

2. Найти вторые частные производные указанных функций. Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

2.1. $z = e^{x^2 - y^2}$.

2.3. $z = \operatorname{tg}(x/y)$.

2.5. $z = \sin(x^2 - y)$.

2.7. $z = \arcsin(x - y)$.

2.9. $z = \operatorname{arctg}(x - 3y)$.

2.11. $z = e^{2x^2 + y^2}$.

2.13. $z = \operatorname{tg} \sqrt{xy}$.

2.15. $z = \sin \sqrt{x^3 y}$.

2.17. $z = \arccos(4x - y)$.

2.2. $z = \operatorname{ctg}(x + y)$.

2.4. $z = \cos(xy^2)$.

2.6. $z = \operatorname{arctg}(x + y)$.

2.8. $z = \arccos(2x + y)$.

2.10. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$.

2.12. $z = \operatorname{ctg}(y/x)$.

2.14. $z = \cos(x^2 y^2 - 5)$.

2.16. $z = \arcsin(x - 2y)$.

2.18. $z = \operatorname{arctg}(5x + 2y)$.

- 1а. Найти производную функции $z = x^3 - 2x^2y + xy^2 + 1$ в точке $M(1;2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(4;6)$.
- 1б. Найти градиент функции $u = x^2y^2z + 2x - 3y + z + 5$ и модуль градиента в точке $M(1;2;-1)$.
- 2а. Найти производную функции $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2} + 4$ в точке $M(3;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(5;4)$.
- 2б. Найти градиент функции $u = 2x^2z + 2xy^2 + 5xy + z^2 + 2$ и модуль градиента в точке $M(2;2;1)$.
- 3а. Найти производную функции $z = \frac{x-y}{x+y}$ в точке $M(3;2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(4;5)$.
- 3б. Найти градиент функции $u = x^2z - 3yz + xz - 3$ и модуль градиента в точке $M(-1;2;4)$.
- 4а. Найти производную функции $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ в точке $M(2;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(3;3)$.
- 4б. Найти градиент функции $u = x^2y + 2yz - 5xy + xz - 1$ и модуль градиента в точке $M(2;2;1)$.
- 5а. Найти производную функции $z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ в точке $M(1;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(4;3)$.
- 5б. Найти градиент функции $u = x^2z + 2xy^2 - 3x + yz + 1$ и модуль градиента в точке $M(3;2;2)$.
- 6а. Найти производную функции $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ в точке $M(1;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(3;4)$.
- 6б. Найти градиент функции $u = x^2y + 2xyz - 2y + yz - 1$ и модуль градиента в точке $M(2;-2;1)$.
- 7а. Найти производную функции $z = x^2 - 2xy + xy^2 + 3$ в точке $M(2;2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(4;5)$.
- 7б. Найти градиент функции $u = xy^2z + 2xz - 3xy + z - 2$ и модуль градиента в точке $M(2;1;3)$.
- 8а. Найти производную функции $z = 3x^2 - 3xy^2 + y^4 - 3$ в точке $M(2;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(5;3)$.
- 8б. Найти градиент функции $u = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ и модуль градиента в точке $M(2;2;1)$.
- 9а. Найти производную функции $z = \sqrt{x^2 - y^2} + 1$ в точке $M(0;2)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(1;3)$.
- 9б. Найти градиент функции $u = x^2 + 2xyz - 3y + 2z - 4$ и модуль градиента в точке $M(1;0;-4)$.
- 10а. Найти производную функции $z = x^2 + xy + y^2 - 3x + 5y + 1$ в точке $M(1;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(3;5)$.

106. Найти градиент функции $u = x^2yz + 2xz - 3yz + z + 5$ и модуль градиента в точке $M(1;2;3)$.
- 11а. Найти производную функции $z = x^3y - 2x^2y + y^2 - 2$ в точке $M(2;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(-1;3)$.
- 11б. Найти градиент функции $u = xy^2z + 2xz + 3xy + z - 3$ и модуль градиента в точке $M(2;1;2)$.
- 12а. Найти производную функции $z = x^3 - 2x^2y^3 + xy^4 + 3$ в точке $M(1;-1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(3;2)$.
- 12б. Найти градиент функции $u = x^2yz^3 + 2xy - 3yz + z - 5$ и модуль градиента в точке $M(1;2;-1)$.
- 13а. Найти производную функции $z = x^2 + 2xy + xy^2 + 1$ в точке $M(-1;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(2;3)$.
- 13б. Найти градиент функции $u = xy^2z^3 + 2xy + 2y - xz - 2$ и модуль градиента в точке $M(3;2;1)$.
- 14а. Найти производную функции $z = x^2y + 4xy - 2xy^2 + 1$ в точке $M(1;0)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(2;3)$.
- 14б. Найти градиент функции $u = xy^2z + 2xz + 5y + xz - 3$ и модуль градиента в точке $M(2;2;3)$.
- 15а. Найти производную функции $z = x^3y + x^2 + xy^2 - 1$ в точке $M(-1;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(1;3)$.
- 15б. Найти градиент функции $u = x^2z + 2xy^3 - 3yz + 2$ и модуль градиента в точке $M(1;0;-1)$.
- 16а. Найти производную функции $z = xy^2 - 2x^2y + xy - 1$ в точке $M(0;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(3;2)$.
- 16б. Найти градиент функции $u = xy^2z - 2xyz + 2y + z + 4$ и модуль градиента в точке $M(1;1;1)$.
- 17а. Найти производную функции $z = xy^2 + 2x^2y + x + 1$ в точке $M(0;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(4;2)$.
- 17б. Найти градиент функции $u = x^3y + 2xz^2 - 3yz - z - 6$ и модуль градиента в точке $M(0;1;-2)$.
- 18а. Найти производную функции $z = x^3y^2 - 2x^2y + y + 1$ в точке $M(2;0)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(2;4)$.
- 18б. Найти градиент функции $u = x^2y + 2xz^2 + 3x - z - 1$ и модуль градиента в точке $M(1;0;2)$.
- 19а. Найти производную функции $z = x^2 - 2x^3y + xy^2 - 1$ в точке $M(1;1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(4;2)$.
- 19б. Найти градиент функции $u = 2xy^2z + 2xz^2 + y + xz + 3$ и модуль градиента в точке $M(0;0;3)$.
- 20а. Найти производную функции $z = xy^3 + 2x^2y - xy + 1$ в точке $M(-1;0)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(1;3)$.
- 20б. Найти градиент функции $u = x^2yz + 2xy - 3x + z - 5$ и модуль градиента в точке $M(1;1;-1)$.

$$f'_x(3, 1, 1) = -0,201 \dots$$

3.28. $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos z}$, $M_0(3, 4, \frac{\pi}{2})$. (Ответ: $f'_x(3, 4, \frac{\pi}{2}) = 0,6$, $f'_y(3, 4, \frac{\pi}{2}) = 0,8$, $f'_z(3, 4, \frac{\pi}{2}) = 2,4$.)

3.29. $f(x, y, z) = ze^{-xy}$, $M_0(0, 1, 1)$. (Ответ: $f'_x(0, 1, 1) = -1$, $f'_y(0, 1, 1) = 0$, $f'_z(0, 1, 1) = 1$.)

3.30. $f(x, y, z) = \arcsin(x\sqrt{y}) - yz^2$, $M_0(0, 4, 1)$. (Ответ: $f'_x(0, 4, 1) = 2$, $f'_y(0, 4, 1) = -1$, $f'_z(0, 4, 1) = -8$.)

4. Найти полные дифференциалы указанных функций.

4.1. $z = 2x^3y - 4xy^5$.

4.2. $z = x^2y \sin x - 3y$.

4.3. $z = \operatorname{arctg} x + \sqrt{y}$.

4.4. $z = \arcsin(xy) - 3xy^2$.

4.5. $z = 5xy^4 + 2x^2y^7$.

4.6. $z = \cos(x^2 - y^2) + x^3$.

4.7. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$.

4.8. $z = 5xy^2 - 3x^3y^4$.

4.9. $z = \arcsin(x + y)$.

4.10. $z = \operatorname{arctg}(2x - y)$.

4.11. $z = 7x^3y - \sqrt{xy}$.

4.12. $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy}$.

4.13. $z = e^{x+y-4}$.

4.14. $z = \cos(3x + y) - x^2$.

4.15. $z = \operatorname{tg}((x + y)/(x - y))$.

4.16. $z = \operatorname{ctg}(y/x)$.

4.17. $z = xy^4 - 3x^2y + 1$.

4.18. $z = \ln(x + xy - y^2)$.

4.19. $z = 2x^2y^2 + x^3 - y^3$.

4.20. $z = \sqrt{3x^2 - 2y^2 + 5}$.

4.21. $z = \arcsin((x + y)/x)$.

4.22. $z = \operatorname{arctg}(x - y)$.

4.23. $z = \sqrt{3x^2 - y^2 + x}$.

4.24. $z = y^2 - 3xy - x^4$.

4.25. $z = \arccos(x + y)$.

4.26. $z = \ln(y^2 - x^2 + 3)$.

4.27. $z = 2 - x^3 - y^3 + 5x$.

4.28. $z = 7x - x^3y^2 + y^4$.

4.29. $z = e^{y-x}$.

4.30. $z = \operatorname{arctg}(2x - y)$.