

1 Решить дифференциальные уравнения

1) а) $e^{x+3y} dy - x dx = 0$; б) $(xy + x^2 y)y' = 1 + y^2$;

2) а) $y dy - e^{x+y} dx = -e^x y dy$; б) $y \ln y + xy' = 0$;

3) а) $e^x \cos y dx - 3 \sin y dy = e^x \sin y dy$; б) $y' + y + y^2 = 0$;

4) а) $xy^3 dx + x^2 y^2 dy = y^2 dy - x dx$; б) $\frac{y'}{e^{y-x}} = 3x$;

5) а) $\sin y \cos x dy - \cos y \sin x dx = 0$; б) $y - xy' = 1 + x^2 y'$;

6) а) $\sin(2x + y) dx = \frac{dy}{\sin y} + \sin(2x - y) dx$; б) $(x + 1)yy' = \frac{1 + x^2}{1 - y^2}$;

7) а) $\frac{dy}{\operatorname{tg} x} - \sqrt{2y + 1} dx = 0$; б) $y' - x \sin x = xy \sin x$;

8) а) $x^2 y dy + y^2 dx + xy dy + dx = 0$; б) $y' = \frac{x + 4}{xy \cdot \cos 5y}$;

9) а) $\sin(x + y) dx = \frac{dy}{\cos y} - \sin(x - y) dx$; б) $y \cdot (1 + \ln y) + xy' = 0$;

10) а) $e^x \sin y dx + \cos y dy = e^x \cos y dy$; б) $y' - 2\sqrt{y} \ln x = 0$;

11) а) $\sin x \cdot \operatorname{tgy} dx = \frac{dy}{\sin x}$; б) $e^{2x} y^2 y' = e^{2x} - 4y'y^2$;

12) a) $e^{x^2+y} dy + x dx = 0$; б) $\cos^3 y \cdot y' - \cos(x-y) = \cos(x+y)$;

13) a) $y^2 dx - \frac{e^x}{x} y dy + 3 dx = 0$; б) $xyy' = (1-x^2)(1-y^2)$;

14) a) $x dx + \sqrt{2-x^2} dy = xy^2 dx$; б) $y' - \frac{e^{2x}}{y \ln y} = 0$;

15) a) $y^2 \ln x dx - xy dy = x dy$; б) $xyy' - \frac{1-x^2}{e^y} = 0$;

16) a) $(xy-x)^2 dy + y dx = xy dx$; б) $(1+e^x)yy' = e^x$;

17) a) $\cos y dy - 2 dx = \sin^2 y dx$; б) $\frac{y}{\cos x} y' = \frac{x+5}{3y}$;

18) a) $dy - 2y \cdot \operatorname{tg} x dx = \operatorname{tg} x dx$; б) $\sqrt{3+y^2} = \sqrt{1-x^2} yy'$;

19) a) $\frac{dy}{x} - \frac{\sin x}{(y-1)^2} dx = 0$; б) $5x^2 yy' = (1-x)^2 \sqrt{4-y^2}$;

20) a) $6x dx + 2y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$; б) $\frac{yy'}{x} + e^y = 0$;

21) a) $5y^2 dy - e^{2x} dx = -y^2 e^{2x} dx$; б) $\frac{y' \cdot (1+y)}{\sin x^2} = \frac{2x}{1-y}$;

22) a) $3(x^2 y + y) dy + \sqrt{2+y^2} dx = 0$; б) $\frac{yy'}{\ln x} - \frac{x}{5y+3} = 0$;

23) a) $e^{-x^2} dy = \frac{x dx}{\cos^2 y}$; б) $yy' = x^2 y^2 + 5x^2$;

24) а) $3xy^2 dx - 6ydy = 2x^2 ydy - 6xdx$; б) $y \cdot e^{x^2-1} y' = \frac{x}{y-1}$;

25) а) $dy - 2xydx = xye^{-x^2} dx$; б) $y'y\sqrt{4-x^2} + \sqrt{1-y^2} = 0$;

26) а) $4xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx$; б) $y' \cdot \ln^2 y = yx^2$;

27) а) $\sqrt{1-y} dx + y\sqrt{1-x^2} dy = 0$; б) $\sin^2 x \cdot y' - y \cos x = 2 \cos x$;

28) а) $y^3 dx + x^3 dy = y^2 x^3 dy - x^3 y^3 dx$; б) $y' - \frac{1+y^2}{5xy+x^2 y} = 0$;

29) а) $xdx - y^2 dy = x^2 y^2 dy - xy^2 dx$; б) $\frac{yy'}{\cos(x-3)} = \frac{x}{2y-1}$;

30) а) $dy - \frac{e^{2x}}{\ln y} dx = 0$; б) $y'y = \frac{xy}{\sqrt{1-x^2}} - y'$.

2 Решить дифференциальное уравнение

1) $y \cdot \cos \frac{y}{x} - y'x \cdot \cos \frac{y}{x} = x$; 2) $y'x - y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x}$;

3) $y'x^2 = 2xy + y^2$; 4) $xyy' - x^2 y' = y^2$;

5) $xy' = \frac{x^2}{y} e^{\frac{2y}{x}} + y$; 6) $x^2 \cdot e^{\frac{y}{x}} y' = xye^{\frac{y}{x}} + \frac{x^3}{y}$;

7) $\frac{y^2}{x} dx + 5ydx - xdy = 0$; 8) $y'x \cdot \arcsin \frac{y}{x} + x = y \cdot \arcsin \frac{y}{x}$;

- 9) $x dy - y dx = \sqrt{x^2 - 4y^2} dx$; 10) $xyy' - y^2 = x \cdot \sqrt{4x^2 - y^2}$;
- 11) $y'x \cdot \ln \frac{y}{x} = x + y \cdot \ln \frac{y}{x}$; 12) $xy' \sin^2 \frac{y}{x} = x + y \sin^2 \frac{y}{x}$;
- 13) $xy' + y \cdot \ln \frac{y}{x} = y$; 14) $y' \arctg \frac{y}{x} - 1 = \frac{y}{x} \arctg \frac{y}{x}$;
- 15) $x^2 y' - 3x^2 = y^2 + 6xy$; 16) $(x^3 - x^2 y)y' + y^3 + xy^2 = 0$;
- 17) $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y$; 18) $(2\sqrt{xy + y^2} - y)dx + xdy = 0$;
- 19) $4y'x^2 - y^2 - 10xy = 5x^2$; 20) $3x^2 y' = y^2 + 9yx + 9x^2$;
- 21) $y'x^3 = y^2 x + y^3 + x^2 y$; 22) $x^3 y' = y(2x^2 - y^2)$;
- 23) $2xyy' = y^2 - x^2$; 24) $x^3 y' = y^3 + 2x^2 y$;
- 25) $(y^2 - 2xy)dx + x^2 dy = 0$; 26) $y'x^2 = y^2 + 4xy + 2x^2$;
- 27) $y'x - y = \frac{x^2}{y} \cdot e^{\left(\frac{y}{x}\right)^2}$; 28) $y'y^2 = \frac{y^3}{x} + x^2 \cdot e^{-\left(\frac{y}{x}\right)^3}$;
- 29) $y'x = \frac{5x^2 - xy + y^2}{x}$; 30) $y' = \frac{x + y}{x - y}$.

3 Решить задачу Коши

- 1) $y' - 3x^2 y = x^2 e^{x^3}$, 2) $y' + 2xy = x e^{-x^2}$,

$$y(0) = 0;$$

$$3) (x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x, \\ y(\sqrt{2}) = 1;$$

$$5) y' - \frac{y}{x} = \frac{\ln x}{x}, \\ y(1) = 1;$$

$$7) y' - 2xy = 2x^3, \\ y(0) = 0;$$

$$9) y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, \\ y(1) = 1;$$

$$11) xy' - y = x^2 \cos x, \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0;$$

$$13) y' - \frac{2}{x+1}y = e^x(x+1)^2, \\ y(0) = 1;$$

$$15) y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, \\ y(1) = 1;$$

$$17) x^2 y' - 2xy = 3, \\ y(1) = -1;$$

$$19) y' - y \cos x = \sin 2x,$$

$$y(0) = 0;$$

$$4) xy' - xy = e^x, \\ y(1) = 0;$$

$$6) y' + \frac{y}{2x} = x^2, \\ y(1) = 1;$$

$$8) y' + xy = -x^3, \\ y(0) = 3;$$

$$10) y' - \frac{y}{x} = \ln x, \\ y(1) = 1;$$

$$12) y' - 4xy = -4x^3, \\ y(0) = -\frac{1}{2};$$

$$14) y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}, \\ y(1) = 4;$$

$$16) y' + \frac{y}{x} = 3x, \\ y(1) = 1;$$

$$18) (x+1)y' - y = x^3 + x^2, \\ y(0) = 0;$$

$$20) y' - y = e^x,$$

$$y(0) = -1;$$

$$y(0) = 1;$$

$$21) y' - \frac{2}{x+1}y = (x+1)^3,$$

$$22) y' + \frac{y}{x} = \sin x,$$

$$y(0) = \frac{1}{2};$$

$$y(\pi) = \frac{1}{\pi};$$

$$23) y' + \frac{2}{x}y = x^3,$$

$$24) y' - \frac{y}{x+2} = x^2 + 2x,$$

$$y(1) = -\frac{5}{6};$$

$$y(-1) = \frac{3}{2};$$

$$25) y' + \frac{y}{x} = e^x,$$

$$26) y' - \frac{1}{x+1}y = e^x(x+1),$$

$$y(1) = 1;$$

$$y(0) = 1;$$

$$27) (1-x^2)y' - xy = 1,$$

$$28) x^2y' + xy = -1,$$

$$y(0) = 1;$$

$$y(1) = 0;$$

$$29) y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x,$$

$$30) y' - y \operatorname{ctg} x = 2x \sin x,$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2};$$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

4 Решить дифференциальные уравнения

$$1) \text{ а) } y''' = x + \sin 3x;$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} x \cdot y'' = 2y';$$

$$2) \text{ а) } y''' = x^2 - 3\cos x;$$

$$\text{б) } x^3 y''' - 2x^2 y' = -2;$$

$$3) \text{ а) } y'''(x+2)^5 = 1;$$

$$\text{б) } x^2 y'' + xy' = 1;$$

$$4) \text{ а) } y''' = x + e^{2x};$$

$$\text{б) } xy'' - y' = e^x x^2;$$

$$5) \text{ a) } y''' = \frac{1}{x^3};$$

$$\text{б) } y'' + \frac{y'}{x} = \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$6) \text{ a) } y''' = 6x - \sin 2x;$$

$$\text{б) } y''x \ln x = y';$$

$$7) \text{ a) } y''' = \cos 3x - 10x;$$

$$\text{б) } y'' \operatorname{ctg} 2x + 2y' = 0;$$

$$8) \text{ a) } (x-2)^4 \cdot y''' = 1;$$

$$\text{б) } x^4 y'' + x^3 y' = 1;$$

$$9) \text{ a) } y''' = 12x - e^{4x};$$

$$\text{б) } y'' - 2y' \cdot \operatorname{ctg} x = \sin^3 x;$$

$$10) \text{ a) } y''' = \frac{36}{x^4};$$

$$\text{б) } y'' + \frac{y'}{x} = \frac{x+1}{x};$$

$$11) \text{ a) } y''' = x^2 + 6\sin 3x;$$

$$\text{б) } x^3 y'' + x^2 y' = \sqrt{x};$$

$$12) \text{ a) } y''' = 12x - \cos 2x;$$

$$\text{б) } y'' \operatorname{tg} x = y' + 1;$$

$$13) \text{ a) } y''' = \frac{18}{(x+1)^3};$$

$$\text{б) } y'' - \frac{2xy'}{x^2+1} = x^3(x^2+1);$$

$$14) \text{ a) } y''' = 8x + e^{-2x};$$

$$\text{б) } x^5 y'' + x^4 y' = 1;$$

$$15) \text{ a) } y''' = \frac{24}{x^5};$$

$$\text{б) } xy'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$16) \text{ a) } y''' = \sin x + \cos x;$$

$$\text{б) } y'' \operatorname{tg} 5x = 5y';$$

$$17) \text{ a) } x^4 \cdot y''' = x - 2;$$

$$\text{б) } (x+1)y'' + y' = (x+1);$$

$$18) \text{ a) } y''' = x^2 - \cos 4x;$$

$$\text{б) } x(y''+1) + y' = 0;$$

$$19) \text{ a) } y''' = 15x - e^{3x};$$

$$\text{б) } x^2 y'' - xy' + 1 = 0;$$

20) а) $y''' = 64 \sin 4x - 60x^2$; б) $xy'' - y' = x^2 \cos 2x$;

21) а) $y''' = 4 \sin 2x + \cos x$; б) $y'' \operatorname{tg} 7x = 7y'$;

22) а) $y''' = \frac{30}{x^5}$; б) $2y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}$;

23) а) $y''' = 6 \sin x + e^x$; б) $xy'' + y' + x = 0$;

24) а) $y''' = 12x^2 + e^{2x}$; б) $xy'' - y' = x^2 \sin x$;

25) а) $x^6 \cdot y''' = 32$; б) $(1 + \sin x)y'' = \cos x \cdot y'$;

26) а) $y''' = \frac{36}{(x-3)^4}$; б) $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$;

27) а) $y''' = \sin x + 9 \cos 3x$; б) $y'' \cdot \operatorname{ctg} x + y' = 2$;

28) а) $(x-2)^6 \cdot y''' = 120$; б) $x^3 y'' + x^2 y' = 1$;

29) а) $y''' = 48x - e^{-x}$; б) $2xy'y'' = (y')^2 + 1$;

30) а) $y''' = \cos 3x + e^{2x}$; б) $y'' + 4y' = 2x$.

5 Решить задачу Коши

1) $y'' = \sqrt{1 + (y')^2}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$;

2) $yy'' + (y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$;