

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
“ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ ИМПЕРАТОРА АЛЕКСАНДРА I”

Кафедра «Высшая математика»

Т.И. Ушакова

Задание для контрольной работы
по дисциплине
«ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА» (Б1.О.10)

для направления подготовки

13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника
по профилю
«Промышленная теплоэнергетика»

Форма обучения – заочная

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3
ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.

Санкт-Петербург 2020

Контрольная работа № 3

Контрольная работа № 3 состоит из 16 задач. Контрольная работа допускается к защите, если она содержит 12 (и более) полностью и правильно решенных задач. Контрольная работа не проверяется и не рецензируется, если в ней содержится менее двенадцати решенных задач.

Задача 1.

5.81-5.90. Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

5.81. а) $a_n = \frac{1}{4n+1}$.

б) $a_n = \frac{3n-2}{2^n}$.

5.82. а) $a_n = \frac{2}{n^2}$.

б) $a_n = \frac{n^2+2}{3^n}$.

5.83. а) $a_n = \frac{1}{n-1}$.

б) $a_n = \frac{n+3}{4^n}$.

5.84. а) $a_n = \frac{n+1}{3n^2+2}$.

б) $a_n = \frac{1}{2^n}$.

5.85. а) $a_n = 1 + \frac{1}{n}$.

б) $a_n = \frac{2n}{(n^3+1)7^n}$.

5.85. а) $a_n = 1 - \frac{1}{n^2}$.

б) $a_n = \frac{n^5}{n^2+3} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n$.

5.87. а) $a_n = \frac{n+1}{n+3}$.

б) $a_n = \frac{n \cdot 2^n}{n^2+5}$.

5.88. а) $a_n = \frac{n+1}{3n+5}$.

б) $a_n = \frac{n^2 3^n}{n+2}$.

5.89. а) $a_n = n$.

б) $a_n = \frac{n^2+2}{3n-1} 4^n$.

5.90. а) $a_n = \frac{1}{n^3-1}$.

б) $a_n = \frac{n^4+2}{n^3} 5^n$.

Задача 2.

5.91-5.100. Определить, абсолютно или условно сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

5.91. а) $a_n = (-1)^n \cdot n$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(2n+3)}{n^2+2n+2}$.
5.92. а) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(2n^2+5)}{n^3+3n}$.
5.93. а) $a_n = \frac{(-1)^n}{n^2}$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(5n^2+4)}{3(n+2)^3}$.
5.94. а) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{2n+1}$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(3n^4+n^2)}{n^5+n+1}$.
5.95. а) $a_n = (-1)^n 3^n$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(5n+6)}{(2n+1)^2}$.
5.96. а) $a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(9n^2+4)}{6n^3+5n-2}$.
5.97. а) $a_n = (-1)^n \frac{n+1}{2n-1}$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(6n^3-5)}{2n^5+3n^3+n}$.
5.98. а) $a_n = (-1)^n \frac{1}{n^4}$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(7n+2)}{4n^3+5n^2+3}$.
5.99. а) $a_n = (-1)^n \frac{1}{10^n}$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(2n^2+3)}{4n^5+29}$.
5.100. $a_n = 1 + (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$.	б) $a_n = \frac{(-1)^{n+1}(3n+2)}{2n^5+9}$.

Задача 3.

7.01. В коробке 5 синих и 3 красных карандаша. Вынимаем случайным образом один карандаш. Какова вероятность того, что он:

а) синий; б) красный; в) зеленый; г) синий или красный?

7.02. В урне 10 белых и 4 черных шара. Наугад вынимаем один шар. Какова вероятность того, что он:

а) белый; б) чёрный; в) красный; г) черный или белый?

7.03. Брошена игральная кость. Какова вероятность того, что выпало:

а) 5 очков; б) 17 очков; в) четное число очков; г) больше 2-х очков?

7.04. Проэкзаменовано 20 человек: 4 студента получили «5», 8 студентов получили «4», 6 студентов получили «3». По списку выбирают одного студента. Какова вероятность того, что он получил:

а) «5»; б) «4»; в) «5» или «4»; г) «2»?

7.05. В колоде 52 карты. Наудачу вытягивают одну карту. Какова вероятность того, что она:

- а) туз; б) красной масти; в) бубновой масти?

7.06. Из коробки, в которой лежат только карточки с буквами «к», «а», «р», «н», «т», «о», не глядя, вынимают по одной карточке и кладут вверх буквами друг за другом. Какова вероятность того, что получится слово «картон»?

7.07. В урне 3 белых и 4 черных шара. Вынимают один шар, возвращают в урну, перемешивают, опять вынимают. Какова вероятность того, что были извлечены:

- а) оба раза черные шары; б) один раз – белый, второй – черный?

7.08. В колоде 52 карты. Наудачу вытягивают одну карту. Какова вероятность того, что эта карта:

- а) дама; б) не туз; в) не черной масти?

7.09. На блюде одинаковые с виду пироги: 6 с вареньем и 5 с капустой. Берут один пирог. Какова вероятность того, что он:

- а) с вареньем; б) с капустой; в) с рыбой; г) с вареньем или капустой?

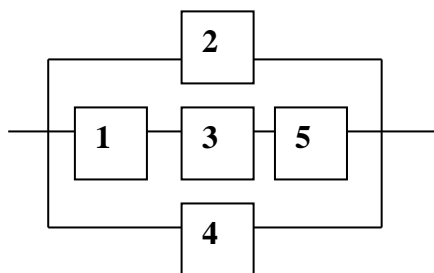
7.10. В группе из 17 человек пятеро родились в июле, один в апреле и трое в сентябре. Назначают по списку старосту. Какова вероятность того, что староста:

- а) родился в июле; б) родился в сентябре; в) родился не в апреле?

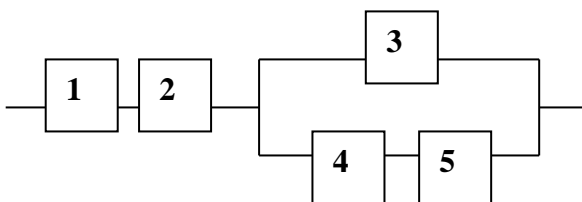
Задача 4.

7.11-7.20. Найти надежность системы, состоящей из 5 независимых элементов с надежностями: $p_1 = p_2 = 0,6$; $p_3 = 0,5$, $p_4 = p_5 = 0,7$.

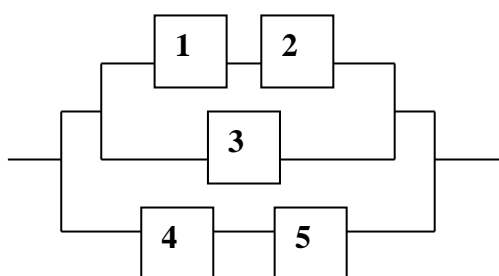
7.11.



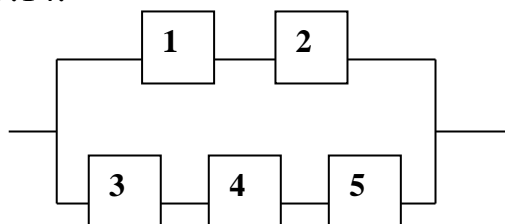
7.12.



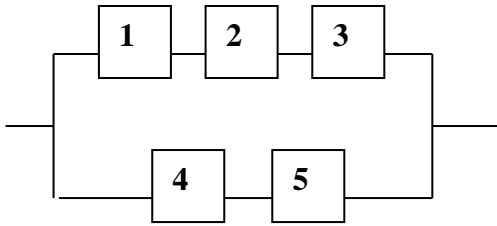
7.13.



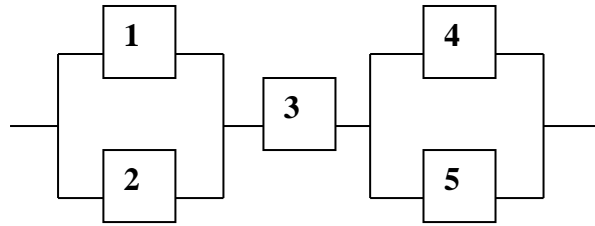
7.14.



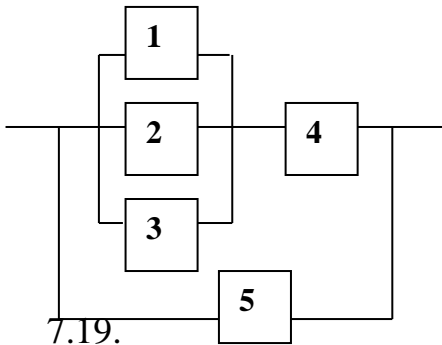
7.15.



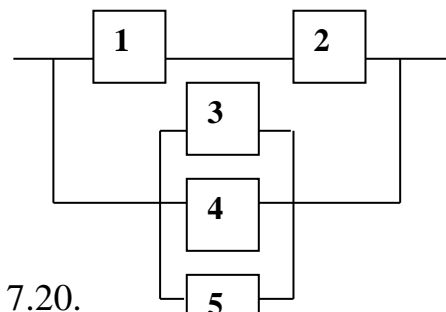
7.16.



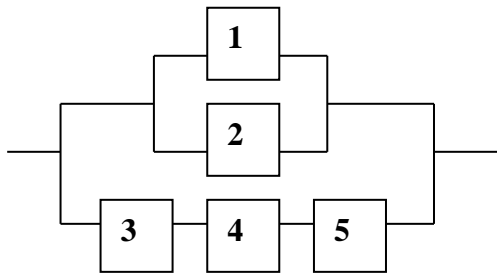
7.17.



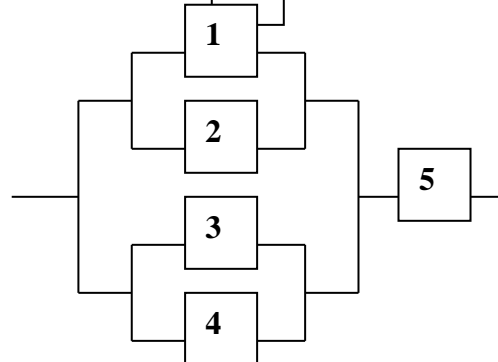
7.18.



7.19.



7.20.



Задача 5.

7.21-7.30. В урне m белых шаров и n черных. Случайным образом вынимают 2 шара. Какова вероятность того, что шары:

а) оба белые; б) оба черные; в) один белый, а второй – черный?

Задачи	7.21	7.22	7.23	7.24	7.25	7.26	7.27	7.28	7.29	7.30
m	5	4	3	6	7	5	8	4	6	7
n	3	2	7	3	2	4	3	7	4	4

Задача 6.

7.31-7.40. Студент идет сдавать экзамен, зная m вопросов из n . Чему равна вероятность у студента сдать экзамен, если для этого достаточно:

Задача 9.

7.61-7.70. На клумбу посеяно n семян цветов одного сорта со всхожестью P . Полагая, что μ – количество взошедших семян, найти вероятности событий:
 $\mu = m$; $\mu < m$; $\mu \geq m$; $m_1 \leq \mu \leq m_2$; $m_1 < \mu < m_2$; $\mu \geq 1$; $\mu < n$.

а)

Задачи	7.61	7.62	7.63	7.64	7.65	7.66	7.67	7.68	7.69	7.70
P	50%	60%	70%	80%	90%	50%	60%	70%	80%	90%
n	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
m	5	6	7	5	6	7	5	6	7	5
m_1	3	4	5	3	4	5	3	4	5	3
m_2	6	7	8	6	7	6	6	7	8	6

б)

Задачи	7.61	7.62	7.63	7.64	7.65	7.66	7.67	7.68	7.69	7.70
P	50%	60%	70%	80%	90%	50%	60%	70%	80%	90%
n	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500
m	203	302	152	253	203	302	152	253	203	302
m_1	183	282	134	233	183	282	134	233	183	282
m_2	220	321	169	270	220	321	169	270	220	321

Задача 10.

7.71-7.80. Дискретная случайная величина задана таблицей. Найти неизвестную вероятность p_i , математическое ожидание $M(X)$ и вероятность попадания случайной величины в интервал $\alpha \leq X < \beta$.

7.71. $\alpha = -2; \beta = 3$					
x_i	-1	0	4	5	6
p_i	0,1	0,2	p_3	0,1	0,1

7.72. $\alpha = 2; \beta = 5,8$					
x_i	-2	-1	0	5	6
p_i	p_1	0,3	0,1	0,1	0,1

7.73. $\alpha = 0,2; \beta = 10,7$					
x_i	-3	-1	0	2	4
p_i	0,1	0,3	0,1	p_4	0,1

7.74. $\alpha = -1,12; \beta = 2$					
x_i	-20	0	0,5	1	3
p_i	0,1	0,1	p_3	0,2	0,1

7.75. $\alpha = 1,5; \beta = 10$					
x_i	-12	0	1	3	4
p_i	0,1	0,2	0,1	0,1	p_5

7.76. $\alpha = 1,3; \beta = 2,7$					
x_i	-5	0	1	2	3
p_i	p_1	0,2	0,1	0,1	0,2

7.77. $\alpha = -1,1; \beta = 3$					
x_i	-1	0	1	2	3
p_i	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1

7.78. $\alpha = 1; \beta = 4,2$					
x_i	-1	0	1	2	3
p_i	0,1	0,2	0,1	0,1	0,1

x_i	-1	-0,5	0	2	7
P_i	0,1	P_2	0,2	0,1	0,1

x_i	-2	-1	0	4	7
P_i	P_1	0,1	0,2	0,1	0,1

7.79. $\alpha = -10; \beta = -3,5$

x_i	-5	-1	0	2	3
P_i	0,2	P_2	0,1	0,1	0,1

7.80. $\alpha = 1,4; \beta = 10,3$

x_i	-8	-2	0	1	3
P_i	0,1	0,1	0,2	0,1	P_5

Задача 11.

7.81-7.90. Дискретная случайная величина задана таблицей. Найти неизвестное значение x_i , неизвестную вероятность P_i , дисперсию DX , среднеквадратичное отклонение σ_x и вероятность событий $X < MX$ и $X \geq MX$.

7.81. $MX = 0,9$

x_i	x_1	0,6	1,2	1,8	2,4
P_i	P_1	0,4	0,2	0,1	0,1

7.82. $MX = 0,6$

x_i	0	0,4	0,8	1,2	x_5
P_i	0,2	0,4	0,2	P_4	0,1

7.83. $MX = 0,3$

x_i	0	0,2	0,4	x_4	0,8
P_i	0,2	0,4	P_3	0,1	0,1

7.84. $MX = 0,45$

x_i	0	0,3	x_3	0,9	1,2
P_i	0,2	P_2	0,2	0,1	0,1

7.85. $MX = 0,75$

x_i	0	0,5	x_3	1,5	2,0
P_i	0,2	0,4	0,2	0,1	P_5

7.86. $MX = 0,25$

x_i	0,1	0,2	x_3	0,4	0,5
P_i	P_1	0,4	0,2	0,1	0,1

7.87. $MX = 0,75$

x_i	0,3	0,6	0,9	x_4	1,5
P_i	P_1	0,4	0,2	0,1	0,1

7.88. $MX = 1$

x_i	x_1	0,8	1,2	1,6	2,0
P_i	0,2	P_2	0,2	0,1	0,1

7.89. $MX = 1,25$

x_i	0,5	1,0	1,5	2,0	x_5
P_i	0,2	0,4	P_3	0,1	0,1

7.90. $MX = 0,5$

x_i	0,2	x_2	0,6	0,8	1,0
P_i	0,2	0,4	0,2	P_4	0,1

Задача 12.

7.91-7.100. Дана функция распределения $F(x)$ случайной величины X . Найти плотность распределения вероятности $f(x)$, математическое ожидание $M(X)$ и вероятность попадания случайной величины в интервал $x_1 \leq X < x_2$.

7.91. $x_1 = 1; \quad x_2 = 4$

7.92. $x_1 = -3; \quad x_2 = 2$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x^3}{8} & 0 < x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x^3}{27} & 0 < x \leq 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases}$$

$$7.93. \quad x_1 = 0,1; \quad x_2 = 3 \quad 7.94. \quad x_1 = -2; \quad x_2 = 0,5$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{16} & 0 < x \leq 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2 & 0 < x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

$$7.95. \quad x_1 = -3; \quad x_2 = 2 \quad 7.96. \quad x_1 = -0,3; \quad x_2 = -0,1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -1 \\ 1 + x^3 & -1 < x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -1 \\ 1 - x^2 & -1 < x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

$$7.97. \quad x_1 = -1; \quad x_2 = 3 \quad 7.98. \quad x_1 = -2; \quad x_2 = 1,1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -2 \\ \frac{4 - x^2}{4} & -2 < x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -3 \\ \frac{9 - x^2}{9} & -3 < x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$$

$$7.99. \quad x_1 = -1; \quad x_2 = 0,5 \quad 7.100. \quad x_1 = -0,5; \quad x_2 = 0,5$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^4 & 0 < x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases} \quad F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^3 & 0 < x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

Задача 13.

7.101-7.110. Дана функция распределения $F(x)$ случайной величины X . Найти плотность распределения вероятности $f(x)$, математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднее квадратичное отклонение σ_x , построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$, найти вероятность попадания случайной величины в интервал $x_1 \leq X \leq x_2$.

$$7.101. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 3\pi/4 \\ \cos 2x & 3\pi/4 < x \leq \pi \\ 1 & x > \pi \end{cases} \quad 7.102. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2 & 0 < x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

$$x_1 = 5\pi/6, \quad x_2 = \pi \qquad x_1 = 0, \quad x_2 = 0,5$$

$$7.103. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 2 \sin x & 0 < x \leq \pi/6 \\ 1 & x > \pi/6 \end{cases} \quad 7.104. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 1 \\ (x^2 - x)/2 & 1 < x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = \pi/12 \qquad x_1 = 1,5, \quad x_2 = 2$$

$$7.105. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -\pi/2 \\ \cos x & -\pi/2 < x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad 7.106. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^3 & 0 < x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

$$x_1 = -\pi/4, \quad x_2 = 0 \qquad x_1 = 0, \quad x_2 = 0,5$$

$$7.107. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2/4 & 0 < x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases} \quad 7.108. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 3x^2 + 2x & 0 < x \leq 1/3 \\ 1 & x > 1/3 \end{cases}$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = 1,5 \qquad x_1 = 0, \quad x_2 = 1/6$$

$$7.109. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2/9 & 0 < x \leq 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases} \quad 7.110. F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 2 \\ x/2 - 1 & 2 < x \leq 4 \\ 1 & x > 4 \end{cases}$$

$$x_1 = 1,5, \quad x_2 = 2 \qquad x_1 = 2,5, \quad x_2 = 3,5$$

Задача 14.

7.111-7.120. Дана функция плотности распределения $f(x)$ случайной величины X . Найти параметр A , функцию распределения $F(x)$, построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$, вычислить математическое ожидание MX , дисперсию DX , среднеквадратичное отклонение σ_x , вероятности событий $X < x_0$, $X > x_0$, $x_1 \leq X \leq x_2$.

$$7.111. f(x) = \begin{cases} A(1-x/2) & x \in (-1,1) \\ 0 & x \notin (-1,1) \end{cases}$$

$$x_0 = 0,4; x_1 = -0,5; x_2 = 0,5$$

$$7.112. f(x) = \begin{cases} A(1+x) & x \in (0,2) \\ 0 & x \notin (0,2) \end{cases}$$

$$x_0 = 1,5; x_1 = 1; x_2 = 2$$

$$7.113. f(x) = \begin{cases} Ax & x \in (0,1) \\ 0 & x \notin (0,1) \end{cases}$$

$$x_0 = 0,5; x_1 = 0,2; x_2 = 0,6$$

$$7.114. f(x) = \begin{cases} A \cos x & x \in (-\pi/2, \pi/2) \\ 0 & x \notin (-\pi/2, \pi/2) \end{cases}$$

$$x_0 = \pi/6; x_1 = -\pi/6; x_2 = \pi/3$$

$$7.115. f(x) = \begin{cases} A(1+2x) & x \in (0,1) \\ 0 & x \notin (0,1) \end{cases}$$

$$x_0 = 0; x_1 = 0,2; x_2 = 0,6$$

$$7.116. f(x) = \begin{cases} A(2+x) & x \in (-2,2) \\ 0 & x \notin (-2,2) \end{cases}$$

$$x_0 = 1; x_1 = -1; x_2 = 1,5$$

$$7.117. f(x) = \begin{cases} A(1-x^2) & x \in (-1,1) \\ 0 & x \notin (-1,1) \end{cases}$$

$$x_0 = 0; x_1 = -0,5; x_2 = 0,5$$

$$7.118. f(x) = \begin{cases} A(2-x) & x \in (0,2) \\ 0 & x \notin (0,2) \end{cases}$$

$$x_0 = 1; x_1 = -0,5; x_2 = 1,5$$

$$7.119. f(x) = \begin{cases} A(2x+x^2) & x \in (0,2) \\ 0 & x \notin (0,2) \end{cases}$$

$$x_0 = 1; x_1 = 0,5; x_2 = 1,5$$

$$7.120. f(x) = \begin{cases} A(0,5-x) & x \in (-1,1) \\ 0 & x \notin (-1,1) \end{cases}$$

$$x_0 = 0; x_1 = -0,5; x_2 = 0,5$$

Задача 15.

7.121-7.130. Дискретная случайная величина X может принимать только два значения x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность P_1 возможного значения x_1 , математическое ожидание MX и дисперсия DX . Найти закон распределения случайной величины X .

Задачи	7.121	7.122	7.123	7.124	7.125	7.126	7.127	7.128	7.129	7.130
P_1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,3	0,5	0,7	0,9	0,4	0,8
MX	1,8	2,2	2,2	1,8	4,5	4,0	3,1	1,8	2,6	2,4
DX	0,16	0,96	2,16	2,56	5,25	9,00	10,29	5,76	0,24	0,64

Задача 16.

7.131-7.140. Непрерывная случайная величина распределена по нормальному закону с параметрами a и σ . Найти вероятности событий $X < A$; $X > B$; $A \leq X \leq B$; $|X - a| < t\sigma$. Найти интервал $[a - \delta, a + \delta]$, в который случайная величина попадает с вероятностью P .

Задачи	7.131	7.132	7.133	7.134	7.135	7.136	7.137	7.138	7.139	7.140
a	2	2	10	9	3	4	7	6	8	5
σ	4	5	4	5	2	5	2	3	1	1
A	6	4	2	5	3	2	3	2	4	1
B	10	9	13	14	10	11	10	11	9	12
t	1,5	0,5	1,0	2,0	1,5	2,0	1,0	0,5	1,5	1,0
P	0,9	0,8	0,95	0,9	0,8	0,85	0,95	0,9	0,8	0,8