Лабораторная работа №5

Тема: Построение двухфакторного эксперимента с использованием центрально-композиционного ротатабельного плана (ЦКРП)

Цель работы

Изучение методики построения квадратичных моделей объектов на основе планов второго порядка, теории композиционного планирования.

Основные понятия

Более удачным, чем ортогональное планирование, является рототабельное планирование эксперимента, при котором информационная поверхность приближается к сферической. Это достигается тем, что выбирая удаленные от центра плана “звездные точки”, на осях координат, они дополняются информацией из центра плана, равноточной во всех направлениях. Удельный вес этой информации в общем объеме увеличивается, что достигается увеличением числа опытов в центре плана. Таким образом, в ЦКРП число опытов в центре плана зависит от числа учитываемых в эксперименте факторов. Это увеличивает количество опытов, но дает возможность получать равноточную информацию. Для сокращения количества опытов можно отказаться от постановки параллельных опытов для оценки воспроизводимости, которая в этом случае может быть оценена по экспериментам в центре плана.

Так же, как и в случае ортогонального плана, в качестве ядра плана может быть использован полный 2^n (для нашей лабораторной работы) или дробный 2^{n-p} факторный план.

Чтобы ЦКП второго порядка обладал свойствами рототабельности, значение ”звездного плеча” должно составлять:

$$\alpha = 2^{n/4} \quad (1)$$

Число опытов n_0 в центре плана выбирается из следующих соображений. Выдвигается требование, чтобы информация о значении выходной переменной оставалась неизменной (или почти неизменной) для точек внутри сферы единичного радиуса с центром в центре плана. Иными словами, требуется, чтобы информационный профиль рототабельного плана мало изменялся при значениях радиуса сферы от 0 до 1. Планы, удовлетворяющие этому условию, называются рототабельными униформ-планами. Оказывается, что униформ-план можно получить, меняя число точек в центре рототабельного плана.

Подсчитанные значения звездного плеча α и число центральных опытов n_0 в зависимости от числа учитываемых факторов приведены в табл.1., N– это число опытов, n – количество факторов.

Таблица 1.

Параметры ротатабельных центрально-композиционных планов

n	2	3	4	5	6	7
α	1,414	1,682	2,00	2,00	2,38	2,83
n_0	5	6	7	8	9	14
N	13	20	31	52(32)	91(53)	163(92)

В табл.2 приведена матрица ротатабельного центрально-композиционного униформ-плана для n=2.

Таблица 2

Матрица ротатабельного центрально-композиционного униформ-плана для n=2

Система опытов	№	X_0	X_1	X_2	X_1*X^2	X_1^2	X_2^2	Y_j
Опыты полного факторного эксперимента (ПФЭ)	1	1	+1	+1	+1	+1	+1	Y_1
	2	1	-1	+1	-1	+1	+1	Y_2
	3	1	+1	-1	-1	+1	+1	Y_3
	4	1	-1	-1	+1	+1	+1	Y_4
Опыты в звездных точках	5	1	+α	0	0	0	0	Y_5
	6	1	-α	0	0	0	0	Y_6
	7	1	0	+α	0	0	0	Y_7
	8	1	0	-α	0	0	0	Y_8
Опыты в центре плана	9	1	0	0	0	0	0	Y_9
	10	1	0	0	0	0	0	Y_{10}
	11	1	0	0	0	0	0	Y_{11}
	12	1	0	0	0	0	0	Y_{12}
	13	1	0	0	0	0	0	Y_{13}

Обратим внимание на то, что в матрице центральная точка фигурирует n_0 раз. Это значит, что при вычислении оценок коэффициентов мы будем использовать результат каждого параллельного измерения в центре плана, а не их среднее значение. Параллельные опыты в центре плана позволяют рассчитать оценку дисперсии ошибок наблюдений.

В общем случае, при наличии n_0 точек в центре плана и повторении эксперимента ν раз в каждой точке матрицы X, оценка дисперсии единичного эксперимента S_e^2 определяется по формуле

$$S_e^2=\frac{Se}{\varphi_2}, \quad (2)$$

где

$$Se=\sum_{j=1}^{2^n+2n}\sum_{i=1}^{\nu}(\tilde{y}^j-\tilde{y}^{ji})^2+\sum_{j=1}^{n0}\sum_{i=1}^{\nu}(\tilde{y}^0-\tilde{y}^{2^n+2n+j,i})^2 \quad (3)$$

Здесь

$$\widetilde{y^0}=\frac{1}{n0\nu}\sum_{j=1}^{n0}\sum_{i=1}^{\nu}\tilde{y}^{2^n+2n+j,i} \quad (4)$$

$$\varphi_2=(2^{n-p}+2n)(\nu-1)+\nu n_0-1 \quad (5)$$

Расчетные формулы для оценок коэффициентов и их дисперсий, удобные для ручного счета:

$$\hat{a}_i=\begin{cases}\frac{A}{N}\left[2\lambda_1(n+2)(\widetilde{0y})-2\lambda_2\lambda_1\sum_{i=1}^{n}(\widetilde{jjy})\right], i=0,\\ \frac{\lambda 2}{N}(\widetilde{iy}), i=1,2\ldots,n,\end{cases} \quad (6)$$

$$\tilde{a}_{n+1}=\frac{A}{N}\left\{{\lambda_2}^2[(n+2)\lambda 1-n](\widetilde{iiy})+{\lambda_2}^2(1-\lambda_1)\sum_{j=1}^{n}(\widetilde{jjy})\right\}-2\lambda_1\lambda_2(\widetilde{0y})\},$$

i=1,2…,n,

$\tilde{a}_{2n+j}=\frac{{\lambda_2}^2}{N\lambda_2}(\overline{ily})$, j=1,2,…,R-2n (коэффициент при $x_i x_l$)

Здесь приняты обозначения:

$$\lambda_1=\frac{2^n N}{(2^n+2\alpha^2)^2} \quad (7)$$

$$\lambda_2=\frac{N}{2^n+2\alpha^2} \quad (8)$$

$$A=\frac{1}{2\lambda_1[(n+2)\lambda_1-n]} \quad (9)$$

Кроме того, введены обозначения:

$(\widetilde{0y})=\sum_{j=1}^{N}\tilde{y}^j$

$(i\tilde{y})=\sum_{j=1}^{N}x_i^j\,\tilde{y}^j$ (10)

$(i l \tilde{y}) = \sum_{j=1}^{N} x_i^j x_j^j \bar{y}^j$

Соответственно для дисперсий имеем следующие выражения:

$$S_i^2 = \begin{cases} 2\frac{A}{N}\lambda_1^2(n+2)s^2, \quad i = 0, \\ \frac{\lambda_2}{N}s^2, \; i = 1,2,\dots,n, \\ \frac{A}{N}[(n+1)\lambda_1 - (n-1)]{\lambda_2}^2 s^2, i = n+1, \dots 2n, \\ \frac{{\lambda_2}^2}{N\lambda_1}s^2, i = 2n+1, \dots, R. \end{cases} \qquad (11)$$

В (11) s^2 - оценка дисперсии значений $\bar{y}$ (дисперсии наблюдений) с числом степеней свободы $\varphi_2 = (2^n + 2n)(\nu - 1) + \nu n_0 - 1$, равная

$$s^2 = \frac{s_e^2}{\nu} \qquad (12)$$

Рассмотрим теперь методику проверки адекватности модели для случая, когда используется ротатабельный план. Сумма квадратов S_D, характеризующая неадекватность модели, в данном случае определяется выражением:

$$S_D = \sum_9^{13} \nu n0(\widetilde{y^0} - \widehat{y^0})^2 + \nu \sum_{j=1}^{2^n+2n}(\overline{y^j} - \widehat{y^j})^2 \qquad (13)$$

Здесь $\widehat{y^j}$- значения выходной переменной в точке плана $\widehat{x^j}$, $\widetilde{y^0}$ – среднее значение зависимой переменной в центре плана (4), ν – число параллельных опытов в точках плана. С суммой (13) связано число степеней свободы:

$$\varphi_1 = N - (1+R) - (n_0 - 1) = N - R - n_0 \qquad (14)$$

Сумма квадратов S_e рассчитывается по формуле (3) с числом степеней свободы (5). Модель считается адекватной при выбранном уровне значимости 1-P, если:

$$F = \frac{S_D/\varphi_1}{S_e/\varphi_2} < F_{кр} \qquad (15)$$

Где $F_{кр}$ – критическое значение распределения Фишера, при уровне значимости 1-P и числах степеней свободы φ_1 и φ_2 (см. приложение №1).

Задание на лабораторную работу

1. Составить матрицу планирования рототабельного центрально-композиционного плана (для двух факторов с использованием дополнительного нулевого фактора (X_0=1).
2. Определить оценку дисперсии единичного эксперимента.
3. Рассчитать оценки коэффициентов и их дисперсии.
4. Проверить адекватность модели с помощью критерия Фишера.

Пример выполнения

Дано:

Y_1	Y_2	Y_3
8,439	7,904	8,440
10,523	10,650	10,778
9,401	9,168	9,534
12,016	11,721	12,006
10,008	9,906	9,798
13,110	12,540	12,915
11,395	11,397	11,313
14,120	14,376	14,486
19,269	19,440	19,031
7,939	7,903	7,980
12,365	12,356	12,004
9,729	9,514	10,072
15,647	15,711	15,912

n= 2 – число факторов ПФЭ;

N=13 – общее число опытов;

$2^n=2^2=4$ - опыты полного факторного эксперимента (ПФЭ);

2n=2*2=4 - опыты в звездных точках;

$n_0=5$ – опыты в центре плана;

α=1,414 - значения звездного плеча при n=2;

$\nu=3$ – кол-во параллельных опытов.

R=5 - число членов в математической модели, не считая a_0.

1. **Матрица планирования рототабельного центрально-композиционного плана (РЦКП) для двух факторов с использованием дополнительного нулевого фактора (X_0=1)**

   Используя таблицу 2 из теоретической части, составляем РЦКП для двух факторов с использованием дополнительного нулевого фактора (X_0=1), см.табл.3.

Таблица 3

№п/п	X_0	X_1	X_2	$X_1 * X_2$	X_1^2	X_2^2	Y_1	Y_2	Y_3	$Y_{ср}$	$\widehat{Y}^0$
1	1	1	1	1	1	1	8,439	7,904	8,44	8,261	15.954
2	1	-1	1	-1	1	1	10,523	10,65	10,778	10,650	18.166
3	1	1	-1	-1	1	1	9,401	9,168	9,534	9,367	17.526
4	1	-1	-1	1	1	1	12,016	11,721	12,006	11,914	19.884
5	1	1,414	0	0	1,988	0	10,008	9,906	9,79	9,901	15.562
6	1	-1,414	0	0	1,988	0	13,11	12,54	12,915	12,855	18.784
7	1	0	1,414	0	0	1,988	11,395	11,397	11,313	11,368	17.462
8	1	0	-1,414	0	0	1,988	14,12	14,376	14,486	14,327	19.78
9	1	0	0	0	0	0	19,269	19,44	19,031	19,246	19.783
10	1	0	0	0	0	0	7,939	7,903	7,98	7,940	19.783
11	1	0	0	0	0	0	12,365	12,356	12,004	12,241	19.783
12	1	0	0	0	0	0	9,792	9,514	10,072	9,792	19.783
13	1	0	0	0	0	0	15,647	15,711	15,912	15,756	19.783

где

$Y_{ср}=(Y_1+Y_2+Y_3)/3$

2. Определить оценку дисперсии единичного эксперимента.

Оценка дисперсии единичного эксперимента S_e^2 определяется по формуле:

$$S_e^2=\frac{Se}{\varphi_2},$$

где

$$Se=\underbrace{\sum_{j=1}^{2^n+2n}\sum_{i=1}^{\nu}(\tilde{y}^j-\tilde{y}^{ji})^2}_{\text{1часть}}+\underbrace{\sum_{j=1}^{n0}\sum_{i=1}^{\nu}(\bar{y}^0-\bar{y}^{2^{n+2n+j.i}})^2}_{\text{2 часть}}$$

Здесь

$$\widetilde{y^0}=\frac{1}{n0\nu}\sum_{j=1}^{n0}\sum_{i=1}^{\nu}\tilde{y}^{2^{n+2n+j.i}}$$

$$\varphi_2=(2^n+2n)(\nu-1)+\nu n_0-1$$

Для начала рассчитаем 1-ую часть выражения S_e:

$\sum_{j=1}^{2^n+2n}\sum_{i=1}^{\nu}(\tilde{y}^j-\tilde{y}^{ji})^2=\sum_{j=1}^{8}\sum_{i=1}^{3}$ **1**) $(8{,}261-8{,}439)^2+(8{,}261-7{,}904)^2+(8{,}261-8{,}44)^2=0{,}19$

2) $(10{,}650-10{,}523)^2+(10{,}650-10{,}650)^2+(10{,}650-10{,}778)^2=0{,}032$

3) $(9{,}367-9{,}401)^2+(9{,}367-9{,}168)^2+(9{,}367-9{,}534)^2=0{,}067$

4) $(11{,}914-12{,}016)^2+(11{,}914-11{,}721)^2+(11{,}914-12{,}006)^2=0{,}055$

5) $(9{,}901-10{,}008)^2+(9{,}901-9{,}906)^2+(9{,}901-9{,}79)^2=0{,}023$

6) $(12{,}855-13{,}11)^2+(12{,}855-12{,}54)^2+(12{,}855-12{,}915)^2=0{,}167$

7) $(11{,}368-11{,}395)^2+(11{,}368-11{,}397)^2+(11{,}368-11{,}313)^2=0{,}004$

8) $(14{,}327-14{,}12)^2+(14{,}327-14{,}376^2+(14{,}327-14{,}486)^2=0{,}069$

$\sum$ общ $= 0{,}19 + 0{,}032 + 0{,}067 + 0{,}055 + 0{,}023 + 0{,}167+0{,}004+0{,}069=0{,}608$

Т.е. $\sum_{j=1}^{2^n+2n}\sum_{i=1}^{\nu}(\tilde{y}^j-\tilde{y}^{ji})^2=0{,}608$

Теперь рассчитаем 2-ую часть выражения S_e:

$\sum_{j=1}^{n0}\sum_{i=1}^{\nu}(\tilde{y}^0-\bar{y}^{2^{n+2n+j.i}})^2$ отсюда:

$\widetilde{y^0}=\frac{1}{n0\nu}\sum_{j=1}^{n0}\sum_{i=1}^{\nu}\tilde{y}^{2^{n+2n+j.i}}=\frac{1}{5*3}\sum_{j=1}^{5}\sum_{i=1}^{3}(19{,}269+19{,}44+19{,}031)+(7{,}939+7{,}903+7{,}98)+(12{,}365+12{,}356+12{,}004)+(9{,}792+9{,}154+10{,}072)+(15{,}647+15{,}74+15{,}912)=11{,}676$ следовательно:

$\sum_{j=1}^{5}\sum_{i=1}^{3}$ **9**) $(11{,}676-19{,}269)^2+(11{,}676-19{,}44)^2+(11{,}676-19{,}031)^2=172{,}028$

10) $(11{,}676-7{,}939)^2+(11{,}676-7{,}903^2+(11{,}676-7{,}98)^2=31{,}896$

11) $(11{,}676-12{,}365)^2+(11{,}676-12{,}356)^2+(11{,}676-12{,}004)^2=1{,}043$

12) $(11{,}676-9{,}792)^2+(11{,}676-9{,}514)^2+(11{,}676-10{,}072)^2=10{,}795$

13) $(11{,}676-15{,}647)^2+(11{,}676-15{,}711)^2+(11{,}676-15{,}912)^2=49{,}992$

$\sum$ общ $=172{,}028+31{,}896+1{,}043+10{,}795+49{,}992=265{,}754$, получаем

$\sum_{j=1}^{n0}\sum_{i=1}^{\nu}(\tilde{y}^0-\bar{y}^{2^{n+2n+j.i}})^2=265{,}754$.

Тогда:

$$Se=\sum_{j=1}^{2^n+2n}\sum_{i=1}^{\nu}(\tilde{y}^j-\tilde{y}^{ji})^2+\sum_{j=1}^{n0}\sum_{i=1}^{\nu}(\bar{y}^0-\bar{y}^{2^{n+2n+j.i}})^2=0{,}608+265{,}754=266{,}362$$

$$S_e^2=\frac{Se}{\varphi_e}=\frac{266{,}362^2}{30}=2364{,}957 \text{ где}$$

$$\varphi_2=(2^n+2n)(\nu-1)+\nu n_0-1=30$$

3. Рассчитать оценки коэффициентов и их дисперсии.

Находим:

$$\lambda_1=\frac{2^nN}{(2^n+2\alpha^2)^2}=0{,}817$$

$\lambda_2 = \frac{N}{2^n+2\alpha^2}$=1,629

A=$\frac{1}{2\lambda_1[(n+2)\lambda_1-n]}$=0,481

$(O\widetilde{y})=\sum_{j=1}^{N}\tilde{y}^j=\sum_{j=1}^{13}\tilde{y}^j = 153{,}623$

$(i\tilde{y})= \sum_{j=1}^{N} x_i^j\, \tilde{y}^j$ рассчитывается:

$(1\tilde{y})= \sum_{j=1}^{13} x_1 * y_{ср}$=-9,100;

$(2\tilde{y})= \sum_{j=1}^{13} x_2 * y_{ср}$= -6.542;

$(il\widetilde{y})= \sum_{j=1}^{N} x_i^j x_j^j\, \bar{y}^j = x_1 * x_2 * y_{ср}$=0,157

Запишем математическую модель для нашего примера, по формуле имеющей вид: $\hat{y}=a_0+a_1x_1+\ldots+a_nx_n+a_{n+1}x_1^2+\ldots+a_{2n}x_n^2+a_{2n+1}x_1x_2+\ldots a_Rx_{n-1}x_n$:

$\hat{y}=a_0+a_1x_1+a_2x_2+a_3x_1^2+a_4x_2^2+a_5x_1x_2$.

Теперь рассчитаем оценки коэффициентов:

$$\hat{a}_i=\begin{cases} a0 = \frac{A}{N}\left[2\lambda_1(n+2)(\widetilde{Oy}) - 2\lambda_2\lambda_1 \sum_{i=1}^{n}(jj\widetilde{y})\right] \ , i = 0, \\ a1, a2 = \frac{\lambda 2}{N}(i\widetilde{y}) \ , i = 1,2 \ldots, n, \end{cases}$$

$$a3,\ a4=\tilde{a}_{n+1}=\frac{A}{N}\left\{\lambda_2{}^2[(n+2)\lambda 1 - n](ii\widetilde{y}) + \lambda_2{}^2(1-\lambda_1)\sum_{j=1}^{n}(jj\widetilde{y})\right\} - 2\lambda_1\lambda_2(O\widetilde{y})\},$$

i=1,2…,n,

$a5 = \tilde{a}_{2n+j}=\frac{\lambda_2{}^2}{N\lambda_2}(il\overline{y})$, j=1,2,…,R-2n (коэффициент при x_ix_l)

где

$(jj\widetilde{y})=\sum_1^{13} x_1{}^2 * y_{ср}+\sum_1^{13} x_2{}^2 * y_{ср}$

Получаем:

a_0=19,783;

a_1=-1,140;

a_2=-0,820;

a_3=-1,314;

a_4=-0,584;

a_5=0,039.

В результате получаем следующую модель:

$\hat{y}$=19,783+(-1,140)x_1+(-0,820)x_2+(-1,314)x_1^2+(-0,584)x_2^2+0,039x_1x_2. (16)

Соответственно для дисперсий имеем следующие выражения:

$$S_i^2=\begin{cases} 2\frac{A}{N}\lambda_1^2(n+2)s^2 = 4669{,}182, \ \ i=0, \\ \frac{\lambda_2}{N}s^2 = 2963{,}473, \ \ i=1,2,\dots,n, \\ \frac{A}{N}[(n+1)\lambda_1-(n-1)]{\lambda_2}^2 s^2 = 3369{,}260, i=n+1,\dots 2n, \\ \frac{{\lambda_2}^2}{N\lambda_1}s^2 = 5908{,}810, \ \ i=2n+1,\dots,R. \end{cases}$$

Где s^2 - оценка дисперсии значений $\bar{y}$ (дисперсии наблюдений) с числом степеней свободы $\varphi = (2^n + 2n)(\nu-1)+\nu n_0$-1=30, равная

$$s^2 = \frac{s_e^2}{\nu} = \frac{266{,}362^2}{3} = 23649{,}571$$

3. Проверить адекватность модели с помощью критерия Фишера.

Проверим адекватность модели (16). Определим сумму квадратов S_D, характеризующую неадекватность модели:

$$S_D=\underbrace{\sum_{j=9}^{13}\nu n_0(\widetilde{y^0}-\widehat{y^0})^2}_{\text{1часть}}+\underbrace{\nu\sum_{j=1}^{2^n+2n}}_{\text{2 часть}}(\overline{y^j}-\hat{y}^j)^2$$

Рассчитаем 1 часть:

$(\widehat{y^0})$- рассчитывается с помощью полученной модели (16) с 9 по 13 строчки (опыты).

А именно:

$(\widehat{y^0})_9$ =19,783+(-1,140)*0+(-0,820)*0+(-1,314)*0^2+(-0,584)*0^2+0,039*0*0=19,783

…

$(\widehat{y^0})_{13}$ (см.табл.3)

Получаем:

$\sum_{j=9}^{13}\nu n_0(\widetilde{y^0}-\widehat{y^0})2=\sum_9^{13} 3*5*(11{,}676-19{,}783)^2$+$(11{,}676-19{,}783)^2$+$(11{,}676-19{,}783)^2$+$(11{,}676-19{,}783)^2$+$(11{,}676-19{,}783)^2$=4929,258

Рассчитаем 2 часть:

$\nu\sum_{j=1}^{2^n+2n}(\overline{y^j}-\widehat{y^j})^2$

$(\widehat{y^j})$- рассчитывается с помощью полученной модели (16) с 1 по 8 строчки (опыты), также как и $(\widehat{y^0})$.

$(\widehat{y^0})_1$ =19,783+(-1,140)*1+(-0,820)*1+(-1,314)*1^2+(-0,584)*1^2+0,039*1*1=15.964

…

$(\widehat{y^j})_{13}$.см.табл.3

Получаем:

$3\sum_{j=1}^{8}(8.261-15.964)^2+(10.650-18.166)^2+(9.367-17.526)^2+(11.914-19.884)^2+(9.901-15.562)^2+(12.855-18.784)^2+(11.368-17.462)^2+(14.327-19{,}78)^2$=3*393.987=1139,955

Следовательно

$$S_D=\underbrace{\sum_{9}^{13}\nu n_0(\widetilde{y^0}-\widehat{y^0})^2}_{\text{1часть}}+\underbrace{\nu\sum_{j=1}^{2^n+2n}(\overline{y^j}-\widehat{y^j})^2}_{\text{2 часть}}=4929{,}258+1139.955=6069{,}213$$

С суммой S_D связано число степеней свободы:

$\varphi_1=N-(1+R)-(n_0-1)=N-R-n_0$

$\varphi_1=13-(1+5)-(5-1)=3$, где R- число членов в математической модели, не считая a_0.

Модель считается адекватной при выбранном уровне значимости 1-P, если:

$$F=\frac{S_D/\varphi_1}{S_e/\varphi_2}<F_{кр}$$

$$F=\frac{6069{,}213/3}{266.362/30}<F_{кр}$$

F=227.874>2.92

Где $F_{кр}$ – критическое значение распределения Фишера, при уровне значимости 1-P и числах степеней свободы φ_1 и φ_2 (см. приложение №1).

Следовательно делаем вывод, что модель не является адекватной.

Выводы по работе

Были рассмотрены теоретические сведения о построении двухфакторного эксперимента с использованием центрально-композиционного рототабельного плана (ЦКРП). Была составлена матрица ЦКРП, найдены значения оценки дисперсии единичного эксперимента, оценки коэффициентов и их дисперсии, а также проведена проверка адекватности модели по критерию Фишера.

Содержание и оформление отчета

1. Титульный лист, содержащий информацию о студенте (группа, фамилия, номер варианта).
2. Результаты подготовки (выбранные по варианту значения экспериментальных данных).
3. Основные теоретические положения (используемые формулы).
4. Расчеты оценок дисперсии единичного эксперимента, коэффициентов и их дисперсии, результат проверки адекватности модели с помощью критерия Фишера.
5. Ответы на контрольные вопросы.
6. Выводы по лабораторной работе.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается преимущество центрально-композиционного рототабельного плана от ортогонального центрально-композиционного плана?
2. Из каких условий выбирается величина звездного плеча α, чтобы композиционный план был рототабельным?
3. Из каких соображений выбирается число опытов n_0 в центре плана?
4. Что необходимо делать если модель второго порядка оказалась неадекватной?
5. Для чего используют центрально-композиционный план, из чего он состоит?

Литература

1. Хартман, К., Лецкий, Э., Шефер, В. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов.-М.Мир, 1977-552с.
2. Спирин Н.А.,. Лавров В.В. Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперемента.- ГОУ ВПО УГТУ-УПИ,2004-257с.
3. Муращенко, Д.Д. Планирование и организация экспериментов.- Изд-во московского государственного университета леса-2009-150с.

Вариант 1

3,004	3,031	3,035
5,193	5,152	5,177
3,927	3,950	3,936
7,141	7,099	7,111
4,684	4,697	4,688
9,135	9,123	9,166
6,371	6,403	6,343
14,672	14,680	14,695
5,828	5,847	5,842
3,651	3,605	3,653
6,547	6,514	6,535
4,761	4,793	4,816
9,515	9,566	9,534

Вариант 2

3,035	3,039	3,001
5,177	5,209	5,151
3,936	3,898	3,897
7,111	7,138	7,097
4,688	4,730	4,729
9,166	9,134	9,117
6,343	6,339	6,337
14,695	14,668	14,672
5,842	5,905	5,886
3,653	3,592	3,627
6,535	6,562	6,581
4,816	4,792	4,801
9,534	9,552	9,528

Вариант 3

4,292	4,285	4,333
8,385	8,390	8,404
5,881	5,886	5,847
13,349	13,332	13,357
7,389	7,368	7,439
20,252	20,271	20,271
11,282	11,269	11,293
66,571	66,613	66,562
7,379	7,415	7,415
4,307	4,284	4,284
8,387	8,396	8,430
5,832	5,873	5,856
13,329	13,304	13,328

Вариант 4

4,333	4,304	4,277
8,404	8,421	8,390
5,847	5,900	5,909
13,357	13,342	13,356
7,439	7,419	7,442
20,271	20,258	20,310
11,293	11,249	11,254
66,562	66,585	66,620
7,415	7,368	7,368
4,284	4,316	4,286
8,430	8,389	8,404
5,856	5,843	5,862
13,328	13,340	13,312

Вариант 5

2,124	2,150	2,139
3,382	3,394	3,368
2,705	2,652	2,655
4,307	4,424	4,276
3,107	3,089	3,096
5,081	5,148	5,123
3,948	3,901	3,914
6,873	6,920	6,932
6,718	6,752	6,760
2,588	2,597	2,542
4,191	4,165	4,152
3,201	3,231	3,202
5,509	5,453	5,448

Вариант 6

2,139	2,140	2,157
3,368	3,374	3,372
2,655	2,674	2,713
4,276	4,317	4,255
3,096	3,119	3,137
5,123	5,092	5,073
3,914	3,951	3,919
6,932	6,858	6,869
6,760	6,709	6,743
2,542	2,537	2,539
4,152	4,129	4,138
3,202	3,199	3,248
5,448	5,511	5,445

Вариант 7

3,583	3,605	3,623
6,555	6,564	6,523
4,795	4,790	4,776
9,504	9,530	9,524
5,855	5,839	5,827
13,040	13,011	13,045
8,328	8,301	8,303
25,586	25,544	25,578
4,701	4,682	4,690
3,054	3,032	3,024
5,147	5,170	5,178
3,926	3,895	3,937
7,117	7,121	7,101

Вариант 8

3,623	3,623	3,587
6,523	6,559	6,511
4,776	4,798	4,744
9,524	9,557	9,530
5,827	5,881	5,863
13,045	13,061	13,036
8,303	8,319	8,310
25,578	25,562	25,556
4,690	4,718	4,719
3,024	3,046	3,019
5,178	5,190	5,177
3,937	3,931	3,915
7,101	7,130	7,091

Вариант 9

3,793	3,830	3,850
6,718	6,752	6,760
4,963	4,966	5,001
9,738	9,753	9,702
7,094	7,126	7,149
3,072	3,028	3,080
5,193	5,159	5,163
3,932	3,955	3,893
7,094	7,126	7,149
4,740	4,704	4,668
9,163	9,167	9,160
6,336	6,396	6,369
14,676	14,668	14,725

Вариант 10

4,701	4,682	4,690
9,150	9,159	9,115
6,390	6,383	6,384
14,677	14,670	14,718
6,721	6,714	6,741
2,549	2,537	2,563
4,118	4,164	4,155
2,236	3,220	3,202
5,445	5,485	5,449
3,825	3,812	3,790
6,721	6,714	6,741
4,951	4,989	4,955
9,735	9,963	9,705