

Практическое занятие №5

**Решение систем  
линейных уравнений.**

# МЕТОД ПРОСТЫХ ИТЕРАЦИЙ

Исходные данные:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

**Преобразуем СЛАУ таким образом, чтобы в матрице A диагональные элементы были преобладающими в строке (по модулю).**

В ДАННОМ СЛУЧАЕ:

1. Первую строку меняем с третьей. Третий элемент в ней намного превосходит все остальные.
2. Старую третью строку умножим на 2 и вычитаем вторую строку. Помещаем на первое место. Первый элемент в ней доминирует.
3. Вторую строку умножаем на 2, вычитаем старую третью строку и записываем на второе место. Второй элемент в ней соответствует требованию.

$$A := \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 22 \\ -19 \\ 7 \end{pmatrix}$$



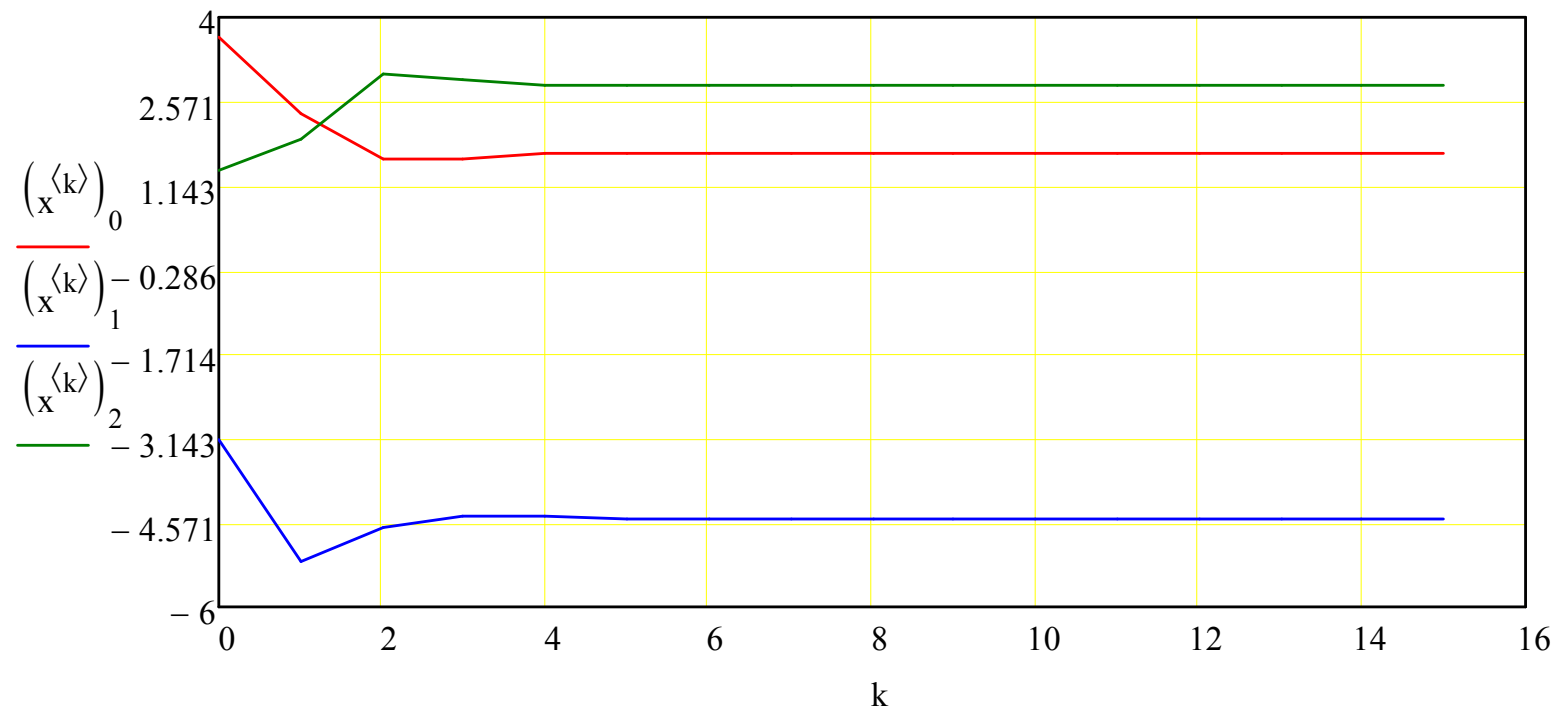
# ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА

$$\left| \left( x^{(k+1)} \right)_0 - \left( x^{(k)} \right)_0 \right| + \left| \left( x^{(k+1)} \right)_1 - \left( x^{(k)} \right)_1 \right| + \left| \left( x^{(k+1)} \right)_2 - \left( x^{(k)} \right)_2 \right|$$

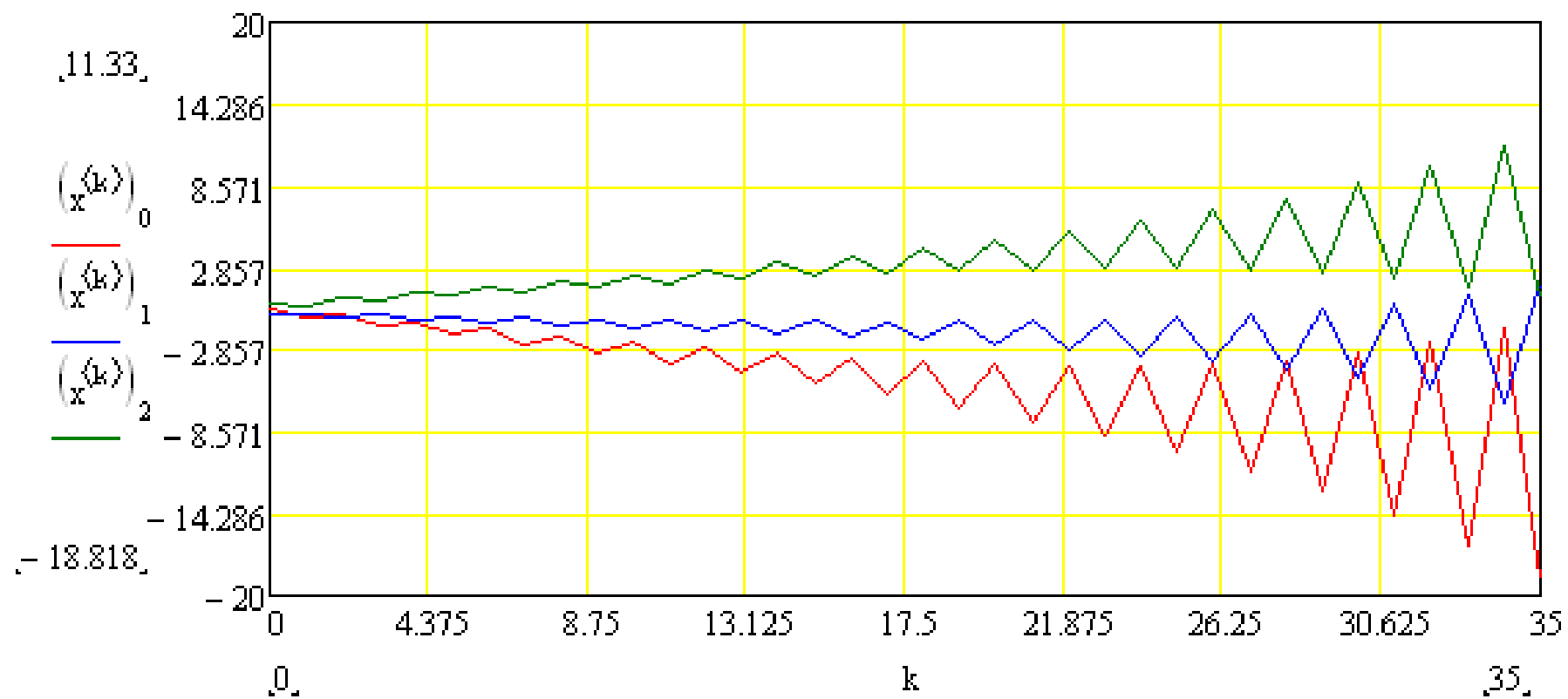
$$\varepsilon := 0.001$$

$$E := \frac{\varepsilon \cdot (1 - a^3)}{a^3} = 3.636 \times 10^{-4}$$

3.889
2.418
0.279
0.174
0.063
0.018
$7.652 \cdot 10^{-3}$
$9.798 \cdot 10^{-4}$
$6.984 \cdot 10^{-4}$
$2.306 \cdot 10^{-4}$
$6.775 \cdot 10^{-5}$
$3.033 \cdot 10^{-5}$
$3.834 \cdot 10^{-6}$
$2.707 \cdot 10^{-6}$
$9.058 \cdot 10^{-7}$
$2.623 \cdot 10^{-7}$



# ГРАФИК РАСХОДЯЩИХСЯ ИТЕРАЦИЙ



# РЕШЕНИЕ СЛАУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВСТРОЕННЫХ ФУНКЦИЙ MATHCAD

Исходные данные:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Объединение  
матриц A и B в одну

1, методом Гаусса-Жордана встроенными функциями MathCad

Решение СЛАУ  
методом Гаусса-  
Жордана

$$S(A, B) := \begin{cases} c \leftarrow \text{augment}(A, B) \\ d \leftarrow \text{rref}(c) \\ x \leftarrow \text{submatrix}(d, 0, 2, 3, 3) \end{cases}$$

$$S(A, B) = \begin{pmatrix} 1.694 \\ -4.49 \\ 2.857 \end{pmatrix}$$

Выделение из матрицы D подматрицы с 0 по 2 строку и только 3 (с 3 по 3) столбца

# С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВСТРОЕННЫХ ФУНКЦИЙ MATHCAD

2. С использованием  
встроенной функции Isolve:

$$\text{Isolve}(A, B) = \begin{pmatrix} 1.694 \\ -4.49 \\ 2.857 \end{pmatrix}$$

3. Методом обратной матрицы:

$$A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1.694 \\ -4.49 \\ 2.857 \end{pmatrix}$$

4. Функциями Given – Find:

$$\begin{array}{l} x := 0 \quad y := 0 \quad z := 0 \quad X := \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \\ \text{Given} \end{array}$$

$$A \cdot X = B$$

$$\text{Find}(X) = \begin{pmatrix} 1.694 \\ -4.49 \\ 2.857 \end{pmatrix}$$

# ЗАДАНИЕ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

Решить СЛАУ с тремя неизвестными методом простой итерации с точностью 0,001. Построить график итерационного процесса.

Решить СЛАУ при помощи встроенных функций пакета MathCad.

№	Вариант	№	Вариант
1	$2,9x_1+2,1x_2+3,89x_3=7,37$ $7,6x_1+5,8x_2+4,7x_3=10,01$ $3,8x_1+4,1x_2+2,7x_3=9,7$	6	$0,3x_1+1,2x_2-0,2x_3=-0,6$ $-0,1x_1-0,2x_2+1,6x_3=0,3$ $0,5x_1+0,34x_2+0,1x_3=0,32$
2	$1,53x_1-1,65x_2-0,76x_3=2,18$ $0,86x_1+1,17x_2+1,84x_3=1,95$ $0,32x_1-0,65x_2+1,11x_3=-0,47$	7	$0,2x_1+0,44x_2+0,81x_3=0,74$ $0,58x_1+0,29x_2+0,05x_3=0,02$ $0,05x_1+0,34x_2+0,1x_3=0,32$
3	$0,45x_1-0,94x_2-0,15x_3=-0,15$ $-0,01x_1+0,34x_2+0,06x_3=0,31$ $-0,35x_1+0,05x_2+0,65x_3=0,37$	8	$1,42x_1+2,91x_2+12,37x_3=5,75$ $4,03x_1+2,71x_2-2,32x_3=-1,6$ $-2,45x_1+5,28x_2-0,36x_3=5,36$
4	$0,63x_1+0,05x_2+0,15x_3=0,34$ $0,15x_1+0,1x_2+0,71x_3=0,42$ $0,03x_1+0,34x_2+0,1x_3=0,32$	9	$8,61x_1+12,94x_2+22,92x_3=-4,72$ $-3,45x_1-1,25x_2+0,38x_3=5,01$ $2,15x_1+7,24x_2-0,39x_3=3,56$
5	$-0,2x_1+1,6x_2-0,1x_3=0,3$ $-0,3x_1+0,1x_2-1,5x_3=0,4$ $1,2x_1-0,2x_2+0,3x_3=-0,6$	10	$4,34x_1+49,87x_2+9,18x_3=43,48$ $6,75x_1-8,93x_2+48,88x_3=56,92$ $56,43x_1-8,54x_2+6,36x_3=9,76$



# ЗАДАНИЕ НА САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ

Решить СЛАУ с тремя неизвестными методом простой итерации с точностью 0,001. Построить график итерационного процесса.

Решить СЛАУ при помощи встроенных функций пакета MathCad.

№	Вариант	№	Вариант
11	$5,45x_1 - 6,27x_2 + 9x_3 = -9,37$ $-5,24x_1 + 2,66x_2 - 2,39x_3 = 9,11$ $2,47x_1 + 8,2x_2 + 2,31x_3 = 7,76$	16	$6,34x_1 + 11,75x_2 + 10x_3 = -41,4$ $7,42x_1 - 19,03x_2 + 11,75x_3 = -49,49$ $5,57x_1 + 7,48x_2 + 6,36x_3 = -27,67$
12	$0,02x_1 - 0,86x_2 + 0,04x_3 = 0,77$ $0,12x_1 + 0,44x_2 - 0,72x_3 = 1,01$ $0,78x_1 - 0,02x_2 - 0,12x_3 = 0,56$	17	$1,02x_1 + 0,72x_2 - 0,65x_3 = 1,27$ $0,74x_1 - 1,24x_2 - 1,73x_3 = 0,77$ $1,78x_1 + 2,32x_2 + 0,74x_3 = 1,16$
13	$-3x_1 + 0,5x_2 + 0,5x_3 = -56,5$ $0,5x_1 - 6x_2 + 0,5x_3 = -100$ $6,5x_1 + 0,6x_2 - 3x_3 = -210$	18	$0,66x_1 + 0,44x_2 + 0,22x_3 = -0,58$ $1,54x_1 + 0,74x_2 + 1,54x_3 = -0,32$ $1,42x_1 + 1,42x_2 + 0,86x_3 = 0,83$
14	$0,92x_1 - 0,83x_2 + 0,62x_3 = 2,15$ $0,24x_1 - 0,54x_2 + 0,43x_3 = 0,62$ $0,73x_1 - 0,81x_2 - 0,67x_3 = 0,88$	19	$-3,3x_1 + 2,1x_2 - 4,3x_3 = -0,21$ $4x_1 - 3,2x_2 + 5x_3 = 6$ $2x_1 + 1,23x_2 + 3,5x_3 = -1,2$
15	$0,13x_1 - 0,14x_2 - 2x_3 = 0,15$ $0,75x_1 + 0,18x_2 + 0,77x_3 = 0,11$ $0,28x_1 - 0,17x_2 + 0,39x_3 = 0,12$	20	$0,21x_1 - 0,45x_2 - 0,2x_3 = 1,97$ $0,3x_1 + 0,25x_2 + 0,43x_3 = 0,32$ $0,6x_1 - 0,35x_2 - 0,25x_3 = 1,83$

# КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- Что такое метрика?
- Что такое сжимающее отображение?
- В чем заключается суть метода простой итерации для решения СЛАУ?
- Какую систему можно решить методом простой итерации?
- Как привести СЛАУ к виду с преобладающими диагональными коэффициентами?
- Как находится расстояние между двумя приближениями в пространстве с метрикой  $\rho_1, \rho_2, \rho_3$ ?
- Каковы достаточные условия сходимости итерационного процесса при решении СЛАУ?
- Как найти коэффициент сжатия?
- Какое условие является критерием достижения заданной точности при решении СЛАУ методом простой итерации, методом Зейделя?
- Как строится итерационная последовательность значений при решении СЛАУ методом простой итерации, методом Зейделя?