,85$; $\varepsilon_1 = -5,85$

Очевидно, что физический смысл имеет первый корень.

Средняя плотность газозвеси ρ_{CM} равна (приняв плотность воздуха $\rho_{CM} = 1.3 \text{ кг/м}^3$)

$$\rho = \varepsilon_0 \rho_0 + \varepsilon_1 \rho_1 = 75.3 \text{ кг/м}^3$$

Форма и размеры дисперсных частиц

Для упрощения анализа процессов, происходящих в неоднородных средах, удобно все частицы принимать за сферические. Однако за исключением капель и газовых пузырьков малых размеров, которые всегда можно считать сферическими, твердые частицы могут иметь самые различные формы. Их можно разделить на три основных класса:

- Изометрические — частицы, для которых в первом приближении все три размера совпадают. Большинство научных представлений о поведении неоднородных сред относятся к изометрическим частицам.
- Пластинки — частицы, имеющие два длинных и один короткий размер.
- Волокна — частицы, протяженные в одном направлении.

Размер частиц характеризуют его диаметром и обычно обозначают его буквой δ .

Для частиц неправильной формы вводят так называемые эквивалентные диаметры.

- диаметр Феретта – максимальное расстояние между краями частицы;
- диаметр Мартина – длина линии, делящей площадь проекции частицы пополам;
- эквивалентный диаметр – диаметр шара, имеющего тот же объем, что и частица;
- Стоксовский диаметр – диаметр шара, имеющего ту же скорость осаждения в жидкости (или газе), что и частица.

Выбор того или иного определения размера частицы определяется физическим смыслом решаемой задачи, например, при расчете отстойников логично использовать стоксовский диаметр, при выборе грохотов или сит – диаметр Феретта и т.п.

В тех случаях, когда поверхность контакта фаз определяет интенсивность обменных процессов, таких как адсорбция, экстракция и растворение, в качестве дисперсной характеристики используют удельную поверхность S — отношение площади поверхности частиц к их объему:

Удельная поверхность -
$$S = \frac{F_v}{V_v}.$$

Для шара, куба и цилиндра точное выражение $S = \frac{6}{\delta}.$ (1.7)

Как правило, для изометрических частиц принимают такое же значение.

Распределение частиц по размерам.

Распределение частиц по размерам в полидисперсной системе обычно описывают функцией распределения массы материала по размерам частиц $D(\delta)$ или связанной с ней функцией $R(\delta)$ ¹.

Функция $D(\delta)$ равна выраженному в % отношению массы всех частиц, размер которых меньше δ , к общей массе частиц. Функция $R(\delta)$ равна выраженному в % отношению массы всех частиц, размер которых больше δ , к общей массе частиц².

¹ Характеристика зернового состава сыпучих материалов с помощью кривых распределения вначале давалась по результатам ситового анализа. Обозначения кривых D и R соответствуют начальным буквам немецких терминов «Durchgang» (проход) и «Rückstand» (остаток).

² Наряду с функциями распределения массы частиц от их размеров используют в ряде случаев функции распределения массы частиц от их скорости витания или скорости осаждения.

Очевидно, выполняются соотношения

$$D(\delta) + R(\delta) = 100\%;$$

$$D(\delta_{min}) = 0;$$

$$D(\delta_{max}) = 100\%;$$

$$R(\delta_{min}) = 100\%;$$

$$R(\delta_{max}) = 0;$$

где δ_{min} и δ_{max} — наименьший и наибольший размеры частиц, встречающихся в данном материале.

Графически функции распределения изображаются в виде кривых распределения. Общин вид этих кривых представлен на рис 1. В силу того, что $D(\delta) + R(\delta) = 100\%$, кривые пересекаются в точке, где $D(\delta) = R(\delta) = 50\%$.

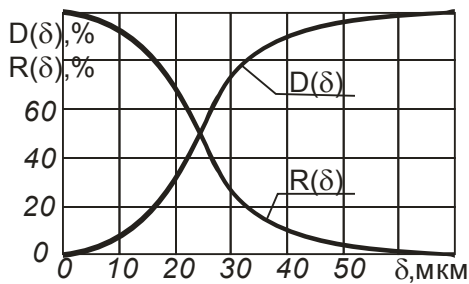


Рис. 1.1. Кривые распределения $D(\delta)$ и $R(\delta)$.

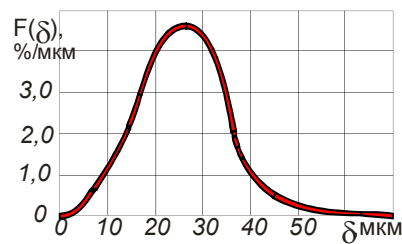


Рис. 1.2. Кривая плотности распределения $f(\delta)$

Функция $f(\delta)$, называется функцией плотности распределения массы материала по размерам частиц или дифференциальной функцией распределения. Функция $f(\delta)$ дает наглядное представление о дисперсном составе материала и позволяет легко найти средний размер частиц.

$$f(\delta) = \frac{dD(\delta)}{d\delta} = \left| \frac{dR(\delta)}{d\delta} \right| \quad (1.8)$$

и

$$\int_{\delta_{min}}^{\delta_{max}} f(\delta) d\delta = D(\delta_{max}) - D(\delta_{min}) \quad (1.9)$$

Функция $f(\delta)$ дает наглядное представление о дисперсном составе материала и позволяет легко найти средний размер частиц.

$$\delta_{cp} = \frac{\int_{\delta_{min}}^{\delta_{max}} f(\delta) \delta d(\delta)}{\int_{\delta_{min}}^{\delta_{max}} f(\delta) d(\delta)} \quad (1.10)$$

$$\text{или} \quad \delta_{cp} = \frac{1}{R_{max} - R_{min}} \int_{R_{min}}^{R_{max}} \delta dR \quad (1.11)$$

Обычно функции распределения определяются опытным путем (см. главу 2) и представлены в графическом виде или в виде гистограмм. Тогда:

$$\delta_{cp} = \sum_{i=1}^n f(\delta_i) \delta_i \Delta\delta \quad (1.12)$$

$$\text{Или} \quad \delta_{cp} = \frac{1}{R_{max} - R_{min}} \sum_{i=1}^n \delta_i \Delta R \quad (1.13)$$

Пример 1.2: Гранулометрический состав силикагеля задан в виде графической зависимости $R(\delta)$ – (красная линия на графике). Определить средний размер частиц.



Решение:

Разобьём весь интервал по оси R от $R_{\min} = 0$ до $R_{\max} = 1.0$ на равные фракции $\Delta R=0.2$. На каждом участке плавную кривую (красная линия) аппроксимируем отрезками прямых (синие линии). Для каждого участка найдем средний размер фракции δ_i . Используя формулу (1.13) находим средний размер частиц силикагеля:

$$\delta_{\text{CP}} = \frac{1}{1.0 - 0} 0.2 \cdot (0.2 + 0.45 + 0.57 + 0.72 + 1.42) = 0.67 \text{ мм}$$

Структура капиллярно-пористых сред

Общепринято деление капиллярно-пористых тел на **корпускулярные** и **капиллярные**. В телах корпускулярного строения поры образованы пустотами между частицами, составляющими скелет тела. Размер и форма пор определяются размером и формой составляющих частиц, а также их взаимным расположением. В телах капиллярного строения поры представляют собой каналы и полости.

Структура капиллярно-пористых тел чрезвычайно разнообразна. Однако общим для них является наличие твердой фазы и системы пустот. Твердую фазу называют скелетом, или каркасом тела, а систему пустот — пространством пор. Объемную долю пустот называют пористостью, поверхность пустот — внутренней поверхностью, а ее величину, отнесенную к единице объема или массы тела, — удельной поверхностью S_V и S_M соответственно.

Если пористое тело состоит из частиц с удельной поверхностью $S=6/\delta$, то

$$S_V = S(1 - \varepsilon) \text{ и } S_M = \frac{S(1 - \varepsilon)}{\rho}.$$

где ρ — плотность пористого тела.

Если поры незамкнутые, т.е. пустоты тела образуют проточную систему, то можно найти гидравлический диаметр проточных каналов:

$$\delta_K = \frac{4F_K}{\Pi_K} = \frac{4\varepsilon}{S(1 - \varepsilon)} = \frac{2\varepsilon}{3\delta(1 - \varepsilon)}. \quad (1.14)$$

Объемная доля пустот ε определяется формой частиц, структурой упаковки, распределением частиц по размерам:

- для кубической упаковки шаров одинакового размера $\varepsilon=0,4764$.
- самая плотная упаковка одинаковых шаров – по вершинам тетраэдров $\varepsilon=0,2495$
- в случайных упаковках $\varepsilon=0,44 – 0,36$.
- если частицы сложной формы, например с пустотами $\varepsilon=0,44 – 0,36$.
- в поролоне может достигать $\varepsilon=0,97$.
- в полидисперсных системах мелкие частицы могут занимать места между крупными: $\varepsilon=0,44 – 0,036$.

Обычно для случайных засыпок изометрических частиц принимают $\varepsilon=0,4 – 0,45$. Для этой величины часто используется термин «пористость в состоянии рыхлой насыпки».

Глава 2. Экспериментальный анализ дисперсных свойств неоднородных сред

Различные методы анализа дисперсных свойств неоднородных сред:

- Визуальные методы
- Ситовой анализ
- Седиментационные методы
- Гидроаэродинамические методы
- Фильтрационные методы
- Методы капиллярной пропитки
- Адсорбционные методы.

Микроскопический анализ

Оценка размеров частиц с помощью микроскопа или по фотографиям производится следующими способами:

- 1) замером наибольшего размера каждой частицы;
- 2) измерением каждой частицы в одном и том же направлении, т. е. определением линейной проекции частиц на некоторую общую ось;
- 3) для частиц неправильной формы — определением «диаметра Мартина» — длины линии, ограниченной контуром профиля и делящей примерно пополам площадь профиля; линия может быть проведена в любом направлении, но должна быть идентично ориентирована при измерении всех профилей;
- 4) вычислением диаметра круга, имеющего площадь, эквивалентную проектируемой на прозрачную подложку площади частицы (так называемый проектированный диаметр);
- 5) вычислением среднего размера по полусумме длины и ширины частицы

Для достоверности получаемых результатов необходимо представительное минимальное число подсчитанных пылевых частиц. Необходимо измерить 300—500 частиц в тех случаях, когда они не резко различаются по размерам и 1000—2000 при значительных колебаниях размеров.

Ситовой анализ

Ситовой анализ – самый распространённый метод определения гранулометрического состава зернистых сред. Просеивая материал через набор различных сит делят пробу на несколько фракций. Размеры частиц этих фракций ограничены размерами отверстий, используемых в анализе сит.



Рис. 2.1. Внешний вид и конструкция современного ситового анализатора.

Пример представления результатов ситового анализа

Фракция, мм	0,25 – 0,5	0,5 – 1,0	1,0 -1,5	1,5 - 2,0	2,0 – 3,0
Средний размер, мм	0,375	0,75	1,25	1,75	2,5
Массовая доля, %	8	23	26	27	16

Седиментационный анализ

Седиментацией (от латинского *sedimentatio* - осадок) называют процесс оседания частиц дисперсной фазы в жидкой или газообразной среде под действием силы тяжести.

Седиментационный анализ суспензий и эмульсий является одним из наиболее распространенных методов дисперсного анализа. В его основе лежит закон Стокса, согласно которому скорость осаждения частицы диаметром δ в ламинарном режиме v в среде с вязкостью μ , выражается уравнением:

$$v = \frac{\delta^2(\rho_2 - \rho_1)g}{18\mu}$$

Скорость осаждения частиц находят по кривой изменения массы частиц, оседающих из суспензии.

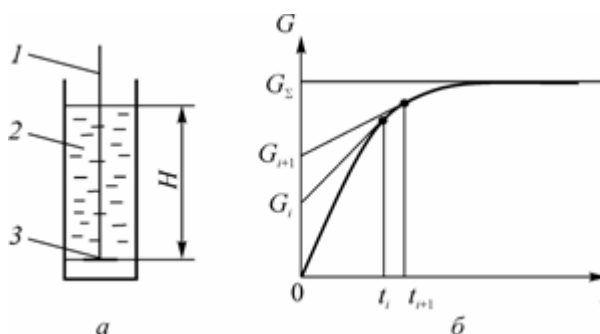


Рис 2.2. Седиментационный анализ:

- а) схема опыта; б) график изменения веса осадка во времени;
1 – нить; 2 – суспензия; 3 – чашка

Седиментационный анализ применяется для анализа порошков с размером частиц до 1 мкм.

Фильтрационные методы

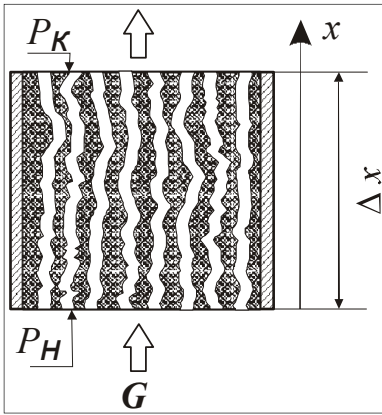
Фильтрационные методы позволяют определить удельную поверхность порошков, путем измерения перепада давления при фильтрации газа или (реже) жидкости через слой.

Наиболее распространен **метод ламинарной фильтрации**, в котором в качестве основного уравнения, описывающего одномерную фильтрацию, используется формула Козени-Кармана:

$$\frac{dP}{dx} = -2\mu \frac{\zeta^2 S^2 (1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} v_\phi, \text{ где } \zeta - \text{ коэффициент извилистости, равный } \zeta = \Delta L / \Delta x.$$

Для *анизотропных* капиллярно-пористых сред $\zeta = \varepsilon + c(1-\varepsilon)$, где $c=1,57 \div 2,0$.
 Например, для плотной упаковки изометрических частиц $\varepsilon=0,43$ и $\zeta \approx 1,5$

Для несжимаемой жидкости получается:



$$\Delta P = 2\mu \frac{\zeta^2 S^2 (1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} v_\phi \Delta x \text{ и}$$

$$S = \sqrt{\frac{\Delta P \varepsilon^3}{2\mu \zeta^2 (1-\varepsilon)^2 v_\phi \Delta x}},$$

$$\text{а } \delta = \frac{6}{S}.$$

Для газов, если давления на входе и выходе из фильтрующего слоя значительно различаются, с учетом сжимаемости газа

$$\Delta P = \frac{4\mu \zeta^2 S^2 (1-\varepsilon)^2}{(p_{\text{вх}} - p_{\text{вых}}) \varepsilon^3} \frac{G_\phi p_0}{F \rho_0} \Delta x.$$

Условие применимости уравнения Козени-Кармана:

$$\text{Re} = \frac{4\rho v_\phi}{(1-\varepsilon)S\mu} \leq 6 - \text{условие ламинарности течения.}$$



Рис. 2.3. Прибор Товарова – измерение удельной поверхности порошков фильтрацией атмосферного воздуха.

Глава 3. Движение одиночных частиц

Сила сопротивления при установившемся движении тела

Сила сопротивления при установившемся движении тела в жидкости может быть определена по формуле Ньютона:

$$F = CS_M \frac{\rho U^2}{2}, \quad (3.1)$$

где U — скорость относительного движения, S_M — площадь миделева сечения (площадь проекции тела на плоскость, нормальную к направлению движения), C — эмпирический коэффициент сопротивления, зависящий от формы тела.

Многочисленные последующие эксперименты показывали весьма существенную зависимость этого коэффициента сопротивления от скорости, вязкости и плотности жидкости. Рейлей свел известные опытные данные для коэффициента сопротивления движущейся сферы в зависимости от критерия Рейнольдса и построил известную кривую Рэлея (см. Рис 3.1).

Обтекание шара. Стокс получил аналитическое решение уравнения Навье — Стокса для стационарного обтекания при так называемом *ползучем* течении, когда $Re \ll 1$, где

Формула Стокса для ламинарного режима обтекания:

$$C = \frac{24}{Re}, \quad (3.2)$$

$$\text{где } Re = \frac{u \delta \rho}{\mu} < 1$$

(μ — коэффициент динамической вязкости сплошной среды, Па·сек).

Другой крайний случай – развитый турбулентный режим – описывается формулой Ньютона:

$$C \approx 0,42 \quad \text{при} \quad 1000 < Re < 200000 \quad (3.3)$$

Для переходного режима различными авторами предложено множество аппроксимационных зависимостей, более-менее близко описывающих опытные данные в разных диапазонах значения Re . Некоторые из них:

Формула Клячко:

$$C = \frac{24}{Re} + \frac{4}{Re^{1/3}} \quad \text{при} \quad 1 < Re < 1000 \quad (3.4)$$

Формула Островского

$$C = 8 \left(\frac{3}{Re} + \frac{0,45}{Re^{4/9}} + 0,042 \right) \quad \text{при} \quad Re < 100000$$

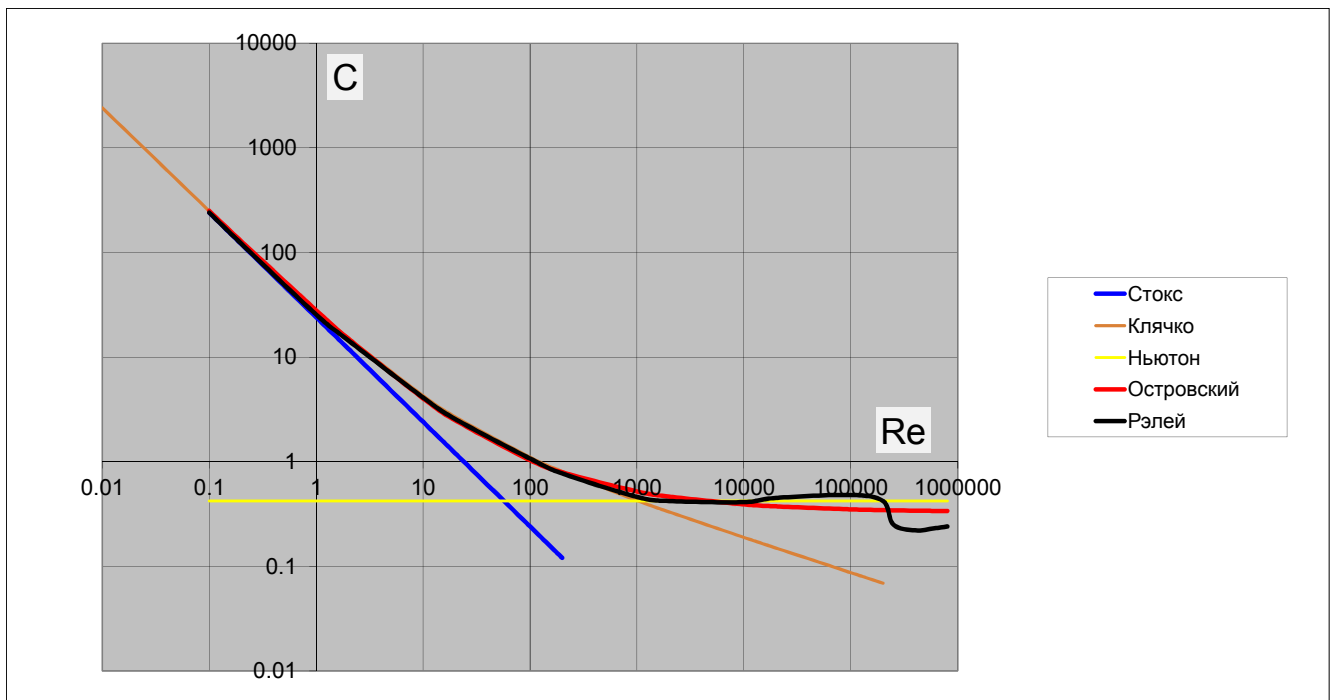


Рис. 3.1. Зависимость коэффициента сопротивления шара от критерия Re

При обтекании тел, форма которых отличается от шарообразной, вводятся понятия «эквивалентный диаметр» и «коэффициент формы». Эквивалентный диаметр $\delta_{\text{э}}$ представляет собой диаметр сферы с объемом, равным объему частицы V :

$$\delta_{\text{э}} = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} \quad (3.5)$$

Коэффициент формы ψ_{Γ} представляет собой отношение поверхности частицы неправильной формы S к поверхности шара $F_{\text{э}}$, диаметр которого равен $\delta_{\text{э}}$:

$$S_{\text{э}} = \pi \delta_{\text{э}}^2$$

$$\psi_{\text{э}} = \frac{S}{S_{\text{э}}} \quad (3.6)$$

Поскольку коэффициент $\psi_{\text{э}}$ не позволяет учесть все особенности обтекания частицы неправильной формы, рекомендуется использовать динамический коэффициент формы $\psi_{\text{д}}$, который получают из опытных данных по осаждению частиц в жидкости (седиментации) или по скорости их витания в восходящем газовом потоке.

Скорость движения частиц под действием сил тяжести

При установившемся движении частиц под действием силы тяжести сила тяжести с учётом силы Архимеда уравновешивается силой гидравлического сопротивления:

$$\frac{\pi \delta^3}{6} \Delta \rho g = C \frac{\pi \delta^2}{4} \frac{\rho u^2}{2}$$

где $\Delta \rho$ - разность плотностей частицы и сплошной среды

Отсюда скорость движения частицы равна

$$U = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\delta \Delta \rho g}{\rho C}} \quad (3.7)$$

Соотношение (3.7), однако, может быть решено лишь методом последовательных приближений (итераций), поскольку коэффициент сопротивления частицы C – не постоянная величина, а является функцией числа Рейнольдса, в которое входит искомая величина скорости осаждения.

Если для мелких частиц скорость их осаждения достаточно мала, чтобы режим обтекания сферической частицы был ламинарным, то для коэффициента C можно использовать формулу Стокса (3.2). Подстановка этого выражения в формулу (3.7) приводит к известному соотношению для скорости ламинарного осаждения сферической частицы:

$$U = \frac{g \delta^2 \Delta \rho}{18 \mu} \quad (3.8)$$

Для крупных частиц в случае развитого турбулентного режима ($Re > 1000$) подстановка формулы Ньютона в уравнение 93.7) дает следующее выражение для скорости частицы:

$$U = 1.78 \sqrt{\frac{\delta \Delta \rho g}{\rho}} \quad (3.9)$$

Для переходного режима ($1 < Re < 1000$) для определения скорости движения частиц часто используется другое аппроксимационное уравнение, известное как уравнение Аэрова-Годеса:

$$Re = \frac{Ar}{18 + 0.6 \sqrt{Ar}} \quad (3.10)$$

где

$$Re = \frac{U \delta \rho}{\mu} \quad \text{и} \quad Ar = \frac{g \delta^3}{\mu^2} \Delta \rho \rho - \text{критерии Рейнольдса и Архимеда.}$$

Пример 3.1: Найти скорость осаждения шарика плотностью $\rho_2 = 2500 \text{ кг/м}^3$ и диаметром $\delta = 1 \text{ мм}$ в воде. Плотность воды принять равной $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$, коэффициент динамической вязкости $\mu = 0.001 \text{ Па} \cdot \text{сек}$.

Решение:

Применив формулу Стокса, получим $u = 0.8715 \text{ м/сек}$; $Re = 817$ – условие применимости формулы Стокса не выполняется ($Re < 1$)

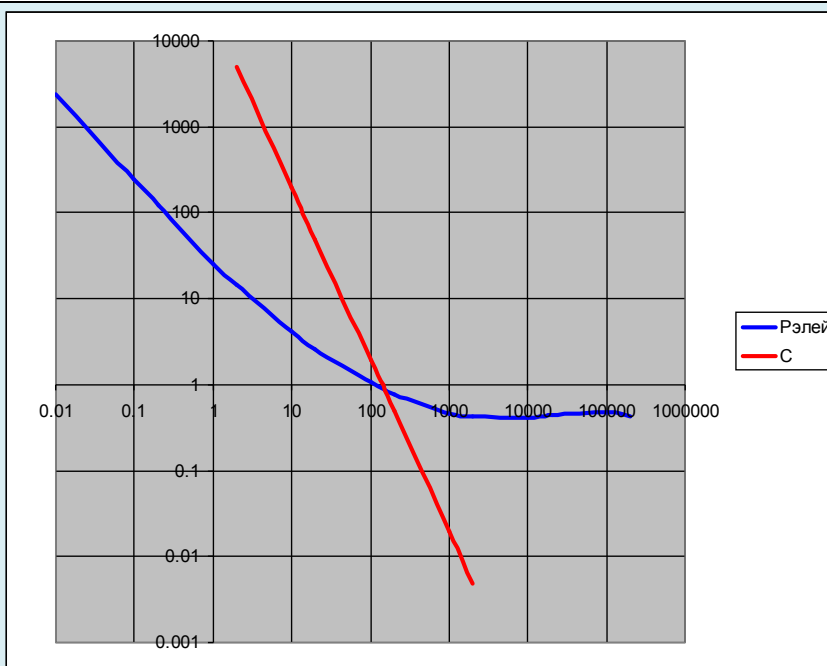
Применив формулу Ньютона, получим $u = 0.216 \text{ м/сек}$; $Re = 216$ – условие применимости формулы Ньютона также не выполняется ($Re > 1000$)

Несколько вариантов решения:

а) Графический способ (с помощью кривой Рэлея).

Выразим из уравнения (3.7) зависимость C от Re и построим график совместно с кривой Рэлея:

$$C = \frac{4}{3} \frac{\delta^3 \Delta \rho \rho_1 g}{\mu^2 Re^2}$$



Ответ – точка пересечения, $Re \approx 150$, $u = \frac{Re \mu}{\delta \rho} = 0.15 \text{ м/сек}$

б) Метод последовательного приближения (итерационный)

Выразим из уравнения (а) зависимость u от C

$$u = \sqrt{\frac{4 \Delta \rho g \delta}{3 C \rho_1}} \cdot Re = \frac{u \delta \rho_1}{\mu}$$

Для определения коэффициента сопротивления воспользуемся какой-либо из приведенных выше аппроксимационных формул, например формулой Островского:

$$C = 8 \left(\frac{3}{Re} + \frac{0,45}{Re^{4/9}} + 0,042 \right)$$

№ итерации	U	Re	C
1	0.2159	215.9	0.777
2	0.1588	158.8	0.865
3	0.1505	150.5	0.883
4	0.1490	149.0	0.886
5	0.1487	148.7	0.887
6	0.1487	148.7	0.887
7	0.1487	148.7	0.887

Ответ – $u = 0.1487 \text{ м/сек}$

б) Использование уравнения Аэрова-Тодеса

Рассчитываем значение критерия Архимеда:

$$Ar = \frac{g \delta^3}{\mu^2} \Delta \rho \rho = 14715$$

Их уравнения (3.10) находим значение критерия Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{Ar}{18 + 0.6\sqrt{Ar}} = 162$$

Находим скорость осаждения:

$$U = \frac{\mu \text{Re}}{\delta \rho} = 0.162 \text{ м/сек}$$

Глава 4. Взаимопроникающие континуальные среды

При рассмотрении движения одиночных частиц в потоке сплошной среды принималось, что характеристики потока заданы, а частицы в силу их низкой концентрации не оказывают существенного воздействия на эти характеристики. Однако с увеличением концентрации частиц подобное упрощение становится уже невозможным, и приходится учитывать влияние взаимопроникающих фаз друг на друга.

При математическом моделировании многофазных течений для решения инженерных задач наибольшее распространение получила модель **взаимопроникающих** и взаимодействующих **континуумов**. Фазы, составляющие дисперсную смесь, как бы размазываются по объему, занятому смесью, но при этом каждая из них занимает лишь часть этого объема ε_i .

При математическом моделировании движения фаз во взаимопроникающих континуальных средах полагаются на главное допущение — размеры дисперсных частиц или неоднородностей должны быть во много раз меньше расстояний, на которых усредненные параметры фаз и их компонент меняются существенно, т. е. размеры частиц и неоднородностей много меньше, например, диаметров каналов, по которым течет неоднородная среда.

Законы сохранения массы и импульса.

Дифференциальные законы сохранения массы и импульса дисперсной смеси записываются для физически малого объема отдельно для каждой фазы. В общем случае они имеют вид:

$$\frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \varepsilon_i \bar{v}_i) - \nabla D_i \nabla (\rho_i \varepsilon_i) - \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^N J_{ji} = 0; \quad (4.1)$$

$$\rho_i \varepsilon_i \frac{d\bar{v}_i}{dt} = \rho_i \varepsilon_i \bar{g}_i + \nabla \cdot F_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N [R_{ji} + J_{ji} (v_{ji} - v_i)]; \quad (4.2)$$

$$i, j = 1 \dots N, \quad J_{ji} = -J_{ij}, \quad R_{ji} = -R_{ij}.$$

В уравнении **сохранения массы** (4.1):

Первое слагаемое – изменение во времени массы i -й фазы в выделенном объеме.

Второе слагаемое – перенос массы конвективным потоком.

Третье слагаемое – изменение массы за счет потока турбулентной диффузии, связанной с мелкомасштабным пульсационным движением фаз, D_i – в общем случае тензор коэффициентов турбулентной диффузии i -ой фазы.

В **четвертом** члене J_{ji} – характеризует поток массы из j ой фазы в i -ую и обратно за счет фазовых переходов. В общем случае перенос массы из одной фазы в другую может происходить не только вследствие физико-химических превращений (испарение, кипение, конденсация и пр.), но и механическим путем (выпадение частиц на поверхности канала, унос капель с поверхности жидкой пленки и т.д.).

Размерности величин: $D_i = [m^2/сек]$; $J_{ji} = [кг/(м^3 сек)]$;

В уравнении **переноса количества движения** (4.2):

Первый член уравнения – полная производная, состоит из субстанциональной (локальной) и конвективной составляющих:

$$\rho_i \varepsilon_i \frac{d\bar{v}_i}{dt} = \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i \bar{v}_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \varepsilon_i \bar{v}_i \bar{v}_i).$$

В декартовых координатах:

$$\begin{aligned}\rho_i \varepsilon_i \frac{dU_{ix}}{dt} &= \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{ix})}{\partial t} + U_{ix} \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{ix})}{\partial x} + U_{iy} \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{ix})}{\partial y} + U_{iz} \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{ix})}{\partial z} \\ \rho_i \varepsilon_i \frac{dU_{iy}}{dt} &= \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{iy})}{\partial t} + U_{ix} \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{iy})}{\partial x} + U_{iy} \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{iy})}{\partial y} + U_{iz} \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{iy})}{\partial z} \\ \rho_i \varepsilon_i \frac{dU_{iz}}{dt} &= \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{iz})}{\partial t} + U_{ix} \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{iz})}{\partial x} + U_{iy} \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{iz})}{\partial y} + U_{iz} \frac{\partial(\rho_i \varepsilon_i U_{iz})}{\partial z}\end{aligned}$$

Второе слагаемое – массовые силы, действующие на i -ю фазу (g_i - вектор массовых сил).

В третьем слагаемом - F_i – тензор напряжений в i -ой фазе.

В качестве условия совместного деформирования фаз используют условие одинаковости давления в фазах: $p_i = p$, где $i = 1 \dots N$. В этом случае можно предположить, что поверхностные силы, действующие со стороны окружающей среды на выделенный объем смеси, воспринимаются только сплошной фазой, а воздействие на дисперсную фазу (фазы) со стороны сплошной среды определяется силой взаимодействия.

Тогда для **сплошной** фазы

$$\nabla \cdot F_1 = -\varepsilon_1 (\text{grad}P + \mu \nabla^2 U_1)$$

В большинстве случаев вязкие напряжения в сплошной фазе пренебрежимо малы по сравнению с силами давления и силами межфазного взаимодействия. Тогда

$$\nabla \cdot F_1 = -\varepsilon_1 \left(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \right).$$

Для **дисперсных** фаз (σ_i – напряжения в плотном зернистом слое, в разреженных потоках $\sigma_i = 0$):

$$\nabla \cdot F_i = -\varepsilon_i (\text{grad}P + \text{grad}\sigma) = -\varepsilon_i \left(\frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial P}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial P}{\partial z} \vec{k} \right) + - \left(\frac{\partial \sigma_i}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \sigma_i}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \sigma_i}{\partial z} \vec{k} \right)$$

Размерности величин: $\sigma_i = [\text{Н}/\text{м}^2]$;

Четвертое слагаемое описывает интенсивность обмена импульсом между фазами, R_{ji} - сила межфазного взаимодействия (отнесенная к единице объема смеси), возникающая из-за сил трения, сцепления между фазами. Второй член, стоящий в скобках, можно трактовать как реактивную силу, \vec{v}^{ji} – скорость массы, претерпевающей превращение $j \rightarrow i$ и находящейся в i -ой фазе.

Размерности величин: $R_{ij} = [\text{Н}/\text{м}^3]$;

Силу межфазного взаимодействия можно представить в виде:

$$R_{ji} = \varepsilon_i f_{ji} S_i. \quad (4.3)$$

где f_{ji} – удельная сила межфазного взаимодействия, отнесенная к единице поверхности i – ой фазы, S_i - удельная поверхность i – ой фазы (поверхность фазы, отнесенная к ее объему).

В общем случае эта сила определяется суммарными силами вязкого трения при движении ансамбля дисперсных частиц и зависят от режима обтекания (ламинарного или турбулентного) частиц сплошной средой. Из аппроксимации опытных данных получено выражение для расчета удельной силы межфазного взаимодействия, справедливое в широком диапазоне значений критерия Рейнольдса ($Re_q < 100000$):

$$\vec{f} = \left(\frac{3}{Re_q} \frac{4 - 3\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{0,45}{(Re_q \zeta)^{4/9}} + 0,042 \right) \rho_1 |\vec{v}_1 - \vec{v}_2| (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \zeta^3 \quad (4.4)$$

$$\text{где } Re_q = \frac{|\bar{v}_1 - \bar{v}_2| \delta \rho_1}{\mu_1};$$

ζ - коэффициент извилистости.

Величина ζ зависит от формы частиц. Для шаров $\zeta \approx \varepsilon + 0,5\pi(1 - \varepsilon)$.

В проекциях на оси координат:

$$|\bar{v}_1 - \bar{v}_2| = \sqrt{(v_{1X} - v_{2X})^2 + (v_{1Y} - v_{2Y})^2 + (v_{1Z} - v_{2Z})^2} = \Delta V$$

$$f_X = \left(\frac{3}{Re_q} \frac{4 - 3\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{0,45}{(Re_q \zeta)^{4/9}} + 0,042 \right) \rho_1 \Delta V (v_{1X} - v_{2X}) \zeta^3$$

$$f_Y = \left(\frac{3}{Re_q} \frac{4 - 3\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{0,45}{(Re_q \zeta)^{4/9}} + 0,042 \right) \rho_1 \Delta V (v_{1Y} - v_{2Y}) \zeta^3$$

$$f_Z = \left(\frac{3}{Re_q} \frac{4 - 3\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{0,45}{(Re_q \zeta)^{4/9}} + 0,042 \right) \rho_1 \Delta V (v_{1Z} - v_{2Z}) \zeta^3$$

Упрощенные модели взаимопроникающих континуумов

1. Аппараты с псевдооживленным слоем

Псевдооживленным называют такое состояние двухфазной системы твердые частицы — газ (или жидкость), которое характеризуется перемещением твердых частиц относительно друг друга за счет подвода энергии от какого-либо источника. Псевдооживленная система, возникающая под воздействием оживляющего агента, получила название псевдооживленного или кипящего слоя, так как этому слою присущи многие свойства капельной жидкости.

Псевдооживленный слой образуется при восходящем движении оживляющего агента через слой зернистого материала со скоростью, позволяющей поддерживать слой материала во взвешенном состоянии.

Разработаны многочисленные конструкции аппаратов с псевдооживленным слоем, учитывающие технологические условия протекания процессов, требования к качеству получаемых продуктов, специфические особенности взаимодействующих веществ. На рис. 4.1 показаны некоторые схемы аппаратов с псевдооживленным слоем.

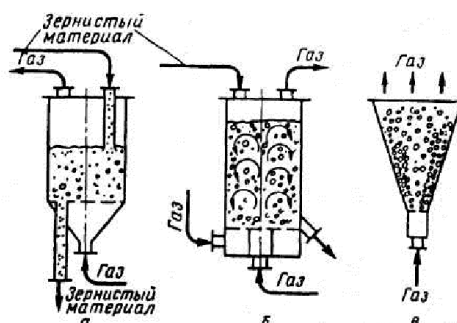


Рис.4.1 Схемы аппаратов с псевдооживленным слоем:

а – цилиндрический противоточный непрерывного действия;

б – с направленной циркуляцией (силос);

в – конический с фонтанирующим слоем;

Состояние двухфазной системы наглядно изображается в виде кривой псевдооживления. Эта кривая выражает зависимость перепада давления в слое Δp от скорости оживляющего агента V_B :

При невысоких скоростях газа слой зернистого материала на решетке остается неподвижным, происходит фильтрация газа через слой (кривая ОК на рис. 6.2).

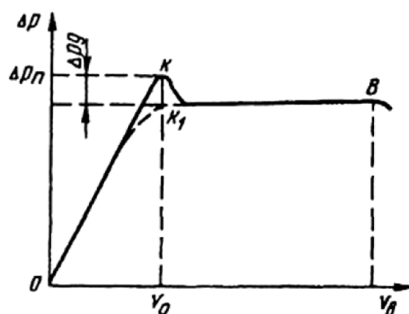


Рис 4.2 Кривая псевдооживления

С увеличением скорости газа перепад давления в слое возрастает и в определенный момент масса зернистого материала в слое уравнивается гидродинамическим давлением потока газа — наступает гидродинамическое равновесие. В условиях гидродинамического равновесия начинается взаимное пульсационное перемещение частиц. Излом в точке K_1 соответствует переходу неподвижного слоя в псевдооживленное состояние. Абсцисса точки K_1 определяет скорость газа, при которой начинается псевдооживление, а ордината — перепад давления в этой точке. Скорость газа (жидкости) v_0 , при которой слой зернистого материала переходит в псевдооживленное состояние, называется скоростью начала псевдооживления. При дальнейшем увеличении скорости газа слой расширяется, интенсивность перемешивания частиц возрастает, но перепад давления остается постоянным.

При определенной так называемой второй критической скорости v_B , или скорости уноса, гидродинамическое равновесие нарушается. Эта скорость является верхним пределом существования псевдооживленного слоя. При $v > v_B$ — частицы уносятся из слоя, в результате этого снижается их массовое количество и уменьшается энергия, необходимая для поддержания твердой фазы во взвешенном состоянии.

Реальная кривая псевдооживления несколько отличается от идеальной. Для реальной кривой характерно наличие пика давления Δp_1 в момент перехода в псевдооживленное состояние, который объясняется затратой дополнительной энергии на преодоление сил сцепления между частицами. Величина пика давления зависит от формы и состояния поверхности частиц.

Пределы существования псевдооживленного слоя, таким образом, ограничены скоростью начала псевдооживления и скоростью уноса. Резкий переход от неподвижного слоя к псевдооживленному характерен для слоев, состоящих из частиц близкого размера. Для полидисперсных слоев существует область скоростей псевдооживления, в которой начинается псевдооживление полидисперсных частиц и завершается переход от неподвижного к псевдооживленному слою.

Отношение рабочей скорости к скорости начала псевдооживления $W = v/v_0$ называется **числом псевдооживления**. Число псевдооживления характеризует состояние псевдооживленного слоя и интенсивность перемешивания частиц в нем. Характеристики псевдооживленного слоя (высота, средняя плотность) зависят от числа псевдооживления.

2. Расчет аппаратов с псевдооживленным слоем.

Для одномерных вертикальных установившихся потоков, которые присутствуют в псевдооживленном слое, система уравнений (4.1)-(4.4) может быть существенно упрощена. Так, можно ввести следующие упрощения:

1. Система является одномерной, т.е. можно рассматривать только одно направление – по вертикали;
2. Установившееся движение – ускорения равны нулю;
3. В общем случае влиянием переноса массы между фазами (испарение, сушка и т.п.) на движение фаз можно пренебречь;
4. Дисперсная фаза является разреженной – напряжения в дисперсной фазе равны нулю;
5. Средняя скорость частиц дисперсной фазы равна нулю.

С учетом данных допущений ($U_2 = 0$; $\frac{\partial}{\partial \tau} = 0$; $\sigma = 0$) система уравнений (4.1)-(4.4)

сводится к виду:

$$\begin{cases} 0 = -\rho_1 \varepsilon_1 g - \varepsilon_1 \frac{dP}{dx} - f_{12} \varepsilon_2 S_2 \\ 0 = -\rho_2 \varepsilon_2 g - \varepsilon_2 \frac{dP}{dx} + f_{12} \varepsilon_2 S_2 \\ f_{12} = \left(\frac{3}{\text{Re} \zeta} \frac{4-3\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 0.045(\text{Re} \zeta)^{-4/9} + 0.042 \right) \rho_1 U_1^2 \zeta^3 \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1 \end{cases} \quad (4.5)$$

где $\text{Re} = \frac{U_1 \delta \rho_1}{\mu_1}$

В инженерной практике уравнения (1) обычно преобразуют к виду:

а) $\frac{dP}{dx} = -(\rho_1 \varepsilon_1 + \rho_2 \varepsilon_2)g$

б) $f_{12} S_2 = -(\rho_1 \varepsilon_1 + \rho_2 \varepsilon_2)g + \rho_2 g = -(\rho_1 \varepsilon_1 + \rho_2 \varepsilon_2)g + \rho_2 g(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = \varepsilon_1 g(\rho_2 - \rho_1)$

Откуда $f_{12} = \frac{\varepsilon_1 g \Delta \rho \delta}{6}$

Аппроксимационное уравнение для силы межфазного взаимодействия приводят к виду:

$$f_{12} = \frac{\varepsilon_1 g \Delta \rho \delta}{6} = \left(\frac{3}{\text{Re} \zeta} \frac{4-3\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 0.045(\text{Re} \zeta)^{-4/9} + 0.042 \right) \rho_1 U_1^2 \zeta^3 \frac{\rho_1 \delta^2 \mu^2}{\rho_1 \delta^2 \mu^2} \Rightarrow$$

$$Ar = \frac{g \rho_1 \Delta \rho \delta^3}{\mu^2} = F(\text{Re}) \text{Re}^2$$

где Ar – критерий Архимеда.

Наиболее распространено уравнение вида (уравнение Аэрова-Тодеса, см. также (3.10)):

$$\varepsilon_1 \text{Re} = \frac{Ar \varepsilon_1^{4.75}}{18 + 0.6 \sqrt{Ar \varepsilon_1^{4.75}}}$$

где

$$\text{Re} = \frac{U_1 \delta \rho_1}{\mu}, \quad Ar = \frac{g \delta^3}{\mu^2} \Delta \rho \rho_1 - \text{критерии Рейнольдса и Архимеда.}$$

Тогда система уравнений (4.5) может быть преобразовано к виду:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dx} = -(\rho_1 \varepsilon_1 + \rho_2 \varepsilon_2) g \\ \varepsilon_1 \text{Re} = \frac{Ar \varepsilon_1^{4.75}}{18 + 0.6 \sqrt{Ar \varepsilon_1^{4.75}}}, \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 1 \end{cases} \quad (4.6)$$

$$\text{Re} = \frac{U_1 \delta \rho_1}{\mu_1}$$

где

$$Ar = \frac{g \delta^3}{\mu_1^2} \Delta \rho \rho_1$$

При рассмотрении системы уравнений (4.6) можно заметить, что:

Число уравнений – 3,

Число неизвестных – 4 ($U_1, \varepsilon_1, \varepsilon_2, dP/dx$).

Таким образом, данная система уравнений является неопределенной (имеющей бесчисленное множество решений) и для получения конкретного решения требуется ввести дополнительное ограничивающее условие.

Обычно задаются дополнительным условием, например предельной высотой слоя (так, чтобы $\varepsilon_1 > \varepsilon_{\text{ПС}} \approx 0.45$), или же задают требуемое значение **числа псевдооживления W**, выражающего отношение скорости газа к «скорости начала псевдооживления».

Скорость начала псевдооживления может быть найдена из уравнения Аэрова-Тодеса при $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\text{ПС}} \approx 0.45$ (здесь $\varepsilon_{\text{ПС}} \approx 0.45$ - «пористость в состоянии рыхлой насыпки», см. главу 1):

$$\text{Re} = \frac{Ar \varepsilon_{\text{ПВ}}^{4.75}}{18 + 0.6 \sqrt{Ar \varepsilon_{\text{ПВ}}^{4.75}}} \approx \frac{Ar}{1400 + 5.22 \sqrt{Ar}} \quad (4.7)$$

Из уравнения Аэрова-Тодеса можно выразить порозность слоя ε_1 при известной скорости газа:

$$\varepsilon_1 \approx \left(\frac{18 \text{Re} + 0.36 \text{Re}^2}{Ar} \right)^{0.21} \quad (4.8)$$

3. Методика расчета аппарата с псевдооживленным слоем

1 Определяем параметры воздуха при рабочих условиях:

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0 P}{T P_0} \quad \mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

2 Определяем средний размер частиц
 δ_{CP}

3 Находим скорость начала псевдооживления U_0

$$\text{Re} = \frac{Ar \varepsilon_{\text{ПВ}}^{4.75}}{18 + 0.6 \sqrt{Ar \varepsilon_{\text{ПВ}}^{4.75}}} \approx \frac{Ar}{1400 + 5.22 \sqrt{Ar}}$$

4 Определяем рабочую скорость
 $U_1 = U_0 \cdot KW$

5 Определяем порозность слоя ε_1

$$\varepsilon_1 \approx \left(\frac{18 \text{Re} + 0.36 \text{Re}^2}{Ar} \right)^{0.21}$$

6 Находим массу материала в аппарате
 $M = G \cdot t_{\text{ПРЕБЫВАНИЯ}}$

7 При заданном расходе воздуха V определяем
площадь и диаметр аппарата

$$F = \frac{V}{U_1 \varepsilon_1} \quad D = \sqrt{\frac{4F}{\pi}}$$

8 Округляем диаметр аппарата D_A до ближайшего значения по
«ГОСТ 9617-76 - Сосуды и аппараты. Ряды диаметров»

2. Внутренний диаметр сосуда или аппарата, изготовляемого из стальных листов или поковок, должен быть выбран из следующего ряда: 400, (450), 500, (550), 600, (650), 700, 800, 900, 1000, (1100), 1200, (1300), 1400, (1500), 1600, (1700), 1800, (1900), 2000, 2200, 2400, 2500, 2600, 2800, 3000, 3200, 3400, 3600, 3800, 4000, 4500, 5000, 5500, 5600, 6000, 6300, 6400, 7000, 7500, 8000, 8500, 9000, 9500, 10000, 11000, 12000, 14000, 16000, 18000, 20000 мм.

9

Для принятого диаметра аппарата D_A уточняем истинную скорость газа в аппарате

$$U_1 = \frac{V}{F_A \varepsilon_1}$$

и уточняем порозность слоя ε_1 (см. шаг 5)

Для самой мелкой фракции материала определяем скорость уноса

10

$$Re_{MIN} = \frac{Ar}{18 + 0.6\sqrt{Ar}}$$

(критерии Re и Ar рассчитываются для d_{MIN})

Скорость газа в аппарате должна быть меньше скорости уноса. В противном случае увеличиваем диаметр аппарата

11

Находим высоту слоя в аппарате

$$\rho_2 \varepsilon_2 F_A h = M$$

12

Находим гидравлическое сопротивление слоя в аппарате

$$\Delta P = \frac{dP}{dx} \cdot h = (\rho_1 \varepsilon_1 + \rho_2 \varepsilon_2) gh$$

В случае полидисперсного материала с большим разбросом размеров частиц может получиться ситуация, при которой не удаётся подобрать такой диаметр такой диаметр аппарата, чтобы с одной стороны, скорость воздуха бала достаточна для псевдооживения крупных частиц материала, а с другой стороны, не происходило уноса мелких частиц. В этом случае применяют аппараты с расширенной верхней частью – конические или цилиндрикоконические, так называемые «аэрофонтанные» аппараты.

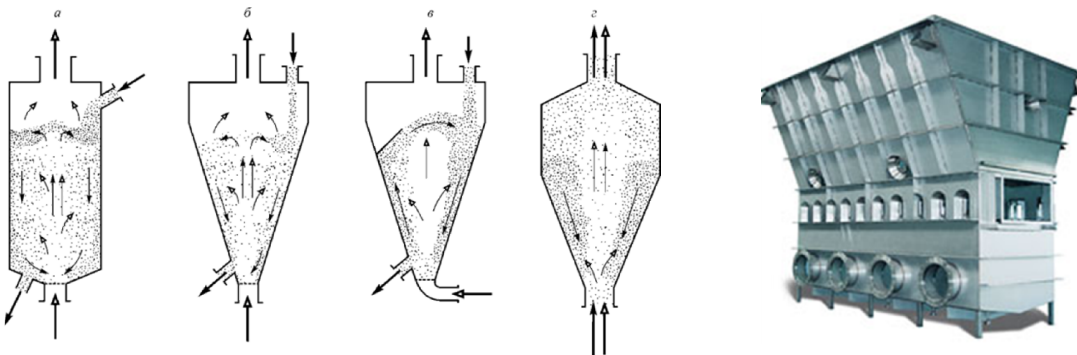


Рис. 4.3. Схемы аппаратов фонтанирующего слоя

Фонтанирование дисперсного материала в восходящем потоке воздуха представляет собой одну из разновидностей псевдооживения, осуществляемую в цилиндрикоконических или в конических аппаратах (см рис.4.3). Поскольку вертикальная скорость воздуха в таком аппарате имеет максимальные значения вблизи нижнего, подводящего воздух патрубка, то режимы фонтанирования наиболее благоприятны при псевдооживении материалов значительной полидисперсности.

Глава 5. Фильтрация

Фильтрация несжимаемой жидкости в недеформируемой пористой среде

В большинстве случаев инерцией в фильтрационных задачах можно пренебречь, тогда система уравнений упрощается:

$$\begin{cases} \rho \varepsilon g_x - \varepsilon \frac{dP}{dx} - f_x S(1 - \varepsilon) = 0 \\ \rho \varepsilon g_y - \varepsilon \frac{dP}{dy} - f_y S(1 - \varepsilon) = 0 \\ \rho \varepsilon g_z - \varepsilon \frac{dP}{dz} - f_z S(1 - \varepsilon) = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

Уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости и недеформируемого пористого тела примет вид

$$\frac{\partial(\varepsilon U_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\varepsilon U_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\varepsilon U_z)}{\partial z} = 0 \quad (5.2)$$

В цилиндрической системе координат (r, θ, z) уравнения (5.1)-(5.2) преобразуются следующим образом:

$$\begin{cases} \rho \varepsilon g_r - \varepsilon \frac{dP}{dr} - f_r S(1 - \varepsilon) = 0 \\ \rho \varepsilon g_\theta - \frac{\varepsilon}{r} \frac{dP}{d\theta} - f_\theta S(1 - \varepsilon) = 0 \\ \rho \varepsilon g_z - \varepsilon \frac{dP}{dz} - f_z S(1 - \varepsilon) = 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

для уравнения неразрывности

$$\frac{\partial(\varepsilon u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\varepsilon u_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(\varepsilon u_z)}{\partial z} + \frac{\varepsilon u_r}{r} = 0 \quad (5.4)$$

Для ламинарного течения в пористой среде:

Если пористое тело состоит из частиц с удельной поверхностью $S=6/\delta$, и если поры незамкнутые, т.е. пустоты тела образуют проточную систему, то можно найти гидравлический диаметр каналов:

$$\delta_K = \frac{4F_K}{\Pi_K} = \frac{4\varepsilon}{S(1-\varepsilon)} = \frac{2\varepsilon}{3\delta(1-\varepsilon)}. \quad (5.5)$$

Тогда с учетом того, что $u_1=u_\phi/\varepsilon$, (u_ϕ – приведенная к сечению пористого тела скорость, называемая скоростью фильтрации) при $Re_\phi \ll 1$ и $u_2=0$ получаем:

$$\bar{f} = \frac{2\mu\zeta^2 S(1-\varepsilon)}{\varepsilon} u_\phi \quad (5.6)$$

Если пренебречь силами тяжести по сравнению с силами давления, то получаем широко известное уравнение Козени-Кармана для ламинарной фильтрации:

$$\frac{dp}{dx} = -2\mu \frac{\zeta^2 S^2 (1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \bar{u}_\phi \quad (5.7)$$

где ζ — коэффициент извилистости, величина которого в плотных упаковках частиц обычно составляет 1,5;

Уравнение можно представить в виде

$$u_\phi = -a \frac{dp}{dx}, \quad (5.8)$$

$$a = \frac{k}{\mu}, \quad (5.9)$$

$$k = \frac{\varepsilon^3}{2\zeta^2 S^2 (1-\varepsilon)^2}, \quad (5.10)$$

где a — константа фильтрации, м²/(Па·с);

k — коэффициент проницаемости, м².

На практике для расчетов параметров фильтрации в зернистом слое часто используется эмпирическое уравнение Эргуна, которое применимо для переходных режимов течения жидкости:

$$\frac{dp}{dx} = - \left(\frac{150\mu u_\phi (1-\varepsilon)^2}{\delta^2 \varepsilon^2} + \frac{1.75\rho u_\phi |u_\phi| (1-\varepsilon)}{\delta \varepsilon^3} \right) \quad (5.11)$$

Обычно константу фильтрации (или коэффициент проницаемости) определяют экспериментально. Тогда силу межфазного взаимодействия можно выразить, как

$$f = \frac{1}{a} \frac{\varepsilon^2}{(1-\varepsilon)S} u \quad (5.12)$$

Фильтрация газа в недеформируемой пористой среде

Пренебрегая инерцией газа и массовыми силами, можно записать:

$$\begin{cases} -\varepsilon \frac{dP}{dx} - f_x S(1-\varepsilon) = 0 \\ -\varepsilon \frac{dP}{dx} - f_y S(1-\varepsilon) = 0 \\ -\varepsilon \frac{dP}{dx} - f_z S(1-\varepsilon) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_x = -a \frac{\partial P}{\partial x} \\ U_y = -a \frac{\partial P}{\partial y} \\ U_z = -a \frac{\partial P}{\partial z} \end{cases} \quad (5.13)$$

Уравнение неразрывности для газа и недеформируемого пористого тела принимает вид

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon U_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\varepsilon U_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\varepsilon U_z)}{\partial z} = \frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} \quad (5.14)$$

В цилиндрической системе координат:

$$\begin{cases} U_R = -a \frac{\partial P}{\partial R} \\ U_\Theta = -\frac{a}{r} \frac{\partial P}{\partial \Theta} \\ U_Z = -a \frac{\partial P}{\partial z} \end{cases} \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon U_R)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(\rho\varepsilon U_\Theta)}{\partial \Theta} + \frac{\partial(\rho\varepsilon U_Z)}{\partial z} + \frac{\rho\varepsilon U_R}{r} = \frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} \quad (5.16)$$

Частные случаи

Например, для СТАЦИОНАРНОГО одномерного случая при ЛАМИНАРНОМ течении газа в пористой среде:

$$\begin{cases} U = -a \frac{dP}{dx} \\ \frac{d(\rho\varepsilon U)}{dx} = 0, \quad \text{если } \varepsilon = \text{const, т } \frac{d(\rho U)}{dx} = 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

Для выражения плотности через давление используем уравнение Менделеева-Клайперона:

$$PV = RT \frac{M}{m} \Rightarrow \rho = \frac{M}{V} = \frac{m}{RT} P = k_p P$$

Тогда система уравнений приводится к виду:

$$\frac{d}{dx} \left(aP \frac{dP}{dx} \right) = 0 \quad (5.18)$$

Примеры решения фильтрационных задач

Характерной особенностью фильтрования (фильтрации) является периодический процесс отложения слоя дисперсной фазы на фильтрующей перегородке. При этом существенны два обстоятельства. Во-первых, даже если в целом процесс фильтрования организован как непрерывный, т. е. с удалением образующегося слоя осадка, то и в этом случае на каждом элементарном участке фильтрующей перегородки увеличение толщины слоя осадка



до момента его удаления происходит периодически. Во-вторых, слой осадка представляет собой существенное гидравлическое сопротивление для фильтрующей поперек него сплошной среды. Таким образом, на скорость фильтрации кроме сопротивления фильтровальной перегородки (фильтровальной ткани) существенное влияние оказывает сопротивление образующегося осадка. В ряде случаев сопротивление подложки настолько меньше сопротивления осадка, что в практических расчетах

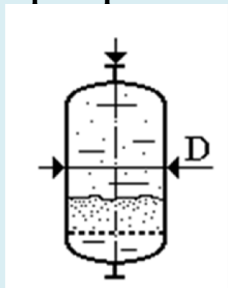
сопротивлением подложки пренебрегают.

В общем случае общий перепад давления на фильтре $\Delta P = P_1 - P_2$ равен сумме сопротивлений осадка и фильтровальной перегородки:

$$\begin{cases} \Delta P_{\phi} = \Delta P_{OC} + \Delta P_{\phi\Pi} \\ \Delta P_{OC} = \frac{u_{\phi} \cdot H_{OC}}{a} \\ \Delta P_{\phi\Pi} = u_{\phi} \mu R_{\phi\Pi} \end{cases} \quad (5.19)$$

где H_{OC} – высота слоя осадка, м;
 $R_{\phi\Pi}$ – сопротивление фильтрующей перегородки, 1/м.

Гидравлическое сопротивление слоя осадка R_{oc} непрерывно увеличивается вследствие отложения в верхней части слоя все большего и большего количества частиц, ранее взвешенных в исходной суспензии. Существенно, что значение R_{oc} в некоторый произвольный момент времени t от начала фильтрации зависит не от мгновенного значения скорости фильтрации dV/dt , а от всего объема V фильтрата, прошедшего через слой осадка и перегородку от начала процесса фильтрации, поскольку вся дисперсная твердая фаза, содержащаяся прежде в объеме V жидкости, к моменту t оказалась на перегородке и составила осадок, высота которого пропорциональна количеству этой твердой фазы.

Пример 5.1:

В фильтр диаметрами $D_n=1,2$ м (см. рис.) с помощью при постоянном давлении $\Delta P=2$ атм подается суспензия с концентрацией частиц $C_q = 0.50$ кг/м³. Известны: размер частиц $\delta=50$ мкм, плотность частиц $\rho_2=2500$ кг/м³ плотность $\rho=1000$ кг/м³ и вязкость $\mu=10^{-3}$ Па·с жидкости, а также пористость осадка $\varepsilon_{OC}=0.4$. Осадок несжимаем. Сопротивление фильтрующей подложки $R_{ФП}=2 \cdot 10^9$ 1/м. Определить время, в течение которого высота слоя осадка достигнет значения $H = 0.5$ м.

Решение:

Определим объёмную долю дисперсной фазы в суспензии:

$$\varepsilon_2 = \frac{C_q}{\rho_2} = \frac{0.5}{2500} = 0.0002$$

Площадь поверхности фильтра

$$F = \pi \frac{D^2}{4} = 1.1 \text{ м}^2$$

Параметры осадка:

$$\text{Удельная поверхность } S = \frac{6}{\delta} = \frac{6}{50 \cdot 10^{-6}} = 1.2 \cdot 10^5 \text{ 1/м}$$

$$\text{Коэффициент проницаемости } k = \frac{\varepsilon_{OC}^3}{2\zeta^2 S^2 (1 - \varepsilon_{OC})^2} = 1.39 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2$$

(коэффициент извилистости $\zeta = 1.5$)

$$\text{Константа фильтрации } a = \frac{k}{\mu} = 1.39 \cdot 10^{-8} \text{ , м}^2/(\text{Па} \cdot \text{с});$$

Из уравнения (5.19) выразим скорость фильтрации, как функцию от высоты слоя осадка h :

$$U_\Phi = \frac{\Delta P}{\frac{h}{a} + \mu R_{ФП}}$$

За промежуток времени dt через фильтр пройдет объём суспензии, равный

$$dV = U_\Phi F dt$$

Содержащаяся в данном объёме суспензии дисперсная фаза осядет ф фильтре, в результате чего высота слоя увеличится на величину

$$dh = U_\Phi F dt \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{OC}}$$

Подставляя выражение для U_Φ , получаем уравнение для скорости роста высоты слоя осадка:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{\Delta P}{\frac{h}{a} + \mu R_{\Phi\Pi}} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{OC}}$$

После интегрирования данного уравнения в интервале от $t=0$ до $t=t_K$ получаем выражение для времени накопления осадка от $h=0$ до $h=H$:

$$\int_0^H \left(\frac{h}{a} + \mu R_{\Phi\Pi} \right) dh = \Delta P \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{OC}} \int_0^{t_K} dt$$

$$t_K = \frac{\varepsilon_{OC}}{\varepsilon_2} \left(\frac{H^2}{2a} + \mu R_{OC} H \right)$$

Подставляя исходные данные, получаем искомое время накопления осадка
 $t_K = 1 \cdot 10^5$ сек = 27.8 час

Скорости и расходы суспензии в начале и конце процесса:

$$U_{\Phi.HAЧ} = \frac{\Delta P}{\frac{H}{a} + \mu R_{\Phi\Pi}} = 0.1 \text{ м/сек}$$

$$Q_{HAЧ} = U_{\Phi.HAЧ} F = 0.113 \text{ м}^3/\text{сек}$$

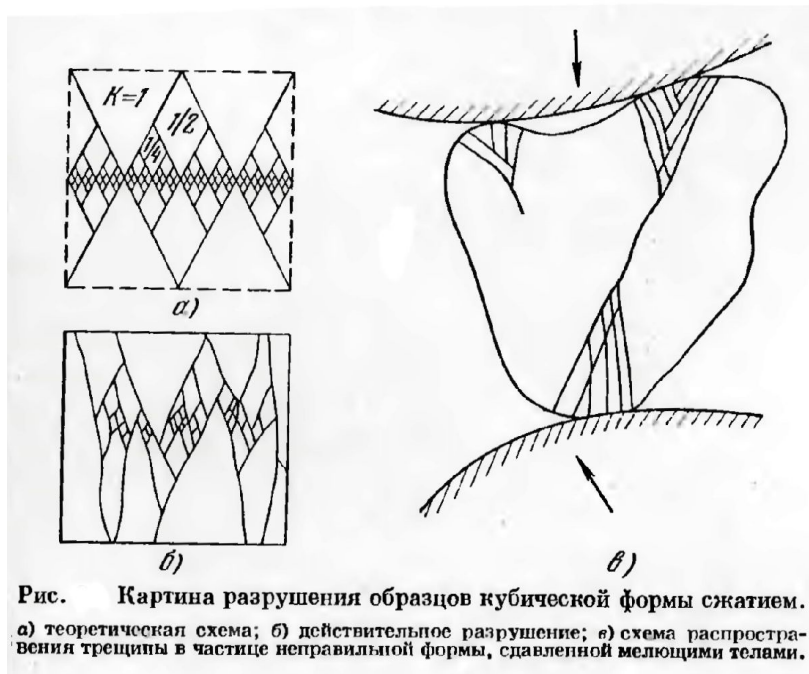
$$U_{\Phi.KOH} = \frac{\Delta P}{\mu R_{\Phi\Pi}} = 5.26 \cdot 10^{-3} \text{ м/сек}$$

$$Q_{HAЧ} = U_{\Phi.HAЧ} F = 5.95 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{сек}$$

Глава 6. Дробление и измельчение

Энергия, необходимая для разрушения частицы, определяется суммой

- 1) работ упругой и пластической предельных деформаций, а также
- 2) работой поверхностных сил в условиях опыта.



Закон Кирпичева-Кика:

Закон Кирпичева—Кика определяет энергию на упругую деформацию материала и не учитывает вновь образованной поверхности и потому закон справедлив для процессов дробления, где основная энергия тратится на деформацию материала.

$$E = K_K \Delta V \approx K_K \delta^3$$

Теоретическая мощность, необходимая для дробления: $N_{др} = G \frac{3[\sigma]_{СЖ}^2}{2E} (i-1) \frac{1}{\eta_M \eta_P}$

где η_M – коэффициент полезного действия механизма дробилки;
 η_P – коэффициент полезного действия способа разрушения.

Закон Риттингера : Закон Риттингера не учитывает затраты энергии на упругую деформацию и более подходит для процессов помола, где преобладает истирание с интенсивным образованием новой поверхности.

$$E = K_P \Delta S \approx K_P \delta^2$$

Закон Бонда :

математическое объединение двух первых законов

$$E \approx K_B \delta^{2.5}$$

Таким образом, при тонком помоле различных материалов лучше пользоваться законом Риттингера (поверхностная гипотеза), при крупном дроблении желательнее использовать закон Кирпичева (объемная гипотеза), а при мелком дроблении и грубом помоле больше подходит закон Бонда.

Основные приемы дробления тел

1. Валковые дробилки

Одной из первых машин, предназначенных для дробления твердых материалов, стала валковая дробилка (Англия, 1806 г.). В ней материал затягивается силами трения и раздавливается между двумя параллельными цилиндрическими валками, вращающимися навстречу друг другу (рис. 1).

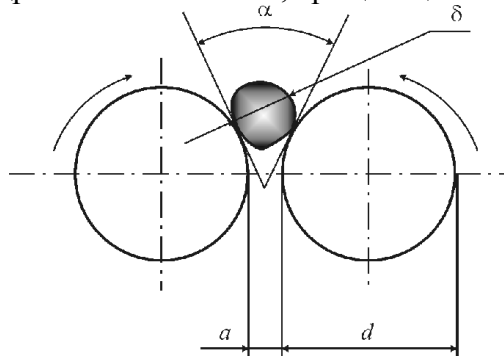


Рис. 6.1.1. Схема захвата куска материала гладкими валками

Степень измельчения в валковых дробилках $i \approx 4$. При $i > 4$ в объеме, ограниченном валками, возрастает концентрация материала вплоть до его запрессовывания. При этом резко возрастает усилие дробления. Поэтому в традиционных конструкциях валковых дробилок при превышении некоторого порогового усилия валки раздвигаются.

Из условий равновесия сил, действующих на дробимое тело (рис. 1), следует условие затягивания куска валками

$$\alpha \leq 2 \arctg(f), \quad (1)$$

где α — угол захвата, f — коэффициент трения куска материала о поверхность валка.

Из геометрических соотношений нетрудно получить выражение для отношения диаметра валка d к максимальному размеру куска δ , затягивание которого еще возможно:

$$\frac{d}{\delta} \geq \frac{\cos \frac{\alpha}{2} - \frac{a}{\delta}}{1 - \cos \frac{\alpha}{2}}, \quad (2)$$

где a — зазор между валками.

При $a \ll \delta$ и $f \approx 0,3$ (типичное значение коэффициента трения для большинства твердых материалов) из соотношений (1) и (2) получим

$$\frac{d}{\delta} \geq 20. \quad (3)$$

Условие (3) определяет принципиальный недостаток конструкции валковой дробилки — практическую невозможность создания машин для крупного дробления, так как при $\delta = 0,5$ м габариты машины уже превысят 20 метров.

Отношение (3) можно уменьшить за счет увеличения коэффициента трения в (1). Применение рифленых валков позволило снизить это отношение до 10, а использование зубчатых — до 3. Однако рифленые валки могут быть использованы только для материалов средней прочности, а

зубчатые — только для мягких. В современных гладковалковых дробилках максимальный размер валка не превышает 1,5 м, что соответствует $\delta = 75$ мм.

Частота вращения валков n (об/сек) с учетом действия на материал, находящийся на вращающемся цилиндре, центробежной силы, определяется по формуле проф. Л.Б.Левенсона:

$$n_{MAX} \leq 102.5 \sqrt{\frac{f}{\rho_H \delta d}} \quad (4)$$

Практически с целью уменьшения износа поверхности валков частоту их вращения принимают равной $n_{CP} = (0,4 \div 0,7) n_{MAX}$. Окружная скорость валков при этом составляет 2-7 м/с.

Производительность валковых дробилок находится из уравнения

$$G = aBw\rho_H\mu, \quad (5)$$

где B — длина валка, м; w — окружная скорость валка, м/с; ρ_H — насыпная плотность материала, кг/м³; μ — коэффициент разрыхления, характеризующий степень заполнения между валками материалом. Для прочных пород $\mu \approx 0,25$, для пластичных пород и для дробилок с зубчатыми валками $\mu \approx 0,5$.

Прочностной расчет валковых дробилок:

Сила расталкивающего усилия, действующего на валки:

$$P_{срг} = P_{ср} B \mu \frac{D}{2} \sin\left(\frac{\beta}{2}\right), \quad (7)$$

где B и D — длина и диаметр валка,

β - угол дуги контакта валка с материалом, рад, $\beta = \alpha/2$.

Среднее давление $P_{ср}$ на поверхность валков, контактирующую с материалом, зависит от многих факторов и устанавливается, как правило, экспериментально. Для ориентировочных расчетов при дроблении прочных материалов принимают $P_{ср} \approx 2,7$ МПа.

Максимальная сила нормального давления на оси валков должна компенсироваться силой сжатия пружин подвижного валка.

Суммарное усилие пружин принимают $P_{РАБ} = (1.2 \div 1.3) P_{срг}$, по этому же усилию рассчитывают на прочность валы, опоры, тяги, подшипниковые узлы и т.п. Если корпуса подшипников не соединены между собой тягами, усилие, действующее на валки, замыкается через раму машины.

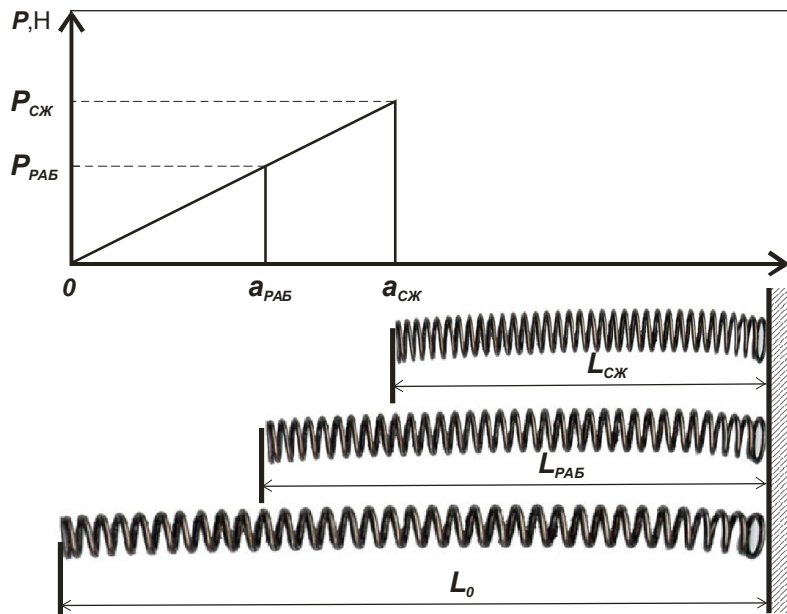


Рис. 6.1.2. Определение усилий и перемещений для расчета пружин.

К расчету предохранительных пружин:

- L_0 – длина пружины в свободном состоянии;
- $L_{РАБ}$ – длина пружины в рабочем положении;
- $L_{СЖ}$ – длина пружины в сжатом состоянии;
- $P_{РАБ}$ – усилие пружины в рабочем состоянии;
- $P_{СЖ}$ – усилие пружины в сжатом состоянии.

Выбор пружин проводится по ГОСТам 13764 – 13776 «Пружины винтовые цилиндрические сжатия и растяжения». Основные характеристики для выбора пружин:

- c_1 – жесткость одного витка пружины (Н/мм),
- s_3 – наибольший прогиб одного витка, мм,
- F_3 – сила пружины при максимальной деформации, Н
(очевидно, что $F_3 = c_1 s_3$).
- $n_{ВТ}$ – число витков пружины.

Выбирается длина хода валка $\Delta L \geq k(\delta_{НАЧ.МАКС} - a)$,

где $k=1$ для односторонних пружин, $k=1/2$ для двусторонних пружин.

Усилие пружины в рабочем состоянии

$$P_{РАБ} = \frac{(1.2 \div 1.3) P_{ср\check{A}}}{n_{ПР}},$$

где $n_{ПР}$ – число одновременно работающих пружин.

Предварительно выбираем пружину по условию $F_{СЖ} > (1.5 \div 2) P_{РАБ}$

Тогда сжатие пружины в рабочем и сжатом состоянии:

$$P_{РАБ} = \frac{\Delta L}{n_{ВТ}} c_1, \quad P_{СЖ} \leq F_3 = c_1 s_3,$$

Таким образом, число витков пружины должно удовлетворять условиям:

$$\begin{cases} n_{BT} = \frac{\Delta L}{P_{РАБ}} c_1 \\ n_{BT} \geq \frac{\Delta L}{s_3} \end{cases}$$

Мощность электродвигателя валковой дробилки, Вт:

$$N_{дв} = \frac{N1 + N2 + N3}{\eta} \quad (8)$$

где **N1** – мощность, затрачиваемая на дробление материала;
N2 – мощность, затрачиваемая на преодоление трения материала о валок;
N3 – мощность, затрачиваемая на преодоление трения в цапфах валков;
 η - к.п.д. привода.
 Мощность, затрачиваемая на преодоление трения материала о валок, Вт:

$$N2 = f N1 \quad (9)$$

где **f**- коэффициент трения материала о поверхность валков.

Мощность, затрачиваемая на преодоление трения в цапфах валков, Вт:

$$N3 = \pi d_{ц} 2G_P f_{np} n \quad (10)$$

где **d_ц** – диаметр цапфы валков, м;
G_p – результирующая сила от силы нормального давления **P_{срг}** (считаем, что она направлена горизонтальна) и силы тяжести валка **G_B** ;
f_{np} – приведенный к валу коэффициент трения качения, **f_{np} ≈ 0,001**

$$G_P = \sqrt{P_{срг}^2 + G_B^2} \quad (11)$$

По найденному значению потребной мощности **N_{дв}** подбирают электродвигатель и производят кинематический расчет механизма.

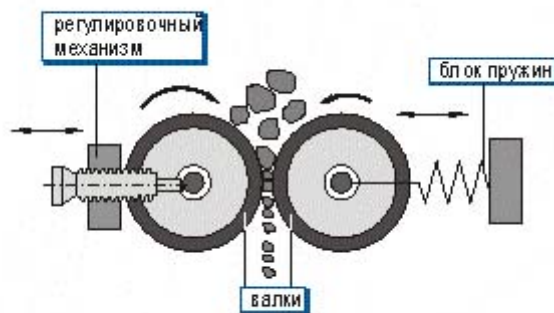
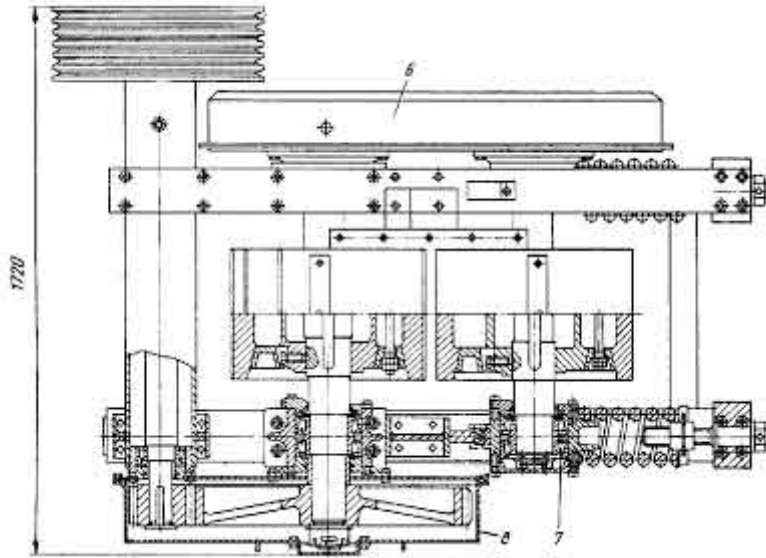
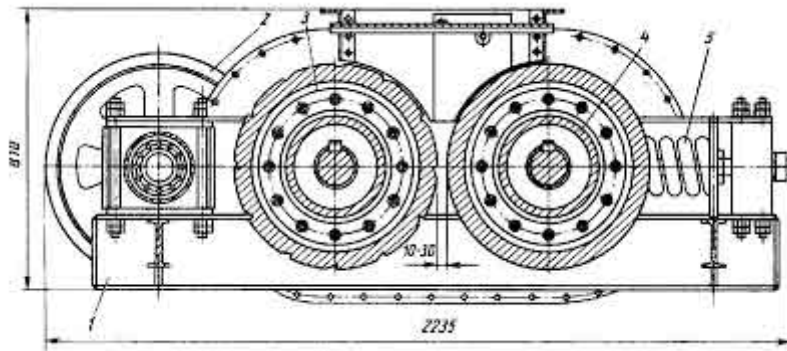


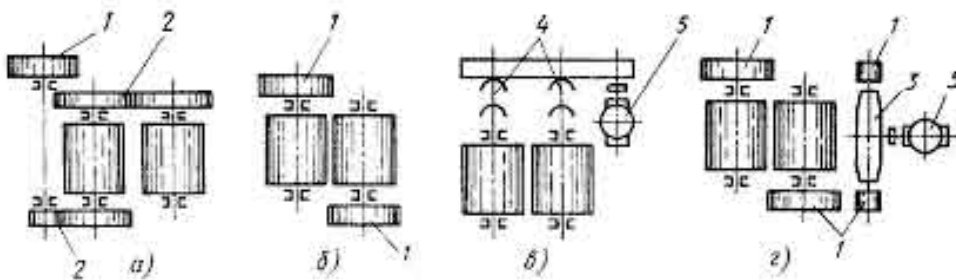
Рис. 6.1.3. Схема двухвалковой дробилки



Наиболее распространена двухвалковая дробилка. Валки вращаются навстречу один другому, захватывают и дробят попавший между ними материал, раздавливая его и частично истирая. Иногда для увеличения истирающего эффекта, необходимого при измельчении некоторых материалов, валкам сообщают разную окружную скорость.

Корпуса подшипников вала одного из валков опираются на пружины и могут перемещаться. В результате этого при попадании недробимого предмета один валок может отойти от другого и пропустить недробимый предмет, после чего под действием пружин возвратится в исходное положение. Имеются конструкции, в которых подпружинены оба валка. Их применяют там, где в исходном материале много недробимых включений.

Варианты привода валков показаны на рис:



2. Щековые дробилки.

Кардинально снизить отношение габаритного размера машины к размеру куска удалось в появившейся в 1858 г. в США *щековой дробилке* с простым движением щеки.

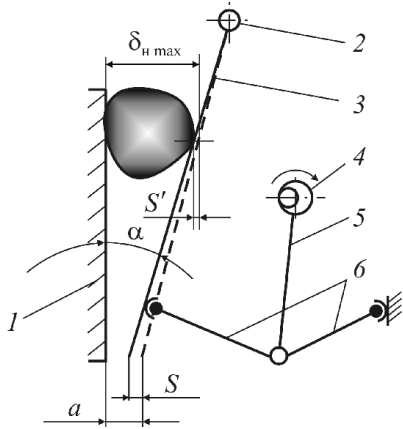


Рис. 6.2.1. Схема щековой дробилки с простым движением щеки: 1 — неподвижная щека; 2 — ось подвеса; 3 — подвижная щека; 4 — эксцентриковый вал; 5 — шатун; 6 — распорные плиты

Минимальная величина хода щеки S определяется условиями достижения в куске разрушающих деформаций. Выражение для разрушающей деформации куска кубической формы имеет вид:

$$[\Delta\delta] = e\delta = \frac{[\sigma_{сж}]}{E}\delta,$$

где e — относительная деформация;
 $[\sigma_{сж}]$ — разрушающее напряжение сжатия;
 E — модуль упругости.

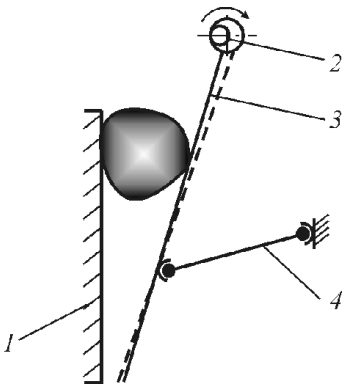


Рис. 6.2.2. Схема щековой дробилки со сложным движением щеки: 1 — неподвижная щека; 2 — эксцентриковый вал; 3 — подвижная щека; 4 — распорная плита

Расчет технологических параметров щековой дробилки.

Исходными данными для расчета щековых дробилок являются максимальная крупность кусков в исходном материале D_{\max} , требуемая максимальная крупность готового продукта d_{\max} , прочность материала и производительность Q .

Ширина загрузочного отверстия и выходной щели.

Ширина загрузочного отверстия B должна обеспечить свободный прием кусков максимальной крупности. Поэтому должно быть соблюдено условие

$$B \geq D_{\max}/0,85.$$

Для дробилок, работающих в автоматических линиях без наблюдения оператора, ширина загрузочного отверстия и максимальный размер кусков загружаемых материалов должны соответствовать условию

$$B \geq D_{\max}/0,5.$$

При использовании стандартных дробящих плит ширина выходной щели b связана с максимальной крупностью кусков в готовом продукте зависимостью

$$d_{\max} = 1,2b.$$

Определение угла захвата.

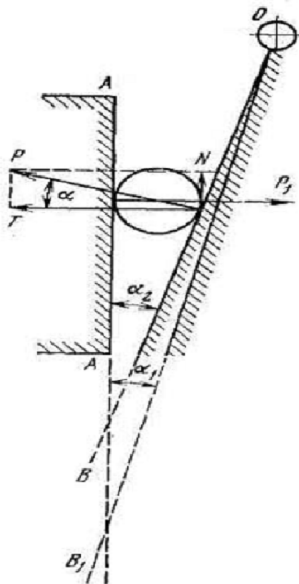


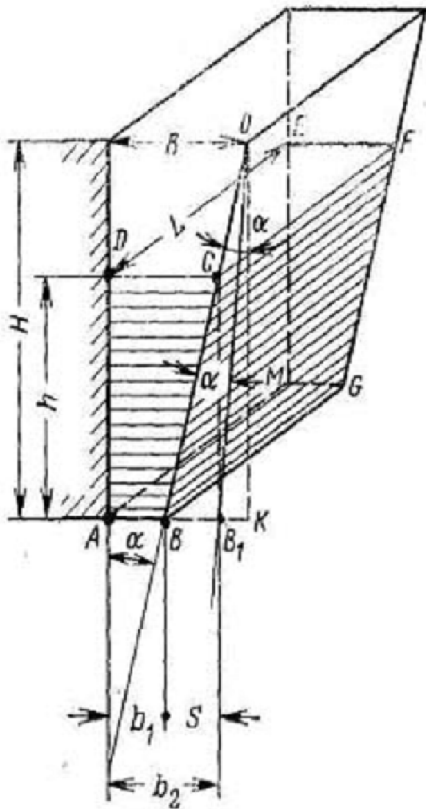
Рис. 6.2.3. Угол захвата щековой дробилкой

Предельный угол захвата равен двойному углу трения. Угол захвата щековых дробилок всегда должен быть меньше двойного угла трения $\alpha \leq 2\arctg(f)$.

Определение оптимальной угловой скорости эксцентрикового вала.

При отходе подвижной щеки дробленый продукт из камеры дробления щековой дробилки под действием силы тяжести свободно выпадает вниз через выходную щель (рис. 2.4). При каждом качании щеки могут выпасть только куски, находящиеся ниже плоскости CD, на горизонте которой ширина камеры дробления и момент окончания рабочего хода равна ширине выходной щели при максимальном отходе подвижной щеки.

Рис. 6.2.4. Разгрузка дробленого продукта из щековой дробилки при наивыгоднейшей частоте вращения коленчатого вала.



Выпадает материал, занимающий объем призмы ABCDEFGM. Размер кусков материала в любом горизонтальном сечении этой призмы будет больше минимальной ширины разгрузочного отверстия. Это допущение приводит к ограничению периода разгрузки дробленого продукта временем половины оборота коленчатого вала. Практически, размеры кусков на разных горизонтах, в пределах выпадающей призмы, могут оказаться меньше обусловленного размера, и период разгрузки материала будет больше времени половины оборота вала.

Время отхода подвижной щеки должно быть достаточным для того, чтобы куски с горизонта верхней плоскости CD, расположенной на высоте h от горизонта разгрузочного отверстия, успели пройти это расстояние, падая под действием силы тяжести.

Исходя из этих предположений можно определить частоту качаний подвижной щеки:

$$n = \sqrt{\frac{g \cdot \operatorname{tg} \alpha}{8(b_2 - b_1)}} = \sqrt{\frac{g \cdot \operatorname{tg} \alpha}{8S}}, \text{ 1/сек,}$$

где α – угол захвата;

b_1 – минимальная ширина выходной щели, м;

b_2 – максимальная ширина выходной щели, м;

S – длина хода (размах) подвижной щеки у разгрузочного отверстия, м.

Частота вращения эксцентрикового вала, определяемая по этой формуле, при принятых допущениях соответствует максимальной и поэтому называется наивыгоднейшей.

Определение производительности дробилки

Принимаем объем дробленого продукта, выпадающего за один оборот вала дробилки, работающей с наивыгоднейшей частотой вращения, равным объему призмы ABCDEFGM (см. рис. 3.4).

Тогда объемная производительности щековой дробилки может быть найдена, как

$$V = n \frac{(b_2 - b_1)(b_2 + b_1)}{2 \operatorname{tg} \alpha} L, \text{ м}^3/\text{сек}$$

где L – ширина щели.

Данная формула не учитывает влияния на производительность дробилки физических свойств дробимого материала, так как она получена только из геометрических представлений. Несмотря на это, формула позволяет представить себе влияние основных механических факторов, определяющих производительность дробилки.

Реальную производительность принимают с введением поправки на насыпную плотность дробимого материала.

Мощность двигателя,

необходимая для дробления:
$$N = G \frac{3[\sigma]_{\text{СЖ}}^2 (j-1)}{2E} \frac{1}{\eta_M \eta_P}$$

где η_M – коэффициент полезного действия механизма дробилки;
 η_P – коэффициент полезного действия способа разрушения.

Расчет маховиков

В период холостого хода, когда дробление прекращается, на преодоление вредных сопротивлений в частях дробилки затрачивается только часть расходуемой энергии, а остальная ее часть идет на увеличение кинетической энергии маховиков. В период же рабочего хода теряется часть кинетической энергии маховиков на дробление материала. Значит, за период рабочего хода маховики несколько теряют скорость.

Пусть ω_1 – угловая скорость маховиков в начале рабочего хода; ω_2 – угловая скорость маховиков в конце рабочего хода.

Уравнение работы дробления можно записать в следующем виде

$$A = N t_p + \frac{I_p}{2} (\omega_1^2 - \omega_2^2) \text{ Нм},$$

где N – мощность двигателя, Вт;

t_p – время рабочего хода, с;

I_p – суммарный момент инерции маховиков, Нмс².

$$t_p = \frac{30}{n}; A = \frac{[\sigma_{\text{СЖ}}]^2 V}{2E},$$

Откуда

$$I_p = \frac{1}{\omega_{\text{CP}}^2 \delta} \left(\frac{\sigma^2 V}{2E} - \frac{30N}{n} \right) \text{ Нмс}^2.$$

где δ – неравномерность хода
$$\delta = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_{\text{CP}}}$$

Расчет основных деталей на прочность.

Непосредственно определить усилия, действующие в щековой дробилке, исходя из теории дробления, не представляется возможным. Поэтому в качестве исходной величины для расчета принимается мощность, потребляемая дробилкой. Очевидно, что усилие раздавливания будет максимальным в том случае, когда в загрузочное отверстие дробилки попадает наибольший по размерам кусок материала, рис. 2.5.

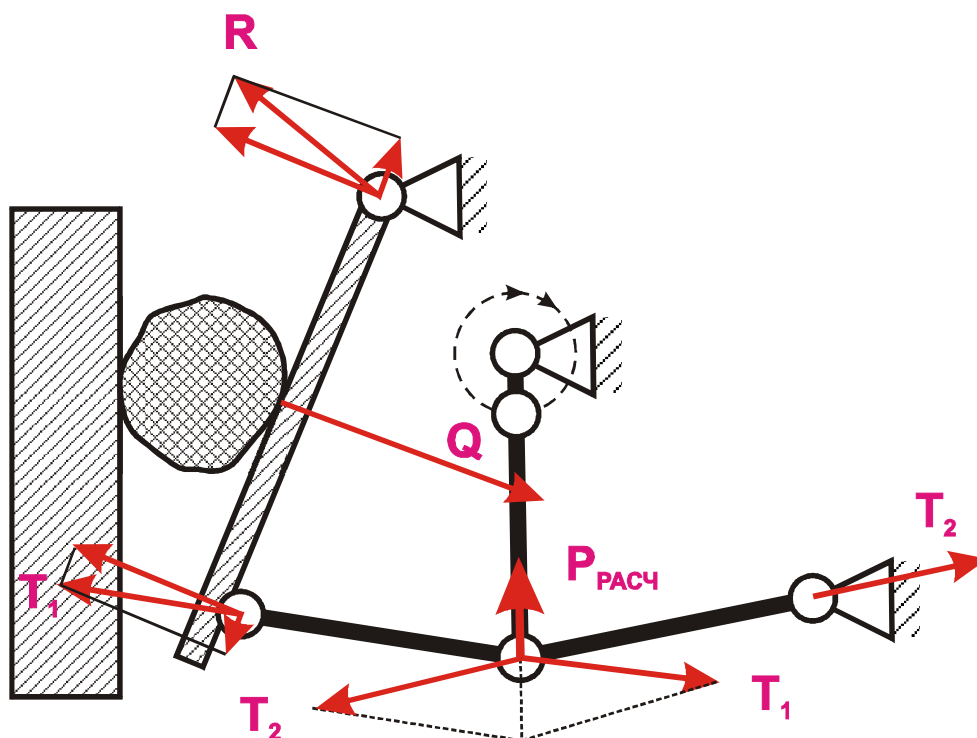


Рис. 6.2.5. К определению усилий

Щековая дробилка имеет рабочий ход в том случае, когда шатун перемещается вверх. В это время подвижная щека приближается к неподвижной, преодолевая сопротивления дробимого материала. Величина сопротивления возрастает при этом от нуля до максимального значения. На шатун действует растягивающее усилие, которое также изменяется от нуля до максимума.

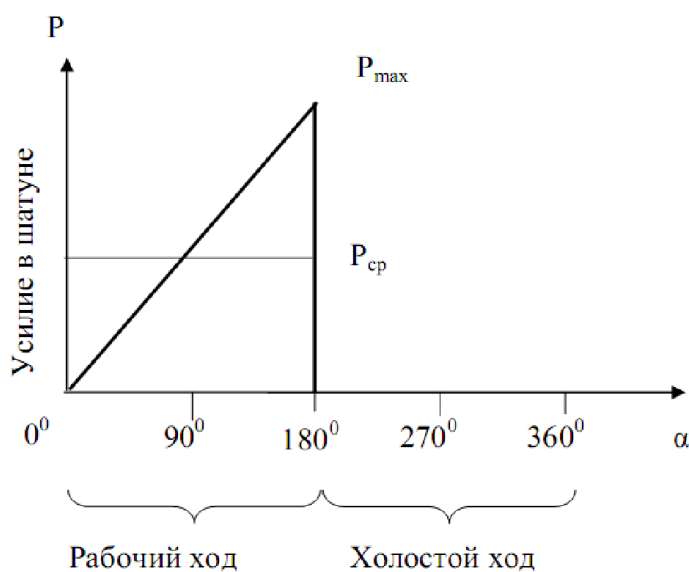


Рис. 6.3.6. Среднее усилие в шатуне

Среднее усилие за цикл рабочего хода будет равно $P_{CP} = \frac{P_{МАКС}}{2}$

Так как перемещение шатуна равно удвоенному эксцентриситету, то работа, выполняемая этой силой за один оборот,

$$A = P_{cp} 2e = \frac{P_{max}}{2} 2e = P_{max} e$$

где e – эксцентриситет эксцентрикового вала.

Работа выполняется за время рабочего хода, то есть за 1/2 оборота. Следовательно, мощность будет равна

$$N = \frac{A}{t} = \frac{P_{max} en}{30}, \text{ Вт.}$$

$$P_{max} = \frac{30N}{en}, \text{ Н.}$$

Из этой формулы легко получается

Учитывая ударный характер нагрузки и возможность попадания в дробилку не дробимых материалов, расчетное усилие для шатуна принимается примерно в 4 раза больше, т.е.

$$P_{РАСЧ} \approx 4P_{max}$$

3. Конусные дробилки.

В 1880 г. в США появилась *конусная дробилка*, конструкция которой принципиально исключает неравномерность распределения усилия дробления.

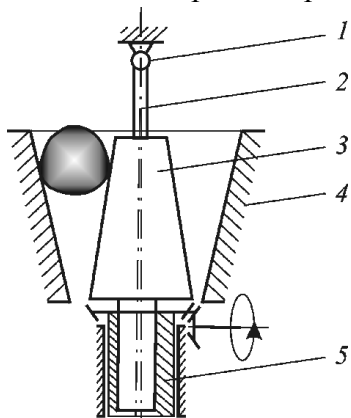


Рис. 6.3.1. Схема конусной дробилки крупного дробления: 1 — узел подвеса подвижного конуса; 2 — вал; 3 — подвижный конус; 4 — неподвижный конус; 5 — эксцентриковый стакан

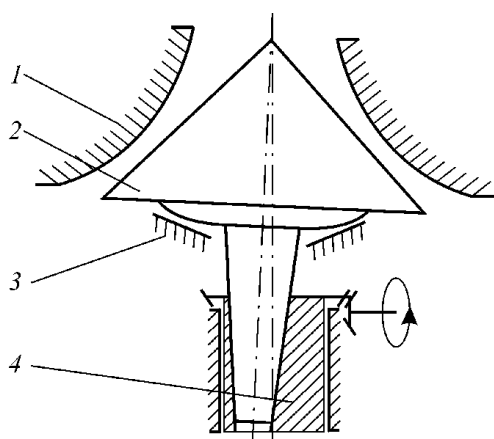


Рис. 6.3.2. Схема конусных дробилок среднего и мелкого дробления: 1 — неподвижный конус; 2 — подвижный конус; 3 — сферическая опора; 4 — эксцентриковый стакан

Расчет технологических параметров конусных дробилок крупного дробления

Угол захвата

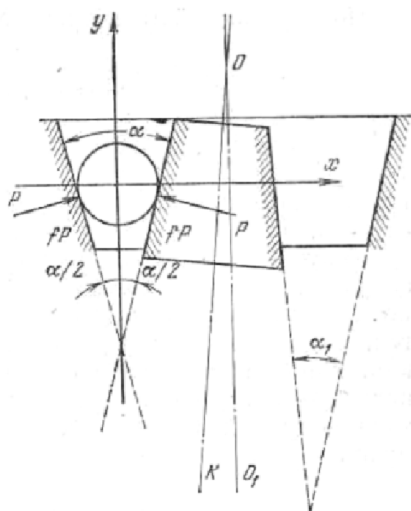


Рис. 6.3.3. Угол захвата конусной дробилки крупного дробления.

$$\alpha \leq 2 \arctg(f)$$

Частота вращения эксцентрикового стакана

Наивыгоднейшей называется такая частота вращения эксцентрикового стакана конусной дробилки крупного дробления, при которой достигается максимальная производительность дробилки. Аналогично случаю щековой дробилки, такую частоту имеем, если время половины оборота эксцентрикового стакана равно времени свободного падения куса дробленого продукта с верхнего среза конуса до уровня разгрузочного отверстия, т. е. с высоты конуса h .

Отсюда частоту вращения в об/мин можно определить как

$$n = 30 \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

Конусные дробилки крупного дробления работают с числом оборотов, которое приблизительно в 2 раза меньше, чем по теоретической формуле. Отклонение можно объяснить тем, что при выводе формулы не учтены различные сопротивления, которые встречает материал при выходе из дробилки.

В современных конусных дробилках крупного дробления эксцентриситет на уровне разгрузочной щели составляет 13–25 мм в зависимости от размера дробилки.

Производительность

$$V = 2\pi D_n \frac{(z+r)r}{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \beta_1},$$

где z — размер выходной щели (за размер выходной щели для конусных дробилок принимается расстояние между дробящими конусами при их максимальном сближении), м; r — эксцентриситет вала на уровне выходной щели, м; β и β_1 — углы образующих дробящих конусов к вертикали, град.

4. Молотковые дробилки

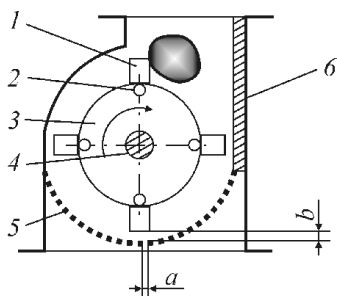


Рис. 6.4.1 Схема молотковой дробилки: 1–4 — ротор: 1 — молоток; 2 — палец; 3 — диск; 4 — вал; 5 — колосниковая решетка; 6 — отбойная плита.

Молотковые дробилки подбираются по величине $\delta_{н.мах}$ и производительности G . Однако без ущерба для эффективности измельчения начальный размер загружаемых кусков может быть гораздо меньше установленного для данной машины.

Производительность молотковых дробилок определяют по эмпирическим формулам, например:

- при $D_p > L_p$ $\Pi = 1,66 D_p^2 L_p n$;
- при $D_p < L_p$ $\Pi = 1,66 D_p L_p^2 n$,

где D_p и L_p — в м; n — в об/с.

Если при анализе механизма дробления материала в молотковой дробилке принять допущения, что взаимодействие молотка и куска происходит по закону абсолютно неупругих тел, при этом молоток — абсолютно упругое тело, а величина напряжений в момент удара не изменяется по глубине куска, то степень измельчения куска определенной массы можно выразить как

$$i = \frac{\omega^2 z M \rho_M E}{3\sigma_{\dot{N}E}^2 (z M + m)} + 1$$

где ω — окружная скорость ротора по вершинам молотков, м/с;
 M — масса идеального молотка (сконцентрированная в точке удара), кг;
 z — число молотков, одновременно ударяющих по куску;
 $m = \rho_M \delta^3$ — масса куска, кг.

Мощность двигателя дробилки, если пренебречь тормозящим действием колосниковой решетки, может быть найдена из предположения, что всей массе материала, входящего в дробилку, сообщается скорость, равная окружной скорости молотка, т. е.

$$N_{\dot{A}\dot{A}} = G \omega^2 / (2\eta_{\dot{A}} \eta_I)$$

где G — производительность, кг/с;
 η_d — к. п. д. дробилки ($\eta_d \approx 0,5$); η_n — к. п. д. механической передачи ($\eta_n \approx 0,9$).

Загрузка материала в дробилку осуществляется с определенной скоростью, обеспечивающей проникновение куска материала на определенную глубину $C = 0,6 \delta_{H, \max}$ в зону дробления. На практике это осуществляется путем сбрасывания материала с определенной высоты H (м), величину которой можно рассчитать по уравнению

$$H = 0,018 (\delta_{H, \max} n z_p)^2$$

где z_p — число продольных рядов молотков на роторе; n — частота вращения ротора, c^{-1} .

После удара молоток начинает колебаться, подобно маятнику, вокруг точки подвеса. Очевидно, что в оптимальном варианте совершив оборот вокруг ротора, ряд молотков должен подойти к точке встречи с кусками материала в той же фазе колебаний. Другими словами, должно выполняться определенное соотношение между периодом колебаний молотка и периодом вращения ротора:

$$T_p = (k + 1/2) T_M; k = 1, 2, 3, \dots$$

С учетом того, что

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega},$$

$$T_M = 2\pi \sqrt{\frac{r}{a_{\text{ц}}}},$$

$$a_{\text{ц}} = \omega^2 \left(\frac{D}{2} + r \right)$$

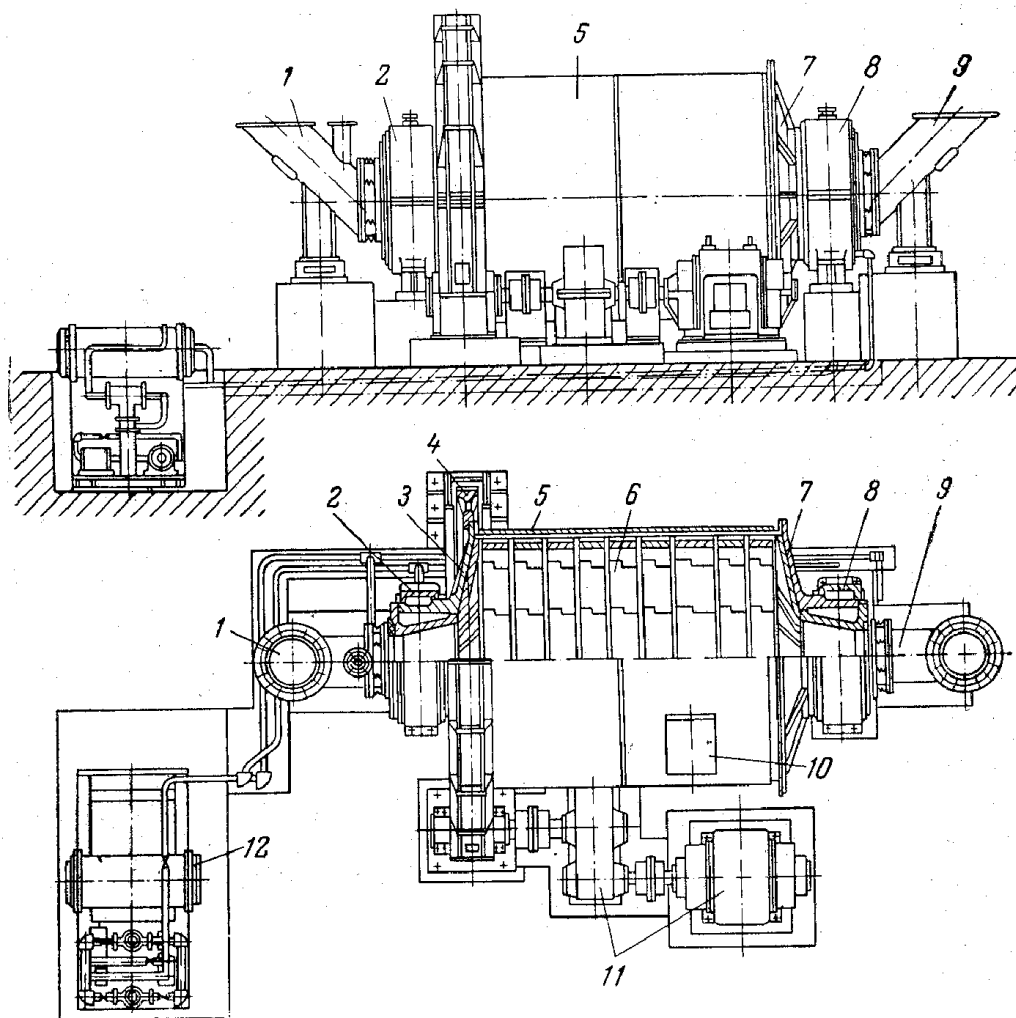
Можно получить соотношение между диаметром ротора D и длиной молотка r :

$$\frac{D}{r} = \frac{(2k+1)^2}{2} - 1$$

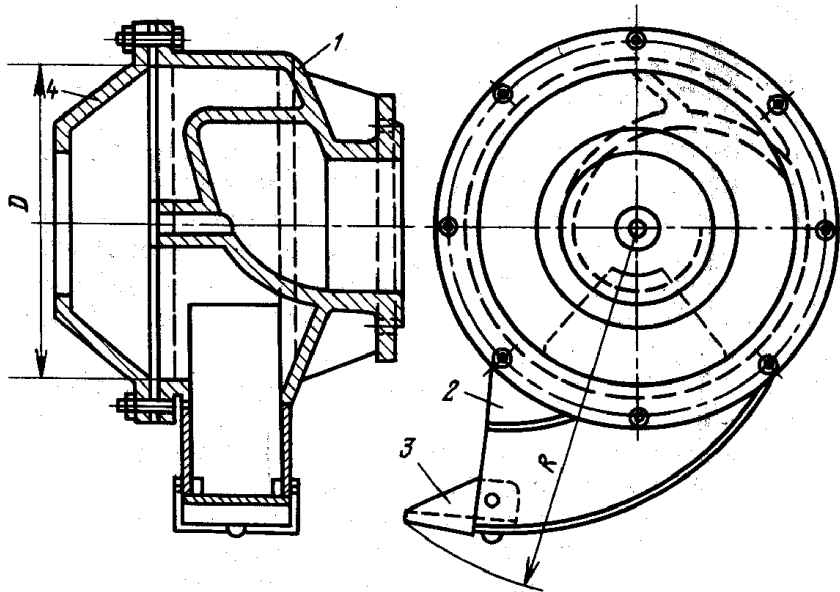
5. Шаровые мельницы

Мельницы с относительно коротким барабаном называются шаровыми барабанными, а мельницы с длиной, превышающей в 4–5 раз диаметр, – трубными.

Шаровые мельницы, предназначенные для помола материалов средней твердости, выпускают двух исполнений: для сухого и мокрого способа помола. Различаются они между собой конструкцией загрузочных и разгрузочных устройств.

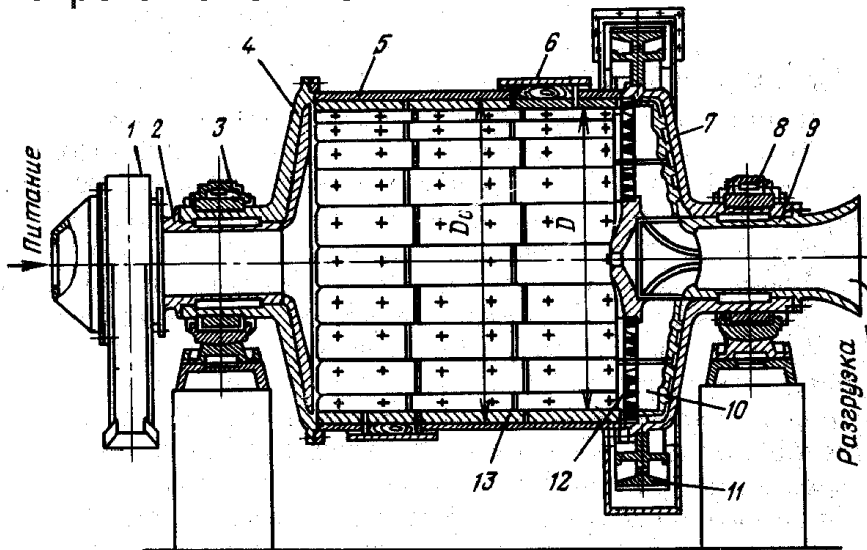


Барабанная шаровая мельница
для сухого измельчения (ШБМ)



Комбинированный питатель

Барabanная шаровая мельница для мокрого измельчения



Расчет шаровых барабанных мельниц.

Оптимальная скорость вращения мельницы.

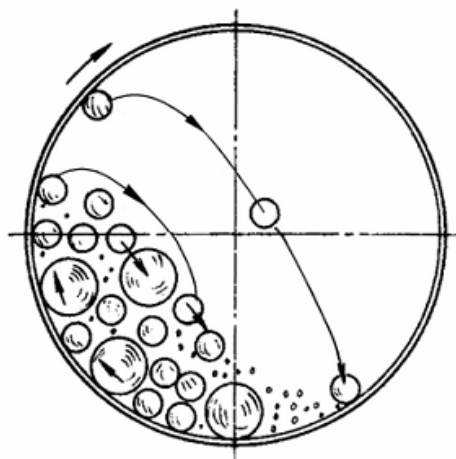


Рис. 1.20. Схема рабочего процесса в барабанной шаровой мельнице

Режимы работы мельницы

«Каскадный» режим	«Водопадный» режим	
При низких скоростях вращения шары катятся и измельчение вещества происходит за счет трения $\omega = (0.4 - 0.6) \cdot \omega_{кр}$	При средних скоростях вращения шары и катятся и падают. Измельчение происходит и за счет удара и за счет истирания $\omega = (0.6 - 0.8) \cdot \omega_{кр}$	При высоких скоростях шары прижимаются к стенке центробежными силами и истирания почти не происходит $\omega > 0.8 \cdot \omega_{кр}$

$$\omega_{кр} = \sqrt{\frac{g}{R}} - \text{критическая угловая скорость вращения.}$$

Оптимальная угловая скорость вращения, при которой кинетическая энергия падающего шара максимальна, равна

$$\omega_{опт} = 0.75 \sqrt{\frac{g}{R}} \text{ рад/с, } n_{опт} = \frac{30\omega}{\pi} \text{ об/мин.}$$

Размер мелющего шара.

Диаметр шара определяется из условия равенства кинетической энергии шара и энергии, необходимой для разрушения частицы размером $\delta_{н.макс}$, т. е

$$d_{ш} \geq \delta_{н.макс} \sqrt[3]{\frac{18[\sigma]_{сж}^2}{\pi \rho_{ш} E w_{ш}^2}},$$

где $w_{ш}^2$ - скорость шара при падении:

$$w_{ш}^2 = 16g \left[R_H \frac{\omega}{\sqrt{g}} - R_H^3 \left(\frac{\omega}{\sqrt{g}} \right)^5 \right]^2$$

Здесь R_H – наименьший радиус шаровой загрузки, зависящий от объемного коэффициента заполнения φ барабана шарами:

$$\frac{R_{ш}}{R} = 1 - 2.7\varphi^2 \quad (\text{при оптимальной скорости вращения})$$

Масса загрузки мельницы.

Масса загрузки равна сумме масс шаров (мельющих тел) $M_{ш}$ и массе материала M_M :

$$M_3 = M_{ш} + M_M$$

$$M_{ш} = \pi R_2 L \rho_{ш} \varphi (1 - \varepsilon_{сл}),$$

$$M_M = (1 - \varepsilon_{сл}) \frac{\rho_M}{\rho_{ш}} M_{ш}$$

где $\varepsilon_{сл}$ – порозность плотного слоя шаров, $\varepsilon_{сл} \approx 0.45$.

В случае стальных шаров ($\rho_{ш} = 7800$ кг/м³) при измельчении сырьевых продуктов производства строительных материалов ($\rho_M \approx 2000$ кг/м³) масса материала составляет примерно 15 % от массы шаровой загрузки.

Производительность шаровой мельницы.

Производительность барабанных шаровых мельниц зависит от многих, часто трудно поддающихся учету, факторов. Вследствие этого ее рассчитывают по эмпирическим формулам применительно к определенным продуктам измельчения. Например, производительность шаровой мельницы в цементной промышленности рассчитывают по уравнению

$$Q_M = 6,45 V_6 \sqrt{D} \left(\frac{m_M}{V_6} \right)^{0,8} k q,$$

где V_6 – полный объем барабана, м³; D – диаметр барабана, м; m_M – масса мельющих тел, т; k – поправочный коэффициент, учитывающий тонину помола ($k = 0,6 \dots 1,0$ в зависимости от остатка на сите 008 от 2 до 10 %); $q = 0,4$ – удельная производительность измельчителя, т/(квт·ч).

Для ориентировочных расчетов эту формулу используют и в других отраслях промышленности.

Для других материалов производительность мельницы может быть определена из мощности, требуемой для размола продукта и мощности, затрачиваемой дробящей загрузкой.

При оптимальной скорости вращения барабана мощность шаровой загрузки равна

$$N_{ш} = K_N \rho_{нш} g R^{2.5} L,$$

$$K_N \approx 1.47\varphi + 2.65\varphi^2,$$

где $\rho_{нш}$ - насыпная плотность загрузки (шаров и материала), кг/м^3

Производительность мельницы определяется из мощности шаровой загрузки удельной энергии измельчения данного материала.

$$G = \frac{N_{ш}}{\mathcal{E}_{уд}}, \text{ т/час}$$

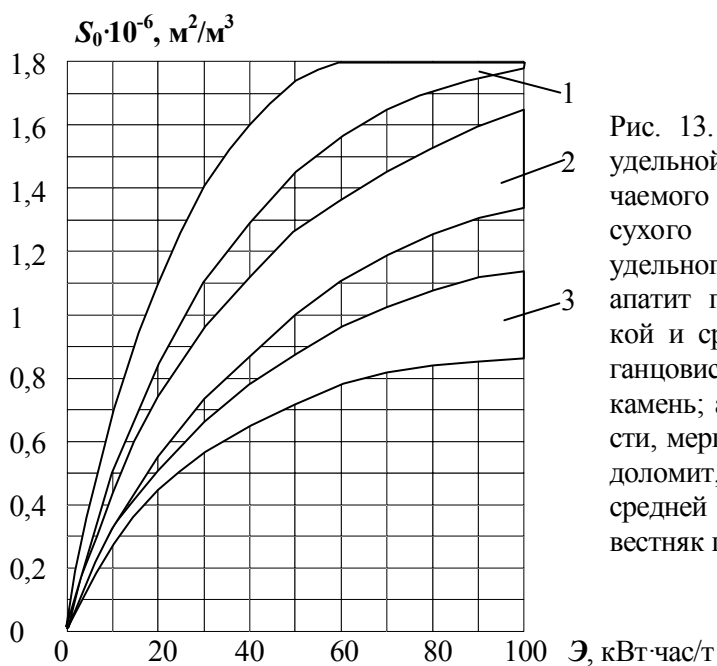


Рис. 13. Зависимость прироста удельной поверхности измельчаемого в шаровой мельнице сухого помола материала от удельного расхода энергии: 1 – апатит прочный, гранит высокой и средней плотности, марганцовистая руда; 2 – гипсовый камень; апатит средней прочности, мергель, фосфоритная руда, доломит, мрамор прочный и средней прочности; 3 – мел, известняк пористый, антрацит.

Особенности расчета барабанных мельниц на прочность.

Условие прочности

Нагрузки, действующие на корпус мельницы:

а) Распределенная нагрузка от веса шаров, материала и самого корпуса.

$$q = \frac{M_{ш} + M_{м} + M_{к}}{L} g, \text{ Н/м.}$$

Распределенная нагрузка вызывает изгибающий момент, максимальное значение которого равно

$$M_{и} = \frac{qL^2}{8}, \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Момент сопротивления сечения корпуса:

$$W_{и} = \frac{\pi D^2}{4} \delta_{ст}$$

Максимальные напряжения

$$\sigma = \frac{M_{и}}{W_{и}}$$

б) Крутящий момент

$$M_{кр} = \frac{N_{ш}}{\omega}, \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Площадь поперечного сечения корпуса:

$$F = \pi D \delta_{ст}$$

Максимальные напряжения среза

$$\tau = \frac{2M_{кр}}{FD}$$

Условие прочности:

$$\sigma_{пр} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]_p$$

Условие устойчивости корпуса.

Корпус – тонкостенная оболочка, работающая на изгиб и кручение.

а) Критические касательные напряжения для оболочек, работающих на кручение:

— для оболочек с опертными торцами при $l > 2,44 \sqrt{R\delta}$

$$\tau_{кр} = \frac{E\delta^2}{l^2} \left[3,08 + \sqrt{3,14 + 0,556 \left(\frac{l}{R}\right)^3 \left(\frac{R}{\delta}\right)^{3/2}} \right];$$

критический момент

$$M_{кр.крит} = \pi \frac{D^2}{2} \tau_{кр}$$

б) Критический момент изгибающий момент из условия устойчивости в пределах упругости

$$M_{и.крит} = 3.7ED^2\delta \sqrt{\frac{\delta}{D}}$$

Условие устойчивости:

$$\frac{M_{и}}{M_{и.крит}} + \frac{M_{кр}}{M_{кр.крит}} \leq 1$$

Задания на контрольные работы

Контрольная работа № 1

Определить диаметр аппарата псевдоожиженного (взвешенного) слоя силикагеля, его гидравлическое сопротивление, параметры взвешенного слоя (порозность и высоту) при следующих условиях работы аппарата. Расход воздуха (давление – атмосферное, температура – 600С) составляет V м³/час; расход силикагеля G кг/час; среднее время пребывания частиц в слое T мин.; число псевдоожижения K_w ; плотность силикагеля 1100 кг/м³; насыпная плотность слоя частиц 650 кг/м³; ситовой состав частиц силикагеля:

Фракция, мм	0,25 – 0,5	0,5 – 1,0	1,0 -1,5	1,5 - 2,0	2,0 – 3,0
Массовая доля, %	8	23	26	27	16

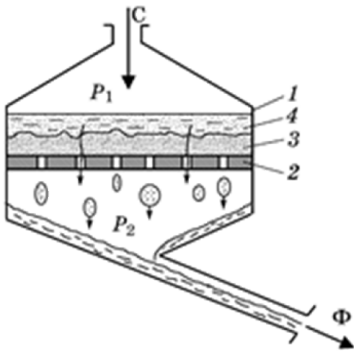
Гидравлическим сопротивлением опорной решетки пренебречь. Вариант задания выбирается по последней цифре зачетки. Руководствоваться приведенной в главе 4 рекомендованной методикой расчета аппарата с псевдоожиженным слоем (стр 25).

Варианты заданий

Последняя цифра зачетки	V , м ³ /час	G , кг/час	T , мин.	K_w
0	3500	800	8	1,4
1	3700	1000	9	1,5
2	3900	1200	10	1,6
3	4100	1400	12	1,7
4	4300	1600	14	1,8
5	3200	1800	8	1,3
6	3400	2000	10	1,4
7	3600	2200	12	1,5
8	3800	2400	14	1,6
9	2600	600	6	1,7

Контрольная работа № 2

В фильтр диаметрами $D=0.8$ м (см. рис.) с помощью при постоянном давлении ΔP подается суспензия с концентрацией частиц $C_ч$. Известны: размер частиц $\delta=50$ мкм, плотность частиц $\rho_2=2500$ кг/м³ плотность $\rho=1000$ кг/м³ и вязкость $\mu=10^{-3}$ Па·с жидкости, а также пористость осадка $\epsilon_{OC}=0.4$. Осадок несжимаем. Сопротивление фильтрующей подложки $R_{ФП}=2 \cdot 10^9$ 1/м. Определить время, в течение которого высота слоя осадка достигнет значения $H = 0.5$ м.



Фильтр периодического действия:

1 – корпус; 2 – проницаемая для жидкой фазы перегородка; 3 – слой осадка; 4 – слой суспензии;
С – суспензия; Ф – фильтрат

Варианты заданий

Последняя цифра зачетки	ΔP , атм	$C_ч$, кг/м ³	δ , мкм
0	3.0	350	50
1	2.5	370	100
2	2.0	390	50
3	1.5	410	100
4	3.0	430	50
5	2.5	450	100
6	2.0	480	50
7	1.5	500	100
8	3.0	550	50
9	2.5	600	100

Литература

- 1) Островский, Георгий Максимович. Прикладная механика неоднородных сред [Текст] / Г. М. Островский. - СПб. : Наука, 2000. - 359 с. : илл.
- 2) Новый справочник химика и технолога. Процессы и аппараты химических технологий. Ч.1 – СПб.: АНО НПО«Профессионал», 2004.- 848 с., илл.
- 3) Методы расчета процессов и аппаратов химической технологии (примеры и задачи) [Текст] : учебное пособие для вузов по направлению "Химическая технология и биотехнология" и спец. "Химическая технология" / П. Г. Романков, В. Ф. Фролов, О. М. Флисюк. - 2-е изд., испр. . - СПб. : Химиздат, 2009. - 543 с. : илл.