

**ЛИСТ 1****1 Структурное и кинематическое исследования  
плоского шарнирно-рычажного механизма**

Методы кинематического и динамического исследований механизмов вытекают из их структуры. Поэтому определение структуры механизма (его строения) является одной из первых и важных задач исследования.

Определить структуру механизма – это значит установить его степень подвижности, класс и порядок. Для такого исследования строится кинематическая схема механизма, на которой все звенья и кинематические пары вычерчиваются в виде стандартных условных изображений с указанием размеров, координат осей вращения и других кинематических параметров. Затем вычерчивается структурная схема механизма, отличающаяся от кинематической схемы тем, что все имеющиеся в механизме высшие кинематические пары заменены на кинематические цепи с низшими кинематическими парами пятого класса.

*Графическая часть выполняется на листе формата А1 (594×841) мм  
(ГОСТ 2.301-68 ЕСКД. Форматы)*

1. По указанным в задании данным и принятому масштабному коэффициенту длин (расстояний)  $\mu_l$  вычерчивается схема механизма в 12-ти положениях ( $A_0$  и  $A_k$  – крайние положения).

Положение механизма (рисунок 1.2 примера выполнения курсового проекта), при котором кривошип  $OA$  перпендикулярен звену 2, а кулисный камень (ползун) 4 принимает крайнее левое положение, принимаем в дальнейших расчетах и построениях за начальное (точки  $A_0$  и  $B_0$ ). Центр масс звена 2 находится в точке  $S_2$ . Так как массы звеньев 1, 3 и 4 в десятки

раз меньше массы звеньев 2 и 5, то в силовом и динамическом расчетах с достаточной степенью точности ими можно пренебречь.

2. Строятся планы скоростей для 12-ти положений и планы ускорений для 2-х положений (обозначенных в задании) механизма в соответственно принятых масштабных коэффициентах  $\mu_v$  и  $\mu_a$ .

3. Для характерной точки исполнительного (выходного) 5-го звена, например точки  $B_5$  (поршня, ползуна, долбяка и т.п.), строятся кинематические диаграммы (графики) перемещений, скоростей и ускорений:

а) диаграмма перемещений  $s_{B_5} = f(t)$  данной точки  $B_5$  от ее начального положения в функции времени  $t$  полного оборота ведущего (входного) звена. Диаграмма строится по отрезкам, определяющим расстояния, пройденные точкой  $B_5$  при построении 12-ти положений механизма;

б) диаграмма скоростей  $v_{B_5} = f(t)$ , построенная методом графического дифференцирования (метод хорд) кривой перемещений;

в) диаграмма ускорений  $a_{B_5} = f(t)$ , построенная методом графического дифференцирования кривой скоростей.

Расположить графики целесообразно один под другим в порядке дифференцирования в левой части листа.

### *Расчетно-пояснительная записка*

Дается перечень основных разделов проекта с указанием номера листа, на котором выполняются соответствующие графические построения:

1) лист 1 – структурное и кинематическое исследования плоского шарнирно-рычажного механизма;

2) лист 2 – кинетостатическое (силовое) исследование плоского шарнирно-рычажного механизма;

3) лист 3 – определение момента инерции маховика по диаграмме энергомаасс (метод Виттенбауэра).

На отдельных листах вычерчивается в произвольном масштабе кинематическая схема механизма и помещаются данные, необходимые для его исследования.

### 1.1 Обозначения и единицы измерения основных параметров механизмов

$W$  – число степеней подвижности механизма;

$p$  – число кинематических пар;

$l$  – длина ( $l_{OA}$  – длина звена  $OA$ ), м;

$t$  – время, с;

$\bar{v}$  – скорость линейная, м/с;

$\bar{v}_{BA}$  – скорость точки  $B$  относительно точки  $A$ , м/с;

$\varphi$  – угол поворота звена, рад. (град.);

$\omega$  – угловая скорость, с<sup>-1</sup>;

$\varepsilon$  – угловое ускорение, с<sup>-2</sup>;

$\bar{a}$  – ускорение линейное, м/с<sup>2</sup>;

$\bar{a}_{BA}$  – ускорение точки  $B$  относительно точки  $A$ , м/с<sup>2</sup>;

$\bar{a}^n$  – ускорение нормальное, м/с<sup>2</sup>;

$\bar{a}^r$  – ускорение касательное (тангенциальное), м/с<sup>2</sup>;

$\bar{a}^r$  – ускорение относительное, м/с<sup>2</sup>;

$\bar{a}^k$  – ускорение кориолисово, м/с<sup>2</sup>;

$A$  – работа, Дж, кВт·ч (1 кВт·ч = 3600 кДж);

$T$  – кинетическая энергия, Дж;

$M$  – момент силы, Н·м;

$\bar{Q}_{ПС}$  – сила полезного сопротивления, Н;

$\bar{P}_И$  – сила инерции, Н;

$M_И$  – момент сил инерции, Н·м;

$\bar{G}$  – сила тяжести, Н;

$m$  – масса звена, кг;

$\bar{g}$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;

$\bar{R}_{ji}$  – реакция в кинематической паре со стороны звена  $j$  на звено  $i$ , Н;

$J_S$  – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр масс звена (точка  $S$ ) и нормальной к плоскости движения, кг·м<sup>2</sup>;

$\bar{P}_{ур}$  – уравновешивающая сила, Н;

$\delta$  – коэффициент неравномерности хода машины.

## 1.2 Структурный анализ механизма

Задача структурного анализа состоит в том, чтобы установить:

а) число степеней подвижности  $W$  механизма, т.е. число его ведущих звеньев;

б) число структурных групп (групп Ассур), входящих в состав механизма, их класс, порядок, вид;

в) класс механизма согласно структурной формуле образования механизма.

Структурный анализ механизма ведется путем последовательного отсоединения групп Ассур, начиная с группы, наиболее удаленной от ведущего звена. Класс механизма определяется по наивысшему классу группы, входящей в состав ведомой части механизма.

Класс и порядок каждой структурной группы и механизма в целом рекомендуется определять по классификации, предложенной академиком И.И. Артоболовским.

Согласно разработанной теории Л.В. Ассура, любой механизм может быть образован путем последовательного присоединения к ведущему звену и стойке кинематических цепей (групп Ассура) с нулевой степенью подвижности относительно тех звеньев, к которым группа Ассура присоединяется, т.е.

$$W = 3 \cdot n' - 2 \cdot p_5 = 0.$$

Из этой формулы следует, что в группе Ассура число звеньев четное, а число пар кратное трем; кинематические пары 4-го класса обязаны быть заменены на кинематические цепи с парами 5-го класса.

Структурный анализ (рисунок 1.1) механизма проводим путем расчленения его схемы (рисунок 1.2) на группы Ассура, начиная с наиболее удаленной по кинематической цепи от ведущего звена.

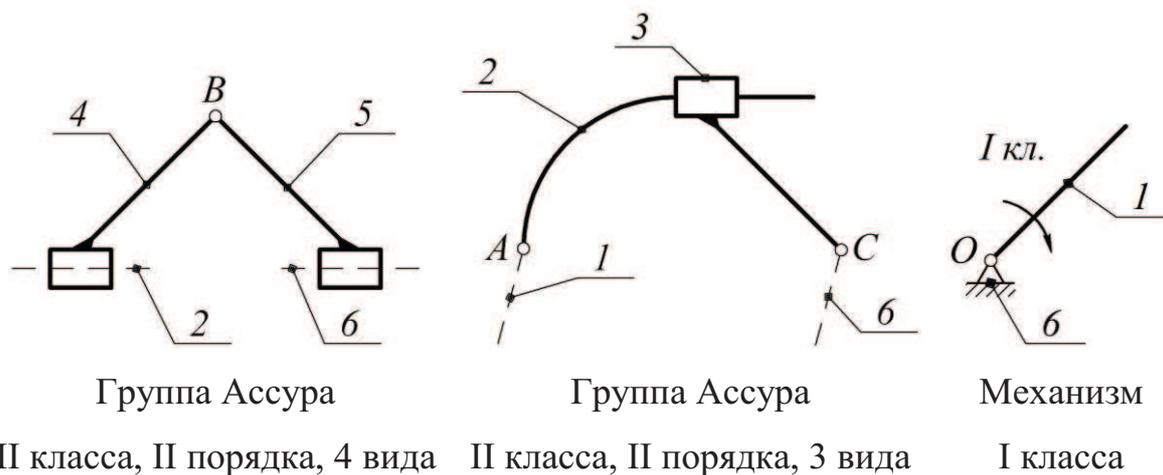


Рисунок 1.1 – Структурный анализ механизма

Определим степень подвижности механизма по формуле П.Л. Чебышева:

$$W = 3n' - 2p_5 - p_4,$$

где  $n'$  – число подвижных звеньев механизма ( $n' = 5$ );

$p_5$  – число кинематических пар 5-го класса ( $p_5 = 7$ );

$p_4$  – число кинематических пар 4-го класса ( $p_4 = 0$ ).

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 - 0 = 1.$$

Полученный результат ( $W = 1$ ) свидетельствует о том, что в механизме должно быть одно ведущее звено.

Последовательно отсоединяем сначала звенья 4 и 5 (группа Ассура II класса, II порядка, 4 вида), далее звенья 2 и 3 (группа Ассура II класса, II порядка, 3 вида). Остается механизм I класса, т.е. ведущее звено 1 со стойкой 6 (рисунок 1.1).

Записываем структурную формулу образования механизма:

$$I(1,6) \rightarrow II(2,3) \rightarrow II(4,5).$$

Определяем класс механизма: в целом механизм II-го класса.

### 1.3 Построение кинематической схемы механизма и исследование движения его звеньев

На первом листе, по возможности в центре его, производится построение совмещенного плана механизма с низшими кинематическими парами в 12-ти положениях равномерно расположенных по ходу кривошипа (рисунок 1.2).

Масштабный коэффициент длин  $\mu_l$  подсчитывается как отношение длины какого-либо звена механизма в метрах (обычно кривошипа) к отрезку на чертеже, изображающему эту длину в миллиметрах.

Схема механизма  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{М}}{\text{ММ}}$

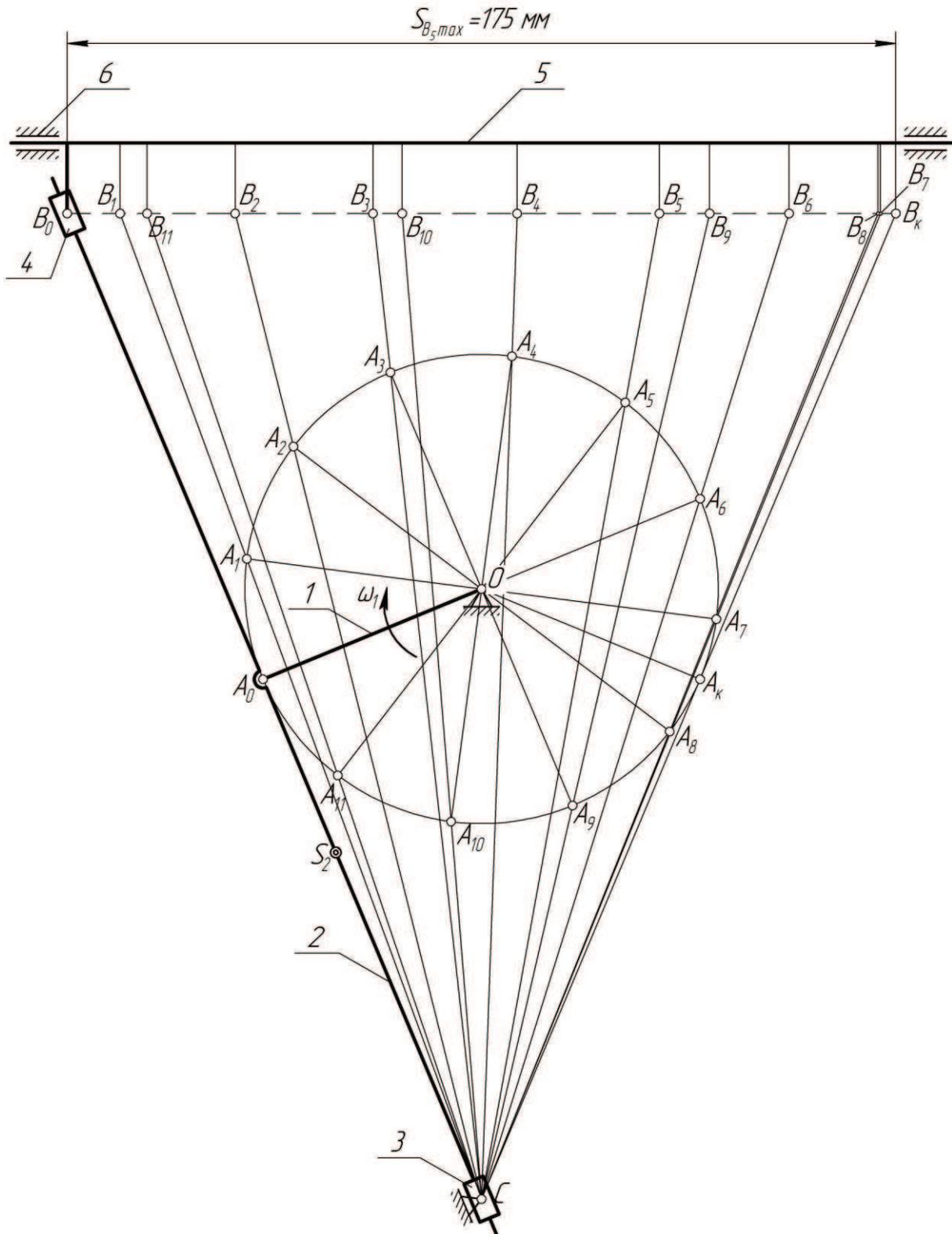


Рисунок 1.2 – Кинематическая схема механизма (уменьшена в 1,25 раза)

( $A_0$  и  $A_k$  – крайние положения)

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{(\overline{OA})},$$

где  $l_{OA}$  – длина кривошипа, м (по заданию  $l_{OA} = 0,1$  м);

$(\overline{OA})$  – отрезок произвольной длины, мм.

Исходные данные к расчету (согласно заданию):

$l_{OA} = 0,10$  м;  $l_{AS_2} = 0,08$  м;  $a = 0,26$  м;  $b = 0,16$  м;  $n = 75$  об/мин;

$Q_{ПС} = 1700$  Н;  $G_5 = 160$  Н;  $G_2 = 110$  Н;  $J_{S_2} = 0,50$  кг·м<sup>2</sup>;  $\delta = 0,050$ .

Приняв на чертеже отрезок  $(\overline{OA})$ , равный 50 мм, находим

$$\mu_l = \frac{0,10}{50} = 0,002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Переводим значения остальных заданных размеров в масштаб построения путем отношения заданного размера в метрах к выбранному масштабному коэффициенту  $\mu_l$ .

$OA$	$AS_2$	$a$	$b$
длины звеньев, в метрах (по заданию)			
0,10	0,08	0,26	0,16
длины звеньев на чертеже, в миллиметрах			
50	40	130	80

В масштабе  $\mu_l$  вычерчиваем схему механизма в двенадцати положениях кривошипа (точки  $A$ ), начиная с начального (точка  $A_0$ ).

В соответствии с принятым масштабным коэффициентом размещаются на чертеже неподвижные точки механизма с заданными координатами. Затем с помощью метода засечек и других геометрических построений, начиная от ведущего звена, определяются положения ведомых звеньев.

План механизма в нулевом положении вычерчивается контурной линией, толщиной не менее 0,8 мм, а для остальных положений проводятся только оси звеньев в виде тонких линий. В качестве нулевого положения, от которого начинается отсчет движения, принимается одно из крайних положений, занимаемое исполнительным (выходным) звеном механизма.

Затем по 12-ти равноотстоящим положениям ведущего звена строятся соответствующие им положения всех остальных звеньев механизма (рисунок 1.2). На звене 2 в соответствии с данными обозначается центр масс звена (точкой  $S_2$ ).

#### 1.4 Кинематическое исследование механизма графическим методом с помощью кинематических диаграмм точки $B_5$

Диаграмма перемещений  $s_{B_5} = f(t)$  (рисунок 1.3). Для построения диаграммы перемещений точки  $B_5$  звена 5 откладываем по оси абсцисс отрезок  $L$ , равный 180 мм, изображающий период  $T$  одного оборота кривошипа (ось  $t$ ), и делим его на 12 равных частей. Из точек 1, 2, 3, ..., 11 оси  $t$  диаграммы  $s_{B_5} = f(t)$  откладываем ординаты 1–1', 2–2', 3–3', ..., 11–11', соответствующие расстоянию на схеме механизма от начального положения точки  $B$  ( $B_0$ ) до всех остальных ( $B_1, B_2, B_3, \dots, B_{11}$ ) в выбранном масштабе  $\mu_S$ . Точки 0, 1', 2', ... 12 соединяем плавной кривой (или, как показано в примере, прямыми 0–1', 1'–2', 2'–3', ..., 11'–12).

$$\mu_S = \frac{(\overline{S_{B_5}})_{\max}}{(\overline{y})_{\max}} \cdot \mu_l.$$

$$\mu_S = \frac{175}{87,5} \cdot 0,002 = 0,004 \frac{\text{М}}{\text{мм}}.$$

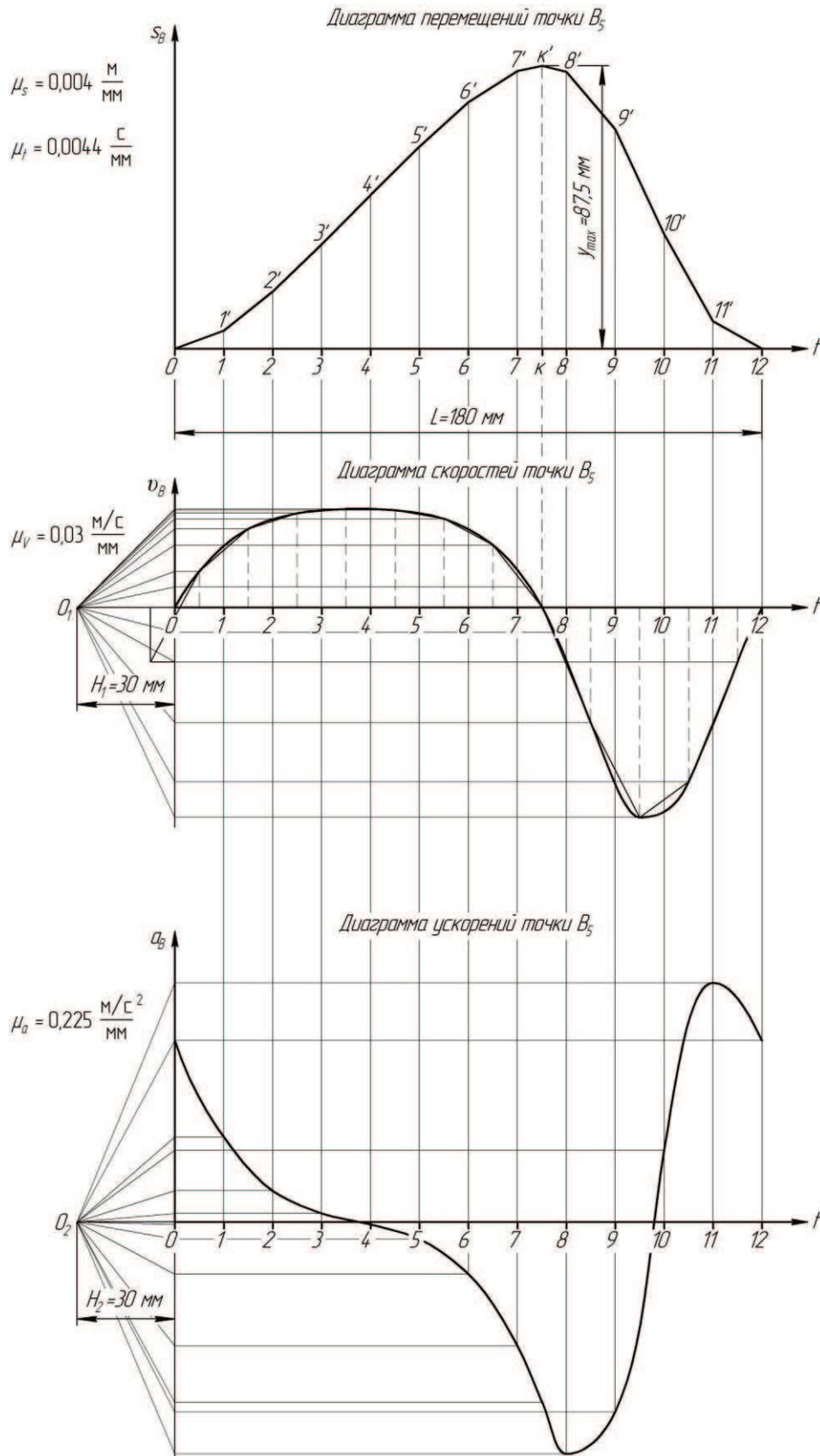


Рисунок 1.3 – Кинематические диаграммы перемещений, скоростей и ускорений точки  $B_5$  (уменьшены в 2 раза)

Масштаб отрезков по оси абсцисс определится следующим образом.  
Так как период одного оборота кривошипа:

$$T = \frac{60}{n} = \frac{2\pi}{\omega} \text{ [с]},$$

то время одного оборота (в секундах) с учетом масштабного коэффициента  $\mu_t$  будет

$$T = \mu_t L \text{ [с]}.$$

Тогда

$$\mu_t = \frac{60}{nL} = \frac{2\pi}{\omega L} \left[ \frac{\text{с}}{\text{мм}} \right],$$

где  $n$  – обороты кривошипа в минуту,  $\text{мин}^{-1}$ .

Так как на ординатах откладываем расстояния в мм, измеренные на планах механизма, то удобно масштаб диаграммы по оси ординат принять равным масштабному коэффициенту длин:

$$\mu_s = \mu_l \left[ \frac{\text{м}}{\text{мм}} \right].$$

Для нашего примера

$$\mu_t = \frac{60}{n \cdot L} = \frac{60}{75 \cdot 180} = 0,0044 \frac{\text{с}}{\text{мм}}.$$

Таблица 1.1 – Перемещения точки  $B_5$  исполнительного (выходного) звена

Перемещение	Положения												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
$S_{B_5}$ в мм в масштабе $\mu_t$ плана механизма	0	11,2	35,5	64,6	95,0	125,1	152,4	171,8	175,0	171,2	135,7	70,7	16,9

Продолжение таблицы 1.1

Перемещение	Положения												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
$S_{B_5}$ , м	0	0,0224	0,0710	0,1292	0,1900	0,2502	0,3048	0,3436	0,3500	0,3424	0,2714	0,1414	0,0338
$S_{B_5}$ в мм в масштабе $\mu_s$ диаграммы перемещений	0	5,60	17,75	32,30	47,50	62,55	76,20	85,90	87,50	85,60	67,85	35,35	8,45

Диаграмма скоростей  $v_{B_5} = f(t)$  (рисунок 1.3) строится графическим дифференцированием диаграммы перемещений  $s_{B_5} = f(t)$  по методу хорд. Он заключается в следующем. Криволинейные участки диаграммы  $s_{B_5} = f(t)$  заменяем прямыми 0–1', 1'–2', 2'–3', ..., 11'–12. Под диаграммой перемещений проводим прямоугольные оси  $v_{B_5}$  и  $t$ . На оси  $t$  выбираем полюсное расстояние  $H_1$  произвольной длины (принимаем  $H_1 = 30$  мм). Из точки  $O_1$  (начала полюсного расстояния) проводим наклонные прямые параллельно хордам 0–1', 1'–2', 2'–3', ..., 11'–12 диаграммы  $s_{B_5} = f(t)$  до оси  $v_{B_5}$  и далее параллельно оси  $t$  до пересечения с перпендикулярами, восстановленными из середины интервалов 0–1, 1–2, 2–3, ..., 11–12 оси  $t$  диаграммы  $v_{B_5} = f(t)$ . Точки пересечения соединяем плавной кривой.

Масштабный коэффициент диаграммы скоростей  $v_{B_5} = f(t)$  вычисляем по формуле:

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_i \cdot H_1},$$

где  $H_1$  – полюсное расстояние (отрезок произвольной длины), мм.

$$\mu_v = \frac{0,004}{0,0044 \cdot 30} = 0,03 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Диаграмма ускорений  $a_{B_5} = f(t)$  (рисунок 1.3) строится графическим дифференцированием диаграммы скоростей по методу хорд. Все построения аналогичны ранее описанным при графическом дифференцировании диаграммы перемещений.

Масштабный коэффициент диаграммы ускорений  $a_{B_5} = f(t)$  вычисляем по формуле:

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t \cdot H_2}.$$

где  $H_2$  – полюсное расстояние (отрезок произвольной длины), мм.

$$\mu_a = \frac{0,03}{0,0044 \cdot 30} = 0,225 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

### 1.5 Кинематическое исследование механизма графоаналитическим методом с помощью планов скоростей и ускорений

Подробное описание графоаналитического расчета и всех построений ведется только при построении одного плана скоростей и одного плана ускорений. Планы скоростей и ускорений для других положений механизма строятся аналогично, а результаты расчетов заносятся в таблицы 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6.

На одном из положений механизма указываются круговыми стрелками направления угловой скорости  $\omega_2$  и углового ускорения  $\varepsilon_2$ .

*Построение планов скоростей механизма*

Определяем скорость точки  $A$  кривошипа  $OA$ .

$$v_A = \omega_1 \cdot l_{OA},$$

где  $\omega_1 = \frac{\pi n}{30} = \frac{3,14 \cdot 75}{30} = 7,85 \text{ с}^{-1}$ .

$$v_A = 7,85 \cdot 0,1 = 0,785 \text{ м/с}.$$

Определяем масштабный коэффициент планов скоростей по формуле:

$$\mu_v = \frac{v_A}{(\overline{P_v a})},$$

где  $(\overline{P_v a})$  – отрезок произвольной длины, мм.

$$\mu_v = \frac{0,785}{78,5} = 0,01 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Из полюса  $P_v$  откладываем отрезок  $(\overline{P_v a})$  перпендикулярно звену  $OA$  в направлении угловой скорости  $\omega_1$  (рисунок 1.4). Скорости точек звеньев механизма определим по теореме о сложении скоростей в плоском движении.

Скорость точки  $C_2$ , определим, решая графически систему уравнений:

$$\begin{cases} \overline{v}_{C_2} = \overline{v}_{\perp OA} + \overline{v}_{\perp BC}^{C_2 A}; \\ \overline{v}_{C_2} = \overline{v}_{C_6} + \overline{v}_{\parallel BC}^{C_2 C_6}. \end{cases}$$

Скорость точки  $B_2$  определяется уравнением:

$$\overline{v}_{B_2} = \overline{v}_{\perp O_1 A} + \overline{v}_{\perp BC}^{B_2 A}.$$

Относительную скорость  $v_{B_2 A}$  определим по теореме о картине относительных скоростей из пропорции:

$$\frac{(\overline{ac_2})}{(\overline{AC})} = \frac{(\overline{ab_2})_x}{(\overline{AB})} \Rightarrow (\overline{ab_2})_x = (\overline{ac_2}) \cdot \frac{(\overline{AB})}{(\overline{AC})},$$

где  $(\overline{ab_2})_x$ ,  $(\overline{ac_2})$  – длины отрезков на плане скоростей, мм;

$(\overline{AC})$ ,  $(\overline{AB})$  – длины отрезков на плане механизма, мм.

Тогда скорость точки  $B_2$  определим, соединив полюс  $P_V$  с точкой  $b_2$  на плане скоростей

$$v_{B_2} = (\overline{P_V b_2}) \cdot \mu_V.$$

Скорость точки  $B_5$  определим, решая графически уравнение:

$$\frac{\overline{U}_{B_5}}{\|_{XX}} = \frac{\overline{U}_{B_2}}{\|_{XX}} + \frac{\overline{U}_{B_5 B_2}}{\|_{BC}}.$$

Скорость точки  $S_2$  определим по теореме о картине относительных скоростей из пропорции:

$$\frac{(\overline{ac_2})}{(\overline{AC})} = \frac{(\overline{as_2})_x}{(\overline{AS_2})} \Rightarrow (\overline{as_2})_x = (\overline{ac_2}) \cdot \frac{(\overline{AS_2})}{(\overline{AC})}.$$

Тогда скорость точки  $S_2$  определим, соединив полюс  $P_V$  с точкой  $s_2$  на плане скоростей:

$$v_{S_2} = (\overline{P_V s_2}) \cdot \mu_V.$$

Определим угловые скорости 2-го звена по формуле:

$$\omega_2 = \frac{v_{AC_2}}{l_{AC}} = \frac{(\overline{ac_2}) \cdot \mu_V}{(\overline{AC}) \cdot \mu_l}.$$

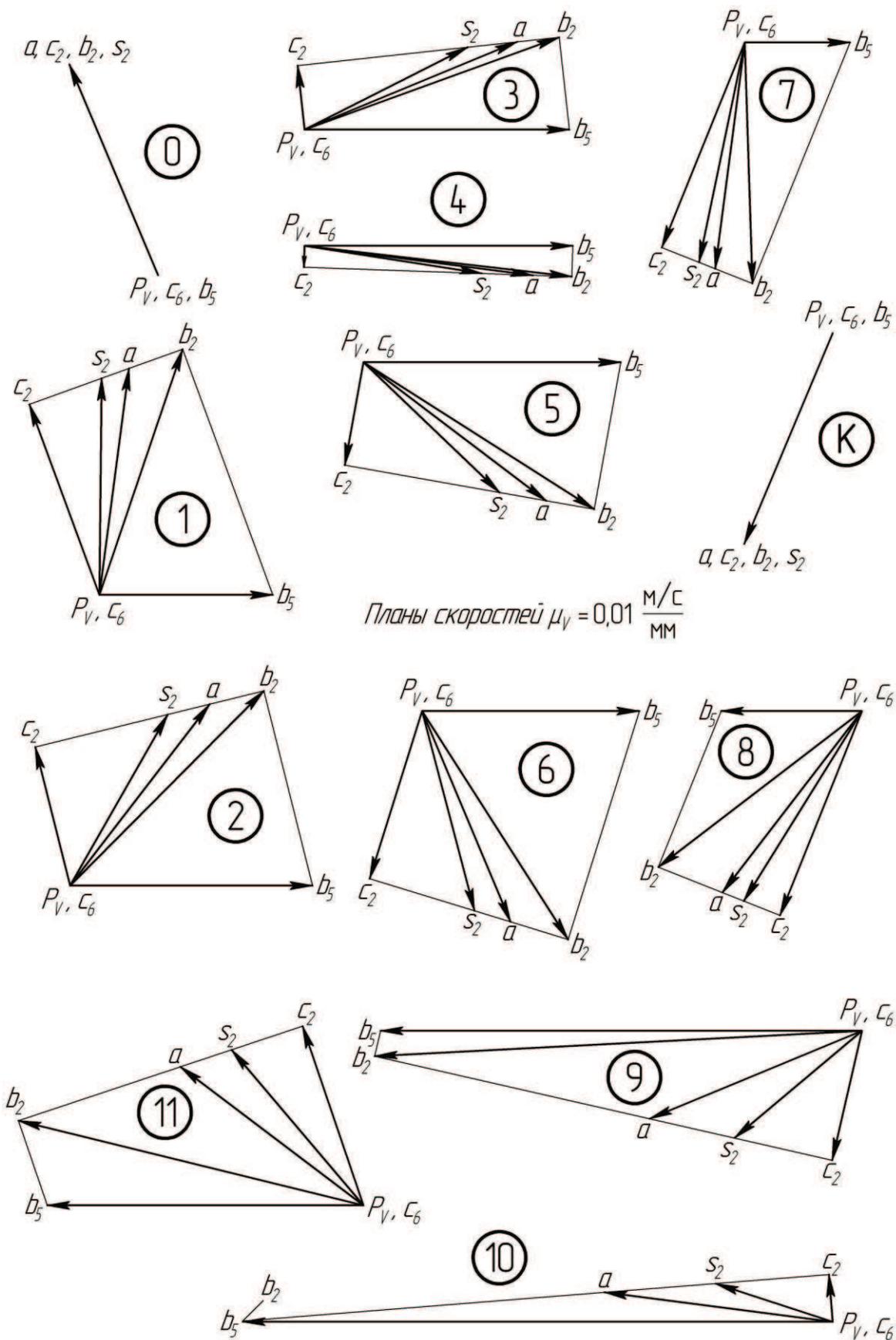


Рисунок 1.4 – Планы скоростей (уменьшены в 2 раза)

*Построение планов ускорений механизма*

Определяем ускорение точки  $A$  кривошипа  $OA$ .

$$a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA}.$$

$$a_A = 7,85^2 \cdot 0,1 = 6,16 \text{ м/с}^2.$$

Определяем масштабный коэффициент плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_A}{(\overline{\pi a})},$$

где  $(\overline{\pi a})$  – отрезок произвольной длины, мм.

$$\mu_a = \frac{6,16}{61,6} = 0,1 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Из полюса  $\pi$  откладываем отрезок  $(\overline{\pi a})$  параллельно звену  $OA$ , направленный к точке  $O$  (рисунок 1.5). Ускорения точек звеньев механизма определим по теореме о сложении ускорений в плоском движении.

Ускорение точки  $C_2$  определяется уравнением:

$$\overline{a}_{C_2} = \overline{a}_A + \overline{a}_{C_2A}^n + \overline{a}_{C_2A}^r.$$

$$a_{C_2A}^n = \omega_2^2 \cdot l_{AC} = \omega_2^2 \cdot (\overline{AC}) \cdot \mu_1.$$

$$(\overline{an_2}) = \frac{a_{C_2A}^n}{\mu_a}.$$

С другой стороны  $a_{C_2}$  определяется по теореме Кориолиса:

$$\overline{a}_{C_2} = \overline{a}_{C_6} + \overline{a}_{C_2C_6}^k + \overline{a}_{C_2C_6}^r.$$

$$a_{C_2C_6}^k = 2 \cdot \omega_2 \cdot v_{C_2C_6} \cdot \sin 90^\circ = 2 \cdot \omega_2 \cdot (\overline{c_2c_6}) \cdot \mu_v \cdot 1,$$

где  $(\overline{c_2c_6})$  – длина отрезка на плане скоростей, мм.

Направление вектора кориолисова ускорения  $\bar{a}_{C_2C_6}^{\kappa}$  определяем по правилу Н.Е. Жуковского. Для этого вектор относительной скорости  $\bar{v}_{C_2C_6}$ , который изображен на плане скоростей отрезком  $(\overline{c_2c_6})$ , проецируем в плоскость, перпендикулярную оси вращения (т.е. в плоскость чертежа, в которой он уже расположен). Вектор скорости  $\bar{v}_{C_2C_6}$  направлен к той точке, которая первая стоит в обозначении (к точке  $c_2$ ). Остается повернуть этот вектор  $(\bar{v}_{C_2C_6})$  по направлению угловой скорости  $\omega_2$  на  $90^\circ$ .

$$(\overline{\pi\kappa_3}) = \frac{a_{C_2C_6}^{\kappa}}{\mu_a}.$$

Ускорение точки  $B_2$  определяется уравнением:

$$\bar{a}_{B_2} = \bar{a}_A + \bar{a}_{B_2A}.$$

Относительное ускорение  $a_{B_2A}$  определим по теореме о картине относительных ускорений из пропорции:

$$\frac{(\overline{ac_2})}{(\overline{AC})} = \frac{(\overline{ab_2})_x}{(\overline{AB})} \Rightarrow (\overline{ab_2})_x = (\overline{ac_2}) \cdot \frac{(\overline{AB})}{(\overline{AC})},$$

где  $(\overline{ab_2})_x$ ,  $(\overline{ac_2})$  – длины отрезков на плане ускорений, мм;

$(\overline{AC})$ ,  $(\overline{AB})$  – длины отрезков на плане механизма, мм.

Тогда ускорение точки  $B_2$  определим, соединив полюс  $\pi$  с точкой  $b_2$  на плане ускорений:

$$a_{B_2} = (\overline{\pi b_2}) \cdot \mu_a.$$

Ускорение точки  $B_5$  определим, решая графически уравнение:

$$\frac{\bar{a}_{B_5}}{\|XX} = \frac{\bar{a}_{B_2}}{\|BC} + \frac{\bar{a}_{B_5B_2}^{\kappa}}{\perp BC} + \frac{\bar{a}_{B_5B_2}^r}{\|BC}.$$

$$a_{B_5B_2}^{\kappa} = 2 \cdot \omega_2 \cdot \nu_{B_5B_2} \cdot \sin 90^\circ;$$

$$a_{B_5B_2}^{\kappa} = 2 \cdot \omega_2 \cdot (\overline{b_5b_2}) \cdot \mu_V \cdot 1,$$

где  $(\overline{b_5b_2})$  – длина отрезка на плане скоростей, мм.

Для определения направления вектора кориолисова ускорения  $\overline{a}_{B_5B_2}^{\kappa}$  вектор относительной скорости  $\underline{\underline{\overline{v}_{B_5B_2}}}$ , изображенный отрезком  $(\overline{b_5b_2})$  на плане скоростей и направленный к точке  $b_5$ , поворачиваем по направлению угловой скорости  $\omega_2$  на  $90^\circ$ .

$$(\overline{b_2\kappa_4}) = \frac{a_{B_5B_2}^{\kappa}}{\mu_a}.$$

Ускорение точки  $S_2$  определим по теореме о картине относительных ускорений из пропорции:

$$\frac{(\overline{ac_2})}{(\overline{AC})} = \frac{(\overline{as_2})_x}{(\overline{AS_2})} \Rightarrow (\overline{as_2})_x = (\overline{ac_2}) \cdot \frac{(\overline{AS_2})}{(\overline{AC})},$$

Тогда ускорение точки  $S_2$  определим, соединив полюс  $\pi$  с точкой  $s_2$  на плане ускорений:

$$a_{S_2} = (\overline{\pi s_2}) \cdot \mu_a.$$

Определим угловые ускорения 2-го звена по формуле:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{C_2A}^r}{l_{AC}} = \frac{(\overline{n_2c_2}) \cdot \mu_a}{(\overline{AC}) \cdot \mu_l}.$$

Таблица 1.2 – Параметры общие для всех положений механизма

$n$	$l_{OA}$	$\omega_1$	$v_A$	$a_A$	$\mu_l$	$\mu_V$	$\mu_a$
$\frac{\text{об}}{\text{мин}}$	м	$\text{с}^{-1}$	м/с	$\text{м}/\text{с}^2$	$\frac{\text{м}}{\text{мм}}$	$\frac{\text{м}/\text{с}}{\text{мм}}$	$\frac{\text{м}/\text{с}^2}{\text{мм}}$
75	0,10	7,85	0,785	6,16	0,002	0,01	0,1

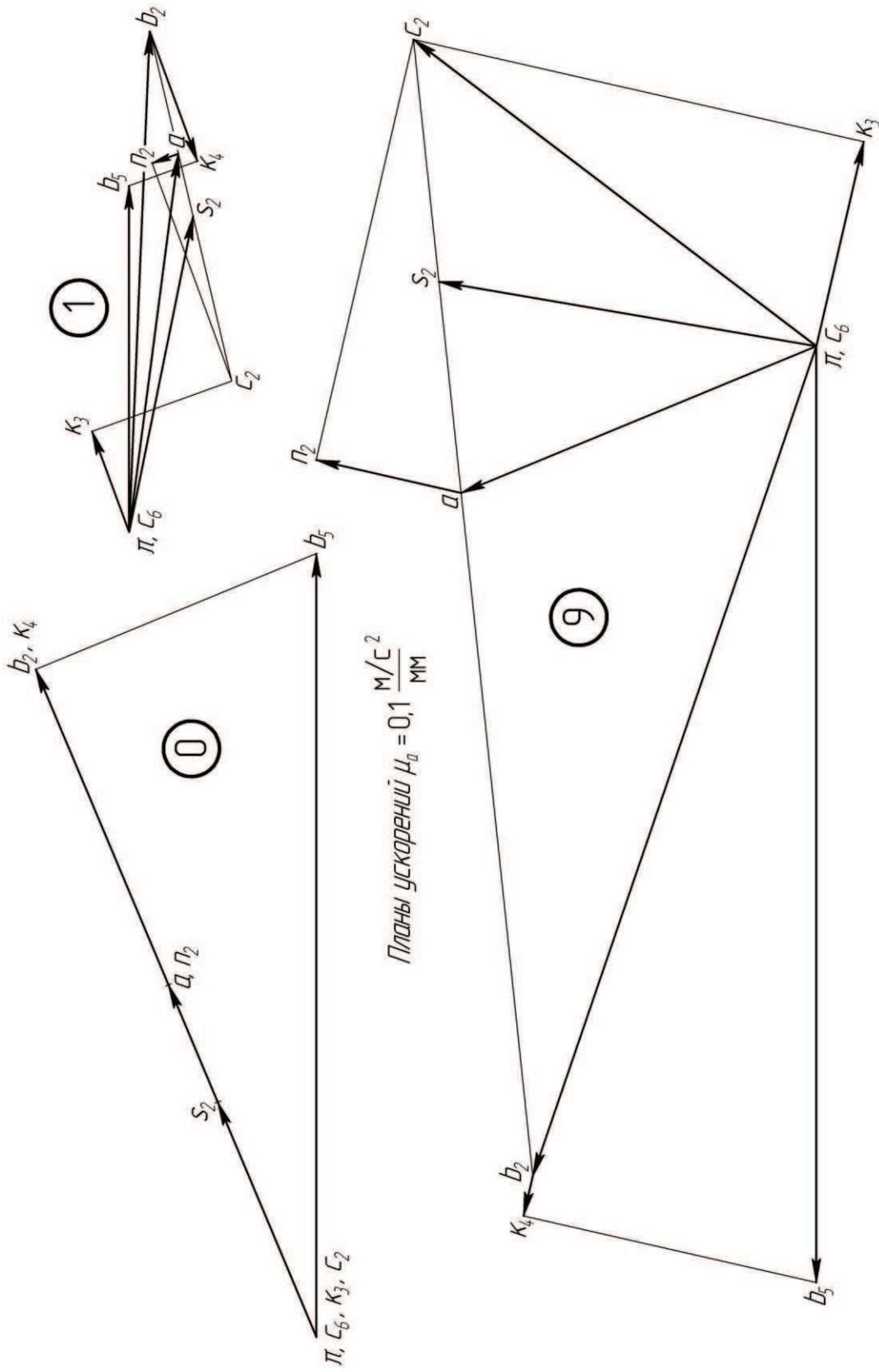


Рисунок 1.5 – Планы ускорений

Таблица 1.3 – Значения длин, используемых в расчетах

Величина	Положения												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
Длины отрезков в масштабе $\mu_l$ , мм													
$(\overline{AB})$	107,5	78,3	51,1	34,0	30,4	40,9	63,6	93,1	107,5	118,8	129,4	130,0	126,3
$(\overline{AC})$	120,0	145,2	165,2	177,2	179,7	172,4	156,2	133,2	120,0	107,3	86,0	80,7	95,3
Натуральные значения длин, м													
$l_{AB}$	0,215	0,157	0,102	0,068	0,061	0,082	0,127	0,186	0,215	0,238	0,259	0,260	0,253
$l_{AC}$	0,240	0,290	0,330	0,354	0,359	0,345	0,312	0,266	0,240	0,215	0,172	0,161	0,191

Таблица 1.4 – Значения линейных скоростей, м/с

Величина	Положения												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
$v_{C_2C_6}$	0,785	0,697	0,491	0,222	0,073	0,359	0,603	0,76	0,785	0,756	0,456	0,162	0,651
$v_{B_5B_2}$	0,785	0,899	0,690	0,319	0,106	0,514	0,822	0,894	0,785	0,578	0,089	0,002	0,307
$v_{AC_2}$	0	0,361	0,613	0,753	0,782	0,698	0,503	0,196	0	0,212	0,639	0,768	0,439
$v_{C_2}$	0,785	0,697	0,491	0,222	0,073	0,359	0,603	0,760	0,785	0,756	0,456	0,162	0,651
$v_{B_2}$	0,785	0,892	0,941	0,924	0,917	0,936	0,930	0,830	0,785	0,878	1,664	2,012	1,078
$v_{S_2}$	0,785	0,745	0,676	0,624	0,612	0,645	0,709	0,772	0,785	0,767	0,570	0,420	0,699
$v_{B_5}$	0	0,591	0,827	0,902	0,914	0,878	0,741	0,359	0	0,481	1,641	2,011	1,078

Таблица 1.5 – Значения линейных ускорений, м/с<sup>2</sup>

Величина	Положения												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
$a_{C_2A}^n$	0	0,45									2,38		
$a_{C_2A}^r$	6,16	2,38									6,97		
$a_{C_2C_6}^k$	0	1,73									3,39		
$a_{C_2C_6}^r$	0	2,38									7,39		
$a_{B_5B_2}^k$	0	2,23									0,66		
$a_{B_5B_2}^r$	4,87	1,16									4,81		
$a_{S_2}$	4,11	5,20									6,13		
$a_{B_5}$	12,65	5,59									15,12		

Таблица 1.6 – Значения угловых скоростей и ускорений

Величина	Положения												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
$\omega_2, \text{с}^{-1}$	0	1,24	1,86	2,12	2,18	2,02	1,61	0,74	0	0,99	3,72	4,76	2,30
направление $\omega_2$	–	↻	↻	↻	↻	↻	↻	↻	–	↻	↻	↻	↻
$\varepsilon_2, \text{с}^{-2}$	25,67	8,21									40,52		
направление $\varepsilon_2$	↻	↻									↻		

**ЛИСТ 2****2 Кинетостатическое (силовое) исследование механизма**

Основная задача кинетостатического исследования механизма состоит в определении давления в кинематических парах и усилий (инерционных нагрузок), действующих на отдельные звенья механизма, а так же в определении уравновешивающих сил и моментов. Решение этой задачи необходимо для последующего расчета звеньев и элементов кинематических пар на прочность, для определения сил, работ и мощностей, затрачиваемых на преодоление сил трения и механического коэффициента полезного действия машины.

При этом кроме заданных сил движущих и сил полезных сопротивлений, учитывают и силы инерции звеньев и моменты их пар. Значения сил инерции и моментов их пар подсчитываются в предположении о равномерном вращении ведущего звена механизма.

При *кинематическом и кинетостатическом исследованиях* механизма закон движения начального (входного) звена в первом приближении считается известным. Например, если начальным звеном является кривошип, то скорость его вращения принимают постоянной. В действительности же кривошип вращается *неравномерно*, вызывая дополнительные динамические нагрузки, которые необходимо учитывать при проектировании машины.

При *динамическом исследовании* механизмов предварительно должны быть заданы или определены силы, действующие на их звенья. Когда объектом исследования является рабочая (технологическая) машина, задается график изменения производственного сопротивления, а момент движущих сил, приложенных к входному звену, приближенно принимается постоянным, и наоборот. Таким образом, *силовой расчет* позволяет правильно

конструировать звенья и элементы привода. При *динамическом исследовании* решаются вопросы построения машины с заданной неравномерностью движения, определения затрат времени на разгон и остановку, создания ее модели и т.д.

*Кинестатика* – раздел механики, в котором рассматриваются способы решения динамических задач с помощью аналитических или графических методов статики. В основе кинестатики лежит принцип д'Аламбера: если к действующим на точки материальной системы заданным (активным) силам и силам реакций связей условно присоединить силы инерции, то полученная система сил будет условно находиться в равновесии.

*Графическая часть выполняется на листе формата А1 (594×841) мм  
(ГОСТ 2.301-68 ЕСКД. Форматы)*

1. Схема механизма вычерчивается в положении, соответствующему рабочему или холостому ходам, для которых на листе 1 выполнены планы скоростей и ускорений. В этих положениях к звеньям прикладываются силы полезных сопротивлений (только для рабочего хода), силы тяжести, а также полученные из расчета силы инерции и моменты их пар (инерционная нагрузка).

2. Для указанных положений строятся планы скоростей, повернутые вокруг полюса ( $P_v$ ) на  $90^\circ$  с тем, чтобы в дальнейшем облегчить решение задачи об уравнивании механизма по методу вспомогательного рычага Н.Е. Жуковского.

3. Переносится на чертеж, построенный на листе 1, необходимый для соответствующего положения (второго) план ускорений.

4. Вычерчиваются группы Ассур в таком виде и в таком же масштабе, в каком они встречаются на плане механизма, к их звеньям прикладываются активные силы, инерционная нагрузка и соответствующие силы реакций связей.

Последовательность отделения групп для силового расчета соответствует последовательности принятой при структурном исследовании, т.е. начинать нужно с исследования равновесия структурной группы, наиболее удаленной от ведущего звена и оканчивать расчетом равновесия этого звена.

5. Строятся планы сил, с помощью которых определяются величины и направления реакций, действующих в кинематических парах данных групп, а также уравновешивающая сила (момент) на ведущем звене.

6. Производится расчет уравновешивающей силы или момента методом вспомогательного рычага Н.Е. Жуковского [основное условие равновесия рычага  $\sum M_{P_v}(\bar{P}_i) = 0$ ].

## 2.1 Заданные силы

Силы тяжести звеньев определяются по формуле:

$$G = mg \approx 9,8m \text{ [Н]}$$

и прикладываются в центрах масс звеньев, массы которых заданы. Сила полезного сопротивления  $\bar{Q}_{ПС}$  дается в задании в виде постоянной величины (в пределах рабочего хода), механической характеристики или индикаторной диаграммы двигателя. Прикладывается сила полезного сопротивления к исполнительному (пятому) выходному звену механизма.

## 2.2 Определение сил инерции и моментов их пар (инерционной нагрузки)

Известно, что в общем случае все силы инерции звена, совершающего плоскопараллельное движение и имеющего плоскость симметрии, параллельную плоскости движения, могут быть сведены к главному вектору сил инерции  $\bar{P}_И$  и к главному моменту сил инерции  $M_И$ , определяемых по формулам:

$$\bar{P}_И = -m\bar{a}_S \text{ [Н];}$$

$$M_И = -J_S\varepsilon \text{ [Н}\cdot\text{м]},$$

где  $m$  – масса звена, сосредоточенная в центре масс (точка  $S$ ), кг;

$a_S$  – абсолютное ускорение центра масс звена (точки  $S$ ), м/с<sup>2</sup>;

$J_S$  – момент инерции звена, относительно оси, проходящей через центр масс звена (точка  $S$ ) и направленной перпендикулярно к плоскости движения, кг·м<sup>2</sup>;

$\varepsilon$  – угловое ускорение звена, с<sup>-2</sup>.

Знак минус в вышеприведенных уравнениях указывает на то, что вектор силы  $\bar{P}_И$  направлен противоположно вектору  $\bar{a}_S$ , а момент  $M_И$  действует в плоскости, параллельной плоскости движения звена и направлен в сторону, обратную угловому ускорению  $\varepsilon$ .

Рассмотрим несколько частных случаев определения сил инерции в зависимости от характера движения звеньев.

1. Поступательное движение. При поступательном движении звена 5 с переменной скоростью будет возникать только главный вектор сил инерции  $\bar{P}_{И5}$ . Этот вектор приложен в центре масс звена 5 и направлен в сторону, противоположную вектору ускорения  $\bar{a}_{B_5}$ .

2. Вращательное движение. При этом виде движения следует рассматривать два случая:

а) звено 3 вращается вокруг оси, проходящей через центр масс  $S_3$  (центр вращения  $C$  и центр масс  $S_3$  совпадают);

б) звено 3 вращается вокруг оси, не проходящей через центр масс  $S_3$  (центр вращения  $C$  и центр масс  $S_3$  не совпадают).

В первом случае возникает только момент пары сил инерции  $M_{ИЗ} = -J_{S_3} \varepsilon_3$ ; если звено 3 вращается равномерно ( $\omega_3 = const$ ), то сила инерции и момент сил инерции равны нулю, так как  $a_{S_3} = 0$  и  $\varepsilon_3 = 0$ .

Во втором случае (рисунок 2.1) возникают сила инерции  $\bar{P}_{ИЗ} = -m_3 \bar{a}_{S_3}$ , приложенная в центре масс (точке  $S_3$ ), и момент сил инерции  $M_{ИЗ} = -J_{S_3} \varepsilon_3$  (случай чистого качания звена 3); если звено 3 вращается равномерно ( $\omega_3 = const$ ), то возникает только сила инерции  $\bar{P}_{ИЗ}$ , равная произведению массы звена на нормальное ускорение его центра масс:

$$\bar{P}_{ИЗ} = -m_3 \bar{a}_{S_3}^n.$$

Указанные сила  $\bar{P}_{ИЗ}$  и момент пары  $M_{ИЗ}$  могут быть приведены к одной силе  $\bar{P}_{ИЗ}^R$ , которая будет приложена уже не в центре масс (точке  $S_3$ ), а в другой точке  $-K'_3$ . Точка  $K'_3$  – точка приложения результирующей силы инерции  $\bar{P}_{ИЗ}^R$ . Точка  $K_3$  – точка качания звена 3 (рисунок 2.1).

Заметим, что для случая чистого качания звена точки  $K_3$  и  $K'_3$  совпадают. Центр качания лежит на продолжении линии, соединяющей центр вращения  $C$  с центром масс  $S_3$  и находится от центра вращения  $C$  на расстоянии  $l_{CK_3}$ , определяемому по уравнению:

$$l_{CK_3} = l_{CS_3} + \frac{J_{S_3}}{m_3 l_{CS_3}} [\text{м}].$$

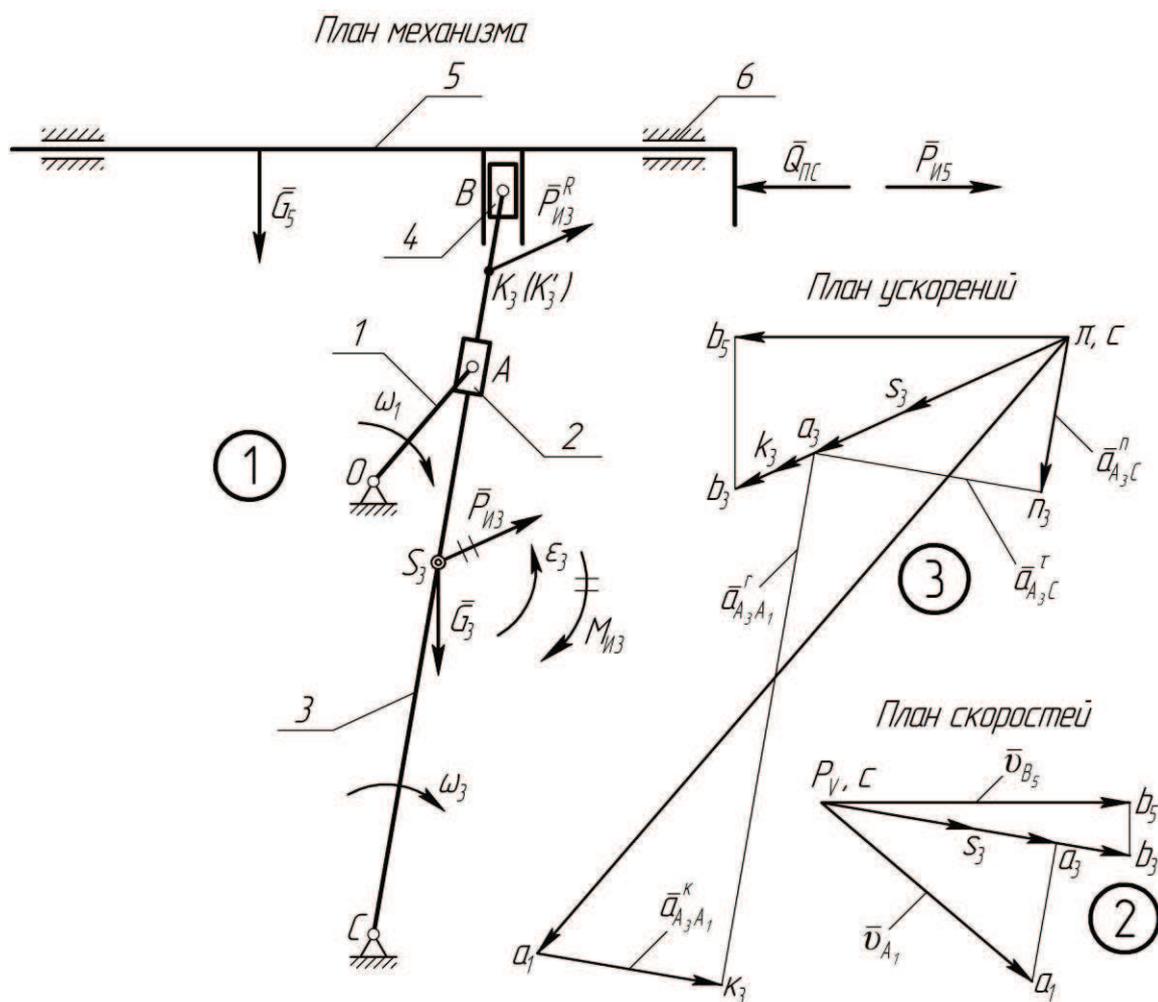


Рисунок 2.1 – Кинематическая схема механизма (1); план скоростей (2); план ускорений (3)

Следовательно, чтобы в этом случае привести силу  $\bar{P}_{И3}$  и момент  $M_{И3}$  к результирующей  $\bar{P}_{И3}^R$ , необходимо приложить силу  $\bar{P}_{И3} = \bar{P}_{И3}^R$ , сохраняя ее величину и направление, в центре качания звена (точке  $K_3$ ).

3. Сложное движение. При сложном (плоскопараллельном) движении звена 2 (рисунок 2.2) силы инерции могут быть представлены главным вектором  $\bar{P}_{И2}$  и главным моментом  $M_{И2}$  сил инерции.

Однако, в этом случае, для удобства проведения кинетостатического исследования сила инерции и момент сил инерции могут быть заменены результирующей силой инерции, линия действия которой проходит через полюс инерции (точку  $T_2$ ). Иногда точку  $T_2$  называют обобщенным центром качания.

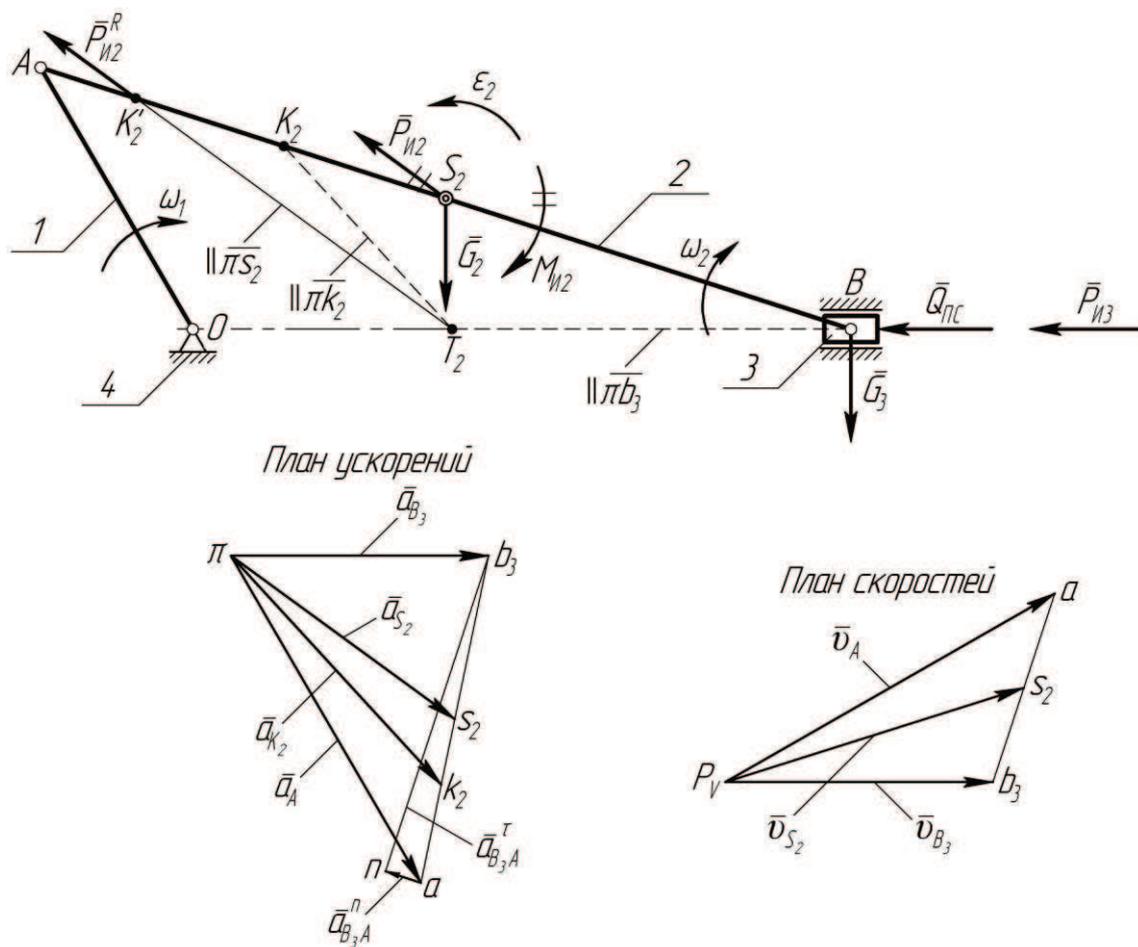


Рисунок 2.2 – К вопросу о сложном (плоскопараллельном) движении звена 2

Положение полюса инерции  $T_2$  можно определить, если рассматривать сложное движение звена 2 как переносное поступательное с ускорением какой-либо точки (при условии, что она не является центром масс звена) и относительное вращательное вокруг этой точки.

В качестве примера определим положение точки  $T_2$  звена 2 кривошипно-ползунного механизма (рисунок 2.2).

Звено 2 совершает плоскопараллельное движение. Ускорения точек  $A$  и  $B$  заданы планом ускорений. Ускорение центра масс (точки  $S_2$ ) равно:

$$a_{S_2} = \mu_a(\overline{\pi s_2}).$$

Сила инерции  $\bar{P}_{И2}^e$  в переносном поступательном движении звена 2 проходит через точку замещения  $B$  (число точек замещения две  $B$  и  $K_2$ , соответствующие в них замещающие массы  $m_B$  и  $m_{K_2}$ ) и направлена противоположно вектору ускорения  $\bar{a}_{B_3}$  [вектор  $(\overline{\pi b_3})$  на плане ускорений].

Тогда положение точки качания  $K_2$  звена 2 определится уравнением:

$$l_{BK_2} = l_{BS_2} + \frac{J_{S_2}}{m_2 l_{BS_2}}.$$

Далее через точки  $B$  и  $K_2$  проводим линии, параллельные векторам ускорений этих точек  $\bar{a}_{B_3}$  и  $\bar{a}_{K_2}$  [векторы  $(\overline{\pi b_3})$  и  $(\overline{\pi k_2})$  на плане ускорений], на пересечении которых получим точку  $T_2$ . Через точку  $T_2$  параллельно вектору  $\bar{a}_{S_2}$  [вектор  $(\overline{\pi s_2})$  на плане ускорений] проводим линию до пересечения с прямой, проходящей через оси шарниров  $A$  и  $B$ , тем самым определяя точку  $K'_2$  приложения результирующей силы инерции  $\bar{P}_{И2}^R$ , направленной противоположно вектору  $\bar{a}_{S_2}$  и равной по величине:

$$P_{И2}^R = m_2 a_{S_2}.$$

Представленный способ замены массы звена эквивалентной системой сосредоточенных масс применим для определения линии действия результирующей силы инерции  $\bar{P}_{И2}^R$  построением полюса инерции (точка  $T_2$ ) – пересечение линий действия сил  $\bar{P}_{ИВ}$  и  $\bar{P}_{ИК_2}$ . Заметим, что для определения

положения точки  $T_2$  нет надобности вычислять силы инерции  $\bar{P}_{IB}$  и  $\bar{P}_{IK_2}$ , достаточно через точки  $B$  и  $K_2$  провести направления  $\bar{a}_{B_3}$  и  $\bar{a}_{K_2}$ , а в точке их пересечения приложить силу  $\bar{P}_{I2}^R = -m_2 \bar{a}_{S_2}$ , направленную противоположно вектору ускорения  $\bar{a}_{S_2}$ .

### 2.3 Определение реакций в кинематических парах

При работе механизма в результате действия всех приложенных к его звеньям сил в кинематических парах возникают силы реакции связей, или давления. Для определения реакций в кинематических парах применяется метод планов сил. Расчет ведется в предположении, что трение в кинематических парах отсутствует и все силы, действующие на звенья механизма, расположены только в одной плоскости.

При отсутствии сил трения сила, возникающая между двумя звеньями, всегда направлена по нормали к поверхности их касания. В поступательной паре все элементарные силы взаимодействия и их равнодействующая будут расположены перпендикулярно направляющей поступательной пары.

Определение реакций в кинематических парах с применением при этом метода сил рассмотрено на примере кривошипно-кулисного механизма (рисунки 2.3, 2.4, 2.5), включающего двухповодковую группу 3-его вида с одной внутренней поступательной кинематической парой (звенья 2 и 3) и начальный механизм – механизм 1-го класса (звенья 1 и 4).

Пусть звено  $AB$  нагружено силой тяжести  $\bar{G}_2$ , линия действия, величина и точка приложения которой известны. Покажем инерционную нагрузку. Массами звеньев 1 и 4 в виду их малости пренебрегаем. Так как звено 2 совершает плоскопараллельное движение, то возникают сила

инерции  $\bar{P}_{И2}$ , приложенная в центре масс (точке  $S_2$ ) и момент сил инерции  $M_{И2}$ . Силу  $\bar{P}_{И2}$  направляем противоположно вектору ускорения  $\bar{a}_{S_2}$  [вектору ( $\overline{\pi s_2}$ ) на плане ускорений], а момент  $M_{И2}$  – противоположно направлению углового ускорения  $\varepsilon_2$  звена 2.

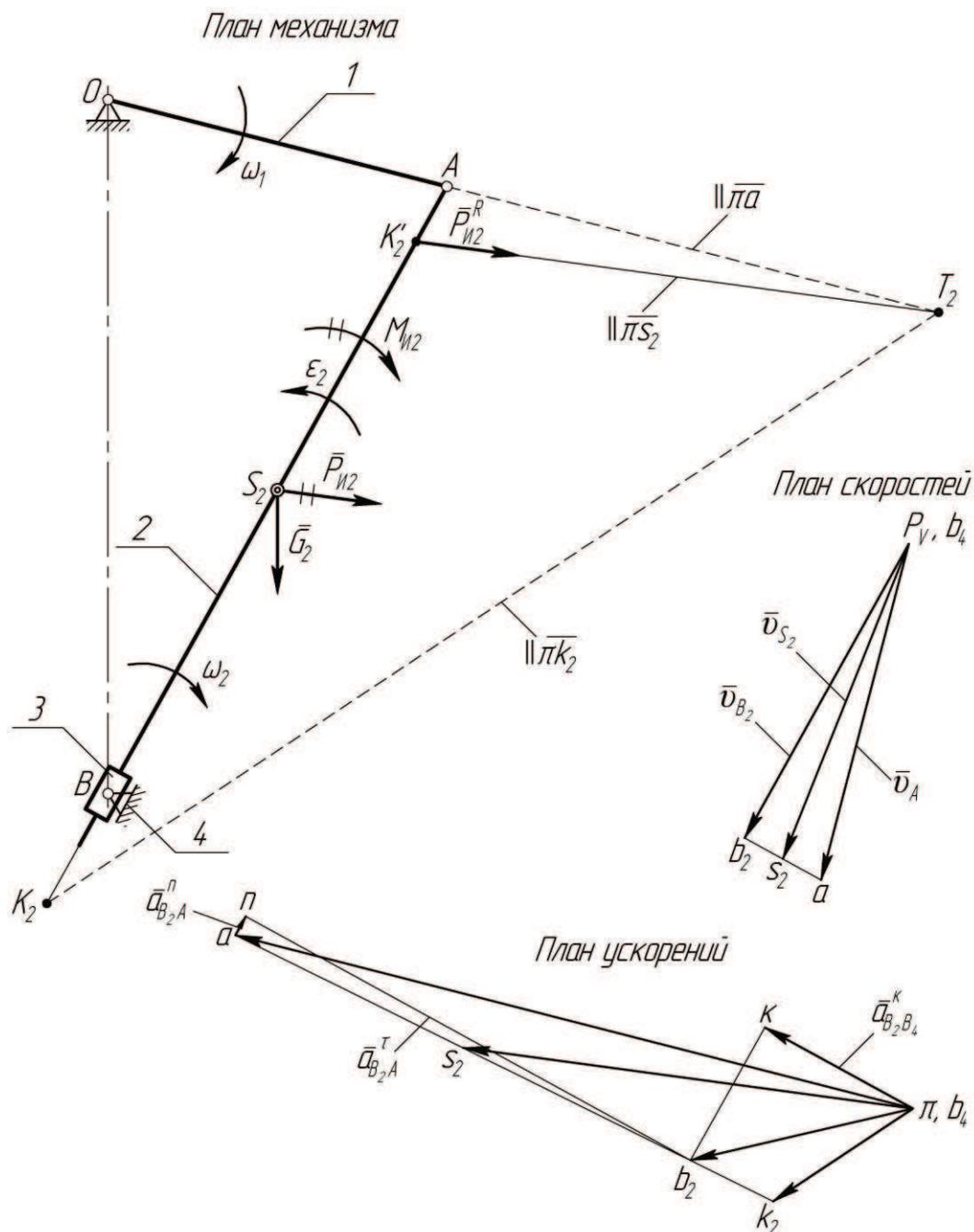


Рисунок 2.3 – Пример размещения массы  $m_2$  звена 2 на две точки  $A$  и  $K_2$

Приводим силу  $\bar{P}_{И2}$  и момент  $M_{И2}$  к результирующей  $\bar{P}_{И2}^R$ , линия действия которой проходит через полюс инерции (точку  $T_2$ ).

За замещающие точки возьмем  $A$  и  $K_2$ . Тогда положение точки  $K_2$  (расстояние  $l_{AK_2}$ ) определится уравнением:

$$l_{AK_2} = l_{AS_2} + \frac{J_{S_2}}{m_2 l_{AS_2}}.$$

Далее через точки  $A$  и  $K_2$  проводим линии, параллельные векторам ускорений этих точек  $\bar{a}_A$  и  $\bar{a}_{K_2}$  [векторы  $(\overline{\pi a})$  и  $(\overline{\pi k_2})$  на плане ускорений], на пересечении которых получим точку  $T_2$ . Через точку  $T_2$  параллельно вектору  $\bar{a}_{S_2}$  [вектор  $(\overline{\pi s_2})$  на плане ускорений] проводим линию до пересечения с осью  $AB$ , тем самым определяя точку  $K'_2$  приложения результирующей силы инерции  $\bar{P}_{И2}^R$ , направленной противоположно вектору  $\bar{a}_{S_2}$  и равной по величине:

$$P_{И2}^R = m_2 a_{S_2}.$$

При выделении из ведомой части механизма группы или отдельно звена (именно в таком виде и в том же масштабе, в каком они встречается на механизме) необходимо действие отсоединенной части механизма заменить реакциями, приложенными к соответствующим элементам кинематических пар выделенной группы.

Условимся силу, действующую на звено  $i$  со стороны звена  $j$ , обозначать  $\bar{R}_{ji}$ . Для нашего примера требуется найти силы взаимодействия звеньев между собой, т.е. реакцию  $\bar{R}_{41} = -\bar{R}_{14}$  в шарнире  $O$ , давления отсоединенных звеньев 2 и 3 в шарнирах  $A$  и  $B$ :  $\bar{R}_{12} = -\bar{R}_{21}$ ,  $\bar{R}_{43} = -\bar{R}_{34}$ .

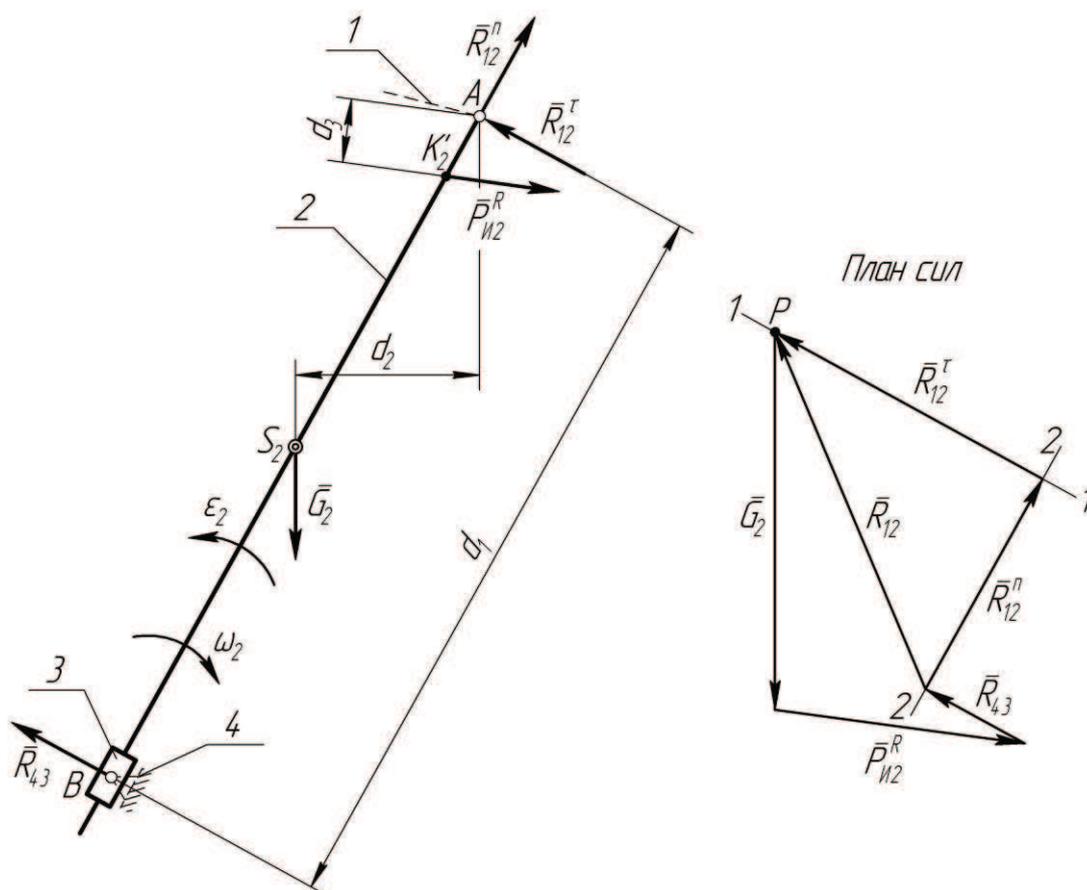


Рисунок 2.4 – Кинетостатика группы Ассур II класса, 2 порядка, 3 вида

Выделяем группу Ассур II класса, 2 порядка, 3 вида (звенья 2 и 3). Реакцию  $\bar{R}_{12}$  раскладываем на составляющие  $\bar{R}_{12}^n$  (линия действия которой совпадает с осью  $AB$ ) и  $\bar{R}_{12}^\tau$  (линия действия которой перпендикулярна оси  $AB$ ). Линия действия реакции  $\bar{R}_{43}$  перпендикулярна оси  $AB$  (рисунок 2.4).

Запишем геометрическое условие равновесия для выделенной группы:

$$\bar{R}_{12}^\tau + \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{43} + \bar{G}_2 + \bar{P}_{H2}^R = 0.$$

Реакции  $\bar{R}_{12}^\tau$ ,  $\bar{R}_{12}^n$ ,  $\bar{R}_{43}$  по величине неизвестны, а так как графически можно определить не более двух неизвестных, то необходимо составить дополнительное алгебраическое уравнение моментов. Например, для определения величины  $\bar{R}_{43}$  необходимо составить сумму моментов всех сил относительно точки  $A$ :

$$\sum M_A(\bar{P}_i) = -R_{43}d_1 + G_2d_2 + P_{И2}^R d_3 = 0.$$

Откуда

$$R_{43} = \frac{G_2d_2 + \bar{P}_{И2}^R d_3}{d_1}.$$

Для определения  $\bar{R}_{12}^r$  и  $\bar{R}_{12}^n$  строим план сил (рисунок 2.4). Для этого в произвольном масштабном коэффициенте сил  $\mu_P$  из точки  $P$  откладываем вектор  $\bar{G}_2$ , к нему добавляем геометрически вектора  $\bar{P}_{И2}^R$  и  $\bar{R}_{43}$ . Через начало вектора  $\bar{G}_2$  проводим линию 1–1, параллельную линии действия силы  $\bar{R}_{12}^r$ , через конец вектора  $\bar{R}_{43}$  проводим линию 2–2, параллельную линии действия силы  $\bar{R}_{12}^n$ . Точка пересечения линий 1–1 и 2–2 определяет конец вектора  $\bar{R}_{12}^n$  и начало вектора  $\bar{R}_{12}^r$ . Полная реакция  $\bar{R}_{12}$  определится векторной суммой:

$$\bar{R}_{12} = \bar{R}_{12}^n + \bar{R}_{12}^r.$$

Для определения давления звена 2 на звено 3 ( $\bar{R}_{23}$ ) нужно замкнуть план сил, действующих только на звено 3 ( $\bar{R}_{23} = -\bar{R}_{43}$ ).

## 2.4 Силовой анализ ведущего звена и определение уравновешивающей силы

Для выполнения условия статической определимости кинематической цепи для механизма 1-го класса (начального механизма) прикладывается в точке  $A$  пока неизвестная уравновешивающая сила  $\bar{P}_{yp}$ , линия действия которой перпендикулярна оси  $OA$  кривошипа (рисунок 2.5). Так же к точке  $A$  звена 1 прикладывается сила  $\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}$ . В шарнире  $O$  будет действовать реакция  $\bar{R}_{41}$ , линия действия которой, ввиду того, что звено 1 невесомо, параллельна оси  $OA$  кривошипа.

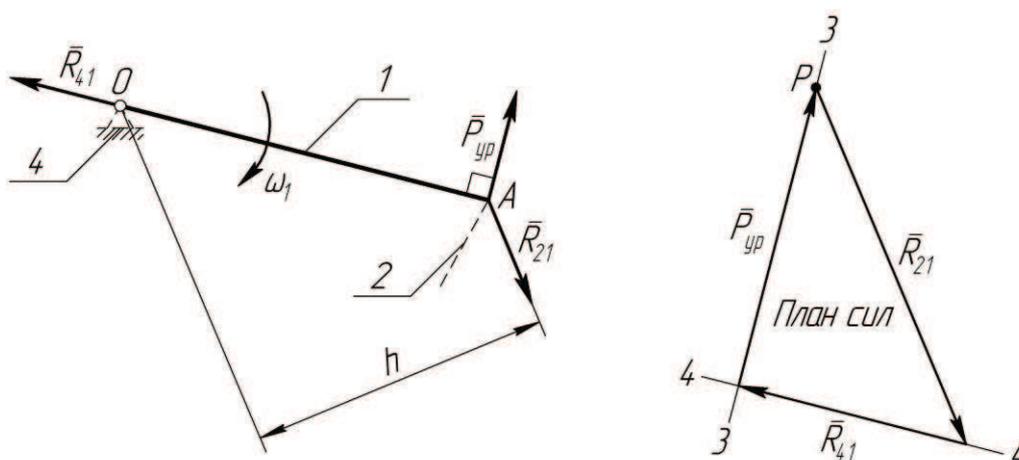


Рисунок 2.5 – Кинетостатика механизма 1-го класса

Запишем геометрическое условие равновесия звена 1:

$$\underline{\underline{\bar{R}_{21}}} + \underline{\underline{\bar{R}_{41}}} + \underline{\underline{\bar{P}_{yp}}} = 0.$$

Для определения величины уравнивающей силы составляем уравнение моментов всех сил относительно шарнира  $O$ :

$$\sum M_O(\bar{P}_i) = -R_{21}h + P_{yp}(\overline{OA}) = 0.$$

Откуда

$$P_{yp} = \frac{R_{21}h}{(\overline{OA})} [\text{Н}].$$

Уравнивающий момент  $M_{yp}$  соответственно определится:

$$M_{yp} = P_{yp}l_{OA} [\text{Н} \cdot \text{м}].$$

Задавшись масштабным коэффициентом сил  $\mu_p \left[ \frac{\text{Н}}{\text{мм}} \right]$ , строим план (многоугольник) сил и определяем величину давления  $\bar{R}_{41}$  в шарнире  $O$ . Для этого из точки  $P$  откладываем вектор  $\bar{R}_{21}$  в выбранном масштабном коэффициенте сил  $\mu_p$ . Через начало вектора  $\bar{R}_{21}$  проводим линию 3–3, параллельную линии действия силы  $\bar{P}_{yp}$ , через конец вектора  $\bar{R}_{21}$  проводим

линию 4–4, параллельную линии действия силы  $\bar{R}_{41}$ . Точка пересечения линий 3–3 и 4–4 определяет конец вектора  $\bar{R}_{41}$  и начало вектора  $\bar{P}_{yp}$ .

## 2.5 Определение уравновешивающей силы с помощью вспомогательного рычага Н.Е. Жуковского

Для механизма строится повернутый на  $90^\circ$  (в любую сторону) план скоростей (рисунок 2.6), в одноименные точки которого прикладываются все силы (силы полезного сопротивления, силы тяжести звеньев, инерционная нагрузка), действующие на звенья механизма (без масштаба), сохранив их направления. Заметим, что силы реакции связей сюда входить не будут, так как их результирующая будет равна нулю. План скоростей с приложенными силами, в том числе и уравновешивающей силой, рассматривается как жесткий рычаг, уравновешиваемый моментом силы  $\bar{P}_{yp}$ .

Уравновешивающую силу  $\bar{P}_{yp}$  прикладывают в точке, соответствующей концу кривошипа, перпендикулярную вектору скорости этой точки.

Составляется уравнение моментов всех сил относительно полюса  $P_V$  повернутого на  $90^\circ$  плана скоростей, взяв плечи сил по чертежу в мм:

$$\sum M_{P_V}(\bar{P}_i) = -P_{H2}^R h_1 + G_2 h_2 - P_{yp} \cdot (\overline{P_V a}) = 0.$$

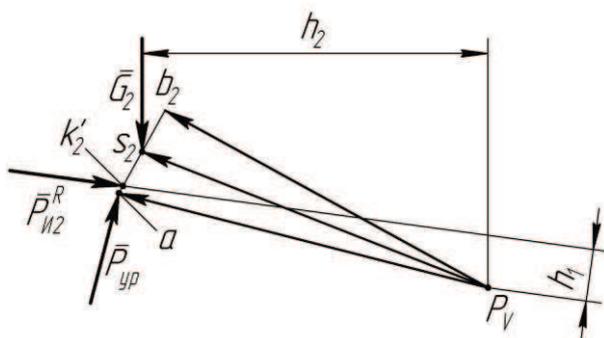


Рисунок 2.6 – Вспомогательный рычаг Н.Е. Жуковского

Подставив значения сил, их плеч, определяется неизвестная величина уравнивающей силы:

$$P_{ур} = \frac{-P_{и2}^R h_1 + G_2 h_2}{(P_V a)}.$$

Проделав расчеты уравнивающей силы по методу планов сил и с помощью вспомогательного рычага Н.Е. Жуковского, необходимо сравнить эти величины и определить погрешность, которая не должна превышать 5 %.

## 2.6 Кинестатический расчет кривошипно-кулисного механизма

Основной целью исследования является определение реакций в кинематических парах механизма и определение уравнивающей силы  $P_{ур}$ .

Реакции в кинематических парах определим методом построения планов сил. Проверочный расчет выполним с помощью вспомогательного рычага Н.Е. Жуковского.

Расчет выполним для «1» и «9» положений (рисунки 2.7 и 2.8).

Исходные данные для расчета (таблицы 1.5 и 1.6)

*Для «1» положения (рабочий ход):*

$$Q_{пс} = 1700 \text{ Н}; G_5 = 160 \text{ Н}; G_2 = 110 \text{ Н}; J_{S_2} = 0,50 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$a_{B_5} = 5,59 \text{ м/с}^2; a_{S_2} = 5,20 \text{ м/с}^2; \varepsilon_2 = 8,21 \text{ с}^{-2}.$$

*Для «9» положения (холостой ход):*

$$Q_{пс} = 0; G_5 = 160 \text{ Н}; G_2 = 110 \text{ Н}; J_{S_2} = 0,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$a_{B_5} = 15,12 \text{ м/с}^2; a_{S_2} = 6,13 \text{ м/с}^2; \varepsilon_2 = 40,52 \text{ с}^{-2}.$$

*Определение сил инерции и моментов сил инерции звеньев механизма*

*Определим силу инерции  $P_{И5}$  для звена 5.*

$$P_{И5} = m_5 \cdot a_{B_5} = \frac{G_5}{g} \cdot a_{B_5},$$

где  $m_5$  – масса звена 5, кг;

$a_{B_5}$  – ускорение точки  $B$  звена 5, м/с<sup>2</sup>;

$G_5$  – сила тяжести звена 5, Н;

$g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Для «1» положения:  $P_{И5} = \frac{160}{9,81} \cdot 5,59 = 91,17 \text{ Н.}$

Для «9» положения:  $P_{И5} = \frac{160}{9,81} \cdot 15,12 = 246,61 \text{ Н.}$

*Определим силу инерции  $P_{И2}$  и момент от силы инерции  $M_{И2}$  для звена 2.*

$$P_{И2} = m_2 \cdot a_{S_2} = \frac{G_2}{g} \cdot a_{S_2},$$

где  $m_2$  – масса звена 2, кг;

$a_{S_2}$  – ускорение точки  $S_2$  звена 2, м/с<sup>2</sup>;

$G_2$  – сила тяжести звена 2, Н;

$g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Для «1» положения:  $P_{И2} = \frac{110}{9,81} \cdot 5,2 = 58,31 \text{ Н.}$

Для «9» положения:  $P_{И2} = \frac{110}{9,81} \cdot 6,13 = 68,74 \text{ Н.}$

$$M_{И2} = J_{S_2} \cdot \varepsilon_2,$$

где  $J_{S_2}$  – момент инерции звена 2, относительно оси, проходящей через центр масс звена (точка  $S_2$ ),  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;

$\varepsilon_2$  – угловое ускорение звена 2,  $\text{с}^{-2}$ .

Для «1» положения:  $M_{И2} = 0,5 \cdot 8,21 = 4,11 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

Для «9» положения:  $M_{И2} = 0,5 \cdot 40,52 = 20,26 \text{ Н} \cdot \text{м}.$

Заменим момент от сил инерций  $M_{И2}$  парой сил  $(\bar{P}_2, \bar{P}'_2)$ .

$$P_2 = P'_2 = \frac{M_{И2}}{l_{CB}} = \frac{M_{И2}}{(\overline{CB}) \cdot \mu_1},$$

где  $l_{CB}$  – расстояние между линиями действия сил  $\bar{P}_2$  и  $\bar{P}'_2$  (длина звена  $CB$ ), м;

$(\overline{CB})$  – расстояние на чертеже в масштабе  $\mu_1$ , мм.

$$(\overline{CB}) = (\overline{CA}) + (\overline{AB}) \text{ (таблица 1.3).}$$

Для «1» положения:

$$P_2 = P'_2 = \frac{4,11}{223,5 \cdot 0,002} = \frac{4,11}{0,4468} = 9,2 \text{ Н}.$$

Для «9» положения:

$$P_2 = P'_2 = \frac{20,26}{215,4 \cdot 0,002} = \frac{20,26}{0,431} = 47,01 \text{ Н}.$$

*Кинемостатика группы Ассура II класса, II порядка, 4 вида*

$$\underline{\underline{\bar{Q}_{ПС}}} + \underline{\underline{\bar{P}_{И5}}} + \underline{\underline{\bar{G}_5}} + \underline{\underline{\bar{R}_{24}}} + \underline{\underline{\bar{R}_{65}}} = 0.$$

Для графического решения векторного уравнения выбираем масштабный коэффициент плана сил:

$$\mu_P = \frac{G_5}{(\bar{G}_5)}.$$

Для «1» положения:  $\mu_P = \frac{160}{16} = 10 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$

Для «9» положения:  $\mu_P = \frac{160}{40} = 4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$

Решая графически векторное уравнение, получим

$$R_{24} = (\bar{R}_{24}) \cdot \mu_P.$$

Для «1» положения:  $R_{24} = 190,6 \cdot 10 = 1906 \text{ Н}.$

Для «9» положения:  $R_{24} = 63,3 \cdot 4 = 253,2 \text{ Н}.$

$$R_{65} = (\bar{R}_{65}) \cdot \mu_P.$$

Для «1» положения:  $R_{65} = 49,1 \cdot 10 = 491 \text{ Н}.$

Для «9» положения:  $R_{65} = 25,9 \cdot 4 = 103,6 \text{ Н}.$

*Кинемостатика группы Ассура II класса, II порядка, 3 вида*

$$\underline{\underline{\bar{R}_{42}}} + \underline{\underline{\bar{P}_{И2}}} + \underline{\underline{\bar{G}_2}} + \underline{\underline{\bar{R}_{12}^r}} + \underline{\underline{\bar{R}_{12}^n}} + \underline{\underline{\bar{R}_{63}}} = 0.$$

$$\bar{R}_{42} = -\bar{R}_{24}.$$

Для определения неизвестной реакции  $\bar{R}_{12}^r$  составим дополнительное уравнение равновесия:

– для «1» положения

$$\sum M_C(\bar{P}_i) = 0; \quad G_2 \cdot 35,9 + P_{H2} \cdot 89,8 - R_{12}^r \cdot 145,2 + (R_{42} + P_2) \cdot 223,4 = 0;$$

$$R_{12}^r = \frac{G_2 \cdot 35,9 + P_{H2} \cdot 89,8 + (R_{42} + P_2) \cdot 223,4}{145,2};$$

$$R_{12}^r = \frac{110 \cdot 35,9 + 58,31 \cdot 89,8 + (1906 + 9,2) \cdot 223,4}{145,2};$$

$$R_{12}^r = \frac{3949 + 5236,238 + 427855,68}{145,2} = 3009,92 \text{ Н.}$$

$$\left(\bar{R}_{12}^r\right) = \frac{R_{12}^r}{\mu_P} = \frac{3009,92}{10} = 301 \text{ мм.}$$

– для «9» положения

$$\sum M_C(\bar{P}_i) = 0; \quad -G_2 \cdot 10,3 - P_{H2} \cdot 2,5 + R_{12}^r \cdot 86 - (R_{42} + P_2) \cdot 215,5 = 0;$$

$$R_{12}^r = \frac{G_2 \cdot 10,3 + P_{H2} \cdot 2,5 + (R_{42} + P_2) \cdot 215,5}{86};$$

$$R_{12}^r = \frac{110 \cdot 10,3 + 68,74 \cdot 2,5 + (253,2 + 47,01) \cdot 215,5}{86};$$

$$R_{12}^r = \frac{1133 + 171,85 + 64695,255}{86} = 767,44 \text{ Н.}$$

$$\left(\bar{R}_{12}^r\right) = \frac{R_{12}^r}{\mu_P} = \frac{767,44}{4} = 191,9 \text{ мм.}$$

Решая графически векторное уравнение, получим

$$R_{12}^n = \left(\bar{R}_{12}^n\right) \cdot \mu_P.$$

Для «1» положения:  $R_{12}^n = 7,3 \cdot 10 = 73 \text{ Н.}$

Для «9» положения:  $R_{12}^n = 44 \cdot 4 = 176 \text{ Н.}$

$$R_{63} = (\bar{R}_{63}) \cdot \mu_P.$$

Для «1» положения:  $R_{63} = 101,7 \cdot 10 = 1017 \text{ Н.}$

Для «9» положения:  $R_{63} = 121,6 \cdot 4 = 486,4 \text{ Н.}$

$$R_{12} = (\bar{R}_{12}) \cdot \mu_P.$$

Для «1» положения:  $R_{12} = 301,1 \cdot 10 = 3011 \text{ Н.}$

Для «9» положения:  $R_{12} = 196,9 \cdot 4 = 787,6 \text{ Н.}$

### *Кинестатика ведущего звена 1*

Составим векторное уравнение равновесия ведущего звена 1.

$$\bar{R}_{21} + \bar{P}_{yp} + \bar{R}_{61} = 0.$$

$$\bar{R}_{21} = -\bar{R}_{12}.$$

Решая графически векторное уравнение, получим

$$P_{yp} = (\bar{P}_{yp}) \cdot \mu_P.$$

Для «1» положения:  $P_{yp} = 144,8 \cdot 10 = 1448 \text{ Н.}$

Для «9» положения:  $P_{yp} = 130,6 \cdot 4 = 522,4 \text{ Н.}$

$$R_{61} = (\bar{R}_{61}) \cdot \mu_P.$$

Для «1» положения:  $R_{61} = 264 \cdot 10 = 2640 \text{ Н.}$

Для «9» положения:  $R_{61} = 147,3 \cdot 4 = 589,2 \text{ Н.}$

Схема механизма  $\mu_l = 0,002 \frac{\text{М}}{\text{мм}}$   
 (положение "1" – рабочий ход)

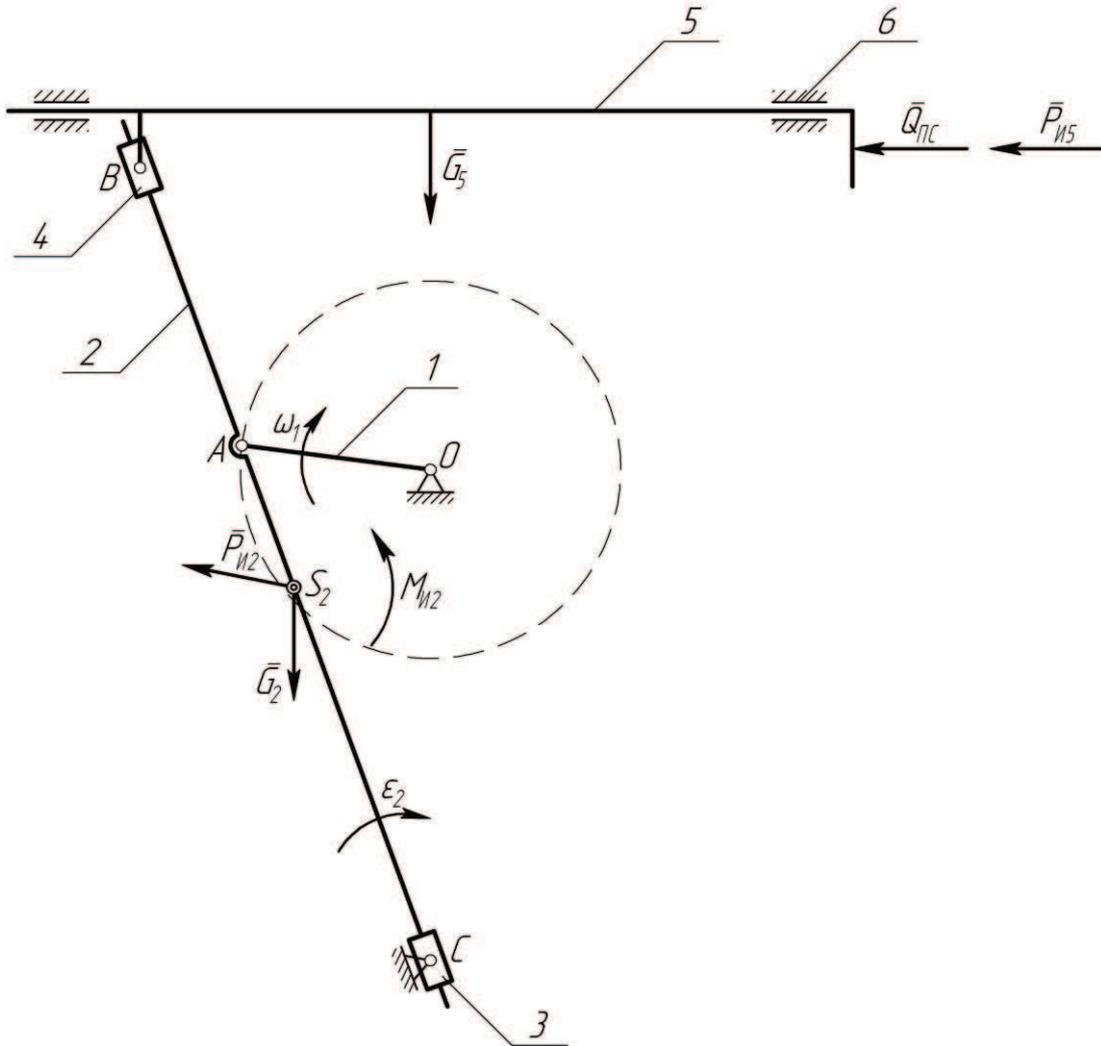
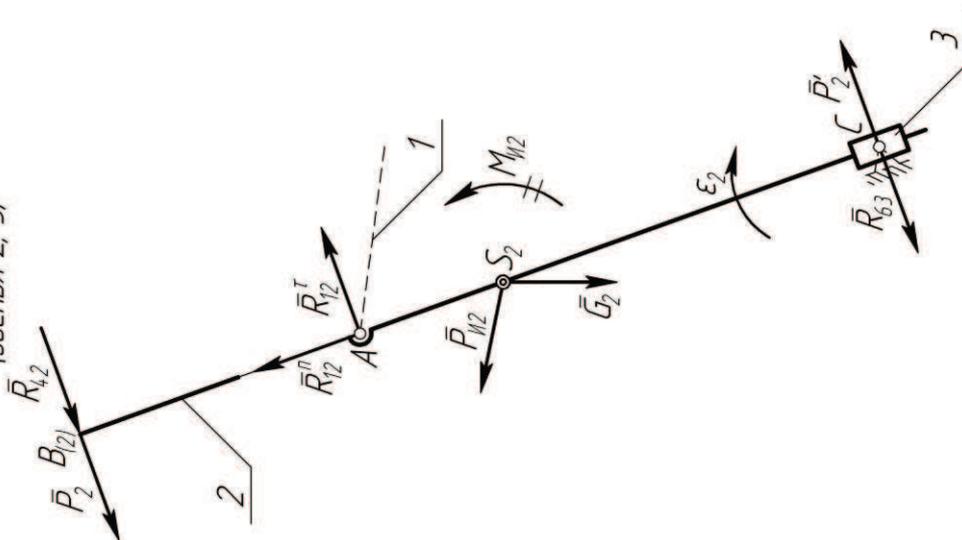


Рисунок 2.7 а – Кинетостатика кривошипно-кулисного механизма  
 (положение «1» – рабочий ход)

Примечание к рисункам 2.7 а, б, в: размеры уменьшены в 2 раза.

Кинемостатика группы Ассура II класса, II порядка, 3-го вида (звенья 2, 3)



Кинемостатика группы Ассура II класса, II порядка, 4-го вида (звенья 4, 5)

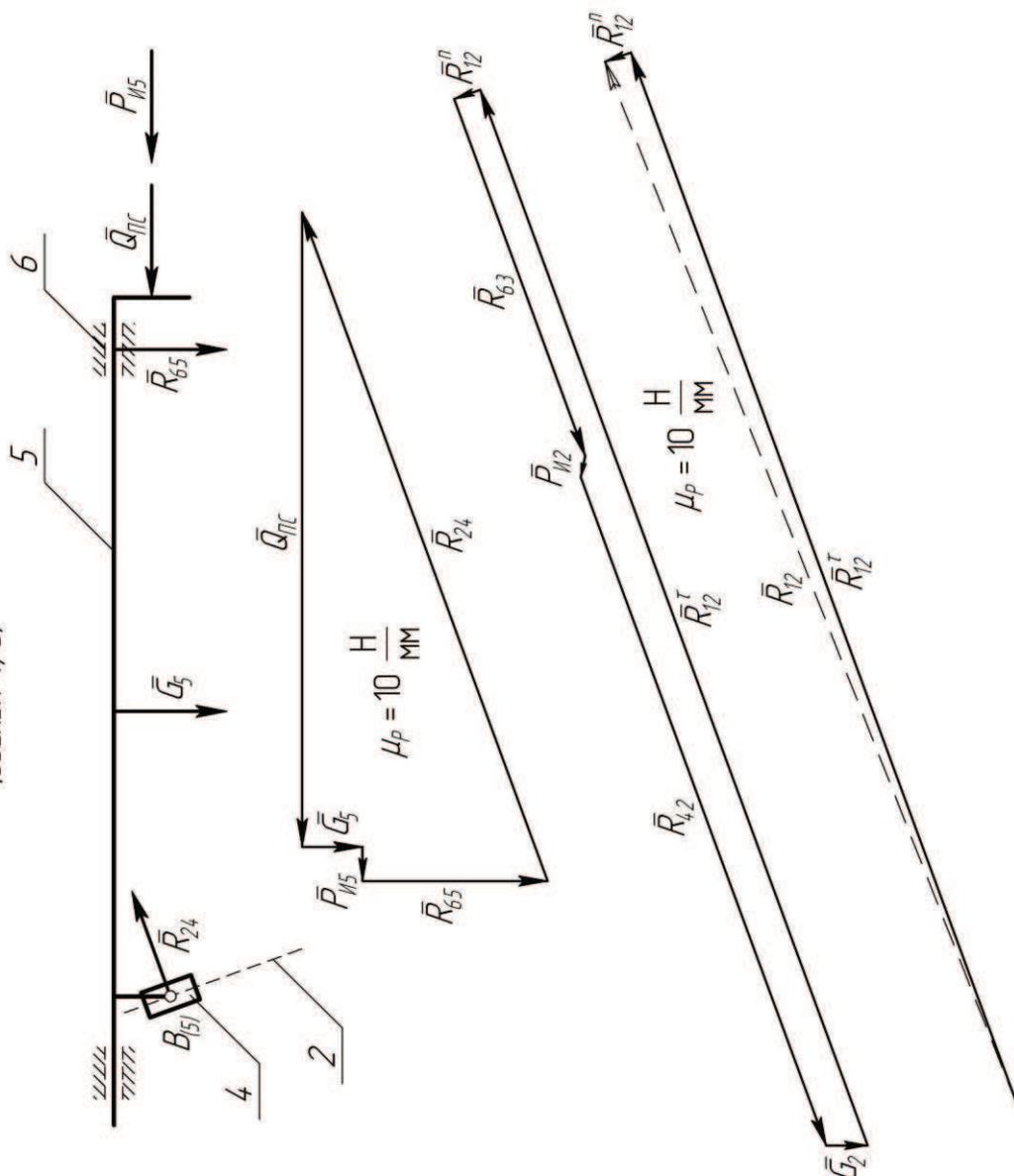


Рисунок 2.7 б – Кинемостатика кривошипно-кулисного механизма (положение «1» – рабочий ход)



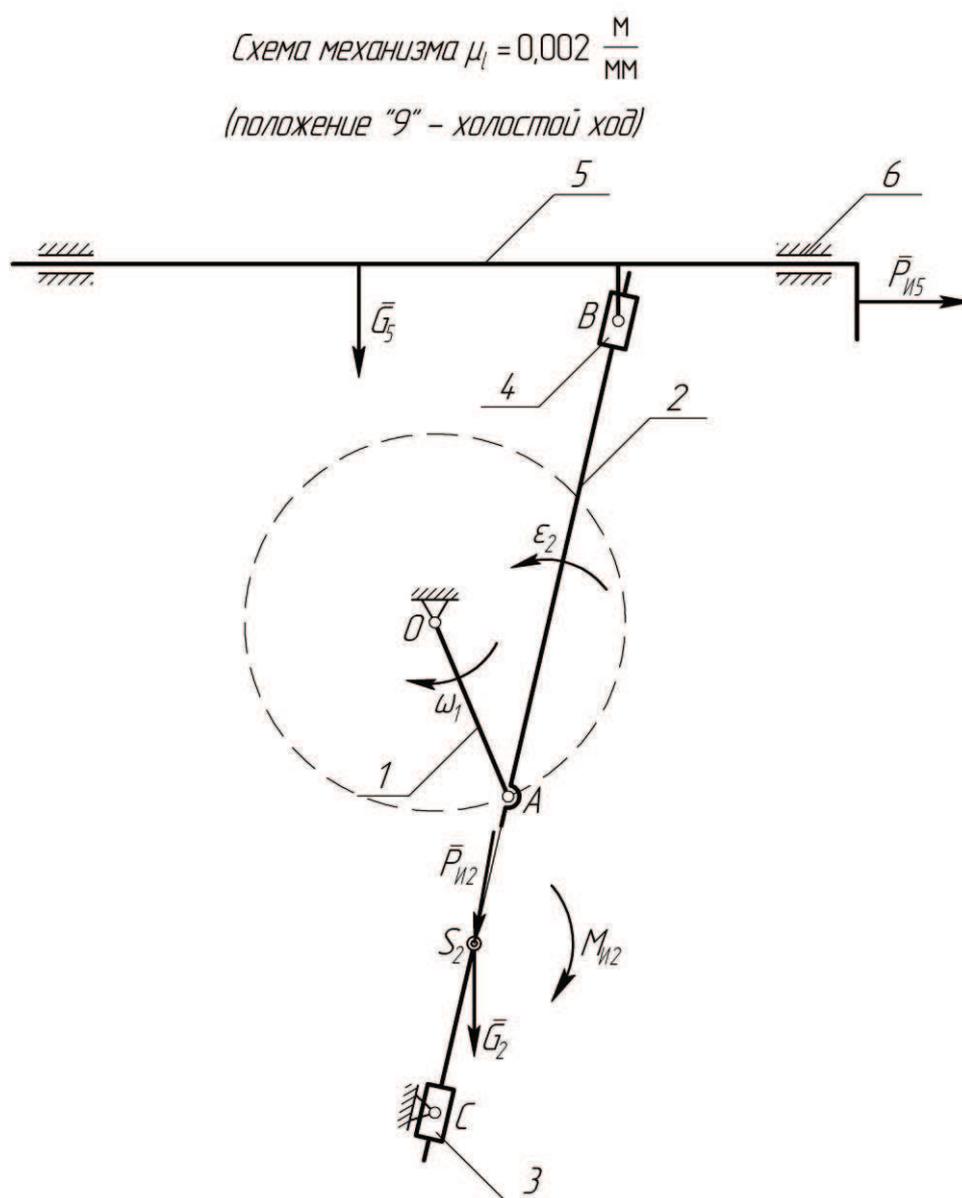
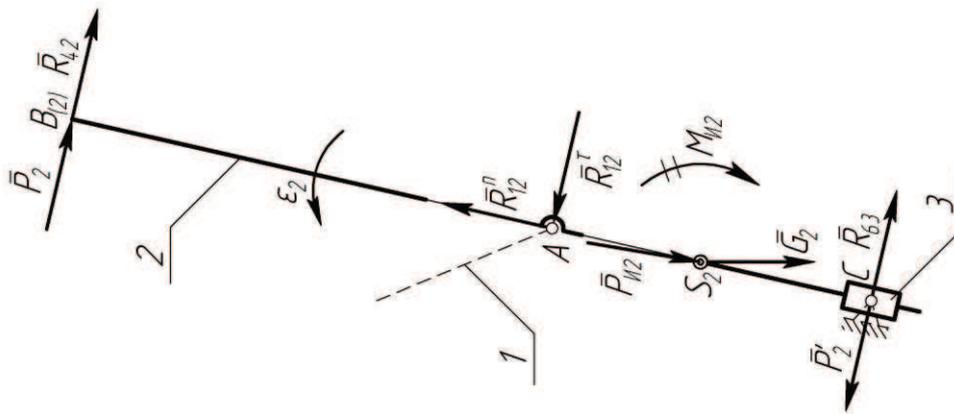


Рисунок 2.8 а – Кинетостатика кривошипно-кулисного механизма  
(положение «9» – холостой ход)

Примечание к рисункам 2.8 а, б, в: размеры уменьшены в 2 раза.

Кинемостатика группы Ассура II класса II порядка 3-го вида (звенья 2, 3)



Кинемостатика группы Ассура II класса II порядка 4-го вида (звенья 4, 5)

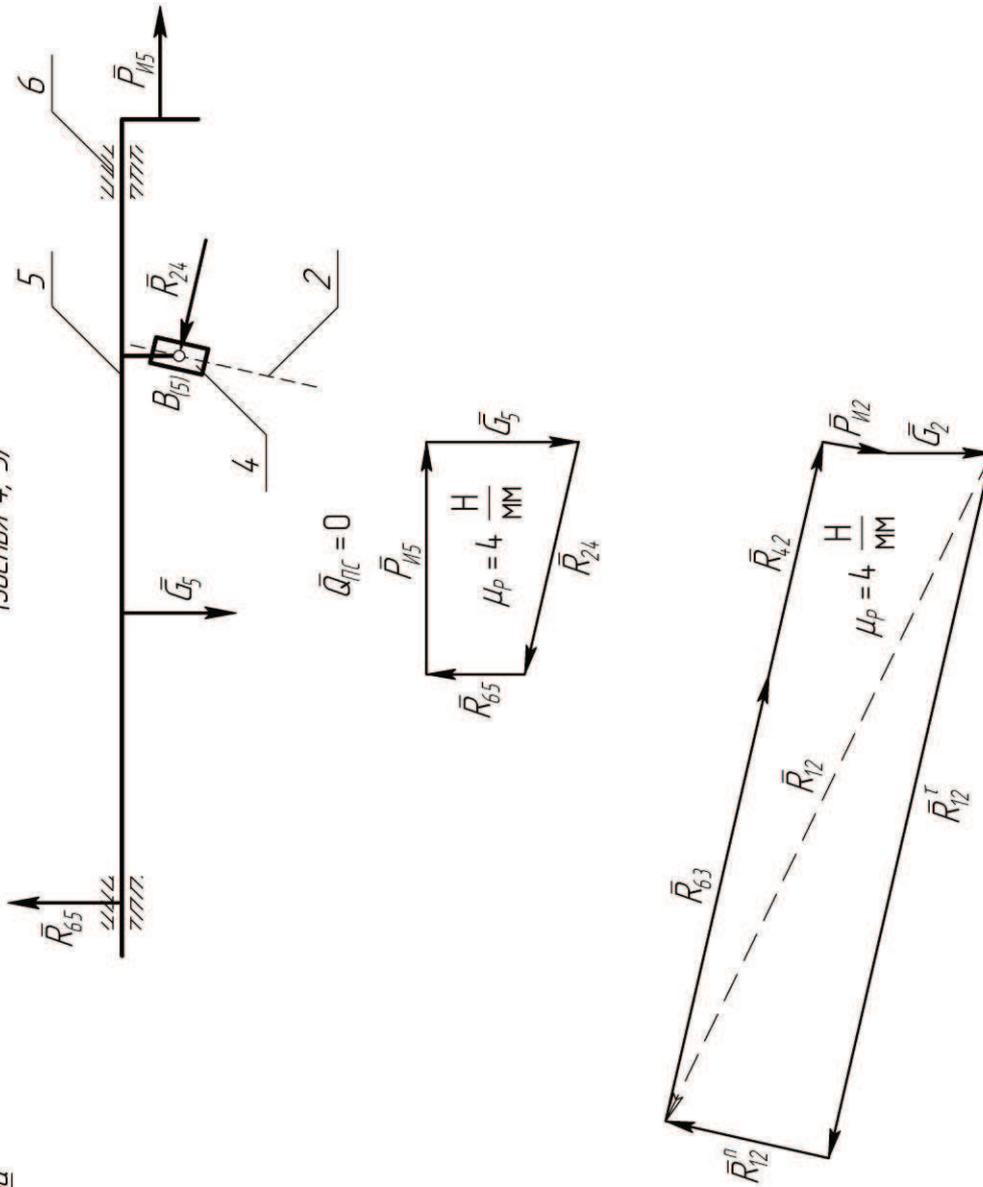


Рисунок 2.8 б – Кинемостатика кривошипно-кулисного механизма (положение «9» – холостой ход)

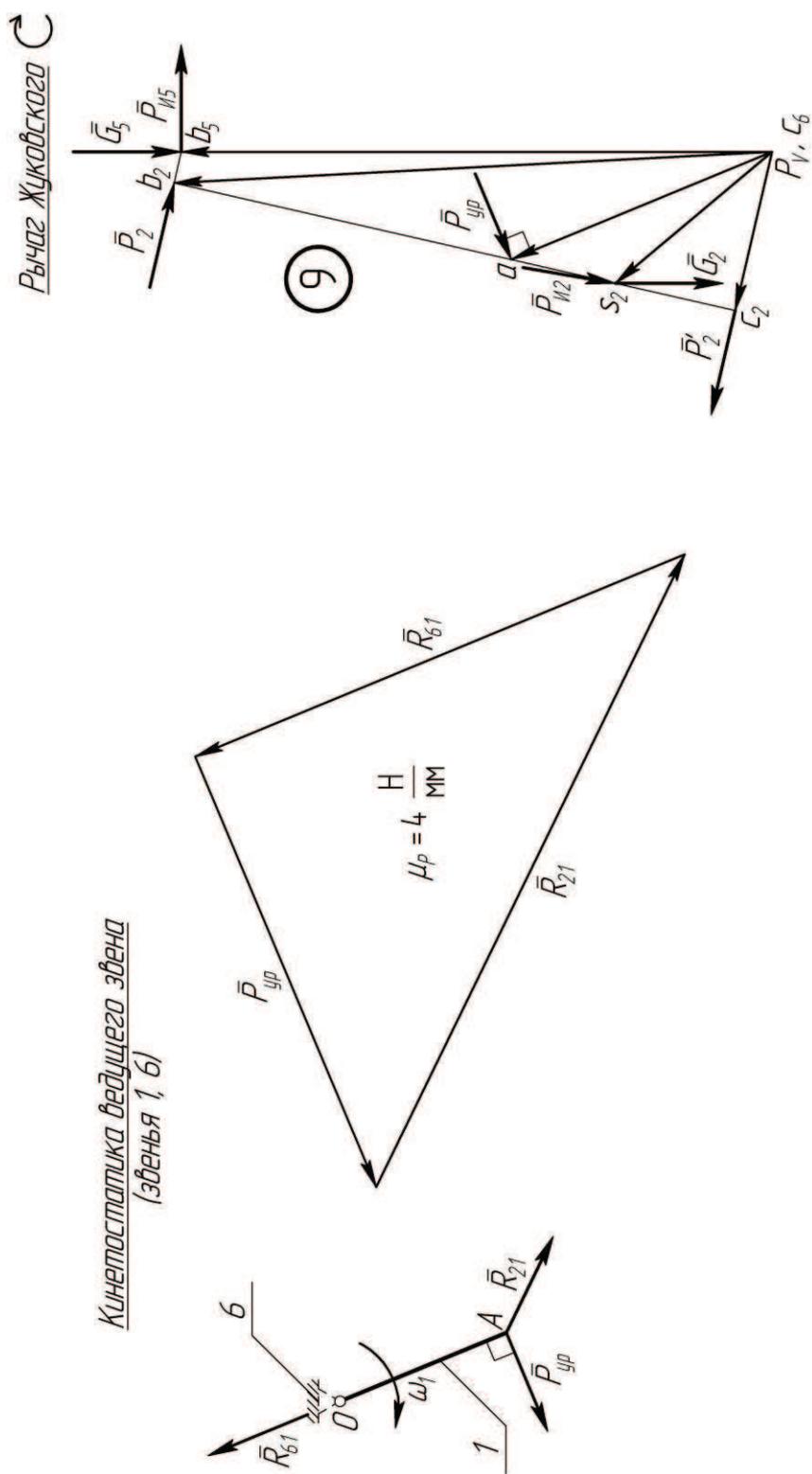


Рисунок 2.8 в – Кинестатика кривошипно-кулисного механизма (положение «9» – холостой ход)

Определение уравнивающей силы  $P_{yp}$

с помощью вспомогательного рычага Н.Е. Жуковского

Строим повернутые на  $90^\circ$  ( $\cup$ ) планы скоростей для «1» и «9» положений. В одноименные точки планов прикладываем все активные силы, силы инерции и уравнивающие силы  $P'_{yp}$ . Составим уравнения моментов этих сил относительно полюсов планов скоростей (точек  $P_V$ ).

Для «1» положения:

$$\sum M_{P_V}(\bar{P}_i) = 0; -G_2 \cdot 74,5 + P_{и2} \cdot 14 + P'_{yp} \cdot 78,5 - (P_{и5} + Q_{ПС}) \cdot 59,1 - P_2 \cdot 55,6 = 0;$$

$$P'_{yp} = \frac{G_2 \cdot 74,5 - P_{и2} \cdot 14 + (P_{и5} + Q_{ПС}) \cdot 59,1 + P_2 \cdot 55,6}{78,5};$$

$$P'_{yp} = \frac{110 \cdot 74,5 - 58,31 \cdot 14 + (97,17 + 1700) \cdot 59,1 + 9,2 \cdot 55,6}{78,5} = 1453,54 \text{ Н.}$$

Для «9» положения:

$$\sum M_{P_V}(\bar{P}_i) = 0; G_2 \cdot 36,8 + P_{и2} \cdot 43,7 + P'_{yp} \cdot 78,5 - P_{и5} \cdot 164,1 - P_2 \cdot 160 = 0;$$

$$P'_{yp} = \frac{-G_2 \cdot 36,8 - P_{и2} \cdot 43,7 + P_{и5} \cdot 164,1 + P_2 \cdot 160}{78,5};$$

$$P'_{yp} = \frac{-110 \cdot 36,8 - 68,74 \cdot 43,7 + 246,61 \cdot 164,1 + 47,01 \cdot 160}{78,5} = 521,51 \text{ Н.}$$

Определим расхождение между  $P_{yp}$  и  $P'_{yp}$ .

Для «1» положения:

$$\Delta = \frac{P'_{yp} - P_{yp}}{P'_{yp}} \cdot 100 \text{ \%}.$$

$$\Delta = \frac{1453,54 - 1448}{1453,54} \cdot 100 \text{ \%} = 0,38 \text{ \%}.$$

Для «9» положения:

$$\Delta = \frac{P_{yp} - P'_{yp}}{P_{yp}} \cdot 100 \text{ \%}.$$

$$\Delta = \frac{522,4 - 521,51}{522,4} \cdot 100 \text{ \%} = 0,17 \text{ \%}.$$

## ЛИСТ 3

**3 Определение момента инерции маховика механизма  
и его геометрических размеров**

В общем случае при установившемся режиме работы машины угловая скорость ведущего (входного) звена  $OA$ , хотя и остается в среднем постоянной, но внутри цикла изменяется, проходя через максимальное  $\omega_{\max}$  и минимальное  $\omega_{\min}$  значения. Неравномерность вращения оценивается коэффициентом неравномерности  $\delta$ :

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{cp}},$$

где  $\omega_{cp}$  – средняя за цикл угловая скорость ведущего входного звена,  $\text{с}^{-1}$ .

Чем меньше  $\delta$ , тем равномернее вращается ведущее звено. Так как  $\delta$  – величина весьма малая, то это позволяет определять  $\omega_{cp}$  равным полусумме максимального и минимального значений:

$$\omega_{cp} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}.$$

Для каждого вида машин имеется своя допустимая величина  $\delta$ , выработанная практикой, – так для двигателей внутреннего сгорания это 0,0125...0,0060, для насосов – 0,20...0,03, для сельскохозяйственных машин – 0,10...0,02.

Наилучшие условия работы всех машин – абсолютно равномерное вращение их главного вала (ведущего звена), т.е. при  $\delta = 0$ . Колебания скорости нежелательны по многим причинам, поэтому их стремятся сократить до допустимой величины. Иными словами допустимую величину коэффициента неравномерности  $\delta$  надо сделать приемлемо малой. Это достигается путем постановки на главном валу машины добавочной массы, называемой маховиком. Необходимый момент инерции маховика, обеспе-

чивающий вращение главного вала машины с заданным коэффициентом неравномерности, можно определить по формуле:

$$J_{\text{маховика}} = \frac{\mu_T(\overline{kl})}{\delta\omega_{cp}^2}.$$

Приведенный момент инерции махового колеса может быть определен по величине отрезка  $(\overline{kl})$  на оси ординат  $O\Delta T$  диаграммы энергомасс  $\Delta T = f(J_{II})$  (см. рисунок 3.6 б).

Маховик, накапливая на своем ободе (бандажном кольце) кинетическую энергию в моменты, когда работа движущих сил оказывается больше работы сил сопротивлений и возвращая ее машине, когда работа сил сопротивлений превышает работу движущих сил, содействует повышению плавности хода машины.

Так как параметры  $\omega_{cp}$  и  $\delta$  заданы, то задача определения момента инерции маховика сводится к определению выражения  $\mu_T \cdot (\overline{kl})$ . Это можно сделать различными методами: Мерцалова, Виттербауэра и др. Мы рассмотрим метод Виттербауэра. Но для того, чтобы использовать любой из методов, нужно вначале научиться многозвенный механизм машинного агрегата, нагруженный силами и моментами, приложенными к различным его звеньям, заменять динамической моделью – одним звеном, нагруженным либо одной силой, либо одним моментом, имеющим такую массу, которая заменит массы всех звеньев. Такой процесс носит название приведения сил и масс.

### 3.1 Приведение сил и моментов

Приведение сил, т.е. замена всех сил и моментов, действующих на звенья механизма, одной силой  $\bar{P}_H$  или одним моментом  $M_H$  основано на условии эквивалентности мгновенных мощностей:

$$N_H = \sum_{i=1}^n N_i.$$

В этом уравнении  $N_H$  – мощность, развиваемая приведенной силой или приведенным моментом, и  $\sum_{i=1}^n N_i$  – мощности, развиваемые силами и моментами, приложенными к  $i$ -му звену и подлежащими приведению.

Мощность  $N_H$  может быть представлена в виде:

$$N_H = P_H v_A = M_H \omega_1,$$

где  $P_H$  – величина силы, приведенной к точке  $A$  звена приведения (рисунок 3.1), могущей быть в частном случае или приведенной движущей силой  $P_D$  или приведенной силой сопротивления  $P_C$ , Н;

$v_A$  – скорость точки  $A$  приведения, м/с;

$M_H$  – приведенный момент, Н·м;

$\omega_1$  – угловая скорость звена приведения, с<sup>-1</sup>.

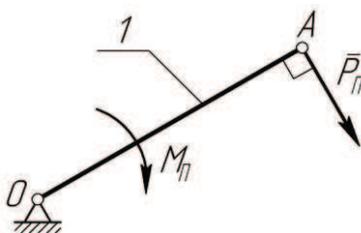


Рисунок 3.1 – К вопросу определения приведенных силы  $P_H$  и момента  $M_H$

Тогда величины приведенной силы  $P_{II}$  и приведенного момента  $M_{II}$  могут быть представлены в следующем виде:

$$P_{II} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{v_A};$$

$$M_{II} = \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{\omega_1}.$$

Сумма  $\sum_{i=1}^n N_i$  в развернутом виде может быть представлена так:

$$\sum_{i=1}^n N_i = \sum_{i=1}^n P_i v_i \cos \alpha_i + \sum_{i=1}^n M_i \omega_i,$$

где  $P_i$  – сила, приложенная к  $i$ -му звену, Н;

$v_i$  – скорость точки приложения силы  $P_i$ , м/с;

$\alpha_i$  – угол между векторами  $\bar{P}_i$  и  $\bar{v}_i$ , град. ( $\alpha_i = (\bar{P}_i, \bar{v}_i)$ );

$M_i$  – момент, приложенный к  $i$ -му звену, Н·м;

$\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -го звена, к которому приложен момент  $M_i$ , с<sup>-1</sup>.

Подставляя выражение для  $\sum_{i=1}^n N_i$ , получим:

$$P_{II} = \sum_{i=1}^n \frac{P_i v_i \cos(\bar{P}_i, \bar{v}_i)}{v_A} + \sum_{i=1}^n \frac{M_i \omega_i}{v_A};$$

$$M_{II} = \sum_{i=1}^n \frac{P_i v_i \cos(\bar{P}_i, \bar{v}_i)}{\omega_1} + \sum_{i=1}^n \frac{M_i \omega_i}{\omega_1},$$

где  $\omega_1$  – угловая скорость ведущего (входного) звена, с<sup>-1</sup>.

Пример. Дан механизм компрессора (рисунок 3.2). Известно: угловая скорость кривошипа  $\omega_1 = 50 \text{ с}^{-1}$ ; длина кривошипа  $l_{OA} = 0,08 \text{ м}$ ; длина шатуна  $l_{AB} = 0,174 \text{ м}$ ; сила давления газов на поршень  $P_\Gamma = 2000 \text{ Н}$ ; угол  $\alpha = 45^\circ$ . Определить приведенный к валу  $O$  звена  $OA$  приведенный момент  $M_\Pi$  от силы  $\bar{P}_\Gamma$ .

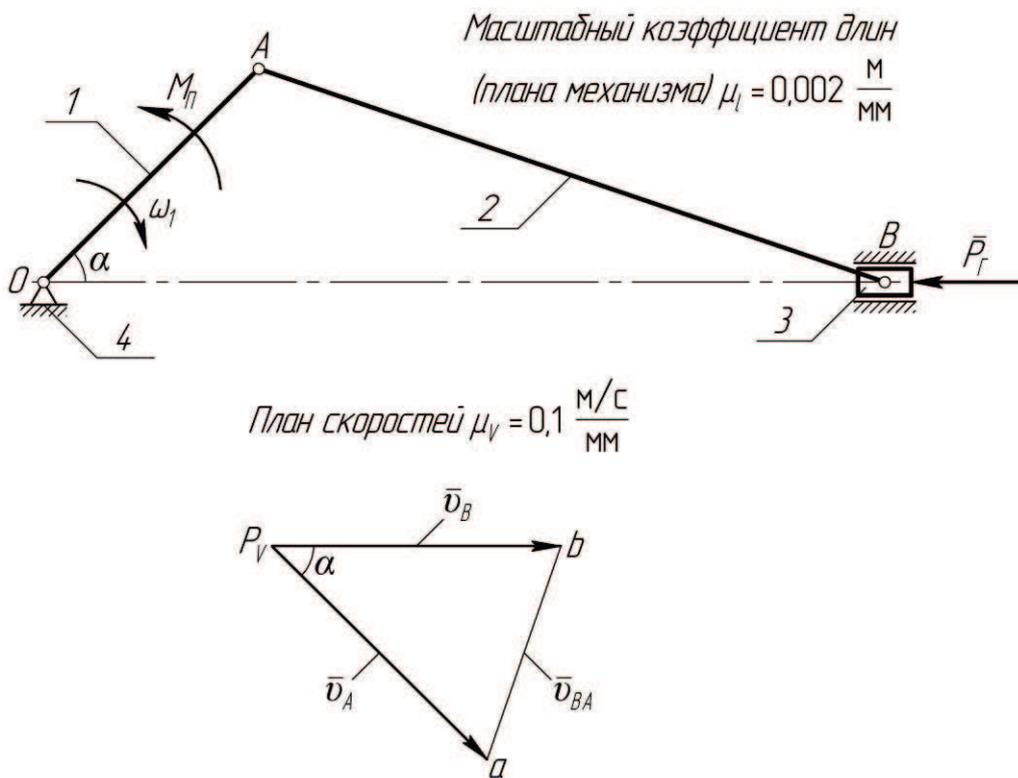


Рисунок 3.2 – Механизм компрессора

Решение. Записываем формулу применительно к примеру:

$$M_\Pi = \frac{P_\Gamma v_B \cos 180^\circ}{\omega_1}.$$

Для определения скорости  $v_B$  строим план скоростей по уравнению:

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}.$$

В этом уравнении все векторы известны по направлению:  $\bar{v}_B \parallel (x - x)$ ;  $\bar{v}_A \perp OA$ ;  $\bar{v}_{BA} \perp AB$ . Вектор  $\bar{v}_A$  известен по величине:

$$v_A = \omega_1 l_{OA} = 50 \cdot 0,08 = 4,0 \text{ м/с}.$$

Масштабный коэффициент плана скоростей

$$\mu_V = \frac{v_A}{(\overline{P_V a})} = \frac{4,0}{40} = 0,1 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Из плана скоростей находим  $v_B = (\overline{P_V b}) \cdot \mu_V = 0,1 \cdot 38 = 3,8 \text{ м/с}.$

$$M_{II} = \frac{2000 \cdot 3,8 \cdot (-1)}{50} = -152 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

### 3.2 Приведение масс и моментов инерции

Этот метод позволяет заменить массы и моменты инерции звеньев механизма моментом инерции одного условного звена динамической модели, который называется приведенным моментом инерции  $J_{II}$ . Величина  $J_{II}$  определяется из условия равенства кинетической энергии модели  $T_{II}$  и кинетической энергии механизма  $T_M$ , т.е.  $T_{II} = T_M$ . В свою очередь:

$$T_{II} = \frac{J_{II} \omega_1^2}{2}.$$

Откуда

$$J_{II} = \frac{2T_{II}}{\omega_1^2}.$$

Так как угловая скорость  $\omega_1$  ведущего звена всегда задана, то для определения  $J_{II}$  необходимо сначала найти кинетическую энергию механизма, которая, как известно, складывается из кинетических энергий всех его подвижных звеньев, совершающих как поступательное, так и вращательное движения.

Пример. Дан кулисный механизм строгального станка. Известно что угловая скорость кривошипа  $\omega_1 = 3 \text{ с}^{-1}$ ; длины звеньев  $l_{OA} = 0,20 \text{ м}$ ,  $l_{CD} = 1,20 \text{ м}$ ,  $l_{BD} = 0,40 \text{ м}$ ,  $l_{CS_3} = 0,5l_{CD}$ ,  $a = 0,70 \text{ м}$ ,  $b = 0,60 \text{ м}$ ; массы звеньев  $m_3 = 15 \text{ кг}$ ,  $m_5 = 40 \text{ кг}$ ; момент инерции  $J_{S_3} = 1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

Определить приведенный момент инерции  $J_{II}$ .

Решение. Построим механизм строгального станка в выбранном масштабе (рисунки 3.3 а, б) в 12-ти положениях. Для этого определим масштабный коэффициент длин:

$$\mu_l = \frac{l_{OA}}{(OA)} = \frac{0,2}{20} = 0,01 \frac{\text{м}}{\text{мм}}.$$

Строим планы скоростей кулисного механизма строгального станка. Обозначим через  $A_1$  на схеме механизма точку  $A$ , принадлежащую звену 1,  $A_2$  – звену 2 и  $A_3$  – звену 3.

*Построение плана скоростей группы Ассур II класса, II порядка, 3 вида*

Согласно теореме о сложении скоростей записываем векторные уравнения:

$$\begin{cases} \bar{v}_{A_3} = \bar{v}_{A_1} + \bar{v}_{A_3A_1}; \\ \quad \perp OA \quad \parallel CD \\ \bar{v}_{A_3} = \bar{v}_C + \bar{v}_{A_3C}. \\ \quad =0 \quad \perp CD \end{cases}$$

Приравнивая правые части уравнений, получим:

$$\bar{v}_{A_3C} = \bar{v}_{A_1} + \bar{v}_{A_3A_1}.$$

$$\perp CD \quad \perp OA \quad \parallel CD$$

В этом уравнении известны все направления векторов:

$$\bar{v}_{A_1} \perp OA; \bar{v}_{A_3A_1} \parallel CD; \bar{v}_{A_3C} \perp CD.$$

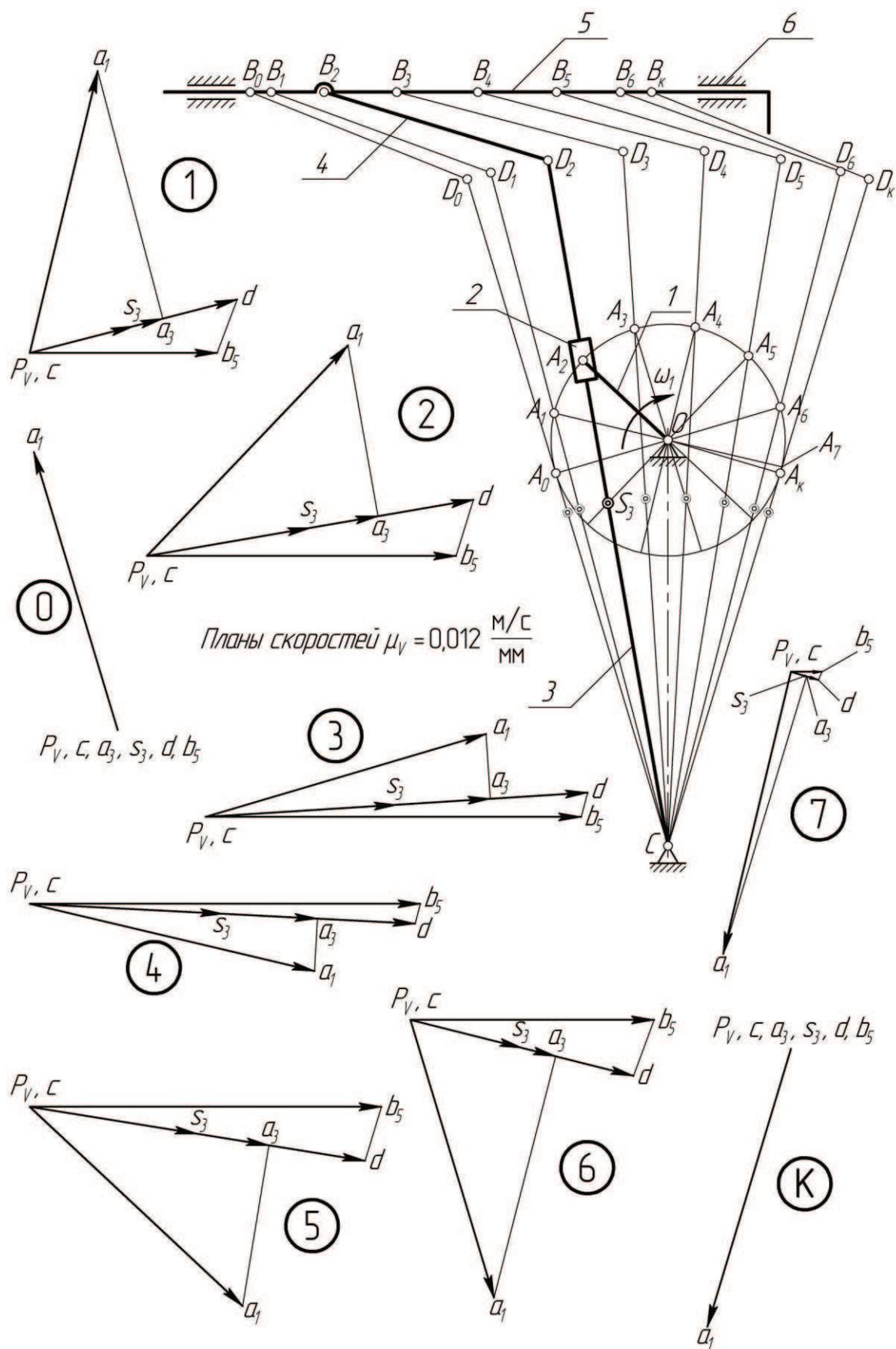


Рисунок 3.3 а – Кинематическая схема механизма и планы скоростей

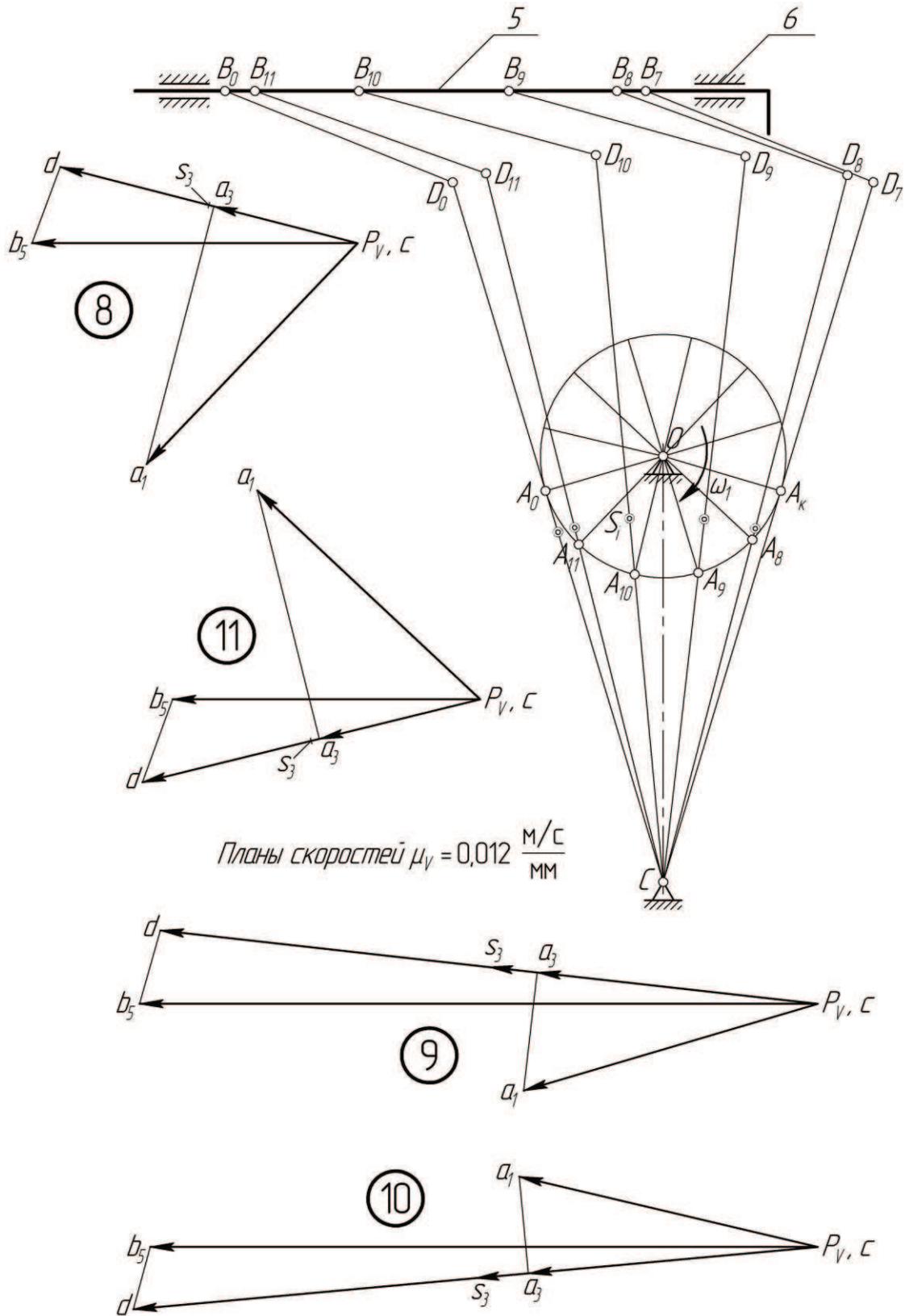


Рисунок 3.3 б – Кинематическая схема механизма и планы скоростей

Величины скоростей точек  $A_1$  и  $A_2$  определяются равенством:

$$v_{A_1} = v_{A_2} = \omega_1 l_{OA}.$$

$$v_{A_1} = 3,0 \cdot 0,2 = 0,6 \text{ м/с}.$$

Масштабный коэффициент плана скоростей:

$$\mu_V = \frac{v_{A_1}}{(\overline{P_V a_1})},$$

где  $(\overline{P_V a_1})$  – отрезок произвольной длины, взятый в мм из чертежа.

$$\mu_V = \frac{0,6}{50} = 0,012 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Из полюса  $P_V$  проводим вектор  $(\overline{P_V a_1})$  длиной 50 мм перпендикулярно к звену  $OA$  (рисунки 3.3 а, б). Из точки  $a_1$  проводим прямую, параллельную звену  $CD$ , а из полюса  $P_V$  – прямую, перпендикулярную звену  $CD$ . Точка пересечения этих прямых есть искомая точка  $a_3$ . Положения точек  $d$  и  $s_3$  на плане скоростей находим из условия пропорциональности отрезков:

$$\frac{(\overline{cd})_x}{(\overline{CD})} = \frac{(\overline{ca_3})}{(\overline{CA})} \Rightarrow (\overline{cd})_x = (\overline{ca_3}) \cdot \frac{(\overline{CD})}{(\overline{CA})};$$

$$(\overline{cs_3}) = \frac{(\overline{cd})}{2}.$$

Значения длин отрезков подставляем в уравнения в мм, взяв их с плана скоростей и плана механизма. Например, для второго положения:

$$(\overline{cd})_x = 40,1 \cdot \frac{120}{85} = 56,6 \text{ мм};$$

$$(\overline{cs_3}) = \frac{56,6}{2} = 28,3 \text{ мм}.$$

Скорость  $v_{S_3}$  будет равна:

$$v_{S_3} = (\overline{cs_3}) \cdot \mu_V = 28,3 \cdot 0,012 = 0,34 \text{ м/с}.$$

Построение плана скоростей группы из звеньев 4 и 5 проводим согласно уравнению:

$$\frac{\overline{v}_{B_5}}{\|XX} = \frac{\overline{v}_D}{\|} + \frac{\overline{v}_{B_5D}}{\perp BD}.$$

В этом уравнении направления всех векторов известны:

$\overline{v}_{B_5} \parallel XX$ ;  $\overline{v}_D$  – из построения [вектор  $(\overline{cd})$  на плане скоростей];  $\overline{v}_{B_5D} \perp BD$ .

Из точки  $d$  вектора  $(\overline{cd})$  плана скоростей проводим перпендикуляр к звену  $BD$ , а из полюса  $P_V$  – горизонтальную прямую. На пересечении получим искомую точку  $b_5$ .

Скорости  $v_{B_5}$  и  $v_{B_5D}$  будут равны:

$$v_{B_5} = (\overline{cb_5}) \cdot \mu_V = 52,8 \cdot 0,012 = 0,63 \text{ м/с};$$

$$v_{B_5D} = (\overline{db_5}) \cdot \mu_V = 10,1 \cdot 0,012 = 0,12 \text{ м/с}.$$

Определим угловые скорости звеньев 3 и 4 по формулам:

$$\omega_3 = \frac{v_{A_3C}}{l_{CA}} = \frac{(\overline{ca_3}) \cdot \mu_V}{(\overline{CA}) \cdot \mu_l};$$

$$\omega_4 = \frac{v_{B_5D}}{l_{DB}}.$$

К примеру, для второго положения получим:

$$\omega_3 = \frac{40,1 \cdot 0,012}{85 \cdot 0,01} = 0,57 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_4 = \frac{0,12}{0,4} = 0,30 \text{ с}^{-1}.$$

Таблица 3.1 – Данные из плана механизма и планов скоростей

Поло- жение	$(\overline{CA})$	$(\overline{ca_3})$	$(\overline{a_3a_1})$	$(\overline{db_5})$	$(\overline{cd})$	$(\overline{cs_3})$	$(\overline{P_V b_5})$	$v_{S_3}$	$v_{B_5}$	$\omega_3$
	мм	мм	мм	мм	мм	мм	мм	м/с	м/с	с <sup>-1</sup>
0	67,1	0	50	0	0	0	0	0	0	0
1	77,1	23,5	44,1	9,8	36,6	18,3	32,0	0,22	0,38	0,37
2	85,0	40,1	29,9	10,1	56,6	28,3	52,8	0,34	0,63	0,57
3	89,3	48,7	11,2	4,3	65,4	32,7	64,2	0,39	0,77	0,65
4	89,6	49,2	9,1	3,5	65,9	33,0	66,7	0,40	0,80	0,66
5	85,6	41,4	28,1	9,7	58,0	29,0	60,1	0,35	0,72	0,58
6	78,1	25,6	42,9	10,3	39,3	19,7	41,6	0,24	0,50	0,39
7	68,2	2,8	49,9	1,5	4,9	2,5	5,3	0,03	0,06	0,05
к	67,1	0	50,0	0	0	0	0	0	0	0
8	58,1	24,2	43,8	13,3	50,0	25,0	53,0	0,30	0,64	0,50
9	51,2	46,0	19,5	12,5	107,8	53,9	110,5	0,65	1,33	1,08
10	50,8	47,4	16,0	10,6	112,0	56,0	108,7	0,67	1,30	1,12
11	57,1	27,0	42,1	14,5	56,7	28,4	50,1	0,34	0,60	0,57

*Построение плана ускорений группы Ассура II класса, II порядка, 3 вида  
(для положения 2)*

Особенность такой группы Ассура заключается в том, что переносным движением является вращательное движение кулисы 3 вокруг точки  $C$ , а поступательным является движение кулисного камня 2 по кулисе 3. Из этого следует, что абсолютное ускорение точки  $A_3$  равно сумме трех ускорений: переносного, относительного и кориолисова. Ускорения внешних пар (шарниров  $A_1$  и  $C$ ) известны по модулю:

$$a_{A_1} = a_{A_1}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA} = 3,0^2 \cdot 0,2 = 1,8 \text{ м/с}^2;$$

$$a_C = 0.$$

Масштабный коэффициент плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_{A_1}}{(\overline{\pi a_1})},$$

где  $(\overline{\pi a_1})$  – отрезок произвольной длины, взятый в мм из чертежа.

$$\mu_a = \frac{1,8}{144} = 0,0125 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

Ускорение  $\bar{a}_{A_3}$  точки  $A_3$  определяется по теореме Кориолиса:

$$\bar{a}_{A_3} = \frac{\bar{a}_{A_1}}{\|OA\|} + \frac{\bar{a}_{A_3A_1}^{\kappa}}{\perp CD} + \frac{\bar{a}_{A_3A_1}^r}{\|CD\|}.$$

С другой стороны ускорение  $\bar{a}_{A_3}$  определяется уравнением:

$$\bar{a}_{A_3} = \underset{=0}{\bar{a}_C} + \frac{\bar{a}_{A_3C}^n}{\|CD\|} + \frac{\bar{a}_{A_3C}^{\tau}}{\perp CD}.$$

Приравнивая правые части уравнений, получим:

$$\frac{\bar{a}_{A_1}}{\|OA\|} + \frac{\bar{a}_{A_3A_1}^{\kappa}}{\perp CD} + \frac{\bar{a}_{A_3A_1}^r}{\|CD\|} = \underset{=0}{\bar{a}_C} + \frac{\bar{a}_{A_3C}^n}{\|CD\|} + \frac{\bar{a}_{A_3C}^{\tau}}{\perp CD},$$

где  $\bar{a}_{A_1}$  – нормальное ускорение точки  $A_1$  при ее движении вокруг точки  $O$ , м/с<sup>2</sup>;

$\bar{a}_{A_3A_1}^{\kappa}$  – кориолисово ускорение, м/с<sup>2</sup>;

$\bar{a}_{A_3A_1}^r$  – относительное ускорение поступательного движения кулисы 3 относительно кулисного камня 2, м/с<sup>2</sup>;

$\bar{a}_{A_3C}^n$  – нормальное ускорение точки  $A_3$  кулисы 3 в ее вращательном движении вокруг точки  $C$ , м/с<sup>2</sup>;

$\bar{a}_{A_3C}^{\tau}$  – тангенциальное ускорение точки  $A_3$  кулисы 3 в ее вращательном движении вокруг точки  $C$ , м/с<sup>2</sup>.

В данном уравнении направления всех векторов известны:

$$\bar{a}_{A_1} \parallel OA; \quad \bar{a}_{A_3A_1}^{\kappa} \perp CD; \quad \bar{a}_{A_3A_1}^r \parallel CD; \quad \bar{a}_{A_3C}^n \parallel CD; \quad \bar{a}_{A_3C}^{\tau} \perp CD.$$

Кориолисово ускорение определится выражением:

$$a_{A_3A_1}^{\kappa} = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{A_3A_1} \cdot \sin(\bar{\omega}_3, \bar{v}_{A_3A_1}),$$

где  $v_{A_3A_1} = (\overline{a_1 a_3}) \cdot \mu_v = 29,9 \cdot 0,012 = 0,36$  м/с (таблица 3.1).

$$a_{A_3A_1}^{\kappa} = 2 \cdot \omega_3 \cdot v_{A_3A_1} \cdot \sin 90^\circ = 2 \cdot 0,57 \cdot 0,36 \cdot 1 = 0,41 \text{ м/с}^2.$$

Направление вектора кориолисова ускорения  $\bar{a}_{A_3A_1}^{\kappa}$  определяем по правилу Н.Е. Жуковского. Для этого вектор относительной скорости  $\bar{v}_{A_3A_1}$ , который изображен вектором  $(\overline{a_1 a_3})$  на плане скоростей, проецируем в плоскость, перпендикулярную оси вращения (т.е. в плоскость чертежа, в которой он уже расположен). Вектор скорости  $\bar{v}_{A_3A_1}$  направлен к той точке, которая первая стоит в его обозначении (к точке  $a_3$ ). Остается повернуть этот вектор  $(\bar{v}_{A_3A_1})$  по направлению угловой скорости  $\omega_3$  кулисы 3 на  $90^\circ$ .

Нормальное ускорение определится выражением:

$$a_{A_3C}^n = \omega_3^2 \cdot l_{CA} = \omega_3^2 \cdot (\overline{CA}) \cdot \mu_l = 0,57^2 \cdot 85 \cdot 0,01 = 0,28 \text{ м/с}^2.$$

Вычислим масштабные отрезки ускорений  $\bar{a}_{A_3A_1}^{\kappa}$  и  $\bar{a}_{A_3C}^n$ :

$$(\overline{a_1 \kappa_3}) = \frac{a_{A_3A_1}^{\kappa}}{\mu_a} = \frac{0,41}{0,0125} = 32,8 \text{ мм};$$

$$(\overline{cn_3}) = \frac{a_{A_3C}^n}{\mu_a} = \frac{0,28}{0,0125} = 22,4 \text{ мм}.$$

Из полюса  $\pi$  проводим вектор  $(\overline{\pi a_1})$  длиной 144 мм параллельно звену  $OA$ , от точки  $A$  к точке  $O$ .

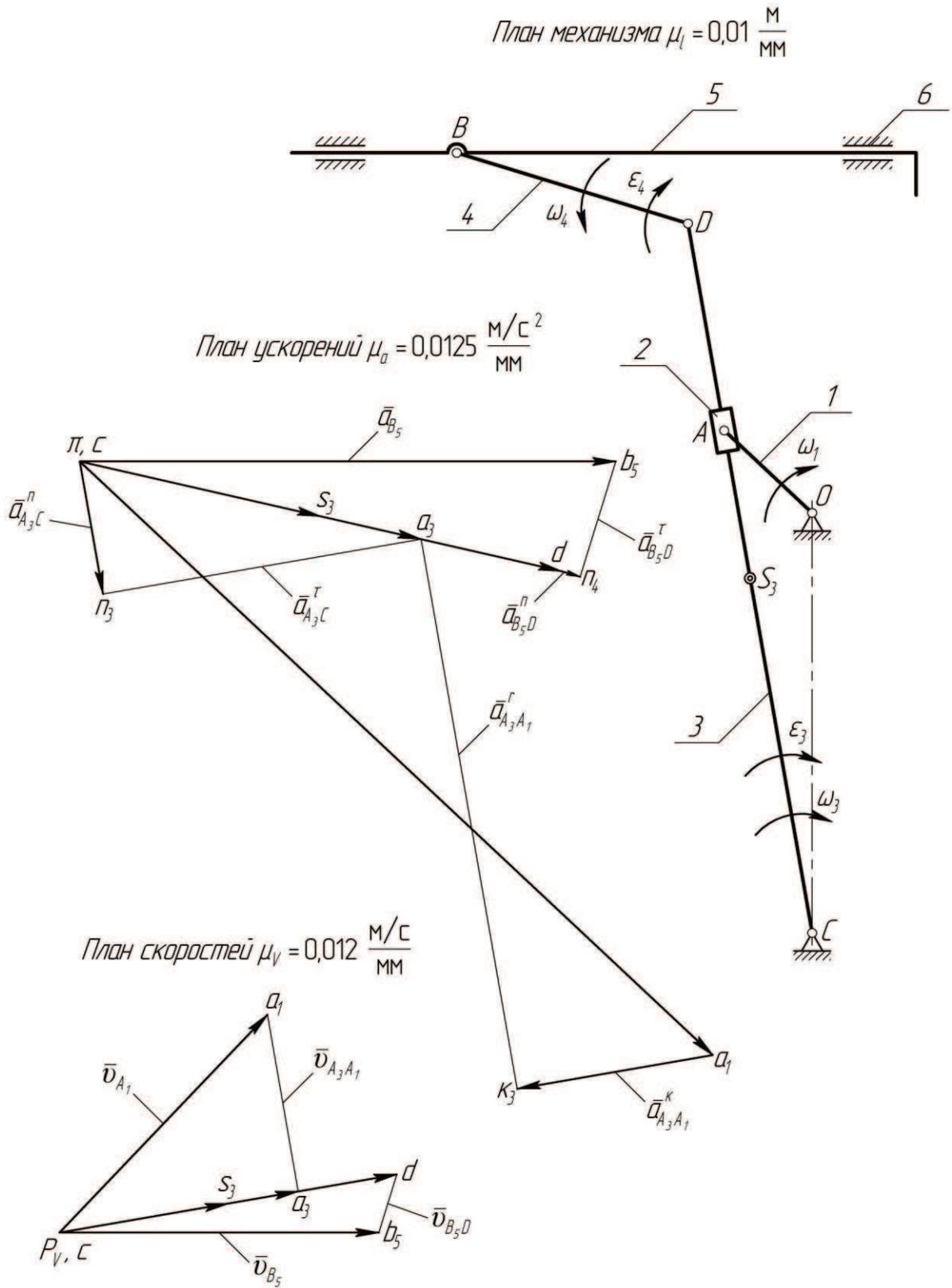


Рисунок 3.4 – Построение плана ускорений для положения 2

*Построение левой части уравнения (рисунок 3.4)*

Из точки  $a_1$  проводим вектор  $(\overline{a_1\kappa_3})$  длиной 32,8 мм перпендикулярно звену  $CD$  в определенном по правилу Н.Е. Жуковского направлении, далее через точку  $\kappa_3$  проводим прямую, параллельную звену  $CD$ .

*Построение правой части уравнения (рисунок 3.4)*

Так как ускорение  $\bar{a}_C$  равно нулю, то точка  $c$  на плане ускорений будет находиться в полюсе  $\pi$ . Из полюса  $\pi$  плана ускорений проводим вектор  $(\overline{c\pi_3})$  длиной 22,4 мм, параллельный звену  $CD$  в направлении от точки  $A$  к точке  $C$ . Через точку  $\pi_3$  проводим прямую перпендикулярно звену  $CD$ . Точка  $a_3$  пересечения прямых определит величины отрезков  $(\overline{\kappa_3 a_3})$  и  $(\overline{n_3 a_3})$ , которые соответствуют модулям векторов ускорений  $\bar{a}_{A_3 A_1}^r$  и  $\bar{a}_{A_3 C}^r$  соответственно, изображенных в масштабе построения.

Длину вектора  $(\overline{cd})$  на плане ускорений находим из пропорциональности отрезков:

$$\frac{(\overline{cd})_x}{(\overline{CD})} = \frac{(\overline{ca_3})}{(\overline{CA})} \Rightarrow (\overline{cd})_x = (\overline{ca_3}) \cdot \frac{(\overline{CD})}{(\overline{CA})} = 57,9 \frac{120}{85} = 81,7 \text{ мм};$$

$$(\overline{cs_3}) = \frac{81,7}{2} = 40,9 \text{ мм}.$$

Ускорение  $\bar{a}_{B_5}$  точки  $B_5$  определится уравнением:

$$\bar{a}_{B_5} = \bar{a}_D + \bar{a}_{B_5 D}^n + \bar{a}_{B_5 D}^r,$$

$\parallel XX \qquad \parallel BD \qquad \perp BD$

где  $\bar{a}_{B_5}$  – ускорение ползуна 5 (направлено вдоль горизонтали),  $\text{м/с}^2$ ;

$\bar{a}_{B_5D}^n$  – нормальное ускорение точки  $B$  звена  $BD$  при вращении его вокруг точки  $D$  (направлено вдоль оси звена  $4$  от точки  $B$  к точке  $D$ ),  $\text{м/с}^2$ :

$$a_{B_5D}^n = \omega_4^2 \cdot l_{BD} = 0,30^2 \cdot 0,4 = 0,04 \text{ м/с}^2;$$

$\bar{a}_{B_5D}^r$  – тангенциальное ускорение точки  $B$  звена  $BD$  при вращении его вокруг точки  $D$  (направлено перпендикулярно к оси звена  $4$ ),  $\text{м/с}^2$ .

Масштабный отрезок ускорения  $\bar{a}_{B_5D}^n$  будет равен:

$$\left(\overline{dn_4}\right) = \frac{a_{B_5D}^n}{\mu_a} = \frac{0,04}{0,0125} = 3,2 \text{ мм}.$$

Из точки  $d$  плана ускорений откладываем отрезок  $\left(\overline{dn_4}\right)$ , равный  $3,2$  мм, параллельно оси звена  $BD$  в направлении от точки  $B$  к точке  $D$ . Через точку  $n_4$  проводим прямую перпендикулярно к оси звена  $BD$ . Из полюса  $\pi$  проводим прямую, параллельную горизонтали. Точка  $b_5$  пересечения этих прямых определит величины отрезков  $\left(\overline{n_4b_5}\right)$  и  $\left(\overline{cb_5}\right)$ , которые соответствуют модулям векторов ускорений  $\bar{a}_{B_5D}^r$  и  $\bar{a}_{B_5}$  соответственно, изображенных в масштабе построения.

Численные значения ускорений точек  $B_5$ ,  $A_3$ ,  $S_3$ ,  $D$ , а также ускорений  $\bar{a}_{B_5D}^r$  и  $\bar{a}_{A_3C}^r$  найдем, умножив соответствующие отрезки на плане ускорений на масштабный коэффициент  $\mu_a$ :

$$a_{B_5} = \left(\overline{cb_5}\right) \cdot \mu_a = 88,6 \cdot 0,0125 = 1,11 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{A_3} = \left(\overline{ca_3}\right) \cdot \mu_a = 57,9 \cdot 0,0125 = 0,72 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{S_3} = \left(\overline{cs_3}\right) \cdot \mu_a = 40,9 \cdot 0,0125 = 0,51 \text{ м/с}^2;$$

$$a_D = (\overline{cd}) \cdot \mu_a = 81,7 \cdot 0,0125 = 1,02 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{A_3C}^r = (\overline{n_3 a_3}) \cdot \mu_a = 53,4 \cdot 0,0125 = 0,67 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{B_3D}^r = (\overline{n_4 b_5}) \cdot \mu_a = 20,1 \cdot 0,0125 = 0,25 \text{ м/с}^2.$$

Определим величины угловых ускорений звеньев 3 и 4 по формулам:

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{A_3C}^r}{l_{CA}} = \frac{a_{A_3C}^r}{(\overline{CA}) \cdot \mu_l};$$

$$\varepsilon_4 = \frac{a_{B_3D}^r}{l_{DB}}.$$

$$\varepsilon_3 = \frac{0,67}{85 \cdot 0,01} = 0,79 \text{ с}^{-2}.$$

$$\varepsilon_4 = \frac{0,25}{0,4} = 0,63 \text{ с}^{-2}.$$

Определяем направление углового ускорения звена 3. Для этого мысленно переносим вектор  $\overline{a_{A_3C}^r}$ , который на плане ускорений изображен отрезком  $(\overline{n_3 a_3})$ , в точку  $A$  плана механизма. Считая точку  $C$  неподвижной, замечаем, что поворот звена 3 будет происходить по ходу часовой стрелки, значит, и направление  $\varepsilon_3$  – по ходу часовой стрелки. Соответственно определяем направление  $\varepsilon_4$ , мысленно перенеся вектор  $\overline{a_{B_3D}^r}$  в точку  $B$ .

Проделав кинематическую часть расчета, определим значения главных векторов и главных моментов сил инерции механизма, т.е. его инерционную нагрузку:

$$P_{и5} = m_5 a_{B_5} = 40 \cdot 1,11 = 44,40 \text{ Н};$$

$$P_{и3} = m_3 a_{S_3} = 15 \cdot 0,51 = 7,65 \text{ Н};$$

$$M_{и3} = J_{S_3} \varepsilon_3 = 1,2 \cdot 0,79 = 0,95 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Координата точки качания  $K_3$  звена 3 определится выражением:

$$l_{CK_3} = l_{CS_3} + \frac{J_{S_3}}{m_3 l_{CS_3}}.$$

$$l_{CK_3} = 0,6 + \frac{1,2}{15 \cdot 0,6} = 0,733 \text{ м.}$$

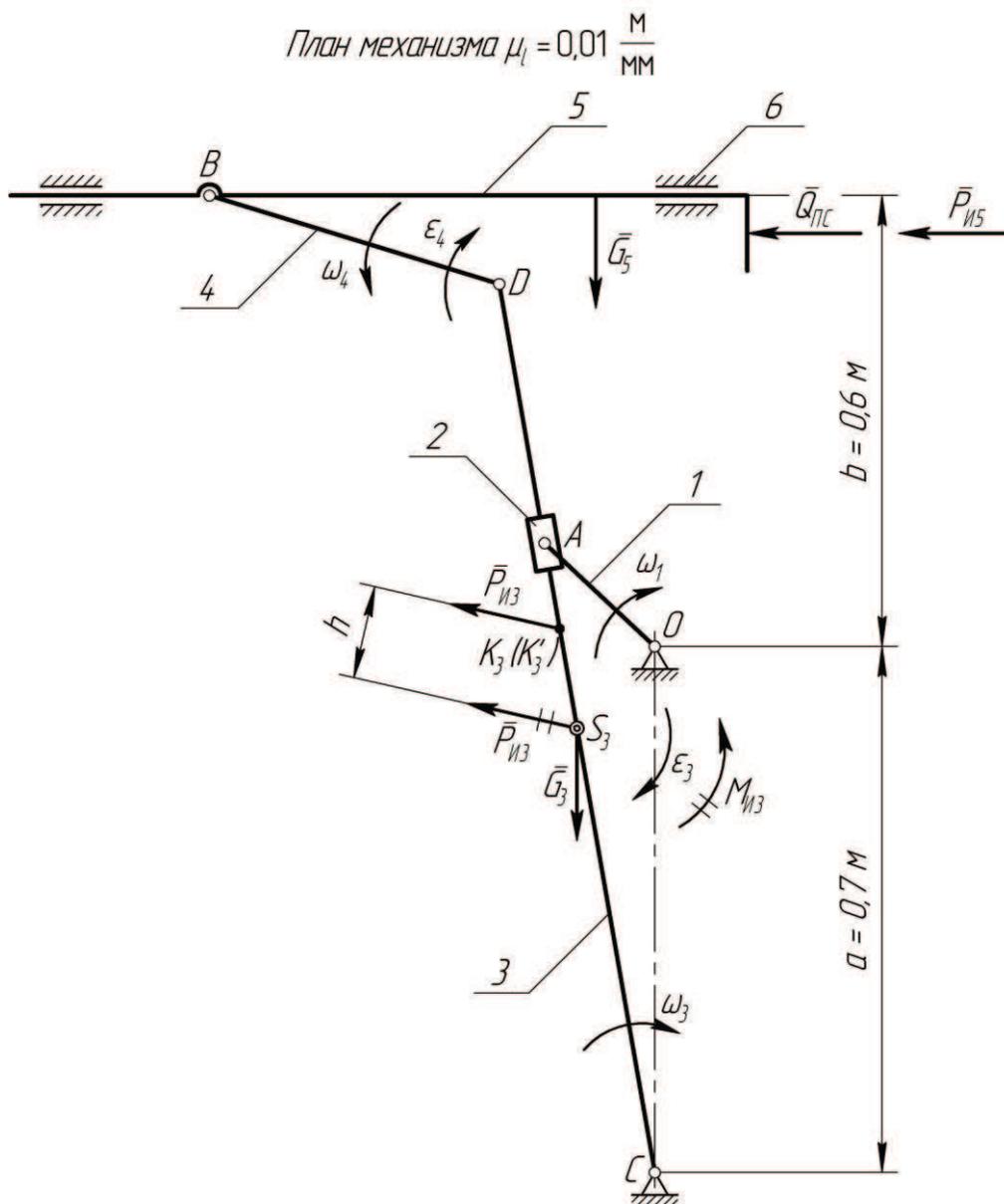


Рисунок 3.5 – Нагрузочная схема кулисного механизма  
строгального станка

На плане механизма (рисунок 3.5) расстояние  $l_{CK_3}$  будет изображаться отрезком  $(\overline{CK_3})$ , равным:

$$(\overline{CK_3}) = \frac{l_{CK_3}}{\mu_1} = \frac{0,733}{0,01} = 73,3 \text{ мм.}$$

Методом дополнительного момента получим:

$$h = \frac{M_{ИЗ}}{P_{ИЗ}} = \frac{0,95}{7,65} = 0,124 \text{ м.}$$

$$(\bar{h}) = \frac{h}{\mu_1} = \frac{0,124}{0,01} = 12,4 \text{ мм.}$$

Определяем кинетическую энергию механизма  $T$  по формуле:

$$T = T_3 + T_5,$$

где  $T_3$  – кинетическая энергия 3-го звена, Дж;

$T_5$  – кинетическая энергия 5-го звена, Дж.

Кулиса 3 совершает только вращательное движение вокруг точки  $C$ , но ее центр масс  $S_3$  не совпадает с центром вращения, значит:

$$T_3 = \frac{m_3 v_{S_3}^2}{2} + \frac{J_{S_3} \omega_3^2}{2} = \frac{15 \cdot 0,34^2}{2} + \frac{1,2 \cdot 0,57^2}{2} = 1,06 \text{ Дж.}$$

Ползун 5 движется поступательно, поэтому:

$$T_5 = \frac{m_5 v_{B_5}^2}{2} = \frac{15 \cdot 0,63^2}{2} = 7,94 \text{ Дж.}$$

Тогда кинетическая энергия механизма равна:

$$T = 1,06 + 7,94 = 9 \text{ Дж.}$$

Подставляя полученное значение кинетической энергии в формулу

$$J_{II} = \frac{2T_{II}}{\omega_1^2},$$

получим:

$$J_{II} = \frac{2 \cdot 9}{3^2} = 2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

### 3.3 Построение диаграммы приведенных моментов от силы полезного сопротивления

Для расчета махового колеса необходимо воспользоваться данными о скоростях звена 5 (исполнительного) в пределах рабочего хода (таблица 1.4), и диаграммой приведенных моментов  $M_{\Pi C} = f(\varphi)$  от силы полезного сопротивления  $Q_{\Pi C}$  (рисунок 3.6 а), построенной в функции угла  $\varphi$  поворота кривошипа (звена приведения).

По оси абсцисс откладывается отрезок  $(\bar{x})$ , выражающий один полный оборот кривошипа, а по оси ординат –  $(\bar{y})$ , изображающий силу полезного (производственного) сопротивления в пределах рабочего хода.

Масштаб диаграммы от силы полезного сопротивления в функции угла поворота кривошипа:

$$\mu_{Q_{\Pi C}} = \frac{Q_{\Pi C}}{(\bar{y})} \left[ \frac{\text{Н}}{\text{мм}} \right]; \quad \mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{(\bar{x})} \left[ \frac{\text{рад.}}{\text{мм}} \right].$$

В пределах рабочего хода  $Q_{\Pi C} = \text{const}$ ; отрезок  $(\bar{x})$  рекомендуется брать 180 мм. Отсюда масштабный коэффициент угла поворота звена приведения по оси абсцисс:

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{180} = \frac{2 \cdot 3,14}{180} = 0,03489 \frac{\text{рад.}}{\text{мм}}.$$

Определим приведенный момент от силы полезного сопротивления по формуле:

$$M_{\Pi C} = \frac{Q_{\Pi C} v_{B_5} \cos(\bar{Q}_{\Pi C}, \bar{v}_{B_5})}{\omega_1},$$

где  $Q_{\Pi C}$  – сила полезного (производственного) сопротивления (в пределах рабочего хода), Н (по заданию  $Q_{\Pi C} = 1700$  Н);

$v_{B_5}$  – скорость точки приложения силы  $Q_{ПС}$ , м/с (в пределах рабочего хода);

$\omega_1$  – угловая скорость звена приведения,  $c^{-1}$ .

Учитывая, что угол  $(\bar{Q}_{ПС}, \bar{v}_{B_5})$  между векторами  $\bar{Q}_{ПС}$  и  $\bar{v}_{B_5}$  (в пределах рабочего хода) равен  $180^\circ$ , можно модуль приведенного момента сил полезного сопротивления представить так:

$$M_{Пс} = \frac{Q_{ПС} v_{B_5} \cos 180^\circ}{\omega_1}.$$

Численные значения  $M_{Пс}$  подсчитываются для тех положений механизма, в которых действует сила сопротивления  $\bar{Q}_{ПС}$  (в пределах рабочего хода), и сводятся в таблицу 3.2. Диаграмма приведенных моментов от силы полезного сопротивления строится в функции угла  $\varphi$  поворота звена приведения в масштабе:

$$\mu_{M_{Пс}} = \frac{M_{Пс}^{\max}}{(y_{M_{Пс}})_{\max}} \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{мм}} \right].$$

Таблица 3.2 – Значения  $M_{Пс}$  от силы  $Q_{ПС}$  в функции угла поворота  $\varphi$  звена приведения механизма

Величина	Положения												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
$M_{Пс}$ , Н·м	0	127,77	179,75	194,9	197,07	190,57	160,25	77,96	0	0	0	0	0
$M_{Пс}$ в мм чертежа в масштабе $\mu_{M_{Пс}}$	0	103,7	145,9	158,2	160	154,7	130,1	63,3	0	0	0	0	0

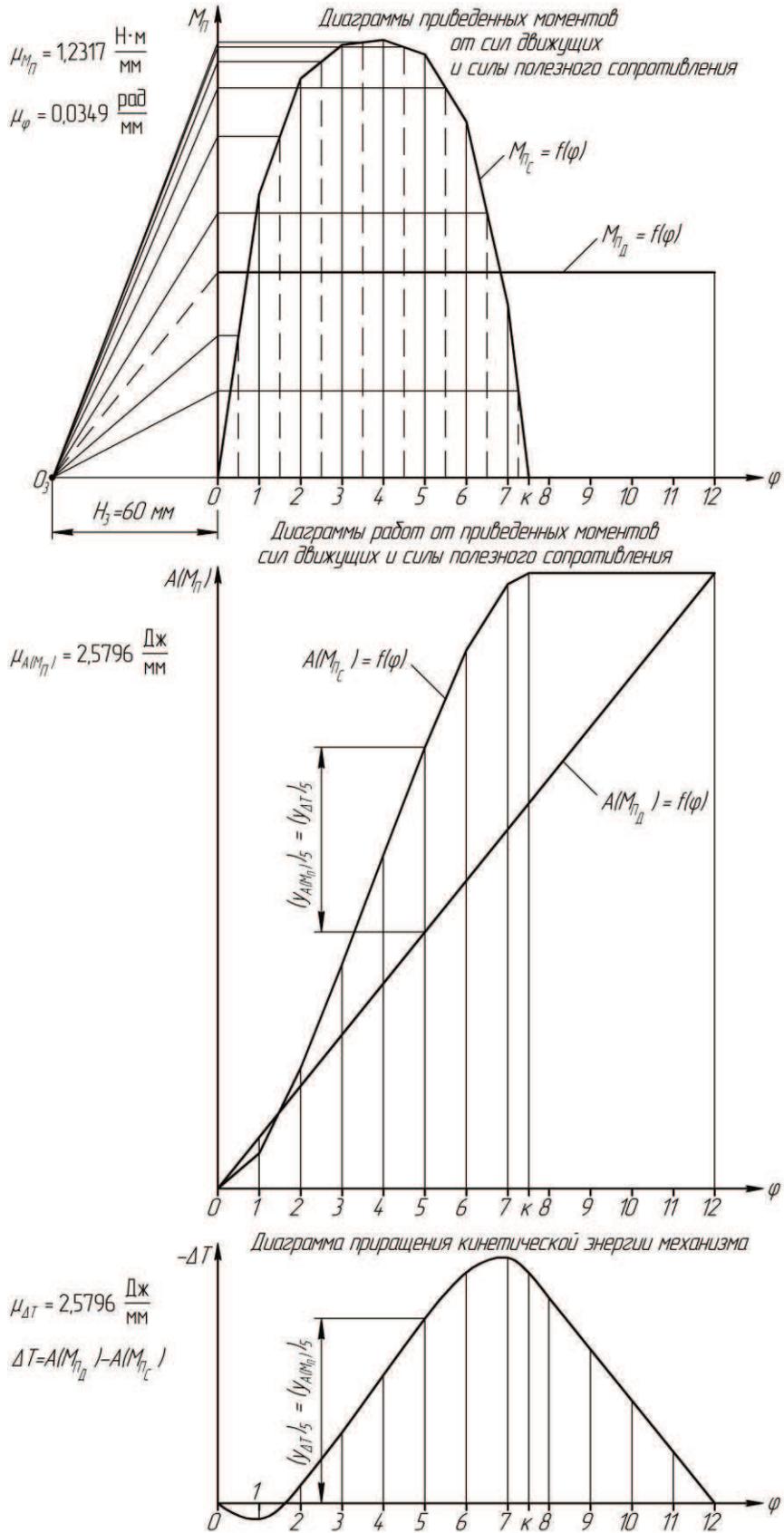


Рисунок 3.6 а – К определению момента инерции махового колеса  
(размеры уменьшены в 2,5 раза)

$$\mu_{M_{\Pi}} = \frac{M_{\Pi_c}^{\max}}{(y_{M_{\Pi}})_{\max}} = \frac{197,07}{160} = 1,2317 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{мм}}.$$

По вычисленным значениям строим *диаграмму приведенных моментов от силы полезного сопротивления*  $M_{\Pi_c} = f(\varphi)$  в выбранном масштабе (рисунок 3.6 а). Для совмещения диаграмм  $M_{\Pi_c} = f(\varphi)$  и  $M_{\Pi_d} = f(\varphi)$  отрицательные значения  $M_{\Pi_c}$  откладываем в положительном направлении.

### 3.4 Построение диаграммы работ приведенных моментов от сил движущих и силы полезного сопротивления

Методом графического интегрирования строим *диаграмму работ от приведенных моментов силы полезного сопротивления*  $A(M_{\Pi_c}) = f(\varphi)$  (рисунок 3.6 а). Для этого выбираем полюсное расстояние  $H_3$ , равное 60 мм. Через середины интервалов 0–1, 1–2, 2–3, ..., 11–12 проводим перпендикуляры к оси абсцисс. Через точки пересечения этих перпендикуляров с диаграммой  $M_{\Pi_c} = f(\varphi)$  проводим линии, параллельные оси абсцисс до пересечения с осью ординат и соединяем найденные точки с началом полюсного расстояния  $H_3$  (точкой  $O_3$ ).

Из начала координат диаграммы  $A(M_{\Pi_c}) = f(\varphi)$  проводим прямые, параллельные первому лучу в пределах 0–1, второму лучу в пределах 1–2 и т.д.

Масштабный коэффициент работ определяем по формуле:

$$\mu_{A(M_{\Pi})} = \mu_{M_{\Pi}} \cdot \mu_{\varphi} \cdot H_3,$$

где  $\mu_\varphi = \frac{2\pi}{L} = \frac{2 \cdot 3,14}{180} = 0,0349 \frac{\text{рад}}{\text{мм}}$ .

$$\mu_{A(M_{II})} = 1,2317 \cdot 0,0349 \cdot 60 = 2,5796 \frac{\text{Дж}}{\text{мм}}.$$

По закону передачи работы при установившемся движении машины работа движущих сил  $A(M_{II_d})$  за период одного оборота кривошипа (звена приведения), т.е. за цикл, равна работе силы сопротивления  $A(M_{II_c})$ . При этом условии, так как  $M_{II_d} = const$ , диаграмма  $A(M_{II_d}) = f(\varphi)$  работ сил движущих изображается в виде наклонной прямой, которая соединяет начало координат с конечной точкой кривой  $A(M_{II_c}) = f(\varphi)$ .

Если графически продифференцировать диаграмму  $A(M_{II_d}) = f(\varphi)$ , то получим прямую, параллельную оси абсцисс. Эта прямая является диаграммой  $M_{II_d} = f(\varphi)$  приведенных моментов от сил движущих и строится для всех положений звена приведения.

### 3.5 Построение диаграммы приращения кинетической энергии $\Delta T$ в функции угла $\varphi$

Для построения диаграммы  $\Delta T = f(\varphi)$  приращения кинетической энергии механизма с маховиком необходимо вычесть алгебраически из ординат диаграммы  $A(M_{II_d}) = f(\varphi)$  ординаты диаграммы  $A(M_{II_c}) = f(\varphi)$ :

$$\Delta T = A(M_{II_d}) - A(M_{II_c}).$$

При этом, для удобства, отрицательные значения откладываем над осью абсцисс (рисунок 3.6 а).

### 3.6 Построение диаграммы приведенного момента инерции звеньев механизма

Для каждого положения механизма приведенный момент инерции звеньев определяется по формуле:

$$J_{II} = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i v_{S_i}^2 + J_{S_i} \omega_i^2)}{\omega_1^2},$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го звена, сосредоточенная в центре масс (точка  $S_i$ ), кг;

$v_{S_i}$  – скорость центра масс звена  $i$ , м/с;

$J_{S_i}$  – момент инерции звена  $i$  относительно оси, проходящей через центр масс  $S_i$  и нормальной к плоскости движения звена, кг·м<sup>2</sup>;

$\omega_i$  – угловая скорость  $i$ -го звена, с<sup>-1</sup>;

$\omega_1$  – угловая скорость звена приведения, с<sup>-1</sup>.

При построении диаграммы  $J_{II} = f(\varphi)$  приведенного момента инерции от угла поворота кривошипа, ось  $J_{II}$  ординат рекомендуется направлять горизонтально, т.е. строить эту диаграмму повернутой на 90° (рисунок 3.6 б).

Приведенный момент инерции  $J_{II}$  звеньев механизма вычисляем по формуле:

$$J_{II} = \frac{m_2 \cdot v_{S_2}^2}{\omega_1^2} + \frac{J_{S_2} \cdot \omega_2^2}{\omega_1^2} + \frac{m_5 \cdot v_{B_5}^2}{\omega_1^2}.$$

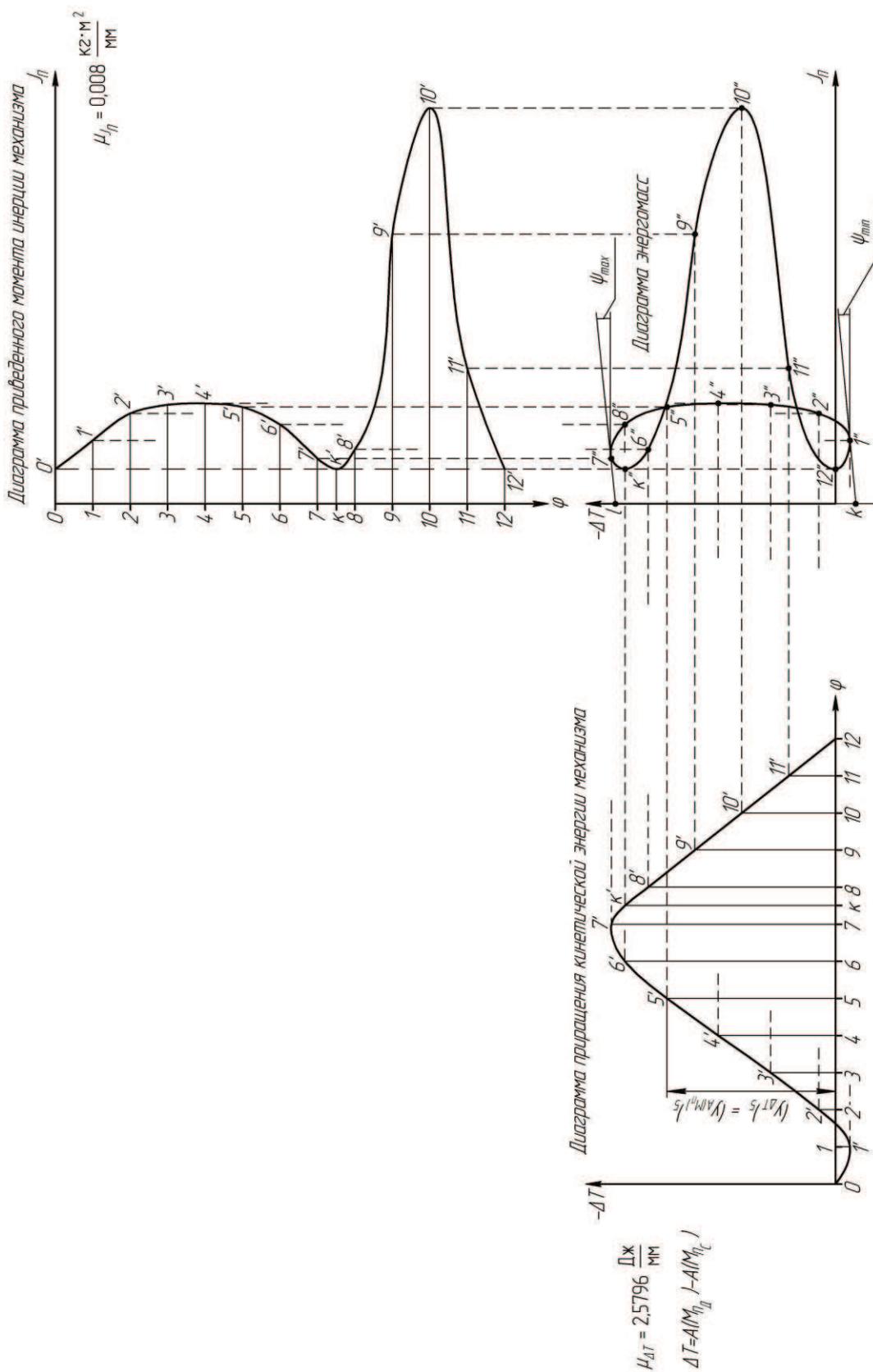


Рисунок 3.6 б – К определению момента инерции махового колеса (размеры уменьшены в 2,5 раза)

Таблица 3.3 – Значения приведенного момента инерции механизма  $J_{II}$  в функции угла поворота звена приведения механизма  $\varphi$

Значение	Положения												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
$J_{II}$ , кг·м <sup>2</sup>	0,1121	0,2056	0,2936	0,3217	0,3259	0,3138	0,2574	0,1472	0,1121	0,1760	0,8833	1,2853	0,4405
$J_{II}$ в мм чертежа в масштабе $\mu_{J_{II}}$	14	25,6	36,5	40	40,6	39,1	32	18,3	14	21,9	110	160	54,8

Диаграмму приведенного момента инерции механизма в функции угла поворота звена приведения строим по вычисленным значениям в выбранном масштабе (рисунок 3.6 б).

Масштабный коэффициент  $\mu_{J_{II}}$  равен

$$\mu_{J_{II}} = \frac{J_{II}^{\max}}{(y_{J_{II}})_{\max}} = \frac{1,2853}{160} = 0,008 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{мм}}.$$

### 3.7 Построение диаграммы энергомасс (метод Виттенбауэра)

Диаграмму энергомасс (рисунок 3.6 б) строим, исключая параметр  $\varphi$  из диаграмм  $\Delta T = f(\varphi)$  и  $J_{II} = f(\varphi)$ . Для этого из точек 0, 1', 2', ... 11' диаграммы  $\Delta T = f(\varphi)$  проводим линии параллельные оси абсцисс до пересечения с прямыми, проведенными из точек 0', 1', 2', ... 12' диаграммы  $J_{II} = f(\varphi)$  параллельными оси ординат  $\varphi$ . Соединяем точки пересечения 0'', 1'', 2'', ... 11'' плавной кривой.

По заданному коэффициенту неравномерности движения  $\delta = 0,05$  (по заданию) и средней угловой скорости звена привода  $\omega_{cp}$ , равной  $\omega_1 = 7,85 \text{ с}^{-1}$  определяем углы  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$ :

$$\psi_{\min} = \arctg \left[ \frac{\mu_{J_{II}}}{2\mu_{\Delta T}} \cdot \omega_1^2 \cdot (1 - \delta) \right];$$

$$\psi_{\max} = \arctg \left[ \frac{\mu_{J_{II}}}{2\mu_{\Delta T}} \cdot \omega_1^2 \cdot (1 + \delta) \right].$$

Величины углов  $\psi_{\min}$  и  $\psi_{\max}$  определяют наклон касательных к оси абсцисс ( $J_{II}$ ) замкнутого контура диаграммы  $\Delta T = f(J_{II})$  энергомасс. Длина отрезка  $(\overline{kl})$ , отсекаемого этими касательными на оси ординат  $\Delta T$ , используется для определения момента инерции маховика. Отрезок  $(\overline{kl})$  определяет кинетическую энергию маховика в масштабе  $\mu_{\Delta T}$ .

$$\psi_{\max} = \arctg \left[ \frac{0,008}{2 \cdot 2,5796} \cdot 7,85^2 \cdot (1 + 0,05) \right] = 5,75^\circ.$$

$$\psi_{\min} = \arctg \left[ \frac{0,008}{2 \cdot 2,5796} \cdot 7,85^2 \cdot (1 - 0,05) \right] = 5,21^\circ.$$

К диаграмме энергомасс  $\Delta T = f(J_{II})$  проводим две касательные под углами  $\psi_{\max}$  и  $\psi_{\min}$ . Эти касательные отсекут на оси ординат отрезок  $(\overline{kl})$ , равный 96,3 мм, который определяет кинетическую энергию маховика в масштабном коэффициенте

$$\mu_{\Delta T} = \mu_{A(M_{II})} = 2,5796 \frac{\text{Дж}}{\text{мм}}.$$

Искомый момент инерции маховика определяется по формуле:

$$J_{\text{маховика}} = \frac{(\overline{kl}) \cdot \mu_{\Delta T}}{\delta \cdot \omega_{cp}^2} = \frac{96,3 \cdot 2,5796}{0,05 \cdot 7,85^2} = 80,63 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

### 3.8 Определение основных размеров и массы маховика

Момент инерции маховика и его масса зависят от его местоположения в кинематической цепи механизма. Чем выше частота вращения вала, на котором установлен маховик, тем меньше его размеры при вычисленном моменте инерции, обеспечивающем движение начального звена с номинальной средней угловой скоростью  $\omega_{cp}$  и заданным коэффициентом неравномерности хода  $\delta$ .

Если к ведущему звену (звену приведения) присоединим маховик с моментом инерции  $J_{\text{маховика}}$ , тогда общий приведенный момент инерции механизма  $J_{OP}$  будет представлять сумму:

$$J_{OP} = J_{II} + J_{\text{маховика}},$$

где  $J_{II}$  – приведенный момент инерции механизма (без маховика), кг · м<sup>2</sup>.

Откуда

$$J_{\text{маховика}} = J_{OP} - J_{II}.$$

Часто в практике приведенный момент инерции  $J_{II}$  механизма очень мал по сравнению с общим приведенным моментом инерции механизма  $J_{OP}$ , тогда величиной  $J_{II}$  пренебрегают:

$$J_{\text{маховика}} = J_{OP}.$$

Момент инерции маховика является функцией квадрата угловой скорости вала, на котором устанавливается маховик.

Маховики изготавливают либо в виде сплошного диска со ступицей для посадки на вал (рисунок 3.7 а), либо в виде обода со спицами (рисунок 3.7 б).

Материалом для изготовления маховиков служат чугун, сталь, алюминиевые сплавы.

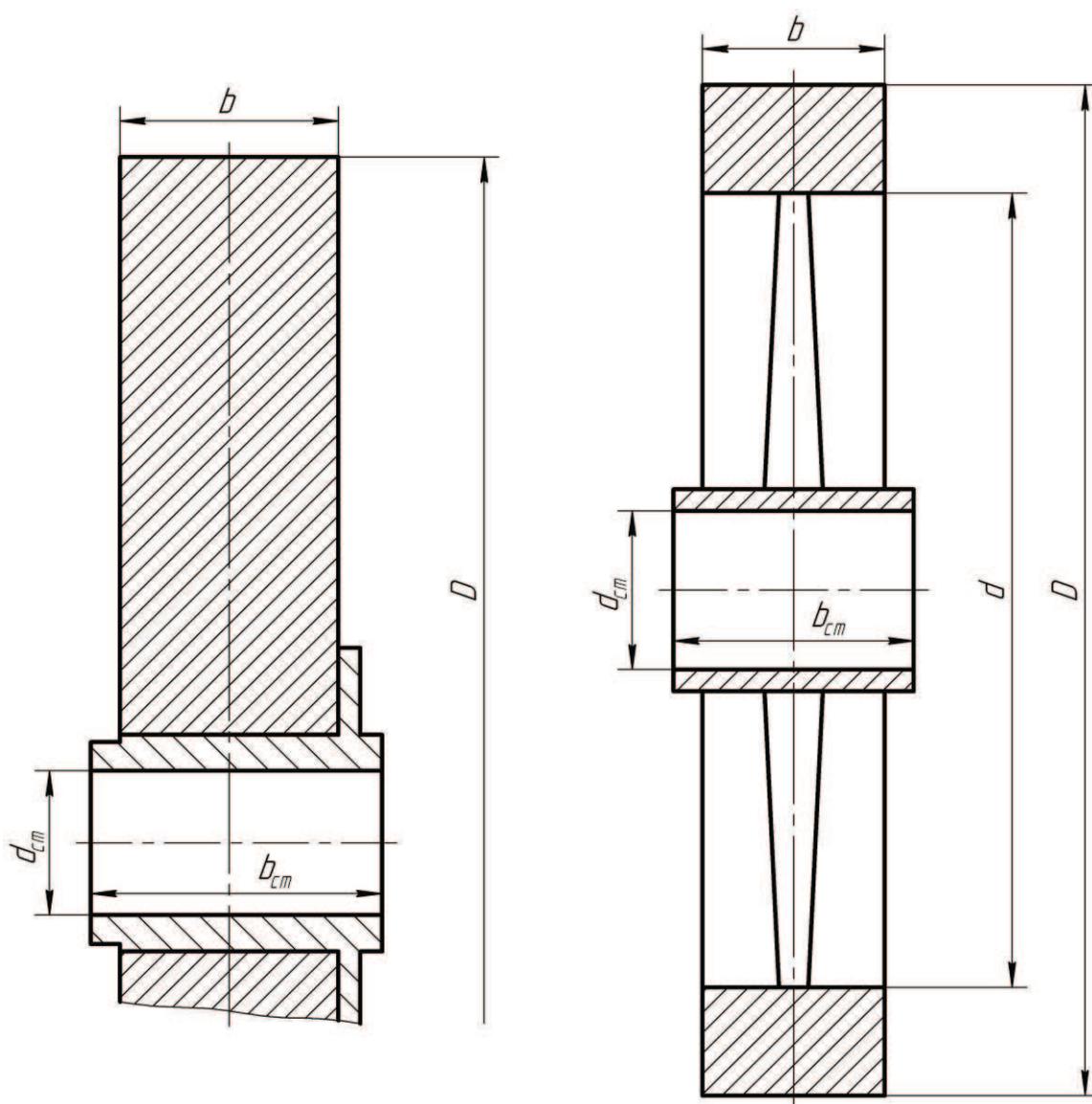


Рисунок 3.7 – Общий вид:

а) маховик в виде сплошного диска; б) маховик в виде обода со спицами

Если маховик выполняется в форме сплошного диска с наружным диаметром  $D$ , шириной  $b$ , то его момент инерции относительно оси вращения, проходящей через центр масс, вычисляют по формуле:

$$J_{\text{маховика}} = \frac{mD^2}{8}.$$

В свою очередь, масса маховика:

$$m = \rho \frac{\pi D^2}{4} b,$$

где  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>.

Относительная ширина маховика ( $\psi_b = 0,15 \dots 0,20$ ):

$$\psi_b = \frac{b}{D}.$$

Для стальных маховиков можно принять  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>, для чугунных –  $\rho = 7100$  кг/м<sup>3</sup>,  $\psi_b = 0,2$  – получают следующее соотношение между моментом инерции  $J_{\text{маховика}}$  сплошного диска и его наружным диаметром:

$$J_{\text{маховика}} = \rho \frac{\pi D^2}{4} \psi_b D \frac{D^2}{8} = 7800 \cdot \frac{3,14}{32} \cdot 0,2 \cdot D^5 = 153,08 D^5.$$

Тогда:

$$D = \sqrt[5]{\frac{J_{\text{маховика}}}{153,08}};$$

$$D = 0,366 \sqrt[5]{J_{\text{маховика}}};$$

$$m = \frac{8J_{\text{маховика}}}{D^2};$$

$$b_{\text{ст}} = 1,5b.$$

Приведем некоторые числовые значения

$J_{\text{маховика}}$ , кг·м <sup>2</sup>	0,01	0,1	10	100
$D$ , м	0,146	0,230	0,580	0,919
$m$ , кг	3,75	15,1	238	947

В ряде случаев маховик выполняют в виде массивного обода, который связан со ступицей более тонким диском или спицами.

Масса обода маховика:

$$m = \rho b \left( \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \right) = \rho b \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2).$$

Приняв отношения  $\psi_b = \frac{b}{D}$  и  $\psi_{II} = \frac{d}{D}$ , момент инерции обода маховика определяют по формуле:

$$J_{\text{маховика}} = \frac{m}{8} (D^2 + d^2) = \rho b \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4);$$

$$J_{\text{маховика}} = \rho \psi_b \frac{\pi}{32} (1 - \psi_{II}^4) D^5.$$

Для частных значений  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ ,  $\psi_b = 0,2$ ; последнее соотношение принимает вид:

$$\text{– при } \psi_{II} = 0,6, \quad J_{\text{маховика}} = 133,24 D^5; \quad D = 0,376 \sqrt[5]{J_{\text{маховика}}};$$

$$\text{– при } \psi_{II} = 0,7, \quad J_{\text{маховика}} = 116,32 D^5; \quad D = 0,386 \sqrt[5]{J_{\text{маховика}}};$$

$$\text{– при } \psi_{II} = 0,8, \quad J_{\text{маховика}} = 90,38 D^5; \quad D = 0,406 \sqrt[5]{J_{\text{маховика}}};$$

$$\text{– при } \psi_{II} = 0,9, \quad J_{\text{маховика}} = 52,64 D^5; \quad D = 0,453 \sqrt[5]{J_{\text{маховика}}}.$$

Назначив наружный диаметр  $D$  обода, определяют ширину обода  $b = \psi_b D$ , внутренний диаметр  $d = \psi_{II} D$  и рассчитывают массу обода маховика:

$$m = \rho b \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2).$$

Приняв  $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$ , получим частное значение

$$m = 6123b(D^2 - d^2),$$

где  $m$  – масса обода, кг;

$D$  – наружный диаметр обода, м;

$d$  – внутренний диаметр обода, м;

$b$  – ширина обода маховика, м.

Для сопоставления с вариантом маховика в виде сплошного диска приведем один числовой пример, когда маховик с  $J_{\text{маховика}} = 10 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  выполнен в виде обода со спицами (при  $\psi_{II} = 0,8$ ):

$$D = 0,406\sqrt[3]{10} = 0,406 \cdot 1,585 = 0,644 \text{ м};$$

$$d = \psi_{II} D = 0,8 \cdot 0,644 = 0,515 \text{ м};$$

$$b = \psi_b D = 0,2 \cdot 0,644 = 0,129 \text{ м};$$

$$m = 7800 \cdot 0,129 \frac{3,14}{4} (0,644^2 - 0,515^2) = 118,09 \text{ кг}.$$

Масса обода маховика оказалась в 2,02 раза меньше, чем масса маховика в виде сплошного диска при одном и том же моменте инерции.

Если размеры и масса маховика превышают допустимые пределы, то маховик устанавливают на более быстрый вал, так как момент инерции маховика можно при этом уменьшить на величину квадрата передаточного отношения  $u$  угловых скоростей соответствующих валов.

### 3.9 Пример расчета маховика для шестизвенного рычажного механизма строгального станка

1. Построение диаграммы  $M_{IIc} = f(\varphi)$  приведенного момента от силы полезного сопротивления  $Q_{IIc}$ .

$$M_{IIc} = \frac{Q_{IIc} v_{B_5} \cos(\bar{Q}_{IIc}, \bar{v}_{B_5})}{\omega_1}.$$

Подставляя в это уравнение значение скорости  $\bar{v}_{B_5}$  для положений механизма (рисунки 3.3 а, б), соответствующих рабочему ходу ползуна, получим значения  $M_{IIc}$  (таблица 3.4).

Таблица 3.4 – Значения приведенного момента от силы полезного сопротивления

Величина	Положение кривошипа												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
$v_{B_5}$ , м/с	0	0,38	0,63	0,77	0,80	0,72	0,50	0,06	0	0,64	1,33	1,30	0,60
$M_{Пс}$ , Н·м	0	103,87	172,20	210,47	218,67	196,80	136,67	16,40	0	0	0	0	0
$(\overline{y_{M_{П}}})$ , мм	0	19,0	31,5	38,5	40,0	36,0	25,0	3,0	0	0	0	0	0
$Q_{Пс}$ , Н	$Q_{Пс} = const = 820$ Н									$Q_{Пс} = 0$			

Определим масштабный коэффициент диаграммы  $M_{Пс} = f(\varphi)$ . По оси абсцисс для угла  $\varphi$  поворота кривошипа получим:

$$\mu_{\varphi} = \frac{\varphi_{\psi}}{L},$$

где  $L$  – длина отрезка, отображающего угол  $\varphi$  поворота кривошипа за период одного цикла, мм.

В нашем примере цикл совершается за один оборот кривошипа, т.е.  $\varphi_{\psi} = 2\pi$ . Примем  $L = 78,5$  мм, тогда, подставив эти значения, найдем:

$$\mu_{\varphi} = \frac{2\pi}{L} = \frac{2 \cdot 3,14}{78,5} = 0,08 \frac{\text{рад.}}{\text{мм}}.$$

Для приведенного момента  $M_{Пс}$  от силы полезного сопротивления масштаб определяется по формуле:

$$\mu_{M_{П}} = \frac{M_{Пс}^{\max}}{(\overline{y_{M_{П}}})_{\max}},$$

где  $(\overline{y_{M_{П}}})_{\max}$  – высота ординаты наибольшего значения приведенного момента  $M_{Пс}$ , мм.

Примем  $(\overline{y_{M_{П}}})_{\max} = 40$  мм, тогда:

$$\mu_{M_{II}} = \frac{218,67}{40} = 5,4668 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{мм}}.$$

Поделив значения  $M_{IIc}$  для каждого положения кривошипа на величину масштабного коэффициента  $\mu_{M_{II}}$ , определим ординаты для построения диаграммы  $M_{IIc} = f(\varphi)$  (таблица 3.4).

По данным таблицы 3.4 строим диаграмму  $M_{IIc} = f(\varphi)$  (рисунок 3.8).

Затем графическим интегрированием диаграммы  $M_{IIc} = f(\varphi)$  строим диаграмму  $A(M_{IIc}) = f(\varphi)$  работ от приведенных моментов силы полезного сопротивления (рисунок 3.8).

Чтобы построить диаграмму  $A(M_{IIc}) = f(\varphi)$  работ от приведенных моментов движущих сил, надо предположить, что движущий момент  $M_{IIд}$  постоянен по времени ( $M_{IIд} = const$ ). Тогда диаграмма  $A(M_{IIд}) = f(\varphi)$  будет представлять наклонную прямую, соединяющую точку  $C$  диаграммы  $A(M_{IIc}) = f(\varphi)$  с начало координат.

Продифференцировав диаграмму  $A(M_{IIд}) = f(\varphi)$ , получим на диаграмме приведенных моментов прямую  $M_{IIд} = f(\varphi)$ , параллельную оси абсцисс, которая и будет диаграммой приведенных моментов от сил движущих (рисунок 3.8).

Масштабный коэффициент диаграмм работ определим по формуле:

$$\mu_{A(M_{II})} = \mu_{M_{II}} \cdot \mu_{\varphi} \cdot H_3,$$

где  $H_3$  – полюсное расстояние, мм (принимаем  $H_3 = 30$  мм).

Подставив принятые значения, находим:

$$\mu_{A(M_{II})} = 5,4668 \cdot 0,08 \cdot 30 = 13,1203 \frac{\text{Дж}}{\text{мм}}.$$

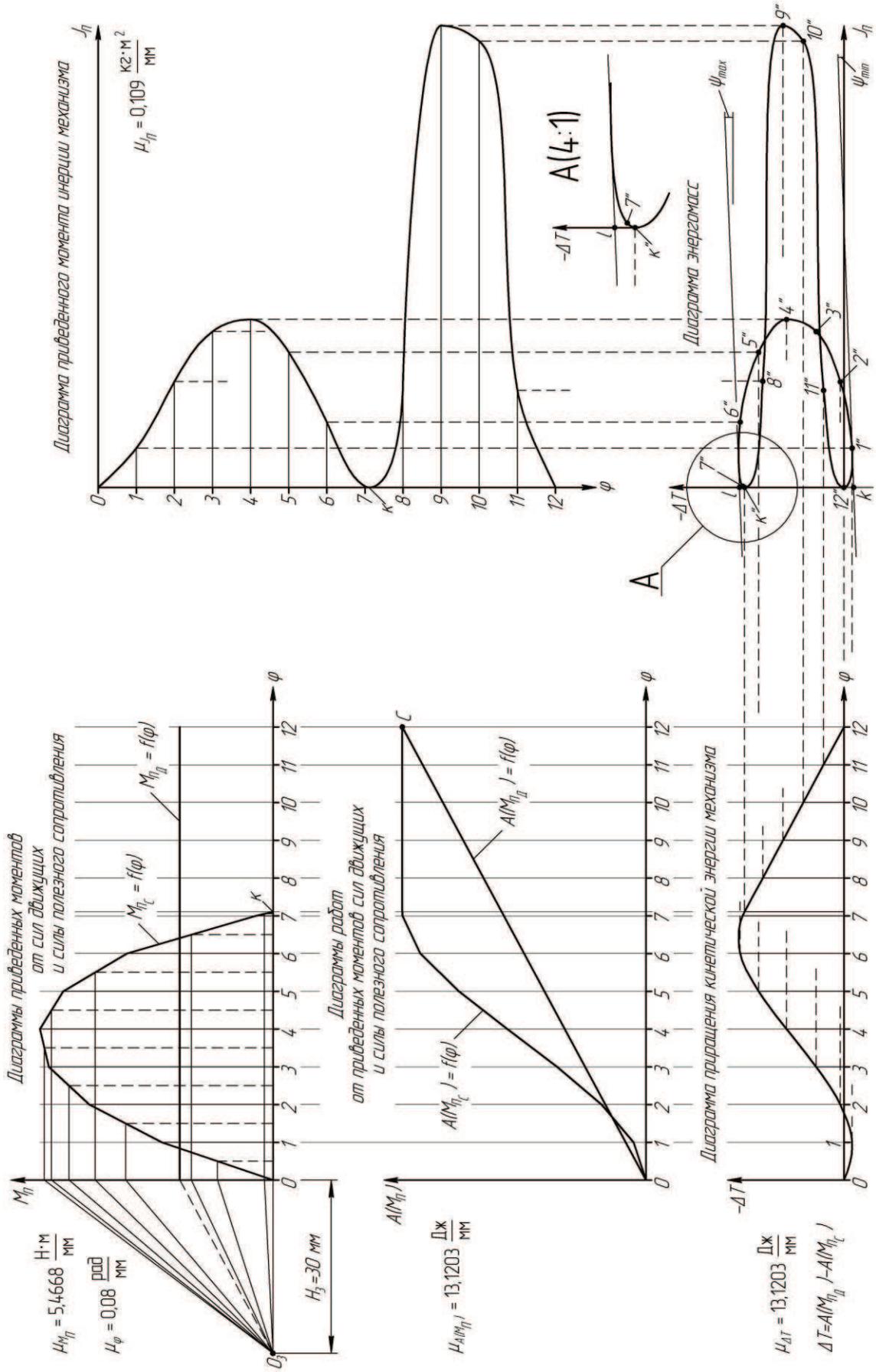


Рисунок 3.8 – К вопросу построения диаграммы энергомасс

Вычитая ординаты работы приведенных моментов силы полезного сопротивления из ординат работы приведенных моментов сил движущих для каждого положения механизма, построим диаграмму  $\Delta T = f(\varphi)$  приращения кинетической энергии механизма от угла  $\varphi$  поворота кривошипа (рисунок 3.8). Масштабный коэффициент диаграммы  $\Delta T = f(\varphi)$  по оси ординат будет равен масштабному коэффициенту диаграммы работ:

$$\mu_{\Delta T} = \mu_{A(M_{II})} = 13,1203 \frac{\text{Дж}}{\text{мм}}.$$

С целью построения диаграммы зависимости приведенного момента инерции  $J_{II}$  механизма от угла  $\varphi$  поворота кривошипа запишем для заданного механизма строгального станка уравнение приведенного момента инерции:

$$J_{II} = \frac{m_3 v_{S_3}^2}{\omega_1^2} + \frac{J_{S_3} \omega_3^2}{\omega_1^2} + \frac{m_5 v_{B_5}^2}{\omega_1^2}.$$

Подставляя в это уравнение величины скоростей из таблицы 3.1, а массы и момент инерции – из задания, вычислим значение  $J_{II}$  для всех положений кривошипа:  $\omega_1 = 3 \text{ с}^{-1}$ ;  $m_3 = 15 \text{ кг}$ ;  $m_5 = 40 \text{ кг}$ ;  $J_{S_3} = 1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

$$J_{II0} = \frac{15 \cdot 0}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0}{3^2} + \frac{40 \cdot 0}{3^2} = 0;$$

$$J_{II1} = \frac{15 \cdot 0,22^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0,37^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 0,38^2}{3^2} = 0,741 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{II2} = \frac{15 \cdot 0,34^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0,57^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 0,63^2}{3^2} = 2,000 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{II3} = \frac{15 \cdot 0,39^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0,65^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 0,77^2}{3^2} = 2,945 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{II4} = \frac{15 \cdot 0,40^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0,66^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 0,80^2}{3^2} = 3,169 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{II5} = \frac{15 \cdot 0,35^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0,58^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 0,72^2}{3^2} = 2,553 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{II6} = \frac{15 \cdot 0,24^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0,39^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 0,50^2}{3^2} = 1,227 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{II7} = \frac{15 \cdot 0,03^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0,05^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 0,06^2}{3^2} = 0,018 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{IIк} = \frac{15 \cdot 0}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0}{3^2} + \frac{40 \cdot 0}{3^2} = 0;$$

$$J_{II8} = \frac{15 \cdot 0,30^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0,50^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 0,64^2}{3^2} = 2,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{II9} = \frac{15 \cdot 0,65^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 1,08^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 1,33^2}{3^2} = 8,721 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{II10} = \frac{15 \cdot 0,67^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 1,12^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 1,30^2}{3^2} = 8,427 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_{II11} = \frac{15 \cdot 0,34^2}{3^2} + \frac{1,2 \cdot 0,57^2}{3^2} + \frac{40 \cdot 0,60^2}{3^2} = 1,836 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Значения  $\nu_{S_3}$ ,  $\omega_3$ ,  $\nu_{B_5}$ ,  $J_{II}$  и его ординаты  $(\overline{y_{J_{II}}})$  сведены в таблицу 3.5.

Величины ординат  $(\overline{y_{J_{II}}})$  диаграммы  $J_{II} = f(\varphi)$  вычислены с учетом масштабного коэффициента:

$$\mu_{J_{II}} = \frac{J_{II}^{\max}}{(\overline{y_{J_{II}}})_{\max}},$$

где  $J_{II}^{\max}$  – наибольшее значение приведенного момента инерции,  $\text{кг} \cdot \text{м}^2$ ;

$(\overline{y_{J_{II}}})_{\max}$  – максимальная величина ординат диаграммы  $J_{II} = f(\varphi)$ , мм.

Примем  $(\overline{y_{J_{II}}})_{\max} = 80$  мм, тогда

$$\mu_{J_{II}} = \frac{8,721}{80} = 0,109 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{мм}}.$$

Величины ординат для остальных положений механизма вычисляются из соотношения:

$$\left(\overline{y_{J_{II}}}\right)_i = \frac{J_{IIi}}{\mu_{J_{II}}}.$$

Например, для 2-го положения находим:

$$\left(\overline{y_{J_{II}}}\right)_2 = \frac{J_{II2}}{\mu_{J_{II}}} = \frac{2,000}{0,109} = 18,3 \text{ мм.}$$

Таблица 3.5 – Значения приведенного момента инерции

Величина	Положение кривошипа												
	Рабочий ход									Холостой ход			
	0	1	2	3	4	5	6	7	к	8	9	10	11
$v_{S_3}$ , м/с	0	0,22	0,34	0,39	0,40	0,35	0,24	0,03	0	0,30	0,65	0,67	0,34
$\omega_3$ , с <sup>-1</sup>	0	0,37	0,57	0,65	0,66	0,58	0,39	0,05	0	0,50	1,08	1,12	0,57
$v_{B_5}$ , м/с	0	0,38	0,63	0,77	0,80	0,72	0,50	0,06	0	0,64	1,33	1,30	0,60
$J_{II}$ , кг·м <sup>2</sup>	0	0,741	2,000	2,945	3,169	2,553	1,227	0,018	0	2,004	8,721	8,427	1,836
$\left(\overline{y_{J_{II}}}\right)$ , мм	0	6,8	18,3	27,0	29,1	23,4	11,3	0,2	0	18,4	80,0	77,3	16,8

По ординатам  $\left(\overline{y_{J_{II}}}\right)$  строим диаграмму  $J_{II} = f(\varphi)$  приведенного момента инерции механизма (рисунок 3.8).

При построении диаграммы  $J_{II} = f(\varphi)$  ось ординат  $J_{II}$  направляем горизонтально, т.е. строим эту диаграмму повернутую на 90° в том же масштабе угла поворота  $\mu_\varphi = 0,08 \frac{\text{рад.}}{\text{мм}}$ . При таком построении диаграмм

$\Delta T = f(\varphi)$  и  $J_{II} = f(\varphi)$  строим диаграмму энергомасс  $\Delta T = f(J_{II})$ , исключив графически угол поворота  $\varphi$ . Порядок построения диаграммы энергомасс приведен на рисунке 3.8.

По заданному коэффициенту неравномерности хода  $\delta = 0,04$  и средней угловой скорости  $\omega_{cp} = \omega_1 = 3 \text{ с}^{-1}$  определяются углы наклона касательных:

$$\psi_{\min} = \arctg \left[ \frac{\mu_{J_{II}}}{2\mu_{\Delta T}} \cdot \omega_1^2 \cdot (1 - \delta) \right] = \arctg \left[ \frac{0,109}{2 \cdot 13,1203} \cdot 3^2 \cdot (1 - 0,04) \right] = 2,06^\circ;$$

$$\psi_{\max} = \arctg \left[ \frac{\mu_{J_{II}}}{2\mu_{\Delta T}} \cdot \omega_1^2 \cdot (1 + \delta) \right] = \arctg \left[ \frac{0,109}{2 \cdot 13,1203} \cdot 3^2 \cdot (1 + 0,04) \right] = 2,23^\circ.$$

Проводим к кривой  $\Delta T = f(J_{II})$  две касательные: сверху под углом  $\psi_{\max}$  и снизу под углом  $\psi_{\min}$  к горизонтали. Они пересекут в точках  $l$  и  $k$  ось ординат  $\Delta T$ . Получим отрезок  $(\overline{kl})$  равный 19,6 мм, выражающий в масштабе  $\mu_{\Delta T}$  избыточную работу или величину кинетической энергии, которую должен аккумулировать маховик.

Вычислим момент инерции маховика:

$$J_{\text{маховика}} = \frac{(\overline{kl}) \cdot \mu_{\Delta T}}{\delta \cdot \omega_{cp}^2} = \frac{19,6 \cdot 13,1203}{0,04 \cdot 3^2} = 714,33 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Выполним расчеты по определению геометрических размеров маховика с тяжелым ободом и спицами.

Наружный диаметр маховика:

$$D = 0,406 \sqrt[5]{J_{\text{маховика}}} = 0,406 \sqrt[5]{714,33} = 1,51 \text{ м}.$$

$$\text{Принимаем } \psi_{II} = \frac{d}{D} = 0,8.$$

$$\text{Внутренний диаметр } d = \psi_{II} D = 0,8 \cdot 1,51 = 1,21 \text{ м}.$$

Относительная ширина бандажного кольца маховика  $\psi_b = \frac{b}{D}$ , принимаем  $\psi_b = 0,2$ , тогда ширина обода:

$$b = \psi_b D = 0,2 \cdot 1,51 = 0,30 \text{ м}.$$

Из конструктивных соображений имеем:

$$b_{ст} = 1,5b = 1,5 \cdot 0,30 = 0,45 \text{ м};$$

$$d_{ст} = 0,15D = 0,15 \cdot 1,51 = 0,23 \text{ м}.$$

Выполняем эскиз маховика в масштабе:

$$\mu_{\text{маховика}} = \frac{D}{(\overline{D})} = \frac{1,51}{151} = 0,01 \frac{\text{м}}{\text{мм}};$$

$$(\overline{d}) = \frac{d}{\mu_{\text{маховика}}} = \frac{1,21}{0,01} = 121 \text{ мм};$$

$$(\overline{b_{ст}}) = \frac{b_{ст}}{\mu_{\text{маховика}}} = \frac{0,45}{0,01} = 45 \text{ мм};$$

$$(\overline{d_{ст}}) = \frac{d_{ст}}{\mu_{\text{маховика}}} = \frac{0,23}{0,01} = 23 \text{ мм}.$$

## Литература

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин: учебник для втузов / И.И. Артоболевский. – 6-е изд., стер., перепеч. с изд. 1988 г. – М.: Альянс, 2011. – 640 с.
2. Леонов, И.В. Теория механизмов и машин: учебное пособие для вузов / И.В. Леонов, Д.И. Леонов. – М.: Высшее образование, 2009. – 239 с.
3. Матвеев, Ю.А. Теория механизмов и машин: учебное пособие / Ю.А. Матвеев, Л.В. Матвеева. – М.: Альфа-М, ИНФРА-М, 2011. – 320 с.
4. Смелягин, А.И. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование / А.И. Смелягин. – М.: ИНФРА-М, 2012. – 263 с.
5. Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование: учебное пособие / под ред. Г.А. Тимофеева и Н.В. Умнова. – 2-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 169 с.
6. Тимофеев, Г.А. Теория механизмов и машин: учебное пособие для бакалавров / Г.А. Тимофеев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Изд-во «Юрайт», 2013. – 351 с.
7. Фролов, К.В. Теория механизмов и механика машин: учебник для втузов / К.В. Фролов, Г.А. Тимофеев. – 7-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. – 986 с.