

Задачи для типовых расчетов

Задача 4.1. Найдите координаты, модуль и направляющие косинусы вектора \vec{AB} .

1. $A(1; 1; 3), B(2; 2; 3)$.
2. $A(0; 1; 3), B(1; 2; 3)$.
3. $A(0; 1; -1), B(1; 2; 0)$.
4. $A(2; 2; 3), B(3; 2; 4)$.
5. $A(2; 1; 2), B(3; 2; 2)$.
6. $A(0; 1; 1), B(1; 2; 2)$.
7. $A(0; 1; 4), B(1; 2; 4)$.
8. $A(1; 1; 1), B(1; 2; 2)$.
9. $A(0; -4; 3), B(1; -3; 4)$.
10. $A(1; 2; 1), B(0; 1; 2)$.
11. $A(2; 1; 3), B(3; 2; 4)$.
12. $A(0; 1; 1), B(1; 2; 2)$.
13. $A(2; 1; 3), B(3; 2; 4)$.
14. $A(2; 0; 7), B(0; 2; 4)$.
15. $A(8; 2; -5), B(7; 1; 4)$.
16. $A(-2; 1; 3), B(5; 1; 2)$.
17. $A(2; -1; 4), B(5; 2; 3)$.
18. $A(3; 1; 3), B(2; 2; -1)$.
19. $A(2; 2; 3), B(3; 1; 3)$.
20. $A(0; 7; 3), B(4; 7; -5)$.
21. $A(4; -3; 2), B(1; 2; 3)$.
22. $A(5; 1; 1), B(6; 2; 1)$.
23. $A(0; 4; 2), B(3; 6; -4)$.
24. $A(1; 3; 2), B(4; 6; 5)$.
25. $A(0; -2; 1), B(2; 0; 3)$.
26. $A(2; -2; 3), B(2; 1; 7)$.
27. $A(1; 3; 3), B(2; 4; 2)$.
28. $A(2; 0; -1), B(4; 2; 0)$.
29. $A(1; 3; -2), B(3; 2; 0)$.
30. $A(1; 3; -1), B(3; 1; 0)$.

Задача 4.2. Вычислите скалярное и векторное произведения векторов $\vec{c}_1 = 2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{c}_2 = -\vec{a} + 3\vec{b}$.

1. $\vec{a}\{-2; 1; 1\}, \vec{b}\{3; -2; 4\}$.
2. $\vec{a}\{0; 1; 1\}, \vec{b}\{-1; -3; 0\}$.
3. $\vec{a}\{-2; 1; 1\}, \vec{b}\{0; -2; -5\}$.
4. $\vec{a}\{0; 1; 1\}, \vec{b}\{3; -1; 0\}$.
5. $\vec{a}\{0; -1; -1\}, \vec{b}\{1; -3; 8\}$.
6. $\vec{a}\{0; -1; -1\}, \vec{b}\{2; 0; 2\}$.
7. $\vec{a}\{0; -1; -1\}, \vec{b}\{1; 2; -1\}$.
8. $\vec{a}\{1; -1; 0\}, \vec{b}\{-2; 1; 0\}$.
9. $\vec{a}\{-2; 1; 2\}, \vec{b}\{1; 0; -1\}$.
10. $\vec{a}\{0; 1; 1\}, \vec{b}\{-3; -1; 1\}$.
11. $\vec{a}\{-2; 1; -2\}, \vec{b}\{-1; 0; 3\}$.
12. $\vec{a}\{1; -1; -1\}, \vec{b}\{-2; 3; -1\}$.
13. $\vec{a}\{-1; 0; -3\}, \vec{b}\left\{1; 0; -\frac{2}{3}\right\}$.
14. $\vec{a}\{2; -1; 3\}, \vec{b}\{0; 1; 1\}$.
15. $\vec{a}\{2; 1; -2\}, \vec{b}\{-1; 0; -2\}$.
16. $\vec{a}\{2; 0; 0\}, \vec{b}\{-3; 1; 1\}$.
17. $\vec{a}\{2; 1; 0\}, \vec{b}\{1; 1; 3\}$.
18. $\vec{a}\{1; -1; 0\}, \vec{b}\{0; 3; 2\}$.
19. $\vec{a}\{2; 1; -2\}, \vec{b}\{0; 1; 1\}$.
20. $\vec{a}\{1; 0; -1\}, \vec{b}\{0; 3; -1\}$.
21. $\vec{a}\{2; -1; 4\}, \vec{b}\{-1; 0; 0\}$.
22. $\vec{a}\{-1; -1; -1\}, \vec{b}\{0; 0; -1\}$.

23. $\vec{a}\left\{\frac{1}{2}; 1; -2\right\}, \vec{b}\left\{1; -\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right\}$ 24. $\vec{a}\{1; 0; -1\}, \vec{b}\{-1; -3; 0\}$
 25. $\vec{a}\{1; 0; -1\}, \vec{b}\{-1; -3; 0\}$ 26. $\vec{a}\{5; 2; -2\}, \vec{b}\{3; 3; 4\}$
 27. $\vec{a}\{-1; -1; -1\}, \vec{b}\{0; 0; -1\}$ 28. $\vec{a}\{2; 2; 1\}, \vec{b}\{-2; -3; 0\}$
 29. $\vec{a}\{2; -4; 1\}, \vec{b}\{3; 1; -2\}$ 30. $\vec{a}\{0; 2; 1\}, \vec{b}\{2; 1; -3\}$

Задача 4.3. Заданы вершины треугольника ABC . Вычислите его площадь и косинус внутреннего угла B .

1. $A(-1; 3; 3), B(2; 2; 1), C(0; 3; -2)$.
2. $A(2; 3; -1), B(0; 4; 5), C(-2; -2; 4)$.
3. $A(2; 1; 0), B(3; 0; 3), C(2; -3; 7)$.
4. $A(-3; 1; 3), B(1; 7; 2), C(7; 3; 3)$.
5. $A(0; 2; 1), B(4; 0; 1), C(3; -4; 2)$.
6. $A(0; -2; 1), B(-2; 0; 2), C(0; 1; 0)$.
7. $A(-1; 2; 1), B(-4; -3; 1), C(5; 4; 2)$.
8. $A(2; 3; -1), B(-3; 4; 1), C(-2; 2; -4)$.
9. $A(3; -4; 6), B(1; -2; 6), C(-3; 5; 1)$.
10. $A(4; -3; 2), B(-1; 4; 3), C(6; 3; -2)$.
11. $A(0; -3; 4), B(1; 1; -2), C(5; 0; 4)$.
12. $A(2; -1; 0), B(-2; 1; 1), C(2; 2; -1)$.
13. $A(-1; 7; 1), B(3; -1; -2), C(-5; 3; 1)$.
14. $A(1; 1; 0), B(-2; 1; -3), C(-2; -2; 0)$.
15. $A(2; 3; 4), B(-4; 3; 0), C(2; 6; 2)$.
16. $A(3; -2; 2), B(0; -1; 3), C(1; 2; 2)$.
17. $A(3; 4; -2), B(2; 1; 5), C(5; 2; -2)$.
18. $A(5; 0; 4), B(4; -1; 1), C(7; 0; 2)$.
19. $A(2; -2; 2), B(3; 5; -7), C(4; 8; 0)$.
20. $A(2; 2; 1), B(1; 1; -2), C(4; 0; -1)$.
21. $A(-1; 2; 7), B(3; 1; 4), C(4; 5; 1)$.
22. $A(2; 1; 0), B(1; 1; -3), C(4; 1; -2)$.
23. $A(2; 6; -4), B(1; 3; -3), C(4; 4; -4)$.
24. $A(-1; 2; 0), B(1; 4; 5), C(-4; 6; 3)$.
25. $A(2; -5; 2), B(1; -3; 2), C(2; -3; 0)$.
26. $A(-3; 1; -2), B(2; 3; 2), C(4; -1; 7)$.
27. $A(-6; 2; 2), B(1; 3; -1), C(0; -4; 2)$.
28. $A(2; 1; 7), B(-3; 0; 3), C(2; 4; 2)$.
29. $A(1; -1; 4), B(3; 1; 2), C(3; 2; 1)$.
30. $A(2; 1; 5), B(1; 3; 2), C(4; 5; 3)$.

Задача 4.4. Выясните, компланарны ли векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} . Если они не компланарны, то какую тройку (правую или левую) они образуют?

1. $\vec{a}\{-2; 1; 1\}$, $\vec{b}\{0; -2; -5\}$, $\vec{c}\{2; -1; -1\}$.
2. $\vec{a}\{0; 1; 1\}$, $\vec{b}\{0; 4; -2\}$, $\vec{c}\{2; 1; 0\}$.
3. $\vec{a}\{2; 0; 1\}$, $\vec{b}\{2; 0; -1\}$, $\vec{c}\{-2; -1; 4\}$.
4. $\vec{a}\{1; -1; -1\}$, $\vec{b}\{-2; 3; -1\}$, $\vec{c}\{0; 1; 0\}$.
5. $\vec{a}\{1; 1; 1\}$, $\vec{b}\{2; 3; 0\}$, $\vec{c}\{3; -1; -1\}$.
6. $\vec{a}\{-1; 0; -2\}$, $\vec{b}\{-3; 2; -1\}$, $\vec{c}\{2; 0; -2\}$.
7. $\vec{a}\{1; 0; 3\}$, $\vec{b}\{0; 1; 1\}$, $\vec{c}\{2; -1; 3\}$.
8. $\vec{a}\{-3; 1; 4\}$, $\vec{b}\{2; 0; 0\}$, $\vec{c}\{-3; 1; 1\}$.
9. $\vec{a}\{1; 0; -1\}$, $\vec{b}\{0; -1; -1\}$, $\vec{c}\{0; 0; -2\}$.
10. $\vec{a}\{-1; 0; -2\}$, $\vec{b}\{0; 0; -1\}$, $\vec{c}\{-1; 0; 3\}$.
11. $\vec{a}\{-1; 0; -2\}$, $\vec{b}\{1; 0; -4\}$, $\vec{c}\{2; 0; -2\}$.
12. $\vec{a}\{1; 0; -2\}$, $\vec{b}\{-3; 2; -1\}$, $\vec{c}\{4; 2; -3\}$.
13. $\vec{a}\{1; 2; 4\}$, $\vec{b}\{-3; 6; 4\}$, $\vec{c}\{3; -6; 4\}$.
14. $\vec{a}\{1; -1; 1\}$, $\vec{b}\{1; 1; 1\}$, $\vec{c}\{2; 3; 4\}$.
15. $\vec{a}\{5; 3; -1\}$, $\vec{b}\{1; -2; 3\}$, $\vec{c}\{2; 0; -4\}$.
16. $\vec{a}\{-3; 3; 3\}$, $\vec{b}\{2; 1; 1\}$, $\vec{c}\{19; 11; 17\}$.
17. $\vec{a}\{1; 6; 5\}$, $\vec{b}\{3; -2; 4\}$, $\vec{c}\{7; -18; 2\}$.
18. $\vec{a}\{7; -3; 2\}$, $\vec{b}\{3; -7; 8\}$, $\vec{c}\{1; -1; 1\}$.
19. $\vec{a}\{2; 1; -1\}$, $\vec{b}\{1; -4; 1\}$, $\vec{c}\{3; -2; 2\}$.
20. $\vec{a}\{3; 1; -1\}$, $\vec{b}\{-2; -1; 0\}$, $\vec{c}\{5; 2; -1\}$.
21. $\vec{a}\{3; 3; 1\}$, $\vec{b}\{1; -2; 1\}$, $\vec{c}\{1; 1; 1\}$.
22. $\vec{a}\{6; 3; 4\}$, $\vec{b}\{-1; -2; -1\}$, $\vec{c}\{2; 1; 2\}$.
23. $\vec{a}\{1; -2; 6\}$, $\vec{b}\{1; 0; 1\}$, $\vec{c}\{2; -6; 17\}$.
24. $\vec{a}\{1; -1; -3\}$, $\vec{b}\{3; 2; 1\}$, $\vec{c}\{2; 3; 4\}$.
25. $\vec{a}\{1; 5; 2\}$, $\vec{b}\{-1; 1; -1\}$, $\vec{c}\{1; 1; 1\}$.
26. $\vec{a}\{4; 3; 1\}$, $\vec{b}\{1; -2; 1\}$, $\vec{c}\{2; 2; 2\}$.
27. $\vec{a}\{7; 3; 4\}$, $\vec{b}\{-1; -2; -1\}$, $\vec{c}\{4; 2; 4\}$.

29 $\vec{a}\{2; 3; 2\}$, $\vec{b}\{4; 7; 5\}$, $\vec{c}\{2; 0; -1\}$

30 $\vec{a}\{-1; 2; 8\}$, $\vec{b}\{3; 7; -1\}$, $\vec{c}\{2; 1; 1\}$

Задача 4.5

1. Вычислите проекцию вектора $\vec{a} = \{-3; 1; 3\}$ на направление вектора \vec{AB} , где $A(7; 3; -2)$, $B(8; 2; -2)$.
2. Найдите единичный вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.
3. При каком значении t векторы $\vec{a} = \{6; 0; 12\}$ и $\vec{b} = \{-8; 13; t\}$ будут взаимно перпендикулярны?
4. Докажите, что точки $A(1; -1; 1)$, $B(1; 3; 1)$, $C(4; 3; 1)$, $D(4; -1; 1)$ являются вершинами прямоугольника. Вычислите длину его диагоналей.
5. В прямоугольном треугольнике ABC углы при вершинах A и C равны 60° и 90° соответственно, а длина гипотенузы равна 2. Вычислите скалярное произведение векторов \vec{AC} и $\vec{AB} + \vec{CB}$.
6. Даны точки $A(0; -3; 4)$, $B(2; 5; -1)$ и $C(-4; 2; -2)$. Вычислите скалярное произведение векторов $3\vec{AB} - 2\vec{BC}$ и $\vec{CB} + \vec{BA}$.
7. В треугольнике ABC заданы координаты вершин $A(-1; -2; 4)$, $B(-4; -2; 0)$ и $C(3; -2; 1)$. Определите его внешний угол при вершине B .
8. Найдите координаты вектора \vec{p} , коллинеарного вектору $\vec{q} = \{3; -4; 0\}$, если известно, что вектор \vec{p} образует с осью Ox тупой угол и $|\vec{p}| = 10$.
9. Даны $A(1; 1; -1)$, $B(2; 4; -1)$ и $C(8; 3; -1)$ — координаты вершин треугольника ABC . Выясните, каким он является, прямоугольным, остроугольным или тупоугольным.
10. Проверьте, будет ли треугольник ABC с вершинами в точках $A(1; 2; 3)$, $B(7; 10; 3)$ и $C(-1; 3; 1)$ прямоугольным.
11. Найдите работу силы $\vec{f} = \{4; -1; 1\}$ на перемещении $\vec{s} = \{5; 3; -2\}$.
12. Вычислите координаты вектора \vec{c} , ортогонального векторам $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ и образующего тупой угол с осью Oy , если $|\vec{c}| = \sqrt{7}$.
13. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{p} = 2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{q} = 2\vec{b} + \vec{a}$, если $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 7\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$.
14. Найдите угол между векторами $\vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{a} - \vec{b}$, если $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.
15. Даны векторы $\vec{a} = m\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} + m\vec{j} - 7\vec{k}$. При каком значении m векторы \vec{a} и \vec{b} перпендикулярны?
16. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{p} = \vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 2\vec{a} + \vec{b}$, если $\vec{a} = 2\vec{i} - 5\vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{b} = 5\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$.

17. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\frac{\pi}{3}$. Найдите длину вектора $\vec{a} - 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$.
18. При каком значении t векторы $\vec{p} = \vec{a} + t\vec{b}$ и $\vec{q} = \vec{a} - t\vec{b}$ будут взаимно перпендикулярны, если $\vec{a} = 6\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{k}$.
19. Заданы точки $A(-2; 4; 0)$, $B(1; 3; -5)$, $C(0; -1; 1)$ и вектор $\vec{a} = 3\vec{i} + 10\vec{j} - 5\vec{k}$. Вычислите скалярное произведение векторов $2\vec{AB} - 3\vec{AC}$ и $\vec{a} + 2\vec{AC}$.
20. Найдите координаты вектора \vec{p} , если он коллинеарен вектору $\vec{a} = \{1; 2; 1\}$, составляет острый угол с осью Ox и $|\vec{a}| \neq 3$. $|\vec{p}| = 3$
21. Найдите координаты вектора \vec{p} , если он коллинеарен вектору $\vec{a} = \{-4; 3; 2\}$ и скалярное произведение его на вектор $\vec{b} = \{-2; -3; 3\}$ равно 3.
22. Вычислите проекцию вектора $\vec{p} = \{2; -1; 2\}$ на ось, образующую равные острые углы с координатными осями.
23. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол 150° , $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$. Вычислите $|\vec{a} + \vec{b}|$ и $|\vec{a} - \vec{b}|$.
24. Вычислите работу, которую совершает сила $\vec{f} = \{2; 1; 4\}$ по перемещению материальной точки $A(2; 1; -2)$ в положение $B(-1; -3; 6)$.
25. Вычислите проекцию вектора $\vec{a} = \{5; 2; 5\}$ на ось вектора $\vec{b} = \{2; -1; 2\}$.
26. Найдите скалярное произведение векторов $(3\vec{a} - 2\vec{b})$ и $(5\vec{a} - 6\vec{b})$, если $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 6$ и угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен $\frac{\pi}{3}$.
27. Вычислите проекцию вектора $\vec{a} = \{-3; 1; 3\}$ на направление вектора \vec{AB} , где $A(7; 3; -2)$, $B(8; 2; -2)$.
28. Заданы точки $A(-2; 4; 0)$, $B(1; 3; -5)$ и $C(0; -1; 1)$ и вектор $\vec{a} = 3\vec{i} + 10\vec{j} - 5\vec{k}$. Вычислите скалярное произведение векторов $(2\vec{AB} - 3\vec{CA})$ и $(\vec{a} + 2\vec{AC})$.
29. Найти работу силы \vec{f} на перемещении \vec{s} , если $|\vec{f}| = 2$, $|\vec{s}| = 5$, $\vec{f} \wedge \vec{s} = \frac{\pi}{6}$.
30. Вычислите площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$.

Задача 4.6

1. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол 30° , $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 1$. Найдите длину вектора \vec{p} , равного векторному произведению векторов $(7\vec{a} - 2\vec{b})$ и $(2\vec{a} + 3\vec{b})$.
2. Сила $\vec{f} = \{2; -4; 5\}$ приложена к точке $A(4; -2; 3)$. Определите момент этой силы относительно точки $B(3; 2; -1)$.
3. Вычислите площадь треугольника, построенного на векторах $3\vec{a} - \vec{b}$ и $2\vec{b} - \vec{a}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 150° .

4. Найдите вектор \vec{d} , зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{0; -1; 2\}$ и $\vec{b} = \{1; 3; 3\}$ и его скалярное произведение на вектор $\vec{p} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ равно 8.
5. Найдите длину высоты треугольника ABC , опущенной из вершины C на сторону AB , если $A(2; 3; 4)$, $B(4; 3; 2)$ и $C(1; 1; 1)$.
6. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 1; -1\}$, $\vec{b} = \{-2; 1; 4\}$. Вычислите векторное произведение векторов \vec{b} и $\vec{a} - 2\vec{i}$.
7. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $(\vec{a} + 3\vec{b})$ и $(3\vec{a} + \vec{b})$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° .
8. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{2; -1; 5\}$ и $\vec{b} = \{2; 3; 6\}$ как на сторонах.
9. Найдите вектор \vec{c} , зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{1; -2; 3\}$ и скалярное произведение его на вектор $\vec{p} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ равно -6 .
10. Найдите площадь параллелограмма, построенного на векторах $(\vec{a} + 3\vec{b})$ и $(3\vec{a} + \vec{b})$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° .
11. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \{2; -1; 5\}$ и $\vec{b} = \{2; 3; 6\}$ как на сторонах.
12. Найдите орт \vec{e} , перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{1; -1; 0\}$ и $\vec{b} = \{2; 1; -1\}$.
13. Вычислите векторное произведение векторов $(4\vec{b} - \vec{a})$ и $(2\vec{b} + 3\vec{a})$, если $\vec{a} = -\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}$.
14. Найдите единичный вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{3; -1; -1\}$ и $\vec{b} = \{0; 2; 1\}$.
15. Найдите единичный вектор, перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{3; -1; -1\}$ и $\vec{b} = 2\vec{j} + \vec{k}$.
16. Заданы точки $A(0; 2; 0)$, $B(3; 0; -4)$, $C(2; 1; 1)$ и $D(-1; -1; -1)$. Вычислите векторное произведение векторов $(\vec{AB} - 3\vec{BC})$ и $(\vec{CD} + \vec{AC})$.
17. Найдите вектор \vec{d} , зная, что он перпендикулярен векторам $\vec{a} = \{2; -3; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; -2; 3\}$ и что его скалярное произведение на вектор $\vec{p} = \vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$ равно 10.
18. Заданы точки $A(1; 0; -3)$, $B(-2; 1; -1)$, $C(2; -1; 0)$ и $D(3; -3; 3)$. Найдите векторное произведение векторов $(\vec{AB} + 3\vec{BC})$ и $(\vec{DC} - \vec{AC})$.
19. Найдите орт \vec{e} , перпендикулярный векторам $\vec{a} = \{2; 0; -3\}$ и $\vec{b} = \{3; -1; -1\}$.
20. Раскройте скобки и упростите выражение $(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{c} - \vec{a}) + (\vec{b} + \vec{c}) \times (\vec{a} + \vec{b})$.
21. Раскройте скобки и упростите выражение $(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \times \vec{c} + (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \times \vec{b} + (\vec{b} - \vec{c}) \times \vec{a}$.

22. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q}$, $|\vec{p}| = 7$ и $|\vec{q}| = 2$, а угол между векторами \vec{p} и \vec{q} равен 30° .
23. Раскройте скобки и упростите выражение $\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k}) - \vec{j} \times (\vec{i} + \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$.
24. Раскройте скобки и упростите выражение $2\vec{i} \times (\vec{j} \times \vec{k}) + 3\vec{j} \times (\vec{i} \times \vec{k}) + 4\vec{k} \times (\vec{i} \times \vec{j})$.
25. Вычислите площадь треугольника, построенного на векторах $2\vec{a} + 3\vec{b}$ и $\vec{a} - 2\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 5$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 60° .
26. При каких значениях α и β векторы $2\vec{i} - \alpha\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\beta\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ коллинеарны?
27. Вычислите площадь треугольника, построенного на векторах $2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{a} + \vec{b}$, если $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$.
28. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} - 3\vec{b}$ и $4\vec{a} + \vec{b}$, если $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° .
29. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} + \vec{b}$ и $2\vec{a} - 3\vec{b}$, если $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$.
30. Найдите вектор \vec{c} , если известно, что он ортогонален векторам $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ и что скалярное произведение его на вектор $\vec{p} = -3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ равно 3.

Задача 4.7

1. Лежат ли точки $A(5; 7; -2)$, $B(3; 1; -1)$, $C(9; 4; -4)$ и $D(1; 5; 0)$ в одной плоскости?
2. При каком значении k точки $A(1; 0; 3)$, $B(-1; 3; 4)$, $C(1; 2; 1)$ и $D(k; 2; 5)$ лежат в одной плоскости?
3. Вычислите объем треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$, $D(3; 7; 2)$.
4. Вычислите объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q} + \vec{r}$, $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q} - 3\vec{r}$, $\vec{c} = \vec{p} + 2\vec{q} + \vec{r}$, где \vec{p} , \vec{q} и \vec{r} — взаимно перпендикулярные орты.
5. Вычислите объем треугольной пирамиды с вершинами в точках $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$ и $D(3; 7; 2)$.
6. Найдите объем параллелепипеда с вершинами в точках $A(2; 2; 2)$, $B(4; 3; 3)$, $C(4; 5; 4)$ и $D(5; 5; 6)$.
7. При каком значении m векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + m\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + \vec{i} + (m+1)\vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + m\vec{k}$ компланарны?
8. Лежат ли точки $A(1; -2; 2)$, $B(1; 4; 0)$, $C(-4; 1; 1)$ и $D(-5; -5; 3)$ в одной плоскости?
9. Заданы точки $A(1; 2; -2)$, $B(3; 2; -1)$, $C(0; 1; -2)$ и $D(3; 2; 3)$. Найдите объем тетраэдра $ABCD$.

10. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах \vec{AB} , \vec{AC} и \vec{AD} , если $A(5; 2; 0)$, $B(2; 5; 0)$, $C(1; 2; 4)$ и $D(-1; 1; 1)$.
11. Будут ли компланарны векторы $\vec{a} = \{1; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; -2\}$, $\vec{c} = \{0; -5; -6\}$?
12. Проверьте, лежат ли точки $A(2; 3; 1)$, $B(4; 1; -2)$, $C(6; 3; 7)$ и $D(7; 5; -3)$ в одной плоскости.
13. Проверьте, лежат ли в одной плоскости точки с координатами $A(1; 1; 1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(3; 2; 1)$ и $D(5; 9; 8)$.
14. Найдите объем тетраэдра, построенного на векторах $\vec{a} = \{1; 2; 2\}$, $\vec{b} = \{2; 1; 2\}$, $\vec{c} = \{4; 8; 9\}$.
15. Найдите объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \{6; 3; 4\}$, $\vec{b} = \{-1; -2; -1\}$, $\vec{c} = \{2; 1; 2\}$.
16. Найдите объем тетраэдра, построенного на векторах $\vec{a} = \{-1; -2; -1\}$, $\vec{b} = \{4; 3; 6\}$ и $\vec{c} = \{2; 1; 2\}$.
17. Какую тройку (левую или правую) образуют векторы \vec{AB} , \vec{AC} и \vec{AD} , если $A(1; 1; -1)$, $B(2; 3; 1)$, $C(3; 2; 1)$ и $D(5; 9; 8)$?
18. Вычислите объем тетраэдра с вершинами в точках $A(1; 3; 6)$, $B(2; 2; 1)$, $C(-1; 0; 1)$, $D(-4; 6; -3)$.
19. Проверьте, лежат ли точки $A(5; 2; 0)$, $B(2; 5; 0)$, $C(1; 2; 4)$ и $D(-1; 1; 1)$ в одной плоскости.
20. Компланарны ли векторы $\vec{a} = \{3; 7; 2\}$, $\vec{b} = \{-2; 0; -1\}$, $\vec{c} = \{2; 2; 1\}$?
21. Проверьте, лежат ли точки $A(5; 2; 0)$, $B(2; 5; 0)$, $C(1; 2; 4)$ и $D(-1; 1; 1)$ в одной плоскости.
22. Вычислите объем тетраэдра с вершинами в точках $A(2; -1; -2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(5; 0; -6)$ и $D(-10; 9; -7)$.
23. Проверьте, лежат ли точки $A(-1; 2; 1)$, $B(0; 1; 5)$, $C(1; 2; -1)$ и $D(2; 1; 3)$ в одной плоскости.
24. Заданы точки $A(1; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$ и $D(3; 4; 2)$. Найдите объем тетраэдра $ABCD$.
25. Заданы точки $A(1; 4; 0)$, $B(-4; 1; 1)$, $C(1; -2; -21)$ и $D(-5; -5; 3)$. Проверьте, лежат ли они в одной плоскости.
26. Заданы точки $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$ и $D(3; 7; 2)$. Найдите объем тетраэдра $ABCD$.
27. Вычислите объем параллелепипеда, построенного на векторах \vec{AB} , \vec{AC} и \vec{AD} , если $A(1; 2; -2)$, $B(-1; 4; 0)$, $C(4; 1; 1)$ и $D(5; 5; -3)$.
28. Проверьте, лежат ли точки $A(-1; 2; -2)$, $B(-1; -4; 0)$, $C(4; -1; -1)$ и $D(2; 5; -3)$ в одной плоскости.
29. Вычислите объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = \{6; 3; 4\}$, $\vec{b} = \{-1; -2; -1\}$ и $\vec{c} = \{2; 1; 2\}$.
30. При каком значении m векторы $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + m\vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{j} + m\vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{c} = 2\vec{i} + m^2\vec{j} + 4\vec{k}$ компланарны?

Задача 6.1. Найдите косинус угла между плоскостями α_1 и α_2 .

1. $\alpha_1: -x + 2y - z + 1 = 0; \alpha_2: y + 3z - 1 = 0.$
2. $\alpha_1: x + y - 2z + 4 = 0; \alpha_2: 2x - y + z - 3 = 0.$
3. $\alpha_1: -x + 2y - z + 1 = 0; \alpha_2: y + 3z - 1 = 0.$
4. $\alpha_1: 2x + y - 2z + 3 = 0; \alpha_2: x + y + 6 = 0.$
5. $\alpha_1: -3x + 4y - 7 = 0; \alpha_2: x + z - 5 = 0.$
6. $\alpha_1: 3x - 2y - 4z + 5 = 0; \alpha_2: 2y - z - 3 = 0.$
7. $\alpha_1: x + 2y - 5z + 2 = 0; \alpha_2: 2x + 4y + 2z - 1 = 0.$
8. $\alpha_1: 3x + 4y - 7 = 0; \alpha_2: 2x + y + 2z - 1 = 0.$
9. $\alpha_1: x + 2y - z + 1 = 0; \alpha_2: -2x - 4y + 2z - 7 = 0.$
10. $\alpha_1: x + 2y + 3z + 2 = 0; \alpha_2: 2x - y - 9 = 0.$
11. $\alpha_1: 2x - y + 2z - 7 = 0; \alpha_2: 3x + 4y - z - 1 = 0.$
12. $\alpha_1: x + 2y + 3z = 0; \alpha_2: 2x - 4y + 2z - 5 = 0.$
13. $\alpha_1: x - 2y - z - 2 = 0; \alpha_2: 2x - y + 2z - 4 = 0.$
14. $\alpha_1: x - 2y - 2z + 3 = 0; \alpha_2: 4x - 7z - 5 = 0.$
15. $\alpha_1: x - 2y + z - 2 = 0; \alpha_2: x - y - z + 3 = 0.$
16. $\alpha_1: x - 2y + 2z - 8 = 0; \alpha_2: x + z - 6 = 0.$
17. $\alpha_1: x + 2y - 5z - 3 = 0; \alpha_2: 2x + 4y + 2z = 0.$
18. $\alpha_1: x - 2y - 4z - 2 = 0; \alpha_2: 2y - z - 3 = 0.$
19. $\alpha_1: 2x + y + 4z - 1 = 0; \alpha_2: x + y - 2 = 0.$
20. $\alpha_1: 3x + 2y - z = 0; \alpha_2: -x - 4y - 3z - 4 = 0.$
21. $\alpha_1: 2x + y + 2z - 5 = 0; \alpha_2: -2x + 4y - z + 1 = 0.$
22. $\alpha_1: -2x + 4y + 3 = 0; \alpha_2: -x + 2z - 5 = 0.$
23. $\alpha_1: 2x - y - 3z + 3 = 0; \alpha_2: -x + y - 7 = 0.$
24. $\alpha_1: x + 2y - 2z + 4 = 0; \alpha_2: 2x - y - z + 6 = 0.$
25. $\alpha_1: -3x + y - z + 2 = 0; \alpha_2: -y - 4z - 1 = 0.$
26. $\alpha_1: x - y - 4z - 2 = 0; \alpha_2: -x - y + 3z + 2 = 0.$
27. $\alpha_1: -x + 2y + 3z - 3 = 0; \alpha_2: x - 4y + 2z + 3 = 0.$
28. $\alpha_1: x + y - 5z + 1 = 0; \alpha_2: 2x + 4y - 3z + 1 = 0.$
29. $\alpha_1: x - 5z - 3 = 0; \alpha_2: 3x - 5y - 2z - 2 = 0.$
30. $\alpha_1: x - 2y - 5z - 4 = 0; \alpha_2: 2x - 3y - 2z + 6 = 0.$

Задача 6.2. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку P и параллельной плоскости α .

1. $P(2; 1; 1), \alpha: 3x + y - 2z - 1 = 0.$
2. $P(2; 1; 3), \alpha: x - 4y + 3z - 3 = 0.$
3. $P(1; 3; 2), \alpha: x + y - z - 3 = 0.$
4. $P(1; 0; -1), \alpha: 2x + y - 5z - 1 = 0.$

5. $P(3; -1; 1), \alpha: 3x + y - 2z + 1 = 0.$
7. $P(2; 1; 0), \alpha: x + y - 2z = 0.$
9. $P(-3; 4; 1), \alpha: 2x - y - z - 1 = 0.$
11. $P(2; 1; 2), \alpha: x + y - 2z = 0.$
13. $P(1; 1; 1), \alpha: x + y + 2z - 3 = 0.$
15. $P(0; 2; 1), \alpha: x + y - 2z - 5 = 0.$
17. $P(1; -2; 1), \alpha: x - 3y - z + 7 = 0.$
19. $P(3; 2; 1), \alpha: 2x - y - z + 2 = 0.$
21. $P(0; 1; 1), \alpha: 4x - y - z - 6 = 0.$
23. $P(3; 0; 2), \alpha: x + 3y - z + 2 = 0.$
25. $P(2; -2; 1), \alpha: -x - y + 5z = 0.$
27. $P(5; -2; 1), \alpha: x + y + 4z + 1 = 0.$
29. $P(3; -4; 1), \alpha: 2x + y - z + 3 = 0.$
6. $P(0; 5; 7), \alpha: 3x + y - 2z - 1 = 0.$
8. $P(3; 2; 1), \alpha: x + y - z - 1 = 0.$
10. $P(-1; 1; 1), \alpha: 5y - 4z + 2 = 0.$
12. $P(3; -4; 1), \alpha: x + y - z - 1 = 0.$
14. $P(-6; 1; 1), \alpha: x + 3y - 6 = 0.$
16. $P(5; 2; -1), \alpha: 3x - y + z - 4 = 0.$
18. $P(3; 2; 1), \alpha: x + y - z - 1 = 0.$
20. $P(1; -3; 1), \alpha: x + 2y - z + 4 = 0.$
22. $P(0; 2; 2), \alpha: x - 5y + z + 1 = 0.$
24. $P(3; 2; -1), \alpha: -x - y + z + 7 = 0.$
26. $P(2; 3; 0), \alpha: x - y + 7z + 4 = 0.$
28. $P(3; 4; 1), \alpha: x - 5y + z + 1 = 0.$
30. $P(0; 1; -1), \alpha: 4x - y - z - 7 = 0.$

27. $P(5; -2; 1), \alpha: x + y + 4z + 1 = 0.$

29. $P(3; -4; 1), \alpha: 2x + y - z + 3 = 0.$

Задача 6.3. Найдите расстояние от точки M до плоскости α .

1. $M(1; 0; -3), \alpha: 2x - y - z = 1.$
3. $M(1; -3; 1), \alpha: 2x + y - z = 2.$
5. $M(2; 1; -4), \alpha: 5x + y - 7z = 2.$
7. $M(1; 2; -4), \alpha: 2x + y + z = 5.$
9. $M(-3; 1; -2), \alpha: -3x - y + 2z = 1.$
11. $M(2; -2; 1), \alpha: x + y - z = 3.$
13. $M(-2; 1; 3), \alpha: 4x + y - z = 1.$
15. $M(2; -1; -1), \alpha: 2x + y - z = 5.$
17. $M(4; 0; 1), \alpha: 2x + y - 2z = 3.$
19. $M(0; -3; 4), \alpha: x + y - z = 4.$
21. $M(5; 1; -2), \alpha: 3x - 4y - 5z = 2.$
23. $M(3; 1; -3), \alpha: 3x - 3y - 3z = 7.$
25. $M(3; 1; -4), \alpha: 2x - 4y + 5z = 3.$
27. $M(6; 1; -1), \alpha: x - y - 5z = 3.$
29. $M(-1; 4; -1), \alpha: 2x - 2y + z = 5.$
2. $M(1; 2; -1), \alpha: 2x + 3y - 6z = 2.$
4. $M(3; -1; 0), \alpha: x + 2y - z = 4.$
6. $M(0; -2; 1), \alpha: 2x - y + 2z = 1.$
8. $M(4; 2; -1), \alpha: 2x - y - z = 1.$
10. $M(1; -1; 2), \alpha: 4x + 4y - 2z = 3.$
12. $M(1; -1; -1), \alpha: 6x + 2y - 3z = 2.$
14. $M(1; 1; 1), \alpha: 2x + 2y + z = 4.$
16. $M(2; 3; -3), \alpha: 3x - 2y + 6z = 3.$
18. $M(1; 3; -4), \alpha: 3x - 5y + 4z = 0.$
20. $M(0; 3; 6), \alpha: 2x - 3y - 6z = 2.$
22. $M(4; 0; -4), \alpha: 2x - 2y + 2z = 1.$
24. $M(3; 0; 2), \alpha: x - 2y - 2z = 4.$
26. $M(1; 5; -1), \alpha: x - 2y - 2z = 2.$
28. $M(3; 2; -1), \alpha: x + y + z = 7.$
30. $M(1; 0; 3), \alpha: 4x - 2y - 6z = 5.$

Задача 6.4

1. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через ось Ox и точку $M(0; -2; 3)$.
2. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(1; 7; -5)$ и отсекает от осей координат положительные и равные отрезки.
3. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точки $M(1; 2; 0)$ и $N(2; 1; 1)$ параллельно вектору $\vec{a} = (3; 0; 1)$.
4. Даны $A(2; 0; 0), B(5; 3; 0), C(0; 1; 1), D(-2; -4; 1)$ — вершины тетраэдра $ABCD$. Найдите двугранный угол между гранями ABC и ABD .

5. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(2; -3; 1)$ параллельно векторам $\vec{a} = \{-3; 2; -1\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 3\}$.
6. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точки $A(2; 3; -1)$ и $B(1; 5; 3)$ перпендикулярно плоскости $3x - y + 3z + 15 = 0$.
7. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -3; 5)$ перпендикулярно линии пересечения плоскостей $2x + y - 2z + 1 = 0$ и $x + y + z - 5 = 0$.
8. Напишите уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(1; 2; 0)$, $M_2(2; 1; 1)$, $M_3(3; 0; 1)$.
9. Плоскость проходит через ось Oz и составляет с плоскостью $2x + y - \sqrt{5}z = 0$ угол $\frac{\pi}{3}$. Найдите ее уравнение.
10. Напишите уравнение плоскости, параллельной оси Oy и проходящей через точки $A(-1; 2; 1)$ и $B(3; 0; 2)$.
11. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через ось Oy и точку $M(2; -1; 3)$.
12. Из точки $P(2; -1; 3)$ опущен на плоскость перпендикуляр, его основание — точка $M(1; 2; 4)$. Найдите уравнение плоскости.
13. Напишите уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 5y - z + 2 = 0$ и точку $M(1; 1; 1)$.
14. Составьте уравнение плоскости, проходящей через начало координат и перпендикулярной к двум плоскостям, $2x - y + 5z + 3 = 0$ и $x + 3y - z - 7 = 0$.
15. Через точку $M(-5; 16; 12)$ проведены две плоскости: одна из них содержит ось Ox , другая — ось Oy . Вычислите угол между этими двумя плоскостями.
16. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через линию пересечения плоскостей $4x - y + 3z - 6 = 0$ и $x + 5y - z + 10 = 0$ и перпендикулярна к плоскости $2x - y + 5z - 5 = 0$.
17. Найдите угол между плоскостью, которая проходит через точки $O(0; 0; 0)$, $A(a; -a; 0)$ и $B(a; a; a)$, и плоскостью xOy .
18. Напишите уравнение плоскости, параллельной оси Oz и проходящей через точки $A(2; 2; 0)$ и $B(4; 0; 0)$.
19. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1; -1; 2)$ и перпендикулярной к плоскостям $x - 2y + z - 4 = 0$ и $x + 2y - 2z + 4 = 0$.
20. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через ось Oz и точку $M(2; -4; 3)$.
21. Напишите уравнение плоскости, параллельной оси Ox и проходящей через точки $A(0; 1; 3)$ и $B(2; 4; 5)$.
22. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-1; -2; 0)$ и $B(1; 1; 2)$ и перпендикулярной к плоскости $x + 2y + 2z - 4 = 0$.
23. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1; -1; 2)$, $M_2(2; 1; 2)$ и $M_3(1; 1; 4)$.

24. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; 1; 1)$:
- 1) перпендикулярно плоскости $2x + 4y + z - 5 = 0$;
 - 2) параллельно этой же плоскости.
25. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 1)$ перпендикулярно плоскостям $2x - y + 3z - 1 = 0$ и $x + 2y + z = 0$.
26. Вычислите расстояние между параллельными плоскостями, заданными уравнениями $-4x - 3y - 5z + 2 = 0$ и $4x + 3y + 5z - 5 = 0$.
27. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(-3; 1; 0)$ и перпендикулярна плоскостям $2x - y - z = 0$ и $x + 3y - 2z - 1 = 0$.
28. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точки $M(0; 0; 2)$, $N(0; 1; 0)$ и $P(2; 1; 2)$.
29. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точки $P(0; 1; 0)$ и $Q(-1; 3; 2)$ и отсекает на оси абсцисс отрезок длиной вдвое больше, чем на оси ординат.
30. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(1; -3; 2)$ и перпендикулярна линии пересечения плоскостей, $2x + y - 2z + 1 = 0$ и $x + y + z - 5 = 0$.

Прямая в пространстве

Задача 6.5. Прямая задана общим уравнением. Напишите ее канонические и параметрические уравнения.

1.
$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0; \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$
2.
$$\begin{cases} x + y + z - 4 = 0; \\ 2x - y - 3z + 1 = 0. \end{cases}$$
3.
$$\begin{cases} x - y + z - 3 = 0; \\ x + 2y - 2z - 4 = 0. \end{cases}$$
4.
$$\begin{cases} 3x - y + z - 4 = 0; \\ -2x + 2y - 5z = 0. \end{cases}$$
5.
$$\begin{cases} 3x - y + 4z - 6 = 0; \\ x + y - 5z - 4 = 0. \end{cases}$$
6.
$$\begin{cases} -x - 2y + 2z - 2 = 0; \\ x + 5y + 3z - 1 = 0. \end{cases}$$
7.
$$\begin{cases} 2x - y + z - 2 = 0; \\ x - 2y + 3z - 2 = 0. \end{cases}$$
8.
$$\begin{cases} 4x - 2y + 3z + 4 = 0; \\ x + 2y - 5z + 6 = 0. \end{cases}$$
9.
$$\begin{cases} x - 4y + z + 4 = 0; \\ 2x + 3y + 4z + 7 = 0. \end{cases}$$
10.
$$\begin{cases} 5x - 3y + z - 1 = 0; \\ x + 3y - 2z - 5 = 0. \end{cases}$$
11.
$$\begin{cases} x - 4y + 3z - 4 = 0; \\ 2x + 4y - 5z + 1 = 0. \end{cases}$$
12.
$$\begin{cases} -x - y + 3z - 5 = 0; \\ 3x + 2y - 5z + 3 = 0. \end{cases}$$
13.
$$\begin{cases} 4x + y + z - 10 = 0; \\ x + 3y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$$
14.
$$\begin{cases} x - y + z - 1 = 0; \\ 2x + 4y - z + 10 = 0. \end{cases}$$
15.
$$\begin{cases} 6x - 3y + z - 3 = 0; \\ x + y + 5z - 5 = 0. \end{cases}$$
16.
$$\begin{cases} 2x + y + 2z + 4 = 0; \\ -x - 3y - z + 3 = 0. \end{cases}$$
17.
$$\begin{cases} -2x - y + z - 1 = 0; \\ x + 4y + z + 3 = 0. \end{cases}$$
18.
$$\begin{cases} x - y - z - 2 = 0; \\ x - 2y + z + 4 = 0. \end{cases}$$

19. $\begin{cases} x + 4y - z + 1 = 0; \\ 2x + y + 4z - 3 = 0. \end{cases}$
20. $\begin{cases} 5x + 3y + z - 18 = 0; \\ 2y + z - 9 = 0. \end{cases}$
21. $\begin{cases} 3x - y - 5 = 0; \\ 2x + y - 3 = 0. \end{cases}$
22. $\begin{cases} x + y - 35 = 0; \\ x + 2y - 2z - 7 = 0. \end{cases}$
23. $\begin{cases} 2x + 2y + z - 1 = 0; \\ x + z - 1 = 0. \end{cases}$
24. $\begin{cases} 2x + 2y + z + 9 = 0; \\ x - y + 3z - 1 = 0. \end{cases}$
25. $\begin{cases} x - 3y - 2z - 8 = 0; \\ x + y - z + 3 = 0. \end{cases}$
26. $\begin{cases} 6x + 3y - 2z = 0; \\ x + 2y + 6z - 12 = 0. \end{cases}$
27. $\begin{cases} 3x + 2y - 3z - 1 = 0; \\ x + y + z - 7 = 0. \end{cases}$
28. $\begin{cases} 3x - 2y + 2z - 2 = 0; \\ 5x + 2y - 2z + 4 = 0. \end{cases}$
29. $\begin{cases} 5x - y + z - 1 = 0; \\ 5x + 2y - z + 5 = 0. \end{cases}$
30. $\begin{cases} 3x + 2y - z + 5 = 0; \\ x + y + 5z - 1 = 0. \end{cases}$

Задача 6.6. Напишите канонические уравнения прямой, проходящей через точки A и B . Выясните, лежит ли точка P на этой прямой.

- $A(1; 2; 2), B(0; 4; -4), P(3; 1; 2).$
- $A(-2; 3; 1), B(1; 6; -1), P(2; 2; 2).$
- $A(1; 3; -2), B(5; -1; 2), P(2; 1; 0).$
- $A(-1; 2; 7), B(1; 3; -7), P(3; 4; -7).$
- $A(5; -1; 2), B(3; 2; 5), P(7; -4; -1).$
- $A(4; 1; 0), B(1; 2; 2), P(4; 1; 4).$
- $A(1; -2; 1), B(3; 1; -1), P(5; 4; -3).$
- $A(-3; 3; 4), B(3; 1; 1), P(2; 2; -2).$
- $A(3; -1; 0), B(1; 0; -3), P(5; -2; 3).$
- $A(5; 0; 2), B(1; 3; -2), P(-3; 5; -6).$
- $A(2; -5; 1), B(4; 3; -1), P(0; 2; 5).$
- $A(2; -4; 1), B(-1; -3; 2), P(-4; -2; 3).$
- $A(3; -2; -1), B(4; -4; -3), P(5; -6; -5).$
- $A(-3; 4; -1), B(1; 3; -2), P(4; 7; 2).$
- $A(-2; 2; -2), B(-1; 5; 1), P(0; 8; 4).$
- $A(-5; 1; -2), B(-4; 2; -1), P(3; 9; 6).$
- $A(3; 1; -4), B(1; -5; 2), P(2; -2; 5).$
- $A(3; -4; -1), B(4; -3; 0), P(4; -7; -4).$
- $A(0; 2; -4), B(-1; 3; -2), P(2; 0; -6).$
- $A(3; 4; 1), B(4; 3; 7), P(2; -6; -1).$
- $A(1; 1; 1), B(-2; 4; -2), P(0; 1; 0).$
- $A(1; 2; -3), B(4; 5; 0), P(2; 3; -2).$
- $A(2; 3; 1), B(2; 5; 2), P(2; 7; 3).$
- $A(-1; -2; 5), B(1; 0; 7), P(2; 1; 8).$
- $A(1; -5; -4), B(4; 6; -1), P(3; 0; 1).$

26. $A(3; -5; 2), B(6; -2; 5), P(2; -6; 1)$.
 27. $A(2; -2; -3), B(4; 1; -3), P(7; 1; -2)$.
 28. $A(-3; 1; 1), B(0; -2; 4), P(3; -5; 7)$.
 29. $A(3; 1; -1), B(-2; 3; 4), P(1; 6; 2)$.
 30. $A(-2; 1; -1), B(1; 2; 6), P(1; -4; 1)$.

Задача 6.7

- Составьте канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $M(1; -2; 3)$ перпендикулярно вектору $\vec{a} = \{9; -3; -1\}$ и пересекает прямую $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$.
- Составьте канонические уравнения прямой, лежащей в плоскости yOz , проходящей через начало координат и перпендикулярной прямой $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$.
- Составьте канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $M(3; -2; 0)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$ и расположена в плоскости xOy .
- При каком значении λ прямые $\frac{x+2}{\lambda} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$ и $\begin{cases} x+y-z=0; \\ x-y-5z-8=0 \end{cases}$ параллельны?
- При каком значении D прямая $\begin{cases} 2x-y+3z+D=0; \\ x+3y-z=0 \end{cases}$ проходит через начало координат?
- Напишите канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $M(2; 1; 3)$ и параллельна прямой $x=3+t, y=3t, z=2-t$.
- Даны вершины треугольника $A(1; 0; -1), B(2; 1; 3), C(0; -1; 1)$. Составьте параметрические уравнения высоты, опущенной из вершины B на сторону AC .
- При каком значении λ прямые $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{\lambda} = \frac{z}{3}$ и $\begin{cases} 3x+y-5z+1=0; \\ 2x+3y-8z+3=0 \end{cases}$ перпендикулярны?
- Напишите параметрические уравнения прямой, которая проходит через точку $M(2; -1; 3)$ и параллельна прямой $\begin{cases} x-y+2z-1=0; \\ 3x+2y-z+2=0. \end{cases}$

10. Напишите канонические уравнения перпендикуляра, опущенного из начала координат на прямую $\frac{x-5}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-2}$.
11. Напишите параметрические уравнения прямой, которая проходит через точку $A(0; -2; 1)$ и пересекает две данные прямые, $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-1}$ и $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$.
12. Пересекаются или нет прямые $\begin{cases} 4x + z - 1 = 0; \\ x - 2y + 3 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x + y - z + 4 = 0; \\ y + 2z - 8 = 0? \end{cases}$
13. Проверьте, пересекаются ли прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-5}{4}$ и $\frac{x-6}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$.
14. Даны вершины треугольника $A(1; 0; 2)$, $B(-2; 3; -1)$, $C(3; -2; 4)$. Составьте канонические уравнения медианы, проведенной из вершины B на сторону AC .
15. Составьте канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $A(1; -5; 3)$ и образует с осями координат Ox , Oy и Oz углы 60° , 45° и 120° соответственно.
16. Напишите параметрические уравнения перпендикуляра, опущенного из точки $A(-1; 0; 3)$ на прямую $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$.
17. Даны точки пересечения прямой с двумя координатными плоскостями $(x_1; y_1; 0)$ и $(x_2; 0; z_2)$. Вычислите координаты точки пересечения этой же прямой с третьей координатной плоскостью.
18. Укажите особенность в расположении прямой $\begin{cases} 3y + 2 = 0; \\ x - 3y + 2z + 1 = 0. \end{cases}$
19. При каких значениях коэффициентов B и D прямая $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0; \\ 3x + By + z + D = 0 \end{cases}$ лежит в плоскости xOy ?
20. Какому условию должны удовлетворять коэффициенты в уравнении прямой $\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0; \\ A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \end{cases}$ чтобы она пересекала ось Oy ?
21. Укажите особенность в расположении прямой $\begin{cases} 2x - 3 = 0; \\ 4y + 5 = 0. \end{cases}$
22. Напишите параметрические уравнения перпендикуляра, опущенного из точки $M(-1; 2; 3)$ на ось Oz .
23. Напишите канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-1; 3; 2)$ параллельно оси Oz .

24. Найдите угол между прямыми $\begin{cases} x - y + z - 4 = 0; \\ 2x + y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x + y + z - 4 = 0; \\ 2x + 3y - z - 6 = 0. \end{cases}$
25. Составьте канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $M(1; 2; -3)$ параллельно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{1}$.
26. Напишите параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-4; 3; 0)$ параллельно прямой $\begin{cases} x - 2y + z = 4; \\ 2x + y - z = 0. \end{cases}$
27. Составьте параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 3; -1)$ параллельно вектору $\vec{a} = \{5; -3; 2\}$.
28. Напишите канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; -1; 0)$ и перпендикулярной к плоскости $2x - 4y + z = 3$.
29. Найдите угол между прямыми $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ и $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+5}{\sqrt{2}}$.
30. Выясните, будут ли пересекаться прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ и $\begin{cases} x - 2y - 3z - 4 = 0; \\ x - y - 5z - 2 = 0. \end{cases}$

Прямая и плоскость в пространстве

Задача 6.8. Напишите канонические уравнения прямой, проходящей через точку A и перпендикулярной плоскости α .

1. $A(1; 2; 3)$, $\alpha: 3x - 2y - z - 3 = 0$.
2. $A(2; 2; 2)$, $\alpha: x - y - 3z - 4 = 0$.
3. $A(-1; -2; 6)$, $\alpha: x + y - 3z - 2 = 0$.
4. $A(3; 0; 3)$, $\alpha: 2x + 3y - 4z = 0$.
5. $A(-3; 5; -4)$, $\alpha: 4x - y + 5z - 1 = 0$.
6. $A(0; -1; -2)$, $\alpha: 2x + y + z - 7 = 0$.
7. $A(-3; 4; 2)$, $\alpha: 4x + 2y - z + 1 = 0$.
8. $A(1; 2; 3)$, $\alpha: 3x - 2y - z - 3 = 0$.
9. $A(1; 2; 7)$, $\alpha: -x + y - 4z + 5 = 0$.
10. $A(1; -2; -3)$, $\alpha: -4x - y + 5z + 3 = 0$.
11. $A(-2; -3; 4)$, $\alpha: 2x + 6y - 2z + 3 = 0$.
12. $A(4; -2; 1)$, $\alpha: 6x - 3y + 2z - 2 = 0$.
13. $A(0; 1; 1)$, $\alpha: x + y - z + 4 = 0$.
14. $A(0; -2; -5)$, $\alpha: x + 3y - 2z - 1 = 0$.
15. $A(1; 4; -1)$, $\alpha: 7x + y - 3z + 2 = 0$.
16. $A(-1; 0; -1)$, $\alpha: 2x + 2y - 2z + 7 = 0$.
17. $A(-1; -5; 1)$, $\alpha: 2x - y - 4z + 5 = 0$.
18. $A(6; 1; -6)$, $\alpha: -x - 3y + 3z + 5 = 0$.
19. $A(2; 1; 4)$, $\alpha: 4x + 2y - 3z + 4 = 0$.
20. $A(3; -3; 1)$, $\alpha: 3x + 2y - z + 4 = 0$.
21. $A(1; -1; -1)$, $\alpha: 3x - 3y + 5z - 4 = 0$.
22. $A(1; 1; -5)$, $\alpha: x - 2y + 3z - 2 = 0$.
23. $A(1; -4; -3)$, $\alpha: 6x - z - 12 = 0$.
24. $A(-1; -3; 0)$, $\alpha: 4x + 3y + z - 4 = 0$.
25. $A(4; -4; 2)$, $\alpha: -2x + y + 1 = 0$.
26. $A(0; -3; -1)$, $\alpha: 6x - y - 6z = 0$.
27. $A(-2; -3; 4)$, $\alpha: 7x - y - z - 7 = 0$.
28. $A(-2; 6; 2)$, $\alpha: x + 4y - 5z - 1 = 0$.
29. $A(-1; 2; -6)$, $\alpha: x + 5y + z - 2 = 0$.
30. $A(3; -2; -1)$, $\alpha: x + 2y - 3z + 1 = 0$.

Задача 6.9. Найдите точку пересечения прямой l и плоскости α .

1. $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{3}$, $\alpha: x+3y+5z-42=0$.
2. $l: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{5} = \frac{z-4}{2}$, $\alpha: 7x+y+4z-47=0$.
3. $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{3}$, $\alpha: x-2y+z-9=0$.
4. $l: \frac{x}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{2}$, $\alpha: 3x+y-z+13=0$.
5. $l: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+1}{0}$, $\alpha: 2x-2y+3z+21=0$.
6. $l: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{-3}$, $\alpha: 3x-y-z-3=0$.
7. $l: \frac{x-3}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-4}$, $\alpha: x+y+z-10=0$.
8. $l: \frac{x+1}{-4} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{5}$, $\alpha: 2x+3y-2z-11=0$.
9. $l: \frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-6}{-3}$, $\alpha: 7x+2y+2z+2=0$.
10. $l: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4}$, $\alpha: 5x+3y+4z+23=0$.
11. $l: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z+3}{2}$, $\alpha: 2x-y+4z=0$.
12. $l: \frac{x}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{-3}$, $\alpha: 17x-4y-z+6=0$.
13. $l: \frac{x-7}{5} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+4}{3}$, $\alpha: 3x-9y+z+1=0$.
14. $l: \frac{x-4}{4} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z-5}{4}$, $\alpha: 2x+2y-z+7=0$.
15. $l: \frac{x-5}{0} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{3}$, $\alpha: 2x+y+3z-20=0$.
16. $l: \frac{x-3}{4} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{-3}$, $\alpha: x+y+z-7=0$.
17. $l: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-6}{-2}$, $\alpha: x+y+13z-26=0$.
18. $l: \frac{x+3}{7} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{2}$, $\alpha: 2x+11y-2z+1=0$.
19. $l: \frac{x+5}{4} = \frac{y-5}{-3} = \frac{z+1}{2}$, $\alpha: 2x+3y+2z+9=0$.
20. $l: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-3}{7}$, $\alpha: 2x+2y+z-26=0$.

21. $l: \frac{x-4}{-2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-6}{-3}$, $\alpha: 5x + 3y + 2z - 28 = 0$.
22. $l: \frac{x}{-4} = \frac{y}{-3} = \frac{z-7}{3}$, $\alpha: x + 2y + 2z - 6 = 0$.
23. $l: \frac{x-1}{7} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-8}{-2}$, $\alpha: x + 3y + 5z - 32 = 0$.
24. $l: \frac{x-5}{1} = \frac{y+6}{2} = \frac{z-7}{3}$, $\alpha: 2x + 5y + 6z - 22 = 0$.
25. $l: \frac{x+3}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+4}{-3}$, $\alpha: 4x + 5y + 6z + 4 = 0$.
26. $l: \frac{x-3}{3} = \frac{y-7}{7} = \frac{z-4}{4}$, $\alpha: -6x + 3y + 35z = 0$.
27. $l: \frac{x-2}{5} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-2}{5}$, $\alpha: x + 4y + z - 2 = 0$.
28. $l: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{0}$, $\alpha: 5x + 4y + 5z - 4 = 0$.
29. $l: \frac{x}{6} = \frac{y+6}{-3} = \frac{z}{-4}$, $\alpha: 2x + 3y + 2z + 23 = 0$.
30. $l: \frac{x-1}{-6} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{4}$, $\alpha: 3x + 3y + 5z - 15 = 0$.

Задача 6.10

- Найдите уравнение плоскости, проходящей через точки $M(1; 1; 1)$ и $N(-1; 1; -1)$ параллельно прямой, проходящей через точки $A(5; -2; 3)$ и $B(6; 1; 0)$.
- Составьте уравнение плоскости, проходящей через перпендикуляры, опущенные из точки $A(2; 0; 1)$ на плоскости $x - 3y + 2z = 0$ и $2x - y + 2z = 0$.
- Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2; -1; 3)$ перпендикулярно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$.
- Напишите канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(2; 3; -1)$ и перпендикулярной к плоскости $2x + 4y - 3z = 2$.
- При каком значении λ прямая $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{\lambda} = \frac{z-3}{3}$ параллельна плоскости $2x + y - z = 0$?
- При каком значении коэффициента a плоскость $ax + 2y - z + 3 = 0$ параллельна прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-2}$?
- При каких значениях коэффициентов a и b плоскость $ax + by - 2z + 1 = 0$ перпендикулярна прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{-1}$?
- Даны точки $A(1; 3; -2)$ и $B(7; -4; 4)$. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку B и перпендикулярной к отрезку AB .

9. При каких значениях a и b прямая $\frac{x+a}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-1}$ лежит в плоскости $bx + 2y - z + 1 = 0$.
10. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{3}$ и точку $M(3; 4; 0)$.
11. Найдите проекцию точки $A(2; 3; 4)$ на прямую $x = y = z$.
12. Принадлежит ли прямая $\frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ плоскости $x + 2y - 4z + 1 = 0$?
13. Найдите угол между прямой $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0; \\ 2x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$ и плоскостью, проходящей через точки $A(2; 3; -1)$, $B(1; 1; 0)$ и $C(0; -2; 1)$.
14. Составьте параметрические уравнения прямой, проходящей через точки пересечения плоскости $x - 3y + 2z + 1 = 0$ с прямыми $\frac{x-5}{5} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$ и $\frac{x-3}{4} = \frac{y+4}{-6} = \frac{z-5}{2}$.
15. Составьте канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $A(4; 0; -1)$ и пересекает прямые $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-5}{3}$ и $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
16. Найдите точку, симметричную точке $A(3; -1; 4)$ относительно прямой $\begin{cases} 2x - 2y + z - 3 = 0; \\ 2x + y - 2z + 3 = 0. \end{cases}$
17. Найдите угол между прямой, которая проходит через точки $A(-1; 0; -5)$ и $B(1; 2; 0)$, и плоскостью $x - 3y + z + 5 = 0$.
18. Найдите основание перпендикуляра, опущенного из точки $A(-1; 3; 2)$ на плоскость $2x - y + z + 3 = 0$.
19. Проверьте, что прямые $\frac{x}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ и $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$ пересекаются. Найдите уравнение плоскости, в которой они лежат.
20. Напишите канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $M(3; -2; -4)$ параллельно плоскости $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ и пересекает прямую $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$.
21. При каком значении λ плоскость $5x - 3y + \lambda z + 1 = 0$ будет параллельна прямой $\begin{cases} x - 4z - 1 = 0; \\ y - 3z + 2 = 0? \end{cases}$
22. Найдите расстояние от точки $A(2; 3; -1)$ до прямой $\begin{cases} 2x - 2y + z + 3 = 0; \\ 3x - 2y + 2z + 17 = 0. \end{cases}$

23. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через точку $M(1; -1; 2)$ и которая параллельна прямым $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{1}$ и $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{3}$.
24. Найдите проекцию точки $M(3; 1; -1)$ на плоскость $x + 2y + 3z - 30 = 0$.
25. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямые $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.
26. Найдите точку B , симметричную точке $A(2; 0; 1)$ относительно прямой $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
27. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{2}$ и перпендикулярной плоскости $2x + 3y - z = 4$.
28. Найдите точку B , симметричную точке $A(1; 2; 0)$ относительно плоскости $2x - 3y + 5z = 5$.
29. Напишите уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+4}{-1}$ перпендикулярно плоскости $3x + y - 2z + 5 = 0$.
30. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через прямую $x = 2t + 1$, $y = -t + 2$, $z = 3t - 2$ и параллельна прямой $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

Кривые и поверхности в пространстве

Задача 6.11. Нарисуйте пространственные линии, заданные пересечением двух поверхностей, установив предварительно, какие это поверхности. В тех случаях, когда это необходимо, приведите уравнения поверхностей к каноническому виду.

- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5; \\ x + z = 3. \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + z^2 - y^2 = 1; \\ x = 3. \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2; \\ x + y + z = 2. \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + z^2 + y^2 = 4; \\ z = x^2 + y^2. \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1; \\ x + y + z = 2. \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 4; \\ y = 3. \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 = z^2 + y^2; \\ x = 2. \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2; \\ x + y + z = 2. \end{cases}$
- $\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2; \\ 2x + 3y = 6. \end{cases}$
- $\begin{cases} 2y^2 + z^2 - 2x - 4 = 0; \\ y - x - 2 = 0. \end{cases}$

11.
$$\begin{cases} 2y^2 + z^2 - 2x - 4 = 0; \\ x = 6. \end{cases}$$

13.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4; \\ x^2 + y^2 = 3. \end{cases}$$

15.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6z; \\ x^2 + y^2 = 6. \end{cases}$$

17.
$$\begin{cases} y^2 + y^2 + z^2 = 36; \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$$

19.
$$\begin{cases} \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{25} = 1; \\ z + 3 = 0. \end{cases}$$

21.
$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1; \\ x + 2 = 0. \end{cases}$$

23.
$$\begin{cases} \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1; \\ x - 4 = 0. \end{cases}$$

25.
$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 1; \\ x = \sqrt{7}. \end{cases}$$

27.
$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{4} = 1; \\ x + 2z = 4. \end{cases}$$

29.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = -5; \\ y = 2. \end{cases}$$

12.
$$\begin{cases} y^2 + 4x^2 - 3z - 4 = 0; \\ z = 4. \end{cases}$$

14.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 8; \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0. \end{cases}$$

16.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 49; \\ y = \sqrt{13}. \end{cases}$$

18.
$$\begin{cases} y^2 + z^2 = x; \\ x - 4 = 0. \end{cases}$$

20.
$$\begin{cases} \frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{18} + \frac{z^2}{2} = 1; \\ z + 1 = 0. \end{cases}$$

22.
$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 1; \\ z - 4 = 0. \end{cases}$$

24.
$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{49} + \frac{z^2}{4} = 1; \\ y = \sqrt{13}. \end{cases}$$

26.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = x; \\ x + 2y - z = 0. \end{cases}$$

28.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2z + 4 = 0; \\ z = 4. \end{cases}$$

30.
$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 6y^2; \\ x + y = 1. \end{cases}$$

Задача 6.12. Нарисуйте область, ограниченную заданными поверхностями.

1.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4; \\ 3z = x^2 + y^2. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ z = x^2 + y^2. \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4x; \\ x^2 + y^2 + z^2 = 16. \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} z^2 = x^2 + y^2; \\ x + y = 3; \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$$

5.
$$\begin{cases} z = 4 - x + y; \\ y = x^2; \\ y = x, z = 0. \end{cases}$$

6.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4; \\ x^2 + z^2 = 4. \end{cases}$$

7.
$$\begin{cases} 4z = x^2 + y^2; \\ x + y = 4 \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$$
8.
$$\begin{cases} z^2 + y^2 = 9; \\ x^2 + z^2 = 9. \end{cases}$$
9.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2; \\ z^2 = 2x. \end{cases}$$
10.
$$\begin{cases} 3x = x^2 + y^2; \\ 6x = x^2 + y^2; \\ z = x + 3y, z = 0. \end{cases}$$
11.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 1; \\ z = \frac{1}{4}y^2; \\ x = 0, z = 0. \end{cases}$$
12.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 6; \\ z = 4 - y^2; \\ x = 0, y = 0, z = 0. \end{cases}$$
13.
$$\begin{cases} x + z = 3; \\ y = \sqrt{x}; \\ y = 2\sqrt{x}, z = 0. \end{cases}$$
14.
$$\begin{cases} z = x^2 + y^2; \\ y = x^2; \\ y = 3, z = 0. \end{cases}$$
15.
$$\begin{cases} z = 2y; \\ z = y; \\ x = y^2, y = 1 \end{cases}$$
16.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z; \\ z^2 = 4y. \end{cases}$$
17.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 3z; \\ y^2 + 3z - 6 = 0. \end{cases}$$
18.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4x; \\ z^2 = 4 - x. \end{cases}$$
19.
$$\begin{cases} x^2 + z^2 = y^2; \\ x^2 + z^2 + (y - 2)^2 = 4. \end{cases}$$
20.
$$\begin{cases} x^2 + z^2 + y^2 - 4x = 0; \\ x^2 \leq z^2 + y^2. \end{cases}$$
21.
$$\begin{cases} x^2 + z^2 + y^2 - 2y = 0; \\ x^2 + z^2 \leq (y - 1)^2. \end{cases}$$
22.
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 8z^2 = 4; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$$
23.
$$\begin{cases} y^2 + z^2 = 4; \\ z = y^2, z = 0. \end{cases}$$
24.
$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 4; \\ y = 2x, y = 0, z = 0. \end{cases}$$
25.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 16; \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$
26.
$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 4; \\ y = 2x, y = 0, z = 0. \end{cases}$$
27.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 36; \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$$
28.
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2z; \\ z = \sqrt{x^2 + y^2}. \end{cases}$$
29.
$$\begin{cases} 4 - x^2 - y^2 = z; \\ z = \sqrt{x^2 + y^2}. \end{cases}$$
30.
$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 9; \\ x^2 + z^2 = y, y = 0. \end{cases}$$