<u>Проверочное задание №2</u>

Номер варианта соответствует номеру в списке у старосты следующим образом:

Номер в списке	Номер варианта
С 1 по 10	С 1 по 10, соответственно (1-1,2-2 …10-10)
С 11 по 20	С 1 по 10, соответственно (11-1,12-2 …20-10)
С 21 по 30	С 1 по 10, соответственно (21-1,22-2 …30-10)

Для заданной выборки: а) построить полигон частот и гистограмму;

б) по данным выборочного контроля найти выборочное среднее и несмещенную оценку дисперсии нормальной случайной величины X. Найти доверительные интервалы для них, соответствующие доверительной вероятности $\beta = 0{,}98$.

1.

x_i	0	1	2	3	4	5
m_i	10	5	10	10	10	5

2.

x_i	2	3	4	5	6	7
m_i	3	1	2	3	4	2

3.

x_i	156	160	164	168	172	176	180
m_i	10	14	26	28	12	8	2

4.

x_i	45	50	55	60	65	70	75
m_i	4	6	10	40	20	12	8

5.

x_i	37	38	39	40	41	42	43
m_i	1	3	5	8	10	9	4

6.

x_i	12,5	13	13,5	14	14,5	15	15.5
m_i	5	15	40	25	8	4	3

7.

x_i	26	32	38	44	50	56	62
m_i	5	15	40	25	8	4	3

8.

x_i	1	2	3	4	5	6	7
m_i	2	4	8	12	16	10	3

9.

x_i	120	130	140	150	160	170	180
m_i	5	10	30	25	15	10	5

10.

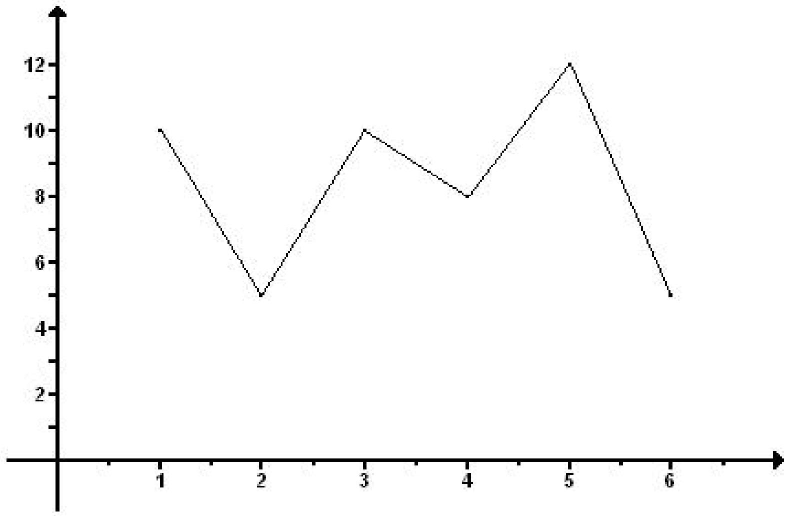
x_i	35	36	37	38	39	40	41
m_i	1	3	9	8	10	5	4

Пример оформления первой части задания

Для заданной выборки построить полигон частот и гистограмму;

x_i	1	2	3	4	5	6
m_i	10	5	10	8	12	5

Построим полигон частот заданной выборки. Для этого определим вершины $(x_i\ , m_i)$ ломаной: (1,10); (2,5); (3,10); (4,8); (5,12); (6,5).

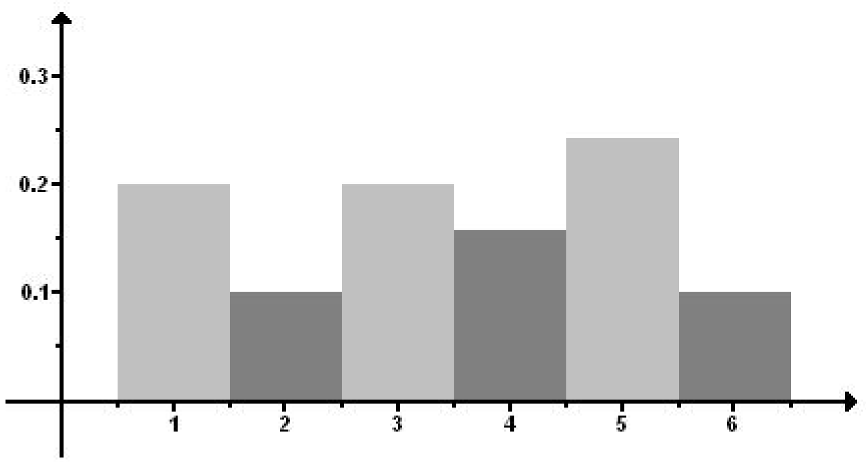


Пусть теперь X – непрерывная случайная величина с неизвестной плотностью вероятности $f(x)$. Для оценки $f(x)$ по выборке $x_1, x_2, \ldots, x_n$ разобьем область значений X на интервалы h_i $(i=1,2,\ldots,s)$. Обозначим через x_i^* середины интервалов, а через ν_i - число элементов выборки, попавших в интервал h_i . Тогда $f(x_i^*) \approx \frac{\nu_i}{nh_i}$ $(i = 1,2,..., s)$ - оценка плотности вероятности в точке x_i^*. В прямоугольной системе координат построим прямоугольники с основаниями h_i и высотами $\frac{\nu_i}{nh_i}$. Полученная таким образом фигура называется *гистограммой* выборки.

Для построения гистограммы выборки составим следующую таблицу:

Номер интервала i	Границы интервала x_i - x_{i+1}	Длина интервала h_i	Число элементов выборки, попавших в интервал ν_i	Высоты прямоугольников $\frac{\nu_i}{nh_i}$
1	0,5-1,5	1	10	0,2
2	1,5-2,5	1	5	0,1
3	2,5-3,5	1	10	0,2
4	3,5-4,5	1	8	0,16
5	4,5-5,5	1	12	0,24
6	5,5-6,5	1	5	0,1

Следовательно, имеем:



Пример оформления второй части задания

По данным выборочного контроля найти выборочное среднее и несмещенную оценку дисперсии нормальной случайной величины ξ. Найти доверительные интервалы для них, соответствующие доверительной вероятности $\beta = 0{,}98$.

x_i	42	43	45	46	48	51	52	54
m_i	1	2	3	6	4	3	1	1

Выборочное среднее при n=21найдем по формуле

$$m^* = \frac{1}{21}\sum_{i=1}^{8} x_i m_i \approx 47{,}1.$$

Несмещенную выборочную дисперсию вычислим по формуле :

$$S^2 = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{8}(x_i - 47{,}1)^2 \cdot m_i \approx 14{,}3, \qquad S = 3{,}78.$$

Доверительный интервал для математического ожидания определим по формуле $I_\beta = (m^* - \Delta, m^* + \Delta) = \left(m^* - \frac{S}{\sqrt{n}}t_\gamma, m^* + \frac{S}{\sqrt{n}}t_\gamma\right)$.

При $k = n - 1 = 20$ из таблицы П.2 приложения находим квантиль распределения Стьюдента $t_{\frac{1+\beta}{2}} = t_{0,99} = 2{,}53$. Вычислив предельную ошибку

$$\Delta = 2{,}53 \cdot \frac{3{,}78}{\sqrt{21}} \approx 2{,}09,$$

получим искомый доверительный интервал для математического ожидания:

$$I_\beta = (47{,}1 - 2{,}09,\ 47{,}1 + 2{,}09) = (45{,}0,\ 49{,}2).$$

Границы доверительного интервала для дисперсии определим по формуле $I_\beta = \left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{1+\beta}{2}}}, \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{1-\beta}{2}}}\right)$

По таблице квантилей распределения χ^2 (см. табл. П.3 приложения) при $k = n - 1 = 20$ определим квантили:

$$\chi^2_{\frac{1+\beta}{2}} = \chi^2_{0,99} = 37{,}6, \qquad \chi^2_{\frac{1-\beta}{2}} = \chi^2_{0,01} = 8{,}3.$$

Подставив эти значения, а также S и n в формулу , получим искомый доверительный интервал для дисперсии

$$I_{0,98} = \left(\frac{20 \cdot 14{,}3}{37{,}6},\ \frac{20 \cdot 14{,}3}{8{,}3}\right) = (7{,}60,\ 34{,}5).$$