

МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ

Составитель
Е. С. Цобкалло

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕХНОЛОГИИ И
ДИЗАЙНА»

Кафедра сопротивления материалов

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ДОМАШНИХ ЗАДАНИЙ

для студентов специальности

262000.62. Технология изделий лёгкой промышленности. обучения;
262200.62. Конструирование изделий лёгкой промышленности.

Заочная форма (РИНПО)

Составитель
Е. С. Цобкалло

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
23.06.2011 г.,
протокол № 9

Рецензент
Т. С. Грибкова

Оригинал подготовлен составителем и издан в авторской редакции
Подписано в печать 10. 10.12. Формат 60 × 84 1/16.
Усл. печ. л.1,7. Тираж 100 экз. Заказ 264/12

<http://www.sutd.ru>

E-mail: sopromat-sutd@mail.ru

Отпечатано в типографии СПГУТД
191028, Санкт-Петербург, ул. Моховая, 26

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Дисциплина «Механика материалов и конструкций» знакомит студентов с вопросами прочности, жесткости, устойчивости отдельных элементов конструкций и механическими свойствами конструкционных материалов. Инженеру-технологу часто приходится производить расчеты на прочность. При проведении расчетов на прочность необходимо стремиться к сочетанию надежности работы конструкции с ее дешевизной, т. е. добиваться наибольшей прочности при наименьшем расходе материала.

Изучение дисциплины «Механика материалов и конструкций» для студентов-заочников включает в себя решение ряда предложенных задач и лабораторный практикум по следующим разделам:

1. Осевое растяжение (сжатие).
2. Статически неопределимые задачи растяжения (сжатия).
3. Сдвиг. Срез.
4. Кручение.
5. Теория плоского напряженного состояния и теории прочности.
6. Прямой поперечный изгиб.
7. Сложное сопротивление.

Номера задач, входящих в контрольную работу указаны в табл. 1.

Т а б л и ц а 1. Номера задач, входящих в контрольную работу

Шифр специальности	Специальность	Номера контрольных работ
		1
262000.62	Технология изделий лёгкой промышленности. Технология изделий из кожи (сокращённая форма обучения)	2, 4, 6 ^ж

ж Указанные номера тех задач требуется решить в обязательном порядке в данной контрольной работе. В методических указаниях представлены также и задачи по другим темам дисциплины. Решение этих дополнительных задач не обязательно в данной контрольной работе, но может помочь студентам в процессе усвоения материала по соответствующим темам дисциплины и при сдаче экзамена по этой дисциплине.

Просьба обратить внимание на то, что сотрудниками кафедры сопротивления материалов СПГУТД подготовлены и изданы учебные пособия, в которых даны подробные разъяснения к решению задач по всем темам. Эти пособия также имеются в электронном виде

1. Цобкалло, Е.С. Сопротивление материалов. Ч. 1: учебное пособие./ Е. С. Цобкалло, Л.Н.Петрова, Д.М.Дарвиш. - СПб: ИПЦ СПГУТД, 2009. -87с.
2. Сопротивление материалов. Ч.2: учебное пособие для решения задач по курсу сопротивления материалов для студентов заочной и дневной форм обучения / Л. Н. Петрова, Е. С. Цобкалло, В. В. Васильева, В. Г. Тиранов, О. П. Большухин, Е. Н. Петров. – СПб. : ИПЦ СПГУТД, 2010. – 71 с.

Прежде чем приступать к решению задач контрольной работы, необходимо проработать тему, по которой решается задача. Следует изучить теоретические основы данной темы, понять вывод формул, которыми в дальнейшем предстоит пользоваться при решении задачи.

Обращаться к пособиям по решению задач можно только после проработки теоретического материала.

Выбор варианта задач

Студент обязан выполнять задачи, входящие в контрольные работы в соответствии со своим шифром. Это значит: пишем номер зачетной книжки, например, 807120, под цифрами шифра пишем буквы, начиная с буквы «а»:

807120

абвгде

В случае семизначного номера зачётной книжки, удаляем первую цифру, а далее поступаем, как в указанном выше случае:

8073211

абвгде

При выполнении задач данные берутся из таблиц, номера которых указаны в условиях задач. Контрольная работа, выполненная не по шифру, оценивается НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО.

Порядок оформления работ

1. Все задачи, входящие в контрольную работу, должны быть выполнены в одной тетради с полями не менее 5 см для замечаний рецензента

2. В заголовке контрольной работы должны быть записаны четко: номер контрольной работы, название дисциплины, фамилия, имя,

отчество студента (полностью), название факультета и специальности, учебный шифр, дата отсылки работы, точный почтовый адрес.

3. Заданные по условию задачи схемы вычерчиваются карандашом в масштабе.

4. Данные для решения задач берутся в соответствии с шифром.

5. Решения задач давать с пояснениями и промежуточными расчетами.

6. Необходимо указывать размерность всех величин в системе СИ и подчеркивать окончательные результаты.

7. После получения с проверки контрольной работы, студент должен исправить в ней отмеченные ошибки и выполнить все данные ему указания. Отдельно от работы исправления не рассматриваются.

Литература

1. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов: учебник для вузов. – 10-е изд., перераб. и доп. / В. И. Феодосьев.– М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 591 с.
2. Беляев, Н. М. Сборник задач по сопротивлению материалов: учеб. пособие для вузов / Н. М. Беляев. – СПб.: Иван Федоров, 2003. – 432 с.
3. Сопротивление материалов: учеб. / Г.Д. Межецкий, Г.Г.Загребин., Н.Н. Решетник, А.А. Слепов - М.; Дашков и Ко, 2008 – 416 с.
4. Александров А. В. Сопротивление материалов: учебник для вузов / Александров А. В, Потапов В.Д., Державин Б. П - 2-е изд., испр. - М.: Высшая школа, 2000. - 560 с.
5. Семин, М.И. Основы сопротивления материалов: учебное пособие для вузов / М.И. Семин - М.: Владос, 2005.- 255 с.
6. Ицкович, Г. М. Сопротивление материалов: учебник для машиностроительных техникумов / Г.М.Ицкович. - М.: Высшая школа, 2001. - 368 с.
7. Сопротивление материалов: методические указания для студентов заочной формы обучения / сост. Е. С. Цобкалло, Л. Н. Петрова, Е. А. Разумовская- СПб.: ИПЦ СПГУТД, 2007. -34с.
8. Расчет конструкции на сложное сопротивление: методические указания к курсовой работе / сост. Е. А. Разумовская, Л. Н. Петрова, О. П. Большухин. - СПб: ИПЦ СПГУТД, 2006. - 17с.
9. Определение механических свойств конструкционных материалов при растяжении: методические указания к лабораторной работе / сост. О. П. Большухин, Л. Н. Петрова, Е. А. Разумовская, Е. С. Цобкалло - СПб: ИПЦ СПГУТД, 2007.- 15с.
10. Испытание на твердость полимерного образца: методические указания к лабораторной работе / сост. Л. Н. Петрова, Е. С. Цобкалло, Е. А.Разумовская, Ж. А. Лебедева - СПб: ИПЦ СПГУТД, 2008. - 8с.
11. Горшков, А. Г. Сопротивление материалов: учебник / А. С. Вольмир,

- А. Г. Горшков, В. Н. Трошин, В. И. Шалашилин – М: Физматлит, 2002. – 544 стр.
12. Вольмир, А. С. Сопротивление материалов: учебник / А. С. Вольмир, Ю.П. Григорьев, А. И. Станкевич.- Дрофа, 2007. – 592 стр
 13. Ахметзянов, М. Х. Сопротивление материалов: учебник / М. Х. Ахметзянов, П. В. Грес, И. Б. Лазарев. - Высшая школа, 2007. – 336 стр.
 14. Подскребко, М. Д., Сопротивление материалов. Основы теории упругости, пластичности, ползучести и механики разрушения: учебник./ М. Д. Подскребко, Минск: Высшая школа, 2009. – 672 с.
 15. Подскребко, М. Д., Сопротивление материалов. Практикум по решению задач./М.: Высшая школа, 2009. – 688 с.
 16. Бородин Н. А. Сопротивление материалов. Пособие для ВУЗов / Н. А. Бородин. – М.: Дрофа, 2001, 288 стр.
 17. Саргсян, А. Е. Сопротивление материалов. Теории упругости и пластичности. Основы теории с примерами расчетов: учебник./ А. Е. Саргсян. - Высшая школа, 2002, 286 с.
 18. Минин, Л. С. Расчетные и тестовые задания по сопротивлению материалов: учебное пособие, 2-ое изд. переработанное/ Л. С. Минин, В. Е. Хроматов, Ю. П. Самсонов. - М. : Высшая школа, 2008 – 224с.
 19. Грес, П. В. Руководство к решению задач по сопротивлению материалов: учебное пособие, М.: Высшая школа, 2007 – 135с.
 20. Цобкалло, Е.С. Сопротивление материалов. Ч. 1: учебное пособие./ Е. С. Цобкалло, Л. Н. Петрова, Д. М. Дарвиш. - СПб: ИПЦ СПГУТД, 2009.-87с.
 21. Сопротивление материалов. Ч.2 : учебное пособие для решения задач по курсу сопротивления материалов для студентов заочной и дневной форм обучения / Л. Н. Петрова, Е. С. Цобкалло, В. В. Васильева, В. Г. Тиранов, О. П. Большухин, Е. Н. Петров. – СПб. : ИПЦ СПГУТД, 2010. –71 с.

Тема 1. Осевое растяжение (сжатие)

В этой теме рассмотрены простые случаи воздействия сил на стержень и содержится ряд вопросов (механические свойства материалов, выбор допускаемых напряжений, статически неопределимые задачи), встречающихся в других разделах курса.

Необходимо обратить внимание на то, что механические характеристики материала (предел пропорциональности, предел упругости, предел текучести, предел прочности) находят путем деления соответствующей нагрузки на первоначальную площадь поперечного сечения. В связи с этим получают условные напряжения, а не истинные; для вычисления последних надо делить нагрузки на действительную площадь поперечного сечения, которая изменяется при опыте. Зная

истинные напряжения, можно построить так называемую истинную диаграмму растяжения, которая точнее характеризует свойства материала, чем условная диаграмма. Пользуясь формулами, основанными на законе Гука, надо всегда помнить, что этот закон справедлив только до предела пропорциональности. Нельзя, например, напряжение для мягкой стали при $\varepsilon = 0,1$ вычислять по формуле $\sigma = E\varepsilon$, так как тогда получается, что $\sigma = 2 \cdot 10^5 \cdot 0,1 = 20\ 000$ МПа, в то время как при 400 МПа материал уже разрушается.

Тема 2. Статически неопределимые задачи

При решении статически неопределимых задач надо обратить внимание на то, что усилия в стержнях статически неопределимой системы зависят от площадей поперечных сечений F и модулей упругости E , тогда как в статически определимой системе величины F и E не влияют на распределение усилий.

Способ расчета по допускаемым нагрузкам для статически определимых систем дает такие же результаты, как и способ расчета по допускаемым напряжениям, но для статически неопределимых систем он позволяет вскрыть дополнительные резервы прочности, повысить несущую способность конструкции и указывает на возможность более экономного расходования материала.

Следует обратить внимание на весьма важные понятия: предел прочности, допускаемое напряжение и коэффициент запаса прочности.

Тема 3. Сдвиг

Касательные напряжения на двух взаимно перпендикулярных площадках равны между собой. Этот важный закон называется законом парности касательных напряжений. При изучении деформаций надо обратить внимание на то, что одна из диагоналей выделенного элемента, по граням которого действуют касательные напряжения, удлиняется, а другая укорачивается; таким образом, явления растяжения–сжатия и сдвига нельзя рассматривать изолированно друг от друга. Формулу закона Гука при сдвиге ($\tau = G\gamma$) легко запомнить ввиду полной аналогии ее с формулой закона Гука при растяжении–сжатии: $\sigma = E\varepsilon$. Необходимо внимательно изучить вопрос о выборе допускаемых напряжений при сдвиге.

Следует обратить внимание на то, что расчеты заклепок, сварных соединений и врубок являются условными и что явление «среза» всегда осложнено наличием других напряжений, которыми для упрощения расчетов обычно пренебрегают. Надо уметь показывать на чертежах площадки, на которых возникают напряжения среза, смятия, скалывания.

Тема 4. Кручение

В случае кручения круглого стержня касательные напряжения в поперечном сечении распределяются неравномерно, изменяясь по линейному закону – от нуля на оси до максимального значения у поверхности стержня. В связи с этим и возникла мысль о замене сплошного вала полым, материал сечения которого находится в более напряженной зоне и используется рациональнее.

Следует внимательно разобрать построение эпюры крутящих моментов M_k , которая наглядно показывает изменение крутящего момента по длине вала. При вычислении напряжений в каком-либо поперечном сечении вала необходимо брать по эпюре M_k значение соответствующей ординаты.

Тема 5. Геометрические характеристики плоских сечений

В теории изгиба важную роль играют моменты инерции, поэтому следует рассмотреть этот вопрос предварительно в виде самостоятельной темы. Перед изучением этой темы полезно по учебнику теоретической механики повторить материал о статическом моменте и нахождении центров тяжести плоских фигур. При вычислении моментов инерции надо помнить, что они представляют собой интегралы или типа $\int_F z^2 dF$ (осевой, или экваториальный, момент инерции относительно оси z) или типа $\int_F zy dF$ (центробежный момент инерции относительно осей z и y).

Необходимо запомнить, что теорема о переносе осей ($I_{y_1} = I_y + a^2 F$) справедлива только в том случае, если ось y проходит через центр тяжести фигуры. Если, например, известен момент инерции треугольника относительно оси, проходящей через основание, то нельзя при помощи о переносе осей сразу найти момент инерции треугольника относительно оси, проходящей через вершину параллельно основанию; сначала необходимо при помощи этой теоремы найти момент инерции относительно центральной оси, а затем определить момент инерции относительно оси, проходящей через вершину. Формула переноса осей наглядно показывает, что наименьшим из моментов инерции относительно нескольких параллельных осей является момент инерции относительно той оси, которая проходит через центр тяжести.

Наименьшим из моментов инерции относительно центральных осей, наклоненных под разными углами, является момент инерции относительно одной из главных центральных осей. Относительно другой главной оси, перпендикулярной к первой, момент инерции имеет, наоборот, наибольшее значение. Центробежный момент инерции относительно главных осей равен нулю; при этом совсем не обязательно, чтобы главные оси

проходили через центр тяжести, так как через любую точку, лежащую в плоскости фигуры, можно провести такие две взаимные перпендикулярные оси, относительно которых центробежный момент инерции будет равен нулю. В теории изгиба весьма важную роль играют главные центральные оси, положение которых для несимметричных сечений определяют так:

1) с начала проводят случайные оси, вычисляют статические моменты сечения относительно этих осей (разделив предварительно сложную фигуру на ряд простых фигур) и находят положение центра тяжести сечения;

2) проводят через центр тяжести всего сечения оси, параллельные первоначально выбранным случайным осям, и находят при помощи теоремы о переносе осей центробежный и осевые моменты инерции сечения относительно этих новых осей;

3) находят положение главных центральных осей U и V по формуле
$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{I_{xy}}{I_y - I_z};$$

4) находят главные центральные моменты инерции.

Для проверки правильности вычислений I_u и I_v можно использовать равенства: $I_u + I_v = I_y + I_z$ и $I_{uv} = 0$.

Следует иметь в виду, что при помощи этих равенств можно проверить вычисления только по п. 3 и 4; соблюдение этих равенств не гарантирует правильности вычислений, сделанных в п. 1 и 2.

Если сечение состоит из ряда прокатных профилей, то необходимо при вычислениях пользоваться данными таблиц сортамента. При определении центробежного момента инерции уголка (равнобокого или неравнобокого) не следует делить площадь этого уголка на два прямоугольника; сначала можно найти центробежный момент инерции всего уголка относительно осей, проходящих через центр тяжести параллельно полкам, при помощи формулы, в которой использованы обозначения таблиц сортамента

$$I_{xy} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha,$$

где I_{x_0} и I_{y_0} - главные центральные моменты инерции, значения которых даны в таблицах сортамента; после этого надо применить формулу переноса осей и найти центробежный момент инерции уголка относительно центральных осей всего сечения.

При пользовании формулой поворота осей надо обязательно обратить внимание на знак угла α : если для совмещения оси x_0 с осью x надо повернуть ось x_0 по часовой стрелке, то угол α следует считать отрицательным.

Тема 6. Теория напряженного состояния и теории прочности

Главные напряжения играют весьма важную роль при решении о прочности материала; одно из этих напряжений является наибольшим, а другое – наименьшим из всех нормальных напряжений для данной точки.

При линейном напряженном состоянии вопрос о прочности материала решается легко: над определить опасное напряжение σ_0 из опыта на простое растяжение (или сжатие), назначить коэффициент запаса и сравнить главное напряжение σ с допускаемым напряжением: $\sigma \leq [\sigma] = \frac{\sigma_0}{k}$.

В случае плоского или объемного напряженного состояния задача значительно осложняется, так как неизвестно, при какой комбинации числовых значений главных напряжений наступает опасное состояние материала. Необходимо, следовательно, найти напряжение, зависящее от главных напряжений, при котором возникает опасность разрушения, и затем числовое его значение сравнить с допускаемым напряжением, установленным из опыта на простое растяжение (или сжатие). В зависимости от того, какой фактор по данной теории прочности считается решающим и создающим опасное состояние материала, получим различные расчетные формулы.

Тема 7. Изгиб прямых брусков

Эта тема является самой большой и самой сложной темой курса сопротивления материалов; ее следует изучать постепенно, обращая особое внимание на решение задач. Сначала надо усвоить весьма важные понятия изгибающего момента M и поперечной силы Q и научиться свободно строить эпюры M и Q .

Необходимо помнить, что поперечная сила в данном сечении равна алгебраической сумме проекций сил, расположенных только по одну сторону от рассматриваемого сечения, на перпендикуляр к оси балки, а изгибающий момент в данном сечении равен алгебраической сумме моментов сил, расположенных только с одной стороны, относительно центральной оси поперечного сечения. В связи с этим рекомендуется – при вычислениях, например, изгибающего момента в сечении балки как момента левых сил – закрывать чем-либо (рукой, книгой, листом бумаги) часть балки, расположенную правее рассматриваемого сечения, чтобы открытыми оставались только одни левые силы. Следует при этом иметь в виду, что можно рассматривать как одни левые, так и одни правые силы, в зависимости от того, с какой стороны проще получить выражения Q и M .

Правильность построения эпюр $Q(x)$ и $M(x)$ можно проверить, зная дифференциальную зависимость между распределенной нагрузкой q , $Q(x)$ и $M(x)$: $\frac{dQ}{dx} = q$; $\frac{dM}{dx} = Q(x)$.

Необходимо обратить внимание на неравномерность распределения нормальных напряжений по высоте балки и на то, что прочность балки зависит от момента сопротивления W . Надо ясно представлять, каким путем увеличить момент сопротивления без увеличения расхода материала.

Рекомендуется сравнить между собой эпюры σ и τ , построенные для балки прямоугольного поперечного сечения. Наибольшее и наименьшее нормальные напряжения (главные напряжения) находят по формуле $\sigma_{1,3} = \frac{\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}}{2}$.

Необходимо разобрать графическое построение, при помощи которого можно получить эту формулу.

После этого следует перейти к изучению деформаций при изгибе.

Деформацией балки при изгибе является искривление оси балки. При этом необходимо вертикальные перемещения сечений балки (f) и углы поворота сечений балки (θ) удобно определять методом начальных параметров. Обычно начало координат помещают на левом конце балки и

общие функции углов поворота и прогибов пишут так:

$$\theta(x) = \theta_0 + \frac{1}{EJ_z} \left[\sum M(x-a_M) + \frac{\sum P(x-a_P)^2}{2} + \frac{\sum q(x-a_q)^3}{6} \right];$$

$$f(x) = f_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ_z} \left[\frac{\sum M(x-a_M)^2}{2} + \frac{\sum P(x-a_P)^3}{6} + \frac{\sum q(x-a_q)^4}{24} \right].$$

Здесь f_0 и θ_0 – начальные параметры, которые определяются из начальных условий задачи; a_M ; a_P ; a_q – соответственно абсциссы точек приложения сосредоточенного момента M , силы P , начала приложения равномерно распределенной нагрузки с интенсивностью q .

При решении статически неопределимых балок дополнительными уравнениями к уравнениям статики будут являться уравнения прогибов и углов поворота.

Тема 8. Сложное сопротивление

Изучение сложного сопротивления обычно начинают с косоугольного изгиба. Нейтральная линия при косоугольном изгибе уже не перпендикулярна плоскости внешних сил, а плоскость, в которой расположены прогибы при косоугольном изгибе, не совпадает с плоскостью внешних сил. Явление косоугольного изгиба особенно опасно для сечений со значительно отличающимися друг от друга главными моментами инерции (например, для двутавра); балки с таким сечением хорошо работают на изгиб в плоскости наибольшей жесткости, но даже при небольших углах наклона плоскости внешних сил к плоскости наибольшей жесткости в балках возникают значительные дополнительные напряжения и деформации. Для балки круглого сечения косоугольный изгиб невозможен, так как все центральные оси такого сечения

являются главными и нейтральный слой всегда перпендикулярен плоскости внешних сил. Косой изгиб невозможен также для квадратного сечения, но для такого сечения решение вопроса о прочности зависит от положения плоскости внешних сил, так как моменты сопротивления квадратного сечения неодинаковы относительно различных центральных осей (хотя моменты инерции относительно всех центральных осей равны между собой так же, как и для круглого сечения). При расположении внешних сил в диагональной плоскости расчетные напряжения в балке квадратного сечения будут больше, чем в случае, когда плоскость внешних сил параллельна граням балки.

При определении напряжений в случае внецентренного растяжения или сжатия необходимо знать положение главных центральных осей сечения; именно от этих осей отсчитывают расстояния точки приложения силы и точки, в которой определяют напряжения.

Следует обратить внимание на то, что приложенная эксцентрично сжимающая сила может вызвать в поперечном сечении стержня растягивающие напряжения. В связи с этим внецентренное сжатие является особенно опасным для стержня из хрупких материалов (кирпича, бетона), которые слабо сопротивляются растягивающим силам.

В случае изгиба с кручением возникают нормальные напряжения σ_n , касательные напряжения τ_k и проверка прочности производится по главным напряжениям.

Тема 9. Устойчивость сжатых стержней

Предыдущие темы курса касались расчетов на прочность и жесткость; в этой теме изложен расчет на устойчивость. Опасность явления потери устойчивости заключается в том, что оно может наступить при напряжении значительно меньшем предела прочности материала. Это напряжение называется критическим; для стержней большой гибкости его можно определить по формуле Эйлера. Исследования проф. Ф. С. Ясинского дали возможность установить критические напряжения для стержней малой и средней гибкости, для которых формулу Эйлера применить нельзя. Допускаемое напряжения при расчете на устойчивость должно быть понижено по сравнению с допускаемым напряжением при обыкновенном сжатии. Коэффициенты φ , учитывающие это понижение для стержней различной гибкости и для различных материалов, приводятся в специальных таблицах. Следует обратить внимание на то, что при подборе сечения приходится несколько раз производить вычисления, применяя способ последовательных приближений.

Тема 10. Динамическая нагрузка

В этой теме рассматривается определение напряжения при ударе. При ударе учесть силы инерции невозможно, так как неизвестна продолжительность удара, т. е. того промежутка времени, в течение которого скорость падает до нуля. Напряжения при ударе вычисляют, приравнявая кинетическую энергию ударяющего тела потенциальной энергии деформации стержня, воспринимающего удар. Весьма существенным является то обстоятельство, что напряжения при ударе зависят не только от площади поперечного сечения, но и от длины и модуля упругости материала.

ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

ЗАДАЧА 1

Стальной стержень ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа) находится под действием продольной силы P и собственного веса ($\gamma = 78$ кН/м³). Найти перемещение сечения I – I (рис. 1). Данные взять из табл. 2.

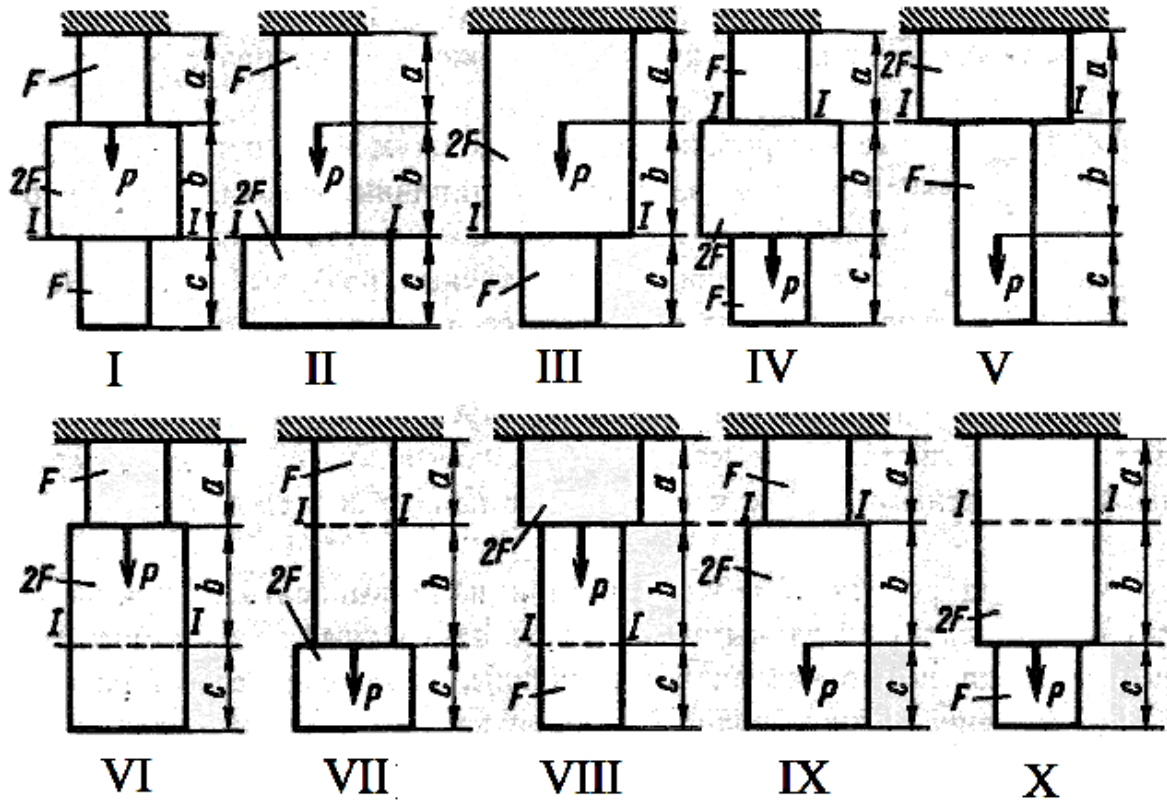


Рис. 1

Таблица 2

Номер строки	Схема по рис. 1-3	F, см ²	a	b	c	P, Н	H, кН	10 ⁵ β	Напряжение, МПа		
									м		
1	I	11	2,1	2,1	1,1	1100	110	5	10	10	10
2	II	12	2,2	2,2	1,2	1200	120	4	20	20	20
3	III	13	2,3	2,3	1,3	1300	130	3	30	30	30

Номер строки	Схема по рис. 1-3	F, см ²	a	b	c	P, Н	H, кН	10 ⁵ β	Напряжение, МПа		
									σ _x	σ _y	τ _x
			м								
4	IV	14	2,4	2,4	1,4	1400	140	2	40	40	40
5	V	15	2,5	2,5	1,5	1500	150	1	50	50	50
6	VI	16	2,6	2,6	1,6	1600	110	5	60	60	60
7	VII	17	2,7	2,7	1,7	1700	120	4	70	70	70
8	VIII	18	2,8	2,8	1,8	1800	130	3	80	80	80
9	IX	19	2,9	2,9	1,9	1900	140	2	90	90	90
0	X	20	3,0	3,0	2,0	2000	150	1	100	100	100
	е	в	г	д	е	г	д	е	г	д	е

ЗАДАЧА 2

Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно неподвижную опору и прикреплен к двум стержням при помощи шарниров (рис. 2). Требуется:

1) найти усилия и напряжения в стержнях, выразив их через силу Q ; 2) найти допускаемую нагрузку $Q_{доп}$, приравняв большее из напряжений в двух стержнях допускаемому напряжению $[\sigma] = 160$ МПа; 3) найти предельную грузоподъемность системы Q_T^k и допускаемую нагрузку $Q_{доп}$, если предел текучести $\sigma_T = 240$ МПа и запас прочности $k = 1,5$; 4) сравнить величины $Q_{доп}$, полученные при расчете по допускаемым напряжениям и допускаемым нагрузкам. Данные взять из табл. 2.

У к а з а н и я. Для определения двух неизвестных сил в стержнях надо составить одно уравнение статики и одно уравнение деформаций.

Для ответа на третий вопрос задачи следует иметь в виду, что в одном из стержней напряжение больше, чем в другом. При увеличении нагрузки напряжение в первом стержне достигнет предела текучести ранее, чем во втором. Когда это произойдет, напряжение в первом стержне не будет некоторое время расти даже при увеличении нагрузки, система станет как бы статически определимой, нагруженной силой Q (пока еще неизвестной) и усилием в первом стержне

$$N_1 = \sigma_m F_1. \quad (1)$$

При увеличении нагрузки напряжение во втором стержне достигнет предела текучести

$$N_2 = \sigma_m F_2. \quad (2)$$

Написав уравнение статики и подставив в него значения усилий (1) и (2), найдем из этого уравнения грузоподъемность Q_T^k .

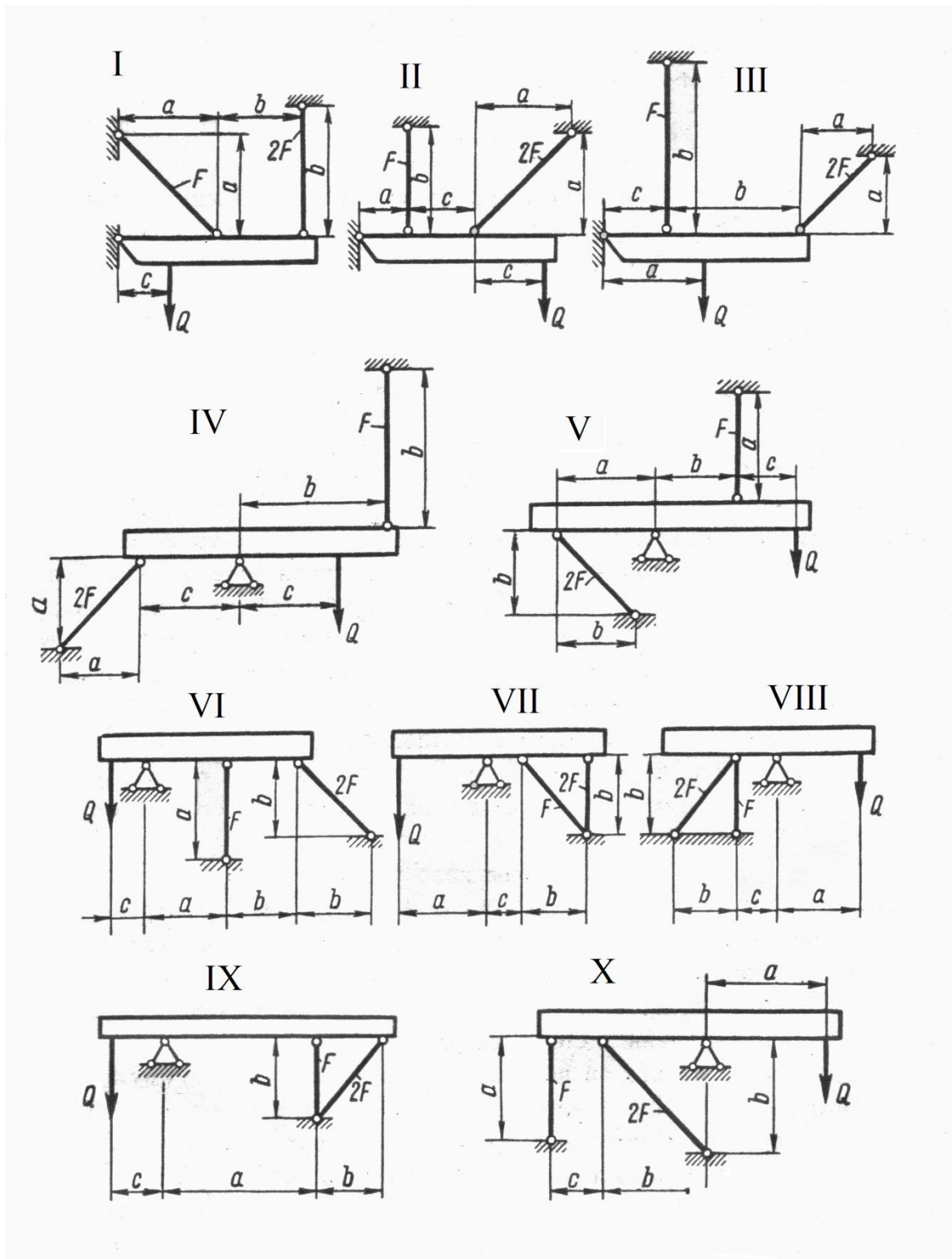


Рис. 2

ЗАДАЧА 3

Стальной кубик (рис. 3) находится под действием сил, создающих плоское напряженное состояние (одно из трех главных напряжений равно нулю). Требуется найти: 1) главные напряжения и направления главных площадок; 2) максимальные касательные напряжения, равные наибольшей полуразности главных напряжений; 3) относительные деформации ε_x , ε_y , ε_z ; 4) относительное изменение объема; 5) удельную потенциальную энергию деформаций; 5) удельную потенциальную энергию деформаций. Данные взять из табл. 2.

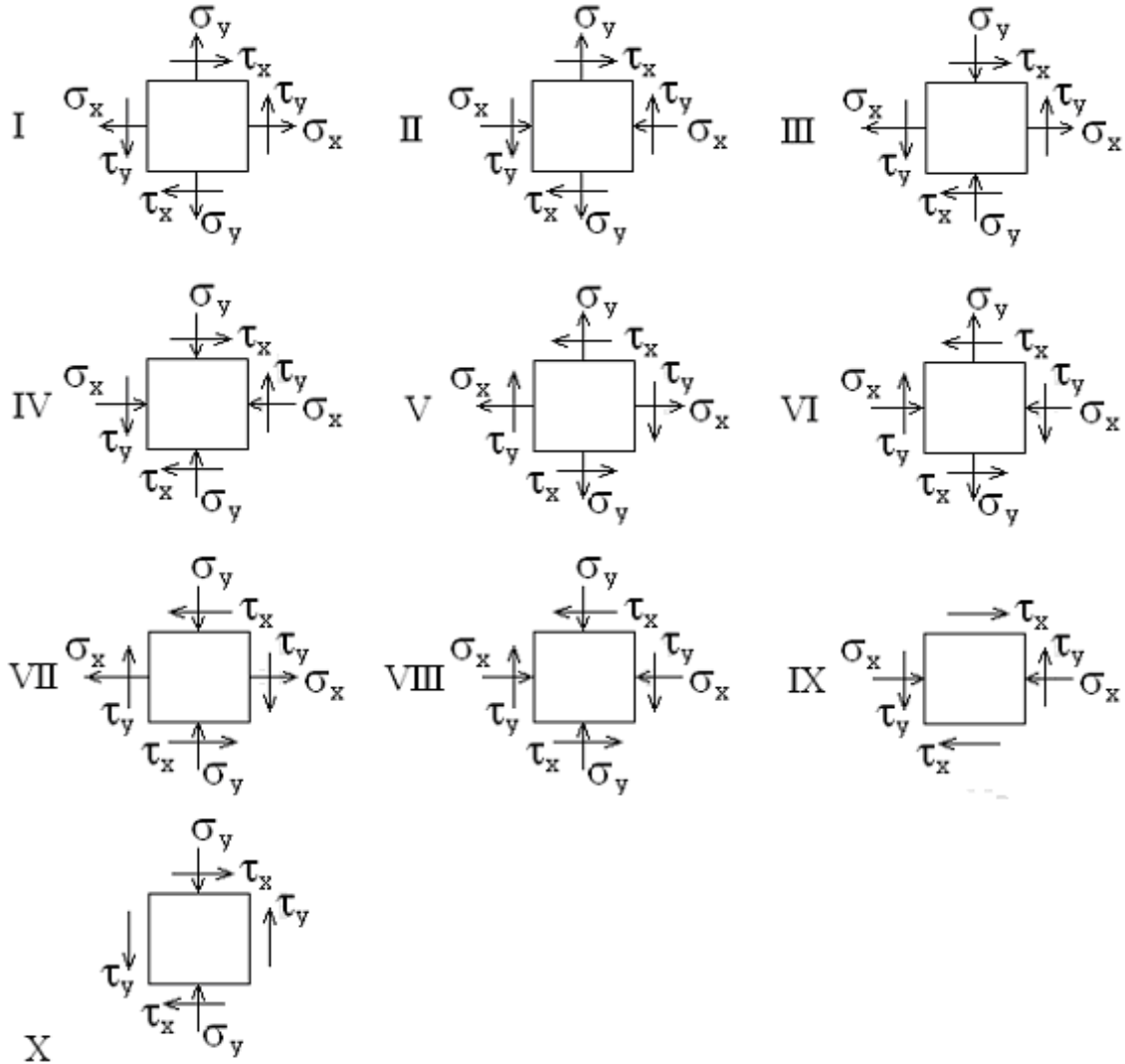


Рис. 3

ЗАДАЧА 4

К стальному валу приложены три известных момента: M_1 , M_2 , M_3 (рис. 4). Требуется: 1) установить, при каком значении момента X угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю; 2) для нейтрального значения X построить эпюру крутящих моментов; 3) при заданном значении $[\tau]$ определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм; 4) построить эпюру углов закручивания; 5) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м). Данные взять из табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Номер строки	Схема по рис. 4	Расстояния, м			Моменты, Н·м			[τ], МПа
		a	b	c	M_1	M_2	M_3	
1	I	1,1	1,1	1,1	1100	1100	1100	35
2	II	1,2	1,2	1,2	1200	1200	1200	40
3	III	1,3	1,3	1,3	1300	1300	1300	45
4	IV	1,4	1,4	1,4	1400	1400	1400	50
5	V	1,5	1,5	1,5	1500	1500	1500	55
6	VI	1,6	1,6	1,6	1600	600	1600	60
7	VII	1,7	1,7	1,7	1700	700	1700	65
8	VIII	1,8	1,8	1,8	1800	800	1800	70
9	IX	1,9	1,9	1,9	1900	900	1900	75
0	X	2,0	2,0	2,0	2000	1000	2000	80
	е	г	д	е	г	д	е	в

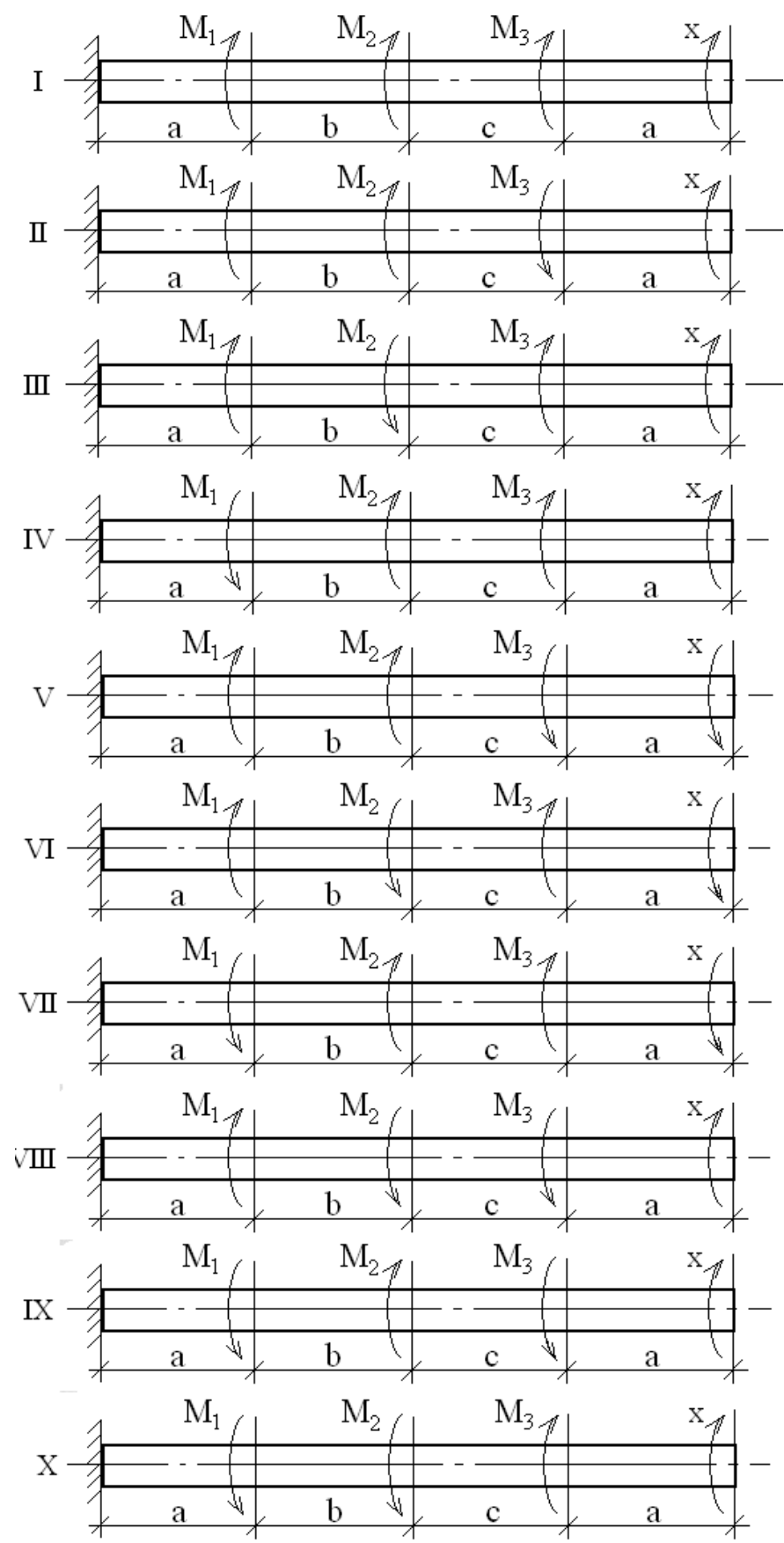


Рис. 4

ЗАДАЧА 5

Для заданного в табл. 4 поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка, или из швеллера и двутавра (рис. 5), требуется:

- 1) определить положение центра тяжести;
- 2) найти осевые (экваториальные) и центробежные моменты инерции относительно случайных осей, проходящих через центр тяжести (z_c и y_c);
- 3) определить направление главных центральных осей (u и v);
- 4) найти моменты инерции относительно главных центральных осей;
- 5) вычертить сечение в масштабе 1 : 2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

Т а б л и ц а 4

Номер строки	Тип сечения по рис. 5	Швеллер	Равнобокий уголок	Двутавр
1	I	14	80×80×8	12
2	II	16	80×80×6	14
3	III	18	90×90×8	16
4	IV	20	90×90×7	18
5	V	22	90×90×6	20а
6	VI	24	100×100×8	20
7	VII	27	100×100×10	22а
8	VIII	30	100×100×12	22
9	IX	33	125×125×10	24а
0	X	36	125×125×12	24
	е	г	д	е

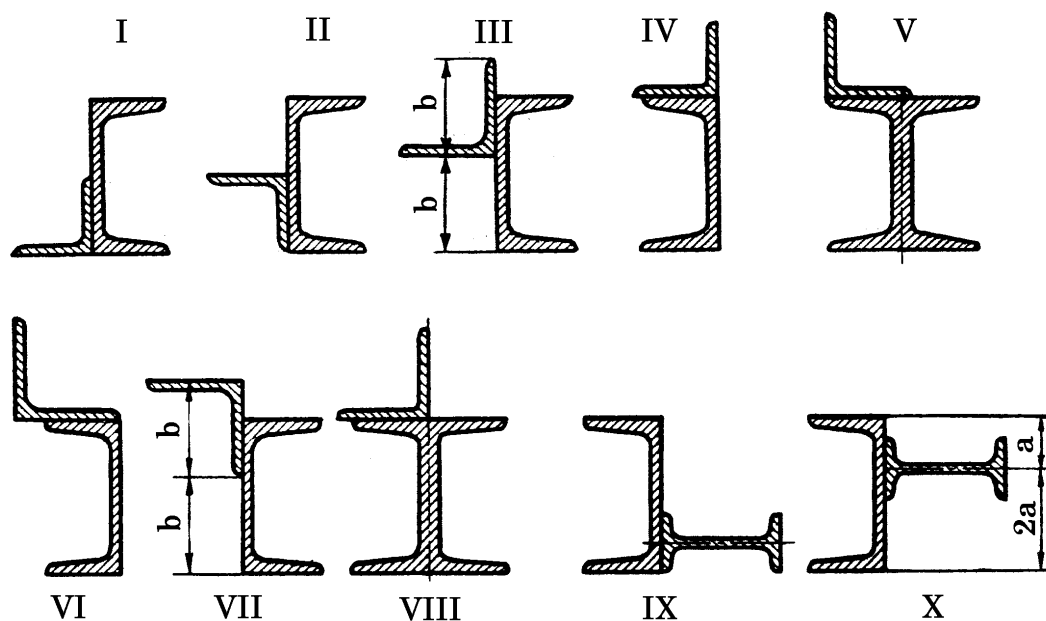


Рис. 5

ЗАДАЧА 6

Для заданных двух систем балок (рис. 6) требуется написать выражения Q и M для каждого участка в общем виде, построить эпюры Q и M , найти максимальное M и подобрать: а) для схемы а деревянную балку круглого поперечного сечения при $[\sigma] = 8$ МПа; б) для схемы б стальную балку двутаврового поперечного сечения при $[\sigma] = 160$ МПа. Данные взять из табл. 5.

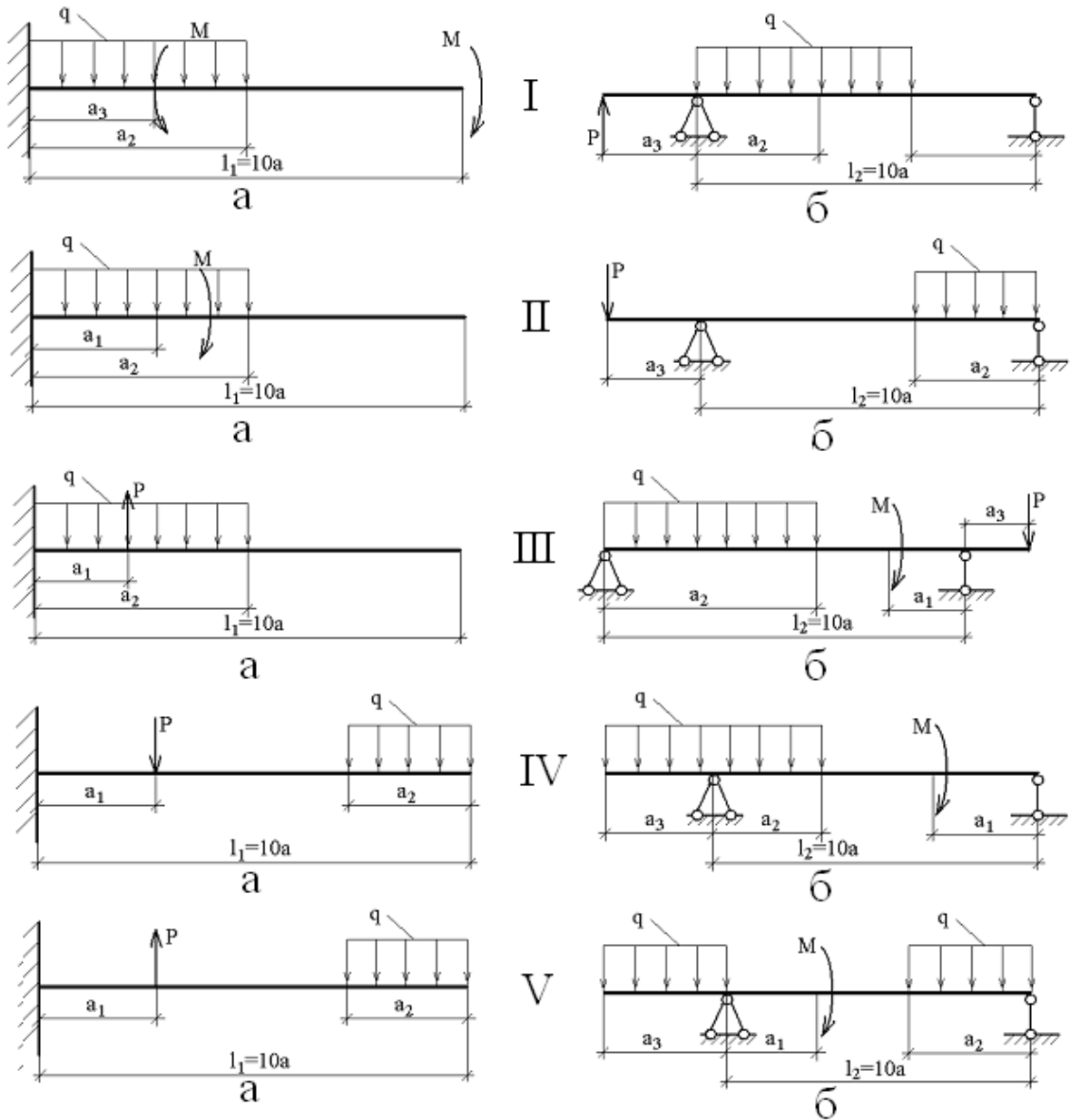


Рис. 6

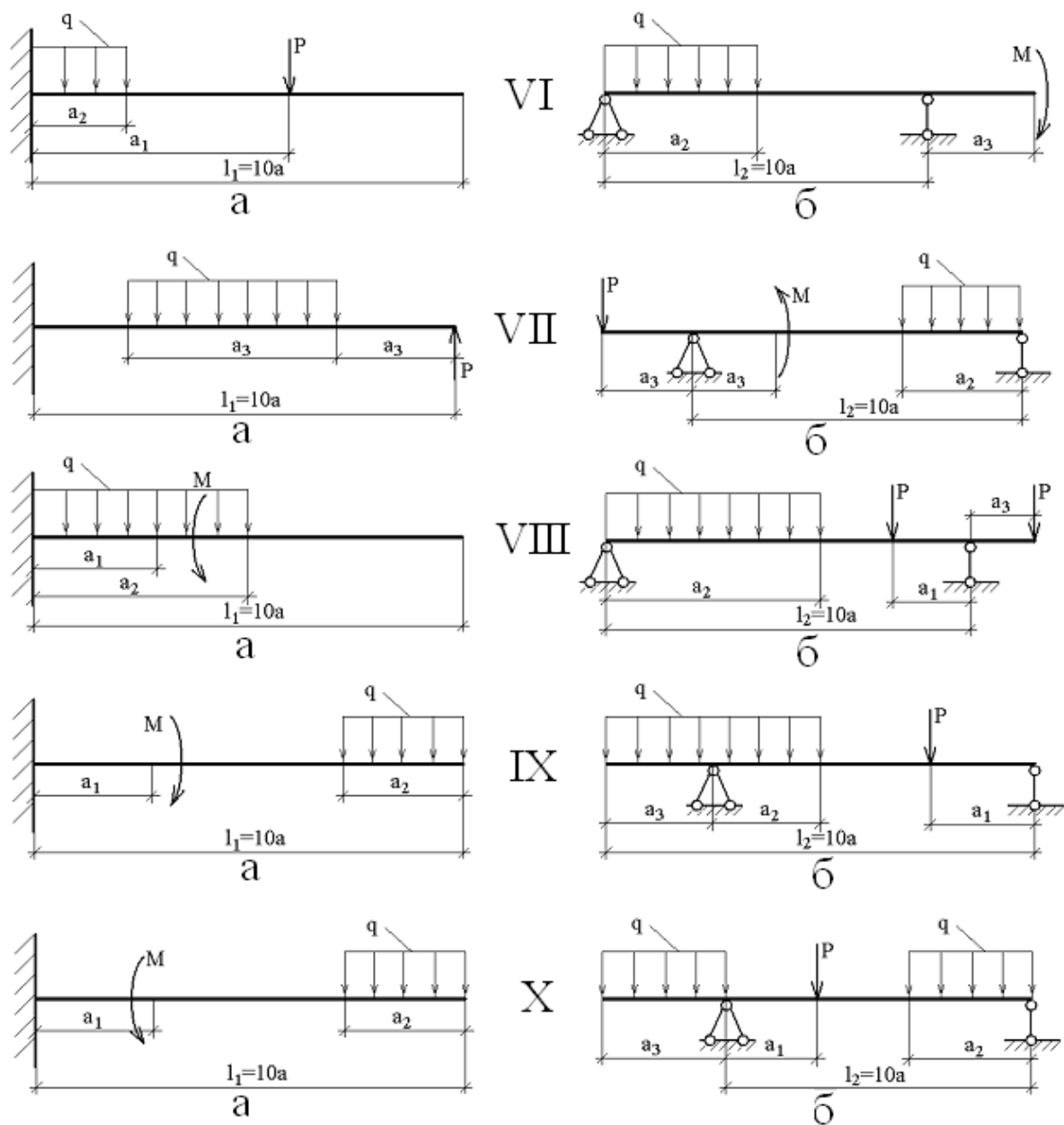


Рис. 6. Окончание

Таблица 5

Номер строки	Схема по рис. 6	l_1	l_2	Расстояния в долях пролета			М, кН·м	Сосредоточенная сила Р	q, кН/м
		М		$\frac{a_1}{a}$	$\frac{a_2}{a}$	$\frac{a_3}{a}$			
1	I	1,1	6	1	9	1	10	10	10
2	II	1,2	7	2	8	2	20	20	20
3	III	1,3	3	3	7	3	3	3	3
4	IV	1,4	4	4	6	4	4	4	4
5	V	1,5	5	5	5	5	5	5	5
6	VI	1,6	6	6	6	1	6	6	6
7	VII	1,7	7	7	7	2	7	7	7
8	VIII	1,8	8	8	8	3	8	8	8
9	IX	1,9	9	9	9	4	9	9	9
0	X	2,0	10	10	10	5	10	10	10
	е	д	е	г	д	е	г	д	е

ЗАДАЧА 7

Деревянная балка (рис. 8) прямоугольного поперечного сечения нагружена вертикальной силой Р в точке А и горизонтальной силой Р в точке В (обе точки расположены на оси балки). На опорах балки могут возникнуть как вертикальные реакции, так и горизонтальные реакции, направленные перпендикулярно плоскости чертежа. Требуется: 1) построить эпюры $M_{\text{верт}}$ и $M_{\text{гор}}$ и установить положение опасного сечения; 2) подобрать размеры поперечного сечения h и b при допуске напряжении $[\sigma] = 8$ МПа; 3) определить положение нейтральной линии в опасном сечении балки. Данные взять из табл. 7.

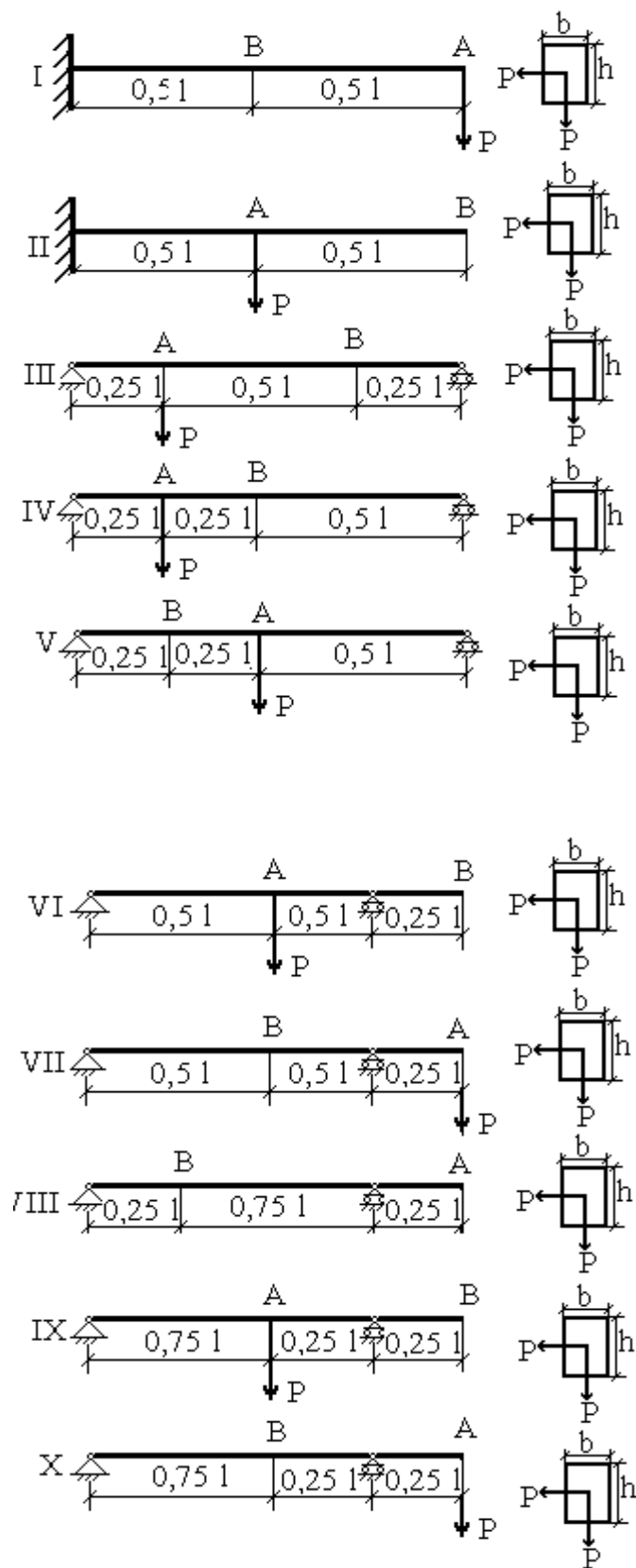


Рис. 7

Т а б л и ц а 7

Номер строки	Схема по рис. 8	P, кН	l, м	h/b
1	I	1	1,1	1,1
2	II	2	1,2	1,2
3	III	3	1,3	1,3
4	IV	4	1,4	1,4
5	V	5	1,5	1,5
6	VI	6	1,6	1,6
7	VII	7	1,7	1,7
8	VIII	8	1,8	1,8
9	IX	9	1,9	1,9
0	X	10	2,0	2,0
	е	г	д	е

Т а б л и ц а 8

Номер строки	Схема по рис. 9	a	b	[σ_c]	[σ_p]
		см		МПа	
1	I	6	6	110	21
2	II	2	2	120	22
3	III	3	3	130	23
4	IV	4	4	140	24
5	V	5	5	150	25
6	VI	6	6	60	26
7	VII	2	2	70	27
8	VIII	3	3	80	28
9	IX	4	4	90	29
0	X	5	5	100	30
	е	г	д	г	д

ЗАДАЧА 8

Чугунный короткий стержень, поперечное сечение которого изображено на рис.8, сжимается продольной силой P, приложенной в точке А. Требуется:

- 1) вычислить наибольшее растягивающее и наибольшее сжимающее напряжения в поперечном сечении, выразив эти напряжения через P, и размеры сечения; 2) найти допускаемую нагрузку P при заданных размерах сечения и допускаемых напряжениях для чугуна на сжатие [σ_c] и растяжение [σ_p]. Данные взять из табл. 8.

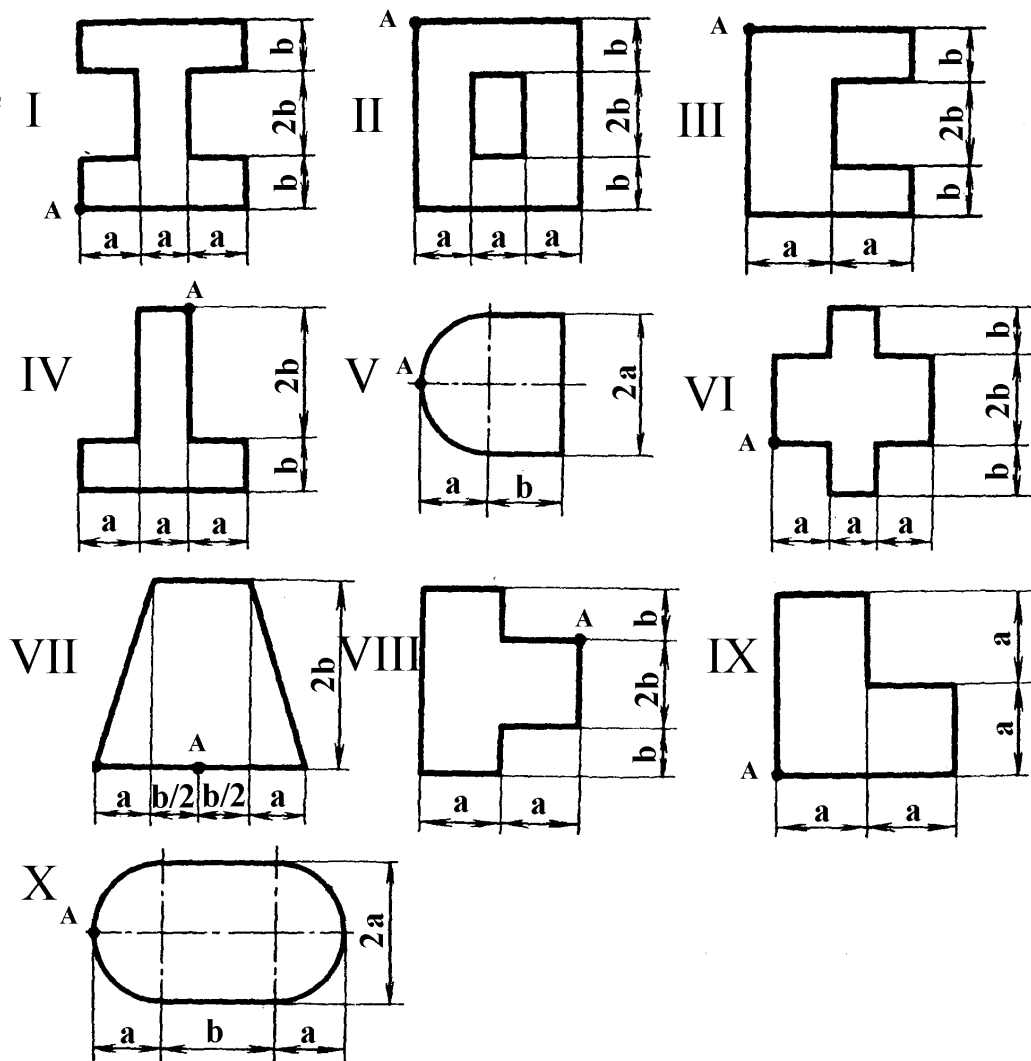


Рис. 8

ЗАДАЧА 9

Шкив с диаметром D_1 и углом наклона ветвей ремня к горизонту α_1 делает n оборотов в минуту и передает мощность N кВт. Два других шкива имеют одинаковый диаметр D_2 и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту α_2 и каждый из них передает мощность $N/2$ (рис.9). Требуется: 1) определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным N и n ; 2) построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$; 3) определить окружные усилия t_1 и t_2 , действующие на шкивы, по найденным моментам и заданным диаметрам шкивов D_1 и D_2 ; 4) определить давления на вал, принимая их равными трем окружным усилиям; 5) определить силы, изгибающие вал в

горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать); 6) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил $M_{гор}$ и вертикальных сил $M_{верт}$; 7) построить эпюру суммарных изгибающих моментов, пользуясь формулой $M_{изг} = \sqrt{M_{гор}^2 + M_{верт}^2}$ (для каждого поперечного сечения вала имеется плоскость действия суммарного изгибающего момента, но для круглого сечения можно совместить плоскости $M_{изг}$ для всех поперечных сечений и построить суммарную эпюру в плоскости чертежа; при построении эпюры надо учесть, что для некоторых участков вала она не будет прямолинейной); 8) при помощи эпюр $M_{кр}$ и $M_{изг}$ найти опасное сечение и определить максимальный расчетный момент (по третьей теории прочности); 9) подобрать диаметр вала d при $[\sigma] = 70$ МПа и округлить его значение (см. задачу 4). Данные взять из табл. 10.

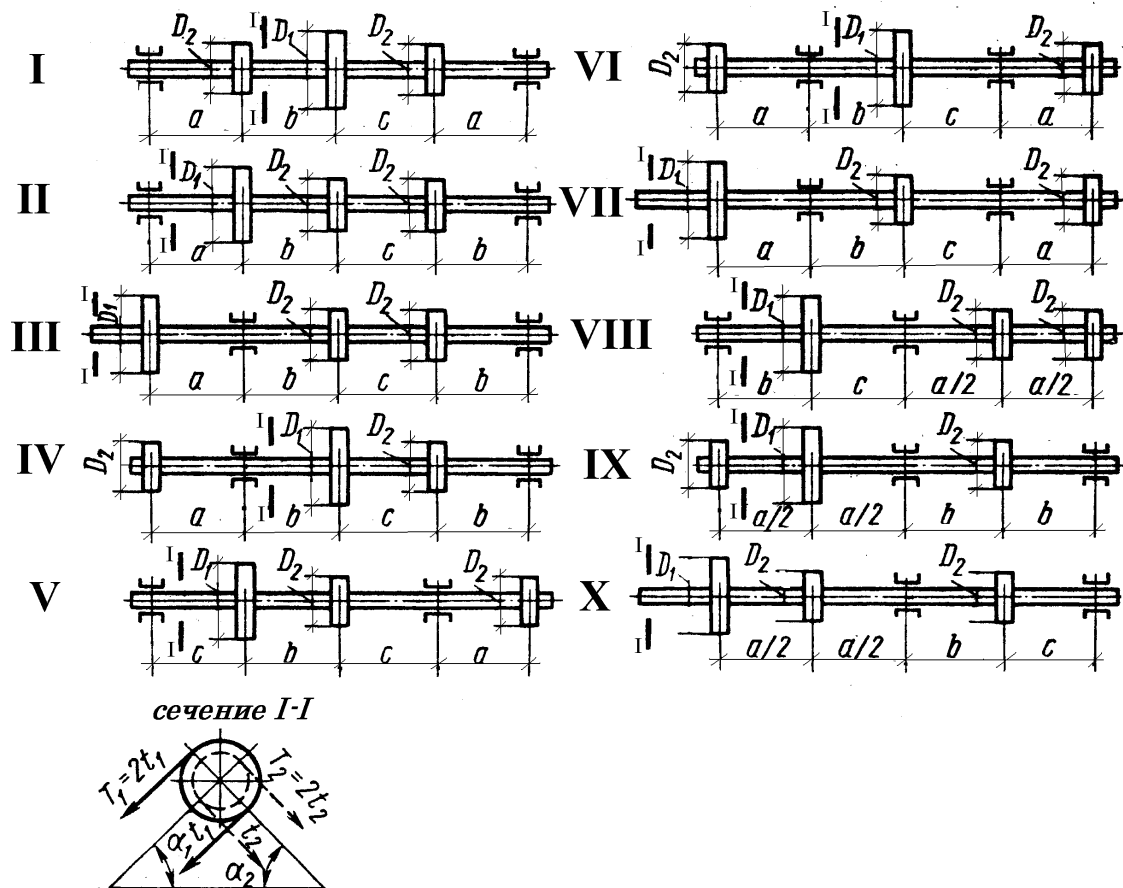


Рис. 9

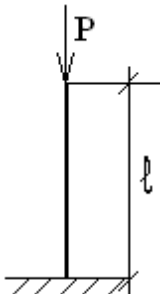
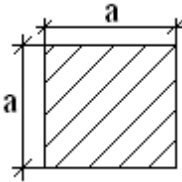
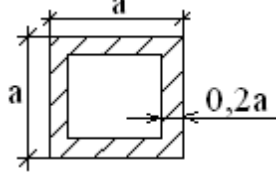
Т а б л и ц а 10

Номер строки	Схема по рис. 9	N, кВт	n, об/мин	a	b	c	D ₁	D ₂	α_1^0	α_2^0
				M						
1	I	10	100	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	10	10
2	II	20	200	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	20	20
3	III	30	300	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	30	30
4	IV	40	400	1,4	1,4	1,4	1,4	1,4	40	40
5	V	50	500	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	50	50
6	VI	60	600	1,6	1,6	1,6	0,6	0,6	60	60
7	VII	70	700	1,7	1,7	1,7	0,7	0,7	70	70
8	VIII	80	808	1,8	1,8	1,8	0,8	0,8	80	80
9	IX	90	900	1,9	1,9	1,9	0,9	0,9	90	90
0	X	100	1000	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0	0
	e	д	е	г	д	е	д	е	д	е

ЗАДАЧА 10

Стальной стержень длиной l сжимается силой P . Требуется: 1) найти размеры поперечного сечения при допустимом напряжении на простое сжатие $[\sigma] = 160$ МПа (расчет производить последовательными приближениями, предварительно задавшись коэффициентом $\varphi = 0,5$); 2) найти критическую силу и коэффициент запаса устойчивости. Данные взять из табл. 11.

Т а б л и ц а 11

Номер строки	P, кН	l, м	Схема закрепления концов стержня	Форма сечения стержня	
1 2	100 200	2,1 2,2		I 	VI 

3 4	300 400	2,3 2,4		II 	VII
5 6	500 600	2,5 2,6		III 	VIII
7 8	700 800	2,7 2,8		IV 	IX
9 0	900 1000	2,9 3,0		V 	X
	Г	Д	Д	е	

