

### 3 НЕСИММЕТРИЧНЫЙ РЕЖИМ ТРЕХФАЗНОЙ НАГРУЗКИ.

**Цель работы:** приобретение навыков расчета режима несимметричной трехфазной нагрузки, подключенной к источнику по 3-х проводной и 4-х проводной линии, развитие навыков построения векторных диаграмм, умение применять МУН для двух узловой схемы, освоение методов измерения мощности в 3-х и 4-х проводных линиях.

#### 3.1 Исходные данные и задание на выполнение работы

1. Найти токи, напряжения и мощность приемника при питании по 3-х и 4-х проводной линии.
2. Определить симметричные составляющие тока нейтрального провода 4-х проводной линии
4. Построить векторные диаграммы.

Параметры цепи заданы в таблице вариантов 3. Нагрузка питается от симметричного источника. Фазное напряжение  $\dot{U}_A = U$ ,  $\dot{U}_B = a^2 \cdot U$ ,  $\dot{U}_C = a \cdot U$ , частота напряжения сети  $f = 50$  Гц.

Таблица 5

Параметры источника и нагрузки

№	$U_\phi$	$Z_A$	$Z_B$	$Z_C$
1	220	$j10\sqrt{3}$	10	$-j10\sqrt{3}$
2	380	10	$j10\sqrt{3}$	$-j10\sqrt{3}$
3	220	$10\exp(j\pi/6)$	$j10$	$10\exp(-j\pi/6)$
4	380	$10/\sqrt{3} \cdot \exp(-j\pi/3)$	$-j10$	$10\exp(-j\pi/6)$
5	220	$10\exp(-j\pi/3)$	$10\exp(j\pi/3)$	$10/\sqrt{3}$
6	380	$-j20$	$20/\sqrt{3}$	$j20$
7	220	10	$10/\sqrt{3} \cdot \exp(-j\pi/6)$	$10\exp(-j\pi/3)$
8	220	10	$10\exp(-j\pi/3)$	$10\exp(j\pi/3)$
9	380	$-j20$	$j20$	$20/\sqrt{3}$
10	127	$10/\sqrt{3} \cdot \exp(j\pi/6)$	$10\exp(-j\pi/6)$	$j10$
11	220	$10\exp(-j\pi/3)$	10	$10\exp(j\pi/3)$
12	220	$j10$	$-j10$	$10/\sqrt{3}$
13	380	$10/\sqrt{3} \cdot \exp(-j\pi/6)$	$10\exp(-j\pi/3)$	10
14	220	$j10$	$10/\sqrt{3}$	$-j10$
15	380	$10\exp(-j\pi/6)$	$10\exp(j\pi/6)$	$-j10$
16	380	$10/\sqrt{3}$	$j10$	$-j10$
17	380	$10\exp(j\pi/3)$	5	$10\exp(-j\pi/3)$
18	380	$10/\sqrt{3}$	$10\exp(-j\pi/6)$	$10\exp(j\pi/6)$
19	220	$10/\sqrt{3}$	$-j10$	$j10$
20	220	10	$10\exp(j\pi/6)$	$20\exp(-j\pi/6)$
21	380	10	$-j10\sqrt{3}$	$j10\sqrt{3}$
22	380	$j10\sqrt{3}$	$-j10\sqrt{3}$	10
23	380	$20\exp(-j\pi/6)$	10	$10\exp(j\pi/6)$
24	220	$10\exp(j\pi/3)$	5	$10\exp(-j\pi/3)$
25	220	$20\exp(-j\pi/6)$	$-j10$	$10\exp(j\pi/6)$

## 3.2. Четырехпроводная линия

### 3.2.1. Расчет режима цепи

Схема 4-х проводной линии показана на рисунке 16. Фазное напряжение источника  $U = 220 \text{ В}$ . Сопротивления фаз несимметричной нагрузки:

$$Z_a = 5 + j5\sqrt{3} = 10e^{j60^\circ} \quad Z_b = 5 + j0 \quad Z_c = 5 - j5\sqrt{3} = 10e^{-j60^\circ}$$

Из записи комплексных сопротивлений следует, что нагрузка фазы А имеет резистивно-индуктивный характер, фазы В – резистивный характер и фазы С – резистивно-емкостный характер.

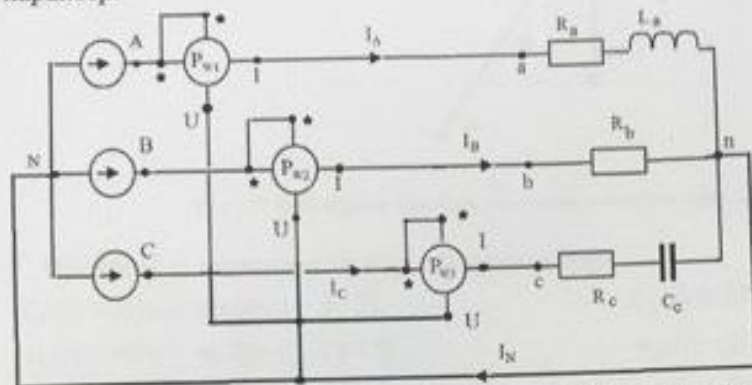


Рис. 16. Четырехпроводная схема питания нагрузки несимметричной нагрузки.

Нейтральные точки источника и нагрузки  $N, n$  соединены нейтральным проводом, сопротивление которого принято равным нулю  $Z_N = 0$ . Поэтому смещение нейтралей отсутствует  $\dot{U}_N = Z_N \cdot I_0 = 0$ , и напряжение источника равно напряжению нагрузки  $\dot{U}_{AO} = \dot{U}_{AO1} = U$ .

Ток нагрузки определяется по закону Ома через фазные напряжения  $\dot{U}_a, \dot{U}_b, \dot{U}_c$  и проводимости нагрузки  $Y_a = 1/Z_a, Y_b = 1/Z_b, Y_c = 1/Z_c$ :

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A \cdot Y_A = 220 \cdot 0.1 \exp(-j\pi/3) = 11 - j11 \cdot \sqrt{3}$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}_B \cdot Y_B = 220 \exp(-j2\pi/3) \cdot 0.2 = -22 - j\sqrt{3} \cdot 22$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_C \cdot Y_C = 220 \exp(j2\pi/3) \cdot 0.1 \exp(j\pi/3) = -22$$

Ток нейтрального провода определяется по ЗКТ

$$I_0 = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 33 \cdot (-1 - j\sqrt{3}) = 66 \exp(-j2 \cdot \pi/3)$$

Векторная диаграмма напряжений и токов показана на рис. 17.

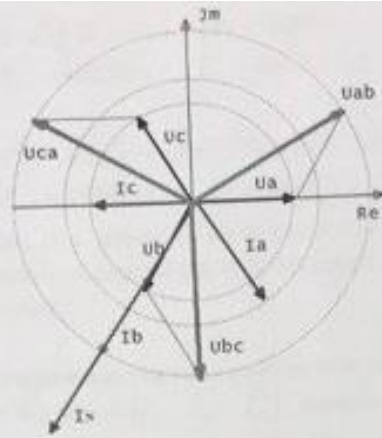


Рис. 17 Векторные диаграммы токов и напряжений в 4-х проводной линии.

Временные зависимости токов и напряжений

$$i_A(t) = 22\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - \pi/3),$$

$$i_B(t) = 44\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3),$$

$$i_C(t) = 22\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - \pi)$$

$$i_0(t) = 66\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$

$$u_A(t) = 220\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t),$$

$$u_B(t) = 220\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$

$$u_C(t) = 220\sqrt{2} \cdot \sin(\omega \cdot t + 2\pi/3)$$

Из векторных диаграмм (рис.17) и осциллограмм токов (рис.18) видно, что асимметрия токов связана с неравенством амплитуд токов и отличием фазового сдвига между токами смежных фаз от угла  $120^\circ$ .

$$\varphi_{i_{AB}} = \psi_{i_A} - \psi_{i_B} = -60 - (-120) = 60^\circ$$

$$\varphi_{i_{BC}} = \psi_{i_B} - \psi_{i_C} = -120 - (-180) = 60^\circ$$

$$\varphi_{i_{CA}} = \psi_{i_C} - \psi_{i_A} = -180 - (-60) = -240 = 120^\circ$$

### 3.2.2 Мощность трехфазной цепи

Находим полную  $S$ , активную  $P$  и реактивную мощность  $Q$  каждой из фаз.

Фаза А:

$$\dot{S}_A = U_A \cdot \dot{I}_A^* = 220 \cdot 11 \cdot (1 + j\sqrt{3}) = 2420 + j\sqrt{3} \cdot 2420$$

$$S_\sigma = |\dot{S}_\sigma| = 4840 \text{ VA}, \quad P_\sigma = \text{Re}(\dot{S}_\sigma) = 2420 \text{ Вт}, \quad Q_\sigma = \text{Im}(\dot{S}_\sigma) = 2420 \text{ вар}$$

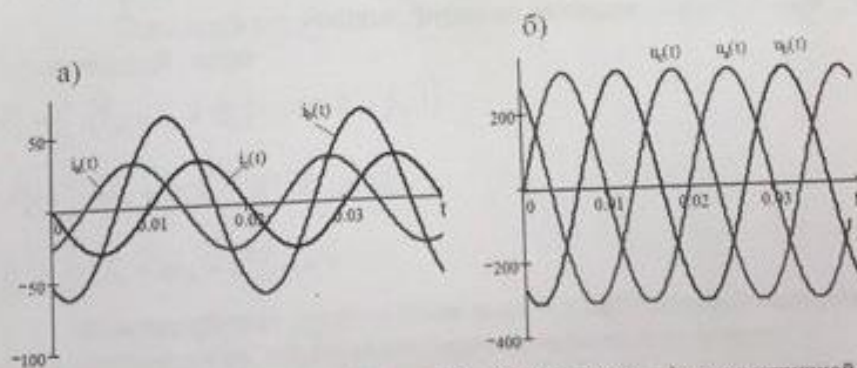


Рис.18. Осциллограммы несимметричной системы токов - а) и симметричной системы напряжений - б)

Фаза В:

$$\dot{S}_B = \dot{U}_B \cdot \dot{I}_B^* = 220(-0.5 - j0.5 \cdot \sqrt{3}) \cdot 22 \cdot (-1 + j\sqrt{3}) = 9680$$

$$S_B = |\dot{S}_B| = 9680 \text{ ВА}, \quad P_B = \text{Re}(\dot{S}_B) = 9680 \text{ Вт}, \quad Q_B = \text{Im}(\dot{S}_B) = 0$$

Фаза С:

$$\dot{S}_C = \dot{U}_C \cdot \dot{I}_C^* = 220 \cdot (-0.5 + j0.5 \cdot \sqrt{3}) \cdot (-22) = 2420 - j\sqrt{3} \cdot 2420$$

$$S_C = |\dot{S}_C| = 4840 \text{ ВА}, \quad P_C = \text{Re}(\dot{S}_C) = 2420 \text{ Вт}, \quad Q_C = \text{Im}(\dot{S}_C) = -2420 \text{ вар}$$

Реактивные мощности фаз А, С равны по модулю и противоположны по знаку. Поэтому комплексная мощность 3-х фазной цепи реактивной составляющей не содержит

$$\dot{S} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = 14520.$$

### 3.2.3 Симметричные составляющие токов цепи

Несимметричную систему токов  $\underline{\dot{I}} = [\dot{I}_A \quad \dot{I}_B \quad \dot{I}_C]^T$  можно представить в виде наложения симметричных составляющих прямой  $\underline{\dot{I}}^+ = [\dot{I}_A^+ \quad \dot{I}_B^+ \quad \dot{I}_C^+]^T$ , обратной  $\underline{\dot{I}}^- = [\dot{I}_A^- \quad \dot{I}_B^- \quad \dot{I}_C^-]^T$  и нулевой последовательностей  $\underline{\dot{I}}^0 = [\dot{I}_A^0 \quad \dot{I}_B^0 \quad \dot{I}_C^0]^T$ . Составляющие этих последовательностей записываются с помощью фазового множителя  $a = \exp(j2\pi/3)$  следующим образом

$$\underline{\dot{I}}^+ = [\dot{I}_A^+ \quad a^2 \cdot \dot{I}_A^+ \quad a \cdot \dot{I}_A^+]^T,$$

$$\underline{\dot{I}}^- = [\dot{I}_A^- \quad a \cdot \dot{I}_A^- \quad a^2 \cdot \dot{I}_A^-]^T,$$

$$\underline{\dot{I}}^0 = [\dot{I}_A^0 \quad \dot{I}_A^0 \quad \dot{I}_A^0]^T$$

Представим систему несимметричных токов  $\underline{\dot{I}}$  как сумму симметричных составляющих  $\underline{\dot{I}} = \underline{\dot{I}}^+ + \underline{\dot{I}}^- + \underline{\dot{I}}^0$ . Запишем это соотношение в матричной форме

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_A^+ + \dot{I}_A^- + \dot{I}_A^0 \\ a^2 \cdot \dot{I}_A^+ + a \cdot \dot{I}_A^- + \dot{I}_A^0 \\ a \cdot \dot{I}_A^+ + a^2 \cdot \dot{I}_A^- + \dot{I}_A^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_A^+ \\ \dot{I}_A^- \\ \dot{I}_A^0 \end{bmatrix}$$

Решение системы относительно симметричных составляющих дает

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_A^+ \\ \dot{I}_A^- \\ \dot{I}_A^0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix}$$

Используя полученные формулы, находим симметричные составляющие токов 4-х проводной линии

$$\dot{I}_A^0 = \frac{1}{3} \cdot (\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C) = -11 \cdot (1 + j\sqrt{3})$$

$$\dot{I}_A^+ = \frac{1}{3} \cdot (\dot{I}_A + a \cdot \dot{I}_B + a^2 \cdot \dot{I}_C) = 22$$

$$\dot{I}_A^- = \frac{1}{3} \cdot (\dot{I}_A + a \dot{I}_B + a^2 \dot{I}_C) = 0$$

Несимметричная система токов является наложением токов прямой и нулевой последовательности, обратная последовательность отсутствует.

**Ток в нейтральном проводе равен утроенному значению токов нулевой последовательности  $\dot{I}_N = 3\dot{I}_A^0$ .**

Как видно из рисунка 19, результат сложения комплексных токов прямой и обратной последовательности дает исходную несимметричную систему токов.

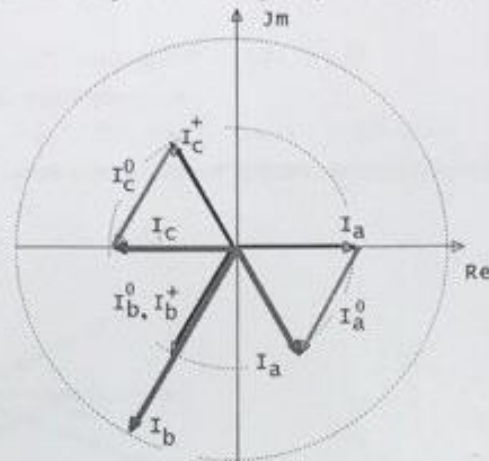


Рис. 19. Векторная диаграмма несимметричных токов и их симметричных составляющих прямой и нулевой последовательности.

### 3.3. Трехпроводная линия.

#### 3.3.1 Расчет режима нагрузки

Трехпроводная линия питания нагрузки показана на рисунке 21.

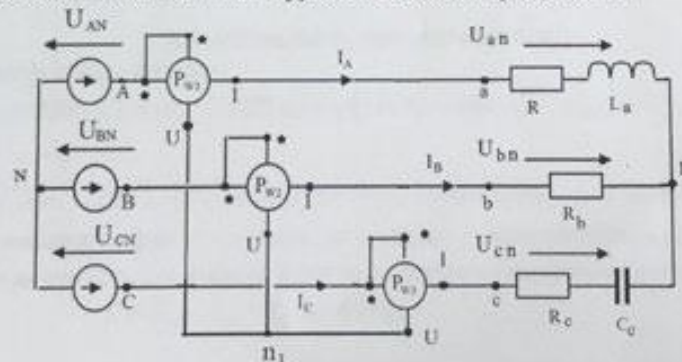


Рис.21. Трехпроводная схема питания нагрузки

Несимметричная нагрузка в отсутствии нейтрального провода вызывает смещение нейтралей

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \cdot Y_A + \dot{U}_B \cdot Y_B + \dot{U}_C \cdot Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$$U_{nN} = 220 \frac{0.1e^{-j60^\circ} + 0.2e^{-j120^\circ} + 0.1e^{j60^\circ} e^{j120^\circ}}{0.1e^{-j60^\circ} + 0.2 + 0.1e^{j60^\circ}} = 220e^{-j120^\circ} = \dot{U}_B$$

В результате, фазные напряжения нагрузки не совпадают с фазными напряжениями источника.

$$\dot{U}_{an} = \dot{U}_A - U_{nN} = \dot{U}_{AB} = 220\sqrt{3}e^{j30^\circ}, \quad \dot{U}_{bn} = \dot{U}_B - \dot{U}_{nN} = 0$$

$$\dot{U}_{cn} = \dot{U}_C - \dot{U}_{nN} = \dot{U}_{CB} = -\dot{U}_{BC} = j220\sqrt{3}$$

Токи находятся по закону Ома

$$I_A = \dot{U}_{an} \cdot Y_A = 220\sqrt{3}e^{j30^\circ} \cdot 0.1e^{-j60^\circ} = 22\sqrt{3}e^{-j30^\circ} = 33 - j11\sqrt{3}$$

$$I_B = U_{bn} \cdot Y_B = 0$$

$$I_C = \dot{U}_{cn} \cdot Y_C = j220\sqrt{3} \cdot 0.1e^{j60^\circ} = 22\sqrt{3}e^{j30^\circ} = -33 + j11\sqrt{3}$$

Закон Кирхгофа для токов выполняется

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 33 - j11\sqrt{3} + 0 - 33 + j11\sqrt{3} = 0$$

Векторные диаграммы токов и напряжений предоставлены на рисунке 22.

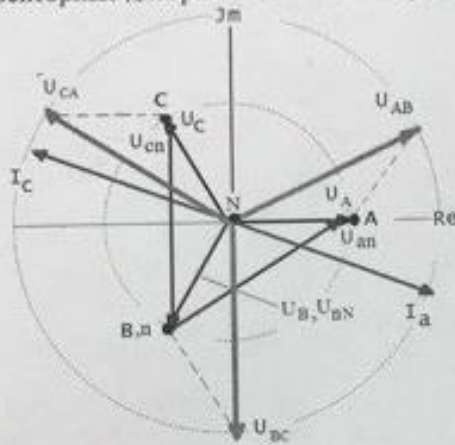


Рис.22. Векторные диаграммы токов и напряжений в 3-х проводной линии при несимметричной нагрузке

### 3.3.2 Мощность трехфазной цепи

Находим мощность фаз

$$\dot{S}_A = \dot{U}_{an} \cdot \dot{I}_A^* = 220 \cdot \sqrt{3} \exp(j\pi/6) \cdot 22\sqrt{3} \exp(j\pi/6) = 4840\sqrt{3} \cdot \exp(j\pi/3) = 7260 \cdot (1 + j\sqrt{3})$$

$$\dot{S}_B = \dot{U}_{bn} \cdot \dot{I}_B^* = 0$$

$$\dot{S}_C = \dot{U}_{cn} \cdot \dot{I}_C^* = j220\sqrt{3} \cdot 22\sqrt{3} \exp(-j5\pi/6) = 4840\sqrt{3} \exp(-j\pi/3) = 7260(1 - j\sqrt{3})$$

Реактивные мощности фаз  $A, C$  равны по модулю и противоположны по знаку. Поэтому комплексная мощность 3-х фазной цепи не содержит реактивной составляющей:

$$\dot{S} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = 14520.$$