ВВЕДЕНИЕ

В условиях значительного сокращения лекций и часов, отводимых на практические занятия по физике, единственным способом улучшить усвоение материала учебной программы является самостоятельная работа студента. В решении этой проблемы может помочь выполнение студентом индивидуального расчетно-графического задания (РГР). При выполнении РГР студенту приходится сочетать теоретические знания и практические навыки решения задач. Кроме того, у него формируется умение определить, описать и объяснить физические понятия, явления, процессы и величины.

При этом студент приобретает следующие навыки:

- проводить самостоятельный поиск необходимой информации с использованием учебных, справочных и научно-популярных изданий, ресурсов Интернета;
- применять математический аппарат для аналитического решения физических задач;
- анализировать, выполнять сравнительную оценку и делать выводы по результатам своей работы;
- использовать в решениях и представлении результатов (в виде рисунков, схем, таблиц и графиков) компьютерное программное обеспечение.

Перечень планируемых результатов после выполнения РГР:

- знать основные понятия, явления и фундаментальные физические законы, лежащие в основе изучаемого явления; уметь формулировать физико-математическую модель изучаемого явления; владеть методами выбора цели, постановки задач и поиска оптимальных путей их решения; (ОПК-1);
- знать основные методы исследования, методы расчета и численной оценки точности результатов измерений физических величин; уметь ставить и решать задачи для осуществления научно-исследовательской деятельности; владеть методами математического моделирования, компьютерной, аналитической и графической обработки результатов измерений ОПК-2
- знать основные профессиональные проблемы, решаемые с помощью физических методов исследования; уметь: самостоятельно решать конкретные задачи и выявлять новые закономерности; владеть способностью оценки достоверности полученных результатов (ПК-1);
- знать возможности применения современных компьютерных технологий; уметь эффективно использовать научно-техническую аппаратуру при решении конкретных профессиональных задач; владеть основами выполнения исследований с применением современных технологий и статистических методов (ПК-2).

Для повышения эффективности самостоятельной работы студентов в данном пособии приведены краткие теоретические сведения и разобраны примеры решения и оформления задач.

В приложении представлены справочные материалы, рекомендации к решению задач и содержанию отчета по РГР.

Студентам предлагается решить одно расчетно-графическое задание, которое фактически предполагает рассмотрение типовых задач по следующим разделам механики:

1. «Кинематика»;
2. «Динамика материальной точки»;

3. «Динамика вращательного и поступательного движения абсолютно твердого тела».

1. ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ ОТЧЕТА И К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО РАСЧЕТНО – ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЕ

При выполнении расчетно-графических работ по общей физике рекомендуется оформить отчет в печатном виде на листах формата А4 следующего содержания:

1. Титул в соответствии с требованиями вуза.
2. Формулировка задания в соответствии со своим вариантом.
3. Теоретические основы работы.

В краткое содержание теоретической части работы необходимо включить:

- явления или процессы, изучаемые в РГР.
- определения основных физических понятий, объектов, процессов и величин.
- законы и соотношения, описывающие изучаемые процессы.
- пояснение к физическим величинам, входящим в формулы, и единицы их измерения.

4. Решение задач РГР.

При решении задач необходимо:

– выполнить рисунок или начертить схему;

– сопровождать применяемые формулы и законы пояснениями, мотивирующими решение;

– представить результат в общем виде, т. е. преобразовать выражение для определяемой величины так, чтобы в него входили лишь буквенные обозначения величин, заданных в условии задачи, и необходимые физические константы;

– проверить размерность полученного результата;

– выполнить необходимые вычисления и представить результат в Международной системе единиц;

– сформулировать полный ответ в соответствии с вопросом задачи.

5. Графический материал.

– представить таблицы с данными для построения графиков;

– указать аналитическое выражение функциональной зависимости, которую необходимо построить;

– указать на осях координат физические величины и единицы их измерения.

6. Привести анализ и выводы по результатам работы.

2. УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ К РАЗДЕЛУ «ТЕОРЕМА ГАУССА»

2.1. Напряженность

Электрический заряд состоит из отдельных элементарных положительных или отрицательных зарядов. Элементарный положительный заряд несут протон, позитрон; элементарный отрицательный заряд – электрон. Элементарный заряд q_e равен $1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Система тел или частиц называется электрически изолированной, если между ней и внешними телами нет обмена электрически заряженными частицами. В электрически изолированной системе выполняется закон сохранения электрического заряда: алгебраическая сумма электрических зарядов тел или частиц, образующих электрически изолированную систему, остается неизменной при любых процессах, происходящих в этой системе.

Закон Кулона определяет силу взаимодействия двух точечных неподвижных электрических зарядов в вакууме (точечными зарядами называются заряды, размеры которых много меньше расстояния между ними):

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где ε_0 – электрическая постоянная, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м; q_1, q_2 – электрические заряды; r – расстояние между зарядами. Сила Кулона направлена вдоль прямой, соединяющей заряды, ее направление выбирается из условия: одноименные точечные заряды отталкиваются, а разноименные – притягиваются.

Напряженность электрического поля является силовой векторной характеристикой электрического поля и равна силе $\vec{F}$, действующей на пробный положительный заряд q_0, помещенный в данную точку поля, деленной на величину этого заряда (пробный заряд должен обладать достаточно малыми размерами, чтобы не искажать измеряемое поле):

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}.$$

Направление вектора напряженности совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

Потенциал электрического поля является энергетической скалярной характеристикой электрического поля и равен отношению потенциальной энергии положительного пробного точечного заряда, помещенного в данную точку поля, к величине этого заряда:

$$\varphi = \frac{W}{q_0},$$

где W – потенциальная энергия заряда q_0, помещенного в данную точку электрического поля.

Принцип суперпозиции для напряженности электрического поля. Напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из зарядов системы в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i,$$

где $\vec{E}_i$ – напряженность электрического поля, созданного i-м зарядом в данной точке. Принцип суперпозиции позволяет вычислять напряженность поля любой системы зарядов.

Принцип суперпозиции для потенциала электрического поля._Потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности:

$$\varphi = \sum_i \varphi_i ,$$

где φ_i – потенциал электрического поля, созданного i-м зарядом.

При расчетах, связанных с неточечными зарядами, используются следующие понятия.

Объемная плотность заряда – физическая величина, определяемая отношением равномерно распределенного заряда q в объеме V к величине этого объема. Данное определение можно выразить следующим образом:

$$\rho = \frac{q}{V}.$$

Поверхностная плотность заряда – физическая величина, определяемая отношением равномерно распределенного заряда q по поверхности S к величине площади этой поверхности:

$$\sigma = \frac{q}{S},$$

где S – площадь поверхности, по которой равномерно распределен заряд q.

Линейная плотность заряда – физическая величина, определяемая отношением равномерно распределенного заряда q по длине заряженного тела (нити, цилиндра) l к длине тела:

$$\tau = \frac{q}{l}.$$

Вектор напряженности, модуль напряженности и потенциал электрического поля точечного заряда в среде:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{\varepsilon\, r^2}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right); \qquad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{|q|}{\varepsilon\, r^2}; \qquad \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{\varepsilon\, r},$$

где q – электрический заряд; r – расстояние от точечного заряда до данной точки поля; ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

2.2. Теорема Гаусса.

Введем новую физическую величину, характеризующую электрическое поле – поток вектора напряженности электрического поля (Ф). Пусть в пространстве, где создано электрическое поле, расположена некоторая достаточно малая площадка ΔS. Произведение модуля вектора напряженности $\vec{E}$ на площадь ΔS и на косинус угла α между вектором напряженности $\vec{E}$ и нормалью $\vec{n}$ к площадке называется элементарным потоком вектора напряженности через площадку ΔS.

$$\Delta\Phi = \left(\vec{E}, \Delta\vec{S}\right) = E\Delta S\cos\alpha = E_n\Delta S$$

где $\vec{E}_n$ – проекция вектора $\vec{E}$ на нормаль $\vec{n}$ к площадке ΔS, $\vec{n}$ - единичный вектор, перпендикулярный площадке ΔS.

Полный поток вектора напряженности сквозь поверхность S в общем случае:

$$\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S} = \int_S E_n dS$$

Поток вектора напряженности через произвольную замкнутую поверхность:

$$\Phi = \sum_i \Delta\Phi_i = \sum_i E_{ni}\Delta S_i$$

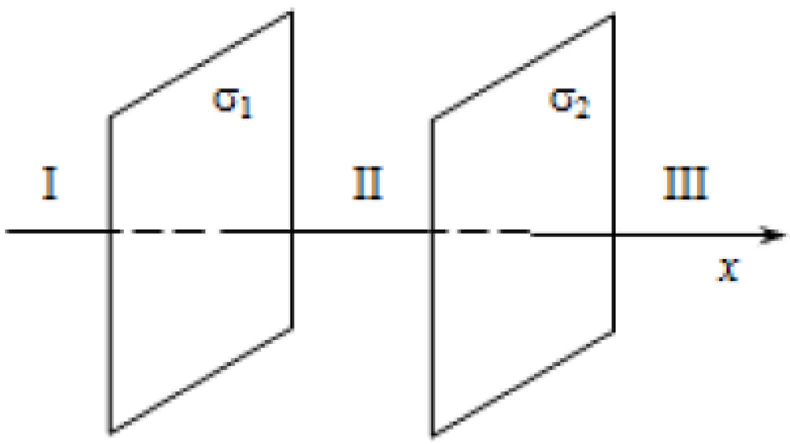
Теорема Гаусса: поток вектора напряженности через замкнутую поверхность (гауссову поверхность) равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на электрическую постоянную, т. е.:

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i$$

3. ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Задача 1.

На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.). Требуется: 1) используя теорему Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение E(x) напряженности электрического поля и выражение φ(x) потенциала электрического поля в трех областях: I, II и III; принять $\sigma_1 = n\sigma$, $\sigma_2 = m\sigma$; 2) вычислить напряженность E и потенциал φ поля в точке A и указать направление вектора $\vec{E}$; 3) построить графики E(x), φ(x).

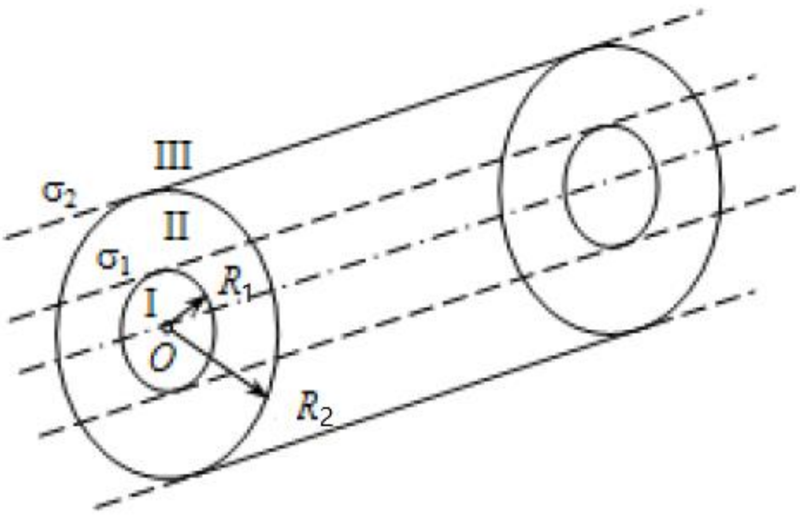


№	n	m	Положение точки A	σ, нКл/м²
1	1	2	слева от плоскостей	20

2	1	-3	между плоскостями	40
3	1	4	справа от плоскостей	60
4	2	-1	слева от плоскостей	80
5	2	3	между плоскостями	100
6	2	-4	справа от плоскостей	120
7	3	1	слева от плоскостей	140
8	3	-2	между плоскостями	160
9	3	4	справа от плоскостей	180
10	4	-1	слева от плоскостей	200
11	4	2	между плоскостями	220
12	4	-3	справа от плоскостей	240
13	-1	2	слева от плоскостей	260
14	-1	-3	между плоскостями	280
15	-1	4	справа от плоскостей	300
16	-2	-1	слева от плоскостей	320
17	-2	3	между плоскостями	340
18	-2	-4	справа от плоскостей	360
19	-3	1	слева от плоскостей	380
20	-3	-2	между плоскостями	400
21	-3	4	справа от плоскостей	420
22	-4	-1	слева от плоскостей	440
23	-4	2	между плоскостями	460
24	-4	-3	справа от плоскостей	480

Задача 2.

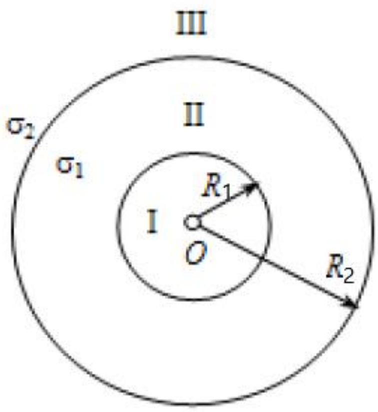
На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами $R_1 = aR$ и $R_2 = bR$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.). Требуется: 1) используя теорему Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение E(x) напряженности электрического поля и выражение φ(x) потенциала электрического поля в трех областях: I, II и III; принять $\sigma_1 = n\sigma$, $\sigma_2 = m\sigma$; 2) вычислить напряженность E и потенциал φ поля в точке A, удаленной на расстояние r, и указать направление вектора $\vec{E}$; 3) построить графики E(x), φ(x).



№	n	m	Положение точки A	σ, нКл/м^2	a	b
1	1	2	r = 2R	20	1	3
2	1	-3	r = 2R	40	1,5	3
3	1	4	r = 2,5R	60	2	3
4	2	-1	r = 4R	80	1	3,5
5	2	3	r = 4R	100	1,5	3,5
6	2	-4	r = 4R	120	2	3,5
7	3	1	r = 6R	140	1	4
8	3	-2	r = 6R	160	1,5	4
9	3	4	r = 6R	180	2	4
10	4	-1	r =2R	200	1	4,5
11	4	2	r = 2R	220	1,5	4,5
12	4	-3	r = 3R	240	2	4,5
13	-1	2	r = 4R	260	1	3
14	-1	-3	r = 4R	280	1,5	3
15	-1	4	r = 4R	300	2	3
16	-2	-1	r = 6R	320	1	3,5
17	-2	3	r = 6R	340	1,5	3,5
18	-2	-4	r = 6R	360	2	3,5
19	-3	1	r = 2R	380	1	4
20	-3	-2	r = 2R	400	1,5	4
21	-3	4	r = 3R	420	2	4
22	-4	-1	r = 4R	440	1	4,5
23	-4	2	r = 4R	460	1,5	4,5
24	-4	-3	r = 4R	480	2	4,5

Задача 3.

На двух концентрических сферах радиусами R_1 = aR и R_2 = bR равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 (рис.). Требуется: 1) используя теорему Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение E(x) напряженности электрического поля и выражение φ(x) потенциала электрического поля в трех областях: I, II и III; принять $\sigma_1 = n\sigma$, $\sigma_2 = m\sigma$; 2) вычислить напряженность E и потенциал φ поля в точке A, удаленной на расстояние r, и указать направление вектора $\vec{E}$; 3) построить графики E(x), φ(x).



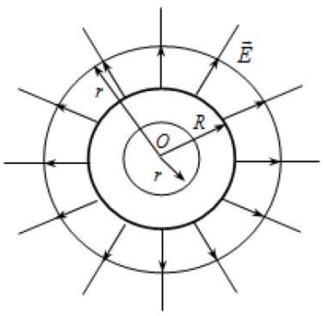
№	n	m	Положение точки А	σ, нКл/м^2	a	b
1	-4	-3	r = 4R	480	2	4,5
2	-4	2	r = 4R	460	1,5	4,5
3	-4	-1	r = 4R	440	1	4,5
4	-3	4	r = 3R	420	2	4
5	-3	-2	r = 2R	400	1,5	4
6	-3	1	r = 2R	380	1	4
7	-2	-4	r = 6R	360	2	3,5
8	-2	3	r = 6R	340	1,5	3,5
9	-2	-1	r = 6R	320	1	3,5
10	-1	4	r = 4R	300	2	3
11	-1	-3	r = 4R	280	1,5	3
12	-1	2	r = 4R	260	1	3
13	4	-3	r = 3R	240	2	4,5
14	4	2	r = 2R	220	1,5	4,5
15	4	-1	r =2R	200	1	4,5
16	3	4	r = 6R	180	2	4
17	3	-2	r = 6R	160	1,5	4
18	3	1	r = 6R	140	1	4
19	2	-4	r = 4R	120	2	3,5
20	2	3	r = 4R	100	1,5	3,5
21	2	-1	r = 4R	80	1	3,5
22	1	4	r = 2,5R	60	2	3
23	1	-3	r = 2R	40	1,5	3
24	1	2	r = 2R	20	1	3

4. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 4.

Пользуясь теоремой Гаусса, определить напряженность поля и потенциал заряженного по объему шара. Радиус шара R, объемная плотность заряда в шаре ρ. Нарисовать графики $E(r)$ и $\varphi(r)$.

Решение. Пусть точка наблюдения находится внутри шара на расстоянии $r < R$ от центра шара. Проведем мысленно сферу радиусом r вокруг центра шара O. Исходя из



симметрии задачи, напряженность поля направлена вдоль радиуса шара и на сфере радиуса r будет постоянной величиной. При этом она все время будет перпендикулярна поверхности данной сферы (см. рис. слева).

Чтобы определить поток вектора напряженности через эту сферу, разобьем ее мысленно на участки ΔS, настолько малые, что их можно считать плоскими, а электрическое поле однородным (одинаковым по размеру и направлению) в пределах каждого участка.

Напряженность поля направлена вдоль радиусов и, значит, перпендикулярна каждому из этих малых участков. Через каждый участок ΔS поток вектора напряженности электрического поля:

$$\Delta\Phi = E(r)\Delta S$$

Полный поток вектора электрической напряженности через сферу:

$$\Phi = \sum \Delta\Phi = \sum E(r)\Delta S$$

Здесь суммирование ведется по сфере, и размер вектора электрической напряженности остается постоянным для всех слагаемых. Это дает возможность вынести $E(r)$ из-под знака суммирования:

$$\Phi = \sum E(r)\Delta S = E(r)\sum \Delta S = E(r)S,$$

где S – площадь сферы радиуса r.

Получим:

$$\Phi = 4E(r)\pi r^2$$

По теореме Гаусса поток вектора напряженности через замкнутую поверхность пропорционален электрическому заряду, ограниченному данной поверхностью. Ограниченный сферой радиуса r заряд

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}\rho ,$$

где ρ – объемная плотность заряда. По теореме Гаусса:

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума; ε – диэлектрическая проницаемость среды, содержащей заряды.

Положим без потери общности рассмотрения ε = 1. Подставляя в теорему Гаусса выражение для потока Φ, получим:

$$4E(r)\pi r^2 = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho}{3 \cdot \varepsilon_0}$$

Отсюда найдем

$$E(r) = \frac{r \cdot \rho}{3 \cdot \varepsilon_0}$$

Рассмотрим точку на расстоянии r > R от центра шара. Построим мысленно сферу радиуса r вокруг шара. Исходя из симметрии задачи, можно предположить, что напряженность поля направлена вдоль радиуса шара и остается постоянной во всех точках мысленно построенной сферы. Тогда аналогично вышеописанному случаю поток вектора электрической напряженности через эту сферу

$$\Phi = 4\pi r^2 E(r)$$

Сфера окружает шар с зарядом

$$Q = \frac{4 \cdot \pi \cdot R^3}{3}\rho,$$

где R – радиус шара. Согласно теореме Гаусса:

$$\Phi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Подставляя выражения для потока и заряда, получим

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{4 \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho}{3 \cdot \varepsilon_0}$$

Отсюда найдем:

$$E(r) = \frac{R^3 \cdot \rho}{3 \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0}$$

Для нахождения потенциала поля φ(r) воспользуемся определением. Потенциал – это работа сил электрического поля по перенесению единичного положительного заряда из точки наблюдения на бесконечность. Это дает:

$$\varphi(r) = \int_r^\infty E(r) dr$$

Если r < R, то интеграл распадается на два:

$$\varphi(r) = \int_r^R E(r) dr + \int_R^\infty E(r) dr$$

Подставляя сюда выражения для E(r), получим:

$$\varphi(r) = \int_r^R \frac{r \cdot \rho}{3 \cdot \varepsilon_0} dr + \int_R^\infty \frac{R^3 \cdot \rho}{3 \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0} dr$$

Вычисляя интегралы, определим:

$$\varphi(r) = \left.\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0}\right|_r^R + \left.\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} \cdot \left(-\frac{1}{r}\right)\right|_R^\infty = \frac{\rho\left(R^2 - r^2\right)}{6\varepsilon_0} + \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right)$$

Если r > R, то

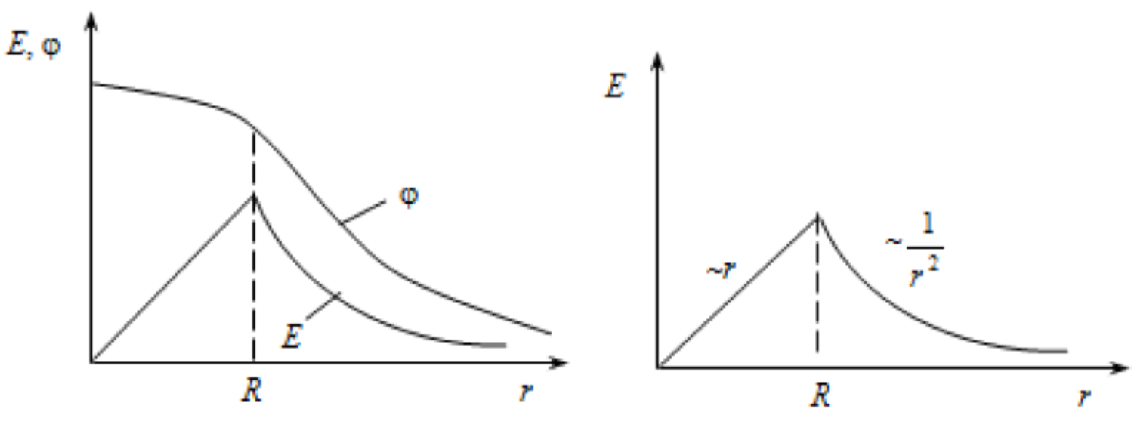
$$\varphi(r) = \int_r^\infty E(r) dr$$

Подставляя E(r) для случая r > R, найдем

$$\varphi(r) = \int_r^\infty \frac{R^3 \cdot \rho}{3 \cdot r^2 \cdot \varepsilon_0} dr$$

Вычисляя интеграл, получим:

$$\varphi(r) = \left.\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0} \cdot \left(-\frac{1}{r}\right)\right|_r^\infty = \frac{\rho R^3}{3r\varepsilon_0}$$



РЕКОМЕНДАТЕЛЬНЫЙ БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики. СПб., М.: Лань, 2010
2. *Детлаф А.А.* Курс физики. / Детлаф А.А., Яворский Б.М. М.: Высшая школа, 2009.
3. *Савельев И.В.* Курс физики, Т. 2. СПб., М.: Лань, 2010.
4. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики, Т. 3, М., Наука, 2009.
5. *Трофимова Т.И.* Курс физики. М.: Высшая школа, 2009.
6. *Чертов А.Г.* Задачник по физике. / Чертов А.Г., Воробьев А.А. М.: Высшая школа, 2008.
7. *Яворский Б.М.* Основы физики, Т. 2. / Яворский Б.М., Пинский А.А. М.: Наука, 2009

ПРИЛОЖЕНИЯ
Основные физические постоянные

Таблица 1.

Физическая величина	**Численное значение**
Скорость света в вакууме	c=2,9979250(10)·10^8 м/с
Гравитационная постоянная	G = 6,672·10^{-11} м^3/(кг·с^2)
Постоянная Авогадро	N_A = 6,02·10^{23} моль$^{-1}$
Постоянная Больцмана	k = 1,3807·10^{-23} Дж/К
Молярная газовая постоянная	R=8,314 Дж/(К·моль)
Элементарный заряд	e = 1,602·10^{-19} Кл
Масса электрона	m_e = 0,911·10^{-30} кг = 0,511 МэВ
Масса протона	m_p = 1,672·10^{-27} кг
Постоянная Планка	h = 6,626·10^{-34} Дж·с
	$\hbar$=h/2π= 1,0546·10^{-34} Дж·с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ = 5,67·10^{-8} Вт/(м^2·К^4)
Постоянная Ридберга	R = 3,29·10^{15} с$^{-1}$
	R' = 1,10 10^7 м$^{-1}$
Электрическая постоянная	ε_0 = 8,85·10^{-12} Ф·м$^{-1}$
Магнитная постоянная	μ_0 = 1,257·10^{-6} Гн/м

СОДЕРЖАНИЕ