

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

Тема: Нелинейные уравнения и системы уравнений в Mathcad

Функция поиска корней многочлена **polyroots**

Для поиска корней обычного полинома $p(x)$ степени n MathCAD содержит очень удобную функцию **polyroots(V)**

Многие уравнения, например трансцендентные, и системы из них не имеют аналитических решений. Однако они могут решаться численными методами с заданной погрешностью (не более значения, заданного системной переменной (TOL)). Для простейших уравнений вида $F(x)=0$ решение находится с помощью функции **Root(Выражение, Имя_переменной)**. Эта функция возвращает значение переменной с указанным уровнем точности, при котором выражение дает 0.

При решении систем нелинейных уравнений используется специальный вычислительный блок, открываемый служебным словом — директивой **Given** — и имеющий следующую структуру:

Given

Уравнения

Ограничительные условия

Выражения с функциями **Find** и **MinErr**

В блоке используется одна из следующих двух функций:

Find(v1, v2, ..., vn) — возвращает значение одной или ряда переменных для точного решения;

MinErr(v1, v2, ..., vn) — возвращает значение одной или ряда переменных для приближенного решения.

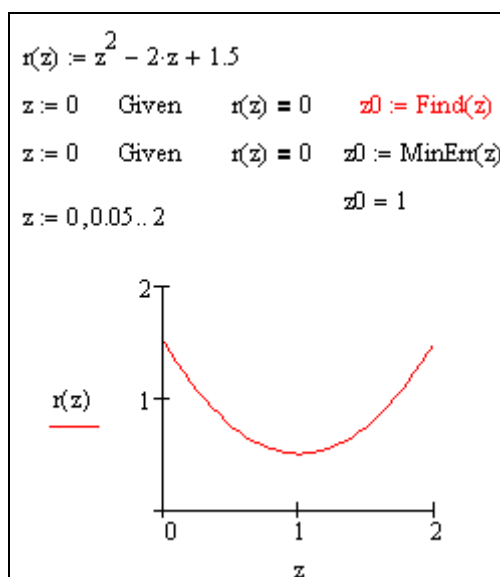


Рис.1

Между этими функциями существуют принципиальные различия. Первая функция используется, когда решение реально существует (хотя и не является аналитическим). Вторая функция пытается найти максимальное приближение даже к несуществующему решению путем минимизации среднеквадратичной погрешности решения.

При использовании функции **Minerr** для решения систем нелинейных уравнений надо проявлять известную осторожность и обязательно предусматривать проверку решений. Нередки случаи, когда решения могут оказаться ошибочными, чаще всего из-за того, что из нескольких корней система предлагает нереальный (или не представляющий интереса) корень. Полезно как можно точнее указывать начальные приближения к решению.

Пример №1

Найти корни алгебраического уравнения $f(x) = 0$, где $f(x) = 1,01x^3 - 2,003x^2 - 112,09x + 76,03$

Способ №1

$$k := \begin{pmatrix} 76.03 \\ -112.09 \\ -2.003 \\ 1.01 \end{pmatrix} \quad x1 := \text{polyroots}(k) \quad x1 = \begin{pmatrix} -9.942 \\ 0.673 \\ 11.252 \end{pmatrix}$$

Способ №2

$$y(x) := \sum_{i=0}^3 \left(x^i \cdot k_i \right) \quad y(x) \rightarrow \frac{7603}{100} - \frac{11209}{100} \cdot x - \frac{2003}{1000} \cdot x^2 + \frac{101}{100} \cdot x^3$$

$x := -10 \quad \text{root}(y(x), x) = -9.942$

$\underline{x} := 1 \quad \text{root}(y(x), x) = 0.673$

$\underline{x} := 10 \quad \text{root}(y(x), x) = 11.252$

Способ №3

Given $\underline{x} := -10 \quad y(x) = 0$

$\underline{x} := \text{Find}(x) \quad x = -9.942$

Given $\underline{x} := 1 \quad y(x) = 0$

$\underline{x} := \text{Find}(x) \quad x = 0.673$

Given $\underline{x} := 10 \quad y(x) = 0$

$\underline{x} := \text{Find}(x) \quad x = 11.252$

Рис.2

Пример №2

Найти корни трансцендентного уравнения $f(x) = 0$, где $f(x) = 2\arctg x - x + 3$

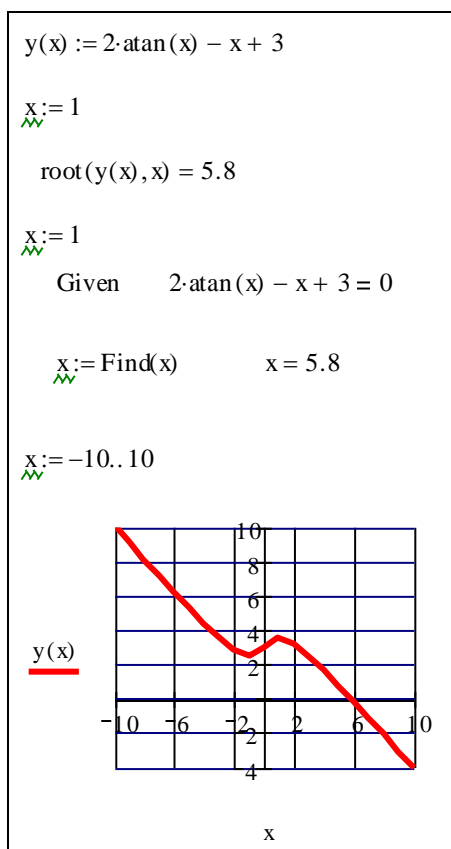


Рис.3

Пример №3

Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 2 \\ x_1^2 - x_2 = 14 \end{cases}$$

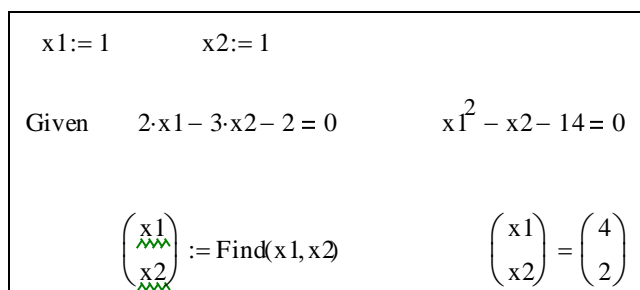


Рис. 4

Пример №4

Вычислить определенный интеграл $y = \int_a^b f(x) dx$, где $a=0,8$, $b=1,2$, $f(x) = \frac{\cos x}{x^2 + 1}$

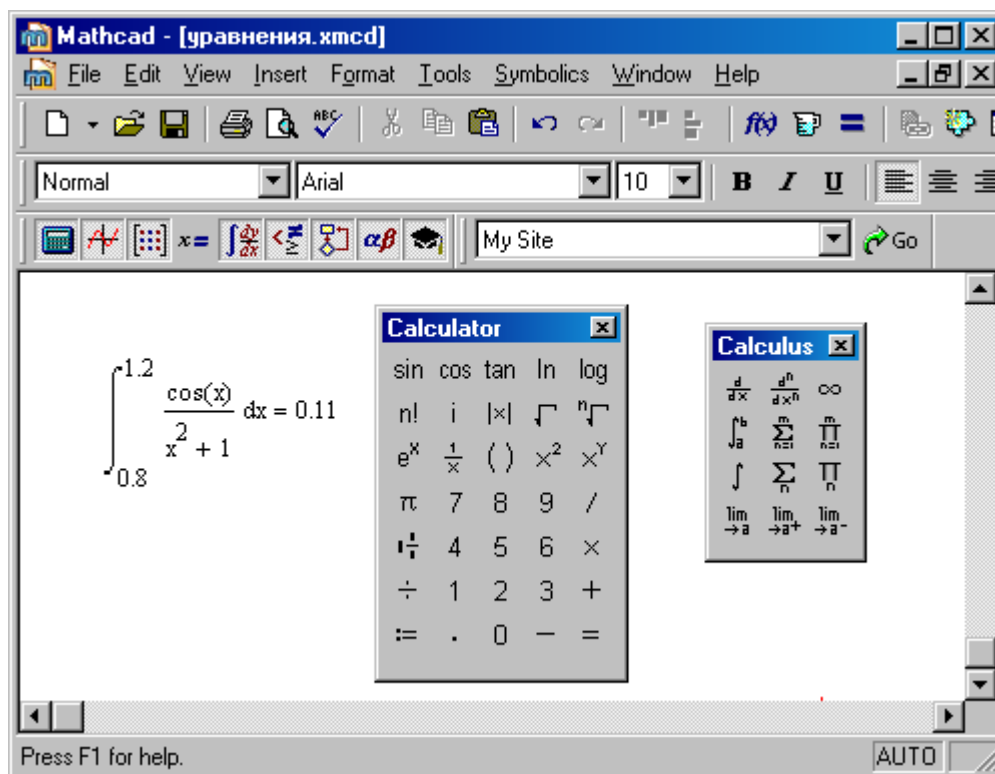


Рис.5

Задание. Решить задания из лабораторной работы №14. Примеры решения представлены на рис.2-5.