

ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ



«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра общей электротехники

Допущены

к проведению занятий в 2016-2017 уч.году
Заведующий кафедрой
профессор

Я.Э.Шклярский

«31» августа 2016 г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ

для выполнения курсовой работы по дисциплине

«ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ»

**Специальность (направление подготовки): 13.03.02. «Электроэнергетика
и электротехника»**

Специализация (профиль): электропривод и автоматика

Разработал: профессор Шонин О.Б.

*Обсуждены и одобрены на заседании кафедры
Протокол № 1 от 30 августа 2016 г.*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2016**

ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с учебной программой изучение дисциплины «Теоретические основы электротехники» заканчивается курсовой работой. Курсовая работа посвящена определению динамических характеристик четырехполюсника и нахождению реакций цепи на импульсный и периодический сигнал. Рассматриваемые в курсовой работе вопросы являются базовыми в курсах автоматического управления, регулируемого электропривода, силовой электроники, электрических аппаратов и др.

Целью курсовой работы является:

-закрепление и углубление знаний, полученных при изучении курса теоретических основ электротехники,

-приобретение навыков самостоятельного освоения методов количественного и качественного анализа динамических процессов в линейной электрической цепи,

-освоение современных средств вычисления, моделирования и графического представления результатов исследования в системах Mathcad, MATLAB, MultiSim / Electronics Workbench.

Материал курсовой работы охватывает следующие разделы теории цепей:

-методы расчета электрических цепей,

-теория четырехполюсников,

-метод переменных состояния,

-классический метод расчета переходных процессов,

-принцип суперпозиции,

-импульсные и переходные характеристики,

-интегралы наложения,

-преобразование Лапласа,

-метод комплексных амплитуд,

-частотный анализ с использованием рядов и преобразования Фурье.

ЗАДАНИЕ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ.

Исходными данными для выполнения курсовой работы являются:

-схема четырехполюсника с заданными параметрами R, L, C – элементов;

-нагрузка четырехполюсника R_2 ;

-форма импульсного и периодического сигнала, создаваемого источником напряжения $e(t)$ или источником тока $j(t)$.

В качестве откликов цепи на действие сигналов рассматриваются переменные состояния – напряжение на C - элементе, ток L - элемента, а так же входная и выходная реакции четырехполюсника. Если сигнал задан источником напряжения $e(t)$, то входной реакцией считается ток источника $i_e(t)$, а выходной – напряжение нагрузки $u_2(t)$. Если сигнал создается источником тока $j(t)$, то входной реакцией является напряжение источника $u_j(t)$, а выходной – ток нагрузки $i_2(t)$.

В качестве входных сигналов $e(t)$ и $j(t)$ используются стандартные сигналы, а также импульсные и периодические сигналы, форма и параметры которых заданы в таблице вариантов. К стандартным сигналам относятся:

- Единичная ступенчатая функция Хэвисайда $\delta_1(t)$

$$\delta_1(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t \geq 0 \\ 0, & \text{если } t < 0 \end{cases}$$

- Сигнал в виде дельта функции Дирака $\delta(t)$

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & \text{если } t = 0 \\ 0, & \text{если } t \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1; \quad \delta(t) = \frac{d}{dt} \delta_1(t)$$

- Синусоидальный сигнал $u_h(t)$

$$u_h(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_h)$$

Сигналы $\delta_1(t)$ и $\delta(t)$ используются для определения переходной $h_1(t)$ и импульсной характеристики $h(t)$, установившаяся реакция на гармонический сигнал $u_h(t)$ - для нахождения амплитудно-частотной (АЧХ) и фазово-частотной (ФЧХ) характеристик цепи. Эти характеристики отражают динамические свойства четырехполюсников, и между ними существует однозначная связь.

В работе требуется также найти реакции цепи на импульсные и периодические сигналы, форма которых показана в приложении на рис.П.1. В таблице вариантов (приложение П.2) эти сигналы обозначены как А, D, С, D, E. Для всех вариантов длительность импульса $t_p = 0,001$ с, период следования импульсов $T = 0,002$ с, частота $f = 500$ Гц.

Структура цепи задана номерами узлов, между которыми включены элементы цепи. Полярность включения источника напряжения (ИН) 3-4 и источника тока (ИТ) 1-5 определяется порядком следования номеров узлов в обозначении источников, как показано на рис.2. Для обоих источников положительные направления токов и напряжений не согласованы, в отличие от пассивных R-, L-, C- элементов, для которых эти величины согласованы.

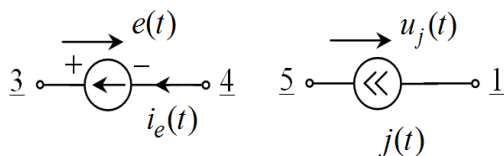


Рис.1. Полярность источников в соответствии с обозначениями ИН 3-4 и ИТ 1-5.

Пример задания структуры цепи приведен в таблице 1.

Таблица 1.

№	Параметры элементов и их координаты								
	Форма и амплитуда сигнала		R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	L_1 , мГн	L_2 , мГн	C_1 , мкФ	C_2 , мкФ
	ИН.	ИТ.							
71	-	«С» ,1А 3-1	200 1-3	200 2-3	100 1-2	20 2-3	-	2 1-3	-

Схема передающей цепи, составленная по данным таблицы 1, показана на рис. 2. Пунктиром выделена структура четырехполюсника, к входу которого подключен источник сигнала $j(t)$, к выходу – нагрузка R_2 .

В зависимости от реакции, которую требуется определить, ток источника $j(t)$ принимает форму стандартных сигналов $\delta_1(t)$, $\delta(t)$, $u_h(t)$ либо форму импульсных/периодических сигналов А, В, С, D, E, показанных на рис П.1.

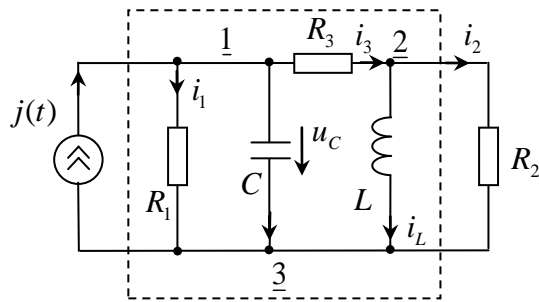


Рис.2. Схема передающей цепи.

Задачи курсовой работы:

- получение системы дифференциальных уравнений относительно переменных состояния и алгебраических уравнений относительно входной и выходной реакций цепи;
- определение переходных и импульсных характеристик четырехполюсника различными способами;
- нахождение реакций на импульсный и периодический сигналы заданной формы;
- совместное рассмотрение частотных характеристик цепи и спектров сигналов, оценка амплитудных и фазовых искажений, выработка предложений по изменению параметров цепи/сигналов из условия получения одного из видов функциональных преобразований входного сигнала: неискажающего, интегрирующего, дифференцирующего;
- экспериментальная проверка результатов расчета.

Содержание разделов раскрывается ниже в указаниях по выполнению курсовой работы. Расчет динамических характеристик выполняется в системе Mathcad, для компьютерного моделирования процессов используется среда MultiSim, Electronics Workbench или MATLAB.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

1. Анализ четырехполюсника во временной области описания цепей и сигналов

1.1. Формирование дифференциальных уравнений.

В разделе требуется получить систему дифференциальных уравнений цепи относительно переменных состояния $x_1(t)$, $x_2(t)$ и систему алгебраических уравнений относительно выходной $y_1(t)$ и входной $y_2(t)$ реакций четырехполюсника в соответствии с материалом, изложенным в параграфах 1.1 и 1.2 пособия [8].

В зависимости от сочетания накопительных элементов в конкретной цепи в качестве переменных состояния используются напряжения емкостей $u_{C1}(t)$, $u_{C2}(t)$ или токи индуктивностей $i_{L1}(t)$, $i_{L2}(t)$, либо напряжение $u_C(t)$ и ток $i_L(t)$, для которых выполняются условия непрерывности:

$$u_C(0_-) = u_C(0_+), \quad i_L(0_-) = i_L(0_+).$$

Если в качестве независимого источника $v(t)$ используется ИН $e(t)$, то реакциями цепи $y_1(t)$, $y_2(t)$ являются выходное напряжение $u_2(t)$ и входной ток $i_e(t)$. В случае питания цепи от ИТ реакциями цепи являются ток нагрузки $i_2(t)$ и входное напряжение $u_j(t)$.

Уравнения цепи записываются в обычной или матричной форме:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + Bv & (1) \\ y = Cx + Dv & (2) \end{cases}$$

где $x = [x_1, x_2]^T$ – вектор столбец переменных состояния, Т – знак транспонирования, $y = [y_1, y_2]^T$ – вектор реакций, v – скаляр.

Элементами матриц А, В, С, D являются коэффициенты $a_{mn}, c_{mn}, b_{m1}, d_{m1}$:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}; D = \begin{bmatrix} d_{11} \\ d_{21} \end{bmatrix}$$

Для получения уравнений (1) и (2) для цепи, показанной на рисунке 2, воспользуемся расчетной схемой с компенсационными источниками (рис.3)

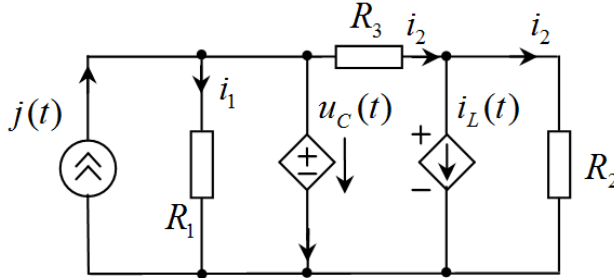


Рис.3. Схема замещения цепи с компенсационными источниками для составления системы дифференциальных уравнений.

Выразим ток i_C и напряжение u_L , а также ток нагрузки i_2 и входное напряжение u_j через переменные состояния u_C, i_L и ток независимого источника j , используя принцип суперпозиции, в соответствии с которым искомая величина выражается через частные реакции. Эти реакции отражают вклады каждого из источников i_L, u_C и j , например,

$$u_L = u_{LL} + u_{LC} + u_{Lj},$$

где u_{LL} – вклад источника i_L при условии, что $u_C = 0, j = 0$; u_{LC} – вклад источника u_C , если $i_L = 0, j = 0$; u_{Lj} – вклад источника тока j , если $i_L = 0$ и $u_C = 0$.

Частные реакции находятся по расчетным схемам, каждая из которых содержит один из источников и резисторы; остальные источники учитываются их внутренними сопротивлениями. В соответствии с методом наложения имеем:

$$\begin{cases} u_L = -\frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} i_L + \frac{R_2}{R_2 + R_3} u_C + 0 \cdot j \\ i_C = -\frac{R_2}{R_2 + R_3} i_L + \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_1(R_2 + R_3)} u_C + j \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} i_2 = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} i_L + \frac{1}{R_2 + R_3} u_C + 0 \cdot j \\ u_1 = -0 \cdot i_L + u_C + 0 \cdot j \end{cases} \quad (4)$$

Используя компонентные уравнения L- и C- элементов $di_L/dt = u_L/L$ и $du_C/dt = i_C/C$ совместно с формулами (3) и (4), получаем искомые системы уравнений (1) и (2), в которых $x = [i_L, u_C]^T$ и $y = [i_2, u_j]^T$.

Запишем коэффициенты этих уравнений как элементы матриц А, В, С и D:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_{e1}}{L} & \frac{1}{L} \frac{R_2}{R_2 + R_3} \\ -\frac{1}{C} \frac{R_2}{R_2 + R_3} & -\frac{1}{L} \frac{R_{e2}}{R_2 + R_3} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C} \end{bmatrix}, (5) C = \begin{bmatrix} -\frac{R_3}{R_1 + R_3} & \frac{1}{R_2 + R_3} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$R_{e1} = R_1 R_3 / (R_1 + R_3),$$

$$R_{e2} = R_1 (R_2 + R_3) / (R_1 + R_2 + R_3).$$

После подстановки значений параметров $R_1 = 200$ Ом, $R_2 = 200$ Ом, $R_3 = 100$ Ом, $L_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ Гн, $C_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф получим численные значения элементов матриц:

$$A = \begin{bmatrix} -10^4 / 3 & 10^2 / 3 \\ -10^6 / 3 & -5 \cdot 10^4 / 12 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \cdot 10^5 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -1/3 & 10^{-2} / 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$
(6)

1.2. Переходные характеристики цепи.

Под переходной характеристикой понимается реакция цепи на действие ступенчатого тока или ступенчатого напряжения. Порядок расчета переходной характеристики рассмотрен в параграфах 4.2, 4.5 и 5.1 пособия [8].

Реакция цепи $x(t) = x_s(t) + x_t(t)$ ищется как сумма вынужденной $x_s(t)$ и свободной $x_t(t)$ составляющих переходного процесса. Свободная составляющая процесса $x_t(t)$ является общим решением, вынужденная составляющая $x_s(t)$ - частным решением системы уравнений (1).

В цепях второго порядка расчет реакций можно производить без составления дифференциальных уравнений, зная лишь вид решения и используя расчетные схемы, отражающие различные этапы переходного процесса.

1.2.1 Установившийся режим.

При действии в цепи источника постоянного тока $j(t) = 1$, $t > 0$ вынужденные реакции от времени не зависят:

$$i_{Ls}(t) = I_{Ls} = const, \quad u_{Cs}(t) = U_{Cs} = const.$$

Эти реакции находят из системы алгебраических уравнений, которая получается после подстановки неизвестных величин I_{Ls} , U_{Cs} и их производных $dI_{Ls}/dt = 0$ и $dU_{Cs}/dt = 0$ в систему дифференциальных уравнений (1)

$$\begin{cases} a_{11}I_{Ls} + a_{12}U_{Cs} = -b_{11} \\ a_{21}I_{Ls} + a_{22}U_{Cs} = -b_{21} \end{cases}$$

Помимо получения установившихся величин из решения этой системы, значения U_{Cs} и I_{Ls} можно также найти из расчетной схемы для вынужденных составляющих переходного процесса (рис.4).

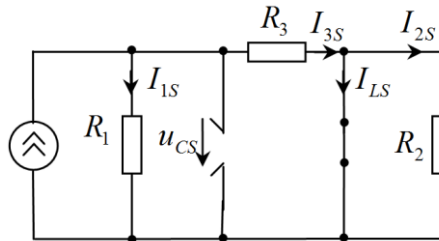


Рис.4. Расчетная схема для установившегося режима постоянного тока.

Учитывая, что $j(t) = 1$, получим:

$$I_{Ls} = R_1 / (R_1 + R_3) = 2/3$$

$$U_{Cs} = R_1 R_3 / (R_1 + R_3) = 200/3.$$

1.2.2. Корни характеристического полинома.

Свободные составляющие переходного процесса ищутся в виде:

$$i_{Lr}(t) = I \exp(pt) \text{ и } u_{Cr}(t) = U \exp(pt)$$

Подставим эти выражения в систему дифференциальных уравнений (1), в которой $j(t) = 0$, и потребуем существования ненулевого решения полученной системы алгебраических уравнений относительно I и U :

$$\begin{cases} (a_{11} - p)I + a_{12}U = 0 \\ a_{21}I + (a_{22} - p)U = 0 \end{cases}$$

Эта система имеет ненулевое решение, если ее определитель равен нулю

$$(a_{11} - p)(a_{22} - p) - a_{12}a_{21} = 0.$$

После преобразования получим:

$$p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0, \quad (7)$$

где α – коэффициент затухания, ω_0 – собственная частота цепи

$$2\alpha = -(a_{11} + a_{22}); \quad \omega_0^2 = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Используя выражения для элементов матриц (5), (6), выразим коэффициент затухания α , частоту ω_0 и коэффициент демпфирования $\beta = \alpha / \omega_0$ через параметры цепи:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,5(R_{e1} / L + 1 / CR_{e2}) = 3750; \\ \omega_0 &= 1 / \sqrt{LC} = 5000; \quad \rho = \sqrt{L/C} = 100 \\ \beta &= 0,5(R_{e1} / \rho + \rho / R_{e2}) = 0,75, \end{aligned} \quad (8)$$

Решение уравнения (7)

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = \omega_0(\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 1})$$

Параметр экспоненты p можно определить из характеристического уравнения, которое составляется по схеме замещения цепи для свободных составляющих i_t, u_t , показанной на рисунке 5.

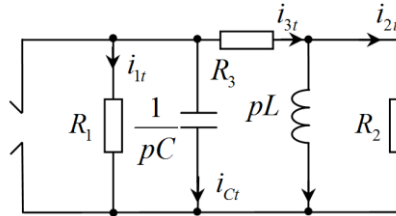


Рис.5. Схема замещения цепи для свободных токов.

Для получения уравнения находят входное сопротивление $Z_{dr}(p)$ относительно точек разрыва любой ветви с током и приравнивают полученное выражение нулю. Дуальный способ состоит в нахождении входной проводимости $Y_{dr}(p)$ относительно любой пары узлов и приравнивании полученного выражения нулю. При разрыве ветви с элементом R_3 получим

$$Z(p) = R_3 + \frac{pLR_2}{pL + R_2} + \frac{R_1}{1 + pCR_1}.$$

После преобразований уравнение $Z(p) = 0$ приобретает вид:

$$p^2 + p \left(\frac{R_{e1}}{L} + \frac{1}{CR_{e2}} \right) + \frac{1}{LC} = 0,$$

где $R_{e1} = R_1 \parallel R_3$ и $R_{e2} = R_1 \parallel (R_2 + R_3)$.

Это уравнение совпадает с выражением (7), полученным ранее:

$$p^2 + 7,5 \cdot 10^3 p + 25 \cdot 10^6 = 0$$

Так как $\beta < 1$, корни характеристического уравнения комплексно сопряженные:

$$p_{1,2} = \omega_0 \left(-\beta \pm j\sqrt{1 - \beta^2} \right) = -\alpha \pm j\omega_d = (-3,75 \pm j3,31) \cdot 10^3,$$

где $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ – частота собственных колебаний, ω_0 – частота колебаний в отсутствии потерь.

Двум корням характеристического полинома p_1 и p_2 соответствуют две составляющие свободной реакции

$$x_t(t) = x_{t1}(t) + x_{t2}(t) = \exp(-\alpha t) [X_1 \cos \omega_d t + X_2 \sin \omega_d t].$$

Полная реакция приобретает вид:

$$\begin{aligned} i_L(t) &= I_{Ls} + e^{-\alpha t} (I_1 \cos \omega_d t + I_2 \sin \omega_d t) \\ u_C(t) &= U_{Cs} + e^{-\alpha t} (U_1 \cos \omega_d t + U_2 \sin \omega_d t) \end{aligned} \quad (9)$$

где I_1, I_2 и U_1, U_2 – амплитуды свободных составляющих или постоянные интегрирования. Значения этих величин находятся из начальных условий.

Если корни характеристического полинома вещественные и разные $p_1 \neq p_2$, то свободные составляющие ищутся в виде

$$x_t(t) = x_{t1}(t) + x_{t2}(t) = X_1 e^{p_1 t} + X_2 e^{p_2 t}$$

При совпадении корней $p_1 = p_2 = p$ имеем

$$x_t(t) = x_{t1}(t) + x_{t2}(t) = X_1 e^{pt} + X_2 t e^{pt}$$

1.2.3. Определение амплитуд свободных реакций.

Для вычисления амплитуд свободных реакций I_1, I_2 и U_1, U_2 используют независимые $i_L(0_+)$, $u_C(0_+)$ и зависимые начальные условия $i'_L(0_+)$, $u'_C(0_+)$. Независимые начальные условия при определении переходных характеристик имеют нулевые значения. Производные $i'_L(0_+)$ и $u'_C(0_+)$ находят из системы (1), в которой $j(0_+) = 1$, $u_C(0_+) = 0$, $i_L(0_+) = 0$:

$$i'_L(0_+) = b_{11} = 0, \quad u'_C(0_+) = b_{21} = 5 \cdot 10^5.$$

Зависимые начальные условия $i'_L(0_+) = u_L(0_+)/L$ и $u'_C(0_+) = i_C(0_+)/C$ можно найти, зная напряжение $u_L(0_+)$ и ток $i_C(0_+)$ в расчетной схеме цепи для момента времени $t = 0_+$, показанной на рисунке 6:

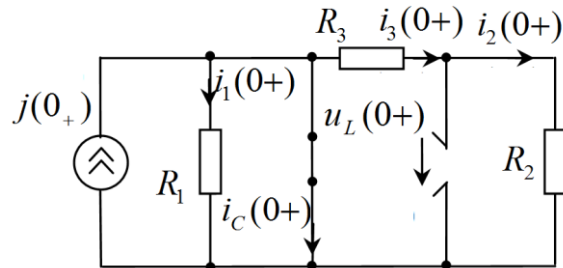


Рис.6. Схема замещения цепи для момента времени $t = (0_+)$.

Значения производных $i'_L(0_+) = 0$ и $u'_C(0_+) = 5 \cdot 10^5$ совпадают с коэффициентами b_{11} и b_{21} системы уравнений (1).

Используя выражения (9) для величин $i_L(t)$, $u_C(t)$ и выражения для их производных $i'_L(t)$, $u'_C(t)$ в момент $t = 0_+$, получим систему уравнений относительно постоянных интегрирования:

$$\begin{cases} I_1 + I_{Ls} = 0 \\ -\alpha I_1 + \omega_d I_{Ls} = b_{11} \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 + U_{Cs} = 0 \\ -\alpha U_1 + \omega_d U_{Cs} = b_{21} \end{cases}$$

Решение системы

$$I_1 = -0,667, \quad I_2 = -0,755$$

$$U_1 = -66,7, \quad U_2 = -75,5$$

Тогда переходные характеристики можно записать в виде:

$$\begin{aligned} h_1^{(i_L)}(t) &= i_L(t) / j = \delta_1(t) = 0,667 - e^{-3750t} \cos(3310t - 0,847) \\ h_1^{(U_C)}(t) &= U_C(t) / j = \delta_1(t) = 66,7 - 100e^{-3750t} \cos(3310t + 0,847) \end{aligned} \quad (10)$$

Выходная i_2 и входная u_1 реакция выражается через ток источника $j(t)$ и найденные величины $i_L(t)$ и $u_C(t)$:

$$i_2 = -\frac{R_3}{R_2 + R_3} i_L + \frac{1}{R_2 + R_3} u_C; \quad u_1 = u_C \quad (11)$$

Входная реакция u_1 совпадает с переменной состояния u_C . Переходная характеристика относительно выходной реакции находится с помощью формул (10) и (11):

$$h_1^{(i_2)}(t) = i_2(t) / j = \delta_1(t) = 0,5e^{-3750t} \sin(3310t) \quad (12)$$

1.2.4. *Параметры переходных характеристик.* Графики переходных характеристик относительно входной и выходной реакции показаны на рисунке 7.

Качество переходного процесса оценивают по ряду параметров, таких как время переходного процесса t_s , время нарастания реакции t_r , максимальное значение реакции $X_e = x(t_e)$ в момент t_e и превышение ΔX_e этого значения относительно установившегося значения X_s :

$$\Delta X_e = \frac{X_e - X_s}{X_s} \cdot 100, \% .$$

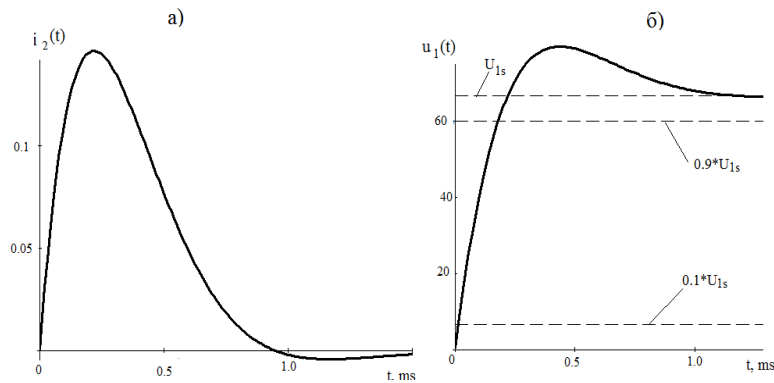


Рис.7. Входная – а) и выходная переходная характеристика – б).

Время переходного процесса t_s определяют из условия

$$x(t_s) = (1 \pm 0,02) X_s ,$$

где X_s – установившееся значение.

Для определения времени нарастания $t_r = t_{0,9} - t_{0,1}$ находят моменты $t_{0,1}$ и $t_{0,9}$ из уравнений:

$$x(t_{0,1}) = 0,1X_s , \quad x(t_{0,9}) = 0,9X_s .$$

Максимальное значение реакции X_e в момент времени t_e определяют по графику $x(t)$, либо из уравнения $dx/dt = 0$. Значения полученных параметров переходных характеристик $h_1^{(i_L)}(t)$, $h_1^{(u_C)}(t)$ и $h_1^{(i_2)}(t)$ заносят в таблицу 2.

Параметры переходных характеристик.

h_1	$t_{0,1}$, мкс	$t_{0,9}$, мкс	t_r , мкс	t_s , мкс	t_e , мкс	I_{Le} , А	U_{Ce} , В	I_{2e} , А	Δi_L , %	Δu_C , %
\vdots										

1.3. Импульсная характеристика передающей цепи.

Импульсная характеристика $h(t)$ является реакцией на сигнал, имеющий форму функции Дирака. Эта характеристика определяется по расчетным схемам для моментов времени $t=0$ и $t=0_+$, и результаты вычислений сравниваются с выражением $h(t)$, полученным путем дифференцирования переходной характеристики:

$$h(t) = \frac{d}{dt} [h_1(t) \cdot \delta_1(t)].$$

Характеристика $h(t)$ описывает свободный режим цепи, вызванный накоплением энергии в элементах C и L в результате протекания импульсного тока $i_{C\delta}$ в емкости и действия импульсного напряжения $u_{L\delta}$ на индуктивности. Импульсные величины $i_{C\delta}$ и $u_{L\delta}$ находят по R-схеме замещения цепи для момента $t=0$, в которой емкость заменяется элементом КЗ, а индуктивность – элементом ХХ как показано на рисунке 8.

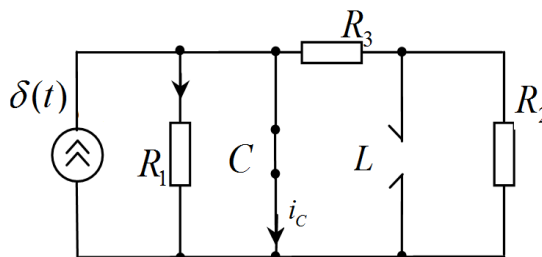


Рис.8. Расчетная схема для определения импульсного тока емкости и импульсного напряжения индуктивности.

Из расчетной схемы следует, что

$$i_{C\delta} = \delta(t), \quad u_{L\delta} = 0.$$

Начальные значения переменных состояния в момент $t=0_+$ находят из уравнений накопительных элементов

$$u_C(0_+) = \frac{1}{C} \int_{0_-}^{0_+} i_{C\delta}(t) dt = \frac{1}{C}; \quad i_L(0_+) = \frac{1}{L} \int_{0_-}^{0_+} u_{L\delta}(t) dt = 0.$$

Далее порядок расчета совпадает с порядком расчета переходной характеристики: составляют характеристическое уравнение $Z(p)=0$, находят его корни, записывают выражение для свободной реакции в зависимости от вида корней и находят постоянные интегрирования из начальных условий $i_L(0_+)$, $i'_L(0_+)$ и $u_C(0_+)$, $u'_C(0_+)$.

Для получения производных от переменных состояния $i'_L(0_+) = u_L(0_+)/L$ и $u'_C(0_+) = i_C(0_+)/C$ сначала определяют ток емкости $i_C(0_+)$ и напряжение индуктивности $u_L(0_+)$ по расчетной схеме для момента времени $t=0_+$ (рис.9). Такая схема получается из исходной путем замены емкости источником напряжения $u_C(0_+)$, индуктивности – источником тока $i_L(0_+)$.

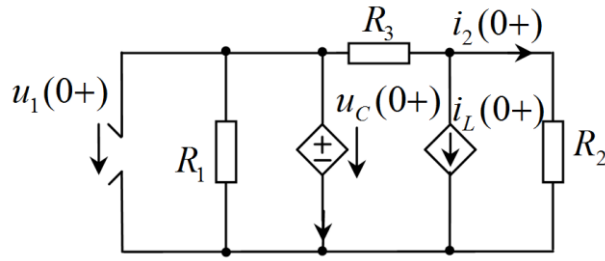


Рис.9. Расчетная схема для определения режима цепи в момент $t = 0_+$.

При нулевом начальном токе индуктивности $i_L(0_+) = 0$ источник тока в схеме на рисунке 9 заменяется разрывом. В цепи с одним источником $u_C(0_+) = 1/C$ имеем:

$$u_L(0_+) = \frac{1}{C} \frac{R_2}{R_2 + R_3}; \quad i_C(0_+) = -\frac{R_1 + R_2 + R_3}{CR_1(R_1 + R_3)}$$

При комплексно сопряженных корнях характеристического полинома $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$ импульсная характеристика изменяется по закону:

$$i_L = \exp(-\alpha t) [I_1 \cos \omega_d t + I_2 \sin \omega_d t],$$

$$u_C = \exp(-\alpha t) [U_1 \cos \omega_d t + U_2 \sin \omega_d t]$$

Амплитуды свободных составляющих импульсных характеристик I_1 , I_2 и U_1 , U_2 находятся из найденных начальных условий, применение которых дает систему уравнений относительно искомым величин:

$$\begin{cases} I_1 = 0 \\ -\alpha I_1 + \omega_d I_2 = \frac{1}{LC} \frac{R_2}{R_2 + R_3} \end{cases} \quad \begin{cases} U_1 = \frac{1}{C} \\ -\alpha U_1 + \omega_d U_2 = -\frac{1}{C^2 R_{e2}} \end{cases}$$

Решение систем уравнений имеет вид:

$$I_1 = 0, \quad I_2 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{R_2}{R_2 + R_3},$$

$$U_1 = \frac{1}{C}, \quad U_2 = \frac{1}{C} \frac{\beta - \rho/R_{e2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Здесь $R_{e2} = R_1 \parallel (R_2 + R_3)$, $\rho = \sqrt{L/C}$

Первичные и вторичные параметры цепи в этих формулах имеют значения:

$$R_1 = R_2 = 200, \quad R_3 = 100, \quad R_{e2} = 120, \quad C = 2 \cdot 10^{-6}, \quad L = 0,02;$$

$$\omega_0 = 5 \cdot 10^3, \quad \beta = 0,75 \text{ и } \rho = 100.$$

Для приведенных параметров цепи амплитуды свободных составляющих равны:

$$I_1 = 0, \quad I_2 = 5,04 \cdot 10^3;$$

$$U_1 = 5 \cdot 10^5, \quad U_2 = -0,62 \cdot 10^5$$

При записи выражений для импульсных характеристик учтем формулу сложения гармонических колебаний

$$X_1 \cos(\omega t) \pm X_2 \sin(\omega t) = X \cos(\omega t \mp \psi)$$

$$X = \sqrt{X_1^2 + X_2^2}, \quad \psi = \text{arctg}(X_2/X_1)$$

В итоге получим:

$$h^{(i_L)}(t) = i_L(t)|_{j=\delta(t)} = 5040 e^{-3750t} \sin(3310t) \quad (13)$$

$$h^{(u_C)}(t) = u_C(t)|_{j=\delta(t)} = 5,04 \cdot 10^5 e^{-3750t} \cos(3310t + 0,125) \quad (14)$$

Выходную реакцию $i_2(t)$ выразим через величины $u_C(t)$ и $i_L(t)$ в соответствии с

формулой (4):

$$h^{(i_2)}(t) = i_2(t)|_{j=\delta(t)} = 2,52 \cdot 10^3 e^{-3750t} \cos(3310t + 0,848) \quad (15)$$

Графики импульсных характеристик показаны на рисунке 10.

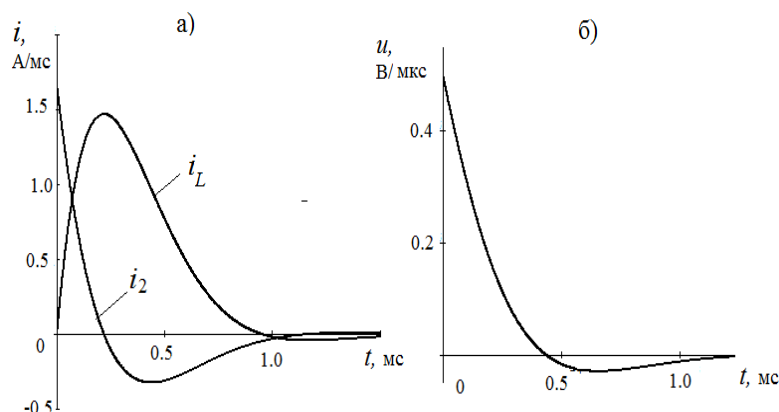


Рис.10. Импульсные характеристики цепи относительно тока индуктивности и тока нагрузки - а) и входного напряжения - б).

Результаты расчетов по схемам замещения проверяют вычислением импульсной характеристики $h(t)$ как производной от переходной характеристики $h_1(t)$:

$$h(t) = \frac{dh_1(t)}{dt} \cdot \delta_1(t) + h_1(0) \cdot \delta(t) \quad (16)$$

1.4. Реакции передающей цепи на импульсный сигнал заданной формы.

Реакция на сигнал $v(t)$, непрерывный в области $t > 0$, определяется с помощью интеграла Дюамеля.

$$x(t) = v(0) \cdot h_1(t) + \int_0^t v'(\varepsilon) h_1(t - \varepsilon) d\varepsilon, \quad (17)$$

Здесь $v(0)$ – скачок тока/напряжения в момент $t = 0$, $h_1(t)$ – переходная характеристика, $v'(\varepsilon)$ – производная от функции $v(t)$, описывающей изменение во времени напряжения/тока источника, ε – переменная интегрирования.

Если сигналы имеют вид кусочно-непрерывных функций, то формула (17) записывается для каждого интервала непрерывности. Подобная форма представления сигналов и реакций реализуется в системе Mathcad с помощью операторов «add line», «if» из блока «programming» и операторов «≥», «≤» и т.п. из блока «Boolean operators».

Запишем униполярный сигнал треугольной формы $j(t)$ с амплитудой I_m , длительностью t_i и точкой излома $t_i/2$:

$$j(t) = \begin{cases} kt & \text{if } 0 \leq t \leq t_i/2 \\ I_m - k(t - t_i/2) & \text{if } t_i/2 \leq t \leq t_i, \\ 0 & \text{if } t > t_i \end{cases}$$

где $k = 2I_m/t_i$ – угловой коэффициент.

Интеграл Дюамеля записывается для тех же интервалов:

$$x(t) = \begin{cases} \int_0^t k \cdot h_1(t - \varepsilon) d\varepsilon & \text{if } 0 \leq t \leq t_i/2 \\ \int_0^{t_i/2} k \cdot h_1(t - \varepsilon) d\varepsilon - \int_{t_i/2}^t k \cdot h_1(t - \varepsilon) d\varepsilon & \text{if } t_i/2 \leq t \leq t_i \\ \int_0^{t_i/2} k \cdot h_1(t - \varepsilon) d\varepsilon - \int_{t_i/2}^{t_i} k \cdot h_1(t - \varepsilon) d\varepsilon & \text{if } t > t_i \end{cases}$$

Здесь $h_1(t)$ - переходная характеристика, определяемая формулами (10) и (11).

Графики входного сигнала и выходной реакции при значении углового коэффициента $k = 2 \cdot 10^3$ показаны на рисунке 11.

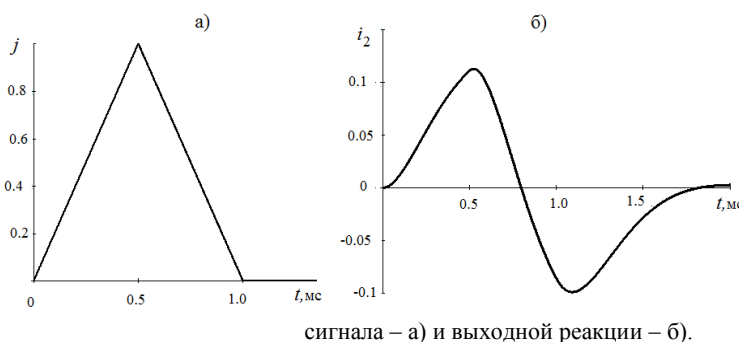


Рис.11. Форма входного

сигнала – а) и выходной реакции – б).

Из графиков видно, что прохождение сигнала через передающую цепь сопровождается заметными искажениями: увеличивается длительность импульса, униполярная форма импульса становится биполярной, площадь выходного сигнала стремится к нулю в отличие от конечного значения площади входного сигнала.

2. Операторный метод расчета четырехполюсника.

В основе операторного метода расчета лежит преобразование Лапласа, с помощью которого дифференциальные уравнения относительно функций времени преобразуются в алгебраические уравнения относительно изображений этих функций. Решение алгебраических уравнений имеет вид дробно-рациональной функции. Для нахождения оригинала, т.е. функции времени, используется разложение дробно-рациональной функции на простые дроби, которым соответствуют простые функции в виде обобщенных экспонент.

В практике электротехнических расчетов уравнения цепи относительно изображений составляется по операторным схемам замещения. Для составления уравнений используются свойства цепей и методы их расчета, рассмотренные в разделе резистивные цепи постоянного тока. Для определения реакций широко используются операторные функции цепи, к которым относятся входные и передаточные сопротивления /проводимости, коэффициенты передачи напряжения/тока. Эти функции отражают динамические свойства передающих цепей, которые рассмотрены в пособии [9].

2.1. Формирование операторных функций цепи

Для определения входной $U_j(s)$ и выходной реакции четырехполюсника $I_2(s)$, питаемого от источника тока $J(s)$, используется входное сопротивление $Z_{dr}(s)$ и коэффициент передачи тока $H_i(s)$:

$$I_2(s) = H_i(s) \cdot J(s), \quad U_j = Z_{dr}(s) \cdot J(s).$$

Операторные выражения $H_i(s)$ и $Z_{dr}(s)$ являются функциями переменной преобразования Лапласа $s = \sigma + j\omega$ и R, L, C – параметров цепи.

Найдем передаточные функции $H_i(s)$ и $Z_{dr}(s)$ по операторной схеме замещения цепи (рис. 12) с помощью метода эквивалентных преобразований и выражений для коэффициентов передачи напряжения/тока.

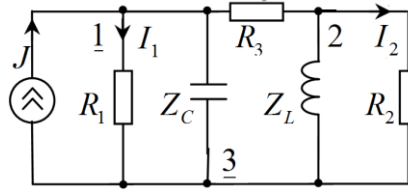


Рис.12. Операторная схема замещения цепи.

Упростим цепь путем замены параллельного и последовательного соединения ветвей их эквивалентными сопротивлениями:

$$Z_{e1}(s) = \frac{R_2 s L}{R_2 + s L}, \quad Z_{e2}(s) = R_3 + Z_{e1}(s)$$

$$Z_{e3} = \frac{R_1}{1 + s C R_1}, \quad Z_{dr}(s) = \frac{Z_{e2} Z_{e3}}{Z_{e2} + Z_{e3}}$$

После преобразований получим

$$Z(s) = \frac{(s + R_{e1}/L)/C}{s^2 + (R_{e1}/L + 1/CR_{e2}) + 1/LC} = \frac{M_z(s)}{N(s)} \quad (18)$$

$$R_{e1} = R_2 R_3 / (R_2 + R_3),$$

$$R_{e2} = R_1 (R_2 + R_3) / (R_1 + R_2 + R_3),$$

Операторный коэффициент передачи тока H_i найдем как произведение частных коэффициентов передачи тока

$$H_{i1} = Z_{e2} / (Z_{e2} + Z_{e3}) \quad \text{и} \quad H_{i2} = Z_L / (Z_L + R_2):$$

$$H_i(s) = H_{i1} H_{i2} = \frac{s/C(R_2 + R_3)}{s^2 + s(R_{e1}/L + 1/CR_{e2}) + 1/LC} = \frac{M_i(s)}{N(s)} \quad (19)$$

Знаменатели дробно-рациональных функций $Z(s)$ и $H_i(s)$ совпадают с характеристическим полиномом (7)

$$N(s) = s^2 + 7.5 \cdot 10^3 s + 25 \cdot 10^6.$$

2.2. Определение импульсных характеристик.

Импульсная характеристика $h(t)$ является оригиналом операторной функции $H(s)$. Представим эту функцию с помощью разложения Хевисайда.

$$H(s) = \frac{M_i(s)}{N(s)} = \frac{A_1}{s - s_{p1}} + \frac{A_2}{s - s_{p2}}.$$

Здесь s_{pn} – полюс функции $H(s)$, n – число полюсов, A_n – коэффициенты разложения или вычеты функции $H(s)$, которые вычисляются методом неопределенных коэффициентов либо по формулам включения.

Представим знаменатель выражения (19) в виде

$$N(s) = (s - s_{p1})(s - s_{p2})$$

Для нахождения коэффициентов A_1, A_2 умножим левую и правую часть формулы (19) на выражение $(s - s_{p1})$ с последующей подстановкой $s = s_{p1}$. Для комплексно сопряженных корней $s_{p1,2} = -3750 \pm j3320$, получим

$$A_1 = H_I(s) \cdot (s - s_{p1}) \Big|_{s=s_{p1}} = \frac{M_I(s_{p1})}{(s_{p1} - s_{p2})} = 1,26 \cdot 10^3 e^{j0,85}; \quad A_2 = A_1^*,$$

где символ «*» означает комплексное сопряжение.

При записи импульсной характеристики учтем формулу

$$\frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} = \cos x$$

После преобразований получим:

$$h^{(i_2)}(t) = i_2(t) \Big|_{j=\delta(t)} = 2,32 \cdot 10^3 e^{-3750t} \cos(3310t + 0,85) \quad (20)$$

Это выражение совпадает с формулой (15), полученной в первом разделе по расчетным схемам, которые показаны на рисунках 9 и 10.

Проверка показывает, что теоремы о начальном и предельном значениях оригинала выполняются:

$$h(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH_i(s) = 1,67 \cdot 10^3;$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sH_i(s) = 0.$$

2.3. Реакция цепи на импульсный сигнал

Определение реакции на импульсный сигнал сводится к представлению этого сигнала в зависимости от его формы в виде наложения ступенчатых, линейных или гармонических функций, нахождению частных реакций на элементарные сигналы и восстановлению искомого сигнала по частным реакциям.

Представим импульсный сигнал треугольной формы $j(t)$ как сумму смещенных во времени линейных функций:

$$j(t) = k \left[t \delta_1(t) - 2t \delta_1(t - t_p/2) + \delta_1(t - t_p) \right],$$

где $k = 2I_m / t_p$ – угловой коэффициент.

Изображение этого сигнала также имеет три составляющие $J(s) = J_1(s) + J_2(s) + J_3(s)$:

$$J(s) = \frac{k}{s^2} \left(1 - 2e^{-st_p/2} + e^{-st_p} \right) = \frac{k}{s^2} \left(1 - e^{-st_p/2} \right)^2 \quad (21)$$

Выходная реакция $I_2(s)$ может быть представлена как наложение частных реакций:

$$I_2(s) = I_{21}(s) + I_{22}(s) + I_{23}(s).$$

Найдем изображение первой частной реакции:

$$I_{21}(s) = J_1(s)H_i(s) = \frac{k}{s^2} \frac{M_i(s)}{N(s)} = \frac{A_1}{(s - s_{p1})} + \frac{A_2}{(s - s_{p2})} + \frac{A_3}{s^2} + \frac{A_4}{s}.$$

Определим вычеты A_1 , A_2 , A_3 и A_4 в полюсах

$$s_{p1,2} = -3750 \pm j3310 \text{ и } s_{p3,4} = 0:$$

$$A_1 = I_{21}(s)(s - s_{p1}) \Big|_{s=s_{p1}} = \frac{kM_I(s_{p1})}{s_{p1}^2 (s_{p1} - s_{p2})} = 0,1e^{j2,24};$$

$$A_2 = A_1^*; \quad A_3 = I_{21}(s) \cdot s^2 \Big|_{s=0} = k \frac{M_I(0)}{N(0)} = 0;$$

$$A_4 = \frac{d}{dt} \left[s^2 I_{21}(s) \right] \Big|_{s=0} = 0,134.$$

Оригинал изображения:

$$i_{21}(t) = 0,134 + 0,2e^{-3750t} \cos(3310t + 2,3), \quad (22)$$

Искомая реакция представляется в виде и изображена на рис.13:

$$i_2 = i_{21} + i_{22} + i_{23},$$

$$i_{22}(t) = -2i_{21}(t - t_p/2) \cdot \delta_1(t - t_p/2)$$

$$i_{23}(t) = i_{21}(t - t_p) \cdot \delta_1(t - t_p).$$

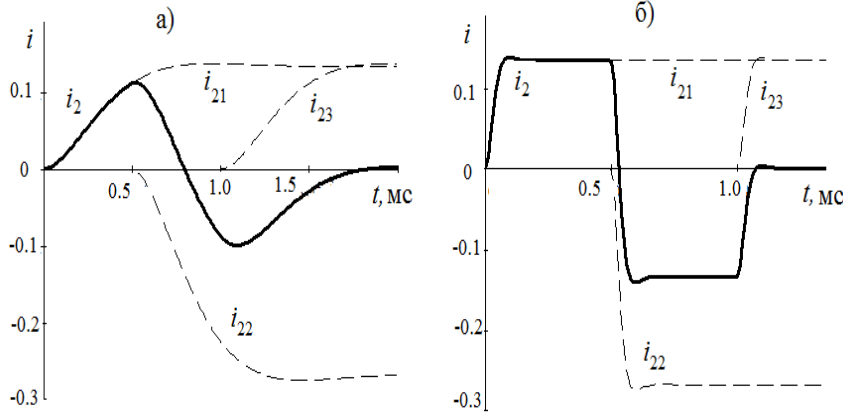


Рис.13. Выходная реакция цепи и ее составляющие при длительности импульса $t_i = 1\text{мс}$ – а) и длительности $t_i = 10\text{мс}$ – б).

Из графика $i_{21}(t)$ (рис.13а) видно, что после окончания переходного процесса вынужденная реакция $i_{s_{21}}(t)$ на линейно нарастающий сигнал $j_1(t) = kt \cdot \delta_1(t)$ не зависит от времени $i_{s_{21}}(t) = \text{const} = 0,134$. Такое преобразование может осуществлять передающая цепь дифференцирующего типа. Для получения приближенного дифференцирования входного сигнала необходимо увеличить длительность импульса либо уменьшить время переходного процесса. При увеличении длительности импульса в 10 раз выходная реакция по форме близка к биполярному импульсу прямоугольной формы (рис.13б), которая соответствует производной от кусочно-линейного сигнала треугольной формы. Чем меньше время нарастания реакции, тем точнее выполняется операция дифференцирования. Входная реакция находится аналогичным образом:

$$u_1(t) = u_{11} + u_{12} + u_{13}$$

где u_{11} - оригинал изображения $U_{11}(s)$

$$u_{11}(t) = L^{-1}[U_{11}(s)] = L^{-1}[J(s)Z_{dr}(s)(k/s^2)].$$

3. Спектры сигналов и частотные характеристики цепи.

Математической основой частотного метода анализа цепей являются ряды Фурье и интеграл Фурье. Импульсный сигнал описывается сплошным спектром, периодические сигналы – дискретным. Анализ цепей производится методом комплексных амплитуд. Способы представления спектров и функций цепи соответствуют способам представления комплексных чисел. Используются такие понятия как амплитудный и фазовый спектр, амплитудно-частотная (АЧХ) и фазово-частотная характеристика цепи (ФЧХ), частотная характеристика реальной и мнимой части комплексного спектра, частотная характеристика реальной и мнимой части комплексной амплитудно-частотной характеристики, частотный годограф.

Для сигналов, заданных во временной области $t \geq 0$, комплексные характеристики можно получить из операторных функций путем замены переменных $s \rightarrow j\omega$.

Частотный анализ включает следующие этапы

– получение спектра сигнала в виде совокупности элементарных гармонических колебаний $i_1(t) \rightarrow \dot{I}_1(j\omega)$,

- получение комплексных функций передачи цепи $h(t) \rightarrow H(s) \rightarrow H(j\omega)$,

- нахождение комплексных амплитуд частных реакций цепи на элементарные составляющие сигнала с помощью передаточных функций цепи

$$\dot{I}_2(\omega) = H(j\omega)\dot{I}_1(j\omega),$$

– восстановление выходного сигнала путем суммирования частных реакций на гармонические составляющие входного сигнала

$$i_2(t) \leftarrow \dot{I}_2(j\omega).$$

Содержание раздела соответствует указанным выше этапам частотного анализа применительно к импульсному сигналу и периодической последовательности импульсов заданной формы.

3.1. Спектр входного сигнала.

Рассмотрим спектр импульсного сигнала треугольной формы, заданного в области $t \geq 0$. Преобразование Фурье $\dot{J}(j\omega)$ совпадает с преобразованием Лапласа $J(s)$, если принять $s = j\omega$. Комплексная спектральная плотность находится по операторному изображению входного сигнала (21):

$$\dot{J}(j\omega) = J(s)|_{s=j\omega} = -\frac{k}{\omega^2} (1 - e^{-j\omega t_p/2})^2.$$

Выделим в приведенной формуле синус. Для этого умножим и разделим выражение в скобках на экспоненту $2j \exp(-j\omega t_p/4)$. После преобразований получим

$$\dot{J}(j\omega) = \frac{4k}{\omega^2} \sin^2(\omega t_p/4) e^{-j\omega t_p/2} \quad (23)$$

Запишем нормированный спектр сигнала:

$$\bar{J}(j\omega) = J(j\omega) / J(0),$$

где $J(0)$ – максимальное значение спектральной плоскости на частоте $\omega = 0$, которое равно площади сигнала $j(t)$:

$$J(0) = I_m t_p / 2 = 5 \cdot 10^{-4}, A \cdot c$$

Формулы для амплитудного и фазового спектра имеют вид:

$$\bar{J}(\omega) = \left[\frac{\sin \theta(\omega)}{\theta(\omega)} \right]^2, \quad \theta(\omega) = \frac{\omega t_p}{4}$$

$$\psi_J(\omega) = -\omega t_p / 2.$$

Зависимость относительной спектральной плотности входного сигнала и начальной фазы от частоты $f = \omega/2\pi$ представлена на рисунке 14. Из графика амплитудного спектра видно, что спектральная плотность убывает с частотой. В соответствии с формулой (23) убывание происходит по закону ω^{-2} . Первому узлу соответствует частота $f_{01} = 2/t_p$.

В электротехнических расчетах пользуется понятием эффективной полосы частот спектра с граничной частотой f_b . Эффективная полоса определяется как полоса частот, в которой сосредоточена основная энергия сигнала, например 95%. Частота f_b находится из уравнения, вытекающего из теоремы Релея, которая

ставит в соответствие энергию сигнала, определенную во временной области W_t , энергии сигнала, определенной в частотной области описания сигналов $W_\omega = W_f = W$.

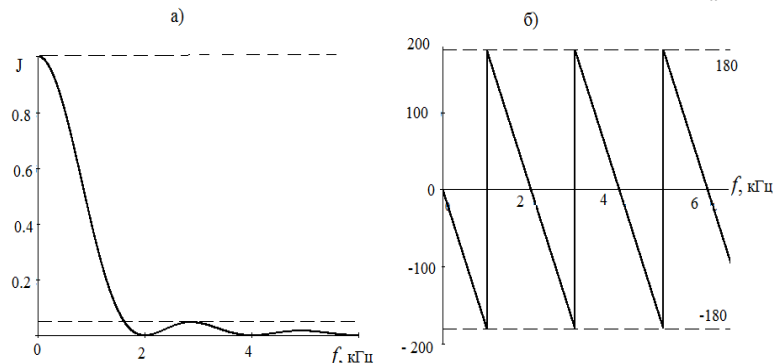


Рис. 14. Нормированный амплитудный спектр – а) и фазовый спектр – б) импульса симметричной треугольной формы.

Для сигнала, заданного в области $t \geq 0$, имеем:

$$W = \int_0^{\infty} j^2(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |J(\omega)|^2 d\omega$$

Задаваясь определенной долей энергии $m = W(\omega_b)/W_t$, содержащейся в эффективной полосе частот спектра $[0, \omega_b]$, граничную частоту находят из уравнения

$$W \cdot m = \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_b} |J(\omega)|^2 d\omega$$

Другой способ определения полосы частот связан использованием амплитудного критерия, в соответствии которым граничной считается частота, на которой спектральная плотность составляет 10% или 5% от максимального значения амплитудного спектра.

Граничную частоту f_g рассматриваемого спектра определим по 5%-ному критерию из уравнения $\bar{J}(f) = 0,05$ или непосредственно по графику как показано на рисунке 14а. Примем за граничную частоту спектра частоту 2-го узла в распределении спектральной плотности:

$$f_g = f_{02} = 4/t_p = 4 \text{ кГц}, \quad \omega_g = 8\pi/t_p = 25.1 \cdot 10^3 \text{ рад/с}.$$

Определим, как влияет принятое ограничение спектра сигнала по частоте на форму входного сигнала. Для восстановления сигнала по ограниченному спектру воспользуемся обратным преобразованием Фурье, в котором в качестве верхнего предела интегрирования вместо бесконечности примем граничную частоту:

$$j_a(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_g} J_{\text{Re}}(\omega) \cos \omega t d\omega, \quad (24)$$

где $J_{\text{Re}}(\omega)$ – вещественная составляющая комплексного спектра

$$J_{\text{Re}}(\omega) = \text{Re}\{J(j\omega)\} = J(0) \left[\frac{\sin(\omega t_p / 4)}{\omega t_p / 4} \right]^2 \cos(\omega t_p / 2)$$

Результаты расчета приближенной формы входного импульса по формуле (24) представлены на рисунке 15а.

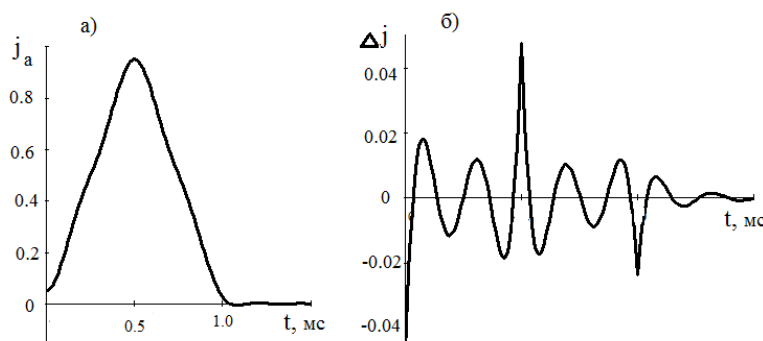


Рис.15. Сигнал при ограниченной полосе частот спектра – а) и погрешность аппроксимации – б).

Из графика восстановленного сигнала $j_a(t)$ следует, что пренебрежение составляющими спектра на частотах, превышающих граничную частоту спектра, приводит к сглаживанию вершин входного сигнала и незначительному увеличению его длительности. Погрешность восстановления $\Delta j(t) = j(t) - j_a(t)$ показана на рис. 15б. При увеличении граничной частоты ω_g погрешность уменьшается вплоть до нуля при увеличении границы спектра $\omega_g \rightarrow \infty$.

3.2. Частотные характеристики передающей цепи.

В этом разделе рассматривается комплексная амплитудно-частотная характеристика (КАЧХ), частотный годограф, амплитудно-частотная (АЧХ) и фазово-частотная (ФЧХ) характеристики коэффициента передачи тока и входного сопротивления. На основе анализа характеристик указывается тип фильтра, к которому можно отнести исследуемую цепь, определяется полоса пропускания четырехполосника, выделяются области частотных

характеристик, соответствующие дифференцирующему или интегрирующему преобразованиям. Дается объяснение возможных искажений сигналов из совместного рассмотрения КАЧХ и спектра сигнала, описываются резонансные свойства цепи.

3.2.1 Выходная характеристика

Выходная частотная характеристика цепи $H_i(j\omega)$ получается из операторной функции $H_i(s)$ (19) путем замены переменных $s \rightarrow j\omega$:

$$H_i(j\omega) = \frac{j\omega / C \cdot (R_1 + R_3)}{1/LC - \omega^2 + j\omega(R_{e1}/L + 1/CR_{e2})} \quad (25)$$

Для упрощения анализа запишем КАЧХ как функцию относительной частоты $\hat{\omega} = \omega / \omega_0$. Разделив числитель и знаменатель формулы (25) на величину $\omega_0^2 = 1/LC$, получим:

$$\hat{H}_i(j\hat{\omega}) = \frac{\rho}{R_1 + R_3} \cdot \frac{j\hat{\omega}}{1 - \hat{\omega}^2 + j2\beta\hat{\omega}},$$

где ρ – характеристическое сопротивление, β – коэффициент демпфирования:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad \beta = 0,5 \left(\frac{R_{e1}}{\rho} + \frac{\rho}{R_{e2}} \right)$$

На центральной частоте $\hat{\omega} = 1$ КАЧХ принимает максимальное значение:

$$H_{\max} = \frac{\rho}{2\beta(R_1 + R_3)} = \frac{2}{9}$$

Нормирование КАЧХ относительно максимального значения дает:

$$\hat{H}(j\hat{\omega}) = \frac{H(j\omega)}{H_{\max}} = \frac{2j\beta\hat{\omega}}{1 - \hat{\omega}^2 + 2j\beta\hat{\omega}} = \frac{M(j\hat{\omega})}{N(j\hat{\omega})} \quad (26)$$

Запишем КАЧХ в алгебраической форме

$$\hat{H}(j\hat{\omega}) = H_{\text{Re}}(\hat{\omega}) + jH_{\text{Im}}(\hat{\omega})$$

Действительная $H_{\text{Re}}(\hat{\omega})$ и мнимая $H_{\text{Im}}(\hat{\omega})$ части КАЧХ получаются умножением числителя и знаменателя формулы (26) на выражение

$$N^*(j\omega) = 1 - \hat{\omega}^2 - 2j\beta\hat{\omega}.$$

После преобразований получим:

$$\hat{H}_{\text{Re}}(\hat{\omega}) = \frac{(2\beta\hat{\omega})^2}{(1 - \hat{\omega}^2) + (2\beta\hat{\omega})^2} \quad (27)$$

$$\hat{H}_{\text{Im}}(\hat{\omega}) = \frac{2\beta\hat{\omega}(1 - \hat{\omega}^2)}{(1 - \hat{\omega}^2) + (2\beta\hat{\omega})^2}$$

АЧХ является модулем, ФЧХ - аргументом КАЧХ:

$$\hat{H}(\hat{\omega}) = \sqrt{H_{\text{Re}}^2 + H_{\text{Im}}^2} = \frac{2\beta\hat{\omega}}{\sqrt{(1 - \hat{\omega}^2)^2 + (2\beta\hat{\omega})^2}} \quad (28)$$

$$\varphi_n(\hat{\omega}) = \arg[\hat{H}(j\hat{\omega})] = \text{arctg} \frac{1 - \hat{\omega}^2}{2\beta\hat{\omega}} \quad (29)$$

Графики АЧХ и ФЧХ показаны на рис.16, на которых по оси частот использован логарифмический масштаб.

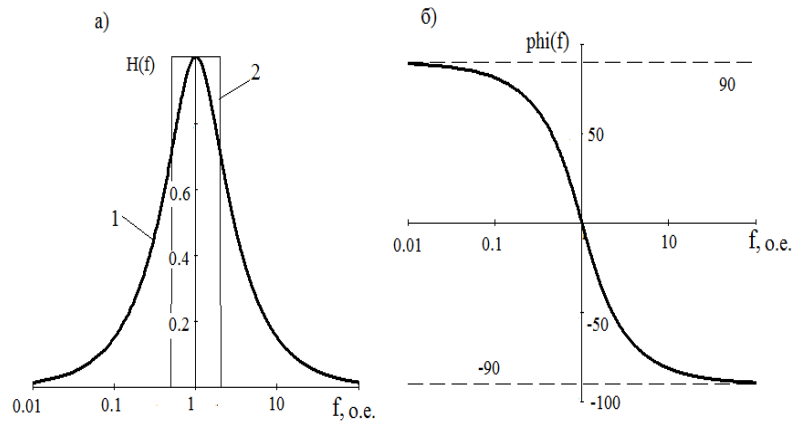


Рис.16. АЧХ передающей цепи (1) и АЧХ идеального полосового фильтра (2) – а), ФЧХ цепи – б).

Из графиков видно, что на низких и высоких частотах передача сигнала отсутствует $H(0) = H(\infty) = 0$. Такой же вывод следует из рассмотрения схем замещения цепи для частот $\omega = 0$ и $\omega \rightarrow \infty$ (рис. 17).

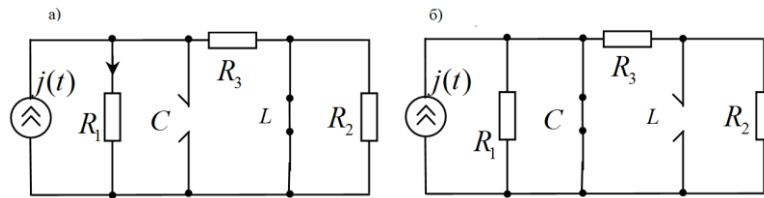


Рис.17. Схемы замещения цепи на низких – а) и высоких частотах – б).

На центральной частоте АЧХ принимает максимальное значение, угол сдвига фаз между входным и выходным током отсутствует. Такой вид АЧХ характерен для полосового пропускающего фильтра.

Характеристика идеального фильтра (кривая 2, рис.16а) имеет прямоугольную форму с полосой пропускания $\Delta\omega = \omega_u - \omega_l$, где ω_l, ω_u – частоты нижней и верхней границ полосы пропускания:

$$H_{id}(\omega) = \delta_1(\omega - \omega_l) - \delta_1(\omega - \omega_u)$$

Здесь δ_1 – единичная ступенчатая функция.

В реальных фильтрах, имеющих плавный переход от области пропускания к области подавления, граничные частоты определяются из условия, что на этих частотах коэффициент передачи по мощности составляет 50% от максимального значения:

$$\hat{H}^2(\omega) = 0.5$$

Решение этого уравнения с учетом формулы (28) дает:

$$\omega_{u,l} = \omega_0 \left(\sqrt{1 + \beta^2} \mp \beta \right)$$

При экспериментальном определении граничных частот используется условие

$$H(\omega_{u,l}) = H_{\max} / \sqrt{2}$$

Связь между параметрами АЧХ $\Delta\omega, \omega_0, \beta$ выражается формулами:

$$\Delta\omega = 2\beta\omega_0; \omega_0 = \sqrt{\omega_u\omega_l} \quad (30)$$

При вторичных параметрах цепи $\omega_0 = 5 \cdot 10^3$ и $\beta = 0,75$ получим: $\omega_l = 0,5\omega_0 = 2,5 \cdot 10^3$, $f_l = 398 \text{ Гц}$; $\omega_u = 2\omega_0 = 10^4$, $f_u = 1194 \text{ Гц}$.

Другие формы представления КАЧХ показаны на рисунке 18.

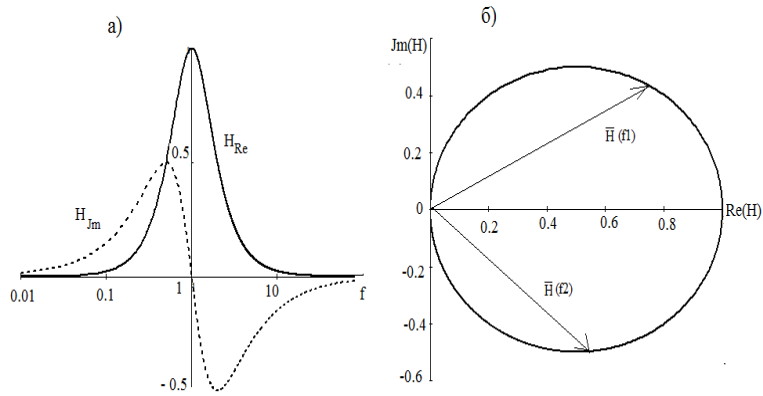


Рис.18. Частотная зависимость вещественной и мнимой части коэффициента передачи по току – а) и частотный годограф – б).

Частотный годограф строится на комплексной плоскости $H_{Im}(\omega)$, $H_{Re}(\omega)$ (рис.18б). Он представляет собой линию, вдоль которой перемещается конец вектора $H(j\omega)$ при изменении частоты в интервале $0 \leq \omega < \infty$. Изменение длины вектора с частотой дает АЧХ, изменение угла относительно оси абсцисс определяет ФЧХ. Проекции вектора $H(j\omega)$ на координатные оси дают зависимости действительной и мнимой частей КАЧХ от частоты (рис.18а).

3.2.2 Анализ выходной АЧХ цепи

Рассмотрим АЧХ цепи $\bar{H}(\omega)$ совместно со спектром входного импульса $\bar{J}(\omega)$ (рис.19). Выделим три частотные области АЧХ:

$$\omega < \omega_l, \quad \omega_l \leq \omega \leq \omega_u \quad \text{и} \quad \omega > \omega_u$$

В первой области $\omega < \omega_l$ (кривая 4) АЧХ изменяется примерно по линейному закону

$$\bar{H}(\omega) \approx 2\beta\omega / \omega_0$$

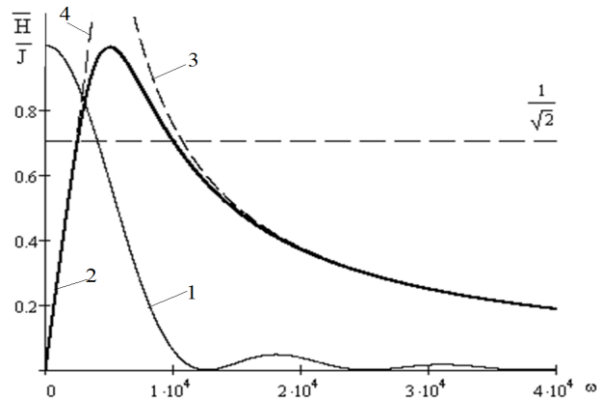


Рис.19. АЧХ цепи (2) и амплитудный спектр входного импульса (1), частотные характеристики блоков идеального дифференцирования (4) и идеального интегрирования (3).

Фазовый сдвиг $\varphi_n(\omega)$ в этой области, как следует из рисунка 16б, близок к значению $\varphi_n = 90^\circ$. Такой вид КАЧХ свойственен преобразователю дифференцирующего типа, для которого соответствие между временной и частотной областью описания сигналов имеет вид:

$$i_2(t) = K_d \frac{d}{dt} j(t) \quad \div \quad \dot{I}_2(j\omega) = j\omega K_d \dot{J}(j\omega)$$

Приведенное соотношение позволяет записать АЧХ и ФЧХ идеального дифференцирующего преобразователя

$$H_d(\omega) = \omega K_d \quad \varphi_{Hd}(\omega) = \pi/2 \quad (31)$$

Если граничная частота спектра меньше нижней границы полосы пропускания $\omega_b \ll \omega_l$, то выходной сигнал по форме будет близок к производной от входного сигнала. Этому условию

можно добиться двояко - изменением частоты ω_l путем варьирования параметров цепи, либо изменением граничной частоты $\omega_g = 8\pi / t_p$ за счет увеличения длительности сигнала t_p .

Вторую частотную область $\omega_l \leq \omega \leq \omega_u$ можно приближенно считать областью неискажающего преобразования сигнала $j(t)$:

$$\begin{aligned} i_2 = K \cdot j(t - t_d) \quad \div \quad \dot{I}_2(j\omega) = K\dot{J}(j\omega) \exp(-j\omega t_d) \\ H(\omega) = K = const \quad \varphi(\omega) = -\omega t_d \end{aligned} \quad (32)$$

где t_d – время запаздывания.

Передача сигнала с малыми искажениями возможна, если энергия его спектра сосредоточена в области полосы пропускания цепи. Поскольку в рассматриваемой цепи передача сигналов низких частот $\omega \rightarrow 0$ отсутствует в силу $H(0) = 0$, то условию (32) можно удовлетворить приближенно лишь для тех сигналов, у которых спектральная плотность в области частот $\omega \rightarrow 0$ равна нулю $J(0) = 0$, т.е. для сигналов, форма которых симметрична относительно оси времени. Примером таких сигналов могут служить сигналы вида В и Е, представленные на рисунке П.1.

В третьей области $\omega \gg \omega_u$ АЧХ убывает обратно пропорционально частоте:

$$\bar{H}(\omega) = 2\beta\omega_0 / \omega$$

Фазовый сдвиг в этой области близок к значению $\varphi_u = -90^\circ$ (рис.16б). Такими свойствами обладает преобразователь интегрирующего типа:

$$\begin{aligned} i_2(t) = K_{\text{int}} \int j(t) dt \quad \div \quad \dot{I}_2(j\omega) = -j(K_{\text{int}} / \omega)\dot{J}(j\omega) \\ H_{\text{int}}(\omega) = K_{\text{int}} / \omega, \quad \varphi_{\text{int}}(\omega) = -\pi/2 \end{aligned} \quad (33)$$

Из сопоставления спектра сигнала (кривая 1) и АЧХ цепи (кривая 2) следует, что распределение спектральной плотности приходится на все три области АЧХ, что не позволяет отнести четырехполюсник к одному из рассмотренных типов преобразователей. В результате амплитудно-фазовых искажений форма выходного сигнала будет отличаться как от входного сигнала, так и от его производной или интеграла.

3.3. Спектр и форма выходного сигнала.

Спектральная плотность выходной реакции вычисляется как произведение спектра входного сигнала (23) и КАЧХ цепи (25):

$$\dot{I}_2(j\omega) = \dot{H}_i(j\omega)\dot{J}(j\omega) = I_2(\omega) \exp[j\psi_{i_2}(\omega)] \quad (34)$$

Амплитудный спектр $I_2(\omega) = H_i(\omega)J(\omega)$ и фазовый спектр $\psi_{i_2}(\omega) = \psi_j(\omega) + \varphi_u(\omega)$ реакции представлены на рис. 20. Амплитудные спектры нормированы относительно спектральной плотности входного сигнала в нуле $J_0 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ Ас}$. Отличие в спектрах входного и выходного сигналов обусловлено амплитудно-фазовыми искажениями, вносимыми передающей цепью.

Максимальное значение амплитудного спектра выходного сигнала $I_{2e} = 0.154J_0$ имеет место на частоте $f_e = 550 \text{ Гц}$. Более быстрое убывание спектра $I_2(\omega)$ в области частот $f > f_e$ обусловлено обратно пропорциональной зависимостью АЧХ в области интегрирования.

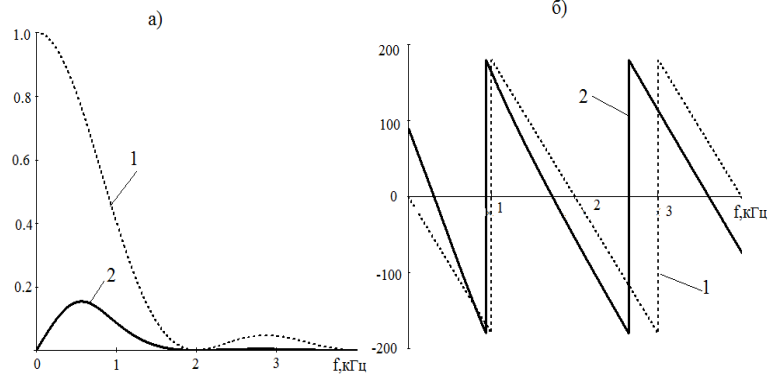


Рис.20. Амплитудный и фазовый спектр сигналов- входного (1) и выходного (2).

В связи с тем, что эффективная ширина спектра выходного сигнала меньше соответствующей величины для входного сигнала, следует ожидать, что длительность выходной реакции четырехполосника t_{p2} должна быть больше длительности входного сигнала t_{p1} .

Найдем реакцию цепи $i_{2a}(t)$ с помощью обратного преобразования Фурье:

$$i_{2a}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_g} I_{2\text{Re}}(\omega) \cos \omega t d\omega$$

Здесь $I_{2\text{Re}} = \text{Re}\{I_2(\omega)\}$ – реальная часть комплексного спектра выходного сигнала, ω_g – граничная частота эффективной ширины спектра входного сигнала.

Результаты расчета представлены на рисунке 21, из которого видно, что выходная реакция симметрична относительно оси абсцисс и ее длительность вдвое превышает длительность входного сигнала. Полученный результат подтверждает выводы относительно характера изменения выходной реакции, сделанные при совместном рассмотрении спектра входного сигнала и АЧХ передающей цепи.

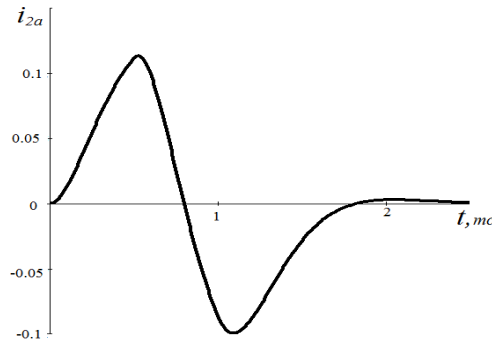


Рис.21. Выходной сигнал, полученный с помощью обратного преобразования Фурье.

Полученный результат подтверждает выводы относительно характера изменения выходной реакции, сделанные при совместном рассмотрении спектра входного сигнала и АЧХ передающей цепи.

3.4. Входная частотная характеристика. Спектр и форма входной реакции.

Рассмотрим входную характеристику, описывающую частотные свойства цепи как нагрузки для источника сигнала. Запишем выражение для сопротивления $Z(j\omega)$ в соответствии с формулой (18), в которой $s = j\omega$:

$$Z(j\omega) = \frac{1}{\omega_0 C} \frac{j\bar{\omega} + R_{e1}/\rho}{1 - \bar{\omega}^2 + 2j\beta\bar{\omega}}$$

где $\bar{\omega} = \omega/\omega_0$, $\rho = \sqrt{L/C}$, $2\beta = (R_{e1}/\rho + \rho/R_{e2})$

Найдем действительную $R(\omega)$ и мнимую $X(\omega)$ составляющие входного сопротивления $Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$:

$$R(\omega) = \frac{1}{\omega_0 C} \frac{R_{e1}/\rho + \bar{\omega}^2 \rho / R_{e2}}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2\beta\bar{\omega})^2} \quad X(\omega) = \frac{1}{\omega_0 C} \frac{\bar{\omega}(1 - \bar{\omega}^2 - 2\beta R_{e1}/\rho)}{(1 - \bar{\omega}^2)^2 + (2\beta\bar{\omega})^2}$$

Из уравнения $X(\bar{\omega}) = 0$ находим резонансную частоту:

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\beta R_{e1}/\rho}$$

При параметрах цепи $R_{e1} = 200/3$, $\rho = 100$ и $\beta = 0,75$ резонанс в цепи отсутствует. В цепи может иметь место сложный резонанс токов, если выполняется условие:

$$2\beta R_{e1}/\rho \leq 1,$$

В отсутствии потерь, когда $\beta \rightarrow 0$, цепь вырождается в простой параллельный LC -контур. Графики входных частотных характеристик представлены на рисунке 22.

Найдем входную реакцию цепи частотным методом по аналогии с вычислением выходной реакции. Запишем спектральную плотность импульсного напряжения на входе цепи и выделим реальную часть:

$$\dot{U}_1(j\omega) = Z(j\omega)J(j\omega), \quad U_{1\text{Re}}(\omega) = \text{Re}(U_1(j\omega))$$

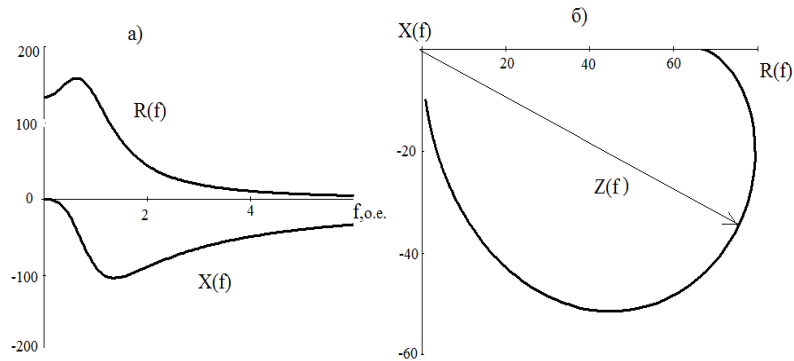


Рис.22. Частотная зависимость действительной и мнимой составляющих входного сопротивления – а) и частотный годограф входной характеристики – б).

Входная реакция находится с помощью обратного преобразования Фурье с конечным пределом интегрирования, равным граничной частоте спектра входного сигнала ω_b :

$$u_{1a} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega_b} U_{1\text{Re}}(\omega) \cos(\omega t) d\omega$$

График импульсного напряжения на зажимах источника тока представлен на рисунке 23. По сравнению с выходной реакцией, (рис. 21) входная реакция ближе по форме к кусочно-линейной функции, описывающей временную зависимость тока независимого источника:

- эффективная длительность импульса входного напряжения незначительно отличается от длительности импульса тока;

- сигнал напряжения также как и сигнал тока асимметричен относительно оси времени, что свидетельствует о том, что спектральная плотность импульса напряжения на низких частотах $\omega \rightarrow 0$ имеет конечное значение $U_1(0)$, равное площади сигнала:

$$U_1(0) = \int_0^{\infty} u_{1a}(t) dt$$

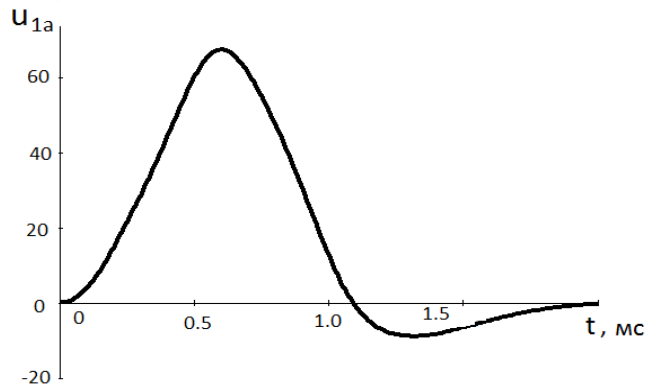


Рис.23. Форма импульсного напряжения на входе цепи, полученная частотным методом с помощью преобразований Фурье.

3.5. Реакция цепи на периодический сигнал.

Раздел посвящен нахождению дискретного спектра периодического сигнала, определению эффективной полосы частот спектра, вычислению комплексных амплитуд гармоник с помощью АЧХ и ФЧХ, восстановлению выходного сигнала по вычисленным значениям амплитуд и фаз гармоник.

Периодический сигнал можно представить в виде ряда Фурье :

$$j(t) = J_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Re}\{ \dot{J}_{mk} e^{jk\omega_1 t} \} \quad (35)$$

где J_0 – среднее значение сигнала, $\dot{J}_{mk} = J_{mk} \exp(j\psi_k)$ – комплексная амплитуда k -ой гармоники с частотой $\omega_k = k\omega_1$, $\omega_1 = 2\pi/T$ – частота основной гармоники, T – период следования импульсов.

Комплексную амплитуду определим по операторному изображению импульса $J(s)$ путем замены переменных $s \rightarrow jk\omega_1$

$$J_{mk} = \frac{2}{T} J(s) \Big|_{s=jk\omega_1} .$$

Используя формулу (21) и учитывая заданное значение скважности следования импульсов $q_s = T/t_p = 2$, получим:

$$\dot{J}_{mk} = \frac{8J_m}{(\pi k)^2} \sin^2(\pi k/4) \exp(-jk\pi/2) \quad (36)$$

Модуль комплексной амплитуды дает амплитудный спектр $J_{mk} = |\dot{J}_{mk}|$, аргумент – фазовый спектр $\psi_{jk} = \arg(\dot{J}_{mk})$.

Амплитуды и начальные фазы первых семи гармоник даны в таблице 3. Амплитудный спектр, нормированный относительно амплитуды первой гармоники J_{m1} , представлен на рис. 24. Спектр периодического сигнала является дискретным в отличие от спектра одиночного импульса, который носит непрерывный характер (рис.14а).

Таблица 3.

Параметры гармоник входного сигнала.

Параметр гармоники	Номер гармоники, k								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
J_{mk}	0,25	0,405	0,203	0,045	0	0,016	0,023	0,0083	0
ψ_k	–	$-\pi/2$	π	$\pi/2$	0	$-\pi/2$	π	$\pi/2$	0

Гармоники с частотой, кратной частоте $4\omega_1$ в дискретном спектре отсутствуют. Этим частотам соответствуют узлы частотного распределения спектральной плотности одиночного импульса.

Определение граничной частоты спектра $\omega_g = k_g \omega_1$ по 5%-ому амплитудному критерию дает значение $\omega_g = 8\omega_1$.

Восстановим входной сигнал по формуле (35), которая учитывает ограниченное число гармоник в пределах эффективной полосы частот спектра $k = 8$. С учетом данных таблицы 3 получим:

$$j_a(t) = 0,25 + 0,405 \sin \omega_1 t - 0,203 \cos 2\omega_1 t - 0,045 \sin 3\omega_1 t + \\ + 0,016 \sin 5\omega_1 t - 0,023 \cos 6\omega_1 t - 0,0083 \sin 7\omega_1 t$$

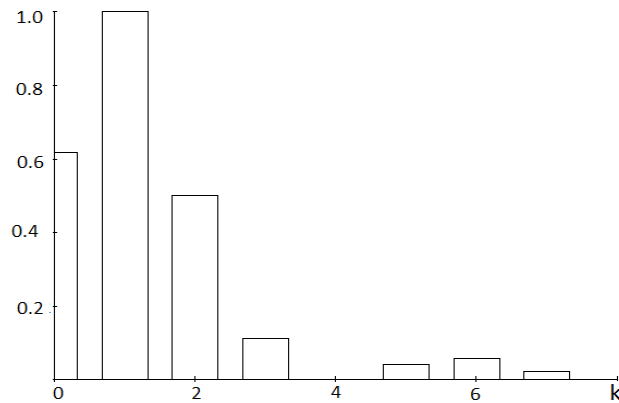


Рис.24. Амплитудный спектр периодического сигнала.

Форма входного сигнала $j_a(t)$, полученная суммированием гармоник с номерами $k = 0,1,2,3,5,6,7$, показана на рисунке 25.

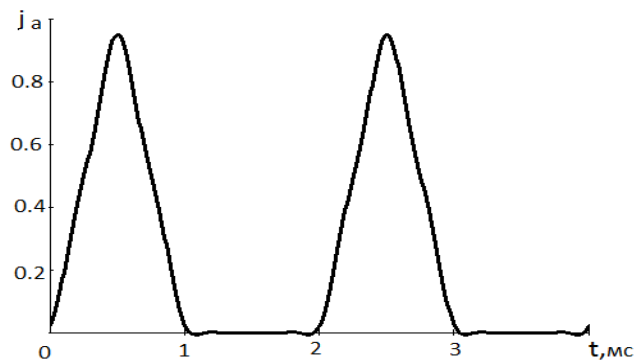


Рис.25. Входной сигнал, восстановленный по первым семи гармоникам спектра.

Из полученного графика видно, что учет гармоник в пределах эффективной полосы частот спектра правильно передает форму входного сигнала $j(t)$ за исключением точек излома, восстановление которых требует учета большего числа гармоник.

Для определения выходной реакции $i_2(t)$ по формуле (35) сначала найдем комплексные амплитуды гармоник выходного сигнала

$$\dot{I}_{2k} = H_1(k) \cdot \dot{J}_k,$$

где \dot{J}_k – спектр входного сигнала (36), $H_1(k)$ – комплексный коэффициент передачи тока, полученный из формулы (25) подстановкой $\omega = k\omega_1$:

$$H_1(k) = \frac{\rho}{R_1 + R_2} \cdot \frac{j\bar{\omega}_1 k}{1 - (\bar{\omega}_1 k)^2 + 2jk\beta\bar{\omega}_1}, \quad (37)$$

где $\bar{\omega}_1 = \omega_1 / \omega_0$

Результаты расчета при относительной частоте первой гармоники $\bar{\omega}_1 = 0,2\pi$ приведены на рис.26 и в таблице 4.

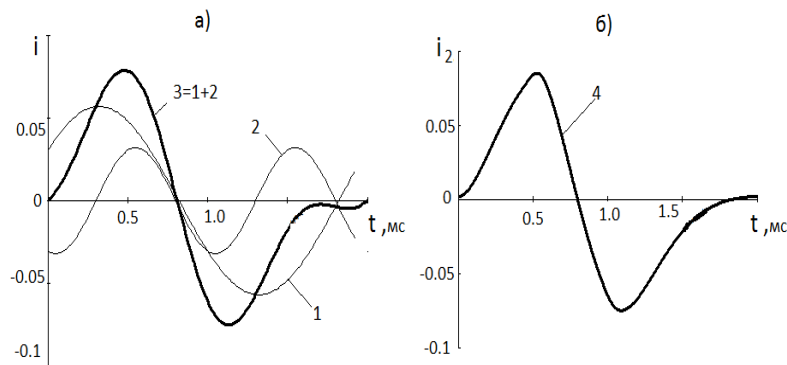


Рис.26. Представление выходной реакции как суммы двух гармоник – а) и суммы семи гармоник – б).

Из графиков (рис.26) следует, что форма выходного сигнала определяется в основном первой гармоникой (кривая 1) и второй гармоникой (кривая 2). Результат их сложения (кривая 3) незначительно отличается от кривой 4, построенной с учетом первых семи гармоник. Это свидетельствует об уменьшении эффективной ширины спектра по сравнению с аналогичной характеристикой спектра входного сигнала.

Таблица 4

Параметры КАЧХ и гармоник входного/выходного сигналов.

Параметры КАЧХ и гармоник	Номера гармоник								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
J_k	0,25	0,405	0,203	0,045	0	0,016	0,023	0,0087	0
ψ_k	–	-1,57	-3,14	1,57	–	-1,57	3,14	1,57	0
$H(k)$	0	0,187	0,212	0,165	0,129	0,104	0,087	0,075	-0,066
$\varphi(k)$	–	0,571	-0,298	-0,734	-0,95	-1,08	-1,166	-1,226	-1,27
I_2	0	0,057	0,032	0,006	0	0,001	0,00015	0,0001	0
ψ_{i2}	–	-1	2,84	0,836	–	-2,65	1,97	0,345	–

4. Экспериментальные исследования четырехполюсника.

Проверка результатов расчета характеристик и реакций четырехполюсника на импульсные и периодические сигналы производится на рабочем столе Multisim Electronics Workbench.

В разделе рассматриваются следующие вопросы:

- формирование сигналов требуемой формы с помощью генераторов стандартных сигналов из библиотеки (EWB),
- выбор параметров периодического сигнала для получения переходной и импульсной характеристики,
- экспериментальное определение параметров АЧХ и ФЧХ,
- измерение параметров реакций цепи на периодический сигнал заданной формы при различных режимах работы четырехполюсника.

4.1. Формирование входных сигналов

Для формирования периодических сигналов А,В,С, D и E (рис. П.1) используются генераторы сигналов различной формы. Условные обозначения генераторов приведены на рисунке 27.

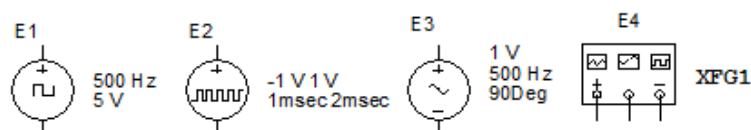


Рис.27. Условные обозначения генераторов сигналов из библиотеки EWB.

Генераторы E_1, E_2 формируют последовательности импульсов прямоугольной формы. Сигнал генератора E_1 - Clock Source - представляет собой униполярные импульсы $e(t) \geq 0$ амплитудой U_m и длительностью t_p , которые следуют с периодом T :

$$e_1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} u_p(t-kT)\delta_1(t-kT)$$

$$u_p(t) = U_m[\delta_1(t) - \delta_1(t-t_p)]$$

Необходимые параметры сигнала могут быть установлены в рабочем окне модели источника: амплитуда U_m , частота f , относительная длительность импульса - duty cycle $\hat{t}_p = t_p/T$. Обратная величина $q = T/t_p$ носит название скважности следования импульсов. При определенных параметрах импульсной последовательности этот сигнал может быть использован для получения переходной характеристики $h_1(t)$, импульсной характеристики цепи $h(t)$, а также как входной сигнал заданной формы «А».

Генератор E_2 - Pulse Source - позволяет получать как униполярные, так и биполярные импульсы, например типа меандра. Требуемые параметры сигнала устанавливаются в рабочем окне: длительность импульса t_p и период следования импульсов T , время задержки t_d , время нарастания t_r и время спада импульса t_f , начальное U_{in} и пиковое значение U_p импульса. Размах импульса определяется по формуле:

$$\Delta U = |U_p - U_{in}|$$

Наличие опции «задержка во времени» позволяет получить биполярные сигналы типа «В» (рис.1П) путем сложения однополярных импульсов разной полярности от двух генераторов Pulse Source как показано на рисунке 28, на котором представлены два генератора, сумматор и осциллограф.

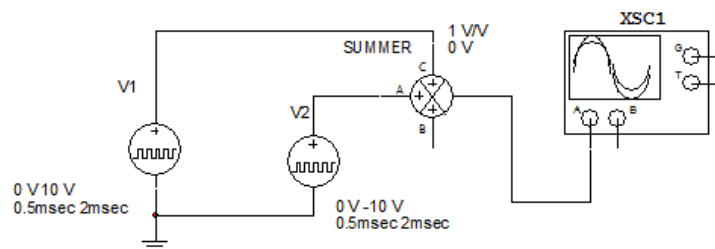


Рис.28. Схема получения периодической последовательности биполярных импульсов типа «В».

$$u_B(t) = v_1(t) + v_1(t-t_d)\delta_1(t-t_d)$$

Параметры источника $v_1(t)$: $t_{p1} = 0.25ms$, $T = 1ms$, $U_{in} = 0$, $U_{p1,2} = \pm 10$.

Сигналы типа «D» и «E» получаются путем перемножения синусоидального сигнала генератора E_3 - AC Voltage Source - и сигнала генератора E_1 - Clock Source - в соответствии со схемой на рисунке 29.

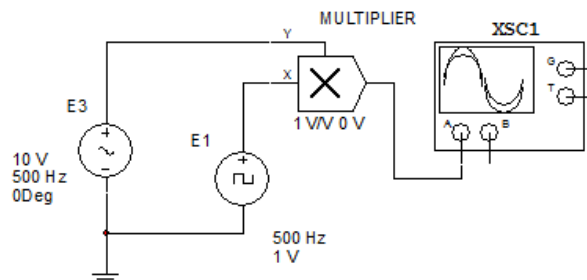


Рис.29. Схема получения последовательности импульсов в форме полуволн синусоиды/косинусоиды.

Частота обоих сигналов равна 500 Гц, амплитуда сигнала прямоугольной формы – 1В.

Сигнал кусочно-линейной формы «С» виде последовательности униполярных треугольных импульсов получают по схеме, аналогичной схеме на рисунке 29.

$$u_C(t) = u_{E_1}(t) \cdot u_{E_4}$$

Для получения сигнала $u_C(t)$ используется генератор стандартных сигналов (ГСС) E_4 - Function Generator XFG1, генератор прямоугольных импульсов E_1 - Clock Source и блок перемножения сигналов Multiplier. Для получения параметров сигнала $t_{pC}, T_{pC}, f_{pC}, U_{mC}$ требуемой треугольной формы $u_C(t)$ используются следующие режимные параметры генераторов.

В источнике напряжения E_4 выбирается режим генерирования пилообразных колебаний $u_{saw}(t)$. Если смещение по оси ординат отсутствует $U_{offset} = 0$, тогда выходное напряжение колеблется относительно оси абсцисс с амплитудой $U_{m,saw}$. Для получения униполярных импульсов амплитудой U_{mC} выбирают напряжение смещения, равное амплитуде симметричного сигнала $U_{offset} = U_{m,saw}$. Частота пилообразного сигнала $u_{saw}(t)$ вдвое превышает частоту требуемого сигнала $f_{saw} = 2f_C$, амплитуда $U_{mC} = 2U_{m,saw}$.

Для генератора прямоугольных импульсов E_1 - Clock Source выбирают следующие режимные параметры: $U_{mE_1} = 1B$, $f_{E_1} = f_C$, $q = 2$. Результат преобразования сигналов показан на рисунке 30.

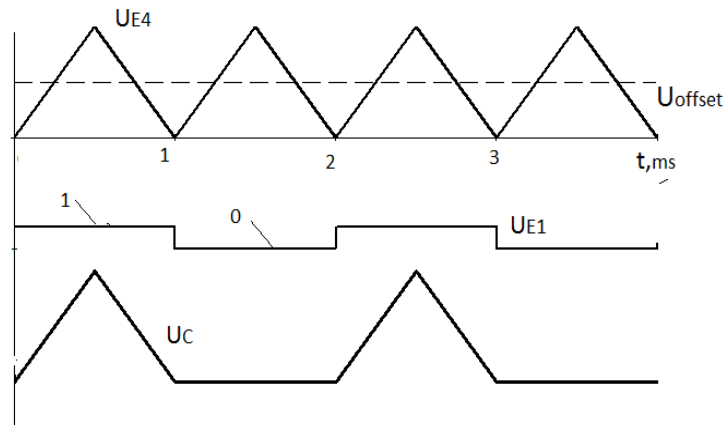


Рис.30. Сигналы генераторов «Function Generator», «Clock Source» и результат их перемножения.

Если четырехполюсник питается от независимого источника тока, тогда в рассмотренных схемах получения импульсов напряжения используется дополнительный блок – источник тока, управляемый напряжением (ИНУТ).

4.2. Экспериментальное определение переходных и импульсных характеристик.

4.2.1. Получение и измерение параметров переходных характеристик.

Схема стенда для исследования временных и частотных характеристик цепи показана на рисунке 31.

Для получения переходных характеристик используется источник тока CPS в режиме генерирования униполярных импульсов тока прямоугольной формы скважностью $q_s = T/t_u = 2$. Для наблюдения и измерения параметров переходного процесса используются осциллографы XSC1 и XSC2. Поскольку осциллограф реагирует на сигнал напряжения, то для наблюдения сигналов токов в схеме используется преобразователи «ток-напряжение» в виде источников напряжения, управляемых токами CCVS1 и CCVS2.

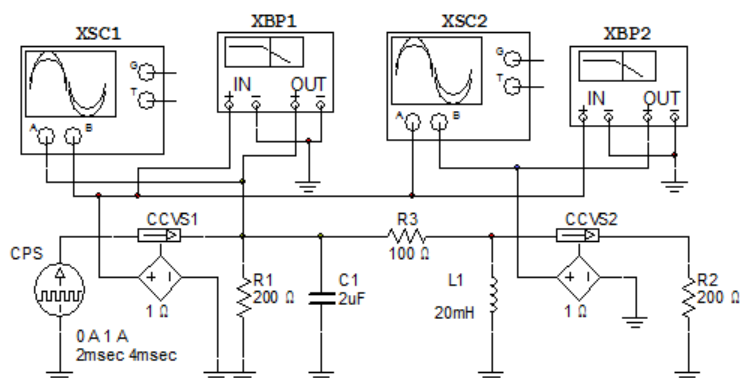


Рис.31. Структура измерительного стенда для определения временных и частотных характеристик передающей цепи.

Переходная характеристика есть реакция цепи на единичный ступенчатый сигнал при нулевых начальных условиях. Для получения переходной характеристики из реакции цепи на периодическую последовательность прямоугольных импульсов необходимо, чтобы реакция на каждый импульс формировалась при нулевых начальных условиях. В этом случае искомая характеристика будет совпадать с реакцией на передний фронт каждого импульса. Для реализации таких условий необходимо, чтобы длительность импульса t_p и длительность паузы ($T_p - t_p$) превышали время переходного процесса t_s , вызванного положительным и отрицательным скачком тока

$$t_p \geq t_s = 5\tau$$

где τ – наибольшее время релаксации.

В исследуемой цепи переходной ток изменяется по закону затухающей синусоиды (12) с параметрами $\alpha = 3750$, $\omega_d = 3310$.

Коэффициенту затухания α и круговой частоте ω_d соответствует время релаксации $\tau = 1/\alpha = 0.276$ мс и период затухающих колебаний $T_d = 2\pi/\omega_d = 1.9$ мс. При таких параметрах переходного процесса приведенные выше условия будут выполняться, если принять $t_p = 2$ мс и $T_p = 4$ мс. Осциллограммы входного $j(t)$ и выходного $i_2(t)$ сигналов частотой $f = 250$ Гц показаны на рис. 32. Постоянные измерительных каналов напряжения C_v , V/div отличаются в 10 раз.

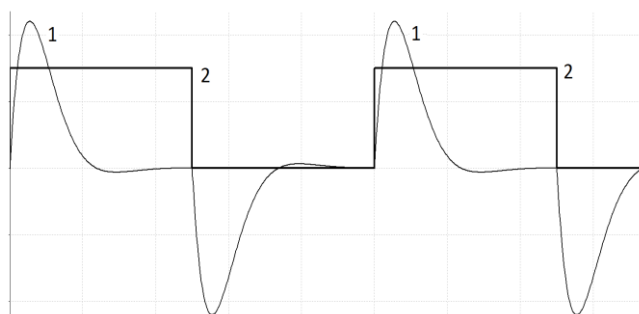


Рис.32. Определение параметров переходной характеристики (1) по реакции цепи на последовательность прямоугольных импульсов (2).

С помощью курсоров определяют координаты экстремума (i_e, t_e) и момент t_0 перехода тока $i_2(t)$ через ноль. Полученные данные $t_e = 210$ мкс, $i_e = 140$ мА и $t_0 = 955$ мкс сравнивают с расчетными значениями, полученными в разделе 1.2.

4.2.2. Получение импульсной характеристики.

Методика получения импульсной характеристики $h(t)$ рассмотрена в параграфе 6.3 пособия [9]. Для получения импульсной характеристики цепи используется входной сигнал в виде коротких импульсов длительностью t_p и периодом T_p . Длительность импульса должна быть

намного меньше наименьшей постоянной времени, а период – намного больше времени переходного процесса, определяемого наибольшей постоянной времени. В этом случае импульсная характеристика в области $t \geq t_p$ определяется по формуле

$$h_e^{(i2)}(t) \approx i_{2e}(t)/S_p, \quad S_p = I_m t_p \quad (38)$$

где S_p – площадь импульса, $i_{2e}(t)$ – ток нагрузки.

Экспериментальная оценка импульсной характеристики производилась при следующих параметрах входного сигнала:

$$t_p = 0.010 \text{ ms}, T_p = 2 \text{ ms}, J_m = 1 \text{ A}, q_s = T_p / t_p = 200,$$

Осциллограмма выходной реакции $i_{2e}(t)$, показанная на рисунке 33, по форме совпадает с выходной импульсной характеристикой, которая представлена на рисунке 10а.

Сравним экспериментальное значение $i_{2e}(t_1)$ с расчетным значением тока $i_{2cal}(t_1)$ в момент времени $t_1 \geq t_p$

$$i_{2cal}(t_1) = h^{(i2)}(t_1) \cdot S_p, \quad (39)$$

Определим с помощью курсора значение осциллограммы $i_{2e}(t_p) = 15,82 \text{ mA}$ в момент $t_1 = t_p$. $i_{2e}(t_u) = 15,82 \text{ mA}$. Учитывая значение импульсной характеристики в этот момент $h^{(i2)}(t_p) = 15451/c$ и площадь импульсного сигнала $S_p = 10^{-5} \text{ Ac}$, получим в соответствии с формулой (39) расчетное значение реакции $i_{2cal}(t_p) = 15.45 \text{ mA}$. Отличие расчетного и измеренного значений не превышает 3%.

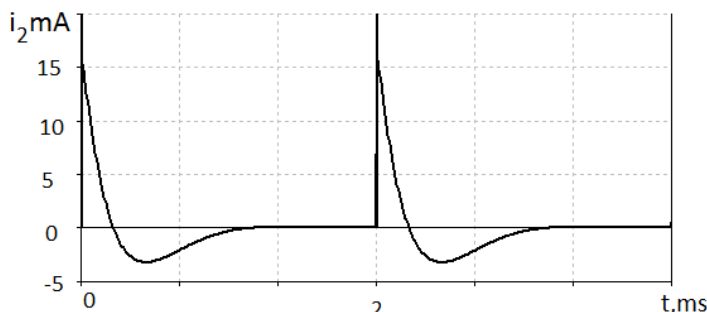


Рис.33. Выходная реакция цепи на действие коротких импульсов.

4.3. Измерение параметров АЧХ и ФЧХ.

Для получения частотных характеристик цепи используется графопостроители АЧХ и ФЧХ - Vode-Plotter ХВР1 и ХВР2 (рис.31). Прибор имеет два измерительных канала «out» и «in», на которые подаются выходной и входной сигналы. В приборе допускается выбор линейного или логарифмического масштаба по обеим осям наблюдаемой характеристики. При использовании логарифмического масштаба единицей измерения АЧХ является децибел (дБ): $H_{db} = 20 \lg H$, где H – значение АЧХ в относительных единицах. Начальное (I) и конечное (F) значения переменных выбираются исходя из удобства наблюдения характеристик. Значения АЧХ и ФЧХ в различных точках частотной оси определяются с помощью курсора. Логарифмические частотные характеристики рассмотрены в разделе 3.4 пособия [2].

Задача исследований состоит в измерении параметров частотных характеристик и сравнении результатов измерения с расчетом. Графики АЧХ и ФЧХ выходной характеристики, полученные с помощью прибора ХВР2, представлены на рисунке 34.

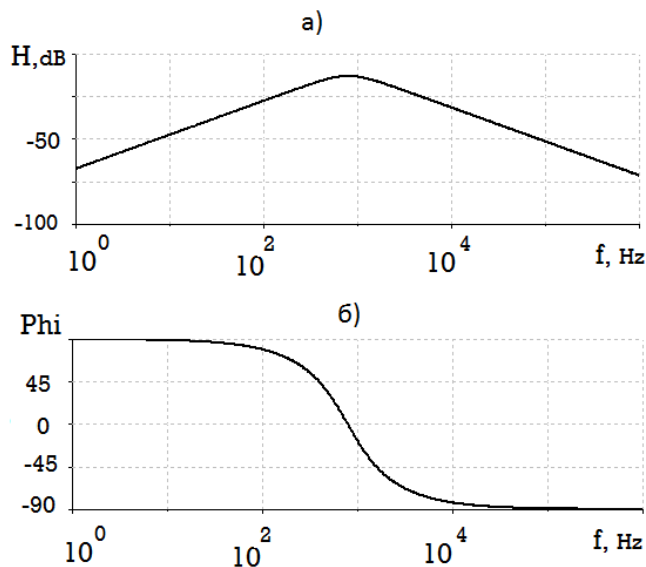


Рис.34. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика – а) и фазово-частотная характеристика – б).

Центральная частота фильтра находится по ФЧХ из условия равенства нулю угла сдвига фаз между выходным и входным сигналом: $f_0 = 793 \text{ Гц}$. Затем определяют АЧХ на этой частоте: $H(f_0) = -13.1 \text{ дБ}$ или $H(f_0) = 0.220 \text{ о.е.}$. Это значение совпадает расчетом $H(f_0) = 2/9 = 0.222 \text{ о.е.}$ с точностью до 1%.

Верхняя и нижняя частоты полосы пропускания $f_l = 402 \text{ Гц}$ и $f_u = 1582 \text{ Гц}$ определяются по АЧХ из условия:

$$H(f_l) = H(f_u) = H_m / \sqrt{2} = 0,157 \text{ или}$$

$$H(f_l) = H(f_u) = -16.1 \text{ дБ дБ.}$$

Сравнение с результатами расчета $f_{l,cal} = 398 \text{ Гц}$ и $f_{u,cal} = 1592 \text{ Гц}$ показывает, что расхождение не превышает 1%.

Значение коэффициента демпфирования $\beta = \Delta f_n / 2f_0$ вычисляется по результатам измерения центральной частоты f_0 и ширины полосы пропускания $\Delta f = f_u - f_l$. Полученная оценка $\beta_e = 0,747$ близка к расчетному значению $\beta = 0,750$.

Далее рассматривается поведение ЛАЧХ вне полосы пропускания. Скорость нарастания/спада ЛАЧХ четырехполосника в области перехода от полосы пропускания к полосе подавления оценивают с помощью угловых коэффициентов кусочно-линейной аппроксимации ЛАЧХ, имеющих размерность дБ/дек. Под декадой (дек) понимается частотный интервал $[f_1, f_2]$, крайние частоты которого отличаются в десять раз $f_2 / f_1 = 10$.

В области АЧХ $f < f_l$ примем следующие значения крайних частот декады:

$$f_{2d} = 0,5 f_l \approx 200 \text{ Гц} \text{ и } f_{1d} = 0,1 f_{2d} = 20 \text{ Гц.}$$

По измеренным значениям АЧХ на этих частотах

$$H(f_{2d}) = -21,6 \text{ дБ} \text{ и } H(f_{1d}) = -41,5 \text{ дБ}$$

находим угловой коэффициент нарастания ЛАЧХ: $K_d = 19,98 \text{ дБ/дек}$. Полученное значение близко к значению $(+20 \text{ дБ/дек})$, характерному для ЛАЧХ идеального дифференцирующего преобразователя.

Для области АЧХ $f > f_u$ в качестве крайних частот декады примем

$$f_{1int} = 2 f_u = 3,16 \text{ кГц} \text{ и } f_{2int} = 10 f_{1int} = 31,6 \text{ кГц.}$$

По результатам измерения ЛАЧХ на этих частотах

$$H(f_{1int}) = -21,6 \text{ дБ} \text{ и } H(f_{2int}) = -41,5 \text{ дБ}$$

вычисляем угловой коэффициент $K_{int} = -19,9 \text{ дБ/дек}$, который практически совпадает с угловым коэффициентом ЛАЧХ идеального интегратора (-20 дБ/дек).

Заметим, что если ЛАЧХ цепи имеет области, в которых скорость нарастания/спада ЛАЧХ составляет $\pm 40 \text{ дБ/дек}$, тогда такой четырехполосник при определенных условиях может осуществлять двойное дифференцирование/интегрирование входного сигнала.

4.4. Реакция четырехполосника на периодическую последовательность импульсов треугольной формы

4.4.1 Структура измерительного стенда

На рисунке 35 показан измерительный стенд для определения реакций цепи на периодический сигнал заданной формы при различных режимах работы четырехполосника, которые обеспечиваются за счет соответствующего изменения параметров передающей цепи. Сначала рассматривается передача сигнала при исходных параметрах цепи. Затем дается обоснование изменения параметров цепи для реализации следующих функциональных преобразований: преобразование сигнала с малыми искажениями, приближенное дифференцирование и приближенное интегрирование сигнала.

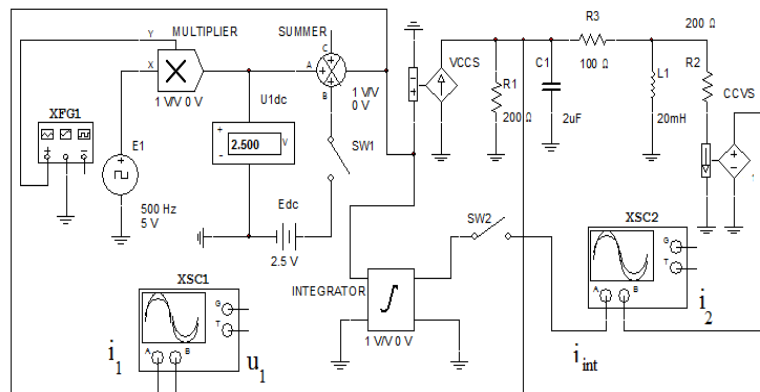


Рис.35. Структура измерительного стенда для определения реакций на периодический сигнал треугольной формы при различных режимах работы четырехполосника.

Для формирования сигнала требуемой формы «С» используется генератор стандартных сигналов $XPG1$, генератор униполярных импульсов прямоугольной формы E_1 , блок перемножения сигналов $Multiplier$ и преобразователь «напряжение – ток» в виде источника тока управляемого напряжением $VCCS$. При исследовании четырехполосника в режиме интегрирования используется блок идеального интегратора. Выходной сигнал интегратора сравнивается с выходным сигналом исследуемой цепи путем сопоставления соответствующих осциллограмм на экране двухканального осциллографа $XSC2$. В силу того, что передача сигнала нулевой частоты отсутствует, выходной сигнал четырехполосника имеет симметричную форму и не содержит постоянной составляющей. Для получения симметричного сигнала на выходе интегратора необходимо, чтобы входной сигнал также был симметричен. Симметричный сигнал получается вычитанием из исходного сигнала его постоянной составляющей, которая измеряется вольтметром постоянного тока V_{DC} . При исследовании цепи в режиме интегрирования ключи SW_1 и SW_2 переводятся в замкнутое состояние, подключая к сумматору источник постоянного тока E_{dc} , напряжение которого вычитается из напряжения входного сигнала. При замыкании ключа SW_2 выход интегратора подается на вход осциллографа $XSC2$.

4.4.2. Результаты измерений

Осциллограммы выходной реакции $i_{2e}(t)$ и входного сигнала $i_{1e}(t)$ показаны на рис. 36. С помощью курсоров определяют координаты характерных точек осциллограмм $i_{2e}(t)$, например, координаты максимума (I_{e1}, t_{e1}) и минимума тока (I_{e2}, t_{e2}) , момент перехода тока через ноль t_0 .

Максимального значения $I_{e1} = 113,8$ мА ток достигает в момент $t_{e1} = 0,5$ мс. Другой экстремум $I_{e2} = -99,6$ мА имеет место при $t_{e2} = 1,05$ мс. Нулевое значение ток принимает в момент $t_0 = 0,778$ мс. Измерения показывают, что в момент поступления очередного импульса выходная реакция отлична от нуля $i_{2y}(T_3) = 2,8$ мА. Это значение составляет менее 3% от максимального тока I_{e1} .

Из осциллограммы $i_{2e}(t)$ видно, что выходная реакция цепи симметрична относительно оси времени, что свидетельствует о равенстве нулю среднего значения тока за период. Результаты измерений совпадают с результатами расчета, представленными в разделах 3.3 и 3.4.

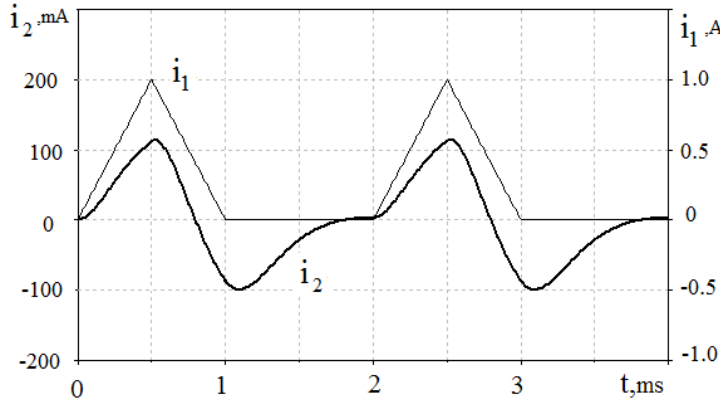


Рис.36. Осциллограмма выходной реакции четырехполюсника (1) на действие периодического сигнала (2).

4.5. Неискажающее, дифференцирующее и интегрирующее преобразование сигнала.

4.5.1. Неискажающее преобразование.

Входной сигнал $j(t) = i_1(t)$ содержит постоянную составляющую $i_{1dc}(t) = I_{10}$ и переменную составляющую $i_{1ac}(t)$

$$i_1(t) = I_{10} + i_{1ac}(t)$$

Поскольку исследуемая цепь по своим частотным свойствам (раздел 3.2) относится к полосовому пропускающему фильтру, коэффициент передачи которого на постоянном токе равен нулю, то говорить о режиме неискажающего преобразования можно лишь относительно переменной составляющей сигнала $i_{1ac}(t)$, которая получается смещением исходного сигнала $i_1(t)$ по оси ординат на значение постоянной составляющей I_{10} .

Определим условия передачи сигнала $i_{1ac}(t)$ с малыми искажениями, используя формулы частотного анализа сигналов и цепей, приведенные в разделе 3. В соответствии с условием неискажающего преобразования (32) эффективная полоса частот спектра входного сигнала $[\omega_l, \omega_b]$ должна находиться в области малых изменений АЧХ:

$$\omega_l > \omega_l \text{ и } \omega_b < \omega_u, \quad (40)$$

где $\omega_l = 1000\pi$, $f_l = 500 \text{ Гц}$ — частота основной гармоники, $\omega_b = 8\omega_l$ — граничная частота дискретного спектра, ω_l и ω_u — нижняя и верхняя границы полосы пропускания.

Для удовлетворения условиям (40) примем

$$\begin{aligned} \omega_l &= 0,1\omega_l = 100\pi, & f_l &= 50 \text{ Гц} \\ \omega_u &= 2\omega_b = 16\omega_l, & f_u &= 8000 \text{ Гц} \end{aligned} \quad (41)$$

Используя связь между центральной частотой и граничными частотами полосы пропускания (30), а также соотношения (41), получим:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_l \omega_u} = 1,265\omega_l = 3970 \text{ рад/с}, \quad f_0 = 632 \text{ Гц}$$

Из пяти параметров цепи оставим неизменными индуктивность $L = 0,02 \text{ Гн}$ и сопротивление $R_3 = 100 \text{ Ом}$. Емкость и характеристическое сопротивление вычислим по

формулам

$$C = 1/L\omega_0^2 = 3,17 \text{ мкФ}, \quad \rho = \sqrt{L/C} = 79,5 \text{ Ом}$$

Параметр β находим из уравнения

$$\omega_1 / \omega_0 = \sqrt{1 + \beta^2} - \beta$$

При значении нижней границы полосы пропускания $\omega_1 / \omega_0 = 0,08$ получим $\beta = 6,3$.

Значения сопротивлений $R_1 = R_2$ находим из уравнения, вытекающего из формулы для обобщенного коэффициента демпфирования β :

$$2\beta = \rho / R_{e1} + R_{e2} / \rho, \quad R_{e1} = R_1 R_3 / (R_1 + R_3) \\ R_{e2} = R_1 (R_2 + R_3) / (R_1 + R_2 + R_3)$$

Решение уравнения дает $R_1 = R_2 = 6,8 \text{ Ом}$.

При новых значениях параметров цепи максимальное значение АЧХ на частоте ω_0 равно

$$H_{\max} = Q\rho / (R_1 + R_3) = 0,059, \quad H_{\max} = -24,58 \text{ дБ}$$

Частотные характеристики цепи при новых параметрах цепи показаны на рисунке 37.

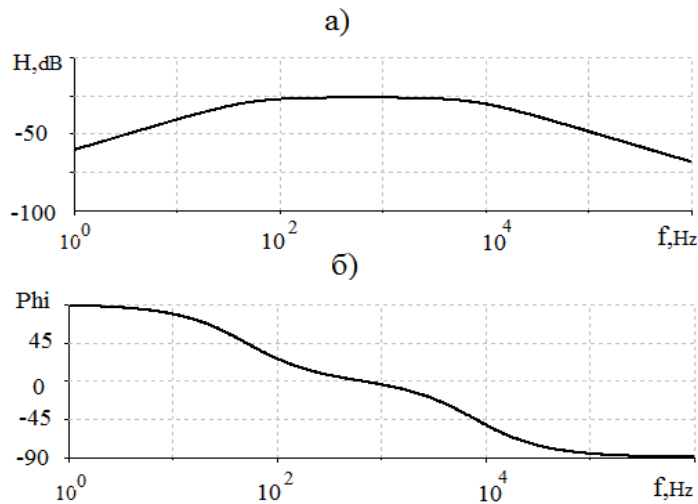


Рис.37. АЧХ – а) и ФЧХ – б) цепи с измененными параметрами.

Измерение параметров АЧХ с помощью курсора дает следующие результаты:

$f_{0e} = 645 \text{ Гц}$, $f_{le} = 49 \text{ Гц}$, $f_{ue} = 7950 \text{ Гц}$, $H_{me} = -25,5 \text{ дБ}$. Эти данные близки к расчетным значениям:

$$f_0 = 632 \text{ Гц}, \quad f_l = 50 \text{ Гц}, \quad f_u = 8 \text{ кГц}, \quad H_m = -24,6 \text{ дБ}$$

Осциллограммы входного и выходного сигналов при измененных параметрах цепи и замкнутом ключе SW_1 показаны на рисунке 38. Из рисунка видно, что форма сигнала $i_2(t)$ подобна форме сигнала $i_{1ac}(t)$. Незначительное отличие наблюдается на временном интервале $t_p < t < T$, где сигнал $i_{1ac}(t)$ от времени не зависит, а выходной сигнал $i_2(t)$ имеет незначительный линейный рост. Полученные данные показывают, что расширение полосы пропускания четырехполосника позволяет существенно снизить искажение переменной составляющей входного сигнала.

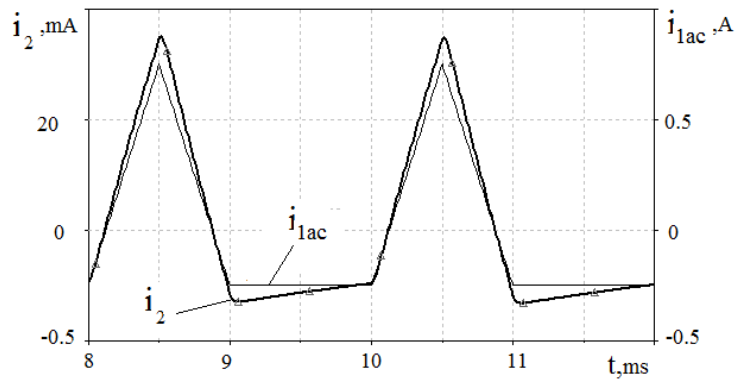


Рис.38. Сравнение входного $i_{1ac}(t)$ и выходного сигнала $i_2(t)$.

4.5.2. Дифференцирующее преобразование.

В разделе 3 было показано, что для обеспечения дифференцирующего преобразования входного сигнала необходимо, чтобы основная энергия спектра приходилась бы область АЧХ, в которой коэффициент передачи изменяется прямо пропорционально частоте. Этого можно добиться двумя способами: изменением параметров цепи или изменением параметров входного сигнала.

При исходных параметрах четырехполюсника (Таблица 1) изменим частоту входного сигнала f_1 так, чтобы основная энергия спектра приходилась на линейную область АЧХ, которой соответствует АЧХ дифференцирующего звена. Потребуем, чтобы граничная частота спектра $f_b = 8f_1$ была вдвое меньше нижней границы полосы пропускания $f_b = 0,5f_1$. Учитывая, что $f_1 = 400 \text{ Гц}$, получим искомую частоту входного сигнала $f_1 = 25 \text{ Гц}$.

Осциллограммы выходной реакции $i_2(t)$ и входного сигнала $i_1(t)$ показаны на рисунке 39, из которого видно, что форма выходного сигнала близка по форме к биполярному прямоугольному сигналу, который является производной от сигнала треугольной формы

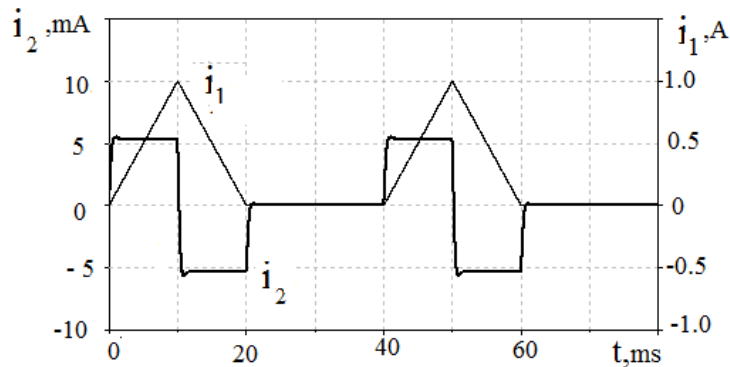


Рис.39. Режим приближенного дифференцирования входного сигнала.

Степень близости формы реакции к прямоугольному биполярному импульсу определяется параметром γ

$$\gamma = t_r / (t_p / 2), \quad t_r = (t_{0,9} - t_{0,1})$$

Здесь t_r – время нарастания переднего фронта реакции, t_p – длительность импульса, моменты времени $t_{0,9}$ и $t_{0,1}$ определяются из условия

$$i_2(t_{0,1}) = 0,1I_s, \quad i_2(t_{0,9}) = 0,9I_s,$$

где I_s – установившееся значение реакции.

При оценке времени нарастания $t_r = 475 - 75 = 400$ мкс получим $\gamma = 0,02$. Такое значение параметра γ указывает на хорошее приближение реакции $i_2(t)$ к производной от входного сигнала $i_1(t)$.

4.5.3. Интегрирующее преобразование

Условие интегрирующего преобразования рассматривается применительно к переменной составляющей входного сигнала $i_{1ac}(t) = i(t)_1 - I_0$. Определим частоту сигнала f_1 , при которой преобразователь работает в режиме интегратора. В соответствии с разделом 3.2 такой режим возможен, если энергия спектра приходится на область частот, в которой ЛАЧХ убывает с угловым коэффициентом $K_{int} = -20 \text{ дБ/дек}$. Для переноса спектра в эту частотную область необходимо, чтобы частота сигнала f_1 превышала верхнюю границу полосы пропускания $f_u = 1580 \text{ Гц}$ в несколько раз.

Осциллограмма реакции $i_2(t)$, полученная при частоте входного сигнала $f_1 = 5 \text{ кГц}$, показана на рисунке 40а. Нетрудно видеть (рис.40б), что реакция цепи $i_2(t)$ имеет ту же форму, что и выходной сигнал идеального интегратора $i_{int}(t)$.

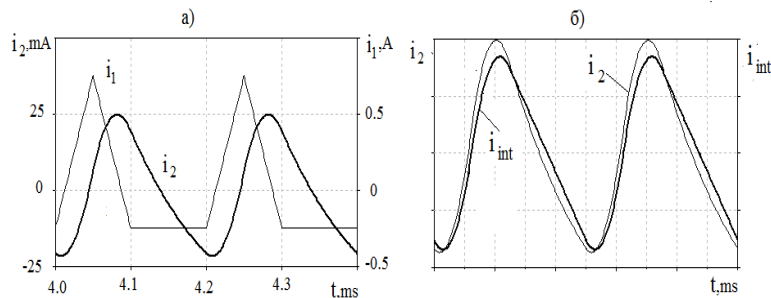


Рис.40. Реакция цепи (1) на входной сигнал (2) – а) и сравнение этой реакции (1) с выходным сигналом идеального интегратора (2) – б).

Полученные результаты подтверждают справедливость предложений по реализации рассмотренных видов функциональных преобразований сигналов, сделанных на основе частотного анализа четырехполюсника.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключительном разделе кратко излагаются использованные в работе методы и средства исследований, обсуждаются полученные результаты, отмечаются выявленные свойства цепи и сигнала. Указывается характер протекания переходного процесса и его связь с видом корней характеристического полинома. Отмечаются фильтрующие свойства цепи, спектральные характеристики сигналов, причины искажений сигналов передающей цепью. Указываются возможные виды функциональных преобразований, которые может обеспечить четырехполюсник, и способы реализации этих преобразований. Приводятся результаты экспериментальной проверки расчета динамических характеристик цепи и предложенных способов изменения передающих свойств четырехполюсника.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие электрические величины выбирают в качестве переменных состояния цепи и почему?
2. Как определяют зависимые начальные условия?
3. Что понимается под вынужденной и свободной составляющей реакции?
4. Как определяется переходная/импульсная характеристика?
5. Укажите характер переходного процесса, если значения коэффициента демпфирования равны: $\beta = 2$; $\beta = 1$; $\beta = 0,5$.
6. Как составляются расчетные схемы для свободных токов, переходных токов для моментов времени $t = 0_+$ и $t \rightarrow \infty$?
7. Как можно получить характеристическое уравнение цепи из системы уравнений/из расчетной схемы для свободных токов?
8. Запишите свободную составляющую реакции, если характеристическое уравнение имеет вид $p^2 + 3p + 2 = 0$?
9. Чему равен период колебаний и время переходного процесса, если корни характеристического

уравнения равны $p_{1,2} = -1 \pm j6,28$?

10. Какая характеристика цепи используется в интеграле свертки/ интеграле Дюамеля?
11. Постройте примерный график реакции цепи на прямоугольный импульс $u(t) = 10[\delta(t) - \delta_1(t-1)]$, если переходная характеристика имеет вид $h_1(t) = \exp(-0,3t)$.
12. Как можно определить импульсную характеристику экспериментально?
13. Определите реакцию на сигнал $u = 5t$, если переходная характеристика цепи равна $h_1(t) = \exp(-t)$.
14. Перечислите виды операторных функций цепи и способы их определения.
15. Как можно перейти от операторных функций цепи к дифференциальным уравнениям?
16. Как учитываются начальные условия в операторной схеме?
17. Какой смысл имеет оригинал передаточной функции цепи?
18. Каков порядок нахождения оригинала с помощью теоремы разложения Хевисайда?
19. Как определить начальное и конечное значение переходной характеристики по операторной функции цепи?
20. Назовите условие неискажающего, интегрирующего, дифференцирующего преобразования сигнала?
21. Каковы причины искажения сигнала в исследуемой цепи?
22. Постройте АЧХ идеальных фильтров. К какому фильтру можно отнести исследуемую схему?
23. Какие резонансные явления могут существовать в исследуемой цепи?
24. Постройте АЧХ и ФЧХ цепи, если задана переходная характеристика $h_1(t) = 1 - e^{-100t}$.
25. Что общего и чем отличаются спектры одиночного импульса и периодической последовательности импульсов?
26. Какова связь длительности сигнала с эффективной полосой частот спектра?
27. Как определяется действующее значение и коэффициент гармоник сигнала по составляющим его спектра?
28. Что понимается под логарифмической частотной характеристикой?
29. Коэффициент передачи уменьшился а) на 3 дБ и б) на 20дБ. Во сколько раз изменился сигнал в обоих случаях?
30. Частота $f_1 = 100\Gammaц$ увеличена а) на две октавы и б) на две декады. Чему равна частота f_2 в обоих случаях?
31. Как определить передаточные функции цепи с помощью метода контурных токов?
32. В каком случае для получения функций цепи удобно использовать метод узловых напряжений?
33. Получите входную и выходную функцию цепи, используя уравнения четырехполюсника?
34. Что понимается под полосой пропускания четырехполюсника?
35. Что утверждает теорема Парсеваля?
36. Запишите формулу для определения энергии спектра?
37. Укажите последовательность расчета цепей методом комплексных амплитуд?
38. Постройте качественно ВД токов и напряжений исследуемой цепи?
30. Как определить фазовый сдвиг между сигналами и постоянную составляющую сигнала с помощью осциллографа? с помощью осциллографа?
40. Как определить амплитуду и постоянную составляющую сигнала с помощью осциллографа?

ПРИЛОЖЕНИЕ

П.1 Форма входных сигналов четырехполюсника.

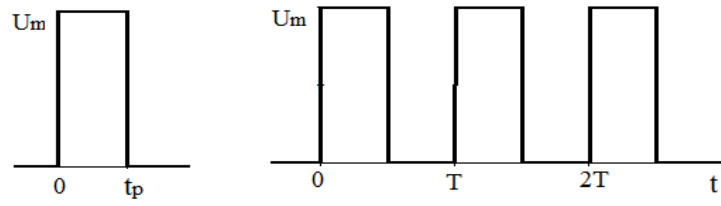


Рис.П.1А. Униполярный сигнал прямоугольной формы типа «А»

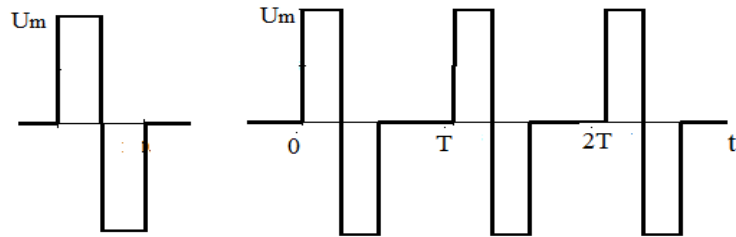


Рис.П.1В. Биполярный сигнал прямоугольной формы типа «В»

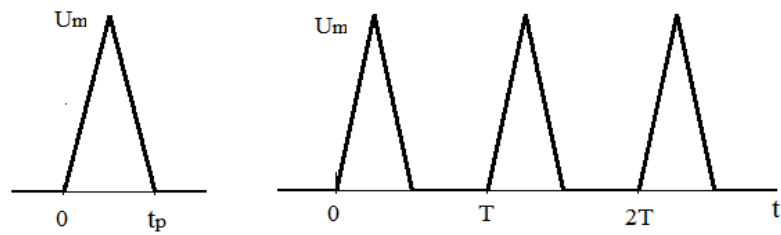


Рис.П.1С. Кусочно-линейный сигнал треугольной формы типа «С»

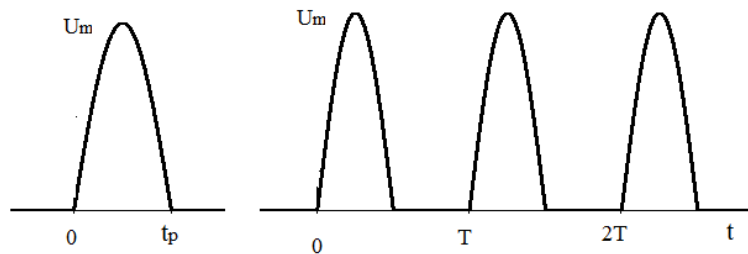


Рис.П.1Д. Сигнал в виде полуволны синусоиды типа «D»

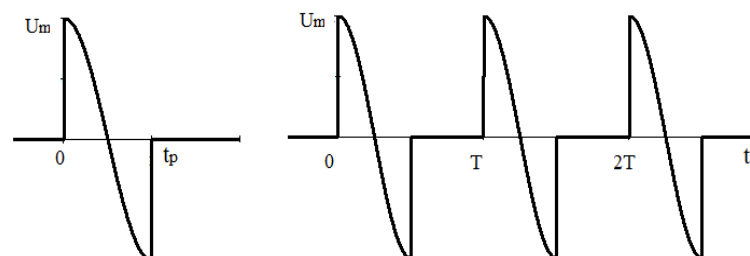


Рис.П.1Е. Биполярный сигнал в виде отрезка косинусоиды типа «Е»

П.2. Структура и параметры четырехполюсников.

Таблица П.1

Таблица вариантов

№	Форма и амплитуда сигнала		R_1 ,	R_2 ,	R_3 ,	L_1 ,	L_2 ,	C_1 ,	C_2 ,
	ИН, Um	ИТ, Im	Ом	Ом	Ом	мГн	мГн	мкФ	мкФ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	«С», 10В 1-4	-	20 1-2	20 3-4	20 2-3	-	-	50 2-4	25 3-4
2	-	«С», 2А 4-1	20 4-1	20 3-4	20 1-2	10 2-3	-	10 1-2	-
3	-	«D», 5А 4-1	10 4-1	20 4-3	20 4-2	4 1-2	-	20 2-3	-
4	-	«А», 2А 4-1	40 4-1	20 4-3	10 2-3	10 1-2	-	20 4-3	-
5	-	«С», 5А 3-1	40 3-1	40 3-2	80 1-2	5 3-1	-	10 3-2	-
6	«Е», 20В 1-4	-	40 1-2	20 4-3	40 2-3	-	-	10 4-2	50 4-3
7	-	«D», 5А 4-1	40 4-1	20 4-3	40 1-2	20 2-3	-	20 1-2	-
8	-	«С», 5А 4-1	40 4-1	20 4-3	80 4-2	3 1-2	-	5 2-3	-
9	-	«А», 2А 4-1	40 4-1	20 4-3	20 2-3	8 1-2	-	20 4-2	-
10	«С», 10В 1-4	-	10 1-2	100 4-3	20 2-3	20 4-3	-	20 4-2	-
11	-	«D», 2А 4-1	40 4-1	20 4-3	20 4-2	20 1-2	10 2-3	-	-
12	«D», 10В 1-4	-	20 1-2	80 4-3	20 2-3	12 4-3	-	10 4-2	-
13	-	«С», 2А 4-1	20 1-2	20 3-4	80 1-3	4 4-3	-	4 4-2	-
14	«D», 10В 1-4	-	40 1-2	20 3-4	80 2-3	8 2-4	-	4 2-3	-
15	«А», 20В 1-4	-	40 1-2	40 4-3	20 2-3	8 4-2	-	5 4-3	-
16	-	«А», 1А 3-1	80 3-1	80 3-2	40 1-2	8 3-1	-	8 3-2	-
17	«С», 10В 1-4	-	80 1-2	80 4-3	40 2-3	16 4-3	-	10 4-2	-
18	-	«D», 1А 3-1	50 3-1	50 3-2	50 1-2	8 3-1	-	12 3-2	-
19	«А», 10В 1-4	-	20 1-2	20 4-3	20 2-3	4 4-3	-	10 4-2	-
20	-	«В», 1А 4-1	20 4-1	20 3-4	20 1-2	-	-	10 2-4	10 2-3
21	«D», 10В 1-4	-	20 1-2	20 4-3	80 4-2	10 2-3	-	15 4-2	-
22	«А», 10В 1-4	-	20 1-2	20 3-4	20 4-2	2 1-2	-	10 2-3	-
23	«В», 10В 1-4	-	10 1-2	20 3-4	20 2-4	4 1-2	8 2-3	-	-

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
24	«C», 10B 1-4	-	40 1-2	40 3-4	20 2-4	-	-	20 1-2	5 2-3
25	-	«B», 1A 4-1	20 4-1	20 4-2	10 4-3	4 1-2	8 2-3	-	-
26	«A», 20B 1-4	-	40 1-2	80 4-3	80 2-3	-	-	20 4-2	10 4-3
27	-	«C», 1A 4-1	40 1-2	20 4-3	20 4-2	20 4-1	10 2-3	-	-
28	«C», 10B 1-4	-	20 4-2	20 4-3	20 2-3	-	-	40 1-2	20 4-3
29	-	«D», 2A 4-1	80 4-1	20 4-3	80 4-2	10 1-2	-	10 2-3	-
30	«C», 10B 1-4	-	80 4-2	80 4-3	4 2-3	8 4-3	-	10 1-2	-
31	-	«A», 2A 3-1	40 3-1	40 3-2	40 1-2	8 1-2	-	20 3-2	-
32	«B», 10B 1-4	-	40 1-2	20 4-3	20 2-3	4 2-3	-	10 4-2	-
33	-	«D», 1A 4-1	80 4-1	80 4-3	20 1-2	20 4-2	40 2-3	-	-
34	«C», 20B 1-4	-	20 1-2	40 4-3	40 2-3	10 4-2	-	50 2-3	-
35	-	«A», 2A 3-1	20 3-1	20 2-3	40 1-2	10 1-2	20 2-3	-	-
36	«C», 5B 1-4	-	5 1-2	10 4-3	20 2-3	-	-	50 4-2	150 2-3
37	-	«E», 1A 4-1	40 4-1	40 4-3	10 1-2	5 4-2	10 2-3	-	-
38	«A», 5B 1-4	-	10 1-2	20 4-3	20 4-2	-	-	50 2-3	25 3-4
39	-	«B», 2A 3-1	20 3-1	20 3-2	20 1-2	-	-	20 3-1	50 3-2
40	«E», 50B 1-4	-	50 1-2	200 4-3	200 2-4	30 1-2	90 2-3	-	-
41	-	«A», 0.5A 4-1	20 2-1	100 4-3	50 4-2	-	-	2 1- 4	4 2-3
42	«C», 10B 1-4	-	20 1-2	20 4-3	20 2-3	20 4-2	5 4-3	-	-
43	-	«C», 4A 4-1	10 1-2	50 4-3	10 4-2	-	-	10 4-1	5 2-3
44	«A», 10B 1-4	-	20 4-2	20 4-3	20 2-3	10 1-2	4 4-3	-	-
45	-	«B», 1A 4-1	20 4-1	10 4-3	20 2-3	-	-	10 1-2	20 4-3
46	«D», 20B 1-4	-	20 1-2	40 4-3	40 2-4	4 4-2	2 2-3	-	-

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
47	-	«А», 2А 4-1	20 4-1	20 4-3	10 1-2	-	-	25 4-2	12.5 2-3
48	«В», 10В 1-4	-	40 1-2	10 4-3	40 4-2	10 2-3	-	25 1-2	-
49	-	«Д», 1А 4-1	40 4-1	20 4-3	80 4-2	4 3-2	-	20 1-2	-
50	«С», 10В 1-4	-	5 1-2	10 4-3	10 4-2	-	-	25 2-3	12.5 3-4