

Д 6 «Применение принципа возможных перемещений к решению задач о равновесии сил, приложенных к механической системе с одной степенью свободы»

При выполнении заданий Д 6, Д 7 необходимо учесть следующие замечания.

1. Если не все связи, наложенные на рассматриваемую механическую систему, являются идеальными, например, имеются шероховатые поверхности (неидеальные связи), то к активным нагрузкам следует добавить силы трения. Таким приемом силы трения переносят в разряд активных сил и, следовательно, шероховатую поверхность можно рассматривать как идеальную связь (рис. 14).

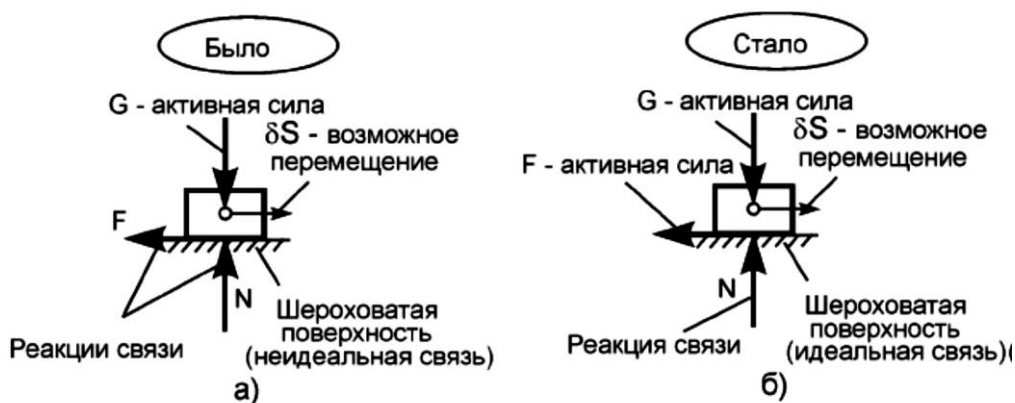


Рис. 6.14

Таким образом, при решении задачи рис. 6.14,а и рис. 6.14,б эквивалентны.

2. Если требуется определить какую-либо реакцию идеальной связи, то, применив аксиому связей, отбрасывают соответствующую связь и заменяют ее реакцией связи. Таким образом, исходная связь заменяется другой связью, допускающей возможные перемещения. Тем самым искомая реакция переносится в разряд активных сил. Этот прием решения задач является чрезвычайно эффективным, так как искомая реакция связи непосредственно определяется из уравнения, выражающего принцип возможных перемещений.

На рис. 6.15, 6.16 приведены некоторые варианты определения реакций внешних связей для механических систем.

В исходном положении (см. рис. 6.15) на механическую систему, состоящую из двух тел, в точке А наложена связь – жёсткая заделка. Снимем ограничение на перемещение тела 1 в горизонтальном направлении, сохранив остальные ограничения. Варианты такой замены показаны на рис. 6.15,б, 6.15,в.

При таких заменах тело 1 может совершить только поступательное движение, параллельное координатной оси Ox . Если задать возможное

перемещение δS_A точке A механической системы, то её точки B и C получат возможные перемещения δS_B , δS_C , зависящие от δS_A .

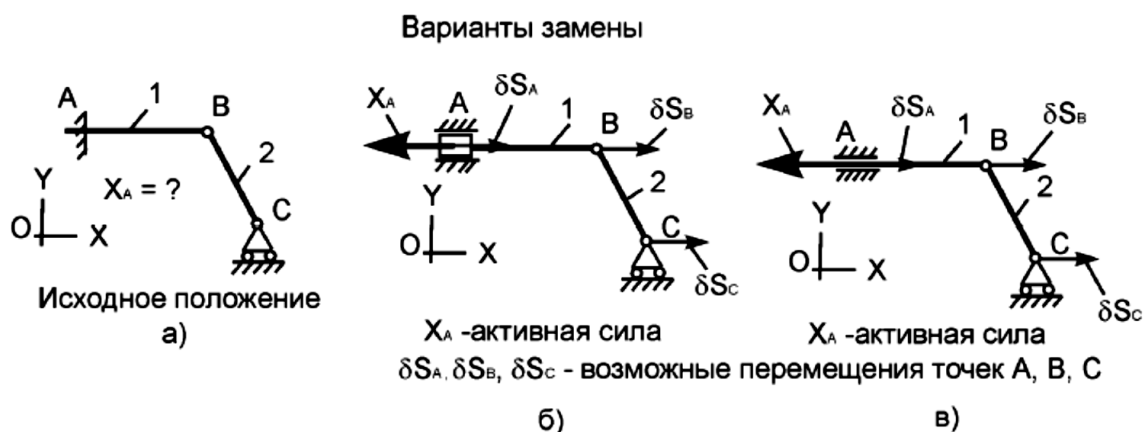


Рис. 6.15

При определении реактивного момента M_A для механической системы, приведенной на рис 6.15, жесткую заделку заменяют шарнирно неподвижной опорой (см. рис. 6.16).

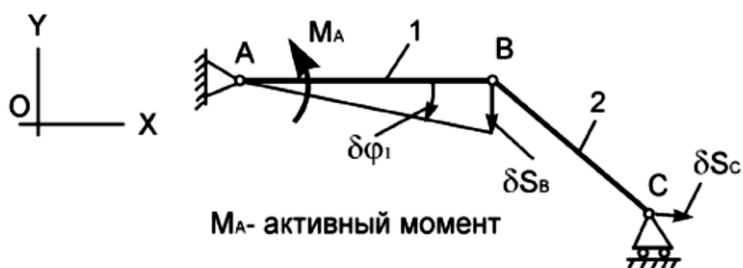


Рис. 6.16

При такой замене тело 1 может совершать вращательное движение. Зададим этому телу возможное угловое перемещение $\delta\phi_1$. Точки B и C механической системы получат линейные возможные перемещения δS_B , δS_C , зависящие от перемещения $\delta\phi_1$.

Задачи на применение принципа возможных перемещений рекомендуется решать по следующему алгоритму.

1. Изобразить рассматриваемую механическую систему на рисунке в соответствующем масштабе.
2. Приложить к механической системе активные нагрузки.
3. При наличии неидеальных связей добавить соответствующие реакции связей (например, силы трения).
4. Для определения реакции связи эту реакцию перенести в разряд активных сил путем замены существующей связи на связь, допускающую возможное перемещение в направлении, как правило, противоположном направлению определяемой реакции связи.
5. Дать возможное перемещение одной из точек механической системы и выразить возможные перемещения точек приложения сил в зависимости от заданного возможного перемещения.

6. Вычислить сумму работ активных сил на возможных перемещениях их точек приложения и приравнять эту сумму нулю.

7. Решив составленное уравнение, определить искомую величину.

В расчётах использовать следующие условные обозначения: c – коэффициент жёсткости пружины (Н/см); h – деформация пружины (см); Q, P – силы (Н); M – момент пары сил (Н·м).

ЗАДАНИЕ: Применяя принцип возможных перемещений и пренебрегая силами сопротивления, определить величину, указанную в последнем столбце табл. 5.4.

Схемы механизмов, находящихся под действием взаимно уравновешивающихся сил, и необходимые для расчёта данные приведены в табл. 5.4.

Примечания:

Вариант 6. Вес рукоятки O_1A не учитывать.

Вариант 7. Пружина сжата.

Вариант 8. Пружина сжата.

Вариант 10. Вес рукоятки OA не учитывать.

Вариант 14. Вес стержней OA и OB не учитывать; пружина растянута.

Вариант 16. Вес стержней O_1A и O_2B не учитывать.

Вариант 18. P – вес блока радиуса R_3 .

Вариант 19. Вес звена AB не учитывать.

Вариант 24. Пружина сжата.

Вариант 25. Вес стержней AO и BO не учитывать. Пружина растянута.

Вариант 26. Пружина растянута.

Пример выполнения задания Д 6

На рис. 6.17 изображена механическая система, находящаяся в равновесии. Определить модуль силы F , приложенной в точке В рычага 1.

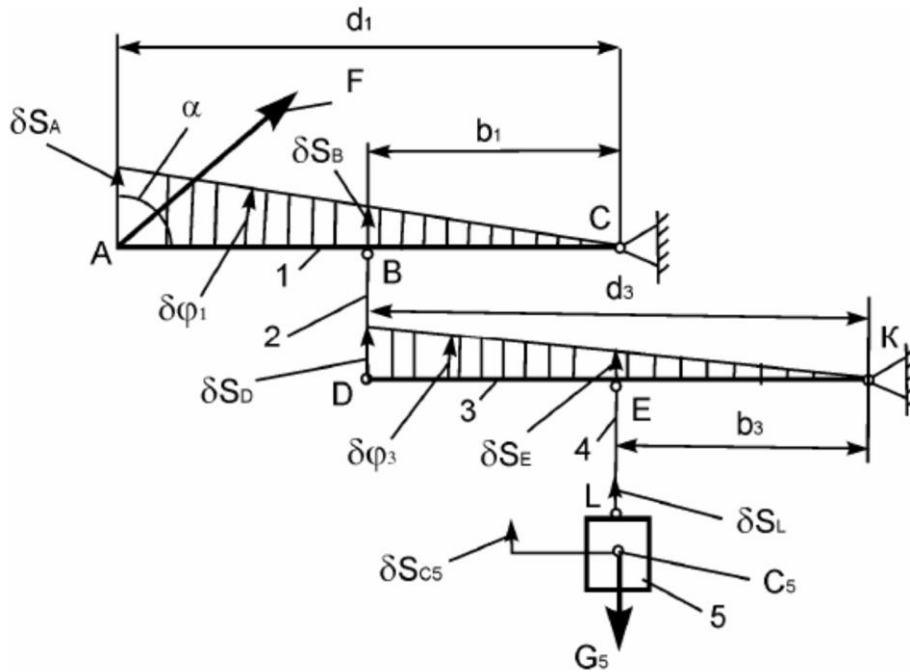


Рис. 6.17

Дано: $G_5 = 100 \text{ Н}$; $\alpha = 30^\circ$; $d_1 = 1 \text{ м}$; $b_1 = 0,5 \text{ м}$; $d_3 = 0,8 \text{ м}$; $b_3 = 0,5 \text{ м}$.

Решение.

Согласно рис. 6.17 механическая система, содержащая пять тел, имеет одну степень свободы. Наложённые на эту систему в точках С и К связи (шарнирно-неподвижные опоры) являются идеальными. На механическую систему, находящуюся в равновесии, действуют активные силы F и G_5 .

Зададим возможное угловое перемещение $\delta\varphi_1$ телу 1, которое может совершать вращательное движение. Возможные перемещения δS_A , δS_B точек А и В в зависимости от $\delta\varphi_1$ определим по формулам:

$$\delta S_A = \delta\varphi_1 \cdot AC = \delta\varphi_1 \cdot d_1; \quad \delta S_B = \delta\varphi_1 \cdot BC = \delta\varphi_1 \cdot b_1.$$

Решая совместно эти выражения, найдем зависимость

$$\delta S_B = f(\delta S_A) = (\delta S_A) \cdot b_1/d_1.$$

Из условия принадлежности точки D телу 3, которое получит возможное угловое перемещение $\delta\varphi_3$, эта точка получит возможное перемещение δS_D , перпендикулярное DK. $\delta S_D = \delta\varphi_3 \cdot DK = \delta\varphi_3 \cdot d_3$.

Рассмотрим элементарное движение тела 2. Это тело совершает мгновенно поступательное движение, так как возможные перемещения δS_B , δS_D соответствующих точек этого тела одинаково направлены. Исходя из этого, имеем

$$\delta S_D = \delta S_B = \delta\varphi_3 \cdot d_3 = (\delta S_A) \cdot b_1/d_1.$$

Точка E тела 3 получит возможное перемещение $\delta S_E = \delta\varphi_3 \cdot EK = \delta\varphi_3 \cdot b_3$.

Выразим δS_E сначала в зависимости от δS_D , а затем в зависимости от δS_A :

$$\delta S_E = \delta S_D(b_3/d_3) = (\delta S_A) \cdot (b_1/d_1) \cdot (b_3/d_3) = \delta S_A(b_1 b_3/d_1 d_3).$$

Так как участок нити EL и груз 5 совершают поступательные движения, то имеем

$$\delta S_E = \delta S_L = \delta S_{C5} = \delta S_A(b_1 b_3/d_1 d_3),$$

где δS_L , δS_{C5} – соответственно возможные перемещение точки L, принадлежащей нити 4 и центру C_5 масс груза 5. Запишем принцип возможных перемещений для рассматриваемой механической системы.

$$\sum F_i \cdot \delta S_i \cdot \cos(\mathbf{F}_i, \delta \mathbf{S}_i) = 0 = F \cdot \delta S_A \cdot \cos \alpha - G_5 \cdot \delta S_{C5} = 0.$$

Так как $\delta S_{C5} = \delta S_A(b_1 b_3/d_1 d_3)$, то получим

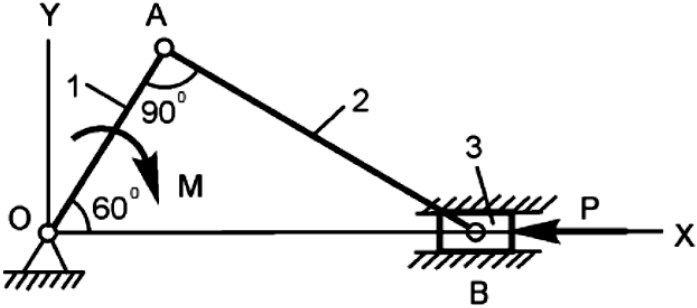
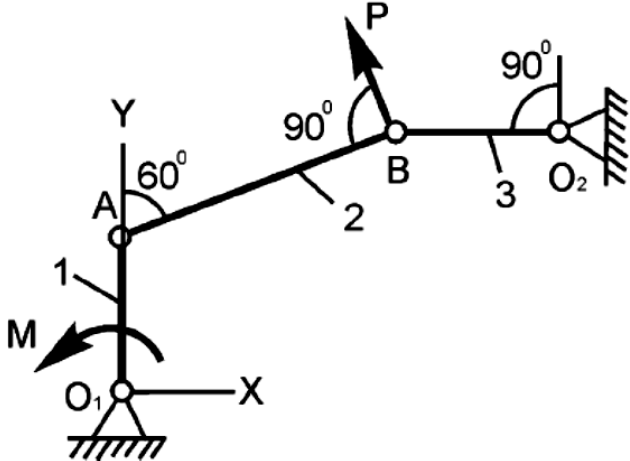
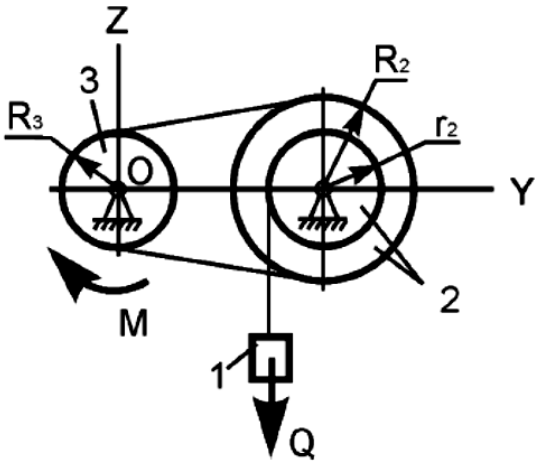
$$F \cdot \delta S_A \cdot \cos \alpha - G_5 \cdot \delta S_A(b_1 b_3/d_1 d_3) = 0.$$

Решая последнее выражение, определим модуль силы F , при котором механическая система находится в равновесии.

$$F = G_5(b_1 b_3/d_1 d_3) / \cos \alpha = 100(0,5 \cdot 0,4/1 \cdot 0,8)/0,866 = 28,866 \text{ Н.}$$

Таким образом, ответ на вопрос ($F = ?$), поставленный в курсовом задании Д 6, получен.

Таблица 5.4

Номер варианта	Расчетная схема механизма	Исходные данные, определяемая величина
1	2	3
1	 <p>Diagram 1: A mechanism with a pin joint at O. A horizontal member OB is connected to a fixed support at B. A member AB is connected to O at an angle of 60° to the horizontal. A moment M is applied at O, and a force P is applied at B. The angle at A is 90°. The mechanism is labeled with 1, 2, and 3.</p>	<p>OA = 10 см; M = 20 Н·м; P = ?</p>
2	 <p>Diagram 2: A mechanism with a pin joint at O1. A vertical member O1A is connected to a fixed support at O1. A member AB is connected to A at an angle of 60° to the vertical. A horizontal member BO2 is connected to B and a fixed support at O2. A moment M is applied at O1, and a force P is applied at B. The angles at B and O2 are 90°. The mechanism is labeled with 1, 2, and 3.</p>	<p>O₁A = 20 см; P = 100 Н; M = ?</p>
3	 <p>Diagram 3: A gear mechanism with three gears. Gear 1 is a rack with a force Q applied. Gear 2 is a gear with radius r₂ and a moment M applied. Gear 3 is a gear with radius R₃. The gears are in contact at points O and O₂. The radii are R₂, r₂, and R₃. The mechanism is labeled with 1, 2, and 3.</p>	<p>R₂ = 40 см; r₂ = 30 см; R₃ = 20 см; M = 100 Н·м; Q = ?</p>

Продолжение табл..5.4

1	2	3
4		<p> $OC/OA = 4/5$; $P = 200 \text{ H}$; $h = 4 \text{ cm}$; $c = ?$ </p>
5		<p> $OA = 100 \text{ cm}$; $M = 10 \text{ H}\cdot\text{m}$; $P = ?$ </p>
6		<p> $R_2 = 50 \text{ cm}$; $r_2 = 15 \text{ cm}$; $R_3 = 20 \text{ cm}$; $O_1A = 80 \text{ cm}$; $Q = 200 \text{ H}$; $P = ?$ </p>

Продолжение табл..5.4

1	2	3
7		<p> $OC = OA;$ $c = 10 \text{ H/cm};$ $h = 3 \text{ cm};$ $P = ?$ </p>
8		<p> $OC = AC;$ $P = 200 \text{ H};$ $c = 10 \text{ H/cm};$ $h = 2 \text{ cm};$ $Q = ?$ </p>
9		<p> $OA = 20 \text{ cm};$ $Q = 200 \text{ H};$ $M = ?$ </p>

1	2	3
10		<p> $R_2 = 40 \text{ cm};$ $r_2 = 15 \text{ cm};$ $R_3 = 20 \text{ cm};$ $OA = 100 \text{ cm};$ $Q = 2000 \text{ H};$ $h = 4 \text{ cm};$ $c = ?$ </p>
11		<p> $OA = 20 \text{ cm};$ $M = 300 \text{ H}\cdot\text{m};$ $P = ?$ </p>
12		<p> $O_1D = 60 \text{ cm};$ $AO = 20 \text{ cm};$ $M = 100 \text{ H}\cdot\text{m};$ $P = ?$ </p>

1	2	3
13		<p> $OA = 40 \text{ cm};$ $M = 200 \text{ H}\cdot\text{m};$ $P = ?$ </p>
14		<p> $OB = 2OA;$ $Q = 20 \text{ H};$ $c = 25 \text{ H/cm};$ $h = 3 \text{ cm};$ $P = ?$ </p>
15		<p> $AC = OC = OD;$ $Q = 3000 \text{ H};$ $c = 250 \text{ H/cm};$ $h = 3 \text{ cm};$ $P = ?$ </p>

1	2	3
16		<p> $d_1 = 100 \text{ cm};$ $d_2 = 60 \text{ cm};$ $d_3 = 80 \text{ cm};$ $d_4 = 40 \text{ cm};$ $Q = 5000 \text{ H};$ $c = 100 \text{ H/cm};$ $h = 4 \text{ cm};$ $P = ?$ </p>
17		<p> $OA = 20 \text{ cm};$ $M = 200 \text{ H}\cdot\text{m};$ $P = ?$ </p>
18		<p> $Q = 200 \text{ H};$ $P = 200 \text{ H};$ $c = 100 \text{ H/cm};$ $h = ?$ </p>

1	2	3
19		<p> $R_1 = 20 \text{ см};$ $R_2 = 30 \text{ см};$ $OA = 25 \text{ см};$ $M = 100 \text{ Н}\cdot\text{м};$ $P = ?$ </p>
20		<p> $OA=AB = 50 \text{ см};$ $AC = 50 \text{ см};$ $Q = 50 \text{ Н};$ $P = 100 \text{ Н};$ $M = ?$ </p>
21		<p> $OA=AB= 25 \text{ см};$ $AC=DC= 25 \text{ см};$ $P = 200 \text{ Н};$ $M = ?$ </p>

Продолжение табл..5.4

1	2	3
22		<p> $OA = 40 \text{ cm};$ $M = 400 \text{ H/cm};$ $P = ?$ </p>
23		<p> $OC = 2OA = 1 \text{ m};$ $P = 200 \text{ H};$ $M = 50 \text{ H}\cdot\text{m};$ $c = 50 \text{ H/cm};$ $h = ?$ </p>
24		<p> $AD = OD = OB;$ $P = 250 \text{ H};$ $c = 150 \text{ H/cm};$ $h = 2,5 \text{ cm};$ $Q = ?$ </p>

1	2	3
25		<p> $OD = DB = 0,8AO;$ $Q = 400 \text{ H};$ $c = 120 \text{ H/cm};$ $h = 3 \text{ cm};$ $P = ?$ </p>
26		<p> $OA = 25 \text{ cm};$ $P = 500 \text{ H};$ $M = 120 \text{ H}\cdot\text{m};$ $h = 2 \text{ cm};$ $c = ?$ </p>
27		<p> $OB = AB;$ $c = 180 \text{ H/cm};$ $h = 2 \text{ cm};$ $P = ?$ </p>

1	2	3
28		<p> $OB = (5/4)OA;$ $P = 450 \text{ H};$ $Q = ?$ </p>
29		<p> $AO = 30 \text{ см};$ $BD = O_1D;$ $M = 120 \text{ H}\cdot\text{м};$ $c = 100 \text{ H/см};$ $h = ?$ </p>
30		<p> $R_2 = 36 \text{ см};$ $r_2 = 15 \text{ см};$ $R_3 = 20 \text{ см};$ $r_3 = 10 \text{ см};$ $P = 600 \text{ H};$ $Q = ?$ </p>