

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
СЕВЕРО-ЗАПАДНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЗАОЧНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Кафедра теоретической и прикладной механики**

## **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС**

**Машиностроительно – технологический институт**

Специальности:

**151001.65** - технология машиностроения

**150202.65** – оборудование и технология сварочного производства

**150501.65** – материаловедение в машиностроении

Специализации:

**151001.65-01; 151001.65-03; 151001.65-27;**

**150202.65-01; 150202.65-12; 150501.65-09**

**Институт организации перевозок и транспортных средств**

Специальности:

**190205.65** – подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование

**190601.65** – автомобили и автомобильное хозяйство

**190701.65** – организация перевозок и управление на транспорте

Специализации:

**190205.65-03; 190601.65-01; 190701.65-01; 190701.65-02**

Направление подготовки бакалавра

**151000.62**- конструкторско-технологическое обеспечение автоматизированных машиностроительных производств

Утверждено редакционно-издательским советом университета

УДК 531.8.075.8

**Сопротивление материалов:** учебно-методический комплекс / сост. Л.Г.Воронова, Г.Д. Коршунова, Ю.Н. Соболев, Н.В.Светлова . - СПб.: Изд-во СЗТУ, 2008. – 276 с.

Учебно-методический комплекс разработан в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования.

Дисциплина посвящена изучению основных методов расчетов на прочность жесткость и устойчивость элементов конструкции.

Рассмотрено на заседании кафедры теоретической и прикладной механики 5 февраля 2008 г., одобрено методической комиссией факультета общепрофессиональной подготовки 7 февраля 2008 года.

Рецензенты: кафедра теоретической и прикладной механики СЗТУ (Н.В. Югов, д-р техн. наук, проф.); Ю.А.Семенов, канд. техн. наук, доц. кафедры ТММ Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

Составители: Л.Г. Воронова, доц.; Г.Д. Коршунова, доц.; Ю.Н. Соболев, доц.; ст. препод. Н.В.Светлова

© Северо-Западный государственный заочный технический университет, 2008

© Воронова Л.Г., Коршунова Г.Д., Соболев Ю.Н., Светлова Н.В., 2008

## 1. Информация о дисциплине

### 1.1. Предисловие

Важнейшим условием создания новых конструкций машин, приборов и транспортных средств должно быть всемерное снижение их стоимости на единицу мощности, дальнейшее повышение эффективности использования металла при проектировании новых видов машин, механизмов и оборудования за счет прогрессивных решений и расчетов, а также за счет применения более экономичных профилей проката и прогрессивных конструкционных материалов. Все это требует от специалистов обширных знаний в области расчетов на прочность и достаточной подготовки в области экспериментальных методов исследования напряжений.

*Целью изучения дисциплины является* обеспечение базы инженерной подготовки.

*Задача изучения дисциплины* – освоение методов расчетов на прочность, жесткость и устойчивость.

В результате изучения дисциплины студент должен овладеть основами знаний по дисциплине, формируемыми на нескольких уровнях:

*Иметь представление:*

- о правильном решении задач, связанных с расчетом на прочность, жесткость и устойчивость конструкций, используемых в сложных эксплуатационных условиях под действием как статических, так и динамических нагрузок, с учетом температурных воздействий и процессов, связанных с длительностью эксплуатации, что является необходимым условием надежности и долговечности машин и аппаратов при одновременном улучшении их весовых показателей.

*Знать:* Как производить расчеты на прочность и жесткость стержней и стержневых систем при растяжении – сжатии, кручении, сложном нагружении. При статическом и ударном приложении нагрузок, расчеты стержней на устойчивость. Знать принципы и методы расчетов.

*Уметь:* Определять деформации и напряжения в стержневых системах при температурных воздействиях, используя современную технику. Определять оптимальные параметры системы.

**Место дисциплины в учебном процессе:**

Теоретической и практической основами дисциплины являются курсы «Математика», «Физика», «Теоретическая механика». Приобретенные студентами знания будут непосредственно использованы при изучении следующих дисциплин: «Гидравлика», «Материаловедение», «Строительная механика», «Прочностная надежность», «Детали машин», а также в курсовом и дипломном проектировании.

Всем величественным сооружениям древности и средневековья свойственны монументальность, гармония, пропорции. Это памятники человеческого гения, но история не сохранила памяти о бесчисленных неудачах. Уникальные сооружения строились на основании опыта и интуиции великих зодчих.

Шли годы, совершенствовалось ремесленное мастерство строителей – зодчих, постепенно накапливался эмпирический и теоретический материал, создавались предпосылки для возникновения науки о прочности материалов и сооружений. Человечество вынуждено было решать проблему прочности в течении всей истории своего существования.

Впервые изучению вопросов прочности посвящены работы, появившиеся в эпоху возрождения и связаны они с именем Леонардо да Винчи (1452-1519). Первые теоретические расчеты прочности и экспериментальные исследования прочности балок выполнены Галилео Галилеем (1564-1642 г.г.).

Основы предмета были разработаны в XVII-XVIII в.в. трудами Гука Р. (1635-1702), Ньютона И. (1642-1727), Бернулли Д. (1700-1782), Эйлера Л. (1707-1783), Ломоносова М. В.(1711-1765), Юнга Т. (1773-1829).

Курс сопротивления материалов рассматривает основные методы расчетов на прочность, жесткость и устойчивость, широко используемых в курсе деталей машин и во многих других специальных дисциплинах.

Основной формой учебы студента-заочника является самостоятельное изучение рекомендованной литературы. Важное значение в процессе обучения имеют также очные занятия, проводимые в университете и учебных подразделе-

лениях, которые существенно помогают студенту в его самостоятельной работе, делая эту работу более эффективной и осмысленной.

Изучение теоретического материала следует начинать с ознакомления содержания учебной программы.

При изучении каждой темы курса необходимо осмыслить вновь вводимые понятия и допущения, разобраться в их физической сущности, установить существующую между ними связь и уметь выводить основные формулы темы.

После изучения каждой темы следует ответить на вопросы для самопроверки. Студент должен уметь выводить основные формулы и пользоваться их результатами при решении задач. Не изучив вопросов теории, не усвоив общих методов исследования и не запомнив основных зависимостей, невозможно рассчитывать на успешное освоение курса сопротивления материалов.

Данный УМК предназначен для студентов специальностей 151001.65, 150202.65, 190601.65, 190205.65 заочной и очно-заочной форм обучения в объеме 170 часов и для студентов специальностей 150501.65, 261001.65, 190701.65, изучающих курс в объеме 100 часов.

## **1.2. Содержание дисциплины и виды учебной работы**

### ***Содержание дисциплины по ГОС***

Основные понятия. Метод сечений. Центральное растяжение – сжатие. Сдвиг. Геометрические характеристики сечений. Прямой поперечный изгиб. Кручение. Косой изгиб, внецентренное растяжение – сжатие. Элементы рационального проектирования простейших систем. Расчет статически определимых стержневых систем. Метод сил, расчет статически неопределимых стержневых систем. Анализ напряженного и деформированного состояния в точке тела. Сложное сопротивление, расчет по теориям прочности. Расчет безмоментных оболочек вращения. Устойчивость стержней. Продольно-поперечный изгиб. Расчет движущихся с ускорением элементов конструкций. Удар. Усталость. Расчет по несущей способности.

**Объем дисциплины и виды учебной работы****Для специальностей 151001.65,150202.65,190601.65,190205,65**

Вид учебной работы	Всего часов		
	форма обучения		
	очная	очно- заочная	заочна я
Общая трудоемкость дисциплины (ОТД)	<b>180</b>		
Работа под руководством преподавателя (включая ДОТ)	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
В том числе аудиторные занятия:			
лекции	<b>52</b>	<b>20</b>	<b>10</b>
практические занятия (ПЗ)	<b>26</b>	<b>16</b>	<b>4</b>
лабораторные работы (ЛР)	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>8</b>
Самостоятельная работа студента (СР)	<b>72</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
Промежуточный контроль, количество	<b>9</b>	<b>9</b>	<b>9</b>
В том числе: курсовой проект (работа)	-	-	-
контрольная работа (реферат)	-	<b>3</b>	<b>3</b>
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)	<b>Зачет, экзамен</b>		

**Для специальностей 150501.65,261001.65, 190701.65**

Вид учебной работы	Всего часов		
	форма обучения		
	Очная	очно- заочная	заочная
Общая трудоемкость дисциплины (ОТД)	<b>100</b>		
Работа под руководством преподавателя (включая ДОТ)	<b>60</b>	<b>60</b>	<b>60</b>
В том числе аудиторные занятия:			
лекции	<b>26</b>	<b>12</b>	<b>6</b>
практические занятия (ПЗ)	<b>12</b>	<b>4</b>	-
лабораторные работы (ЛР)	<b>12</b>	<b>8</b>	<b>8</b>
Самостоятельная работа студента (СР)	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>40</b>
Промежуточный контроль, количество	<b>9</b>	<b>9</b>	<b>9</b>
В том числе: курсовой проект (работа)	-	-	-
контрольная работа (реферат)	-	<b>2</b>	<b>2</b>
Вид итогового контроля (зачет, экзамен)	Зачет, экзамен	<b>Экзамен</b>	<b>Экзамен</b>

## **Перечень видов практических занятий и контроля**

- тесты (общие, по разделам дисциплины, тренировочные и т.д.);
- контрольные работы, (количество 3 при объеме курса 180 часов и 2 при 100 часов.);
- практические занятия;
- лабораторные работы;
- экзамен (зачет).

## **2. Рабочие учебные материалы**

### **2.1. Рабочая программа (180 часов)**

#### **Раздел 1 .Введение (14 час). Основные понятия [1], с. 5,21**

Задачи курса. Допущения и гипотезы в сопротивлении материалов. Элементы конструкций. Внешние силы и их классификация. Внутренние силы. Метод сечений. Понятие о напряжениях. Деформации и их классификация.

#### **Раздел 2. Осевое растяжение - сжатие прямого стержня (17час)**

[1], с 48...71

Внутренние силовые факторы в поперечных сечениях бруса. Закон Гука. Напряжения и деформации. Диаграмма растяжения и сжатия материалов в пластичном и хрупком состоянии. Условие прочности. Алгоритм решения задач.

Статически неопределимые стержни. Напряжения в наклонных сечениях. Закон парности касательных напряжений. Расчет по несущей способности.

#### **Раздел 3. Напряженное и деформированное состояние в точке тела**

(16час)

[1], с. 63,341,377.

Напряженное состояние в точке. Виды напряженного состояния. Гипотезы прочности. Деформированное состояние в точке.

**Раздел 4. Сдвиг. Кручение (16час)**

[1]с. 132...143

Чистый сдвиг. Крутящий момент. Построение эпюр. Определение напряжений. Условие прочности. Определение перемещений. Условие жесткости. Геометрические характеристики поперечных сечений. Рациональные формы поперечного сечения.

**Раздел 5. Плоский прямой изгиб. (38 час)**

[1], с.30...33, 108...128, 226...245.

Внутренние силовые факторы. Правило знака. Дифференциальные зависимости между  $q$ ,  $Q$  и  $M$ . Построение эпюр поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$ . Определение напряжений в поперечных сечениях. Геометрические характеристики поперечных сечений. Расчет на прочность. Аналитический способ определения перемещений. Графоаналитический метод определения перемещений.

**Раздел 6. Статически неопределимые балки (20 час)**

[1], с.256...268.

Статически неопределимые балки. Степень статической неопределимости. Метод сил. Уравнение трех моментов.

**Раздел 7. Сложное сопротивление (23 час)**

[1], с.168..197



Косой изгиб. Определение напряжений и перемещений. Положение нейтральной оси. Внецентренное нагружение. Изгиб с кручением. Расчет безмоментных оболочек вращения.

### **Раздел 8 .Устойчивость сжатых стержней. (16 час)**

[1], с.403...422

Основные понятия. Формула Эйлера для критической силы. Потеря устойчивости за пределом пропорциональности. График зависимости критического напряжения от гибкости стержня. Рациональные формы поперечного сечения. Продольно – поперечный изгиб.

### **Раздел 9. Динамическое действие нагрузки (20 час)**

[1], с.470...482,499...506.

Учет сил инерции. Коэффициент динамичности. Коэффициент динамичности при колебаниях. Коэффициент динамичности при ударе. Понятие об усталости металлов. Усталостное разрушение. Виды циклов напряжения и их параметры. Кривые усталости. Предел выносливости. Влияние различных факторов на предел выносливости детали. Проверка прочности при переменных напряжениях. Заключение.





















	М													
5.4	Определение напряжений в поперечных сечениях.	4		2			2							
5.5	Геометрические характеристики поперечных сечений.	2		1										-
5.6	Расчет на прочность.	4	1	2		1		1			3№5			-
5.7	Аналитический способ определения перемещений	8		3		1					3№6			-
5.8	Графоаналитический метод определения перемещений.	4		3				1						-
<b>6</b>	<b>Раздел 6. Статически неопределимые балки</b>	<b>20</b>	<b>1</b>			<b>1</b>		<b>-</b>	<b>18</b>	<b>№ 6</b>	<b>Кр2</b>			<b>-</b>
6.1	Статически неопределимые балки. Степень статической неопределимости.	2												
6.2	Метод сил.	9	1								3№8			-
6.3	Уравнение трех моментов.	9				1					3№9			-
<b>7</b>	<b>Раздел 7. Сложное сопротивление</b>	<b>23</b>	<b>1</b>	<b>8</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>9</b>	<b>№ 7</b>	<b>Кр2</b>			<b>-</b>
7.1	Косой изгиб Определение напряжений и перемещений. Положение нейтральной оси	7		2		1								-
7.2	Внецентренное нагружение	5		2			1	2						-
7.3	Изгиб с кручением	5		2	1						3№11			-
7.4	Расчет безмоментных оболочек вращения	6	1	2										-
<b>8.</b>	<b>Раздел 8. Устойчивость сжатых стержней</b>	<b>16</b>	<b>1</b>	<b>6</b>		<b>1</b>	<b>1</b>	<b>-</b>	<b>7</b>	<b>№ 8</b>	<b>Кр3</b>			<b>-</b>
8.1	Основные понятия .	2		1										-
8.2	Формула Эйлера для критической силы.	4	1	1			1				3№13			-
8.3	Потеря устойчивости за пределом пропорциональности	3		1		1								-



















			аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ	аудит.	ДОТ						
<b>ВСЕГО</b>		<b>100</b>	<b>6</b>	<b>26</b>	<b>-</b>	<b>16</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>40</b>	<b>9</b>	<b>2</b>			<b>=</b>
<b>1.</b>	<b>Раздел 1. Введение. Основные понятия.</b>	<b>10</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>6</b>	<b>№ 1</b>				<b>-</b>
1.1	Задачи курса	1		1										
1.2.	Допущения и гипотезы в СМ	2		1										-
1.3	Элементы конструкции	1												
1.4	Внешние силы и их классификация	1												
1.5	Внутренние силы. Метод сечений	2	1											-
1.6	Понятие о напряжениях	2		1										-
1.7	Деформации и их классификация	1												-
<b>2.</b>	<b>Раздел 2. Осевое растяжение-сжатие прямого стержня</b>	<b>11</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>№ 2</b>	<b>Кр1</b>			<b>-</b>
2.1	Внутренние силовые факторы в поперечных сечениях бруса.	1		1							3№1			-
2.2	Закон Гука.	1						1						-
2.3	Напряжения и деформации. .	1	1											-
2.4	Диаграмма растяжения и сжатия материалов в пластичном и хрупком состоянии	2					2							-
2.5	Условие прочности.	2		1		1					3№2			
2.6	Алгоритм решения задачи	1												
2.7	Статически неопределимые стержни.	1		1										-
2.8	Напряжения в наклонных сечениях. Закон парности касательных напряжений	1												-
2.9	Расчет по несущей способности	1				1								
<b>3</b>	<b>Раздел 3. Напряженное и деформированное</b>	<b>10</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>1</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>7</b>	<b>№ 3</b>				

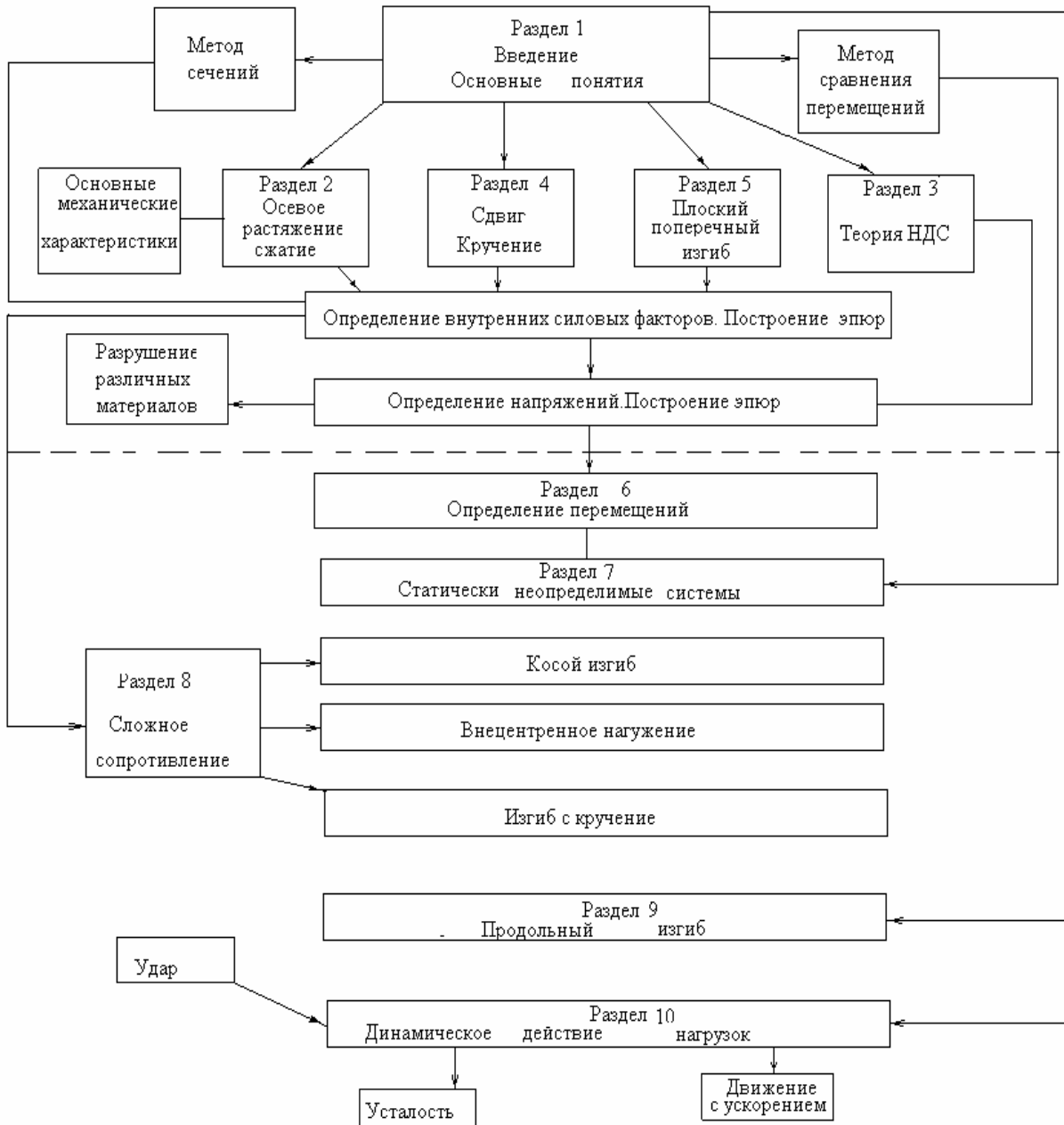
	<b>состояние в точке тела</b>													
3.1	Напряженное состояние в точке. Виды напряженного состояния	4		1										
3.2	Гипотезы прочности	3		1		1								
3.3	Деформированное состояние в точке	3												
<b>4</b>	<b>Раздел 4. Сдвиг. Кручение</b>	<b>10</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>5</b>	<b>№ 4</b>	<b>Кр1</b>			<b>-</b>
4.1	Чистый сдвиг	2												
4.2	Крутящий момент. Построение эпюр.	2		1		1					3№4			-
4.3	Определение напряжений Условие прочности.	2	1											-
4.4	Определение перемещений. Условие жесткости.	2		1		1								-
4.5	Геометрические характеристики поперечных сечений	1												-
4.6	Рациональные формы поперечного сечения	1												-
<b>5</b>	<b>Раздел 5. Плоский прямой изгиб</b>	<b>19</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>№ 5</b>	<b>Кр2</b>			<b>-</b>
5.1	Внутренние силовые факторы. Правило знаков	2	1			1								-
5.2	Дифференциальные зависимости между $q, Q$ и $M$	1												-
5.3	Построение эпюр $Q$ и $M$	2		1		1								-
5.4	Определение напряжений в поперечных сечениях.	3		1			2							
5.5	Геометрические характеристики поперечных сечений.	1												-
5.6	Расчет на прочность.	4		1		1		1			3№5			-
5.7	Аналитический способ определения перемещений	4		1		1								-
5.8	Графоаналитический метод определения перемещений.	2						1						-
<b>6</b>	<b>Раздел 6. Статически</b>	<b>10</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>6</b>	<b>№ 6</b>				<b>-</b>





## 2.3. Структурно логическая схема дисциплины

Сопротивление материалов (180 ч.)





**2.4. Временной график изучения дисциплины для заочников спец.151001.65;**

150202.65;190601;190205.65

№	Название темы, раздела	Продолжительность изучения темы(ч.в день)	
1	Введение. Основные понятия	2дн.	8 ч.
2	Осевое растяжение(сжатие) прямого стержня	4 дн.	16 ч.
3	Теория напряженно-деформированного состояния	2 дн.	8 ч.
4	Сдвиг. Кручение	2 дн.	8 ч.
5	Плоский прямой изгиб	13 дн.	52 ч.
6	Статически-неопределимые балки	10 дн.	40 ч.
7	Сложное сопротивление	6 дн.	24 ч.
8	Продольный изгиб	4 дн.	16 ч.
9	Динамические действия нагрузок	3 дн.	10 ч.
	Итого	46 дн.	180 ч.

**Временной график изучения дисциплины для заочн. спец. 150501.65; 261001.65;**

190701.65

№	Название темы, раздела	Продолжительность изучения темы(ч.в день)	
1	Введение. Основные понятия	2дн.	8 ч.
2	Осевое растяжение(сжатие) прямого стержня	4 дн.	16 ч.

3	Теория напряженно-деформированного состояния	1 дн.	4 ч.
4	Сдвиг. Кручение	1 дн.	4 ч.
5	Плоский прямой изгиб	6 дн.	24 ч.
6	Статически-неопределимые балки	2 дн.	8 ч.
7	Сложное сопротивление	4 дн.	16 ч.
8	Продольный изгиб	2 дн.	8 ч.
9	Динамические действия нагрузок	3 дн.	12 ч.
	Итого	25 дн.	100 ч.

## 2.5. Практический блок

### *Практические занятия для очников*

*спец. 151001.65;15.0202.65;190601.65; 190205.65*

№№	Название темы, раздела	Кол-во часов
1	Осевое растяжение(сжатие)	4
2.	Статически неопределимые задачи	2
3	Кручение	4
4	Напряженное и деформируемое состояние в точке	2
5	Изгиб. Определение напряжений.	4
6	Изгиб. Определение перемещений.	4
	Итого	20

*Практические занятия для очно-заочн.**спец. 151001.65;15.0202.65;190601.65; 190205.65*

№№	Название темы, раздела	Кол-во часов
1	Осевое растяжение	1
2	Кручение	1
3	Изгиб	2
4	Сложное сопротивление	2
5	Статически неопределимые задачи	2
6	Устойчивость сжатых стержней	2
7	Динамические задачи	2
	Итого	12

*Практические занятия для заочников**спец. 151001.65;15.0202.65;190601.65; 190205.65*

№№	Название темы, раздела	Кол-во часов
1	Осевое растяжение	1
2	Кручение	1
3	Изгиб	1
4	Сложное сопротивление	1
	Итого	4

**Практические занятия для очно-заочников****спец. 150501.65;261001.65; 190701.65**

№№	Название темы	Кол-во часов
1.	Осевое растяжение (сжатие) прямого стержня	1
2	Сдвиг. Кручение	1
3	Сложное сопротивление	1
4	Продольный изгиб	1
	Итого	4

**Практические занятия для заочников****спец. 150501.65;261001.65; 190701.65**

№№	Название темы	Кол-во часов
1.	Осевое растяжение (сжатие) прямого стержня	1
2	Сдвиг.Кручение	1
3	Сложное сопротивление	1
4	Продольный изгиб	1
	Итого	4

**Лабораторные работы для очников****спец. 151001.65; 150202.65; 190601.65; 190205.65**

№№	Название темы	Кол-во часов
1	Осевое растяжение	4
2	Кручение	1
3	Плоский прямой изгиб	2
4	Статически неопределимые задачи изгиба	1
5	Косой изгиб	2
6	Устойчивость	1
7	Динамическое действие нагрузки	1
	Итого	12

*Лабораторные работы для очно-заочников*

*спец. 151001.65; 150202.65; 190601.65; 190205.65*

№№	Название темы	Кол-во часов
1	Осевое растяжение	4
2	Кручение	2
3	Плоский прямой изгиб	2
4	Статически неопределимые задачи изгиба	2
5	Косой изгиб	2
6	Устойчивость	2
7	Динамическое действие нагрузки	2
	Итого	16

*Лабораторные работы для заочников.**спец. 151001.65; 150202.65; 190601.65; 190205.65*

№№	Название темы	Кол-во часов
1	Осевое растяжение	2
2	Кручение	1
3	Плоский прямой изгиб	1
4	Статически неопределимые задачи изгиба	1
5	Косой изгиб	1
6	Устойчивость	1
7	Динамическое действие нагрузки	1
	Итого	8

## 2.6. Рейтинговая система оценки знаний

При изучении курса сопротивления материалов студенту предоставляется возможность проверить свои знания при подготовке к зачету и экзамену :

1.ответить на вопросы для самопроверки к каждому разделу курса (опорный конспект)

2.ответить на вопросы тестов (опорный конспект). Правильный ответ, на вопросы тестов, зафиксированный компьютером, оценивается в 10 баллов каждый.

2.6.1 Для студентов, изучающих курс сопротивления материалов в объеме 180 часов, ответы на тесты к разделам 1,2,3,4,5 дают возможность набрать количество баллов, соответствующее оценке при сдаче зачета:

ОТЛИЧНО – верные ответы от 88% до 100% (44-50 балл.)

ХОРОШО - верные ответы от 70% до 87% (35-43 балл.)

УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО – верные ответы от 60% до 69% (30-34 балл)

По первой части курса (1-ый семестр) необходимо выполнить одну контрольную работу №1, в состав которой входит 5 задач. Верное решение задачи №1 оценивается в 10 баллов, №2 соответственно 5 баллов, №3 – 10 баллов, №4 – 5 баллов, №5 – 20 баллов.

Оценки в баллах выставляются преподавателем при защите контрольной работы.

После выполнения лабораторных работ, отвечая на вопросы, список которых выдается каждому студенту на кафедре перед началом занятий, можно набрать за 1-ую лабораторную работу - 14 баллов, за лаб. раб. №№ 2,3,4 по 2 балла за каждую (первый семестр – максимум 20 баллов, минимум 10 баллов).

По второй части курса (2-ой семестр) необходимо выполнить две контрольные работы №№2, 3. В состав к.р. №2 входят задачи, верное решение которых оценивается в баллах: задача №6- 10 баллов, №7 -10 балл., №8 – 10 балл., №9 – 10 балл., №10 -10 балл. Контрольная работа № 3 содержит четыре задачи: №11 – 20 баллов, №№ 12,13,14 по 10 баллов каждая.

Эти баллы выставляются преподавателем при защите контрольной работы.

При выполнении лабораторных работ по второй части курса №№ 5,6,7,8,9,10 по 5 баллов за каждую (второй семестр – максимум 30 баллов, минимум -20).

Таким образом, в результате изучения курса сопротивления материалов, студент может заработать в ПЕРВОМ семестре – 120 баллов, во ВТОРОМ семестре – 180 баллов. В том числе при изучении лекционного материала в первом семестре -50 баллов, во втором - 50 баллов, при выполнении контрольных работ в первом семестре – 50 баллов, во втором семестре -100 баллов и при выполнении лабораторных работ в первом семестре – 20 баллов и во втором семестре – 30 баллов.

Для сдачи зачета необходимо заработать минимум - 80 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо заработать минимум – 200 баллов.

В общем случае за два семестра студенты, изучающие курс сопротивление материалов в объеме 180 часов, могут получить оценку ОТЛИЧНО, если при самостоятельной работе смогли набрать 264 -300 баллов (от 88 % до 100%),

Оценку ХОРОШО – 211-263 баллов (от 70% до 87%) и

Оценку УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО – 200-210 баллов (от 66% до 70%).

2.6.2. Студенты изучающие курс сопротивление материалов в объеме 100 часов могут набрать при изучении курса 90 баллов ( по 10 баллов в каждом разделе опорного конспекта) и при выполнении контрольных работ 70 баллов. Студенты должны выполнить две контрольные работы: 1-ая содержит три задачи №№1.2.4 по 10 баллов каждая, 2-ая контрольная работа содержит три задачи №5 – 20 баллов и №№11,13 по 10 баллов и при выполнении лабораторных работ – 60 баллов: лаб.раб.№1 и№7 по 20 баллов и №№2,8 по 10 баллов.

Для сдачи экзамена можно заработать максимум 200 баллов и минимум – 150 баллов.

Оценка ОТЛИЧНО может быть при условии заработанных 176- 200 баллах, что соответствует правильным ответам на 88% - 100%, оценка ХОРОШО соответствует правильным ответам на 70% - 87% (140-175 баллов), оценка УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО соответствует правильным ответам на 66% -69% (132-139 баллов).

### 3. Информационные ресурсы дисциплины

#### 3.1. Библиографический список

1. Александров, А.В. Сопротивление материалов / А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин. – М.: Высш.шк., 2001.
2. Макаров, Е.Г.. Сопротивление материалов на базе Matcad, 2004: учеб. пособие / Е.Г. Макаров.- СПб: БХВ – Петербург, 2004.

#### *Дополнительный:*

3. Воронова, Л.Г. Сопротивление материалов ч.І: письменные лекции/ Л.Г. Воронова, Г.Д. Коршунова, Ю.Н. Соболев. - СПб.; СЗТУ, 2003.
4. Сопротивление материалов: метод. указ. / сост.: Л.Г. Воронова, Г.Д. Коршунова, Ю.Н. Соболев. – СПб.: СЗТУ, 2005 .
5. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов / Н.М. Беляев –М.:Наука, 1985 .
6. Беляев, Н.М. Сборник задач по сопротивлению материалов / Н.М. Беляев - М.: Наука. 1968.
7. Соловьев, В.К. Сопротивление материалов: учеб. пособие / В.К. Соловьев. – Л.: СЗПИ. 1976 .

#### 3.2. Опорный конспект лекций по дисциплине

##### Раздел 1

##### **Введение. Основные понятия**

Этот раздел содержит 7 тем: задачи курса, допущения и гипотезы в СМ, элементы конструкции, внешние силы и их классификация, внутренние силы и метод сечений, понятие о напряжении, деформации и их классификация. После изучения этого раздела студент должен ответить на вопросы для самопроверки и ответить на вопросы теста №1.

##### **1.1. Задачи курса**

Важнейшим условием создания новых конструкций машин, приборов и транспортных средств должно быть всемерное улучшение их качества за счет повышения надежности, долговечности, а также снижения весовых показателей на единицу мощности и себестоимости.



Повышение эффективности использования материалов при проектировании новых машин и механизмов возможно за счет прогрессивных конструкторских решений и расчетов, основанных на глубоких знаниях свойств современных конструкционных материалов и использования результатов экспериментальных исследований напряженного состояния материалов.

В курсе «Сопротивление материалов» рассматриваются основные методы расчетов на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций при статическом и динамическом приложении нагрузки.

Программа курса предусматривает изложение вопросов расчета на прочность в тесной связи с механическими свойствами машиностроительных материалов в различных условиях силового и температурного воздействия. В программу включены расчеты стержневых систем.

Программой предусматривается также лабораторный практикум, способствующий активному усвоению теоретического материала курса и получению первых практических навыков по экспериментальным исследованиям в области прочности.

**Цель курса** – создание базы для изучения специальных инженерных дисциплин.

**Задачи курса** – освоение методов расчетов на прочность, жесткость, устойчивость элементов конструкций.

В результате изучения дисциплины студенты должны уметь производить расчеты на прочность и жесткость стержней и стержневых систем при растяжении – сжатии, кручении, изгибе (поперечном и продольном), сложном нагружении, статическом и ударном приложении нагрузок, а также при температурных воздействиях.

В зависимости от специальности студенты изучают курс «Сопротивление материалов» в объеме 180 часов или 100 часов и выполняют контрольные работы. Задачи, входящие в контрольные работы выбираются по таблице

Специальности	Число часов	Контрольная работа №1	Контрольная работа № 2	Контрольная работа № 3
151001.65 150202.65 190601.65 190205.65	180	Задачи № 1, 2, 3, 4, 5	Задачи № 6, 7, 8, 9, 10	Задачи № 11, 12, 13, 14
150501.65 261001.65 190701.65	100	Задачи № 1, 2, 4	Задачи № 5, 11, 13	

Студенты, изучающие курс в объеме 180 часов должны выполнить 3 контрольные работы (одну в первом семестре и две – во втором) .После изучения I части курса студенты должны сдать зачет, а после изучения II части курса – экзамен. Студенты, изучающие этот курс в объеме 100 часов, выполняют 2 контрольные и сдают экзамен. В порядке самоконтроля студент может использовать тесты, содержащиеся в УМК. Тест содержит 100 вопросов (по 10 вопросов к каждому модулю). При сдаче экзамена учитываются ответы на вопросы теста, как ответ на один экзаменационный вопрос.

Правильные ответы:

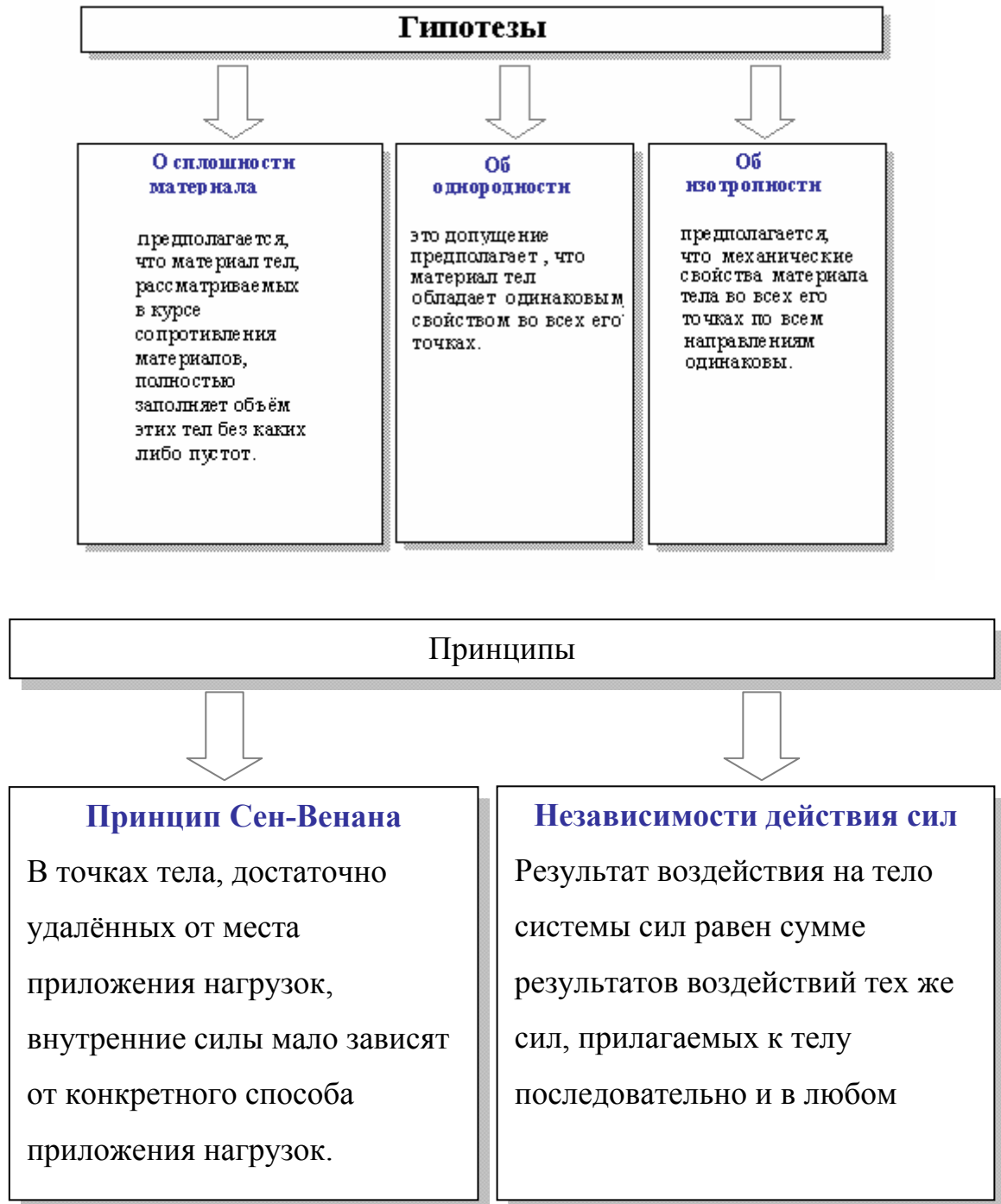
- От 80 до 100 – отлично
- От 60 до 79 – хорошо
- От 50 до 59 – удовлетворительно

При сдаче зачета соответственно:

- От 45 до 50 – отлично
- От 35 до 44 – хорошо
- От 26 до 34 – удовлетворительно

## 1.2. Допущения и гипотезы в сопротивлении материалов

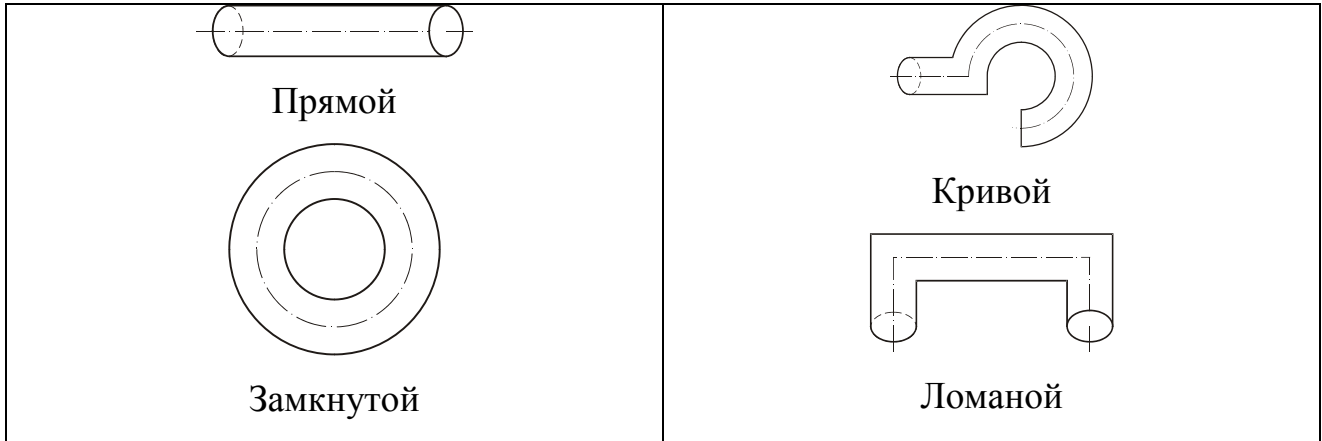
Реальные тела отличаются различными физико-механическими свойствами. Расчетные модели реальных тел получаются при определенной идеализации этих свойств, т.е. при применении гипотез и принципов сопротивления материалов.



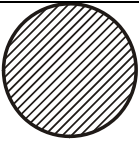
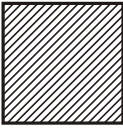

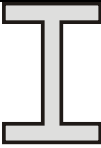
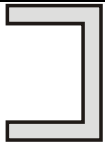
### 1.3. Элементы конструкции

**Брус** – тело, два размера которого малы по сравнению с третьим.

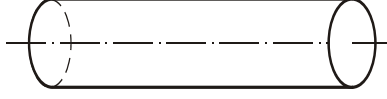
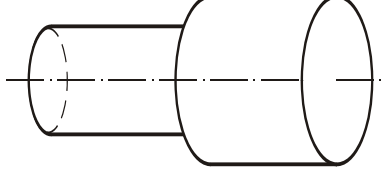
До деформации ось стержня может быть:



Поперечное сечение может иметь вид

		
Круга	Квадрата	Прямоугольника
		
	Двутавра	Швеллера

Поперечное сечение может быть

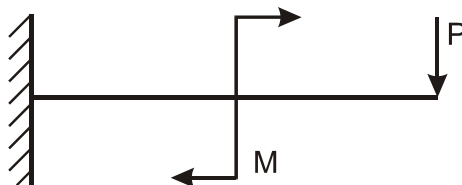
постоянным по длине	
или переменным	

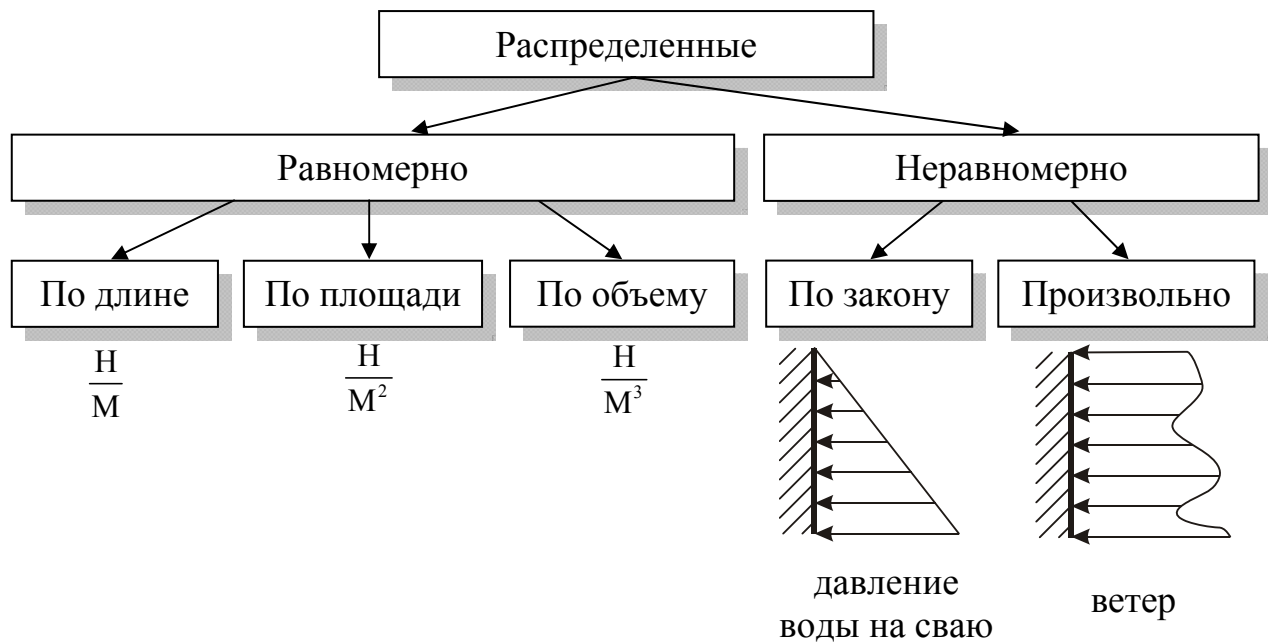
**Пластина** – тело, два размера которого велики по сравнению с третьим.

**Массив** – тело, все размеры которого соизмеримы между собой.

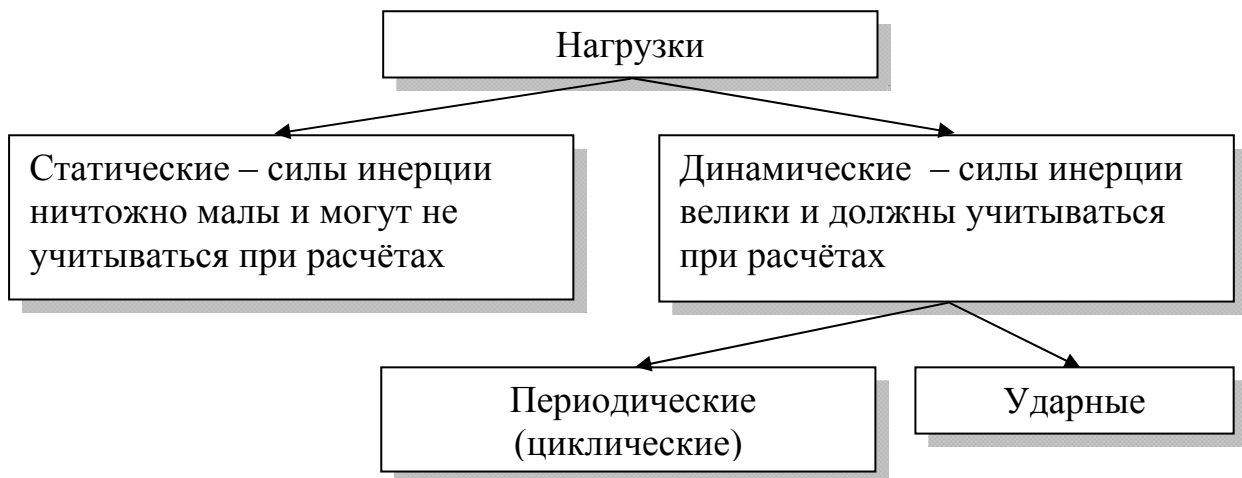
#### 1.4. Внешние силы и их классификация

По способу приложения нагрузки делятся на сосредоточенные и распределенные (на единицу длины, площади, объема, распределенные равномерно и неравномерно). Если сила или пара сил (момент) передаются по площадке, размеры которой малы по сравнению с размерами самого тела, они называются **сосредоточенными**.





По характеру действия – на статические и динамические.



### 1.5. Внутренние силы. Метод сечений

Под действием внешних сил в теле изменяются межзатомные расстояния и возникают силы взаимодействия между ними, называемые внутренними силами упругости. Для определения этих сил применяется метод сечений.

Рассмотрим брус, находящийся в равновесии под действием некоторой системы сил (рис. 1.1.а.)

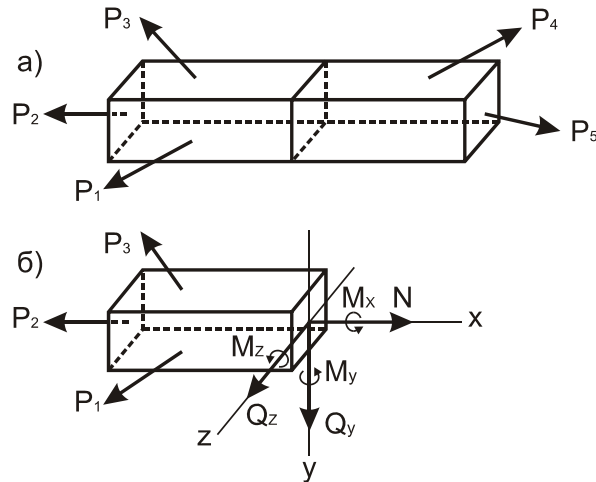


Рис 1.1.

Рассечем его мысленно плоскостью на две части. Отбросим какую-либо часть (например, правую). Действие отброшенной правой части отображается силами, распределенными по сечению правой части. Таким образом, внутренние силы, действующие в проведенном сечении, оказались переведенными во внешние. Приведем систему внутренних сил, действующих в сечении, к центру тяжести сечения. Полученный при этом главный вектор и главный момент разложим по осям  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  и получим шесть составляющих:  $N$  – продольная сила,  $Q_y$  и  $Q_z$  – поперечные силы,  $M_k$  – крутящий момент,  $M_y$  и  $M_z$  – изгибающие моменты, которые называются внутренними силовыми факторами. Эти шесть внутренних силовых факторов вычисляются из шести уравнений равновесия левой части .

$$\sum x = 0; \sum y = 0; \sum z = 0; \sum M_x = 0; \sum M_y = 0; \sum M_z = 0.$$

## 1.6. Понятие о напряжениях

Напряжение – это количественная мера интенсивности внутренних сил в данной точке рассматриваемого сечения.

В ( $\cdot$ )  $K$  напряжение определяется:

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}$$

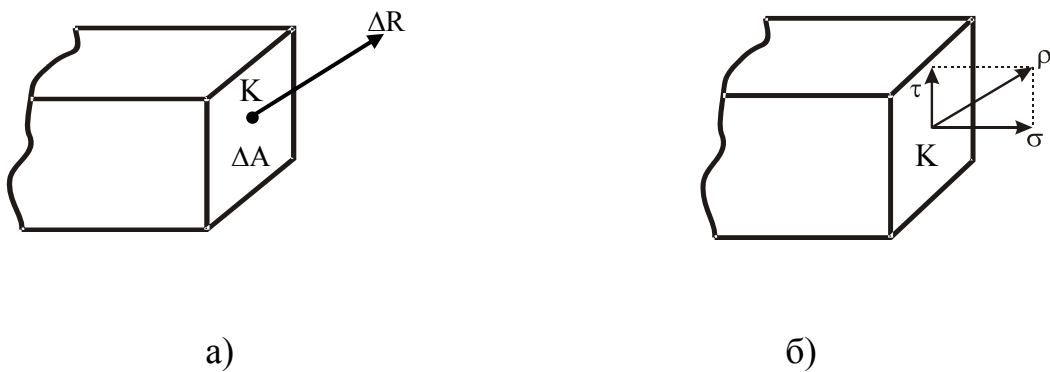


Рис. 1.2

Напряжение измеряется в  $\frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$  или  $10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{МПа}$

Истинное напряжение в ( $\cdot$ )  $K$  разложим на две составляющие: по нормали к сечению –  $\sigma$  и по касательной к сечению –  $\tau$  (рис.1.2,б).

Разложение полного напряжения на нормальное и касательное имеет определенный физический смысл.

Известно, что разрушение материалов происходит либо отрывом, либо срезом. При разрушении отрывом частицы удаляются друг от друга и в этом случае возникают нормальные напряжения. Касательные напряжения связаны со сдвигом частиц материала по плоскости среза.



### 1.7. Деформации и их классификация

Все материалы в природе разрушаются либо путем отрыва, либо срезом. Разрушение отрывом вызывается нормальными напряжениями, а разрушение срезом – касательными. Этим разрушениям предшествуют два типа деформации – линейная и угловая.

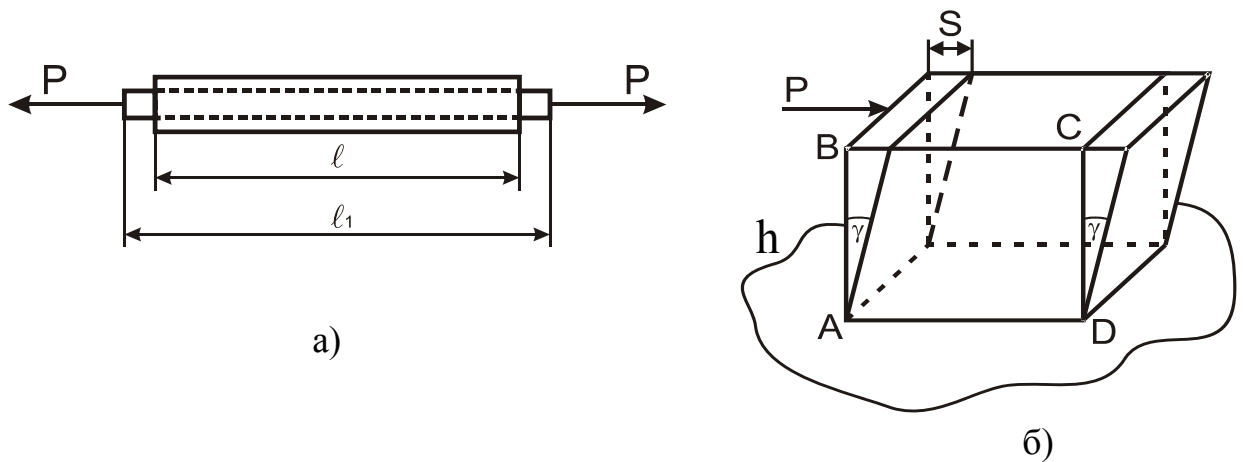


Рис. 1.3.

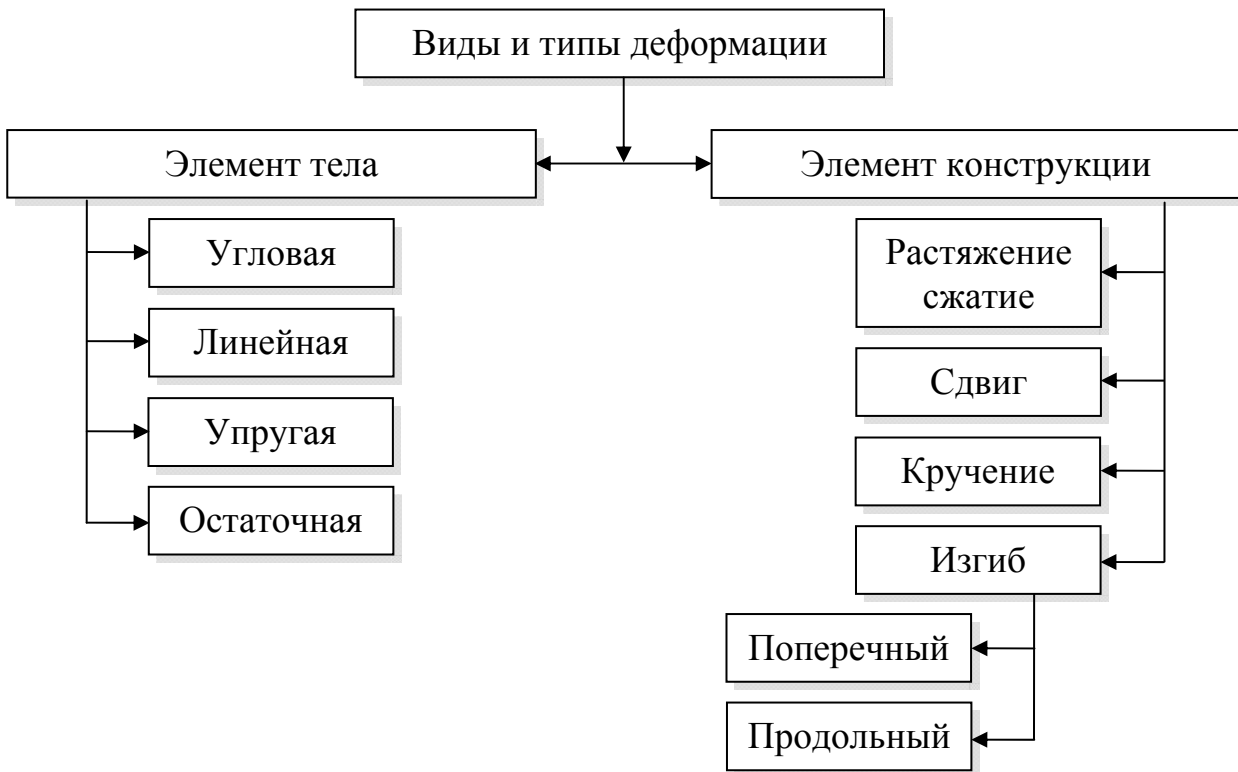
а) линейная деформация возникает при растяжении, сжатии (рис.1.3,а)

Абсолютная линейная деформация стержня  $\Delta l = l_1 - l$ .

Относительная линейная деформация  $\varepsilon = \Delta l / l$

б) Деформация сдвига – это смещение двух параллельных плоскостей (площадок) в своих плоскостях друг относительно друга (рис.1.3,б);  $S$  – абсолютный сдвиг (смещение верхней площадки относительно нижней).  $S/h = \text{tg } \gamma \approx \gamma$  – относительный сдвиг (вследствии малости деформации  $\text{tg } \gamma$  может быть заменен на  $\gamma$ ). Вообще, под действием внешних сил, приложенных к телу, возникают перемещения (т.е. изменения положения в пространстве) его

точек, характеризующие напряженно-деформированное состояние тела, его прочность и жесткость.



### Вопросы для самопроверки.

1. Сформулируйте цель и задачи курса «Сопротивление материалов»
2. Сформулируйте основные допущения, определяющие свойства деформируемого тела.
3. В чем заключается метод сечений
4. Виды и типы нагрузок
5. Виды и типы деформаций
6. Понятие о напряжениях

### Раздел 2. Осевое растяжение (сжатие) прямого стержня

В этом разделе рассматривается 9 тем: внутренние силовые факторы в поперечных сечениях бруса, закон Гука, напряжения и деформации, диаграмма растяжения и сжатия материалов в пластичном и хрупком состоянии, условие прочности, алгоритм решения задачи, статически неопределимые стержни, напряжения в наклонных сечениях, закон парности касательных напряжений, расчет по несущей способности.

После изучения материала этого раздела Вам рекомендуется ответить на вопросы для самопроверки и решить задачи №№ 1,2,3, входящие в состав контрольной работы №1, для специальностей изучающих курс сопротивления материалов в объеме 180 часов и задачи №№1,2 для студентов, изучающих курс сопротивления материалов в объеме 100 часов. Задания даны в методических указаниях к выполнению контрольных работ. Следует выполнить лабораторную работу №1. Тема «Диаграммы растяжения и сжатия материалов в пластичном и хрупком состоянии» подробно рассматривается в методических указаниях по лабораторным работам. Следует проверить свои знания по тесту к этому разделу №2.

### 2.1. Внутренние силовые факторы

Если в плоскости поперечного сечения стержня под действием приложенных к нему осевых внешних сил возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила  $N$ , то стержень испытывает деформацию **растяжения** (рис.2, б) или **сжатия** (рис.2, а).

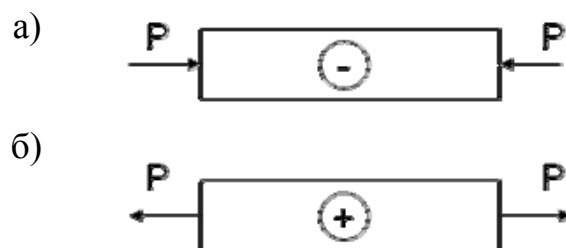


Рис. 2

## 2.2. Напряжение и деформации при растяжении (сжатии)

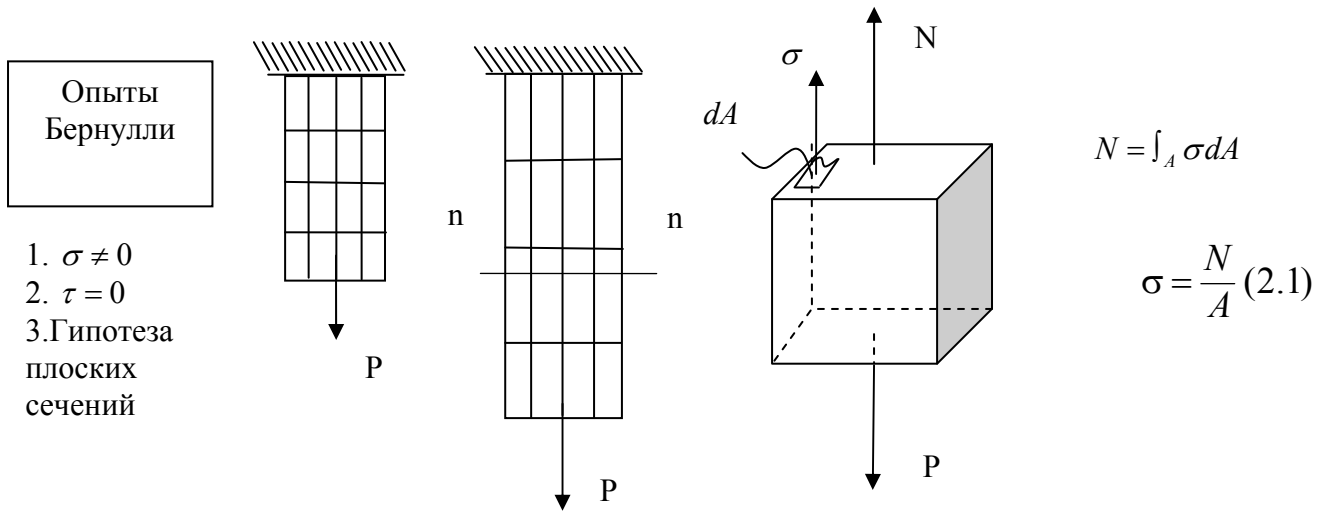


Рис. 2.1

Рассмотрим стержень круглого поперечного сечения (рис.2.2, а) с первоначальными размерами  $\ell_0$  (длина стержня) и  $d_0$  (диаметр), закрепленный в левом сечении. После приложения осевой нагрузки  $P$  произошла деформация стержня продольная линейная  $\Delta \ell$  и поперечная  $\Delta d$  (рис. 2.2, б).

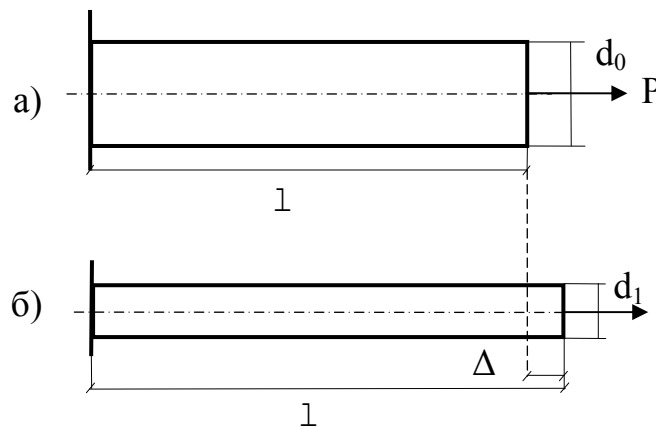


Рис. 2.2

$$\Delta l = l_1 - l_0 > 0$$

$\Delta d = d_1 - d_0 < 0$ . При сжатии знаки  $\Delta l$  и  $\Delta d$  изменятся на противоположные.

$\Delta l$  - абсолютная продольная деформация стержня,

$\Delta d$  - абсолютная поперечная деформация стержня,

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  - относительная продольная деформация ,

$\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$  - относительная поперечная деформация.

Пуассон заметил, что для данного материала отношение  $\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$  по абсолютной величине остается постоянным и для разных материалов принимает значения от 0 до 0,5, это отношение называется **коэффициентом Пуассона**.

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \quad (2.2)$$

**Модуль продольной упругости** представляет собой коэффициент, характеризующий упругие свойства материала и имеет размерность напряжения.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (2.3)$$

Значение  $\mu$  и  $E$  для различных материалов можно найти в справочниках.

### 2.3. Закон Гука

Зависимость между напряжением и относительной деформацией выражается законом Гука (1676 г.)

$$\sigma = \varepsilon E \quad (2.4)$$

Используя зависимость (2.1) и равенство  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ , получим формулу для определения абсолютной продольной деформации по закону Гука:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \quad (2.5)$$

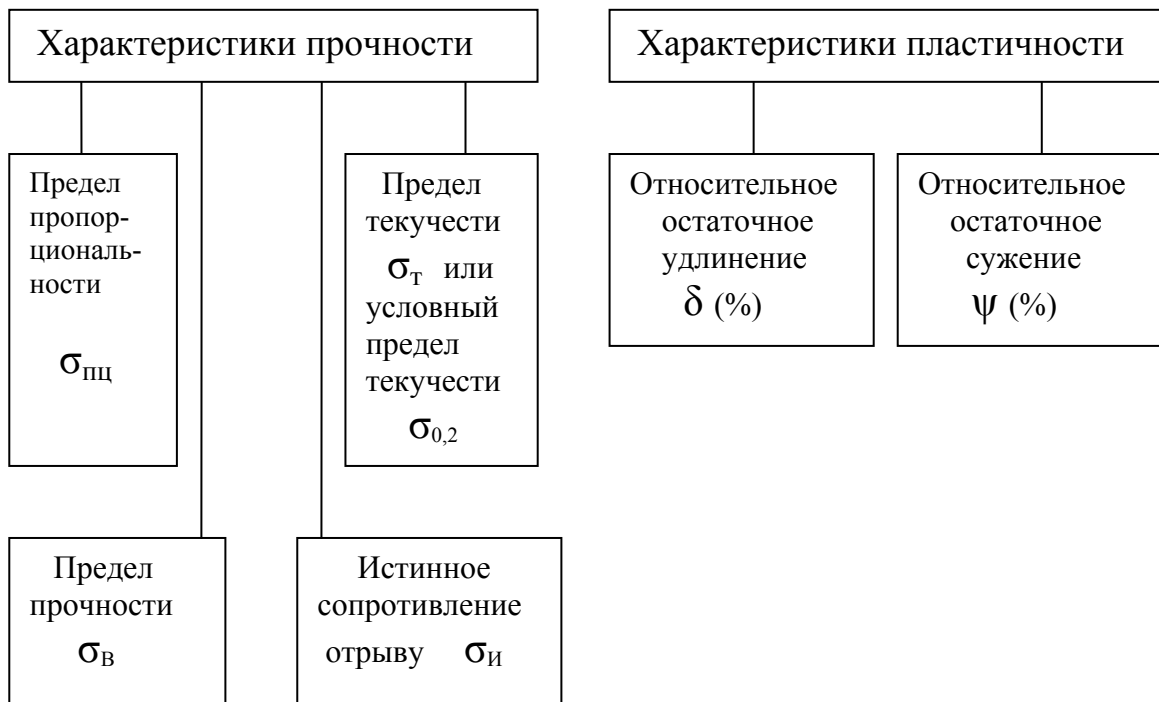
Произведение ( $E \cdot A$ ) называется жесткостью сечения (бруса) при растяжении – сжатии.

#### **2.4. Диаграммы растяжения и сжатия материалов в пластичном и хрупком состояниях**

Материалы, применяемые в инженерной практике, можно разделить на две группы:

1. Пластичные, которые разрушаются после появления значительной остаточной деформации.
2. Хрупкие, которые разрушаются при весьма малых остаточных деформациях.

Это деление является условным, так как один и тот же материал в зависимости от характера напряженного состояния, температуры и скорости деформирования может вести себя как пластичный или как хрупкий. Обработывая диаграммы, полученные при выполнении лабораторных работ, студент самостоятельно определяет механические характеристики стали и чугуна при растяжении и сжатии.

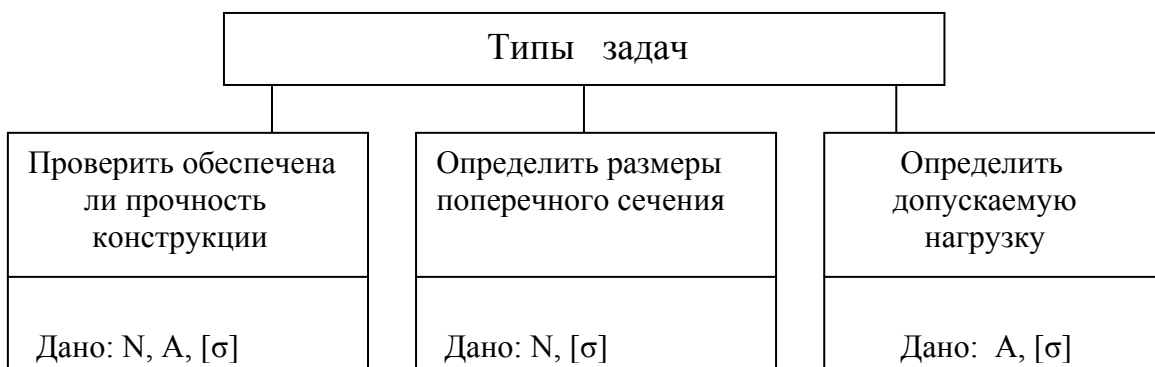


## 2.5. Условие прочности

Условие прочности можно представить в виде формулы:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \quad (2.6)$$

Существует несколько типов задач.



## 2.6. Алгоритм решения задачи

Рассмотрим *пример*: ступенчатый стержень загружен системой сил, приложенных вдоль его оси (рис. 2.3,а). Требуется построить эпюры продольной силы  $N$  и нормального напряжения.

Большая площадь -  $A_1=20\text{см}^2$ ,

Меньшая -  $A_2=10\text{см}^2$

1. Покажем все внешние силы, действующие на стержень.
2. Введем ось  $x$  стержня и составим уравнение статики в проекциях на эту ось

$$\sum X \quad R_A - 20 + 15 - 10 = 0.$$

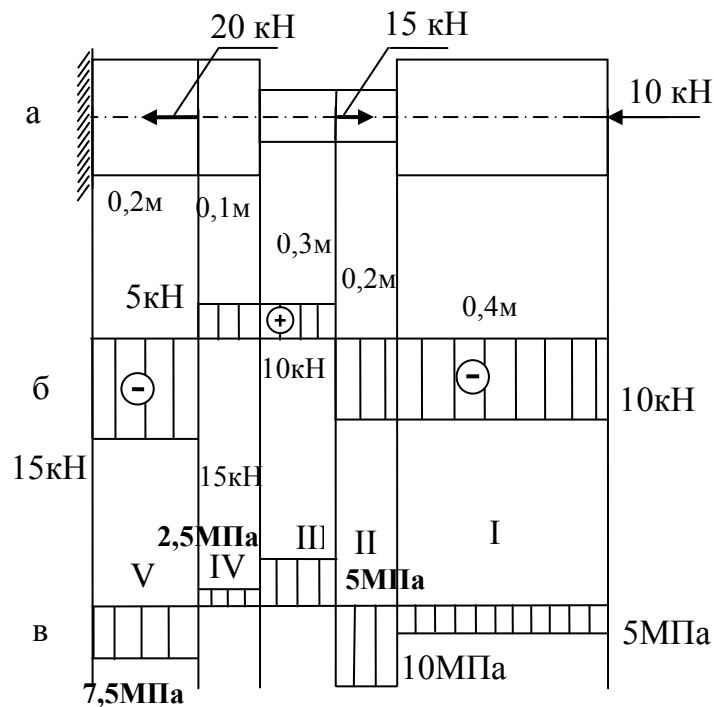


Рис. 2.3



3. Решим это уравнение относительно реакции заделки  $R_A$ ,  $R_A = 15$  кН. Знак (+) говорит о том, что истинное направление реакции заделки совпадает с принятым на расчетной схеме.
4. Используя метод сечений определяем внутренний силовой фактор – продольную силу  $N$  на каждом из участков, идя со стороны свободного конца (рис. 2.3, б), участком называется длина стержня, где сохраняется постоянным закон изменения нагрузки или поперечного сечения (обозначим номера участков I, II, III, IV, V). Строим эпюру « $N$ » и « $\sigma$ ».

Учитывая размеры площади поперечного сечения определяем напряжение на каждом из участков по формуле (2.1)  $\sigma = N/A$ .

$$\sigma_I = -5 \text{ МПа}, \sigma_{II} = -10 \text{ МПа}, \sigma_{III} = 5 \text{ МПа}, \sigma_{IV} = 2,5 \text{ МПа}, \sigma_V = -7,5 \text{ МПа} \text{ (рис. 2.3в)}$$

Строим эпюру  $\sigma$ . По эпюре определяем положение опасного сечения, в нашем случае это любое сечение на участке II. Для этого участка проводим проверку прочности.

## 2.7. Статически неопределимые стержни

Если для определения неизвестных реакций связи недостаточно только уравнений статики, то задача называется **статически неопределимой**. Такие задачи могут возникнуть, например, при стесненной деформации, неточности изготовления, изменении температуры.

Рассмотрим частный случай.

*Пример 1.*

Ступенчатый стержень, одна часть которого стальная, а вторая медная, жестко зашпелен с двух сторон и растягивается осевой силой  $P$ , длина участков

соответственно  $a$ ,  $b$ . Определить величину напряжений в поперечных сечениях стержня.

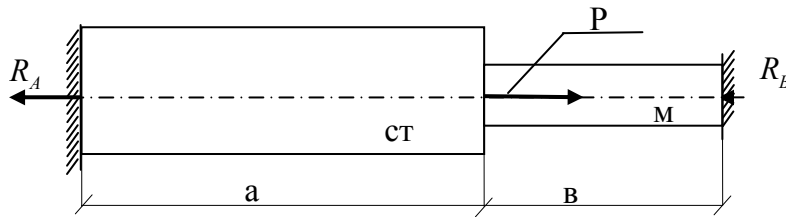


Рис. 2.4

$$E_{ст}=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}, E_{м}=1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$$

### Алгоритм решения задачи

1. Покажем все силы, действующие на стержень (см. Раздел 2, 2.6., п.1, 2)
2. Введем ось  $x$ . Составим уравнение статики в проекциях на ось  $x$

$$\sum x = 0, R_A - P + R_B = 0$$

В данном случае неизвестных реакций связей – 2 ( $R_A$  и  $R_B$ ), независимых уравнений статики – 1. Степень статической неопределимости равна разности между числом неизвестных реакций и числом независимых уравнений статики. В нашем случае задача один раз статически неопределима. Следовательно, необходимо составить еще одно дополнительное уравнение.

3. Составляем уравнение из условий совместности деформаций. Метод носит название – **метод сравнения деформаций**. В данной задаче это уравнение примет вид:

$$\Delta l_{полн}=0$$

$\Delta l_{полн}=\Delta l_{ст}+\Delta l_{м}$ , где  $\Delta l_{ст}$  и  $\Delta l_{м}$  – абсолютные деформации частей стержня определяются по закону Гука (2.5).

4. Используя метод сечений (Раздел 1, 1.5.) получаем  $N_{CT} = R_A$ ;  $N_M = R_A - P$

5. По формуле 2.5 определяем,  $\Delta l = \frac{N_{CT} a}{E_{CT} A_{CT}}$ ,  $\Delta l = \frac{N_M b}{E_M A_M}$

6. Составим дополнительное уравнение:

$$\frac{R_A a}{E_{CT} A_{CT}} + \frac{(R_A - P) b}{E_M A_M} = 0$$

откуда

$$R_A = \frac{P b E_{CT} A_{CT}}{a E_M A_M + b E_{CT} A_{CT}}$$

Далее задача решается по алгоритму, представленному в п. 2.6.

## 2.8. Напряжения в наклонных сечениях. Закон парности касательных напряжений

Рассмотрим напряжения в наклонных сечениях при растяжении (сжатии) в одном направлении. Допустим, что  $\sigma_1 \neq 0$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 = 0$ . Главное напряжение считаем известным  $\sigma_1 = N/A$ , тогда полное напряжение по наклонному сечению с площадью  $A_\alpha = A/\cos \alpha$  равно  $p_\alpha = N/A_\alpha = \frac{N}{A} \cos \alpha = \sigma_1 \cdot \cos \alpha$

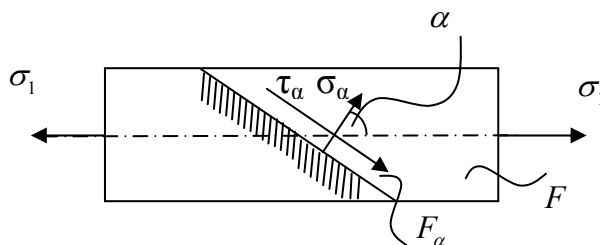


Рис. 2.5

Нормальные и касательные составляющие полного напряжения соответственно равны:

$$\sigma_{\alpha} = p_{\alpha} \cdot \cos \alpha = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha; \quad \sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha \quad (2.7)$$

$$\tau_{\alpha} = p_{\alpha} \cdot \sin \alpha = \frac{\sigma_1}{2} \cdot \sin 2\alpha; \quad \tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (2.8)$$

Экстремальные значения нормального напряжения :

- при  $\alpha=0$   $\sigma_{\alpha} = \sigma_1$ -max
- при  $\alpha=90^{\circ}$   $\sigma_{\alpha}=0$ -min
- при  $\alpha=45^{\circ}$  max  $\tau_{\alpha} = \sigma_1/2$
- при  $\alpha=0$  и  $90^{\circ}$  min  $\tau=0$  (главные площади)

При рассмотрении двух взаимно перпендикулярных площадок получим, соответственно

$$\sigma_{\alpha+\pi/2} = \sigma_1 \cdot \sin^2 \alpha \quad (2.9)$$

$$\tau_{\alpha+\pi/2} = -\frac{\sigma_1}{2} \cdot \sin 2\alpha \quad (2.10)$$

Сравнивая формулы (2.8) и (2.10) заметим, что на двух взаимно перпендикулярных площадках касательные напряжения равны по величине и противоположны по знаку

$$\tau_{\alpha} = -\tau_{\alpha+\pi/2} \quad (2.11)$$

–закон парности касательных напряжений

Нормальные напряжения на двух взаимно перпендикулярных площадках в сумме равны главному напряжению

$$\sigma_{\alpha} + \sigma_{\alpha+\pi/2} = \sigma \quad (2.12)$$

## 2.9. Расчет по несущей способности

При выборе размеров и материала для того или иного элемента конструкции следует обеспечить достаточный запас против возможности его разрушения или появления пластической деформации. Элемент должен быть так спроектирован, чтобы наибольшие напряжения, возникающие при его работе, были во всяком случае меньше тех, при которых материал разрушается или получает остаточные деформации. Чтобы обеспечить сооружение от риска разрушения, можно допускать в его элементах напряжения, которые будут по своей величине составлять лишь часть предела прочности материала.

Допускаемое напряжение определяется по формуле

$$[\sigma] = \frac{\sigma_s}{K},$$

где  $K$  – коэффициент запаса прочности, число показывающее, во сколько раз допущенные нами в конструкции напряжения меньше предела прочности материала. Величина этого коэффициента колеблется в пределах от 1,7 – 1,8 до 8-10 и зависит от условий, в которых работает конструкция.

Из условия прочности

$$\sigma_{\max} \leq \sigma$$

действительные напряжения должны быть не больше допускаемых.

При решении задач сопротивления материалов необходимо:

1. выяснить величину и характер действия всех внешних сил, приложенных к проектируемому элементу, включая и реакции,
2. выбрать материал, наиболее отвечающий назначению конструкции и характеру действия внешних сил, и установить величину допускаемого напряжения,
3. задаться размерами поперечного сечения элемента в числовой или алгебраической форме и вычислить величину наибольших действительных напряжений, которые в нем возникнут,

4. написать условие прочности и, пользуясь им, найти величину поперечных размеров элемента или проверить достаточность уже принятых.

В некоторых случаях эта схема решения задач сопротивления материалов видоизменяется: встречаются конструкции, в которых запас прочности для всей конструкции в целом оказывается большим, чем для материала в наиболее напряженном месте. Исчерпание грузоподъемности материала в этом месте иногда не влечет за собой исчерпание грузоподъемности всей конструкции в целом.

Условие прочности для материала заменяется в этих случаях условием прочности для всей конструкции в целом:

$$P \leq [P] = \frac{P_e}{K},$$

$P$  - нагрузка действующая на конструкцию,

$[P]$  – ее допускаемая величина,

$P_e$  – предельная, разрушающая всю конструкцию нагрузка.

Таким образом, расчет по допускаемым напряжениям заменяется расчетом по допускаемым нагрузкам.

В этом случае необходимо:

1. выяснить величину и характер действия всех внешних сил, приложенных к конструкции,
2. выбрать материал, наиболее отвечающий назначению конструкции и характеру внешних сил, и установить величину коэффициента запаса,
3. задаться размерами поперечных сечений элементов сооружения в числовой или алгебраической форме и установить допускаемую нагрузку,
4. написать условие прочности:

$$P \leq [P]$$

и, пользуясь им, найти величину поперечных размеров элементов конструкции или проверить достаточность уже принятых.

В ряде случаев оба метода решения дают совпадающие результаты.

В большинстве случаев условие прочности должно быть дополнено проверками на устойчивость и жесткость. Первая проверка должна обеспечить невозможность общего изменения элементами конструкции намеченной для них формы равновесия, вторая – должна ограничить их деформации.

Установление допустимых напряжений требует знания предела прочности материала и других его механических характеристик, что может быть получено при помощи экспериментальных исследований материала.

Сопротивление материалов изучает реальные материалы с точки зрения их работы в конструкциях путем широких экспериментальных и теоретических исследований, что открывает возможность решения ряда новых практических задач.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Выведите формулу для определения напряжений при растяжении (сжатии).
2. Как построить эпюры продольной силы и напряжений по длине стержня.
3. Дайте определение основных механических характеристик материала.
4. Определите напряжения в поперечном сечении при заданной нагрузке.
5. В чем заключается общий метод решения статически неопределимых задач.

## **Раздел 3**

### **Напряженное и деформированное состояние в точке тела**

В этом разделе рассматривается 3 темы: напряженное состояние в точке и виды напряженного состояния, гипотезы прочности, деформированное состояние в точке.

Материал этого раздела следует внимательно прочитать и усвоить основные понятия: напряженное состояние в точке, виды напряженного состояния, главные площадки, главные напряжения, связь между напряжениями и деформациями. Знания, полученные после изучения раздела, можно проверить по тесту №3.

### 3.1. Напряженное состояние в точке

Напряжение на любой площадке в рассматриваемой точке тела может быть определено, если известны напряжения в данной точке на каких-либо трех взаимноперпендикулярных площадках.

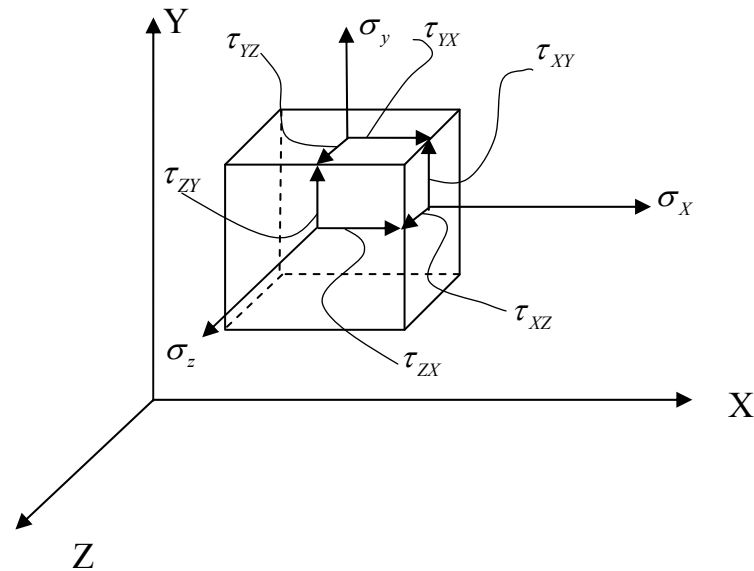


Рис. 3.1

Совокупность напряжений возникающих на бесчисленном множестве различно ориентированных в пространстве площадок, которые можно провести через данную точку называется **напряженно деформированным состоянием** в этой точке (Н.Д.С.).

В общем случае Н.Д.С. определяется девятью компонентами:

$$\begin{pmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & \tau_{XZ} \\ \tau_{YX} & \sigma_Y & \tau_{YZ} \\ \tau_{ZX} & \tau_{ZY} & \sigma_Z \end{pmatrix}$$

Через каждую точку тела можно провести три взаимноперпендикулярные площадки, на которых  $\tau=0$ . Эти площадки называются **главными**, а действующие на них нормальные напряжения называются **главными напряжениями**. Принято неравенство  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ , с учетом знака. Нормальные



напряжения в данной точке достигают экстремальных значений на главных площадках. Существует три вида Н.Д.С.:

1. Линейное  $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = 0$
2. Плоское  $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 = 0$  или  $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 \neq 0$
3. Объемное  $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 \neq 0$ .

### 3.2. Гипотезы прочности

Необходимость появления гипотез прочности определяется желанием состыковать две части неравенства, определяющие любое условие прочности:  $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$  или  $\tau_{\max} \leq [\tau]$ , где левая часть определяется методом расчета при любом напряженно-деформированном состоянии, тогда как правая часть неравенства определяется опытным путем, как правило при линейном Н.Д.С. Современное представление о гипотезах прочности можно представить в виде схемы (рис. 3.2).

### 3.3. Деформированное состояние в точке

Относительные линейные деформации по направлению главных площадок определяются по формулам:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)] \end{aligned}$$

Эта зависимость носит название **обобщенный закон Гука**.

#### Вопросы для самопроверки

1. Дайте определение видов напряженно деформированного состояния в точке тела.
2. Как проверить прочность материала при сложном напряженном состоянии?
3. Понятие о гипотезах прочности
4. Обобщенный закон Гука.

5. Как определить напряжения на наклонных площадках?

#### Раздел 4. Сдвиг. Кручение

В этом разделе рассматривается 6 тем: чистый сдвиг, крутящий момент и построение эпюр, определение напряжений и условие прочности, определение перемещений и условие жесткости, геометрические характеристики поперечных сечений, рациональные формы поперечного сечения. После изучения материала этого раздела можно решить задачу №4 в контрольной работе №1 для всех специальностей и ответить на вопросы для самопроверки. Проверить степень усвоения материала следует по тесту к этому разделу №4.

##### 4.1. Чистый сдвиг. Условие прочности

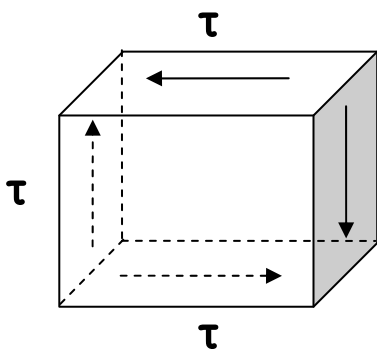
Чистый сдвиг – частный случай плоского напряженного состояния. По граням элемента действуют только касательные напряжения (рис.4.1,а), которые определяются по формуле

$$\tau = \frac{Q}{A} \quad (4.1)$$

где  $Q$  – поперечная сила,  $A$  – площадка сдвига.

Главные напряжения действуют по площадкам, составляющим углы в  $45^\circ$  с площадками сдвига (рис. 4.1, б) и равны  $\sigma_1 = +\tau$ ;  $\sigma_2 = 0$ ;  $\sigma_3 = -\tau$ .

а)



б)

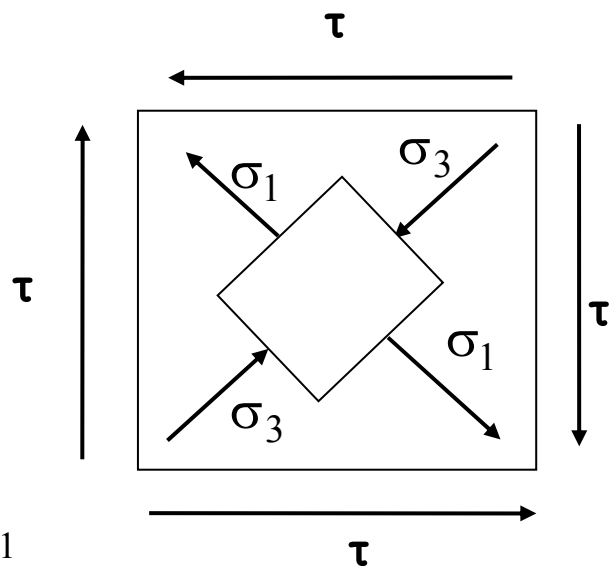


Рис. 4.1

Деформация при чистом сдвиге характеризуется следующими величинами (рис. 4.2):

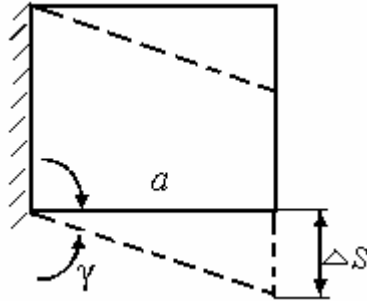


Рис. 4.2

абсолютный сдвиг-  $\Delta S$ ,

относительный сдвиг (угол сдвига) -  $\gamma = \frac{\Delta S}{a}$

Закон Гука при сдвиге записывается в виде

$$\tau = \gamma G, \quad (4.2)$$

$G$  – модуль сдвига ( для стали  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа) можно определить по формуле

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (4.3)$$

Условие прочности при сдвиге

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{A} \leq [\tau]. \quad (4.4)$$

#### 4.2. Крутящий момент. Построение эпюр

Кручением называется деформация стержня, возникающая под действием внешних пар сил, лежащих в плоскостях перпендикулярных к оси стержня. Крутящий момент в данном сечении численно равен алгебраической сумме

моментов, действующих на часть вала по одну сторону от рассматриваемого сечения (рис. 4.3).

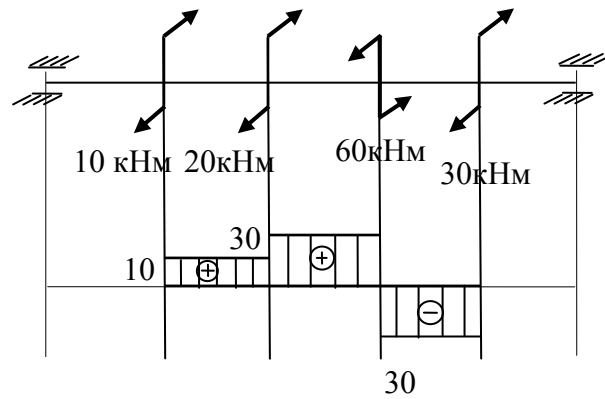


Рис. 4.3

#### 4.3. Определение напряжений при кручении. Условие прочности

Касательные напряжения в произвольной точке рассматриваемого сечения :

$$\tau = \frac{M_K}{J_P} \rho, \quad (4.5)$$

где

$\tau$  – касательные напряжения ,

$M_{кр}$  – крутящий момент в исследуемом поперечном сечении,

$\rho$  – расстояние от исследуемой точки до оси стержня,

$J_p$  – полярный момент инерции.

$$\text{для круга} \quad J_P = \frac{\pi d^4}{32}$$

$$\text{для кольца,} \quad J_P = \frac{\pi d^4}{32} (1 - \alpha^4),$$

$$\text{где} \quad \alpha = \frac{d}{D}$$

$$\text{для круга} \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16}$$

$$\text{для кольца} \quad W_p = \frac{\pi d^3}{16} (1 - \alpha^4).$$

Условие прочности при кручении:

$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W_P} \leq [\tau]. \quad (4.6)$$

Диаметр из условия прочности определяется по формуле

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_K}{0,2[\tau]}}. \quad (4.7)$$

#### 4.4. Определение перемещений при кручении. Условие жесткости

Угол закручивания на участке вала длиной  $\ell$  определяется по формуле

$$\varphi = \frac{M_K \ell}{GJ_P}, \quad (4.8)$$

где  $GJ_P$  – жесткость при кручении. Относительный угол закручивания

определяется из соотношения  $\theta = \frac{\varphi}{\ell}$  по формуле

$$\theta = \frac{M_K}{GJ_P}. \quad (4.9)$$

Условие жесткости имеет вид

$$\theta = \frac{M_K 180}{GJ_P \pi} \leq [\theta].$$

(4.10)

Диаметр из условия жесткости определяется по формуле

$$d = \sqrt[4]{\frac{M_K 180}{0,1G\pi[\theta]}}.$$

(4.11)

для полого вала

$$D = \sqrt[4]{\frac{M_K 180}{0,1G\pi[\theta](1 - \alpha^4)}}. \quad (4.12)$$

#### 4.5. Геометрические характеристики поперечных сечений

Полярный момент инерции площади относительно (полюса) точки, лежащей в ее плоскости определяется по формуле

$$J_P = \int_A \rho^2 dA.$$

(4.13)

Радиусы инерции плоской фигуры относительно осей  $X$  и  $Y$  представляют собой величины  $i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}$ ,  $i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}$  зависимость между полярными и осевыми моментами инерции выражаются равенством

$$J_P = J_x + J_y.$$

(4.14)

Для круглого поперечного сечения

$$J_P = \frac{\pi d^4}{32}.$$

(4.15)

Для полого вала

$$J_P = \frac{\pi d^4}{32} (1 - \alpha^4),$$

(4.16)

где  $\alpha = \frac{d}{D}$ .

Полярный момент сопротивления

$$W_P = \frac{J_P}{R},$$

следовательно, для круга

$$W_P = \frac{\pi d^3}{16}, \quad (4.17)$$

для полого вала

$$W_P = \frac{\pi d^3}{16} (1 - \alpha^4).$$

(4.18)

#### 4.6. Рациональные формы поперечного сечения

Учитывая характер распределения напряжений в плоскости поперечного сечения (рис. 4.4) предпочтение можно отдать полому валу.

Эпюра касательных напряжений

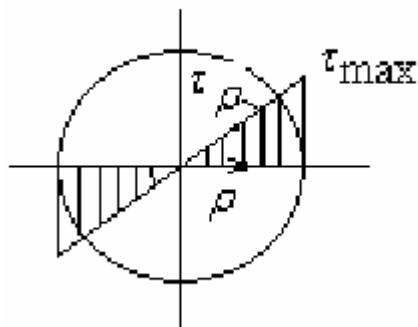


Рис. 4.4

#### 4.7. Алгоритм решения задачи

*Пример:* Стержень загружен системой крутящих моментов. Подобрать сечение вала из условия прочности и жесткости, определить угол закручивания на участке между  $M_1$  и  $M_3$ . Принять  $G=8 \cdot 10^4$  МПа,  $[\tau]=80$  МПа,  $[\theta]=0,2^\circ$  п/м, сечение-сплошной круг (рис. 4.5).  $M_1=10$  кн·м,  $M_2=20$  кн·м,  $M_3=30$  кн·м.

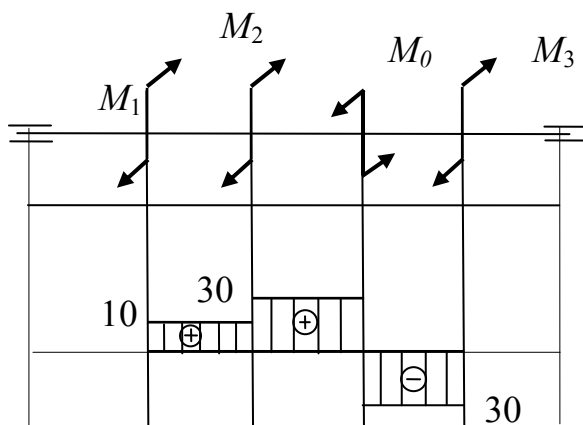


Рис. 4.5

*Решение:*

1. Покажем все силы, действующие на систему.
2. Разобьем вал на участки.

3. На каждом из участков, используя метод сечений, определим величину действующего момента.
4. Построим эпюру крутящего момента (п. 4.2).
5. Выберем наиболее опасное сечение.
6. Для этого сечения, используя формулы 4.7 и 4.11, определим  $d$  из условия прочности и условия жесткости

Из условия прочности 
$$d \geq \sqrt[3]{\frac{30 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 8 \cdot 10^{10}}}; \quad d=12 \text{ см};$$

из условия жесткости 
$$d \geq \sqrt[4]{\frac{30 \cdot 10^3 \cdot 180}{3,14 \cdot 0,1 \cdot 0,2 \cdot 8 \cdot 10^{10}}}; \quad d=10,1 \text{ см}.$$

Примем наибольшее значение  $d=12$  см, которое удовлетворяет и условию прочности и условию жесткости

7. Определим

$$J_p = \frac{\pi d^4}{32} = 0,2 \cdot 10^4 \text{ м}^4.$$

8. Определим угол закручивания участка между сечениями, в которых приложены моменты  $M_1$  и  $M_3$ . Для этого воспользуемся формулой

$$\varphi = \frac{M_{кр} \ell}{GJ_p} = -0,000625 \text{ рад}$$

(4.19)

### Вопросы для самопроверки

1. Практические методы расчета на сдвиг.
2. Дайте определение чистого сдвига.
3. Как построить эпюру крутящего момента?
4. Выведите формулу для определения касательного напряжения в любой точке круглого поперечного сечения.
5. Выведите формулу для определения угла закручивания.



6. Как происходит разрушение при кручении материалов в пластичном и хрупком состоянии?

## Раздел 5

### Плоский прямой изгиб

В этом разделе рассматривается 8 тем: внутренние силовые факторы и правило знаков, дифференциальные зависимости между  $Q$ ,  $q$  и  $M$ , построение эпюр, определение напряжений в поперечных сечениях, геометрические характеристики поперечных сечений, расчет на прочность, аналитический способ определения перемещений и графоаналитический метод определения перемещений. После изучения этого раздела студент должен решить задачу №5 контрольной работы №1 (для изучающих курс СМ в объеме 180 часов) и задачу №6 контрольной работы №2. Для изучающих курс в объеме 100 часов задача №5 входит в контрольную работу № 2.

В конце раздела даны вопросы для самопроверки. Знания, полученные после изучения этого раздела должны быть проверены по тесту №5.

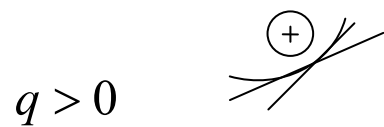
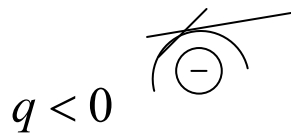
#### 5.1. Внутренние силовые факторы. Правило знаков

В общем случае в плоскости поперечного сечения возникают 2 внутренних силовых фактора – поперечная сила  $Q$ , которая определяется как алгебраическая сумма проекций всех сил, действующих по одну сторону от сечения на одну ось, и изгибающий момент  $M$ , как алгебраическая сумма всех моментов по одну сторону от сечения относительно центра тяжести этого сечения.

Поперечная сила  $Q$  принимается со знаком «+», если при подходе к сечению слева внешняя сила направлена вверх, изгибающий момент  $M$  принимают со знаком «+», если внешний момент действует по часовой стрелке



$\operatorname{tg}\beta$  - тангенс угла наклона касательной к эпюре  $Q$



$$M + Qdx + q \frac{dx^2}{2} - M - dM = 0, \quad Q = \frac{dM}{dx}, \quad ($$

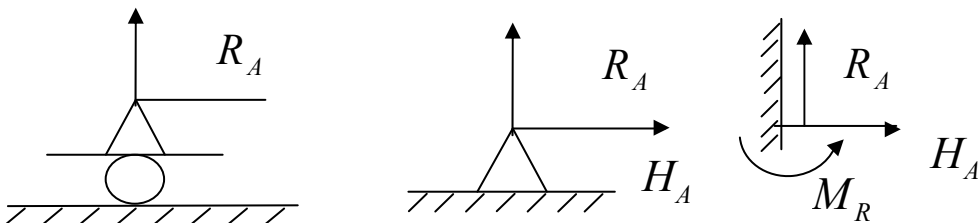
5.2)

$$q = \frac{d^2M}{dx^2} \quad (5.3)$$

### 5.3. Построение эпюр $Q$ и $M$

Алгоритм решения задачи :

1. Показать все силы, действующие на балку. Рассмотреть возможные типы опор:



2. Составить возможные уравнения статики.
3. Решить уравнения статики и определить реакции опор.
4. Разбить балку на участки.

Примечание: для консольных балок, если идти со стороны свободного конца, решения можно начинать с п. 4.

5. На каждом из участков составить аналитические выражения для поперечной силы и изгибающего момента.
6. Подставить числовые значения и найти характерные точки, дающие возможность построить эпюры  $Q$  и  $M$ .
7. Найти положение опасного сечения.

8. Используя условие прочности (5.8). Определить величину момента инерции сечения ( $W_{oc}$ ).
9. По полученному значению  $W_{oc}$  определить размеры сечения.

#### 5.4. Определение напряжений

Отдельное волокно при изгибе балки испытывает простое растяжение – сжатие.  $\sigma = E\varepsilon$  (закон Гука);  $\varepsilon = \frac{y}{\rho}$ , тогда

$$\sigma = E \frac{y}{\rho}. \quad (5.4)$$

Эпюра нормальных напряжений по высоте сечения имеет вид (рис. 5.2).

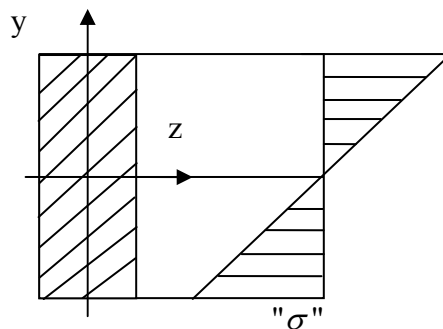


Рис. 5.3

Зависимость (5.4) можно представить в виде

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma}{Ey}$$

(5.5)

Рассмотрим зависимость между действующим моментом  $M_z$  и возникающими в поперечном сечении  $\sigma$ :  $M_z = \int_A \sigma y dA$  учитывая, что

$J_z = \int_A y^2 dF$  получаем:  $M_z = \frac{E}{\rho} J_z$ ; или

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EJ_z}$$

(5.6)

Сравнивая формулы (5.5) и (5.6) получаем формулу Навье

$$\sigma = \frac{M_z}{J_z} y$$

(5.7)

учитывая, что  $\frac{J_z}{y_{\max}} = W_z$ , получаем условие прочности при изгибе

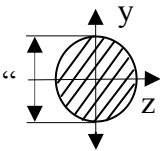
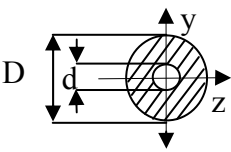
$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma]$$

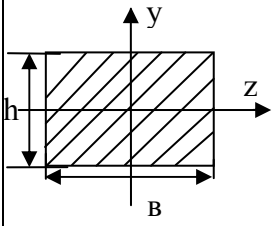
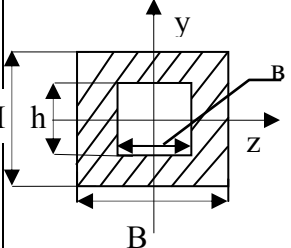
(5.8)

### 5.5. Геометрические характеристики поперечных сечений

Геометрическими характеристиками сечений, определяющими способность стержня сопротивляться деформации, являются: площадь, положение центра тяжести, статические моменты, моменты инерции, моменты сопротивления.

В таблицу сведены формулы для некоторых поперечных сечений:

<i>Сечение</i>	$J_z$	$J_y$	$W_z$	$W_y$
<p><i>Круг</i></p> 	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{32}$
<p><i>Полый вал</i> <math>\alpha = \frac{d}{D}</math></p> 	$\frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4)$	$\frac{\pi D^4}{64} (1 - \alpha^4)$	$\frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4)$	$\frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4)$
<i>Сечение</i>	$J_z$	$J_y$	$W_z$	$W_y$

<p><b>Прямоугольник</b></p> 	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{hb^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{hb^2}{6}$
<p><b>Прямоугольник с отверстием</b></p> 	$\frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12}$	$\frac{HB^3}{12} - \frac{hb^3}{12}$	$\frac{BH^2}{6} - \frac{bh^2}{6}$	$\frac{HB^2}{6} - \frac{hb^2}{6}$

### 5.6. Расчет на прочность

В общем случае в плоскости сечения возникают поперечная сила ( $Q$ ), которая вызывает касательные напряжения, вычисляемые по формуле Журавского

$$\tau = \frac{QS_{н.о.}^{отс}}{Jb},$$

(5.9)

где  $Q$  – поперечная сила в сечении, где определяются напряжения,

$S_{н.о.}^{отс}$  - статический момент отсеченной части относительно нейтральной оси

(см. п. 5.2)

$$S_{н.о.}^{отс} = A_{отс} z_{н.о.}$$

$J$ - момент инерции всего сечения,

$b$  – ширина сечения в том месте, где определяется напряжение и изгибающий момент  $M$ , который вызывает нормальные напряжения (формула 5.4 п. 5.3)

$$\sigma = \frac{M_z}{J_z} y.$$

В этом случае полную проверку прочности следует провести по одной из гипотез прочности (рис. 3.2).

### 5.7. Аналитический способ определения перемещений

При изгибе ось балки искривляется. В силу малости деформаций и при условии, что вертикальная ось является главной можно считать, что при изгибе центры тяжести поперечных сечений перемещаются по вертикали. Такое перемещение называется прогибом сечения. Прогиб  $\Delta_K$  сечения  $x_K$  (рис.5.4) считается положительным, если центр тяжести сечения перемещается вверх. Кроме этого, каждое сечение, оставаясь плоским, поворачивается вокруг нейтральной линии на некоторый угол, который называется углом поворота сечения. Угол поворота  $\Theta_K$  сечения (рис. 5.4) считается положительным, если сечение поворачивается против хода часовой стрелки.

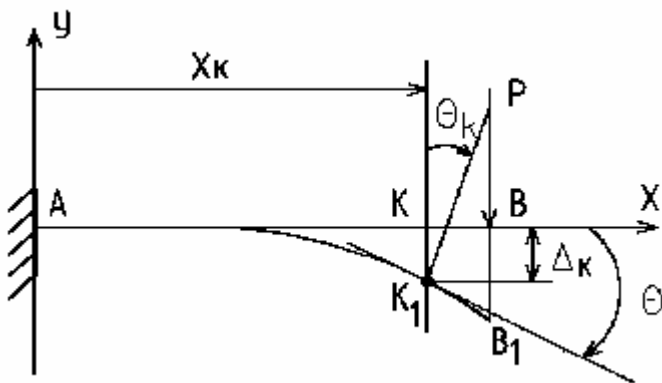


Рис. 5.4

$$\Delta_K = y(x) \text{ при } x = x_K$$

$$\Theta_K = \frac{dy}{dx} \text{ при } x = x_K$$

Изогнутую ось балки называют упругой линией. Уравнение упругой линии, представляющее функциональную связь между прогибом  $y$  и координатой  $x$  сечения  $y=y(x)$ , зависит от внешней нагрузки, материала балки, размера и формы поперечного сечения. Если вид функции  $y(x)$  известен, то прогиб произвольного поперечного сечения с координатой  $x_K$  можно найти как значение функции  $y(x)$  при  $x=x_K$ , а угол поворота этого сечения будет равен значению первой производной  $\frac{dy(x)}{dx}$  при  $x=x_K$ . Вид функции  $y(x)$  можно найти из приближенного дифференциального уравнения упругой линии.

Если направить ось  $y$  вверх, то для балки постоянного поперечного сечения приближенное дифференциальное уравнение упругой линии имеет вид

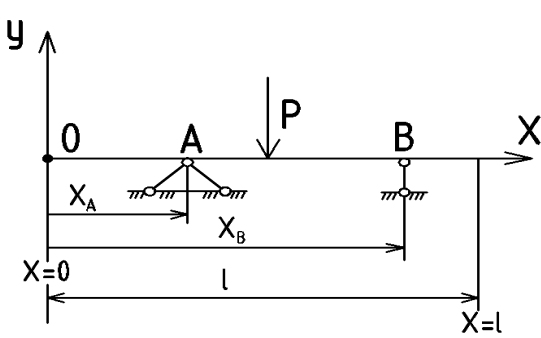
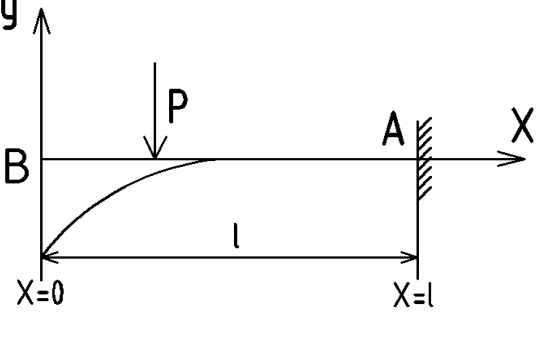
$$EJ_z y''(x) = M_z(x),$$

где  $E$  – модуль упругости материала,  $J_z$  – осевой момент инерции поперечного сечения,  $M_z$  – изгибающий момент в произвольном поперечном сечении на последнем грузовом участке балки.

Проинтегрировав это дифференциальное уравнение два раза, получим два уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} EJ_z y'(x) = \int_0^x M_z(x) dx + C \quad (*) \\ EJ_z y(x) = \int_0^x dx \int_0^x M_z(x) dx + Cx + D \quad (**) \end{array} \right.$$

Уравнение (\*) служит для определения угла поворота сечения, а уравнение (\*\*) – для определения прогиба сечения. В эти уравнения входят постоянные интегрирования  $C$  и  $D$ . Они определяются из граничных условий, зависящих от условий закрепления балки:

	
<b>Граничные условия</b>	<b>условия</b>
<p>1) <math>\Delta_A = y(x) _{x=x_A} = 0 \rightarrow (**)</math></p> <p>2) <math>\Delta_B = y(x) _{x=x_B} = 0 \rightarrow (**)</math></p>	<p>1) <math>\theta_A = y'(x) _{x=l} = 0 \rightarrow (*)</math></p> <p>2) <math>\Delta_A = y(x) _{x=l} = 0 \rightarrow (**)</math></p>



Метод определения перемещений, основанный на интегрировании дифференциального уравнения упругой линии, называют аналитическим методом определения перемещений.

Примеры на составление и интегрирование приближенного дифференциального уравнения упругой линии приведены в [ 2 ].

### 5.8. Графоаналитический метод определения перемещений

Универсальным способом для определения линейных и угловых перемещений в любых системах, состоящих из шарнирно соединенных брусьев является метод Мора.

При отыскании линейного перемещения (прогиба) к системе, освобожденной от заданных нагрузок, в направлении искомого перемещения в заданной точке прикладывается безразмерная единичная сила. Аналогично, при определении углового перемещения в заданном сечении прикладывается пара сил с моментом, равным безразмерной единице.

Формула (интеграл) Мора для определения перемещений имеет вид:

$$\Delta_{KP} = \sum \int_{\ell_i} \frac{M_P M_1}{EJ_z} dx,$$

где  $\Delta_{KP}$  - искомое перемещение (линейное или угловое). Первый индекс указывает точку, в которой определяется перемещение. Индекс  $P$  означает, что определяется перемещение от заданных нагрузок;

$M_P$  и  $M_1$  - аналитические выражения изгибающих моментов от заданной нагрузки и единичной силы (момента) соответственно.

Суммирование производится по грузовым участкам,  $\ell_i$  - длина  $i$ -го грузового участка.

В случае балки постоянного поперечного сечения с прямолинейной осью интеграл Мора удобно вычислять графоаналитическим методом, применяя правило Верещагина. По этому правилу интеграл Мора для отдельного  $i$ -го

участка балки вычисляется как произведение площади нелинейной эпюры изгибающих моментов на ординату линейной эпюры изгибающих моментов, взятую под центром тяжести нелинейной, деленную на жесткость поперечного сечения. Таким образом, при применении правила Верещагина вычисление перемещения ведется по формуле

$$\Delta_{KP} = \sum \frac{\omega_i \eta_{ci}}{EJ_z},$$

где  $\omega_i$  - площадь нелинейной эпюры изгибающих моментов;

$\eta_{ci}$  - ордината линейной эпюры изгибающих моментов, соответствующая центру тяжести нелинейной;

$EJ_z$  - жесткость поперечного сечения балки.

Смысл параметров  $\omega_i$  и  $\eta_{ci}$  пояснен на рис. 5.5.

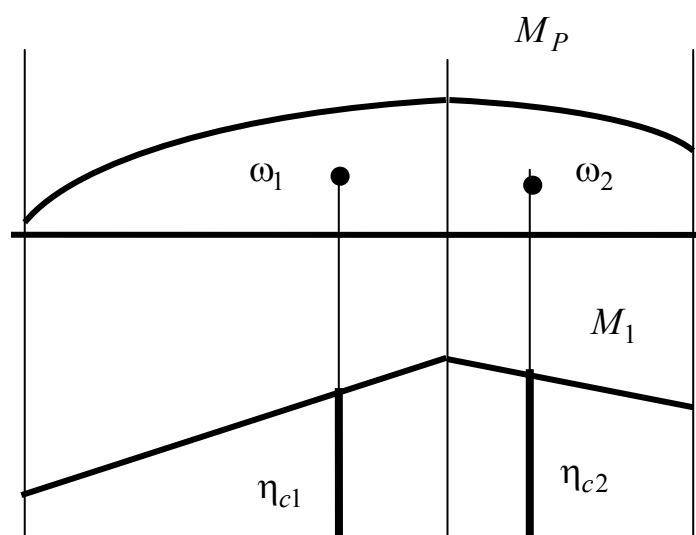


Рис. 5.5

Произведение  $\omega_i \eta_{ci}$  считается положительным, если часть эпюры, имеющая площадь  $\omega_i$ , и соответствующая ордината  $\eta_{ci}$  расположены по одну сторону от базы эпюры.

Применение правила Верещагина подробно рассмотрено в [ 2 ].

### Вопросы для самопроверки

1. Каково правило знаков для поперечной силы и момента при изгибе?
2. Выведите формулу для определения нормальных напряжений в любой точке сечения.
3. Напишите условия прочности при изгибе.
4. Как производится полная проверка прочности при изгибе?
5. Напишите формулы для определения геометрических характеристик сечений (круг, прямоугольник).

### Раздел 6. Статически неопределимые балки

Раздел 6 курса включает три темы: «**Статически неопределимые балки**», «**Метод сил**» и «**Уравнение трех моментов**». После изучения раздела Вам следует ответить на вопросы для самопроверки.

Работа с разделом 6 завершается решением задач №8, №9 контрольной работы №2, выполнением лабораторной работы №6 согласно «Методическим указаниям к выполнению лабораторных работ» и сдачей контрольного теста №6.

Для того, чтобы Вы смогли успешно ответить на вопросы контрольного теста, Вам предоставляется возможность поработать с репетиционным тестом. Он является полным аналогом контрольного теста, однако время работы с ним неограниченно, и на вопросы теста даются правильные ответы.

Если Вы испытываете затруднения при ответе на какой - либо вопрос, обратитесь к глоссарию или учебному пособию по сопротивлению материалов [ 3 ], раздел 1 “ Статически неопределимые балки”.

#### 6.1. Статическая неопределимость балки.

##### Степень статической неопределимости

Балка называется статически неопределимой, если реакции связей нельзя определить только из уравнений статики. Чтобы рассчитать такую балку на прочность, необходимо сначала раскрыть статическую неопределимость (найти реакции всех связей). Разность между числом неизвестных реакций связей и

числом независимых уравнений статики балки без промежуточных шарниров называется степень ее статической неопределимости.

Причиной статической неопределимости балки является наличие дополнительных (лишних) связей, которые не являются необходимыми для обеспечения ее геометрической неизменяемости. Балка называется геометрически неизменяемой, если перемещения ее точек могут происходить только за счёт деформаций элементов балки.

Введение лишних связей вызывается конструктивными соображениями.

Для расчета статически неопределимых балок требуется составление дополнительных уравнений (так называемых уравнений совместности перемещений), учитывающих характер деформаций. Одним из методов расчета статически неопределимых балок является метод сил.

## 6.2. Метод сил

При применении этого метода заданная статически неопределимая балка мысленно освобождается от лишних связей, а их действие заменяется силами и моментами, величина которых подбирается таким образом, чтобы перемещения соответствовали ограничениям, налагаемым на балку отброшенными связями. При этом неизвестными оказываются силы.

При освобождении от лишних связей балка становится статически определимой. Она называется основной балкой. На основную балку кроме заданной нагрузки действуют неизвестные реакции  $X_1, X_2, \dots, X_n$  отброшенных связей, где  $n$  – степень статической неопределимости балки. Силы  $X_1, X_2, \dots, X_n$  называются лишними неизвестными.

Полученная основная статически определимая и исходная статически неопределимая балки должны быть эквивалентны. В них должны возникать одинаковые внутренние силовые факторы и происходить одинаковые перемещения. Это условие служит для определения лишних неизвестных  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Для этого составляется система уравнений совместности перемещений.

Рассмотрим конкретный пример. Предположим, что имеется дважды ( $n=2$ ) статически неопределимая балка (рис. 6.1,а). Основную балку (рис. 6.1,б) получим отбрасыванием промежуточных опор 1 и 2. Их действие заменим неизвестными усилиями  $X_1, X_2$ , приложенными по направлению устраненных связей (рис. 6.1,в). Основная балка будет эквивалентна исходной при условии, что перемещения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  (рис. 6.1,в) точек приложения сил  $X_1$  и  $X_2$  по направлению этих сил равны нулю, т.к. в исходной балке в этих точках расположены опоры, препятствующие перемещению по вертикали.

По принципу независимости действия сил, эти условия можно записать в виде

$$\begin{cases} \Delta_{1X_1} + \Delta_{1X_2} + \Delta_{1P} = 0 \\ \Delta_{2X_1} + \Delta_{2X_2} + \Delta_{2P} = 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

здесь  $\Delta_{iX_j}$  - перемещение точки  $i$  по направлению силы  $X_j$  (рис. 6.1,в);  $\Delta_{iP}$  - перемещение точки  $i$  по тому же направлению от действия заданной нагрузки (рис. 6.1,д).

Поскольку каждое перемещение пропорционально соответствующей силе, то для  $\Delta_{iX_j}$  можно записать

$$\Delta_{iX_j} = \delta_{ij} X_j,$$

где  $\delta_{ij}$  перемещение точки приложения силы  $X_i$  по направлению действия этой силы, вызванное единичной силой  $X_j = 1$  (рис. 6.1, д).

Теперь уравнения (6.1.) примут вид:

$$\begin{cases} \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

Уравнения (6.2) носят название канонических уравнений метода сил. Из них нетрудно определить величину лишних неизвестных  $X_1, X_2$ .

Для случая  $n$  раз статически неопределимой балки канонические уравнения имеют вид:



### 6.3. Уравнение трех моментов

С увеличением степени статической неопределимости балки канонические уравнения (6.3) становятся громоздкими, т.к. каждое уравнение содержит, вообще говоря, все лишние неизвестные. При этом усложняется определение  $\Delta_{iP}$ .

Расчет существенно упрощается, если вместо канонических уравнений использовать уравнение трёх моментов.

Для расчета неразрезной балки методом трех моментов удобно в качестве основной выбрать балку с шарнирами над каждой из промежуточных опор, нагруженную заданной нагрузкой и изгибающими моментами  $M_1, M_2, \dots, M_n$  (лишними неизвестными), возникающими в исходной балке в сечениях над промежуточными опорами и заменяющими отброшенную связь между соседними пролетами (рис.6.2,б). Моменты  $M_1, M_2, \dots, M_n$  изображаются положительными, т.е. направленными так, чтобы они вызывали сжатие верхних волокон балки.

Таким образом, каждый пролет преобразуется в простую балку на двух шарнирных опорах, а вся неразрезная балка заменяется совокупностью таких балок (рис. 6.2,в). В опорных сечениях каждой балки приложены моменты, заменяющие влияние отброшенных частей балки.

Моменты  $M_1, M_2, \dots, M_n$  определяются из условия непрерывности изогнутой оси неразрезной балки на опорах. Для любой промежуточной опоры  $n$  это условие удовлетворяется, если изогнутые оси двух смежных пролетов имеют общую касательную на этой опоре, т.е. угол поворота  $\theta_{n,n}$  поперечного сечения, принадлежащего пролёту  $l_n$  и непосредственно примыкающего к опоре  $n$  равен углу поворота  $\theta_{n,n+1}$  поперечного сечения, принадлежащего пролёту  $l_{n+1}$  и также непосредственно примыкающего к опоре  $n$  (рис.6.2,г).

$$\theta_{n,n} = \theta_{n,n+1} .$$

Угол поворота  $\theta_{n,n}$  можно рассматривать как результат воздействия на однопролётную балку длиной  $l_n$  заданной внешней нагрузки и двух неизвестных опорных моментов  $M_{n-1}, M_n$ :

$$\theta_{n,n} = \theta_{n,n}^{M_{n-1}} + \theta_{n,n}^{M_n} + \theta_{n,n}^P,$$

где верхний индекс  $M_{n-1}$ ,  $M_n$  указывает на то, что угол поворота вызван неизвестными опорными моментами  $M_{n-1}$ ,  $M_n$ , а индекс  $P$  – что он вызван заданной нагрузкой (рис. 6.3. а).

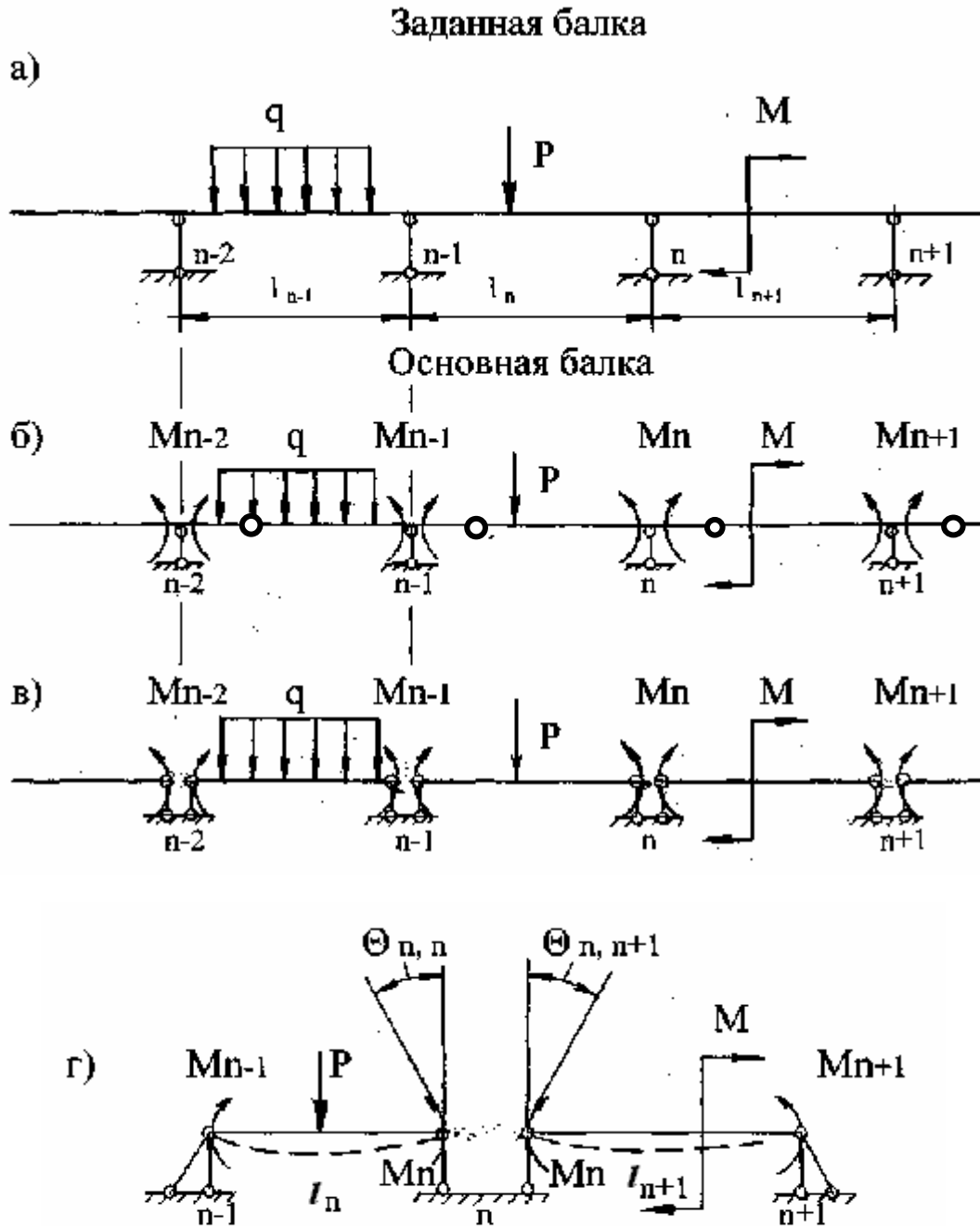


Рис. 6.2



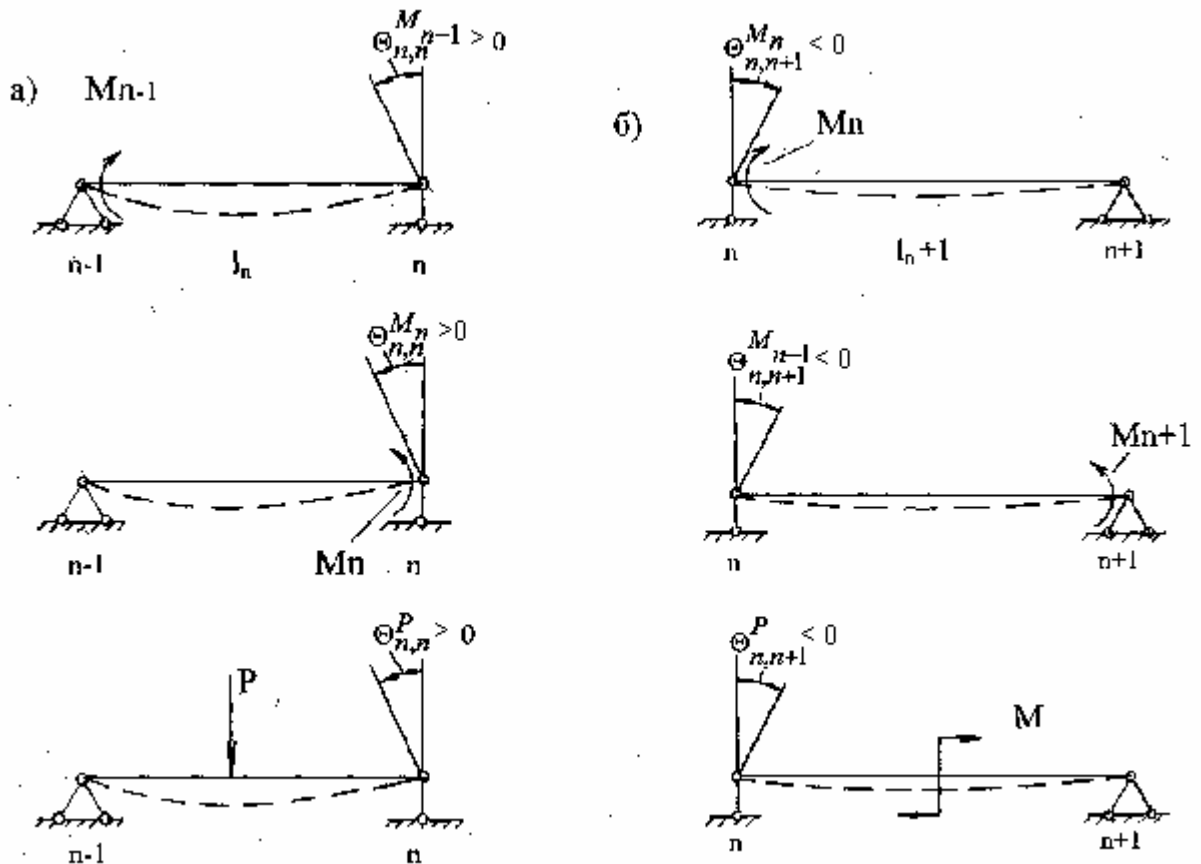


Рис. 6.3

Аналогично угол поворота  $\theta_{n,n+1}$  (рис. 6.3, б) равен:

$$\theta_{n,n+1} = \theta_{n,n+1}^{M_n} + \theta_{n,n+1}^{M_{n+1}} + \theta_{n,n+1}^P,$$

Произведя преобразования, получим уравнение:

$$M_{n-1} \cdot l_n + 2 M_n (l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} \cdot l_{n+1} = 6EJ(\theta_{n,n+1}^P - \theta_{n,n}^P). \quad (6.4)$$

В уравнение (6.4) входят только три неизвестных момента, поэтому оно называется уравнением трех моментов. При расчете неразрезных балок такое уравнение составляется для каждой пары соседних пролетов. Количество уравнений равно степени статической неопределимости балки. Совместное решение этих уравнений позволяет определить неизвестные изгибающие моменты  $M_1, M_2, \dots, M_n$  в сечениях над опорами. Затем можно найти опорные реакции и построить эпюры изгибающего момента и поперечной силы.

Величины углов поворота сечений  $\theta_{n,n}^P$  и  $\theta_{n,n+1}^P$  (рис.6.4), вызванных заданной внешней нагрузкой, расположенной на пролетах  $l_n$  и  $l_{n+1}$ , можно определить любым способом - аналитическим или графическим.

При применении графического метода (правило Верещагина) получаются довольно простые формулы, упрощающие составление уравнений трех моментов.

Поясним это на примере, рассмотрев два соседних пролета, прилегающих слева и справа к опоре  $n$  (рис.6.4).

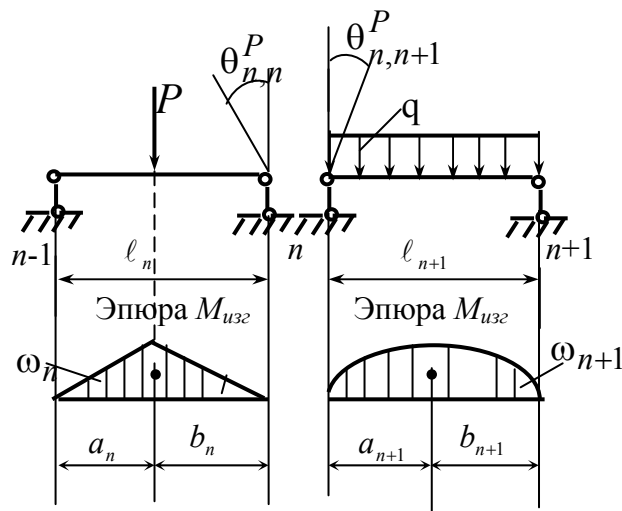


Рис. 6.4

Используя правило Верещагина, можно записать:

$$\theta_{n,n}^P = \frac{\omega_n a_n}{EJl_n}; \quad \theta_{n,n+1}^P = -\frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{EJl_{n+1}},$$

где  $\omega_n$  – площадь эпюры изгибающего момента на пролете  $l_n$ ;

$\omega_{n+1}$  – площадь эпюры изгибающего момента на пролете  $l_{n+1}$ ;

$a_n$  – расстояние от центра тяжести эпюры  $M_{изг}$  на пролете  $l_n$  до левой опоры;

$b_{n+1}$  – расстояние от центра тяжести эпюры  $M_{изг}$  на пролете  $l_{n+1}$  до правой опоры.

Величины  $\omega_n$ ,  $\omega_{n+1}$ ,  $a_n$ ,  $b_{n+1}$  обозначены на рис. 6.4.

Окончательно уравнение трех моментов примет вид:

$$M_{n-1} \cdot l_n + 2 M_n (l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} \cdot l_{n+1} = -6 \left[ \frac{\omega_n \cdot a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} \cdot b_{n+1}}{l_{n+1}} \right]$$

$\omega_n$ ,  $\omega_{n+1}$ , имеют знаки, соответствующие знакам эпюры  $M_{изг}$ .

Примеры расчета приведены в [ 3 ], Раздел 1.

### Вопросы для самопроверки

1. Какая система называется статически неопределимой?
2. Какие балки называются неразрезными?
3. Как определяется степень статической неопределимости неразрезной балки?
4. В чем состоит метод сил для раскрытия статической неопределимости неразрезной балки?
5. Какая связь называется лишней?
6. Что называется лишней неизвестной?
7. Какая балка называется основной?
8. Какая балка называется эквивалентной?
9. Что принимают в качестве лишних неизвестных при раскрытии статической неопределимости неразрезных балок с помощью уравнения трех моментов?
10. Приведите общий вид уравнения трех моментов?
11. Какое преимущество по сравнению с другими способами раскрытия статической неопределимости неразрезных балок имеет применение уравнения трех моментов?

## Раздел 7. Сложное сопротивление

Раздел 7 курса включает четыре темы: «**Косой изгиб**», «**Внецентренное нагружение**», «**Изгиб с кручением**» и «**Расчет безмоментных оболочек**». После изучения раздела Вам следует ответить на вопросы для самопроверки.

Работа с разделом 7 завершается выполнением задачи №11 контрольной работы №2, выполнением лабораторных работ №7, №9 согласно «Методическим указаниям к выполнению лабораторных работ» и сдачей контрольного теста №7.

Для того, чтобы Вы смогли успешно ответить на вопросы контрольного теста, Вам предоставляется возможность поработать с репетиционным тестом. Он является полным аналогом контрольного теста, однако время работы с ним неограничено, и даются правильные ответы на вопросы.

Если Вы испытываете затруднения при ответе на какой - либо вопрос, обратитесь к глоссарию или учебному пособию по сопротивлению материалов [3], раздел 2 «Сложное сопротивление» и раздел 4 «Тонкостенные осесимметричные оболочки вращения».

### Основные понятия

В общем случае нагружения в поперечных сечениях элемента конструкции возникают одновременно несколько внутренних силовых факторов, учитываемых при расчете на прочность. Способность элемента конструкции воспринимать такую нагрузку называется сложным сопротивлением. При расчетах на прочность и жесткость элемент конструкции считается достаточно жестким, широко применяется принцип независимости действия сил, согласно которому сложное сопротивление рассматривается как сумма простых сопротивлений.

Для упрощения все приложенные силы разбиваются на группы сил, вызывающих простые сопротивления. Каждое простое сопротивление рассматривается отдельно от остальных. При этом определяются внутренние

силовые факторы, строятся их эпюры и определяется положение опасного сечения. Для определения положения опасной точки строят эпюры напряжений, возникающих в опасном сечении. Затем записывают условие прочности, которое формулируется в зависимости от вида напряженного состояния в опасной точке.

### 7.1. Косой изгиб. Определение напряжений и перемещений. Положение нейтральной оси

Одним из видов сложного сопротивления является косой изгиб. Различают плоский косой изгиб и пространственный косой изгиб. При плоском косом изгибе (рис. 7.1) все силы расположены в одной плоскости, называемой силовой, не совпадающей ни с одной из главных плоскостей бруса, а линии действия сил перпендикулярны оси бруса. В этом случае изогнутая ось бруса - плоская кривая, не лежащая в силовой плоскости. Именно эта особенность характера деформации обуславливает наименование – косой изгиб. При пространственном косом изгибе силы, вызывающие изгиб, расположены в разных продольных плоскостях бруса. В этом случае изогнутая ось бруса – пространственная кривая.

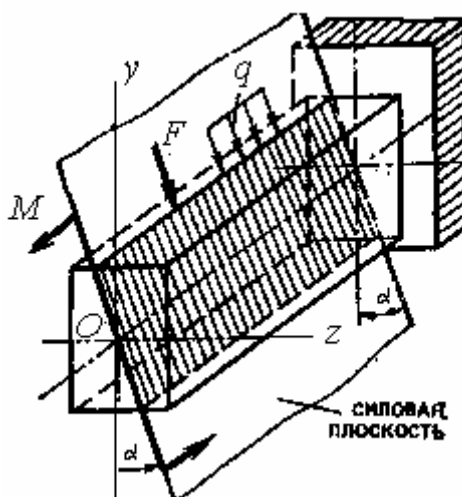


Рис.7.1

Косой изгиб можно рассматривать как сумму двух прямых изгибов во взаимно перпендикулярных плоскостях ( рис. 7.2)

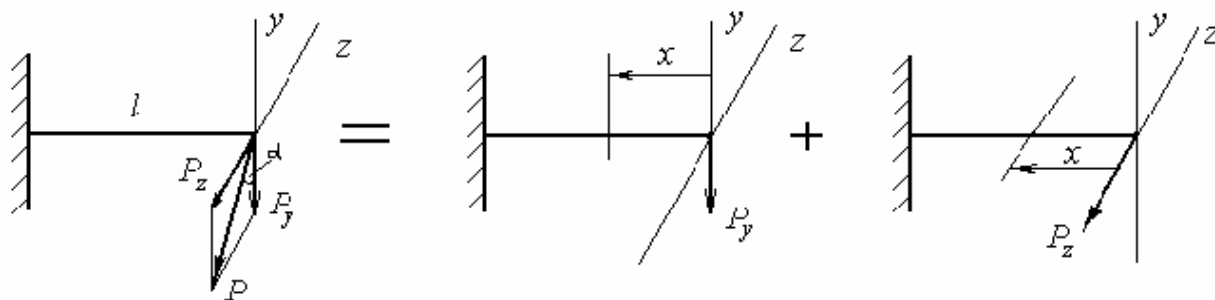


Рис. 7.2

При поперечном косом изгибе независимо от того - плоский он или пространственный, - в поперечных сечениях бруса возникают четыре внутренних силовых фактора: поперечные силы  $Q_y$  и  $Q_z$  изгибающие моменты  $M_z$  и  $M_y$ . Однако влияние на прочность бруса поперечных сил, как правило, незначительно, и в расчетах на прочность и жесткость ими пренебрегают.

Каждому внутреннему силовому фактору соответствуют напряжения:

$$M_z \rightarrow \sigma_{M_z}; M_y \rightarrow \sigma_{M_y}; Q_y \rightarrow \tau_{Q_y}; Q_z \rightarrow \tau_{Q_z}.$$

Нормальное напряжение в произвольной точке поперечного сечения бруса определяется на основе принципа независимости действия сил (ПНДС) как алгебраическая сумма нормальных напряжений  $\sigma_{M_z}$  и  $\sigma_{M_y}$ , каждое из которых обусловлено одним из прямых изгибов:

$$\sigma = \pm \sigma_{M_z} \pm \sigma_{M_y}$$

В эту формулу каждое из слагаемых напряжений должно быть подставлено со своим знаком, определяемым из рассмотрения характера деформации бруса. По эпюрам напряжений (рис. 7.3) видно, что максимальное нормальное напряжение растяжения возникает в точке  $A$ , а максимальное нормальное напряжение сжатия - в точке  $B$  сечения. Касательное напряжение в этих точках сечения равно нулю, поэтому поперечные силы при расчетах не учитываются и

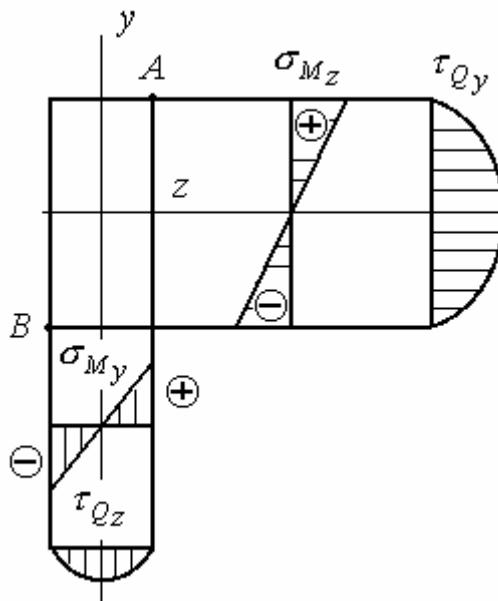


Рис. 7.3

расчет на прочность ведется только по нормальным напряжениям.

Максимальное нормальное напряжение вычисляется по формуле

$$\max \sigma = \sigma_A = \max \sigma_{M_z} + \max \sigma_{M_y} ,$$

$$\text{где } \max \sigma_{M_z} = \frac{|M_z|}{W_z} , \max \sigma_{M_y} = \frac{|M_y|}{W_y} .$$

Опасные точки – угловые точки  $A$  и  $B$  сечения. Для пластичного материала эти точки равноопасны, для хрупкого опаснее точка  $A$ . Так как в опасной точке возникает только нормальное напряжение, то в ней имеет место линейное напряженное состояние , и условие прочности имеет вид

$$\sigma_A = \frac{|M_z|}{W_z} + \frac{|M_y|}{W_y} \leq [\sigma]$$

Нормальное напряжение в произвольной точке поперечного сечения, согласно принципу независимости действия сил, определяется по формуле

$$\sigma = \pm \sigma_{M_z} \pm \sigma_{M_y} = \pm \frac{|M_z|}{J_z} y \pm \frac{|M_y|}{J_y} z \quad (7.1)$$

Знак плюс или минус соответствует характеру деформации бруса, координаты  $y$  и  $z$  рассматриваемой точки следует подставлять по абсолютной величине. Приравнивая нулю правую часть выражения (7.1), получаем уравнение нейтральной линии, из которого можно сделать вывод, что нейтральная линия – прямая, проходящая через начало координат (центр тяжести сечения) (рис.7.4) и имеющая угловой коэффициент, определяемый из выражения

$$|k| = |\operatorname{tg} \varphi| = \frac{|M_y| J_z}{|M_z| J_y}$$

В отличие от прямого изгиба при косом изгибе нейтральная и силовая линии не будут взаимно перпендикулярны. Лишь в частном случае, когда  $J_z = J_y$ , угол между нейтральной и силовой линиями будет прямым, изогнутая ось будет лежать в силовой плоскости, и, следовательно, изгиб будет прямым. Это означает, что для сечений типа круга, квадрата и т. п. косой изгиб невозможен.

Для построения суммарной эпюры нормальных напряжений  $\sigma$  проводим через центр тяжести сечения под углом  $\varphi$  к оси  $z$  нейтральную линию и параллельно ей две линии из крайних точек сечения. Ось эпюры перпендикулярна нейтральной линии (рис. 7.4).

Прогибы при косом изгибе определяются на основе принципа независимости действия сил путем геометрического суммирования прогибов, получающихся в направлении главных центральных осей (рис. 7.4).

Полный прогиб рассматриваемого сечения определяется по формуле:

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2}.$$

При плоском косом изгибе направление прогиба перпендикулярно нейтральной линии и не совпадает с силовой линией



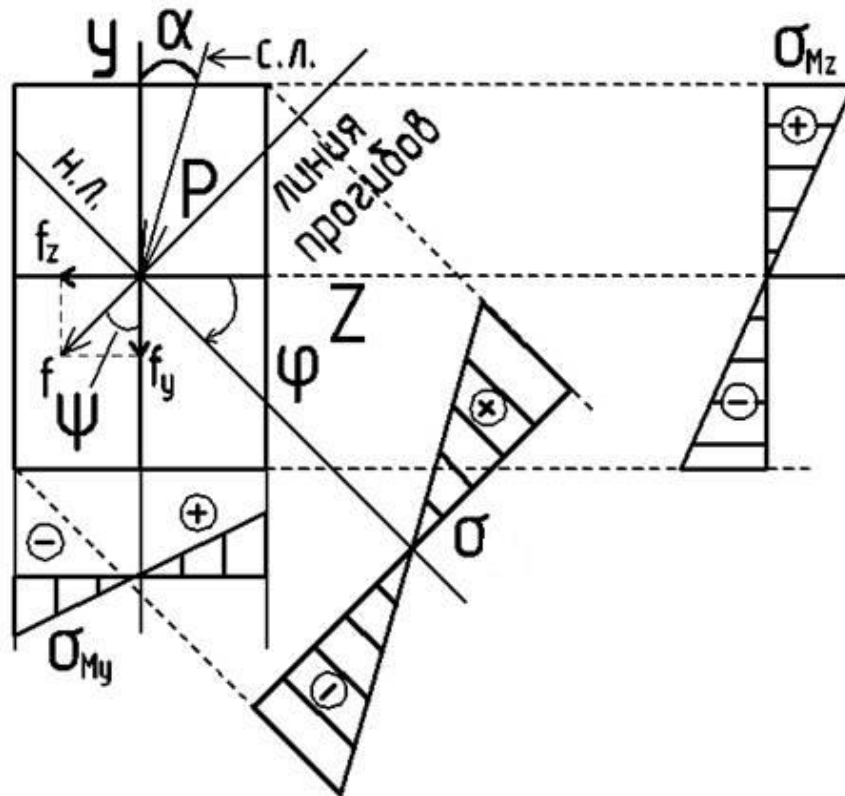


Рис. 7.4

## 7.2. Внецентренное нагружение

В том случае, когда брус нагружен внецентренно приложенной силой, параллельной его продольной оси (рис. 7.5) возникает изгиб с растяжением (сжатием). Для бруса большой жесткости расчет ведется на основе принципа независимости действия сил.

Применив метод сечений, легко установить, что в любом поперечном сечении бруса возникают три внутренних силовых фактора (рис. 7.5) :

$$N = P; \quad |M_z| = P y_p; \quad |M_y| = P z_p,$$

где  $y_p$  и  $z_p$  - координаты полюса (точки приложения силы  $P$ ).

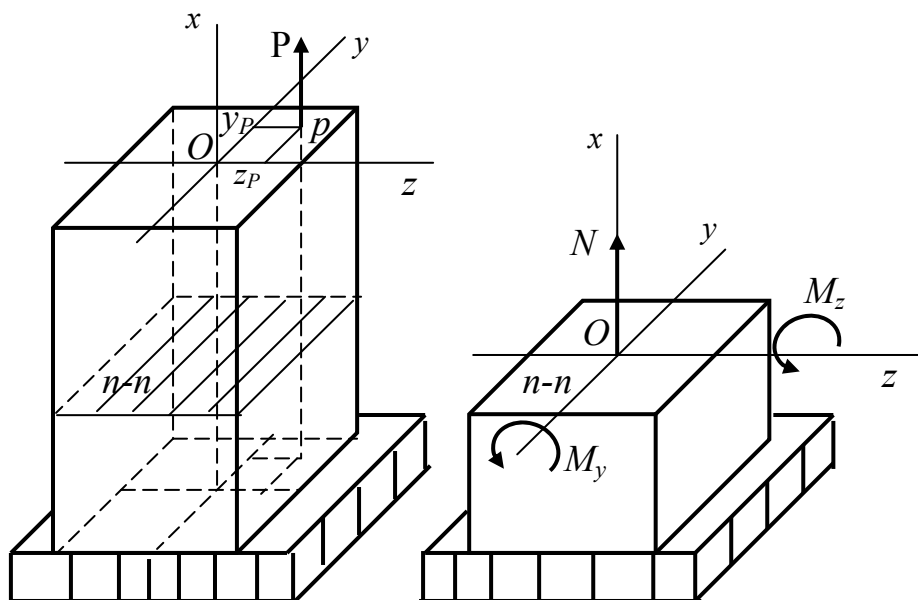


Рис. 7.5

Каждому внутреннему силовому фактору соответствуют нормальные напряжения

$$N \rightarrow \sigma_N; M_z \rightarrow \sigma_{M_z}; M_y \rightarrow \sigma_{M_y}.$$

Таким образом, в поперечных сечениях возникают только нормальные напряжения. В произвольной точке поперечного сечения они определяются по принципу независимости действия сил

$$\sigma = \sigma_N \pm \sigma_{M_z} \pm \sigma_{M_y}.$$

При сочетании изгиба с растяжением (сжатием) нейтральная линия – прямая, не проходящая через начало координат (центр тяжести сечения) (рис. 7.6), где  $y_0$  и  $z_0$  - отрезки, отсекаемые нейтральной линией на осях координат. После определения положения нейтральной линии строится суммарная эпюра нормальных напряжений  $\sigma$  (рис. 7.6).

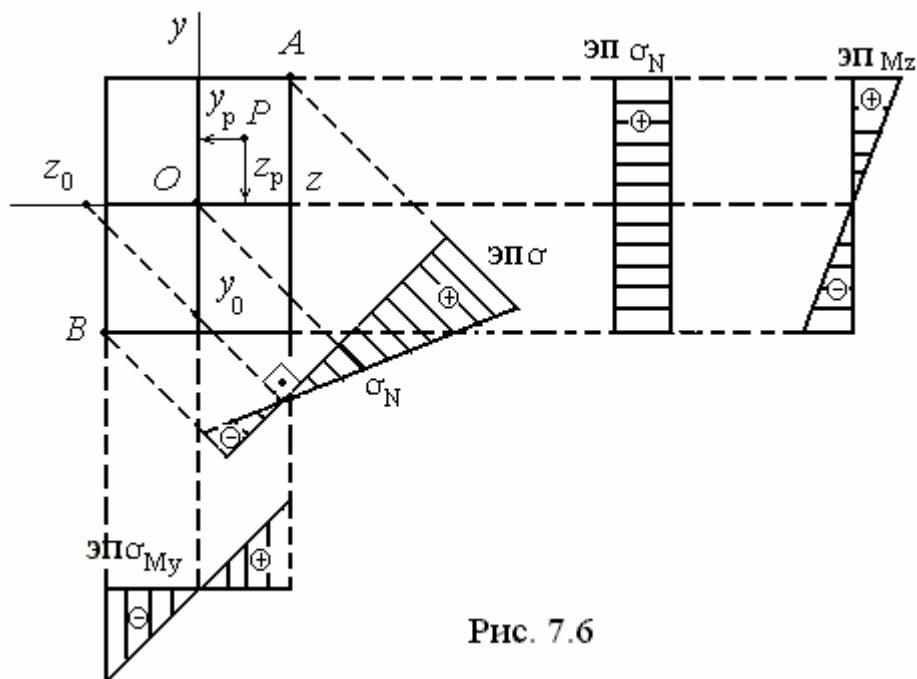


Рис. 7.6

В опасной точке возникают только нормальные напряжения, поэтому условие прочности запишется

$$\max \sigma = \sigma_A = \frac{N}{A} + \frac{|M_z|}{W_z} + \frac{|M_y|}{W_y} \leq [\sigma].$$

В общем случае нейтральная линия может не пересекать сечение, а проходить вне его. Это будет означать, что во всех точках поперечного сечения возникают нормальные напряжения одного знака.

В окрестности центра тяжести поперечного сечения существует область, называемая ядром сечения. Если точка приложения силы  $P$  (полус) находится внутри ядра сечения, напряжения во всех точках сечения будут одного знака.

### 7.3. Изгиб с кручением

Валы различных машин представляют собой в большинстве случаев прямые брусья круглого сплошного или кольцевого сечения, работающие на совместное действие изгиба и кручения. При этом в общем случае в поперечных сечениях возникают изгибающие моменты  $M_z$  и  $M_y$ , поперечные силы  $Q_y$  и  $Q_z$  и крутящий момент  $M_{кр}$ . Влиянием поперечных сил, как

правило пренебрегают, так как соответствующие им касательные напряжения в опасных точках бруса невелики по сравнению с касательными напряжениями от кручения и нормальными напряжениями от изгиба.

При расчете на прочность на основе расчетной схемы определяются опорные реакции и строятся эпюры  $M_{кр}$ ,  $M_z$  и  $M_y$ , по которым определяется положение опасного сечения вала. Расчет на изгиб бруса круглого поперечного сечения ведется по суммарному изгибающему моменту  $M_u = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}$ . Следовательно, для вала, диаметр которого по всей длине постоянен, опасным будет сечение, в котором одновременно возникают наибольшие крутящий  $M_{кр}$  и суммарный изгибающий  $M_u$  моменты.

В опасном сечении имеется точка, в которой одновременно возникают

максимальные нормальные напряжения от изгиба  $\max \sigma_{M_u} = \frac{M_u}{W_u}$  и

максимальные касательные напряжения от кручения  $\max \tau_{M_{кр}} = \frac{|M_{кр}|}{W_p}$ .

Такая точка является опасной, в ней возникает плоское напряженное состояние, и условие прочности записывается

$$\sigma_{экр} \leq [\sigma].$$

Расчет валов из пластичного материала выполняют по третьей или четвертой гипотезе прочности.

Пример расчета вала на изгиб с кручением приведен в [3] (Раздел 6).

#### 7.4. Расчет безмоментных оболочек вращения

Оболочкой принято называть тело, ограниченное двумя непересекающимися криволинейными поверхностями, отстоящими друг от друга на расстоянии  $\delta$ , малом по сравнению с другими размерами тела и называемом толщиной оболочки. Геометрическое место точек, равноудаленных от обеих поверхностей оболочки, называется ее срединной поверхностью. Если срединная поверхность оболочки является плоскостью, то такая оболочка

называется пластиной. Если срединная поверхность образует сферу (или часть ее), цилиндр или конус, оболочка называется соответственно сферической, цилиндрической или конической. Геометрия оболочки определяется также законом изменения толщины стенки оболочки. На практике как правило используются оболочки постоянной толщины. Тонкими называются такие оболочки, для которых отношение толщины оболочки  $\delta$  к наименьшему радиусу кривизны срединной поверхности  $R_{\min}$  составляет величину, меньшую  $1/20$ , то есть для тонких оболочек  $\frac{\delta}{R_{\min}} < \frac{1}{20}$ . Осесимметричными оболочками называются такие оболочки, срединная поверхность которых представляет собой поверхность вращения.

Наиболее просто проводится расчет на прочность в случае, если тонкая оболочка имеет плавные очертания без скачкообразных изменений кривизны и толщины, и если при этом нагрузка равномерно распределена по поверхности оболочки. Тогда при расчете можно пренебречь изгибающими и крутящим моментами и не учитывать напряжения от изгиба и кручения. Такой расчет называется расчетом по безмоментной теории.

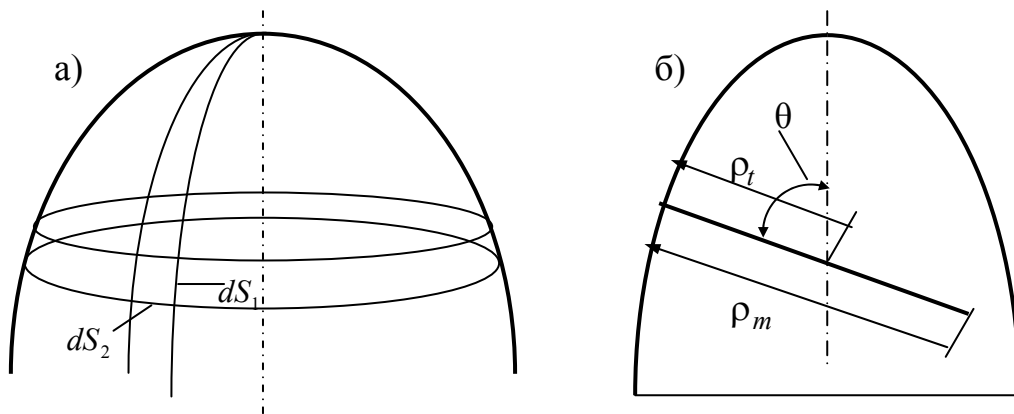


Рис. 7.7

На рис. 7.7 представлена осесимметричная оболочка толщиной  $\delta$ , находящаяся под действием давления  $p$  газа или жидкости.  $\rho_m$  - радиус кривизны дуги меридиана срединной поверхности,  $\rho_t$  - радиус кривизны нормального сечения, перпендикулярного к дуге меридиана (рис. 7.7,б). Радиусы  $\rho_m$  и  $\rho_t$  являются в общем случае функциями угла  $\theta$  - угла между

нормалью и осью симметрии оболочки. Двумя парами бесконечно близких меридиональных и нормальных конических сечений выделим из оболочки бесконечно малый элемент  $ds_1, ds_2$  (рис.7.7,а).

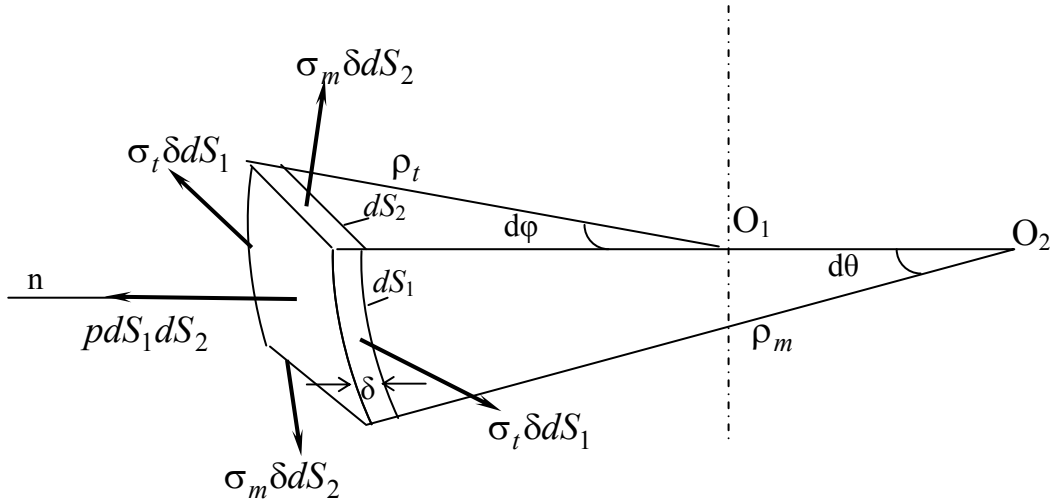


Рис. 7.8

По боковым граням выделенного элемента действуют только нормальные напряжения  $\sigma_t$  (рис. 7.8). Во взаимно перпендикулярных гранях выделенного элемента действуют тоже только нормальные напряжения  $\sigma_m$  (рис.7.8). Напряжение  $\sigma_m$  - называется меридиональным, а  $\sigma_t$  - окружным напряжением. Кроме напряжений  $\sigma_t$  и  $\sigma_m$  на элемент оболочки действует внешняя нагрузка, характеризуемая давлением  $p$ .

Из уравнения равновесия рассматриваемого элемента в проекции на нормаль  $n$  можно получить уравнение

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}$$

(7.2)

Это соотношение известно под названием *уравнения Лапласа*.

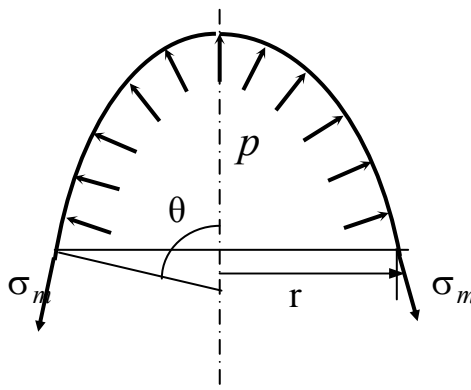


Рис. 7.9

Для части оболочки, отсеченной коническим нормальным сечением (рис.7.9) можно составить еще одно уравнение, спроектировав все силы на направление оси оболочки. Обозначая через  $P$  осевую равнодействующую внешних сил, получим

$$\sigma_m 2\pi r \delta \sin \theta = P. \quad (7.3)$$

Из уравнения равновесия (7.3) определяется  $\sigma_m$ , а затем из уравнения Лапласа (7.2) можно определить напряжение  $\sigma_t$ .

Примеры расчета приведены в [ 3 ], Разделы 2 и 4.

### Вопросы для самопроверки

1. Какой изгиб называется косым изгибом?
2. Как определяются нормальные напряжения в данной точке поперечного сечения бруса при косом изгибе?
3. Как найти положение нейтральной линии в поперечном сечении бруса при косом изгибе?
4. Может ли брус круглого поперечного сечения испытывать косой изгиб?
5. Как определяется полный прогиб бруса при косом изгибе?
6. В каком случае имеет место внецентренное растяжение (сжатие)?
7. По какой формуле определяется нормальное напряжение в данной точке поперечного сечения бруса при внецентренном нагружении?
8. Чему равно нормальное напряжение в центре тяжести поперечного сечения при внецентренном растяжении или сжатии?
9. Дайте определение ядра сечения.
10. Как определить положение нейтральной линии в поперечном сечении при внецентренном нагружении?
11. Для каких материалов необходимо строго следить за недопустимостью приложения нагрузки вне ядра сечения?
12. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях вала при изгибе с кручением?

13. Как найти положение опасного сечения вала при изгибе с кручением?
14. Как записывается выражение для эквивалентного момента при изгибе с кручением вала круглого или кольцевого поперечного сечения в соответствии с третьей и четвертой гипотезами прочности?
15. Какой элемент конструкции называется оболочкой?
16. Что называется срединной поверхностью?
17. Что представляет собой тонкостенная осесимметричная оболочка?
18. В чем состоит расчет оболочки по безмоментной теории?
19. Какое сечение оболочки называется меридиональным?
20. Какое напряжение называется меридиональным?
21. Какое напряжение называется окружным?
22. Приведите уравнение Лапласа.
23. Какой цилиндр называется толстостенным?
24. Какие точки толстостенного цилиндра являются опасными?

### **Раздел 8. Устойчивость сжатых стержней**

Раздел 8 курса включает 6 тем: **«Основные понятия», «Формула Эйлера для критической силы», «Потеря устойчивости за пределом пропорциональности», «График зависимости критического напряжения от гибкости стержня», «Рациональные формы поперечного сечения» и «Продольно-поперечный изгиб».** После изучения раздела Вам следует ответить на вопросы для самопроверки.

Работа с разделом 8 завершается выполнением задачи №13 контрольной работы №3, выполнением лабораторной работы №8 согласно “Методическим указаниям к выполнению лабораторных работ” и сдачей контрольного теста №8.

Для того, чтобы Вы смогли успешно ответить на вопросы контрольного теста, Вам предоставляется возможность поработать с репетиционным тестом.



Он является полным аналогом контрольного теста, однако время работы с ним неограничено, и на вопросы теста даются правильные ответы.

Если Вы испытываете затруднения при ответе на какой – либо вопрос, обратитесь к глоссарию или учебному пособию по сопротивлению материалов [ 3 ], раздел 3 “ Устойчивость центрально сжатых стержней”.

### 8.1. Основные понятия

Центрально сжатые стержни помимо расчета на прочность необходимо рассчитывать на устойчивость (продольный изгиб). При потере устойчивости ось стержня изгибается и стержень испытывает совместное действие сжатия с изгибом (рис. 8.1).

Наименьшее значение сжимающей силы, при котором сжатый стержень теряет способность сохранять прямолинейную форму равновесия, называется критической силой и обозначается  $P_{кр}$ .

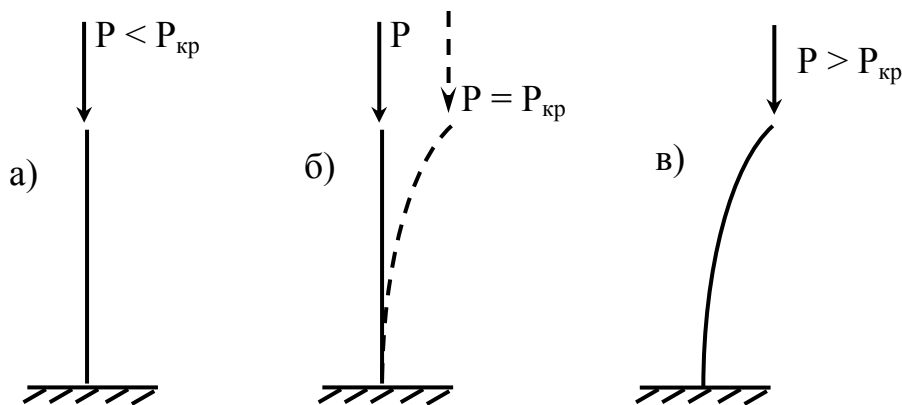


Рис.8.1.

Даже при незначительном превышении критического значения нагрузки возникают недопустимо большие прогибы и напряжения, поэтому состояние стержня, соответствующее критической силе следует считать опасным (предельным).

Для обеспечения определенного запаса устойчивости необходимо, чтобы удовлетворялось условие:

$$P \leq [P],$$

где  $[P]$  – допустимая нагрузка,  $[P] = \frac{P_{кр}}{[n]_y}$ ;

$[n]_y$  – требуемый коэффициент запаса устойчивости.

## 8.2. Формула Эйлера для критической силы

Критическая сила  $P_{кр}$  (при потере устойчивости в упругой стадии) вычисляется по формуле Эйлера:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot EJ_{\min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (8.1)$$

где  $E$  – модуль упругости;  $J_{\min}$  – минимальный момент инерции поперечного сечения;  $\mu$  – так называемый коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления концов стержня.

На рис.8.2 показано несколько видов закрепления стержня и указаны соответствующие значения коэффициента  $\mu$  приведения длины.

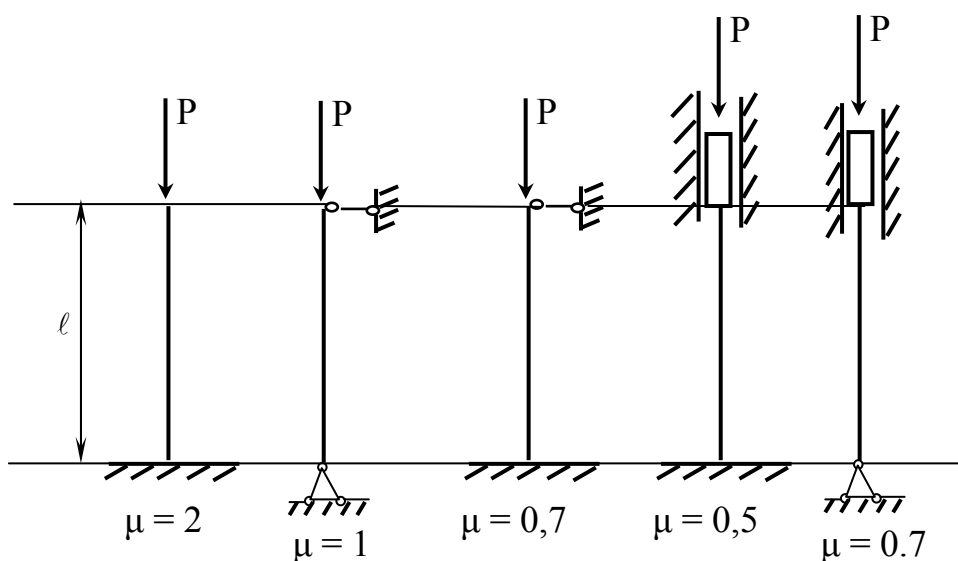


Рис. 8.2

Напряжение, возникающее в поперечном сечении стержня при достижении сжимающей силой критического значения, называется критическим напряжением  $\sigma_{кр}$ . Формула Эйлера справедлива при условии  $\sigma_{кр} \leq \sigma_{пц}$  (критическое напряжение не превышает предела пропорциональности). Обычно условие применимости формулы Эйлера выражают через гибкость стержня  $\lambda$ ,

которая вычисляется по формуле  $\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}}$ , где  $l$  - длина стержня;

$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}}$  - минимальный радиус инерции сечения ( $A$  – площадь поперечного сечения).

Условие применимости формулы Эйлера в этом случае имеет вид:

$$\lambda \geq \lambda_{\text{пред}},$$

где  $\lambda_{\text{пред}}$  – предельная гибкость стержня, зависящая от физико-механических

свойств его материала:  $\lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пц}}}}$  ( $\sigma_{\text{пц}}$  – предел пропорциональности).

### 8.3. Потеря устойчивости за пределом пропорциональности

Явление потери устойчивости имеет место и для стержней, гибкость которых меньше предельной  $\lambda < \lambda_{\text{пред}}$ . В этом случае формула Эйлера неприменима, т.к. критическое напряжение, соответствующее критической силе  $P_{\text{кр}}$ , превышает предел пропорциональности:  $\sigma_{\text{кр}} > \sigma_{\text{пц}}$ .

Для таких стержней критическое напряжение определяется по эмпирической формуле Тетмайера – Ясинского:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda, \quad (8.2)$$

где  $a, b$  – коэффициенты, зависящие от материала стержня. Соответствующая критическая сила будет

$$P_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} \cdot A$$

При некотором значении гибкости (обозначим её  $\lambda_0$ )  $\sigma_{\text{кр}}$ , вычисленное по формуле (8.2), становится равным пределу текучести  $\sigma_{\text{T}}$  – напряжению, которое является опасным (предельным) при статическом нагружении.

### 8.4. График зависимости критического напряжения от гибкости стержня

Таким образом, сжатые стержни можно отнести к трем категориям:

1. стержни большой гибкости ( $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}}$ ), для которых справедлива формула Эйлера;

2. стержни средней гибкости ( $\lambda_0 < \lambda < \lambda_{пред}$ ), которая рассчитывается по формуле Тетмайера – Ясинского;

3. стержни малой гибкости ( $\lambda \leq \lambda_0$ ), которые следует рассчитывать не на устойчивость, а на прочность.

На рис. 8.3 приведён график зависимости  $\sigma_{кр} = \sigma_{кр}(\lambda)$ .

Из графика (рис. 8.3) видно насколько завышенным может оказаться значение критического напряжения, если для стержня средней гибкости ( $\lambda_0 < \lambda < \lambda_{пред}$ ) воспользоваться формулой Эйлера (см. пунктирную линию).

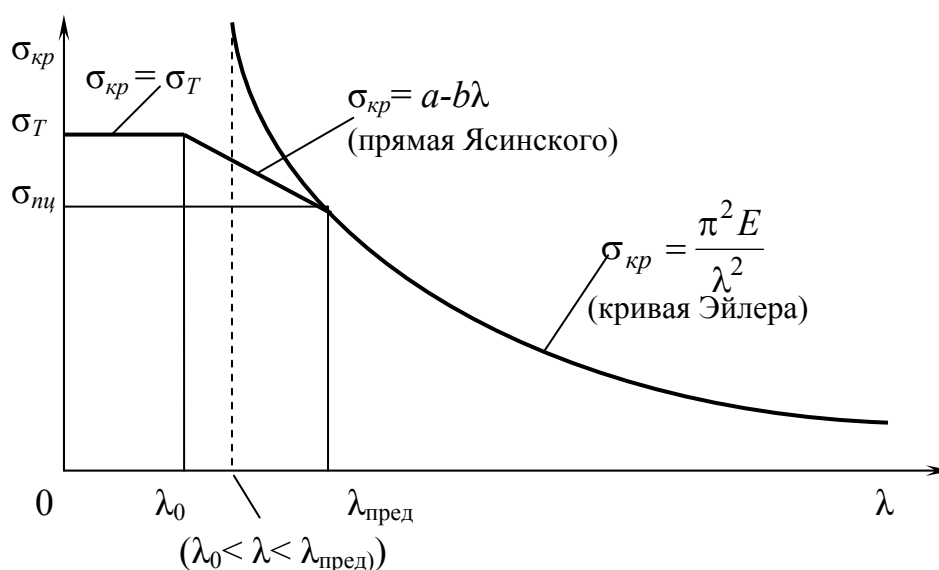


Рис. 8.3

### 8.5. Рациональные формы поперечных сечений

При выборе формы поперечного сечения следует иметь в виду, что в соответствии с формулой Эйлера (8.1) сечение тем выгоднее, чем больше его минимальный момент инерции  $J_{min}$ . При одной и той же площади  $A$  увеличение момента инерции сечения достигается сосредоточением материала на периферии поперечного сечения. При этом необходимо стремиться к равенству главных центральных моментов инерции. Тогда при одинаковом

закреплении в главных плоскостях будет обеспечена равноустойчивость стержня.

Теоретически наиболее рациональным является кольцевое сечение, имеющее наибольший момент инерции при данной площади и одинаковую жесткость по всем направлениям. Также возможными являются коробчатые тонкостенные сечения и сечения, составленные из прокатных профилей, раздвинутых на необходимое расстояние.

Наименее рациональны прямоугольные сплошные сечения.

Примеры расчета стержня на устойчивость смотри в [ 3 ], раздел 3.

### 8.6. Продольно - поперечный изгиб

На рис. 8.4 представлена балка с шарнирно закрепленными концами, нагруженная некоторой поперечной силой  $P$  и сжимающей силой  $S$ , действующей вдоль оси балки.

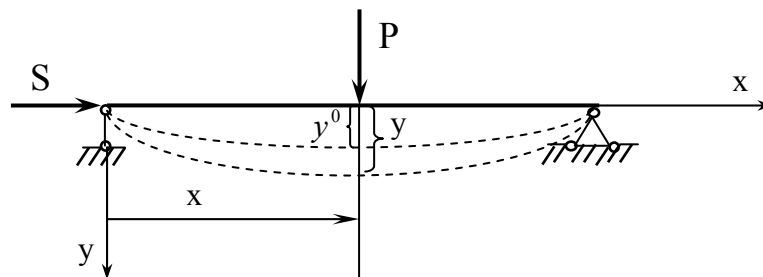


Рис. 8.4

В этом случае возникает продольно-поперечный изгиб - сочетание поперечного изгиба со сжатием или растяжением.

Полный прогиб  $y$  можно рассматривать состоящим из прогиба  $y^0$ , возникающего от действия только поперечной нагрузки, и дополнительного прогиба, равного  $y - y^0$ , вызванного силой  $S$ .

Для достаточно жесткой балки, для которой полный прогиб мало отличается от прогиба  $y^0$ , вызванного только поперечной силой, можно пренебречь влиянием силы  $S$  и проводить ее расчет на совместное действие центрального сжатия и поперечного изгиба.

Для балки, жесткость которой невелика, влияние силы  $S$  на изгибающий момент и прогибы может быть существенным и пренебрегать им нельзя. В этом случае балку следует рассчитывать на продольно-поперечный изгиб.

Используя методику приближенного расчета, считаем, что дополнительный прогиб  $y - y^0$  принимает форму синусоиды

$$y - y^0 = \Delta \sin \frac{\pi x}{\ell}.$$

После подстановки этого соотношения в приближенное дифференциальное уравнение упругой линии можно получить выражение для прогиба балки при совместном действии продольной и поперечной нагрузок:

$$y = \frac{y^0}{1 - \frac{S}{P_{\text{Э}}}}.$$

Оно дает удовлетворительные результаты, когда сжимающая сила  $S$  не превосходит  $0,8P_{\text{Э}}$ . В этом выражении  $P_{\text{Э}}$  – так называемая эйлерова сила, вычисляемая по формуле  $\frac{\pi^2 EJ}{\ell^2}$ , которая в отличие от критической силы  $P_{\text{кр}}$  используется независимо от гибкости балки. При других типах опорных закреплений балки в формулу для вычисления эйлеровой силы  $P_{\text{Э}}$  вместо длины  $\ell$  балки следует подставлять приведенную длину ( $\mu\ell$ ).

В формулу для определения эйлеровой силы  $P_{\text{Э}}$  входит момент инерции относительно той из главных осей инерции поперечного сечения, которая перпендикулярна плоскости действия поперечной нагрузки.

Наибольшие и наименьшие нормальные напряжения в поперечном сечении при продольно-поперечном изгибе определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{S}{A} \pm \frac{M}{W} = \frac{S}{A} \pm \frac{M^0}{W} \pm \frac{Sy}{W}.$$

Кроме расчета на продольно-поперечный изгиб сжатоизогнутые стержни необходимо рассчитывать и на устойчивость, так как, например, продольно – поперечный изгиб балки может происходить в вертикальной плоскости, а потеря устойчивости – в горизонтальной плоскости.

### Вопросы для самопроверки

1. В чем заключается явление потери устойчивости сжатого стержня?
2. Какая сила называется критической?
3. Напишите формулу Эйлера для определения критической силы.
4. Что называется гибкостью стержня? Какова ее размерность?
5. Чему равен коэффициент приведения длины для различных случаев закрепления концов стержня?
6. Что называется предельной гибкостью? Какова ее размерность?

7. Каковы пределы применимости формулы Эйлера?

8. Почему недопустимо применение формулы Эйлера для критической силы при любой гибкости стержня?

9. Как найти значение критического напряжения для стержней средней и малой гибкости?

10. Как производится проверка стержня на устойчивость с помощью коэффициента снижения основного допускаемого напряжения на сжатие?

### **Раздел 9. Динамическое действие нагрузки**

Раздел 9 курса включает десять тем: **«Учет сил инерции», «Коэффициент динамичности», «Коэффициент динамичности при колебаниях», «Коэффициент динамичности при ударе», «Понятие об усталости металлов», «Усталостное разрушение», «Виды циклов напряжения и их параметры», «Кривые усталости», «Предел выносливости», «Влияние различных факторов на предел выносливости детали», «Проверка прочности при переменных напряжениях».** После изучения раздела Вам следует ответить на вопросы для самопроверки.

Работа с разделом 9 завершается выполнением задач №12 и №14 контрольной работы №3, выполнением лабораторных работ №10 и №11 согласно “Методическим указаниям к выполнению лабораторных работ” и сдачей контрольного теста №9.

Для того, чтобы Вы смогли успешно ответить на вопросы контрольного теста, Вам предоставляется возможность поработать с репетиционным тестом. Он является полным аналогом контрольного теста, однако время работы с ним неограничено, и даются правильные ответы на вопросы.

Если Вы испытываете затруднения при ответе на какой – либо вопрос, обратитесь к глоссарию или учебному пособию по сопротивлению материалов [3], раздел 5 “Динамическое действие нагрузки ” и раздел 6 “Сопротивление усталости”.

## 9.1. Учет сил инерции

Динамические нагрузки характеризуются быстрым изменением прикладываемой силы и быстрым изменением скоростей элементов конструкции, когда возникают значительные ускорения, влиянием которых при расчете на прочность пренебрегать нельзя. Нарушается статическое равновесие между внешними и внутренними силами.

При рассмотрении динамического нагружения используют принцип Даламбера, согласно которому в каждый момент времени движение механической системы происходит таким образом, что главный вектор и главный момент активных сил, реакций связей и сил инерции точек системы относительно произвольного центра равны нулю. Т.е., если к активным силам и реакциям связей добавить силы инерции, то уравнения динамики системы формально приобретают вид уравнений статики, которые в этом случае называются уравнениями кинестатики.

К задачам динамики в сопротивлении материалов относятся:

1. расчеты движущихся деталей при заданных ускорениях;
2. расчеты на действие ударной нагрузки;
3. расчеты при колебаниях.

## 9.2. Коэффициент динамичности

На практике динамическое действие нагрузки учитывается с помощью коэффициента динамичности  $k_d$ , который показывает во сколько раз эффект действия динамической нагрузки превышает (или понижает) действие той же нагрузки, приложенной статически.

Определив коэффициент динамичности, вычисляют динамические напряжения  $\sigma_d$  по формуле

$$\sigma_d = k_d \sigma_{СТ},$$

где  $\sigma_{СТ}$  - напряжение, возникающее при статическом приложении такой же нагрузки. Примеры расчета деталей, движущихся при заданных ускорениях



смотри в [ 3 ] (Раздел 5).

### 9.3. Коэффициент динамичности при колебаниях

Известно, что любая упругая система, выведенная из положения равновесия и затем предоставленная самой себе, совершает свободные (собственные) гармонические колебания относительно положения первоначального упругого равновесия. Эти колебания являются затухающими вследствие сопротивления внешней среды и сил внутреннего трения.

Собственные (свободные незатухающие) колебания системы с расчетной схемой «масса на пружине», основным параметром которых является их частота  $\omega_0$ , не являются опасными, если упругая сила пружины не создает напряжений, опасных для ее прочности .

Колебания, вызванные периодически действующей внешней силой называются вынужденными. Когда частота возмущающей силы близка или совпадает с частотой собственных колебаний рассматриваемой системы, вынужденные колебания сопровождаются значительным (часто опасным) увеличением амплитуды, вызывающим недопустимые для конструкции деформации и, следовательно, напряжения. Это явление, как известно, носит название резонанса. В таком случае коэффициент динамичности может достигать весьма больших значений.

Если возмущающая сила  $S$  изменяется по синусоидальному закону  $S = H \sin \omega t$ , то коэффициент динамичности вычисляется по формуле:

$$k_d = 1 + \frac{\delta_H}{\delta_{ст}} \beta, \quad (9.1)$$

где  $\beta$  - коэффициент нарастания колебаний, равный:

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\left(\frac{n}{\omega_0}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}. \quad (9.2)$$

В формулах (9.1) и (9.2)  $\omega$  – частота возмущающей силы;  $\omega_0$  – частота свободных незатухающих (собственных) колебаний;  $n$  – коэффициент затухания;  $\delta_{CT}$  статическая деформация (смещение груза) под действием статически приложенной силы тяжести груза;  $\delta_H$  – величина статической деформации от наибольшего значения  $H$  возмущающей силы.

При расчетах режимов, далеких от резонанса, коэффициент нарастания колебаний принимается в упрощенном выражении – без учета затухания, в виде:

$$\beta = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}.$$

В тех случаях, когда избежать действия возмущающей силы невозможно, для предотвращения резонанса необходимо, чтобы соотношение частот свободных и вынужденных колебаний было в пределах:

$$\frac{\omega}{\omega_0} \leq 0,7 \quad \text{или} \quad \frac{\omega}{\omega_0} \geq 1,3.$$

Примеры расчета смотри в [ 3 ] (раздел 5).

#### 9.4. Коэффициент динамичности при ударе

Удар является достаточно распространенным явлением, с которым приходится сталкиваться при эксплуатации машин и сооружений. Это мгновенное (в очень короткий промежуток времени) взаимодействие тел, при котором ударные силы могут достигать весьма больших значений, характеризуемых ударным импульсом. Подобное нагружение имеет место при ударном воздействии груза  $P$ , падающего на упругую систему (например, на балку).

Определение деформаций балки и напряжений в ее поперечных сечениях при ударе сводится к определению деформаций и напряжений, вызванных статически приложенной силой, численно равной весу падающего груза, и вычислению коэффициента динамичности.

Деформация, вызванная действием ударной нагрузки, равна деформации от статически приложенной силы, численно равной весу падающего груза, умноженной на коэффициент динамичности

$$\delta_{\partial} = k_{\partial} \cdot \delta_{CT}.$$

Линейная связь между силой и деформацией позволяет считать, что напряжения в упругой системе находятся в той же зависимости:

$$\sigma_{\partial} = k_{\partial} \cdot \sigma_{CT}.$$

Коэффициент динамичности при продольном и поперечном ударе (без учета масс соударяющихся тел) вычисляется по формуле

$$k_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{CT}}}, \quad (9.3)$$

где  $H$  – высота, с которой падает груз,  $\delta_{CT}$  – статическая деформация стержня под действием силы тяжести падающего груза.

Если  $H = 0$ , то есть сила прикладывается внезапно, то согласно выражению (9.3), коэффициент динамичности  $k_{\partial} = 2$ .

Используя соотношение  $v^2 = 2gH$  ( $v$  – скорость падения с высоты  $H$ ), известное из физики, можно представить выражение для коэффициента динамичности в виде:

$$k_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot \delta_{CT}}} \quad (9.4)$$

Здесь, так же, как и в первом выражении для  $k_{\partial}$ ,  $\delta_{CT}$  – перемещение точки соударения от условной статической силы, численно равной весу падающего груза.

Из формул (9.3) и (9.4) для коэффициента динамичности следует, что значение  $k_{\partial}$  существенно снижается при увеличении статической деформации (уменьшается жесткость системы).

Именно с этой целью в конструкциях машин и механизмов используются всевозможные амортизирующие устройства: пружины, рессоры, специальные амортизаторы.

Из условия прочности:

$$\sigma_{\partial} = \sigma_{\text{ст}} \cdot k_{\partial} \leq [\sigma]$$

следует, что в деталях, испытывающих удар, крайне нежелательны всевозможные концентраторы напряжений, такие, как резкие переходы с одного диаметра на другой, выточки, отверстия и т.д., которые приводят к резкому росту местных динамических напряжений.

Другим фактором, в противовес снижению жесткости для уменьшения коэффициента динамичности, является увеличение массы деталей, конструкций, испытывающих ударные нагрузки (это касается, прежде всего, различных фундаментов под оборудование с ударными нагрузками – ковочные прессы, дробильные машины и т.д.), а также местное увеличение объема и массы деталей, испытывающих локальные удары.

При учете массы ударяемого объекта, формулы коэффициента динамичности принимают вид:

$$k_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{\delta_{\text{ст}}} \cdot \frac{1}{1 + k \frac{m_C}{m_{ГР}}}};$$

$$k_{\partial} = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g \cdot \delta_{\text{ст}}} \cdot \frac{1}{1 + k \frac{m_C}{m_{ГР}}}}.$$

Здесь  $m_C$  – масса стержня (балки), испытывающего удар;  $m_{ГР}$  – масса падающего груза;  $v$  – скорость столкновения соударяющихся тел;  $k$  – коэффициент приведения массы (его значения приводятся в справочниках).

### 9.5. Понятие об усталости металлов

Преобладающая часть деталей машин и различных механизмов в процессе эксплуатации работает в условиях переменных напряжений. Практикой установлено, что при переменных напряжениях разрушение деталей даже из пластичных материалов происходит внезапно, без заметных остаточных деформаций при напряжении меньшем предела прочности и даже меньшем

предела текучести материала. Разрушения деталей вследствие возникновения переменных напряжений носят название усталостных.

### 9.6. Усталостное разрушение

Исследования показали, что разрушение деталей при переменных напряжениях связано с возникновением и постепенным развитием усталостной трещины, появление которой обусловлено неоднородностью строения материалов.

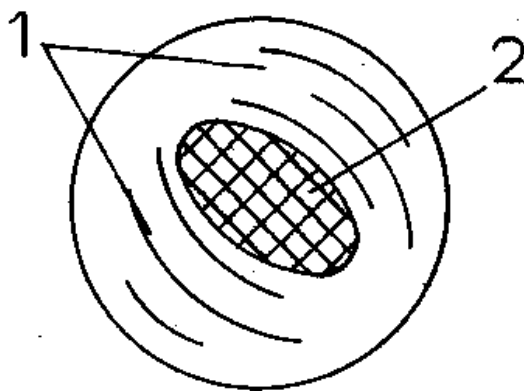


Рис. 9.1

Отдельные кристаллы имеют различную прочность в разных направлениях. Поэтому при нагружении в отдельных кристаллах возникают пластические деформации. При повторных нагрузках и разгрузках появляется наклеп и повышается хрупкость материала. В конце концов возникает микротрещина на одной из плоскостей скольжения кристаллов. При нагружении края микротрещины то сходятся, то расходятся, нажимая друг на друга, происходит обмятие краев трещины, сглаживание, шлифование поверхности. С течением времени трещина увеличивается, сечение ослабляется, происходит долом. На рис. 9.1 зона 1 – зона развития усталостной трещины, зона 2 – зона долома.

Свойство материала противостоять усталостному разрушению называется сопротивлением усталости.

Рассмотрим возникновение переменных напряжений на примере вращающейся оси (например, оси подвижного состава), нагруженной постоянными поперечными силами  $F$  (рис.9.2,а).

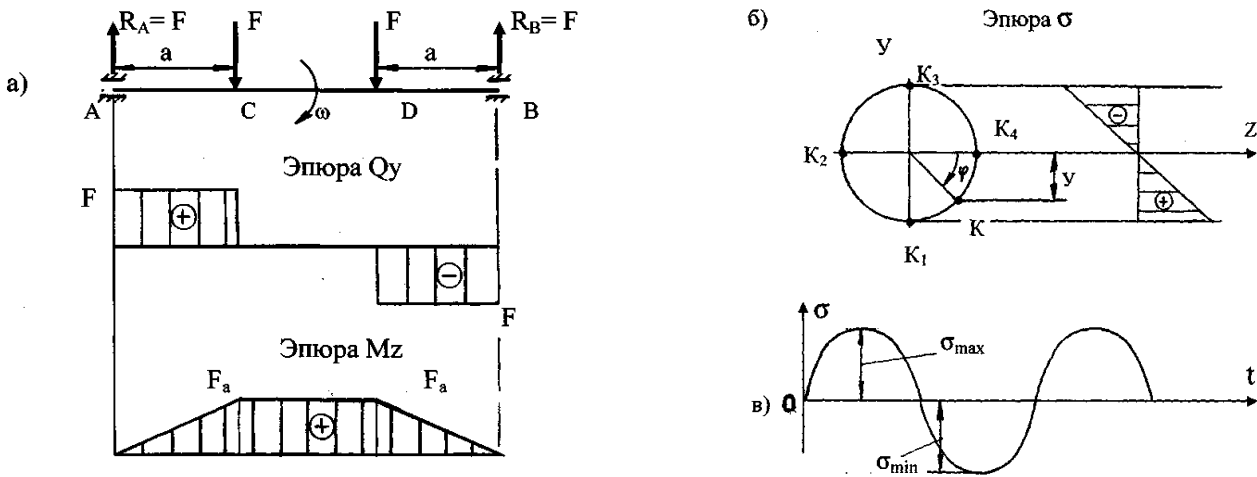


Рис. 9.2

Ось работает на изгиб. На участке  $CD$  имеет место чистый изгиб

$$(Q_y = 0; M_z \neq 0).$$

В любом сечении на участке  $CD$  возникают только нормальные напряжения  $\sigma$  (рис 9.2,б). Напряжение в произвольной точке  $K$  сечения при равномерном вращении оси изменяется по синусоидальному закону.

График изменения напряжений представлен на рис. 9.2, в.

За один полный оборот оси точка  $K$  попеременно попадает из зоны растяжения в зону сжатия. При каждом новом обороте оси изменение напряжения в любой точке сечения повторяется.

Если к оси помимо сил  $F$ , вызывающих изгиб, приложить еще растягивающие силы  $F_l$  (рис.9.3, а), то график изменения напряжений будет тоже синусоидальным, но синусоида сместится вверх относительно оси абсцисс (рис. 9.3, б).

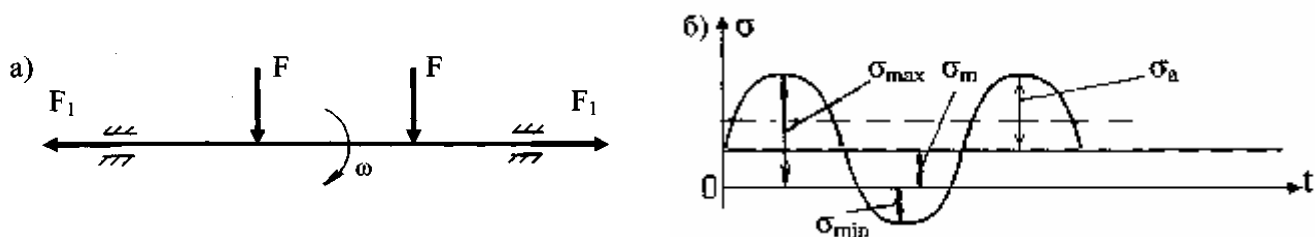


Рис. 9.3

### 9.7. Виды циклов напряжения и их параметры

Совокупность последовательных значений напряжения за один период их изменения называется циклом напряжения.

Каждый цикл характеризуется следующими параметрами (рис. 9.3, б):

$\sigma_{max}$  ( $\tau_{max}$ ) – максимальное напряжение цикла, наибольшее алгебраическое значение цикла напряжений;

$\sigma_{min}$  ( $\tau_{min}$ ) – минимальное напряжение цикла, наименьшее алгебраическое значение цикла напряжений;

$\sigma_m$  – среднее напряжение цикла - постоянная составляющая цикла, определяемая по формуле:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}, \quad (\tau_m = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2})$$

$\sigma_a$  – амплитуда напряжений цикла, численно равная:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}, \quad (\tau_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2}).$$

Цикл, у которого  $\sigma_{min} = -\sigma_{max}$ , называется симметричным (рис. 9.2, в).

Для симметричного цикла  $\sigma_m = 0$ ,  $\sigma_a = \sigma_{max}$

Знакопостоянный цикл, при котором напряжение изменяется от нуля до максимума ( $\sigma_{min} = 0$ ) (рис. 9.4,а) или от нуля до минимума ( $\sigma_{max} = 0$ ) (рис. 9.4,б), называется отнулевым или пульсационным. Для такого цикла

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{1}{2} \sigma_{\max(\min)}.$$

Цикл изменения напряжений, представленный на рис. 9.3,б называется асимметричным циклом.

Отношение минимального напряжения цикла к максимальному называется коэффициентом асимметрии цикла напряжений и обозначается через  $R_\sigma$  и  $R_\tau$ , причем

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}; R_\tau = \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}},$$

Для симметричного цикла:

$$R_\sigma = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{-\sigma_{\max}}{\sigma_{\max}} = -1.$$

Для отнулевого цикла  $R_\sigma = 0$ , если  $\sigma_m > 0$  и  $R_\sigma = -\infty$ , если  $\sigma_m < 0$ .

Циклы, имеющие одинаковые коэффициенты асимметрии, называются подобными.

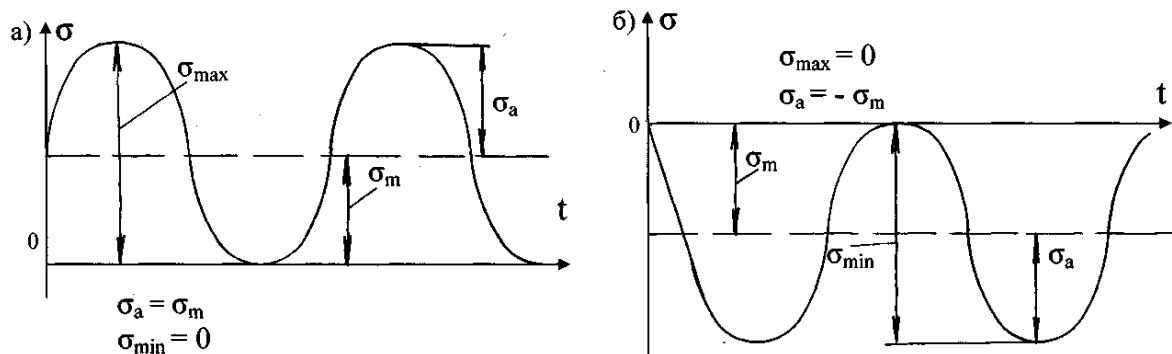


Рис.9.4

## 9.8. Кривые усталости. Предел выносливости.

Как показывают эксперименты, ни частота цикла, ни закон изменения напряжений во времени практически не оказывают влияния на прочность детали, существенны лишь значения  $\sigma_{\max}(\tau_{\max})$  и  $\sigma_{\min}(\tau_{\min})$ .



Механическая характеристика прочности материала при переменных напряжениях определяется экспериментально. Она называется пределом выносливости, обозначается  $\sigma_R$  ( $\tau_R$ ) и количественно характеризует способность материала сопротивляться усталостному разрушению.

По результатам испытаний строится кривая зависимости числа циклов напряжения до разрушения от максимальных напряжений в образце. Эта кривая носит название кривой усталости или кривой Веллера (рис.9.5,а).

Для многих материалов эта кривая асимптотически приближается к некоторой горизонтальной прямой, отсекающей на оси ординат отрезок, величина которого определяет предел выносливости  $\sigma_R$ . Начиная с этого напряжения, несмотря на длительность испытаний, образцы не проявляют никаких признаков разрушения.

Практика проведения испытаний показывает, что если образец выдержал  $10^7$  циклов напряжения, он может при данном напряжении проработать неограниченно долгое время. Поэтому продолжительность испытаний оговаривается.

Предварительно задаваемая наибольшая продолжительность испытаний на усталость называется базой испытаний (для стали -  $10^7$  циклов, для меди  $10^8$  циклов).

Если кривую усталости перестроить в логарифмических координатах  $lgN$ ;  $lg\sigma_{max}$ , то кривая усталости будет иметь более компактный вид и будет изображаться двумя прямыми (наклонной и горизонтальной), имеющими точку пересечения при некотором числе циклов (рис. 9.5,б).

Максимальное по абсолютному значению напряжение цикла, при котором еще не происходит усталостного разрушения до базы испытаний, называется пределом выносливости, и обозначается  $\sigma_R$ , где индекс  $R$  соответствует коэффициенту асимметрии цикла.

Напряжение, соответствующее горизонтальному участку кривой усталости, построенной в логарифмических координатах, соответствует пределу

выносливости образца, который при симметричном цикле обозначается  $\sigma_{-1}$ , при отнулевом –  $\sigma_0$ .

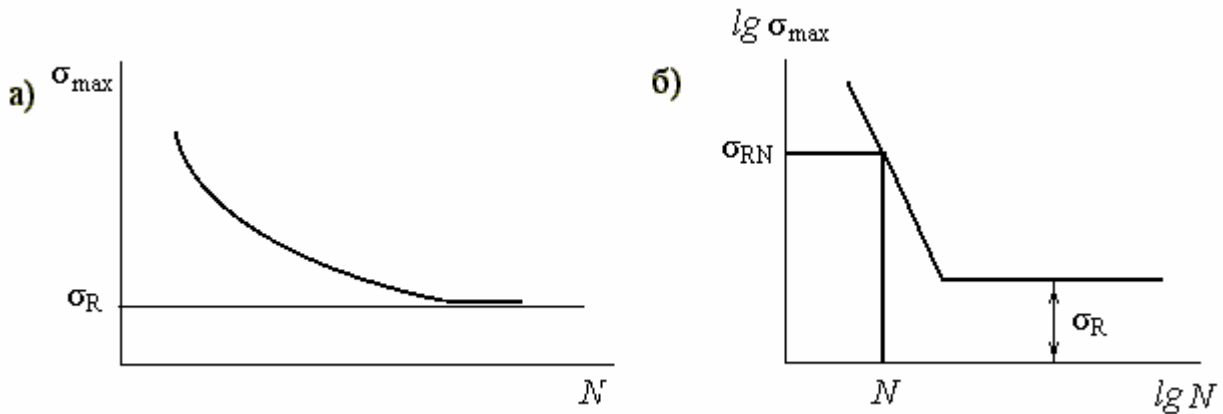


Рис. 9.5

Значения предела выносливости для различных материалов приводятся в справочниках. При отсутствии опытных данных предел выносливости  $\sigma_{-1}$  при симметричном цикле изгиба определяется по приближенным эмпирическим соотношениям:

для сталей  $\sigma_{-1} \approx (0,4 \div 0,5) \sigma_B$ , ( $\sigma_B$  – временное сопротивление материала);

для цветных металлов  $\sigma_{-1} \approx (0,25 \div 0,5) \sigma_B$ .

### 9.9. Влияние различных факторов на предел выносливости детали

Многочисленные эксперименты показали, что при переменных напряжениях в расчетах на сопротивление усталости необходимо учитывать ряд факторов, которые существенным образом влияют на сопротивление усталости конкретной детали, в то время как на статическую прочность они оказывают незначительное влияние. Оказалось, что предел выносливости детали ниже предела выносливости материала, из которого она изготовлена.

К наиболее существенным факторам снижения предела выносливости детали относятся: концентрация напряжений, абсолютные размеры поперечных сечений детали, состояние ее поверхности – шероховатость,

наличие коррозии и др. При расчете на сопротивление усталости каждый из этих факторов учитывается соответствующим коэффициентом.

Концентрация напряжений учитывается эффективными коэффициентами концентрации  $K_\sigma$  и  $K_\tau$ .

Шероховатость поверхности учитывается коэффициентом влияния шероховатости поверхности  $K_F$ .

Абсолютные размеры поперечного сечения детали учитываются коэффициентом влияния абсолютных размеров поперечного сечения  $K_d$ .

### 9.10. Проверка прочности при переменных напряжениях

Расчет на усталость выполняют, как проверочный. Определяют коэффициент запаса прочности  $n$  и сравнивают его с требуемым (нормативным) значением  $[n]$ . Условие прочности записывается:

$$n \geq [n].$$

Если деталь работает только на изгиб или только на кручение, то коэффициент запаса определяют по формулам:

при изгибе 
$$n = n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_\sigma}{K_d \cdot K_F} \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_m};$$

при кручении 
$$n = n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_\tau}{K_d \cdot K_F} \tau_a + \psi_\tau \cdot \tau_m},$$

где  $\sigma_{-1}$ ,  $\tau_{-1}$  – пределы выносливости материала при симметричном цикле изгиба и кручения;  $K_\sigma$ ,  $K_\tau$  – эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и кручении;  $K_d$  – коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения;  $K_F$  – коэффициент влияния шероховатости поверхности;  $\psi_\sigma$ ,  $\psi_\tau$  – коэффициенты чувствительности к асимметрии цикла напряжений. Значения всех этих коэффициентов берутся из справочников.

При совместном действии изгиба с кручением общий коэффициент  $n$  запаса прочности по сопротивлению усталости определяют по формуле:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{n_\sigma}\right)^2 + \left(\frac{1}{n_\tau}\right)^2}.$$

Откуда

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}},$$

где  $n_\sigma$  – коэффициент запаса прочности по нормальным напряжениям;

$n_\tau$  – коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям.

### Вопросы для самопроверки

1. Какие нагрузки считаются статическими и какие динамическими?
2. Чем динамическая нагрузка отличается от статической?
3. В чем состоит принцип Даламбера?
4. Как вычисляются напряжения в деталях при равноускоренном поступательном движении?
5. Что называется коэффициентом динамичности?
6. Как вычисляются динамические напряжения в поперечных сечениях тонкостенного равномерно вращающегося кольца?
7. Какое явление называется ударом и результатом чего оно является?
8. В каком случае удар является неупругим?
9. Чему равен коэффициент динамичности при ударе?
10. Каково значение коэффициента динамичности при мгновенном ударе?
11. Какие конструктивные мероприятия позволяют уменьшить напряжения при ударном действии нагрузки?
12. Зависят ли напряжения при ударе от материала стержня?
13. Как учитывается масса упругой системы, испытывающей удар?
14. Какие колебания называются свободными?
15. Какие колебания называются вынужденными?

16. Приведите формулу для коэффициента динамичности при вынужденных колебаниях без учета сопротивления?
17. В чем заключается опасность резонанса для конструкции?
18. Когда возникают переменные напряжения?
19. Что называется усталостью?
20. Что называется циклом напряжений?
21. Каковы основные параметры цикла напряжений?
22. Изобразите график симметричного, отнулевого и асимметричного циклов напряжений.
23. Какие циклы напряжений называются подобными?
24. Что называется пределом выносливости?
25. Какие факторы влияют на снижение предела выносливости детали?
26. В чем состоит явление концентрации напряжений? Чем оно вызывается?
27. Как влияют размеры образца на предел выносливости?
28. Какие меры предпринимаются для упрочнения поверхностных слоев деталей?
29. Как определяется коэффициент запаса прочности при симметричном цикле в случае изгиба?
30. Как определяется коэффициент запаса прочности при переменных напряжениях в случае совместного действия изгиба с кручением?

### 3.3. Глоссарий (словарь терминов)

Термин	Что обозначает
Балка	Элемент конструкции, работающий на изгиб.
Брус	Тело, два размера которого невелики по сравнению с третьим.
Вал	Элемент конструкции, работающий на кручение.
Внешние силы	Силы взаимодействия между рассматриваемым элементом конструкции и связанными с ним телами.
Внутренние силы	Дополнительные силы взаимодействия между

	частицами элемента конструкции, возникающие при действии на него внешних сил.
Внутренние силовые факторы	Составляющие главного вектора и главного момента внутренних сил.
Гибкость приведенная	Гибкость сжатого стержня с учетом способа закрепления концов.
Гипотеза плоских сечений	Сечения бруса, плоские и нормальные к его оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси и при деформации.
Гипотезы прочности	Гипотезы, указывающие критерии эквивалентности различных напряженных состояний.
Гипотеза сплошности	Материал полностью без пустот заполняет объем тела.
Главная деформация	Деформация по направлению главного напряжения.
Главное напряжение	Нормальное напряжение, возникающее на главной площадке.
Главная площадка	Площадка (сечение), на которой отсутствуют касательные напряжения.
Деформация	Изменение размеров и формы элемента конструкции под действием внешних сил
Деформация пластическая	Деформация, которая не исчезает после снятия нагрузки.
Деформация упругая	Деформация, которая исчезает после снятия нагрузки.
Диаграмма растяжения	Графическая зависимость между силой и деформацией, получаемая при испытании образцов на растяжение .
Динамическая нагрузка	Нагрузка, характеризующаяся быстрым изменением во времени.
Допускаемое напряжение	Максимальное напряжение, при котором обеспечена нормальная работоспособность конструкции.
Жесткость	Способность элемента конструкции сопротивляться упругим деформациям,
Журавского формула	Формула для определения касательных напряжений, возникающих при прямом изгибе.
Закон Гука	Закон прямолинейной зависимости между относительной деформацией и соответствующим напряжением.
Закон парности касательных напряжений	На двух взаимно перпендикулярных площадках касательные напряжения равны по величине и противоположны по знаку.

Изгиб	Деформация, при которой в поперечных сечениях возникают изгибающие моменты.
Изотропный материал	Материал, свойства которого одинаковы по всем направлениям.
Косой изгиб	Изгиб, при котором упругая линия не лежит в силовой плоскости.
Коэффициент динамичности	Коэффициент, показывающий во сколько раз изменяется напряжение или деформация под действием динамически приложенной силы.
Коэффициент Пуассона	Абсолютная величина отношения относительной поперечной деформации к относительной продольной деформации.
Концентратор	Фактор, вызывающий концентрацию напряжений (отверстие, надрез и т.п.).
Концентрация напряжений	Явление местного повышения напряжений по сравнению с номинальными, вызванное наличием концентратора.
Критическая сила	Наименьшее значение сжимающей силы, при котором сжатый стержень теряет способность сохранять прямолинейную форму равновесия
Кручение	Деформация, при которой в поперечном сечении возникает единственный внутренний силовой фактор – крутящий момент.
Линейное напряженное состояние	Напряженное состояние, при котором одно из трех главных напряжений отлично от нуля.
Линия упругая	Изогнутая ось балки.
Лишняя неизвестная	Реакция лишней опоры
Массив	Тело, три размера которого – величины одного порядка.
Метод сечений	Метод, применяемый для определения внутренних силовых факторов из уравнений равновесия отсеченной части элемента конструкции.
Метод сил	Метод, применяемый для раскрытия статической неопределимости систем.
Модуль продольной упругости	Коэффициент пропорциональности между напряжением и деформацией в законе Гука, одна из физических постоянных материала, характеризует жесткость материала.
Нагрузка	Активные внешние силы, приложенные к элементу конструкции.
Напряжение	Мера интенсивности внутренних сил в сечении.

Напряженное состояние в точке тела	Совокупность напряжений, возникающих на бесчисленном множестве различно ориентированных в пространстве площадок, которые можно провести через данную точку тела.
Нейтральная линия (ось)	Геометрическое место точек поперечного сечения, в которых нормальное напряжение равно нулю.
Нейтральный слой	Слой волокон, не изменяющих своей длины при изгибе.
Нормативный (требуемый) коэффициент запаса прочности (жесткости)	Задаваемый заранее коэффициент запаса прочности (жесткости).
Обобщенный закон Гука	Закон, связывающий главные напряжения и главные деформации.
Оболочка	Тело, ограниченное двумя непересекающимися криволинейными поверхностями.
Объемное напряженное состояние	Напряженное состояние, при котором все три главных напряжения отличны от нуля.
Однородный материал	Материал, свойства которого одинаковы во всех точках.
Опасное сечение	Сечение, в котором возникают наибольшие напряжения.
Опасная точка	Точка в опасном сечении, в которой возникают наибольшие напряжения.
Осесимметричная оболочка	Оболочка, срединная поверхность которой представляет собой поверхность вращения.
Пластина	Оболочка, срединная поверхность которой является плоскостью.
Плоское напряженное состояние	Напряженное состояние, при котором два из трех главных напряжений отличны от нуля.
Плоский изгиб	Изгиб, при котором изогнутая ось балки – плоская кривая.
Повторная (циклическая) нагрузка	Нагрузка, многократно изменяющаяся во времени по тому или иному закону.
Ползучесть	Явление роста пластической деформации с течением времени при постоянном напряжении.
Предел выносливости	Максимальное по абсолютному значению напряжение цикла, при котором еще не происходит усталостного разрушения до базы испытаний.
Предел пропорциональности	Максимальное напряжение, до которого справедлив закон Гука.
Предел прочности (временное)	Напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, выдерживаемой образцом до разрушения.



сопротивление)	
Предел текучести	Напряжение, при котором деформации растут без видимого увеличения нагрузки.
Предельное (опасное) напряжение	Напряжение, при котором образец из данного материала разрушается или в нем возникают заметные пластические деформации.
Принцип начальных размеров	При составлении уравнений равновесия не следует учитывать изменения в расположении сил, происходящие при деформации конструкции.
Принцип независимости действия сил	Результат действия группы сил не зависит от последовательности нагружения ими конструкции и равен сумме результатов действия каждой из сил в отдельности.
Принцип Сен-Венана	Распределение напряжений в сечениях, достаточно удаленных от места приложения сил, не зависит от способа их приложения.
Проверочный расчет	Расчет, при котором определяется фактический коэффициент запаса и сравнивается с требуемым (нормативным) его значением.
Прогиб сечения	Перемещение центра тяжести сечения по направлению одной из главных осей инерции сечения.
Проектный расчет	Определение требуемых размеров поперечного сечения бруса.
Продольный изгиб	Изгиб стержня, связанный с потерей устойчивости прямолинейной формы его равновесия,
Пространственный изгиб	Изгиб, при котором изогнутая ось балки - пространственная кривая.
Прочность	Способность элемента конструкции воспринимать нагрузку не разрушаясь и не приобретая пластических деформаций.
Прямой изгиб	Изгиб, при котором упругая линия лежит в силовой плоскости.
Растяжение (сжатие)	Деформация, при которой в поперечных сечениях возникает единственный внутренний силовой фактор – продольная сила.
Расчетная схема	Условное изображение рассчитываемой конструкции, освобожденной от несущественных подробностей.
Расчетное напряжение	Напряжение, вычисляемое по формулам сопротивления материалов.
Резонанс	Явление увеличения амплитуды колебаний при

	приближении частоты возмущающей силы к частоте собственных колебаний.
Релаксация напряжений	Уменьшение напряжений с течением времени вследствие ползучести в нагруженной детали при неизменной ее полной деформации.
Сила критическая	Наименьшее значение сжимающей силы, при которой сжатый стержень теряет способность сохранять прямолинейную форму равновесия.
Силовая плоскость	Плоскость действия внешних сил.
Сложное нагружение	Нагружение, при котором в поперечном сечении одновременно возникают несколько внутренних силовых факторов.
Сопротивление усталости	Способность элемента конструкции воспринимать без разрушения многократное действие переменных напряжений,
Срединная поверхность	Геометрическое место точек, равноудаленных от обеих поверхностей оболочки.
Статически неопределимые системы	Системы, реакции связей в которых нельзя определить пользуясь только уравнениями равновесия.
Статическая нагрузка	Нагрузка, медленно и плавно изменяющаяся от нуля до конечного значения, достигнув которого остается неизменной.
Степень статической неопределимости	Разность между числом независимых уравнений равновесия и числом неизвестных реакций связей.
Стержень	Элемент конструкции, работающий на растяжение.
Тензомер	Прибор или датчик для замера деформаций растяжения (сжатия) с целью определения действующего напряжения.
Упругая линия	Изогнутая ось балки
Упругость	Свойство тела восстанавливать свои начальные размеры после снятия нагрузки.
Условие жесткости	Условие, ограничивающие величину деформаций (или перемещений).
Условие прочности	Условие, ограничивающее величину напряжений, возникающих в поперечных сечениях элемента конструкции.
Усталостное разрушение	Разрушение деталей вследствие возникновения переменных напряжений.
Усталость	Изменение физико-механических свойств металлов при переменных напряжениях вследствие возникновения и развития усталостной трещины.

Устойчивость	Способность элемента конструкции сохранять первоначальную форму упругого равновесия.
Фактический (расчетный) коэффициент запаса прочности	Отношение предельного (опасного) напряжения к расчетному напряжению.
Чистый сдвиг	Случай плоского напряженного состояния, при котором на четырех гранях элементарного параллелепипеда возникают только касательные напряжения.
Цикл напряжений	Совокупность последовательных значений напряжения за один период их изменения.
Эквивалентное напряжение	Напряжение при одноосном растяжении, равноопасном заданному сложному напряженному состоянию.
Эпюра изгибающего момента	График, показывающий изменение изгибающего момента вдоль оси балки.
Эпюра крутящего момента	График, показывающий изменение крутящего момента вдоль оси вала.
Эпюра напряжений	График, показывающий закон распределения напряжений в поперечном сечении.
Ясинского формула	Формула для определения критического напряжения при потере устойчивости стержня за пределом пропорциональности (когда гибкость, меньше предельной)
Ядро сечения	Область в окрестности центра тяжести поперечного сечения. Если точка приложения внешней силы лежит в этой области, то в поперечном сечении возникают напряжения одного знака.

### 3.4. Методические указания к выполнению лабораторных работ

#### Общие указания

Данные методические указания к выполнению лабораторных работ содержат описание и порядок выполнения лабораторных работ.

Целью лабораторных работ является исследование:

- линейной связи между напряжениями и деформациями;
- приобретение навыков постановки экспериментов и обработки опытных данных;

- приобретение навыков самостоятельной работы.

Задания на выполнение лабораторных работ выдаются преподавателем в зависимости от специальности и формы обучения студентов в соответствии с учебным планом.

Перед выполнением лабораторных работ все студенты проходят инструктаж по технике безопасности и расписываются в журнале.

Описания лабораторных работ содержат основные теоретические положения и порядок выполнения работы, позволяющий самостоятельно выполнять работы. Для более полного и глубокого освоения материала в конце каждой лабораторной работы имеется ссылка на соответствующую учебно-методическую литературу.

### **Содержание отчета**

После завершения лабораторных работ каждый студент должен составить отчет. В отчете следует привести:

- название лабораторной работы;
- схему установки;
- результаты измерений;
- необходимые расчеты по результатам опытов и графики;
- краткие выводы по результатам работы.

Для каждой оси графика должен применяться равномерный масштаб; форма кривых должна соответствовать теоретическим зависимостям, рядом с кривой должны располагаться экспериментальные точки.

Отчет должен иметь титульный лист. На титульном листе указываются название университета и кафедры, название дисциплины, фамилия, инициалы студента, шифр, специальность, курс.

Каждый студент индивидуально должен иметь оформленный отчет с подписью преподавателя.

## **Охрана труда и техника безопасности при выполнении лабораторных работ**

Организация безопасной работы при выполнении лабораторных работ по курсу «Сопротивления материалов» соответствует требованиям ГОСТ 12.1.030-81 «Электробезопасность. Защитное заземление, зануление», а также ПТЭ и ПТБ при эксплуатации электроустановок – потребителей электрической энергии.

Все лабораторные работы выполняются студентами под непосредственным руководством преподавателя.

При выполнении лабораторных работ студенты обязаны:

- пройти инструктаж по технике безопасности и расписаться об этом в журнале;
- не оставлять включенную установку или установку под механической нагрузкой без присмотра;
- знать место расположения общего выключателя электроэнергии лаборатории «Сопротивления материалов» и средств пожаротушения.

Более подробный инструктаж дается преподавателем перед проведением каждой лабораторной работы.

Студенты, не выполняющие требования техники безопасности, не допускаются к выполнению лабораторных работ.

### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1**

#### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ**

##### **I. Цель работы**

Изучение поведения материала при растяжении и сжатии вплоть до разрушения. Определение основных механических характеристик материала. Сравнение характера разрушения пластичных и хрупких материалов.

## II. Основные теоретические положения

Для расчета элементов машин, конструкций и сооружений на прочность и жесткость необходимо знать данные о механических характеристиках конструкционных материалов, из которых изготавливаются рассчитываемые элементы конструкций. Эти характеристики могут быть получены только опытным путем. Такие испытания называются механическими, а характеристики материалов, определенные в их процессе, - механическими характеристиками. Методика проведения механических испытаний, размеры образцов и обработка результатов наблюдений нормируются соответствующими стандартами. В данной работе мы ограничимся рассмотрением лишь наиболее важных характеристик материалов, получаемых при растяжении или сжатии образцов. Более подробные испытания материалов, методику исследования механических свойств можно найти в специальной литературе (см. библиографию).

## III. Описание лабораторной установки

Образцы для определения основных механических характеристик при растяжении могут быть круглого или прямоугольного поперечного сечения. Для удобства закрепления в машине они имеют на концах утолщения, называемые головками. Основная рабочая часть образца, контролируемая при испытании, имеет длину, кратную 5 или 10 диаметрам (если образцы цилиндрические) или 5-10 размерам ширины, если поперечное сечение образца прямоугольное. Контрольная длина образца отмечается рисками, наносимыми на стержне. Между головками и рабочей частью образца выполнен плавный переход (рис. 1).

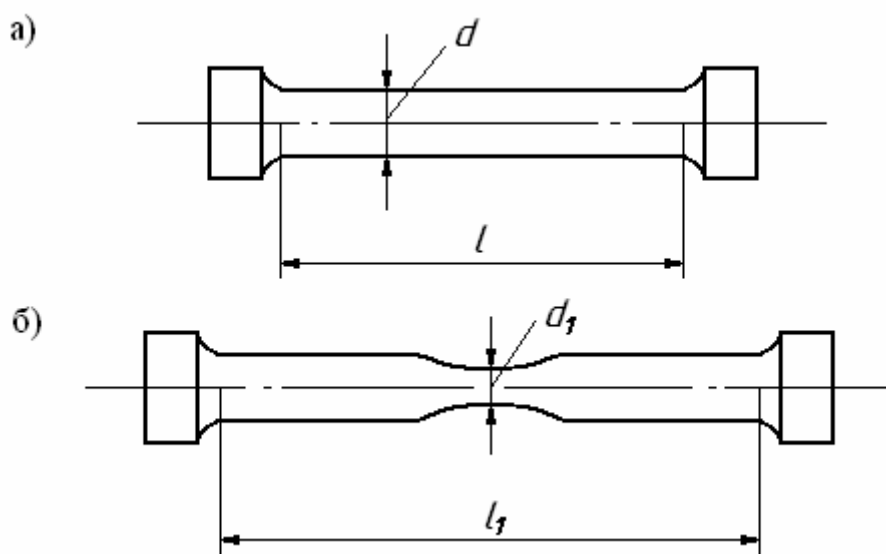


Рис. 1

Для испытания на сжатие применяют цилиндрические образцы с отношением высоты к диаметру, равным  $\frac{h}{d} = 1,5$  (см. рис.7).

Механические испытания на растяжение и сжатие проводят на специальных машинах, снабженных записывающими устройствами, автоматически вычерчивающими график зависимости между силой, растягивающей или сжимающей образец, и абсолютной продольной деформацией удлинения или укорочения  $\Delta l$ . В лаборатории сопротивления материалов СЗТУ растяжение и сжатие образцов осуществляют на испытательных машинах ИМ-4а или Р-5, принципиальная схема машины приведена на рис. 2. Устройство и принцип действия этих машин подробно объясняется преподавателем на занятиях в лаборатории.

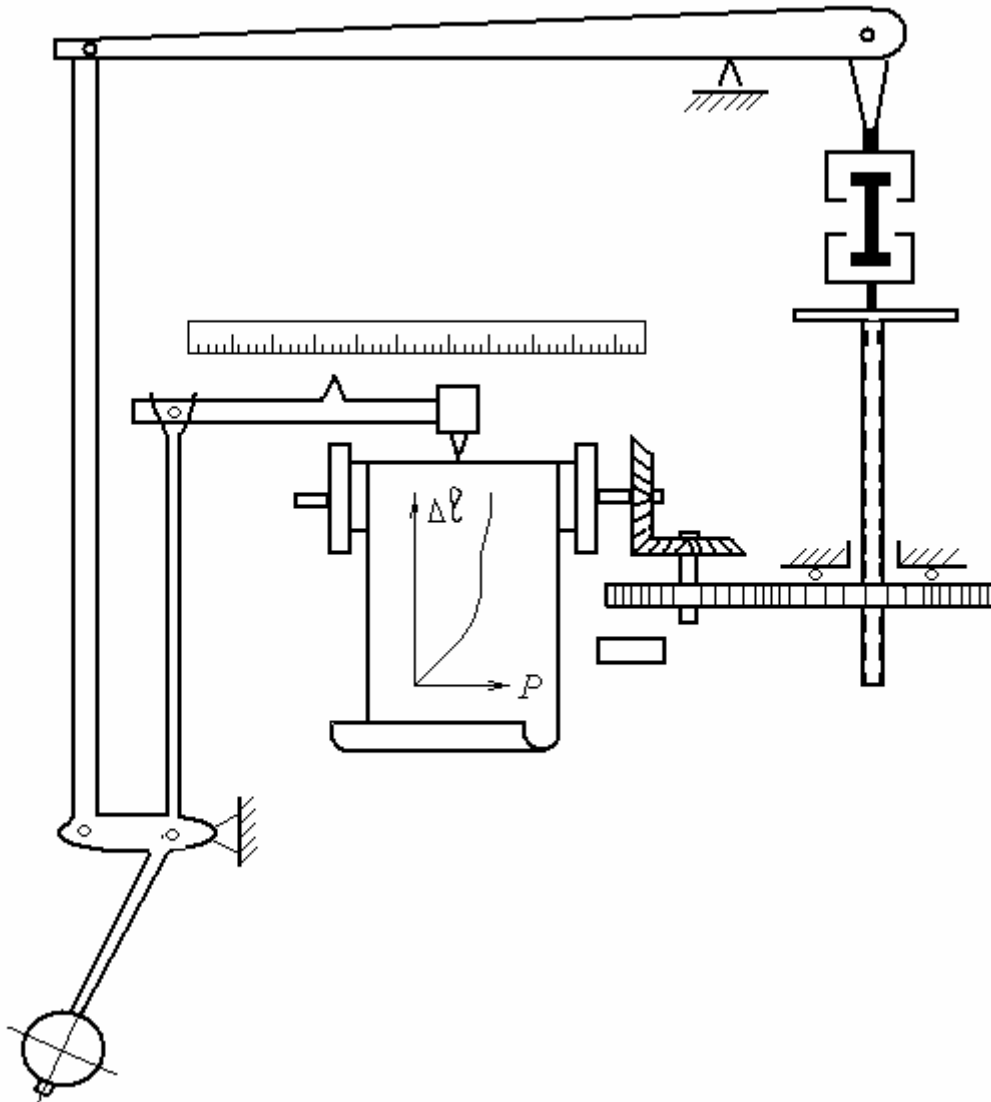


Рис. 2

#### IV. Порядок выполнения работы

*Растяжение образцов из малоуглеродистой стали.* Рекомендуется обратить внимание на особенность диаграммы растяжения (рис. 3). В начале испытания на ней легко заметить прямолинейную часть  $OA$ , соответствующую линейной зависимости между нагрузкой и деформацией. При дальнейшем нагружении на диаграмме появляется горизонтальный участок – площадка текучести. В этот



момент материал образца как бы «течет» - идет процесс удлинения, без заметного роста нагрузки (рис. 3) – участок  $CC_1$ .

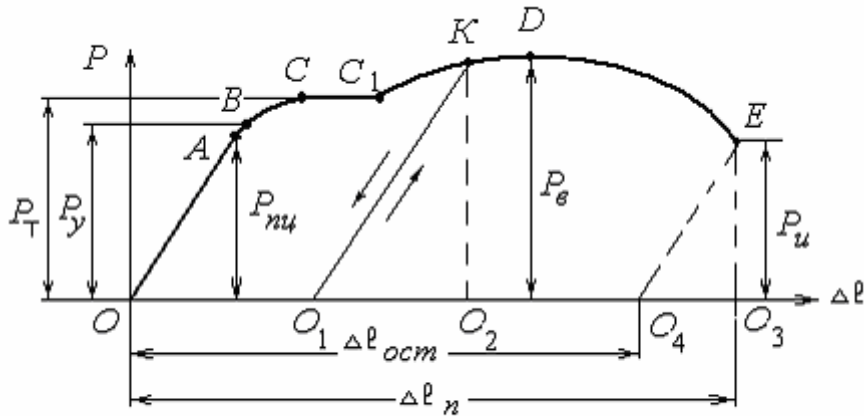


Рис. 3

После стадии текучести материал снова начинает сопротивляться возрастающей нагрузке. Это явление называется деформационным упрочнением (участок  $C_1D$ ). Дальнейшее увеличение нагрузки до некоторого максимального значения приводит к образованию шейки - местного сужения образца (рис.1, б), вследствие чего его сопротивление растяжению резко уменьшается и образец разрушается.

На диаграмме растяжения можно указать характерные точки, определяющие основные характеристики прочности материала.

Рассмотрим характерные участки и точки диаграммы растяжения, приведенной на рис. 3. Участок  $OA$  – прямая линия. Зона работы материала на этом участке соответствует упругой деформации, которая исчезает после снятия нагрузки с образца. Здесь справедлив закон Гука. Напряжение, соответствующее предельному значению упругой работы материала, где нагрузка на образце отмечена значением силы  $P_{нц}$  (точка  $A$  диаграммы) называется пределом пропорциональности ( $\sigma_{нц}$ ) и определяется как

$$\sigma_{нц} = \frac{P_{нц}}{A_0},$$

где  $A_0$  - первоначальная площадь поперечного сечения образца.

После точки  $A$  диаграмма принимает криволинейное очертание. Участок  $AB$  – упругая нелинейная деформация. Напряжение, соответствующее нагрузке  $P_y$  в точке  $B$  диаграммы, называется пределом упругости ( $\sigma_y$ ) и определяется по формуле

$$\sigma_y = \frac{P_y}{A_0}.$$

Выше точки  $B$  диаграммы – до точки  $C$  остаточная деформация в образце возникает только в отдельных, слабых зернах металла. По мере повышения нагрузки пластическая деформация постепенно распространяется на весь объем деформируемого материала – металл начинает течь (точка  $C$  диаграммы). Появляется горизонтальный участок диаграммы – площадка текучести; свидетельствующая о росте удлинения образца без видимого увеличения нагрузки.

Напряжение, соответствующее нагрузке  $P_T$ , определяющей положение площадки текучести, называется пределом текучести ( $\sigma_T$ ) материала и определяется формулой

$$\sigma_T = \frac{P_T}{A_0}.$$

Это напряжение, при котором происходит интенсивная деформация образца без заметного увеличения нагрузки. Его называют еще физическим пределом текучести.

Не во всех металлических материалах при деформации возникает площадка текучести, чаще на диаграммах она отсутствует. Для таких материалов определяется условный предел текучести, как напряжение, которое соответствует остаточной деформации, составляющей 0,2 % от исходной расчетной длины образца (рис. 4):

$$\sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{A_0}.$$

Чтобы найти условный предел текучести, необходимо вычислить величину удлинения, равную 0,2 % от первоначальной расчетной длины образца  $\ell$ . Отрезок  $OO'$ , равный полученному удлинению, надо отложить на оси абсцисс

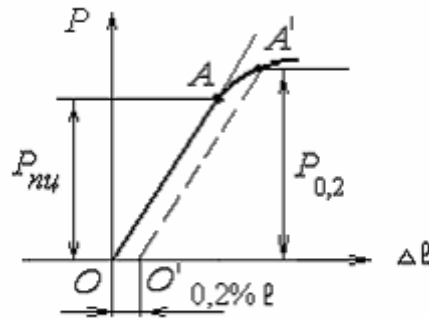


Рис. 4

диаграммы (рис. 4). Из точки  $O'$  провести прямую  $O'A'$ , параллельную прямой  $OA$ . Точка пересечения  $A'$  этой прямой с кривой диаграммы растяжения и определит величину нагрузки  $P_{0,2}$ , соответствующую условному пределу текучести.

После предела текучести материал снова приобретает способность сопротивляться увеличению нагрузки.

Диаграмма растяжения (см. рис. 3) после точки  $C$  имеет криволинейное очертание выпуклостью вверх – деформации растут значительно быстрее, чем нагрузка.

В точке  $D$  диаграммы нагрузка на образец достигает наибольшей величины  $P_{\sigma}$  и служит для определения величины временного сопротивления или предела прочности

$$\sigma_{\sigma} = \frac{P_{\sigma}}{A_0}.$$

Временным сопротивлением (пределом прочности) называется напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, выдерживаемой образцом.

На участке  $DE$  диаграммы площадь сечения в зоне шейки уменьшается более интенсивно, чем нагрузка  $P$ .

В момент разрушения можно вычислить истинное напряжение при разрыве

$$\sigma_u = \frac{P_u}{A_1},$$

где  $A_1$  - площадь поперечного сечения шейки после разрыва образца.

При испытании на растяжение определяют также две характеристики пластичности материала, а именно: остаточное относительное удлинение  $\delta$  и относительное сужение площади сечения в месте разрыва  $\psi$ . Обе эти величины вычисляются в процентах.

Относительное остаточное удлинение при разрыве определяется по формуле

$$\delta = \frac{\Delta l_{ост}}{l} 100 \%,$$

где  $\Delta l_{ост} = l_1 - l$ ;  $l$  - исходная расчетная длина образца,  $l_1$  - длина, замеренная между кернами плотно составленного после разрушения образца. Абсолютное остаточное удлинение образца  $\Delta l_{ост}$  может быть приближенно определено по диаграмме растяжения (см. рис. 3).

Относительное остаточное сужение площади поперечного сечения образца вычисляется по формуле

$$\psi = \frac{\Delta A}{A_0} 100 \%,$$

где  $A_0$  - площадь сечения образца до испытания.

Полученная диаграмма растяжения (рис. 3) характерна для пластичных материалов, т. е. для материалов, способных получать значительные остаточные деформации  $\delta$  и  $\psi$  к моменту разрушения.

*Растяжение образца из чугуна.* Растяжение чугунного образца проводится на той же машине. Форма и размеры чугунного образца такие же, как и у стального.

Чугун в обычных условиях – хрупкий материал.

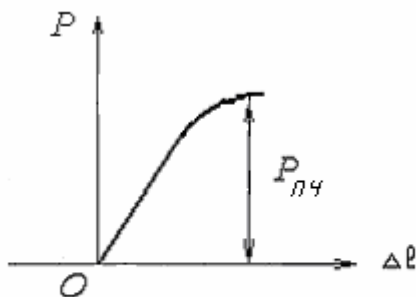


Рис. 5

На диаграмме растяжения (рис. 5) отсутствует площадка текучести, нет явления упрочнения. Процесс разрушения происходит без образования шейки (рис. 6, б). Считается, что вплоть до разрушения хрупкий материал работает в пределах упругости. На диаграмме растяжения определяется лишь

одна механическая характеристика – предел прочности  $\sigma_{нч}$ . Предел прочности вычисляется делением максимальной нагрузки  $P_{нч}$  на первоначальную площадь поперечного сечения  $A_0$ .

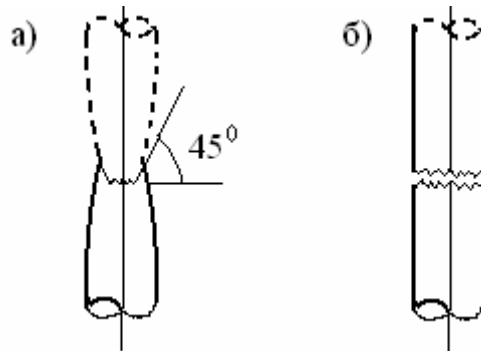


Рис. 6

*Сжатие образца из малоуглеродистой стали.* Получаемая в результате испытания диаграмма сжатия приведена на рис. 7,а. Изменение знака кривизны

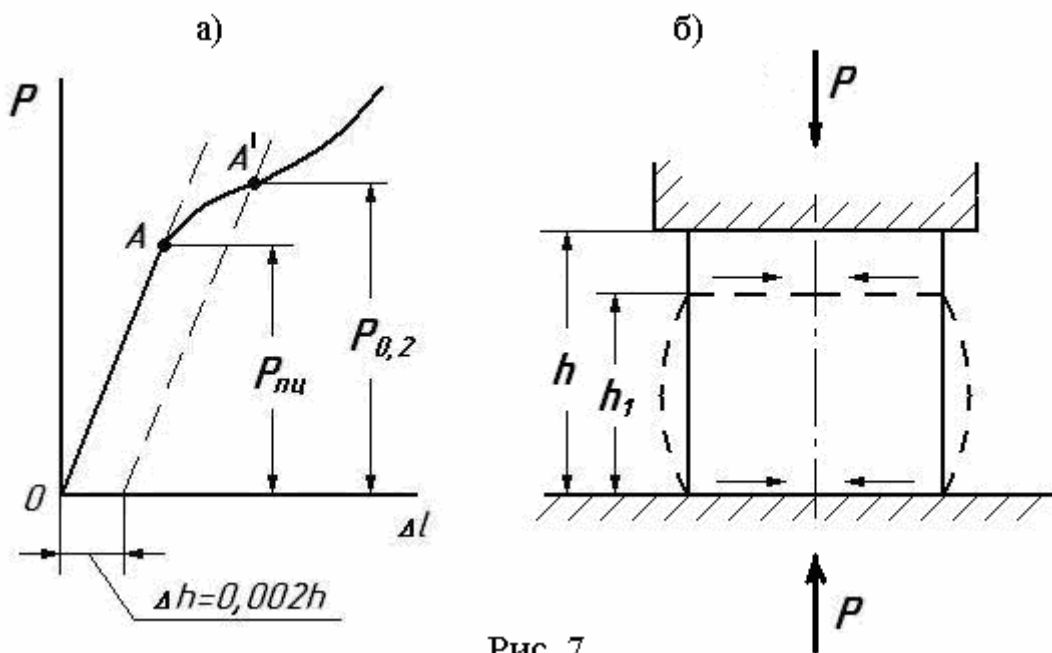


Рис. 7

диаграммы после прохождения точки  $A'$  объясняется ростом нагрузки вследствие значительного увеличения поперечного сечения сжимаемого образца.

Нагрузка, соответствующая пределу пропорциональности, определяется на диаграмме в точке  $A$ , где прекращается линейная зависимость между силой и деформацией (прямая переходит в кривую).

Условный предел текучести определяется так же, как и при растяжении, по величине остаточной деформации, равной  $\frac{\Delta h}{h} = 0,002$ .

При испытании пластичных материалов таких, как железо, медь, алюминий, разрушения при сжатии вообще не происходит. Образцы сжимаются в тонкие диски без разрушения.

Испытание пластичных материалов на сжатие имеет следующую особенность: между образцом и сжимающими его поверхностями возникают силы трения, которые мешают свободной деформации торцевых поверхностей образца, в то время как средней части по высоте образца деформироваться в поперечных сечениях они не мешают. В результате образец при деформации получает бочкообразную форму (рис. 7,б).

По диаграмме сжатия стали определяются две характеристики прочности: предел пропорциональности

$$\sigma_{пч} = \frac{P_{пч}}{A_0}$$

и условный предел текучести

$$\sigma_{0,2} = \frac{P_{0,2}}{A_0},$$

где  $A_0$  - первоначальная площадь поперечного сечения образца.

*Сжатие образца из чугуна.* Образцы из хрупких и малопластичных материа-

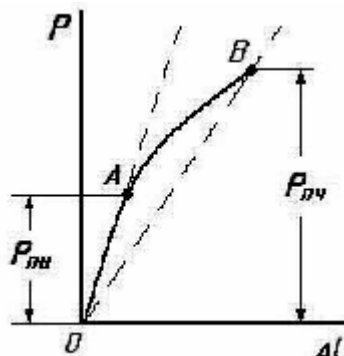


Рис. 8

лов при испытании на сжатие можно довести до разрушения. Диаграмма сжатия хрупкого образца приведена на рис. 8.

Типы возможных разрушений хрупких материалов при сжатии показаны на рис. 9. При сжатии хрупких неметаллических материалов может начаться выкрашивание боковых частей образца по очертанию поверхности двух конусов, как показано на рис. 9, а.

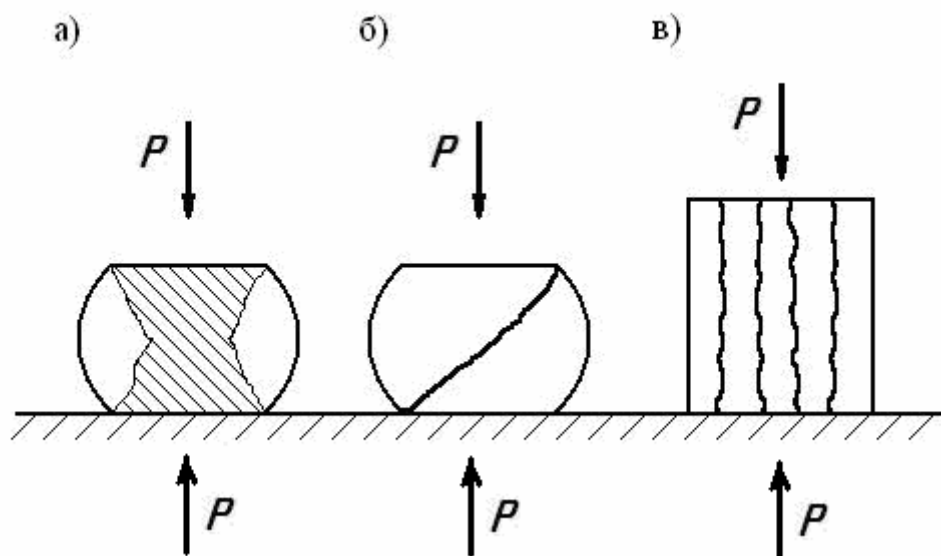


Рис. 9

Хрупкие металлические материалы разрушаются путем сдвига по плоскости, наклоненной под углом около  $45^{\circ}$  к оси образца, вдоль которого действует сжимающая сила  $P$ , на рис. 9,а показан характер разрушения цементного образца, на рис. 9,б – чугунного образца. Разрушение материалов слоистой или волоконной структуры (деревянный образец, сжимаемый вдоль волокон) происходит с образованием трещин, параллельных оси стержня (рис. 9,в). При слабе сил трения в поверхностях соприкосновения образца с плитой машины оказываются незначительными и образец имеет возможность свободно деформироваться в поперечном направлении. Когда поперечная деформация образца достигает предельной величины, образец разрушается с образованием ряда вертикальных трещин.

Величина предела прочности чугуна  $\sigma_{нч}$  определяется по диаграмме сжатия (рис. 8)

## V. Содержание отчета

1. Эскизы образцов до испытания на растяжение и сжатие.

2. Диаграммы растяжения и сжатия стали и чугуна с указанием характерных точек.
3. Вычисление основных механических характеристик стали и чугуна.
4. Определение допускаемых напряжений.

### **Вопросы для самопроверки**

1. Какой вид имеют диаграммы растяжения образца из малоуглеродистой стали и чугуна?
2. Какие характерные точки и участки имеют диаграммы растяжения пластичного и хрупкого материалов?
3. Какие механические характеристики можно определить по диаграммам растяжения пластичного и хрупкого материалов?
4. Как из опыта на растяжение образца получить характеристики пластичности материала: относительное остаточное сужение, относительное остаточное удлинение?
5. Каковы особенности испытания образцов на сжатие и как они влияют на результаты опыта?
6. Какое напряжение является предельным (опасным) для пластичных и хрупких материалов при растяжении и сжатии?

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА**

#### **I. Цель работы**

Опытное определение величины коэффициента Пуассона для стали как одной из постоянных, характеризующих упругие свойства данного материала.

#### **II. Основные теоретические положения**

Относительная продольная и относительная поперечная упругие деформации образца связаны между собой через коэффициент пропорциональности – коэффициент Пуассона



$$\mu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon},$$

где  $\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}$  - относительная поперечная деформация образца;

$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$  - относительная продольная деформация образца.

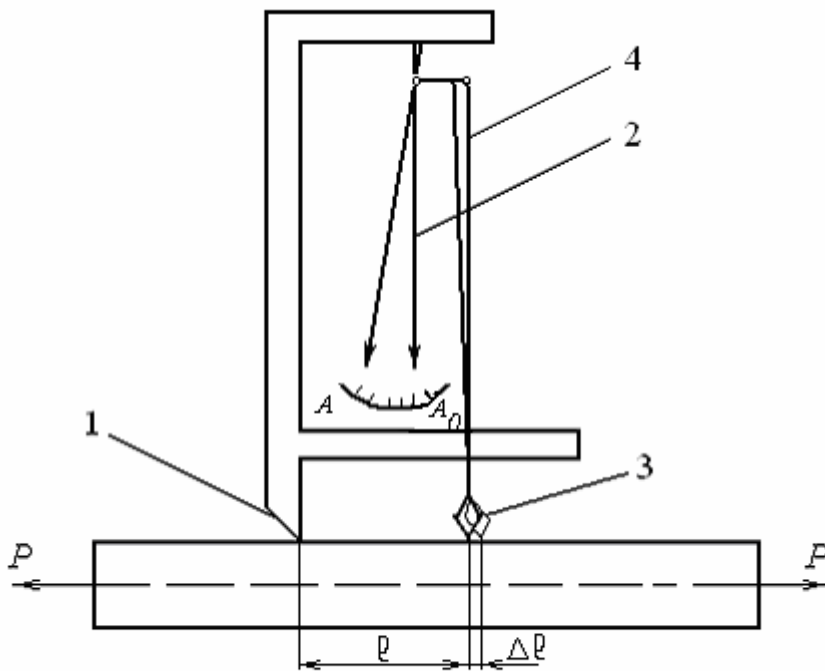


Рис. 10

В данной работе для замера абсолютных деформаций образца в продольном и поперечном направлениях используются рычажные тензомеры. Схема рычажного тензомера приведена на рис. 10.

Принцип действия тензомера заключается в следующем. Жесткая неподвижная ножка корпуса тензомера 1 и подвижная ножка – призма 3, соединенная жестко с рычагом 4, плотно прижимаются к образцу. Расстояние между ножкой 1 и призмой 3 называется базой тензомера ( $\ell$ ). При деформации образца (растяжение или сжатие) происходит поворот призмы по ее большей диагонали, конец которой перемещается на величину  $\Delta \ell$ , являющуюся абсолютной деформацией волокна образца на длине базы тензомера  $\ell$ .

Система рычагов передает перемещение призмы стрелке 2, конец которой проходит расстояние  $\Delta A$  между начальным  $A_0$  и конечным  $A$  отсчетами по

шкале прибора. Отношение  $\frac{\Delta A}{\Delta l} = K$  является коэффициентом увеличения тензометра. Для используемых в работе тензометров  $K = 1000$ .

Абсолютная деформация  $\Delta l$  образца на величине базы тензометра определяется соотношением

$$\Delta l = \frac{\Delta A}{K},$$

а относительная деформация

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta A}{Kl}.$$

### III. Описание лабораторной установки

Схема лабораторной установки показана на рис. 11.

В качестве образца принята стальная полоса, закрепленная в захватах разрывной машины. На полосе закреплены два тензометра:  $A$  - для замера продольной деформации и  $B$  - для замера поперечной деформации.

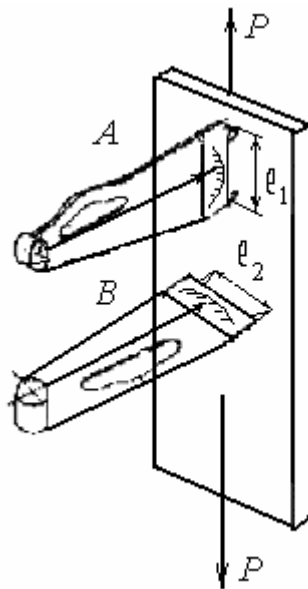


Рис. 11

### IV. Порядок выполнения работы

В журнале лабораторных работ записываются все данные об образце и тензометрах.

Зная размеры поперечного сечения образца и материал, из которого он выполнен, назначается предельно допустимая нагрузка для образца из расчета, чтобы эта нагрузка не превысила значения, соответствующего пределу пропорциональности материала. Затем к образцу прикладывается первоначальная предварительная нагрузка.

Записав в журнал лабораторных работ показания тензометров при предварительной нагрузке, подвергают образец растяжению с периодическими остановкам через ступень  $\Delta P$ . Величина  $\Delta P$  назначается преподавателем при проведении работы. Во время остановок снимают показания тензометров (отсчет  $A$  и отсчет  $B$ ) и вычисляют приращение отсчетов  $\Delta A$  и  $\Delta B$ .

#### V. Обработка результатов работы

По результатам отсчетов  $\Delta A$  и  $\Delta B$  определяются средние значения приращения отсчетов  $\Delta A_{cp}$  и  $\Delta B_{cp}$ . Принимая во внимание паспортные данные рычажных тензометров – базы  $\ell_1$  и  $\ell_2$  и их коэффициенты увеличения  $K_1$  и  $K_2$ , вычисляют величины относительных деформаций:

$$\begin{aligned} \text{продольной} \quad \varepsilon &= \frac{\Delta A_{cp}}{K_1 \ell_1} \\ \text{и поперечной} \quad \varepsilon' &= \frac{\Delta B_{cp}}{K_2 \ell_2}. \end{aligned}$$

Искомое значение коэффициента Пуассона определится как отношение

$$\mu = \frac{\Delta B_{cp} \ell_1 K_1}{\Delta A_{cp} \ell_2 K_2}.$$

В частном случае, если характеристики тензометров одинаковы, вычисление значения коэффициента Пуассона упрощается:

$$\mu = \frac{\Delta B_{cp}}{\Delta A_{cp}}.$$

В табл. 1 приведены значения  $\mu$  для разных материалов.

## VI. Содержание отчета

1. Эскиз размещения тензометров на образце.
2. Результаты отсчетов показаний тензометров по трем испытаниям.
3. Определение деформаций волокон вдоль и поперек образца и расчет величины коэффициента Пуассона.

<i>Материал</i>	<i><math>\mu</math></i>
Пробка	0,00
Бетон	0,08...0,018
Цинк	0,21
Стекло	0,25
Чугун	0,23...0,27
Углеродистые стали	0,25...0,35
Легированные стали	0,25...0,30
Медь	0,31...0,34
Бронза	0,32...0,35
Алюминий	0,32...0,36
Латунь	0,32...0,42
Свинец	0,45
Каучук	0,47
Титан	0,35...0,38

## Вопросы для самопроверки

1. Какие свойства материала характеризует модуль упругости?
2. Как из опыта определить величину модуля упругости  $E$  ?
3. Как вычисляется удлинение образца в пределах базы тензометра?
4. С какой целью образец нагружается до начала замера деформации?



$E$  из формулы для определения предельной упругой деформации стержня при центральном растяжении

$$\Delta \ell = \frac{N \ell}{EA}.$$

### III. Описание лабораторной установки

Для определения деформаций и расчета величины  $E$  по формуле

$$E = \frac{N \ell}{\Delta \ell A}$$

используется установка лабораторной работы № 2 (см. рис. 11).

В лаборатории СЗТУ используются обычные механические тензометры с базой 20 мм и коэффициентом увеличения 1000. В качестве образца используется стальная полоса шириной  $b = 45$  мм и толщиной  $h = 3$  мм, закрепленная в захватах разрывной машины. Тензометры устанавливаются вдоль оси образца.

### IV. Порядок выполнения работы

Зная материал образца (сталь) и его размеры, оценивается приблизительно величина допустимой нагрузки на образец, чтобы она была не выше нагрузки, соответствующей пределу пропорциональности.

Чтобы получить достаточно достоверные значения величины модуля упругости  $E$ , необходимо повторить испытания несколько раз. Интервал между предварительной и максимальной нагрузками разбивают на равные ступени  $\Delta P$ .

Увеличивая нагрузку на образец равными ступенями, снимают показания тензометра. Приращения показаний приборов представляют собой величину абсолютной деформации базы, увеличенную в  $K$  раз, где  $K$ - коэффициент увеличения тензометра.

Обработка результатов опыта производится в такой последовательности:

1. Подсчитываются величины приращений  $\Delta A$  показаний тензометра
2. Вычисляется средняя величина приращений:

$$\Delta A_{cp} = \frac{\Delta A_1}{2}.$$

3. Определяют относительное удлинение образца в размерах базы тензометра:

$$\varepsilon = \frac{\Delta A_{cp}}{Kl}.$$

4. Вычисляется величина модуля упругости материала из закона Гука:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\Delta P K l}{F \Delta A_{cp}},$$

где  $F$  – площадь поперечного сечения образца.

#### V. Содержание отчета

1. Данные об образце.
2. Таблица с результатами измерений.
3. Вычисление модуля упругости для материала, из которого сделан образец.

#### Вопросы для самопроверки

1. Как определить коэффициент Пуассона?
2. Что такое база тензометра?
3. Каков принцип работы рычажного тензометра?
4. В каких пределах изменяется коэффициент Пуассона для различных материалов?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ ПРОЧНОСТИ ПЛАСТИЧНОГО И ХРУПКОГО МАТЕРИАЛОВ ПРИ КРУЧЕНИИ

#### I. Цель работы

Определить величину предела прочности пластичного и хрупкого материалов при кручении. Сравнить процесс разрушения пластичного и хрупкого материалов при кручении.

#### II. Основные теоретические положения

Известно, что материал скручиваемого стержня испытывает напряженное состояние, называемое чистым сдвигом. При кручении образцов из хрупких материалов разрушение наступает без заметной пластической деформации. Можно считать, что хрупкий материал вплоть до момента разрушения работает в упругой стадии. Касательные напряжения в поперечном сечении будут распределяться по линейному закону, как показано на рис. 12,а.

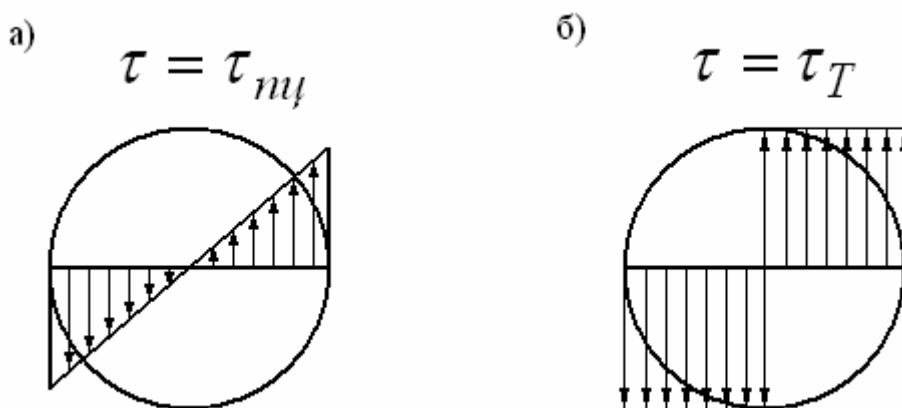


Рис. 12

Пластичные материалы перед разрушением испытывают большую пластическую деформацию. При достижении на поверхности скручиваемого стержня напряжений, равных пределу текучести, деформация по мере увеличения нагрузки распространяется на все сечение. Перед разрушением



касательные напряжения распределяются по сечению образца, так как показано на рис. 12, б.

Если распределение касательных напряжений по сечению соответствует рис. 12, а, материал работает в упругой области, полярный момент сопротивления вычисляется по формуле

$$W_p^{(y)} = \frac{\pi d^3}{16} \text{ см}^3.$$

Для распределения напряжений, соответствующих рис. 12, б (материал работает в пластичной области)

$$W_p^{(nl)} = 1,33 W_p^{(y)},$$

где  $W_p^{(nl)}$  - называется пластическим моментом сопротивления при кручении.

### III. Описание лабораторной установки

Для проведения опыта в лаборатории применяется машина ГЭИП с ручным приводом. Максимальный крутящий момент, развиваемый машиной  $6 \text{ кгс} \approx 60 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . Машина обеспечена динамометром с ценой деления лимба  $K=30 \text{ Н}\cdot\text{см} \approx 3 \text{ кг см}$ .

Реактивный крутящий момент создается отклонением маятника, привод которого непосредственно связан с испытываемым образцом.

Подробное знакомство с машиной проводится при проведении эксперимента в лаборатории (рис. 13).

### IV. Порядок выполнения работы

Вычисляются геометрические характеристики сечений образцов  $W_p^{(nl)}$  и  $W_p^{(y)}$ .

На образцах вычерчивают мелом несколько окружностей на равных расстояниях друг от друга и линию вдоль оси образца (образующую цилиндра).

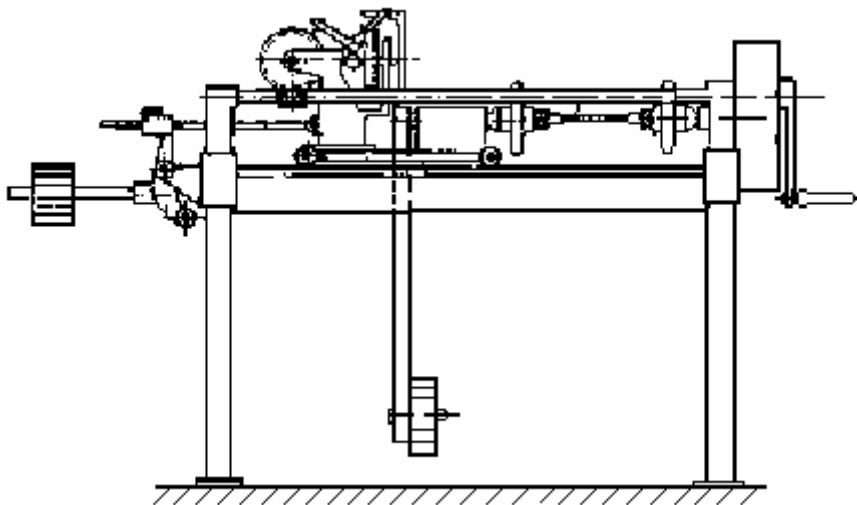


Рис. 13

Образцы (стальной или чугунный) помещают в машину и доводят кручением до разрушения. По лимбу динамометра фиксируются приращения отсчетов крутящего момента с величиной угла закручивания и определяется величина разрушающего крутящего момента.

#### V. Обработка результатов опыта

После проведения работы до разрушения образцов скручиванием делается заключение о справедливости теоретических положений (о характере распределения нормальных и касательных напряжений при кручении) по деформации кручения. Вычерчивается вид образцов после разрушения.

По величине крутящего момента, при котором произошло разрушение образцов, и величинам геометрических характеристик определяются пределы прочности при кручении:

для стального образца

$$\tau_{nc} = \frac{M_k}{1,33W_p};$$

для чугунного образца

$$\tau_{nc} = \frac{M_{\kappa}}{W_p(y)}$$

## VI. Содержание отчета

1. Эскизная схема проведения испытаний.
2. Эскизы образцов (стального и чугунного) до испытания.
3. Эскизы образцов после разрушения.
4. Определение  $\tau_T$  и  $\tau_{nc}$  для стального и чугунного образцов.

### Вопросы для самопроверки

1. Какие напряжения возникают при кручении в продольных и поперечных сечениях вала?
2. На каком свойстве проволочных датчиков сопротивления основано их применение при измерении деформации?
3. Каков закон распределения касательных напряжений по поперечному сечению скручиваемого бруса?
4. Какой вид имеют поверхности излома чугунного и стального образцов разрушенных при кручении?
5. Чем отличается формула для определения предела прочности при кручении пластичного и хрупкого материала? С каким физическим явлением это связано?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ПЛОСКОМ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ

#### I. Цель работы

Экспериментальное подтверждение теории изгиба. Опытное определение напряжений и деформаций при изгибе балки и сравнение их с теоретическими результатами.

## II. Описание лабораторной установки

Лабораторная установка представляет собой макет двухопорной балки прямоугольного поперечного сечения  $b \times h = 22 \times 24$  мм и длиной пролета между шарнирными опорами  $L = 800$  мм. Нагрузка, приложенная в середине пролета балки, обеспечивается винтовым домкратом через образцовый динамометр в пределах от 500 до 1500 Н.

Для расчета величин напряжений, получающихся при нагружении балки, на расстоянии  $C = 0,25$  м от опор установлены два тензметра  $T-1$  и  $T-2$ , один на растянутых волокнах, другой на сжатых (рис. 14).

Для замера прогиба балки и угла поворота сечения балки на опоре установлены индикаторы  $I-1$  и  $I-2$  (рис. 15).

## III. Порядок выполнения работы

Индикатор  $I-1$  предназначен для измерения прогиба балки в середине пролета. Ножка индикатора  $I-2$  прижимается к концу вертикальной стойки длиной  $a$ , жестко соединенной с левым концом балки, как показано на рис. 15. Перемещение, замеренное этим индикатором, принимается равным длине дуги  $m$

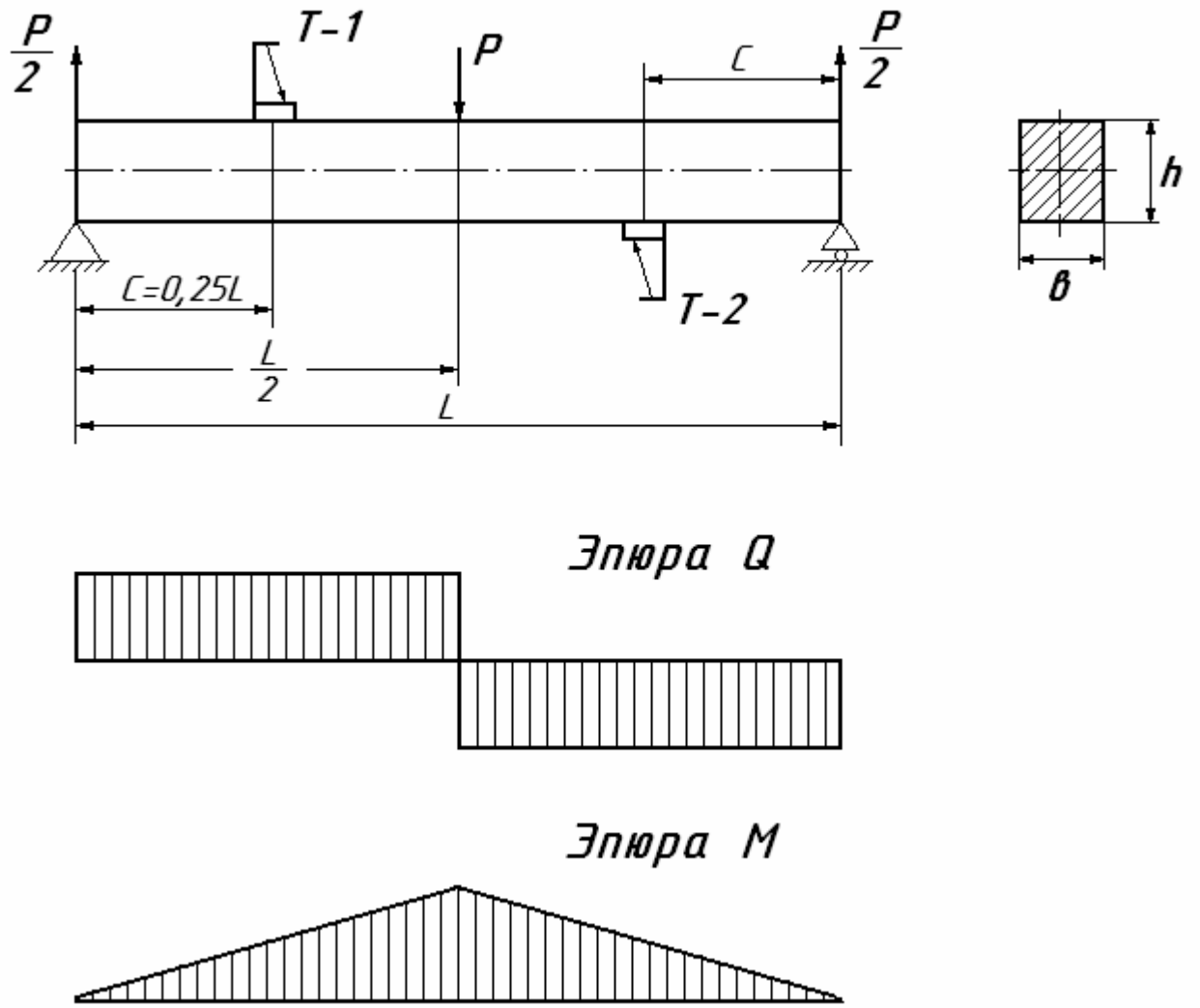


Рис. 14

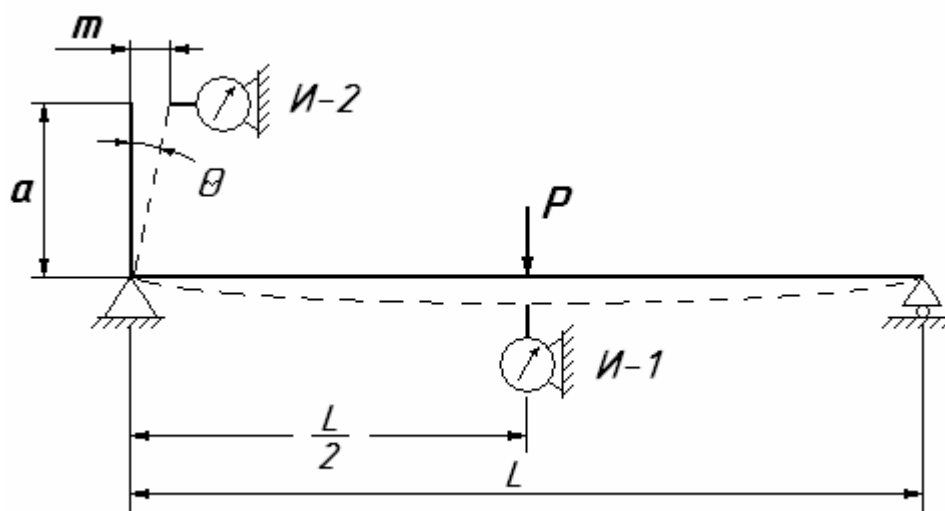


Рис. 15

окружности радиуса  $a$  при повороте концевого сечения на угол  $\theta$ , который и подлежит определению.

Определяются геометрические характеристики поперечного сечения балки: момент инерции  $J_y$  и момент сопротивления  $W_y$ . Затем балку нагружают тремя последовательными нагрузками  $P$ : 50; 100; 150 кгс. После приложения каждой нагрузки снимаются отсчеты показаний всех приборов.

#### IV. Обработка результатов работы

1. По результатам последовательно прикладываемой нагрузки определяются приращения отсчетов индикаторов и тензочувствительных  $\Delta A_1$ ;  $\Delta A_2$ ;  $\Delta A_3$ ;  $\Delta A_4$  и определяются их средние значения по результатам трех отсчетов:  $\Delta A_{1cp}$ ;  $\Delta A_{2cp}$ ;  $\Delta A_{3cp}$ ;  $\Delta A_{4cp}$ .

2. Определяется экспериментальная величина напряжений на растянутом и сжатом волокнах балки в местах установки тензочувствительных  $T-1$  и  $T-2$ . На основании показаний, например, тензочувствительного  $T-1$  определяется абсолютная деформация,  $\Delta \ell_1$ :

$$\Delta \ell_1 = \frac{\Delta A_{1cp}}{K_1}$$

и относительное удлинение  $\varepsilon$

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell_1}{\ell_1} = \frac{\Delta A_{1cp}}{K_1 \ell_1}.$$

где  $K_1$  – коэффициент увеличения в показаниях тензочувствительного ( $K_1 = 1000$ ),

$\ell_1$  – база тензочувствительного, равная 20 мм.

Отсюда на основании закона Гука, напряжение будет равно

$$\sigma = \varepsilon E = \frac{\Delta A_{1cp}}{K_1 \ell_1} E.$$

3. Определяются величины прогиба и угла поворота по замерам индикаторов  $I-1$  и  $I-2$ . Если прогиб балки определяется как непосредственное показание

индикатора  $I-1$ , то угол поворота (рад) левого концевого сечения балки определяется по формуле

$$\operatorname{tg} \theta \cong \theta = \frac{\Delta A_{4cp}}{a},$$

в силу малости самого угла поворота  $\theta$ ,  $\operatorname{tg} \theta = \frac{m}{a}$  (см. рис. 15)

4. Сравнение полученных результатов с теоретическими расчетами и выводы.

По общим правилам расчета балок определяем напряжения в верхних и нижних волокнах балки в местах, где установлены тензометры  $T-1$  и  $T-2$

$$\sigma_1 = -\frac{M_y}{W_y}, \quad \sigma_2 = \frac{M_y}{W_y}.$$

По формуле

$$y = \frac{PL^3}{48EJ_y}$$

определяется прогиб посередине пролета балки.

Угол поворота концевого сечения балки, нагруженной сосредоточенной силой  $P$ , определяется по формуле

$$\theta = \frac{PL^2}{16EJ_y}.$$

Полученные в результате расчета данные сравниваются с результатами, полученными при эксперименте.

## V. Содержание отчета

1. Эскиз лабораторной установки.
2. Таблица замеров показаний приборов по трем измерениям.
3. Расчет напряжений и деформаций по результатам замеров.
4. Сравнение опытных данных с теоретическими расчетами.

## Вопросы для самопроверки

1. Какие виды перемещений имеют место при прямом изгибе балки?
2. Что происходит с продольными волокнами балки при изгибе?
3. Какими приборами измеряют прогибы балки?
4. Какими приборами измеряют линейные деформации волокон балки при изгибе?
5. С какой точностью измеряют величину прогиба при помощи индикатора?
6. Как распределяются нормальные напряжения по поперечному сечению балки при прямом изгибе?
7. На каком основании при опытном определении нормальных напряжений при изгибе балки можно пользоваться законом Гука?

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6****ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ЗАЩЕМЛЕНИЯ ОДНОПРОЛЕТНОЙ  
СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ БАЛКИ****I. Цель работы**

Опытное определение величины момента защемления однопролетной статически неопределимой балки и сравнение найденной величины с теоретическим значением.

**II. Основные теоретические положения**

Статически неопределимыми называются системы, для которых число неизвестных опорных реакций превышает число независимых уравнений равновесия. Причиной статической неопределимости является наличие в системе лишних связей, т. е. таких связей, которые не являются необходимыми для обеспечения геометрической неизменяемости системы. Число лишних связей определяет степень статической неопределимости. Общим методом раскрытия статической неопределимости является метод сил. В случае один раз



статически неопределимых систем удобно пользоваться частным случаем метода сил – методом сравнения перемещений.

Этот метод используется в следующей последовательности:

1. Из заданной статически неопределимой системы путем отбрасывания лишней опорной связи и заданной нагрузки получают так называемую основную систему. В зависимости от выбора лишней связи для одной и той же статически неопределимой системы возможны различные варианты основных систем. Выбранная основная система должна быть геометрически неизменяемой.

2. Загружая основную систему заданной нагрузкой и заменяя лишнюю связь соответствующей ей реакцией, получают так называемую эквивалентную систему, которая статически определима. Реакцию лишней связи называют лишней неизвестной.

3. Значение лишней неизвестной определяют из условия равенства перемещений сечения, в котором приложена лишняя неизвестная, в эквивалентной и в заданной статически неопределимой системах.

При определении перемещений используют принцип независимости действия сил: сначала определяют перемещение сечения, в котором приложена лишняя неизвестная в основной системе под действием только заданной нагрузки, а затем – под действием только лишней неизвестной. Полное перемещение в эквивалентной системе будет равно сумме этих двух перемещений. Так как перемещение сечения, в котором приложена лишняя неизвестная в заданной системе, отсутствует, то должно быть равно нулю и полное перемещение этого же сечения в эквивалентной системе.



начальном положении балки, можно определить опытное значение момента в защемлении:

$$M = Q_2 c_3 - Q_1 (c_2 - c_1).$$

Подвижный груз  $Q_1$  постоянно находится на балке, поэтому за начальное положение сечения над опорой  $B$  надо принять его положение при удалении груза  $Q_1$  на минимальное расстояние  $c_1$  от опоры  $B$ .

#### IV. Порядок выполнения работы

1. Записать все размеры балки (длина балки  $\ell = 700$  мм, размеры сечения  $b \times h, b = 40, h = 30$  мм).
2. Вычислить момент инерции поперечного сечения балки относительно нейтральной оси, записать исходное показание индикатора  $I$ , соответствующее положению сечения  $B$  при отсутствии нагрузки на балке.
3. Нагрузить балку двумя силами  $P$  и записать в таблицу новое показание индикатора.
4. Нагрузить противовес  $AB$  силой  $Q_2$  и перемещать подвижный груз  $Q_1$  влево по противовесу до тех пор, пока показание индикатора не вернется к исходной величине, соответствующее отсутствию на балке нагрузки. В таблицу записать значения величин  $P, Q_1, Q_2, c_1, c_2, c_3$  (см. п. III).
5. Определить момент, обеспечивающий защемление на опоре  $B$ , равный сумме моментов сил  $Q_1$  и  $Q_2$  относительно точки  $B$ , по формуле п. III.
6. Определить теоретическое значение момента в защемлении методом сравнения перемещений. Расчетная схема статически неопределимой балки приведена на рис. 17, а.

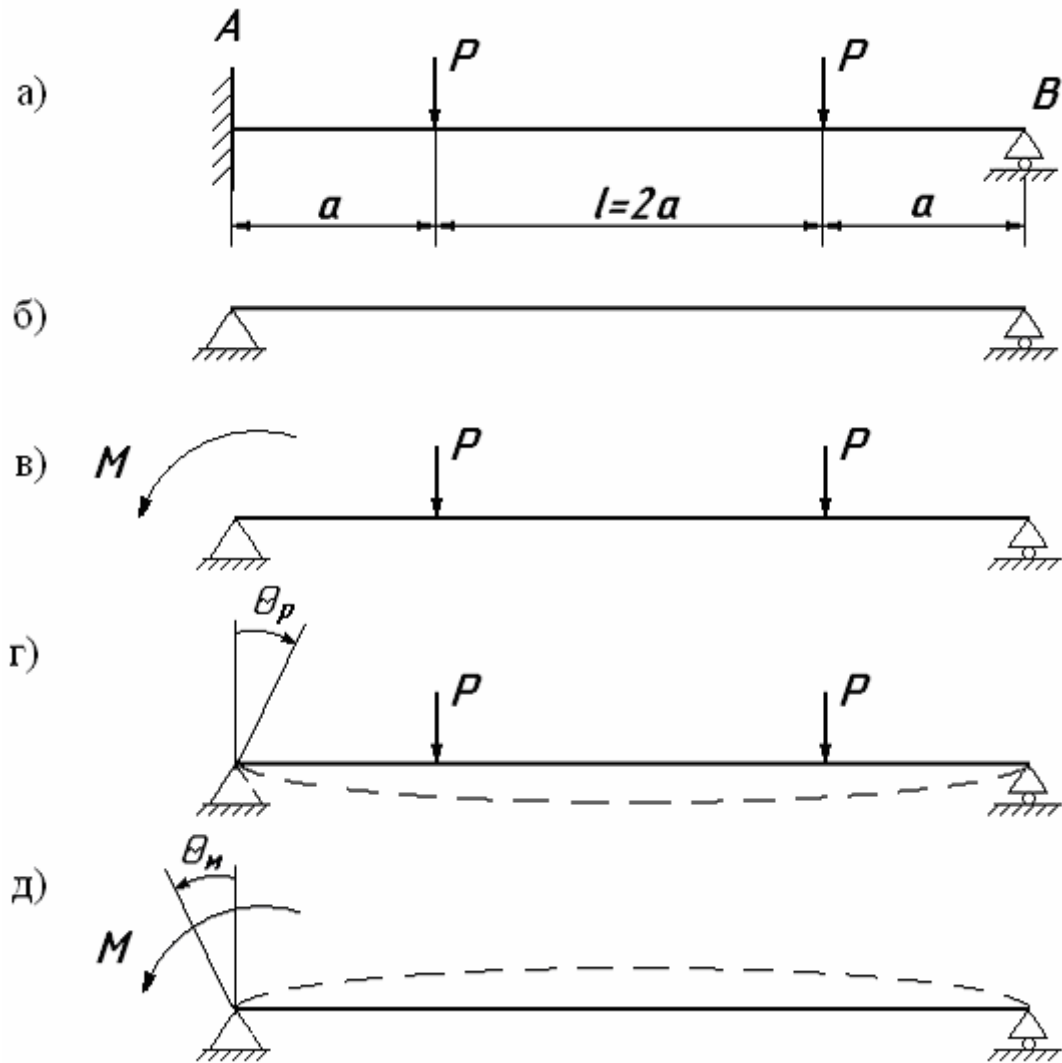


Рис. 17

а) в качестве лишней выбирается связь, препятствующая повороту совпадающего с защемлением сечения  $B$ , лишняя неизвестная в этом случае – момент  $M$  в защемлении.

б) изображаются основная и эквивалентная балки (см. рис. 17, б,в)

в) определяется угол поворота  $\theta_p$  сечения основной балки под действием только лишней нагрузки – двух сил  $P$  (см. рис.17,г) по формуле

$$\theta_p = -\frac{P(\ell - a)a}{2EJ_z},$$

где  $\ell$  - длина пролета балки между силами  $P$  и  $P$  (см. рис. 17,г),

$a$  – расстояние от опор до сечений, где приложены силы  $P$ ,

$E$  – модуль упругости стали,

$J_z$  - момент инерции поперечного сечения балки относительно нейтральной оси.

Знак минус в формуле указывает, что сечение повернулось по ходу часовой стрелки.

г) определяется угол поворота  $\theta_m$  этого же сечения  $B$  основной балки под действием только лишней неизвестной – момента  $M$  (см. рис.17, д) по формуле

$$\theta_m = \frac{M\ell}{3EJ_z}.$$

д) записывается уравнение перемещений :

$$\theta_s = \theta_p + \theta_m = 0$$

или

$$-\frac{P(\ell - a)a}{2EJ_z} + \frac{M\ell}{3EJ_z} = 0.$$

Из этого уравнения определяется момент  $M$  в защемлении.

8. Сравнить опытное и теоретическое значения момента  $M$  в защемлении, определив степень расхождения в процентах.

#### V. Содержание отчета

1. Расчетная схема.
2. Таблица записи наблюдений.
3. Вычисление опытного значения момента в защемлении.
4. Вычисление теоретического значения момента в защемлении с указанием расчетных схем, используемых при раскрытии статической неопределимости.
5. Сравнение опытного и теоретического значений  $M$ .

#### Вопросы для самопроверки

1. Какие балки называются статически неопределимыми?
2. Какие связи называются «лишними»?
3. Какая система называется эквивалентной?

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7****ПРОВЕРКА ПРИНЦИПА НЕЗАВИСИМОСТИ ДЕЙСТВИЯ СИЛ****I. Цель работы**

Подтверждение принципа, в соответствии с которым при упругих деформациях результат воздействия на тело одной из сил системы не зависит от действия других сил, входящих в эту систему.

**II. Основные теоретические положения**

Принцип независимости действия сил применим только при малых упругих деформациях и предполагает независимость друг от друга напряжений и деформаций, вызванных различными нагрузками. Он может быть сформулирован следующим образом: напряжения и деформации, вызванные какой-либо одной силой из системы сил, приложенных к телу, имеют определенную величину, независимую от действия других входящих в эту систему сил. Это позволяет определить напряжения и перемещения при одновременном действии нескольких сил как алгебраическую сумму напряжений и перемещений от каждой силы в отдельности.

**III. Описание лабораторной установки**

Опыт проводится на установке в виде консольной балки, схема которой показана на рис. 18.

На балке на расстояниях  $\ell_1$  и  $\ell_2$  от ее заделки имеются два подвеса для загрузки ее сосредоточенными силами  $P_1$  и  $P_2$ . Для замера прогиба балки на свободном конце консоли устанавливается индикатор  $I$ .

**IV. Порядок выполнения работы**

Балку последовательно нагружают силами  $P_1$  и  $P_2$ , как это показано на рис. 18, а затем измеряют после каждого нагружения прогиб и фиксируют его в таблице.

В этой же таблице указывают расхождения величин прогибов от действия каждой из сил. Таким образом, в работе опытным путем доказывается, что данная сила вызывает один и тот же прогиб независимо от того, действует она одна или в совокупности с другими силами.

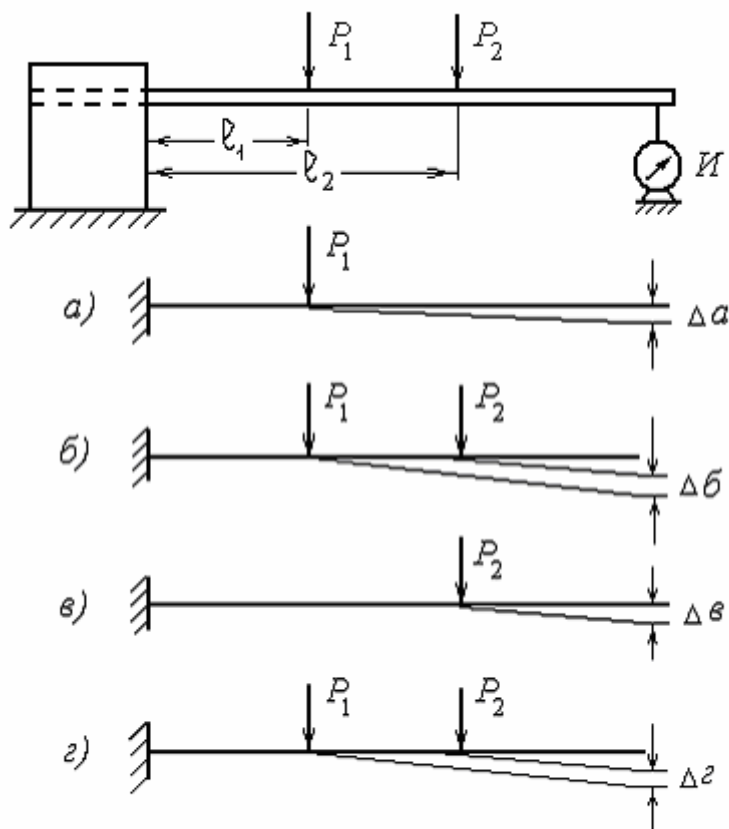


Рис. 18

### V. Содержание отчета

1. Схема балки с указанием действия сил  $P_1$  и  $P_2$ .
2. Схема балки с поочередно приложенными силами  $P_1$  и  $P_2$  с указанием прогибов от каждой силы.
3. Таблица, в которой указываются опытные величины прогибов и расхождения в процентах прогибов от соответствующих сил.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте принцип независимости действия сил.
2. При каких ограничениях справедлив принцип независимости действия сил?
3. Какое практическое значение имеет принцип независимости действия сил?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОЙ СИЛЫ ДЛЯ ГИБКИХ ЦЕНТРАЛЬНО-СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

#### I. Цель работы

Опытное определение величины критической силы центрально-сжатого стержня при различных способах закрепления его концов и сравнение ее с теоретическим значением.

#### II. Основные теоретические положения

Стержни, длина которых значительно превосходит размеры поперечного сечения, при определенной величине осевой сжимающей силы могут терять устойчивость прямолинейной формы равновесия. Величину силы, при которой происходит потеря устойчивости (критическое значение силы), определяется по формуле Эйлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu \ell)^2},$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала стержня;

$I_{\min}$  - минимальный осевой момент инерции поперечного сечения стержня;

$\ell$  - фактическая длина стержня;

$\mu$  - коэффициент приведения длины.



В этой формуле фигурирует  $I_{\min}$ , так как потеря устойчивости стержня происходит в плоскости наименьшей жесткости. Например, для прямоугольного поперечного сечения стержня с размерами  $h$  и  $b$  при  $h > b$

$$I_{\min} = \frac{hb^3}{12}, \text{ см}^4.$$

Коэффициент приведения длины  $\mu$  зависит от способа закрепления концов стержня. Значения его приведены в табл. 3.

Таблица 3

Способ закрепления концов стержня	$\mu$
Жесткое защемление обоих концов	0,5
Жесткое защемление одного конца и шарнирное закрепление другого	0,7
Шарнирное закрепление обоих концов	1,0
Жесткое защемление одного конца при свободном другом	2,0

Формула Эйлера применима лишь в том случае, если потеря устойчивости стержня будет происходить при напряжениях, меньших предела пропорциональности, т. е. для стержней, гибкость которых  $\lambda$  больше предельной гибкости. Предельная гибкость  $\lambda_{пред}$  зависит от упругих свойств материала и вычисляется по формуле

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пц}}},$$

где  $\sigma_{пц}$  - предел пропорциональности материала стержня.

Реальная гибкость стержня должна быть больше предельной теоретической  $\lambda > \lambda_{пред}$ . В противном случае теоретическое значение критической силы определяют с помощью формулы Ясинского

$$P_{кр} = (a - e\lambda)F,$$

где  $F$  – площадь поперечного сечения стержня.

Коэффициенты  $a$  и  $b$  зависят от материала стержня, например, для стали марки СТЗ  $a = 310$  МПа;  $b = 8,14$  МПа. Данные по ним для разных материалов можно найти в справочниках.

### III. Описание лабораторной установки

Для проведения эксперимента используется специальная установка, схематично изображенная на рис. 19,а.

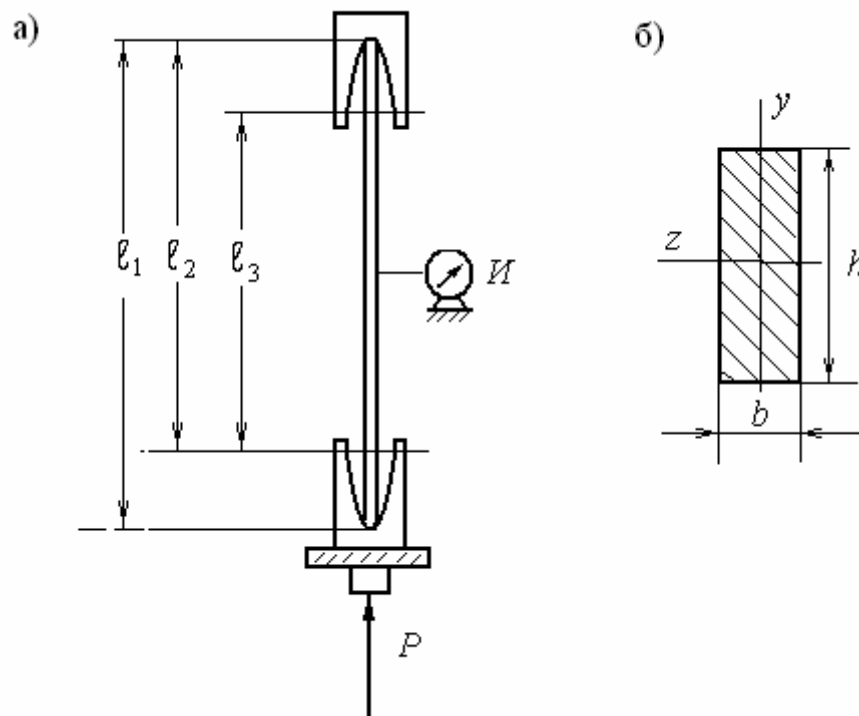


Рис. 19

Установка состоит из двух захватов, между которыми помещается испытуемый стержень. Захваты снабжены винтами для закрепления концов стержня тем или иным способом. Если все винты вывинчены, то оба захвата представляют собой шарнирные крепления. В этом случае коэффициент приведения длины  $\mu = 1$ , а за расчетную длину  $\mu\ell$  стержня принимается его фактическая длина  $\ell_1 = 1,0\ell$  (рис. 19,а). Если зацемить винтами один конец

стержня (например, нижний), то  $\mu = 0,7$ , а расчетная длина станет равной  $\ell_2 = 0,7\ell$ . При защемлении винтами обоих концов  $\mu = 0,5$  и  $\ell_3 = 0,5\ell$ .

На рис. 19, б показана форма поперечного сечения испытуемого стержня.

#### IV. Порядок выполнения работы

Записываются данные о стержне – длина  $\ell$ , размеры сечения  $b$  и  $h$ . Вычисляются геометрические характеристики его сечения: значение площади сечения, осевой момент инерции. Выбирается способ закрепления концов стержня, в соответствии с этим определяется значение коэффициента  $\mu$  и уточняется длина  $\mu\ell$  стержня между захватами установки. Результат фиксируется в отчете.

После закрепления стержня приводится в действие механизм установки, создающий сжимающую силу  $P$ .

При проведении работы сжимающая сила медленно наращивается до величины, при которой ось стержня, до того момента оставшаяся прямой, скачком искривляется. Соответствующая величина силы принимается за критическую и фиксируется в отчете.

Затем способ закрепления концов стержня меняется и эксперимент проводится снова.

После этого определяется величина предельной гибкости  $\lambda_{пред}$ , с которой сравниваются величины фактической гибкости стержня, определяемые экспериментально для каждого из способов закрепления стержня по формуле

$$\lambda = \frac{\mu\ell}{i_{\min}},$$

где  $i_{\min}$  - минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня, который определяется по формуле

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{F}}.$$

Сравнивая величины фактической и предельной гибкости, делается вывод о возможности применения формулы Эйлера. Пользоваться этой формулой для определения критической силы  $P_{кр}$  можно, если выполняется условие  $\lambda > \lambda_{пред}$ .

Если же это условие не выполняется, то критическая сила определяется по формуле Ясинского

$$P_{кр} = (a - e\lambda)F.$$

Полученные теоретические значения критической силы также заносятся в отчет, после чего вычисляются расхождения в процентах между опытными и теоретическими значениями критической силы.

#### V. Содержание отчета

1. Данные об образце.
2. Вычисление теоретических значений критической силы.
3. Сравнение опытных и теоретических значений критической силы.

#### Вопросы для самопроверки

1. В чем заключается явление потери устойчивости сжатого стержня?
2. Какая сила называется критической?
3. Каковы пределы применимости формулы Эйлера?
4. Что называется предельной гибкостью стержня и как она определяется?
5. Как влияет закрепление концов стержня на величину критической силы?
6. Как определить величину критической силы за пределом пропорциональности?

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9****ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В БАЛКЕ  
ПРИ ЕЕ КОСОМ ИЗГИБЕ****I. Цель работы**

Опытное определение величины нормального напряжения и прогиба в заданном сечении балки и сравнение полученных величин с теоретическими значениями.

**II. Основные теоретические положения**

Косой изгиб возникает при таком приложении поперечной силы  $P$  на балку, когда сила перпендикулярна к продольной оси балки и проходит через центр тяжести поперечного сечения, а линия действия  $P$  не совпадает ни с одной из главных осей инерции рассматриваемого сечения.

На основании принципа независимости действия сил косой изгиб можно рассматривать как действие двух плоских изгибов, вызванных составляющими силы  $P$  по главным осям инерции сечения. В поперечных сечениях балки возникают внутренние силовые факторы – два изгибающих момента  $M_z$  и  $M_y$ , и две поперечные силы  $Q_z$  и  $Q_y$ , действующие в плоскостях главных осей инерции поперечного сечения.

В любом рассматриваемом сечении балки нормальное напряжение будет равно алгебраической сумме напряжений:

$$\sigma = \sigma_{M_z} + \sigma_{M_y}.$$

Деформация балки – ее прогиб и углы поворота сечений, происходит при таком нагружении балки не в плоскости, содержащей линию действия силы и ось балки, а в плоскостях, содержащих главные оси инерции сечений балки; при этом отношение величин деформаций балки в этих плоскостях зависит от угла отклонения нейтральной оси от одной из главных осей инерции сечения.

Эта разница определяется углом отклонения нейтральной оси при косом изгибе от положения главной оси инерции (рис. 20, б)

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \alpha \frac{J_z}{J_y}. \quad (1)$$

Полный прогиб  $f$  при косом изгибе определяется, как геометрическая сумма прогибов  $f_z$  и  $f_y$  от двух плоских изгибов (рис. 20, б)

Из формулы (1) следует, что для балок с круговым или квадратным сечением, когда  $J_y = J_z$ , изгиб будет всегда плоским, если только плоскость действия поперечных сил проходит через центры тяжести сечений.

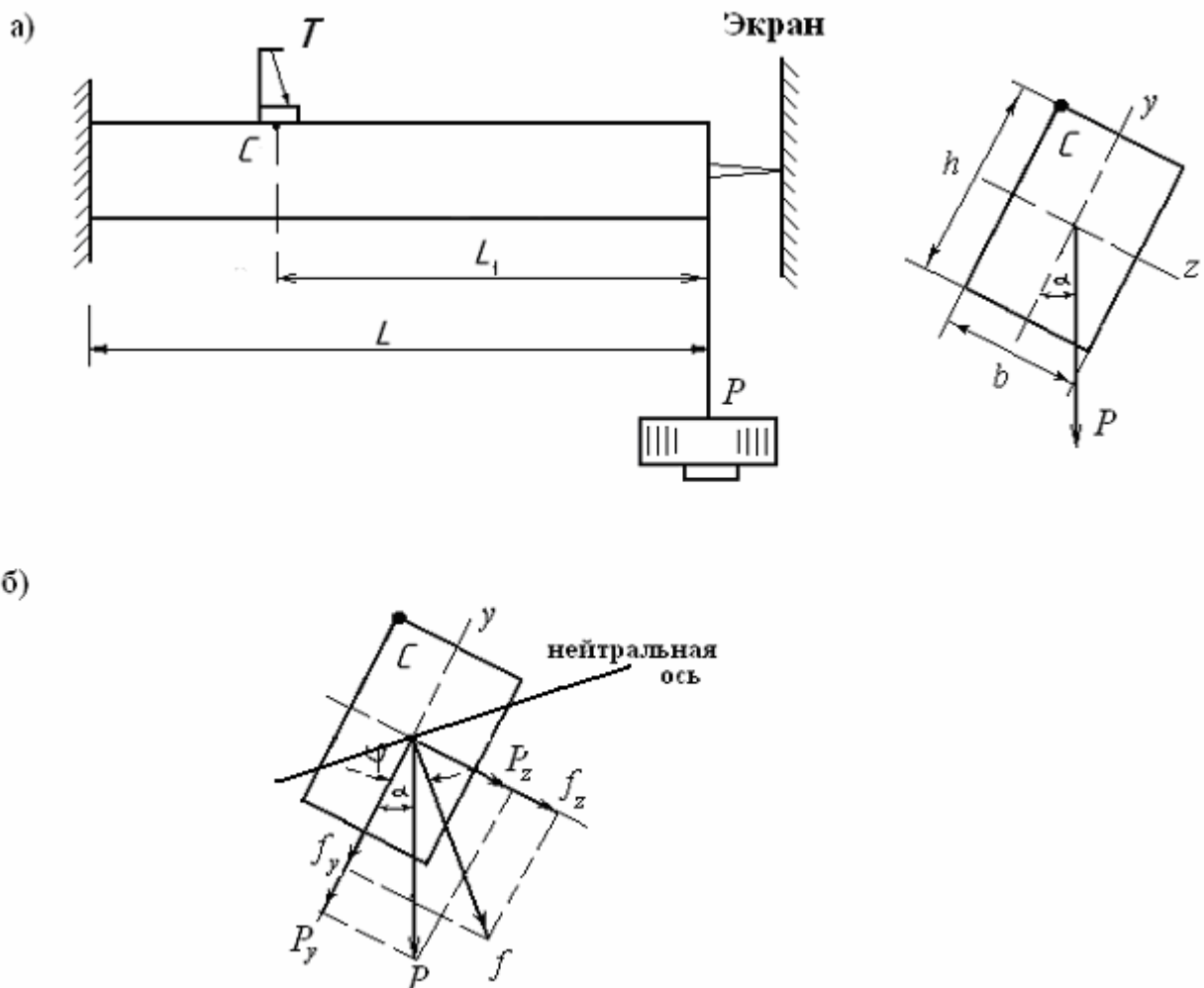


Рис. 20

### III. Описание лабораторной установки

Лабораторная установка представляет собой консольную балку прямоугольного поперечного сечения  $b \times h$  (рис. 20,а). Балка закреплена в опоре так, что главные оси инерции сечения составляют с вертикальной осью угол  $\alpha = 30^\circ$ . Линия действия силы  $P$  (подвешиваемая нагрузка) совпадает с центром тяжести сечения и перпендикулярна продольной оси балки.

На расстоянии  $L$  от свободного конца балки на верхнем ребре установлен рычажный тензометр  $T$  с базой  $\ell$  и коэффициентом увеличения  $K$ . Прежде чем приложить к балке нагрузку, снимают отсчет по шкале тензометра  $T$  и производят первый накол на миллиметровой бумаге, закрепленной на экране. Затем нагружают балку силой  $P$ , укладывая гири на поддон плавно, без ударов. После загрузки снимают отсчет по шкале тензометра, подводя к острию экран и производят на нем повторный накол. Экран следует прижимать к острию осторожно без перекоса. Результаты опыта заносят в отчет. Полный прогиб и направление наклона линии прогиба измеряют между наколотыми на экране точками. Направление прогиба отклоняется от направления действия силы  $P$  в сторону наименьшей жесткости сечения (рис. 20,б).

#### IV. Порядок выполнения работы

Зная величину предела пропорциональности  $\sigma_{mi}$  материала балки, определяют максимально возможную нагрузку  $P$ , вызывающую в балке деформацию, пропорциональную  $P$ . Интервал между предварительной и максимальной нагрузками разбивается на равные ступени (для трех отсчетов)  $\Delta P$ .

Величину предварительной нагрузки, приращение  $\Delta P$  и нагрузку на каждом этапе нагружения заносят в отчет, отмечая всякий раз показания рычажного тензометра.

#### V. Обработка результатов работы

1. По показанию тензомера в районе точки  $C$  сечения определяют абсолютное удлинение  $\Delta\ell = \frac{\Delta A}{K}$ , затем относительное удлинение  $\varepsilon = \frac{\Delta A}{K\ell}$  и нормальное напряжение в точке  $C$ :

$$\sigma_C = E \frac{\Delta A_{\text{ср}}}{K\ell},$$

где  $K$  – коэффициент увеличения;  $\ell$  – база тензомера. Значения напряжений фиксируются в отчете.

2. Вычисляются теоретические значения нормального напряжения ( $\sigma_C$ ) для точки  $C$ :

$$\sigma_C = \pm \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y},$$

где величина изгибающих моментов в балке  $\text{см}^3$  определяется по формулам

$$M_z = P_y L = PL \cos \alpha, \quad P_y = P \cos \alpha, \quad W_z = \frac{b^2 h}{6};$$

$$M_y = P_z L = PL \sin \alpha, \quad P_z = P \sin \alpha, \quad W_y = \frac{bh^2}{6}.$$

3. Полный прогиб  $f$  свободного конца консоли вычисляется по формуле

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2},$$

где  $J_z$  и  $J_y$ ,  $\text{см}^4$ :

$$f_y = \frac{P_y L^3}{3EJ_z}, \quad J_z = \frac{hb^3}{12};$$

$$f_z = \frac{P_z L^3}{3EJ_y}, \quad J_y = \frac{h^3 b}{12}.$$

Результаты расчетов сравниваются с результатами эксперимента и определяется процент расхождения между опытными и теоретическими значениями  $\sigma_C$  и  $f$ .

## VI. Содержание отчета



1. Схема нагружения балки с указанием размеров самой балки и расположения тензометра с его характеристиками.
2. Отчет с результатами измерений.
3. Вычисление теоретических и опытных значений напряжения  $\sigma_C$  и прогиба  $f$ .
4. Сравнение теоретических и опытных значений  $\sigma_C$  и  $f$ .

#### Вопросы для самопроверки

1. При каком нагружении балки возникает ее косой изгиб?
2. Какие внутренние силовые факторы возникают в поперечных сечениях балки при косом изгибе?
3. В каких точках поперечного сечения возникают наибольшие нормальные напряжения при косом изгибе?
4. Как опытным путем определяются нормальные напряжения?
5. При каких формах поперечного сечения балки невозможен косой изгиб?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛА ВЫНОСЛИВОСТИ МАТЕРИАЛА

##### I. Цель работы

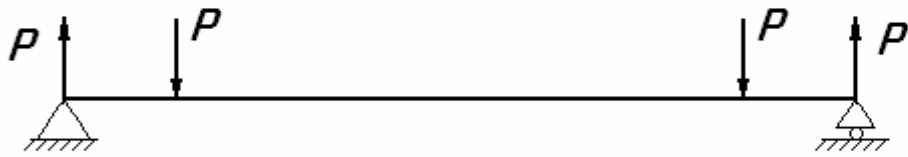
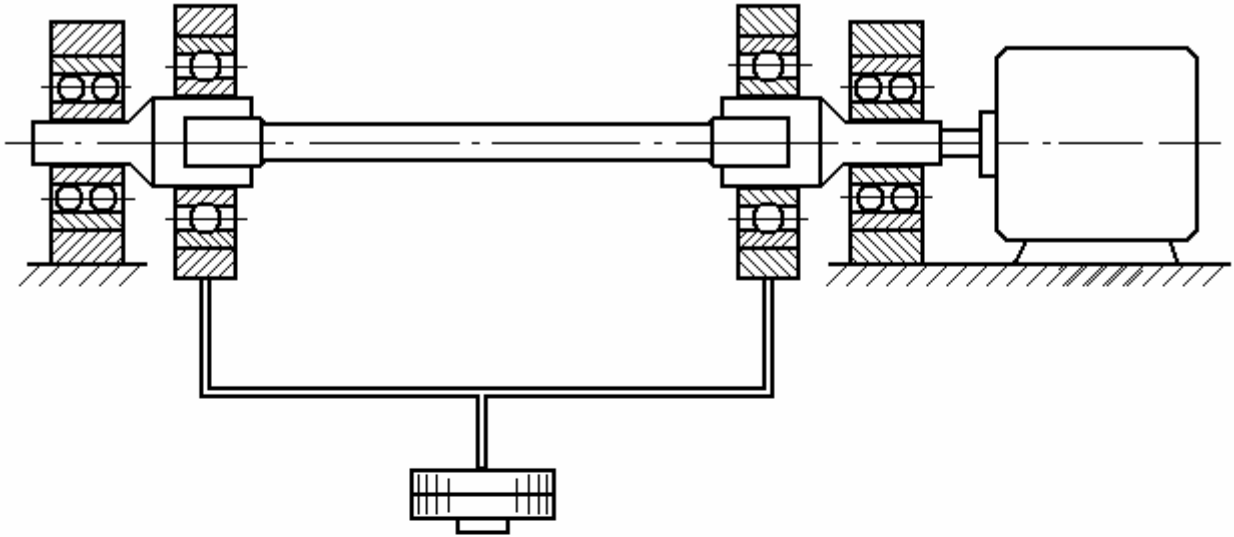
Ознакомление с методикой определения предела выносливости.

##### II. Основные теоретические положения

Характер разрушения материалов при периодически изменяющихся нагрузках существенно отличается от разрушения материалов при их статическом нагружении. Даже пластичные материалы разрушаются при циклически меняющейся нагрузке внезапно, без заметной пластической деформации. Разрушение может происходить при напряжениях, существенно

меньших предела текучести. Причиной этого являются неоднородность строения материала на кристаллическом уровне (наличие зерен разной ориентации), дефекты поверхностной обработки, всевозможные концентраторы напряжений. При действии переменных многократно повторяющихся нагрузок напряжения, возникающие в зоне дефектов резко отличаются от средних значений, что приводит к появлению в этих местах микротрещин. Высокая концентрация напряжений в зоне микротрещин с течением времени способствует их развитию. Сечение в зоне микротрещины постепенно ослабляется настолько, что не выдерживает возникающих в нем напряжений и происходит разрушение элемента конструкции. Процесс постепенного накопления повреждений в материале под действием переменных напряжений, приводящих к образованию трещин и разрушению в результате их развития, называется усталостью.

Разрушение материала вследствие распространения усталостной трещины называется усталостным разрушением. Способность материала противостоять усталости называется сопротивлением усталости.



*Эпюра M*



*Эпюра Q*

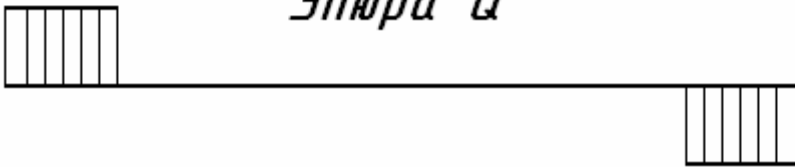


Рис. 21

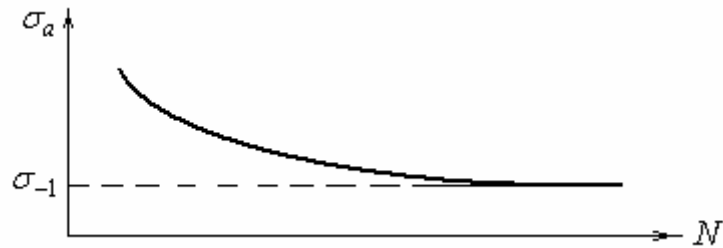


Рис. 22

Механической характеристикой материала, используемой при расчетах на сопротивление усталости, является предел выносливости  $\sigma_{-1}$ . Он определяется в результате испытаний на усталость.

### III. Описание лабораторной установки

Наиболее распространены испытания на усталость в условиях работы образца на чистый изгиб. На рис. 21 показана схема, иллюстрирующая принцип работы машины, создающей во вращающемся образце чистый изгиб, при котором нормальные напряжения в поперечном сечении изменяются по симметричному циклу.

### IV. Порядок выполнения работы

Лабораторная работа вследствие длительности самого процесса испытаний на усталость имеет только демонстрационный характер. Студенты знакомятся с машинной установкой, схемой ее работы. В реальных условиях проведения испытаний изготавливается и проверяется на усталость партия образцов (не менее 10 штук) с тщательно обработанной поверхностью соответственно ГОСТу.

Каждый из образцов испытывается на машине при определенной нагрузке, постепенно снижающейся от образца к образцу до момента разрушения. Для

первого образца назначается нагрузка, создающая в нем напряжения, несколько меньше предела прочности. При этом разрушение образца произойдет при сравнительно небольшом числе циклов  $N$ . В каждом последующем образце максимальные напряжения уменьшаются, а число циклов увеличивается. Машина автоматически останавливается при разрушении образца. Число циклов (оборотов)  $N$ , после которого произошло разрушение образца, определяется по показанию счетчика циклов.

По полученным из опыта значениям величин  $\sigma_{\max i}$  и  $N_i$  строится кривая Веллера (кривая усталости) в координатах  $\sigma_{\max} - N$ .

В реальных условиях испытания ограничивают некоторым предельным числом циклов, называемым базовым циклом – базой испытаний. Для стали и чугуна базу испытаний принимают равной  $10^7$  циклов.

Максимальное по абсолютной величине переменное напряжение при симметричном цикле нагружения, при котором материал еще не разрушается до базы испытания, называется пределом выносливости.

На диаграмме Веллера (рис. 22) предел выносливости определяют по ординате асимптоты для симметричного цикла.

## V. Содержание отчета

1. Схема нагружения образца.
2. Эпюры поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  для образца.
3. Эпюра нормальных напряжений, возникающих в поперечных сечениях образца при отсутствии вращения.
4. График изменения нормальных напряжений в поперечных сечениях образца при его вращении с указанием характеристики цикла напряжений.
5. Кривая усталости с асимптотой.
6. Значение предела выносливости  $\sigma_{-1}$ .

## Вопросы для самопроверки

1. Какое явление понимают под усталостью металлов?
2. Какое практическое значение имеют испытания материала при переменных напряжениях?
3. Что называется пределом выносливости?
4. Как производятся испытания материалов на усталость?

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11****ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДАРНОЙ ВЯЗКОСТИ МАТЕРИАЛА****I. Цель работы**

Определение ударной вязкости пластичного и хрупкого материалов.

**II. Основные теоретические положения**

Характер работы материала – его сопротивление действию внешней нагрузки в значительной степени зависит от характера изменения этой нагрузки. Для оценки способности материала сопротивляться ударной нагрузке широко применяются испытания на ударный изгиб. Основное его назначение – оценка сопротивления материала хрупкому разрушению.

За меру способности материала сопротивляться ударным нагрузкам принимается работа  $A$ , затраченная на разрушение образца в месте излома. Эта величина называется ударной вязкостью материала ( $\text{Дж/м}^2$  или  $\frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$ )

$$a_H = \frac{A}{F},$$

для стали  $A=200 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$

для чугуна  $A=10,9 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}$

$$F = h \cdot B,$$

где  $h$  – высота сечения,  $b$ - ширина сечения

Хрупкость материала можно определить не только по величине ударной вязкости, но и по виду излома. Хрупкое разрушение характеризуется отсутствием остаточной деформации в поперечном сечении образца и кристаллическим блеском поверхности излома. При вязком разрушении сечение образца деформируется, строение поверхности излома волокнистое, матовое, без блеска.

### III. Описание лабораторной установки

Испытания материалов на ударный изгиб проводятся на маятниковых копрах. Схема маятникового копра показана рис. 23 . Маятник с закалённым ножом фиксируется в определённом положении на высоте  $H$ . Угол между вертикалью

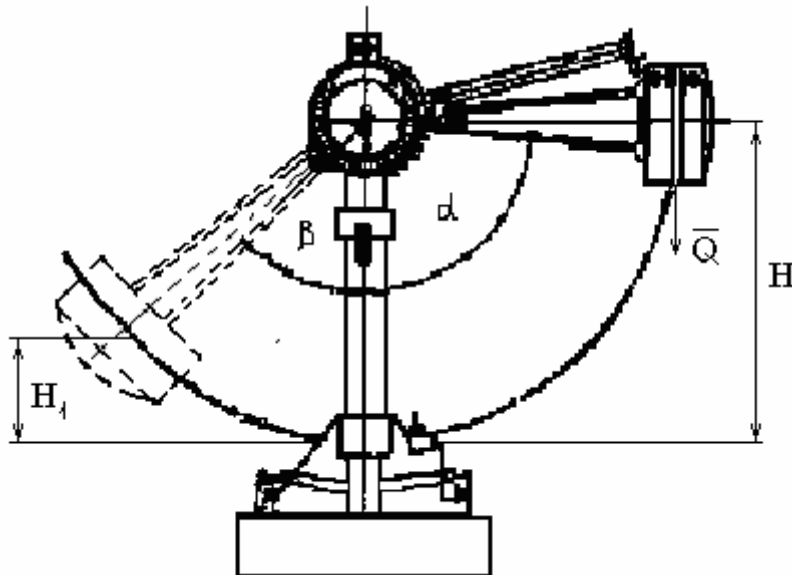


Рис. 23

рамы и маятником во взведённом положении обозначаем через  $\alpha$ . В этом положении маятник обладает определённым запасом потенциальной энергии.

$$A = Q \cdot H.$$

Образец типа Менаже, форма и размеры которого изображены на рис. 24, устанавливается на опоры маятникового копра. Такой образец имеет надрез, показанный на рис. 24. Удар маятника по образцу происходит со стороны, противоположной надрезу. У дна надреза возникает объёмное напряжённое состояние с положительными (растягивающими) главными напряжениями (см. рис. 25).

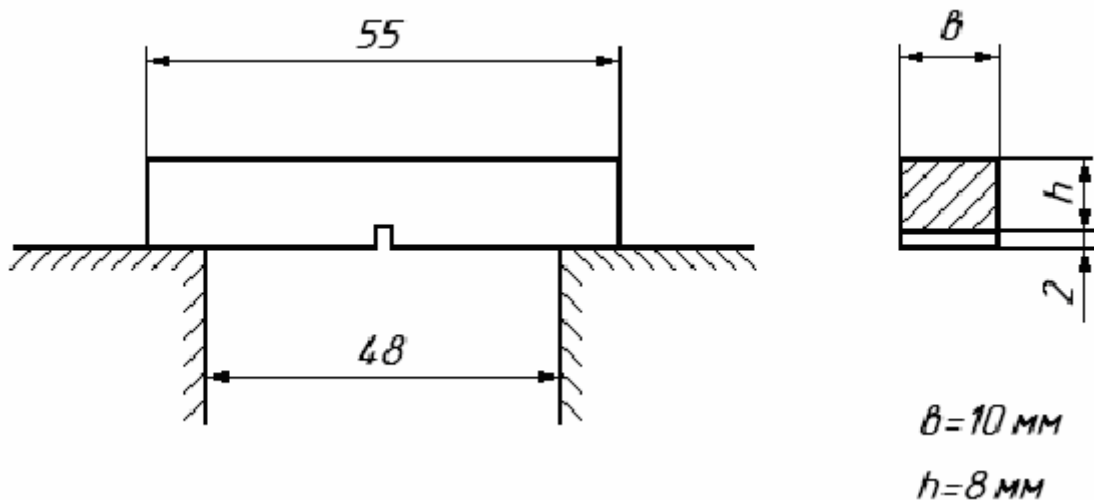


Рис. 24

Эти напряжения затрудняют пластическую деформацию в материале образца. Освобождённый от фиксации маятник падает с высоты  $H$  на образец (повора-

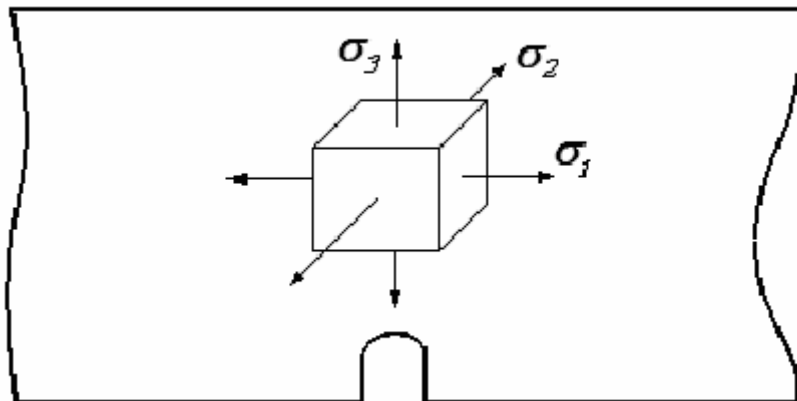


Рис. 25

чиваясь относительно оси  $O$ ) и после удара по образцу отклоняется на угол  $\beta$ , поднимаясь на высоту  $H_1$ . Углы отклонения маятника до падения и после



падения автоматически фиксируются стрелками. Шкала стрелок на маятнике проградуирована в килограмм-метрах, это позволяет вычислить работу  $A$ , затраченную на разрушение образца, как разность значений потенциальной энергии маятника в его начальном и конечном положениях.

#### IV. Порядок выполнения работы

Отвести маятник от положения равновесия на 2...5 см и установить образец на наковальню маятника. Взвести маятник в рабочее положение и отметить по показанию стрелки запас потенциальной энергии маятника в этом положении. При проведении опыта следует соблюдать осторожность! Находиться в зоне действия маятника и в зоне разлёта обломков образца не разрешается. По положению стрелки после удара маятника по образцу отмечается потеря потенциальной энергии маятника по формуле

$$A = Q(H - H_1),$$

определяется работа  $A$ , затраченная на разрушение. Затем определяется величина ударной вязкости.

#### V. Содержание отчёта

1. Данные об образце.
2. Таблица наблюдений.
3. Вычисление ударной вязкости « $a$ ».

#### Вопросы для самопроверки

1. Что называется ударной вязкостью?
2. Зависят ли механические характеристики материалов от скорости приложения нагрузки?
3. Как производятся испытания материалов на удар?
4. Как определяют энергию, затраченную на разрушение образца?

5. Каковы особенности характера излома пластичных и хрупких материалов?

#### **4. Блок контроля освоения дисциплины**

##### **4.1. Задания на контрольные работы и методические указания к их выполнению**

###### **Общие указания**

Прежде чем приступить к выполнению контрольных работ, следует проработать материал соответствующего раздела учебника и разобрать решение приведенных в учебнике задач. Желательно самостоятельно решить несколько задач. В случае возникновения трудностей при изучении теоретического курса или при решении задач студенту следует обратиться на кафедру за получением консультаций.

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради чернилами четко, разборчиво и аккуратно. На обложке тетради должны быть указаны фамилия, имя, отчество и шифр студента, факультет, специальность, наименование предмета и номер контрольной работы. Каждая задача выполняется с новой страницы с оставлением полей для замечаний проверяющего преподавателя.

Задача должна иметь текстовое сообщение, заданную схему и исходные данные, взятые из соответствующих таблиц. Решение должно сопровождаться краткими пояснениями и поясняющими чертежами. Если расчетная величина определяется по готовой формуле, недостаточно привести только эту формулу и окончательный результат подсчета, следует показать, какие значения параметров, входящих в формулу, использовались, и в каких единицах проводился расчет. Необходимо обращать внимание на размерность величин. При построении эпюр их следует располагать на одной странице и строго под расчетной схемой. При перенесении части эпюр на следующую страницу необходимо повторить изображение расчетной схемы.

Выбор заданной схемы и исходных данных проводится в соответствии с шифром студента. При этом используется последняя цифра и сумма двух по-

следних цифр шифра. Студенты, посещающие занятия на учебных точках и У КП, получают индивидуальные задания у преподавателя, ведущего занятия. Если после проверки преподавателем какие-либо задачи окажутся незначительными, то их следует исправить в этой же тетради на чистых или вклеенных листах, озаглавленных «Работа над ошибками». Если все задачи контрольной работы выполнены правильно, работа возвращается студенту с пометкой «Допущена к защите». Каждая контрольная работа защищается студентом очно. В процессе защиты ему предлагаются вопросы, относящиеся к представленному им решению задач, а также вопросы по соответствующему разделу теории. Студенту может быть предложено самостоятельно решить задачу по одной из тем защищаемой контрольной работы.

Факт успешной защиты удостоверяется подписью преподавателя на полях или обложке тетради «Работа № ... защищена» с указанием даты защиты.

После защиты всех контрольных работ, предусмотренных учебным планом в данном семестре, студент допускается к зачету или экзамену.

В зависимости от специальности студенты выполняют разное количество контрольных работ. Задачи, входящие в контрольные работы выбираются из таблицы:

Специальности	Число часов	Контрольная работа № 1	Контрольная работа № 2	Контрольная работа № 3
151001, 150202, 190601, 190205	170	задачи № 1, 2, 3, 4, 5	задачи № 6, 7, 8, 9, 10	задачи № 11, 12, 13, 14
190701, 150501	100	1, 2, 4	5, 11, 13	

### Задача 1

Стальной ступенчатый стержень (рис.1.1), заземленный одним концом, нагружен внешними силами так, что каждая сила приложена в центре тяжести соответствующего поперечного сечения и направлена вдоль оси стержня.

Требуется :

1. Пренебрегая весом стержня, выполнить проверочный расчет на прочность. Требуемый коэффициент запаса прочности  $[n] = 1,5$ .
2. Если расчетное напряжение отличается от допускаемого больше, чем на 5%, выполнить проектный расчет стержня.
3. Определить перемещение сечения, в котором приложена сила  $P_1$ . Модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $A_1, A_2, A_3$  – площади поперечных сечений.

Исходные данные приведены в табл.1.1

Таблица 1.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.1.1	$P_1$ , к Н	$P_2$ , к Н	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$A$ с м 2	Сумма двух последних цифр шифра	$l_4$ , м	$P_3$ , к Н	$l_3$ , м	$A$ с м 2	$A$ с м 2	Материал стержня	$\sigma_T$ МПа
1	1	6	1	0	1		0	0	1	0	1	1	ст	300
2	2	0	5	, 2	, 2	5	1 или	, 7	0	, 6	4	0	30	340
3	3	7	0	2	2	1	10	0	0	1	4	0	ст	360
4	4	0	1	0	0	0	2 или	0		1	4	8	40	380
5	5	8	4	, 5	, 3	8	11	, 9	8	, 1	1	0	ст	390
6	6	0	0	5	3	8	3 или	0	0	1	4	0	45	390
7	7	9	1	0	0	1	12	1		0			ст	410
8	8	0	3	, 9	, 6	6	4 или	, 0	2	, 4	8	2	50	380
9	9	1	0	9	6	1	13	0	0	4		0	ст	360
0	0	0	1	0	0	0	5 или	1		0	8	6	55	340
	1	0	2	, 8	, 5		14	, 3	6	, 9	1	0	ст	340
	0	1	0	8	5	6	6 или	0	0	1	2		60	300
	1	0	0	0	0	1	15	, 8	5	, 4	8	5	ст	50
	0	7	, 0	, 6	, 2	0	7 или	8	0	, 4	8	0	45	360
	1	0	1	0	0	8	16	1		0			ст	360
	2	6	, 0	, 2	, 7	1	8 или	, 1	7	, 6	1	7	40	360
	0	0	2	, 7	, 1	8	17	0	0	6	6	0	ст	40
	1	4	1	1	1	8	9 или	0	1	0	8	1	40	340
	3	0	, 0	, 0	, 1	6	18	, 5	0	, 8	2	0	ст	340
	0	0	4	, 0	, 1			0	1	, 8	8	1	30	300
	1	1	0	0	0			0	0	0	0			
	4	0	3	, 4	, 9			, 7	9	, 3		9		
	0	0	0	4	9			0	0	3		0		
	1	8	, 0	, 0	, 8			1	3	, 6		3		
	5	0	0	0	8			, 4	0	, 6		0		
	0	0	9	, 0	, 1			0	4	, 3		4		
	7	0	0	7	1			, 6	0	, 3		0		

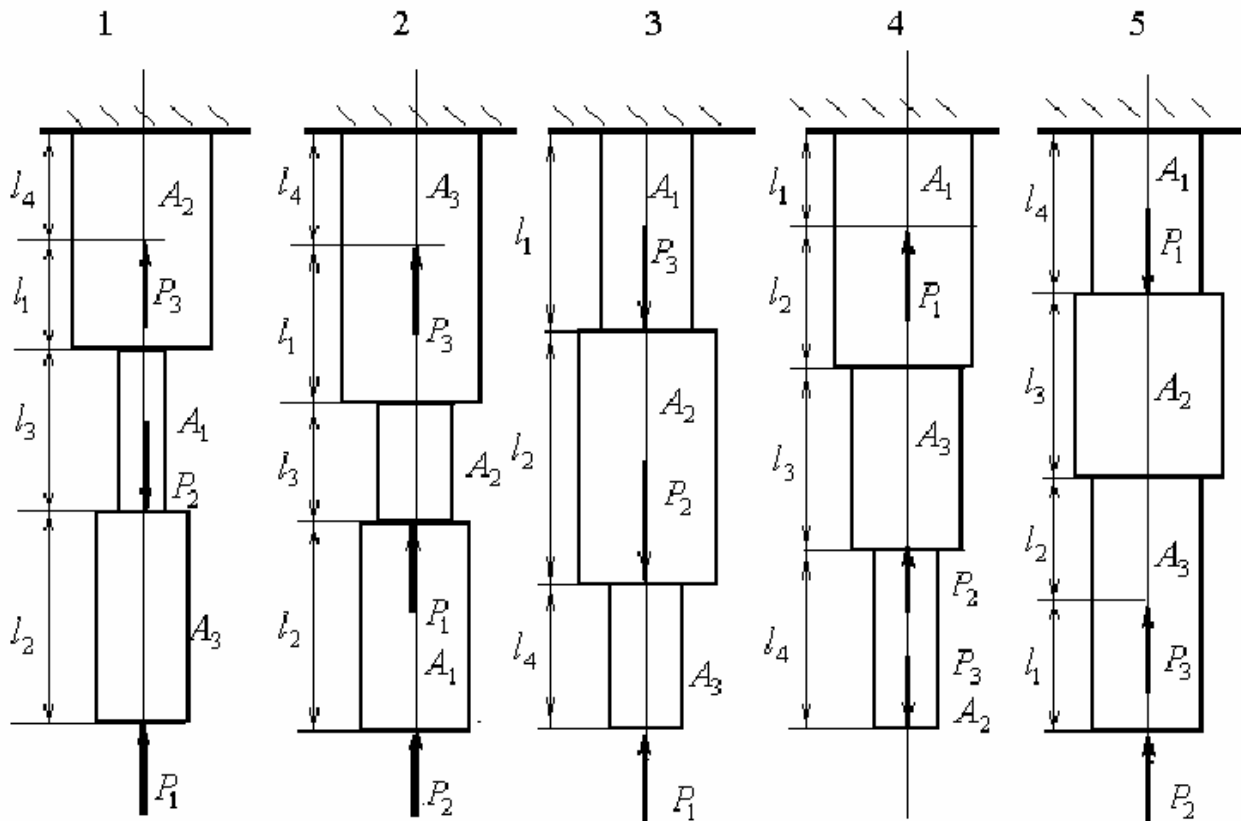
### Указания к выполнению задачи

1. Изобразить стержень в масштабе, указав буквенные и числовые значения заданных величин и оставив рядом место для эпюр (рис.1.2,д).

2. С помощью метода сечений определить продольную силу  $N$ , возникающую в поперечных сечениях стержня (рис.1.2, б, в, г).

3. Построить эпюру продольной силы  $N$ . Базу эпюры провести параллельно оси стержня; положительные значения  $N$  отложить в выбранном масштабе справа от базы эпюры, отрицательные – слева; заштриховать эпюру перпендикулярно базе и поставить знаки «+» и «-» на соответствующих участках эпюры (рис.1.2, д, е).

4. Найти расчетное нормальное напряжение  $\sigma$ , возникающее в поперечных сечениях стержня, и построить эпюру  $\sigma$  рядом с эпюрой  $N$  (рис.1.2, е).



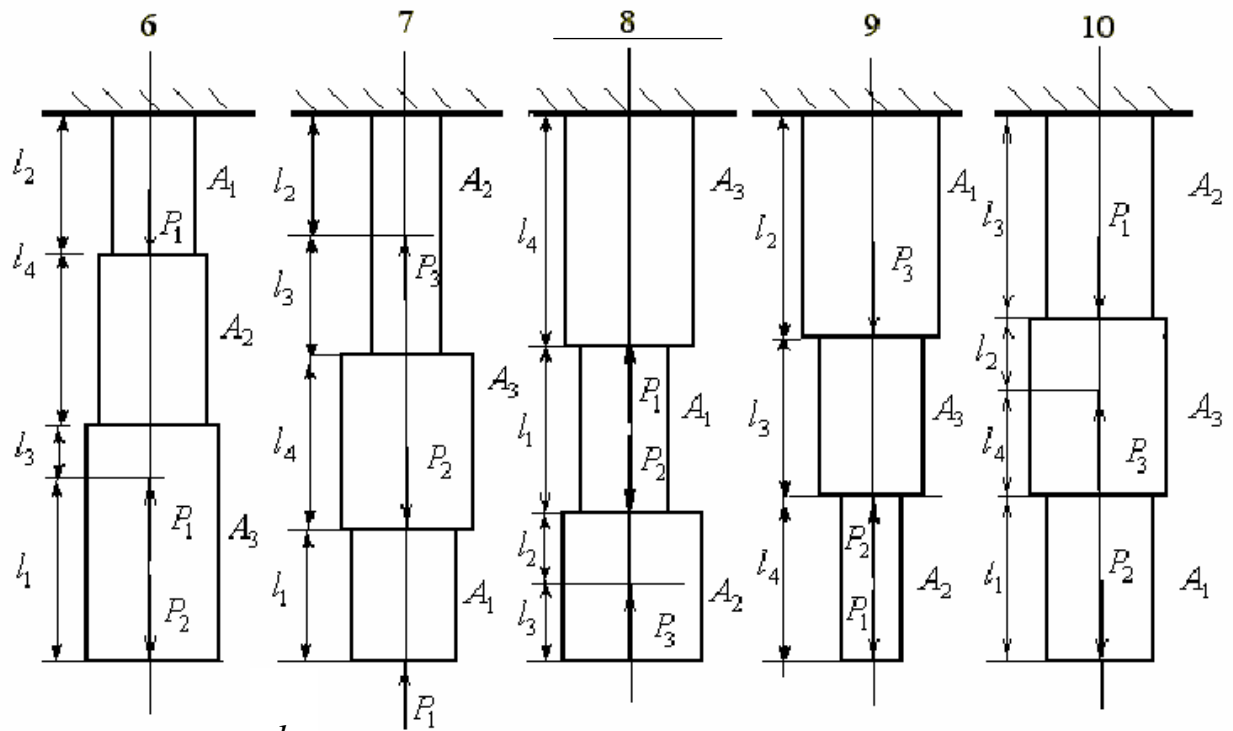


Рис. 1.1

5. Вычислить допускаемое напряжение  $[\sigma]$ , используя предел текучести  $\sigma_T$  материала стержня из табл.1 и заданный коэффициент запаса прочности  $[n]$ .
6. Проверить прочность стержня, сравнив расчетное и допускаемое напряжения.
7. Провести проектный расчет на прочность для участков стержня, на которых расчетное напряжение отличается от допускаемого больше, чем на 5%.
8. Определить перемещение  $\lambda_{P_1}$  сечения, в котором приложена сила  $P_1$ , сложив деформации участков, расположенных между этим сечением и защемлением.

Графическое оформление задачи 1 приведено на рис.1.2.

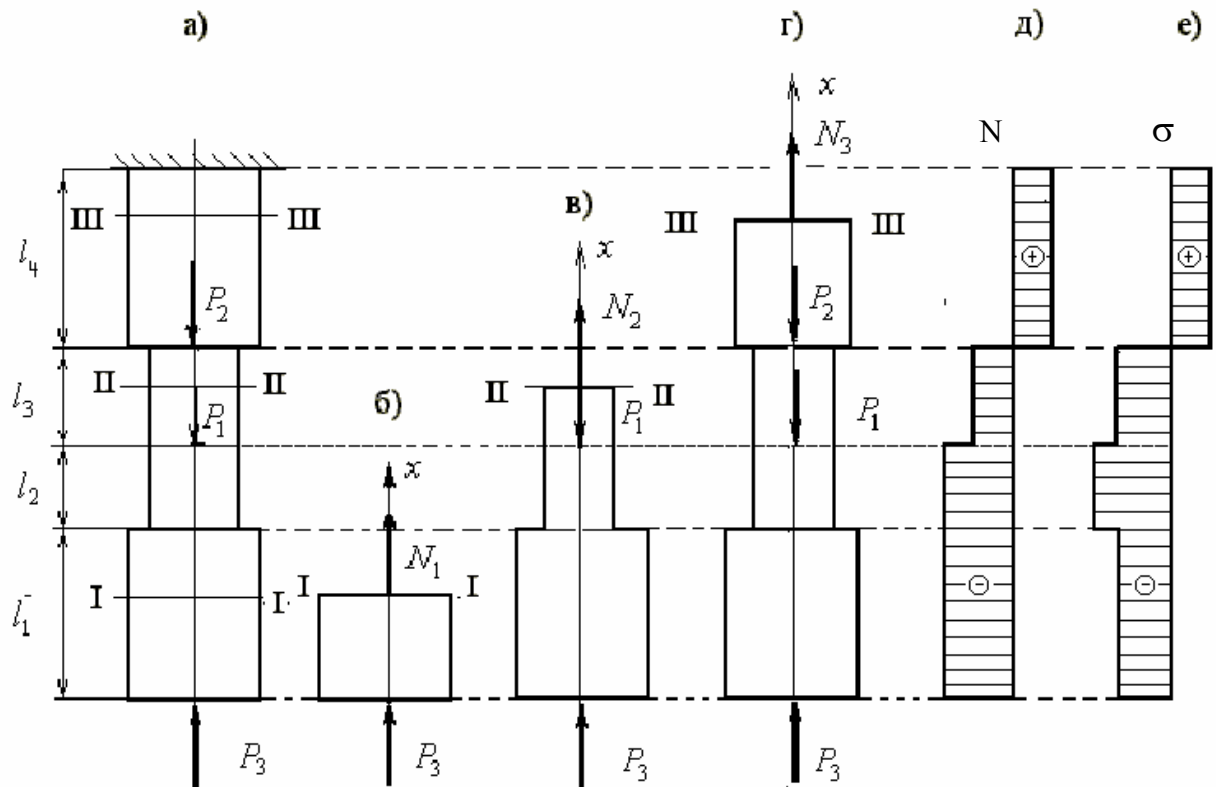


Рис. 1.2

### Задача 2

Абсолютно жесткие балки  $CE$  и  $DF$  конструкции (рис.2.1) соединены между собой и с опорой  $B$  деформируемыми стальными стержнями  $CD$  и  $AB$ .

Требуется

Пренебрегая весом балок  $CE$  и  $DF$  и стержней  $CD$  и  $AB$ , определить из условия прочности по нормальным напряжениям размеры поперечных сечений стержней  $CD$  и  $AB$ . Допускаемое напряжение  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

Типы сечений указаны на схемах. Исходные данные приведены в табл.

2.1

Таблица 2.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис. 1.1	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	Сумма двух последних цифр шифра	$a$ , м	$P_3$ , кН
1	1	60	30	0	10	1,0
2	2	40	60	1 или 10	20	1,5
3	3	100	40	2 или 11	15	2,0
4	4	20	80	3 или 12	30	0,5
5	5	50	20	4 или 13	25	0,8
6	6	120	70	5 или 14	10	1,0
7	7	20	90	6 или 15	15	1,2
8	8	160	30	7 или 16	20	1,5
9	9	10	50	8 или 17	30	2,0
0	10	80	60	9 или 18	25	1,0

### Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему конструкции, указав буквенные и числовые значения заданных величин (рис.2.2, а).
2. С помощью метода сечений определить продольные силы  $N_{AB}$  и  $N_{CD}$  (рис.2.2, б, в). Уравнения равновесия для каждой из отсеченных частей удобнее составить в форме суммы моментов сил относительно опоры.
3. Написать условие прочности и из него определить площади и линейные размеры поперечных сечений стержней  $CD$  и  $AB$ .

Графическое оформление задачи 2 приведено на рис.2.2





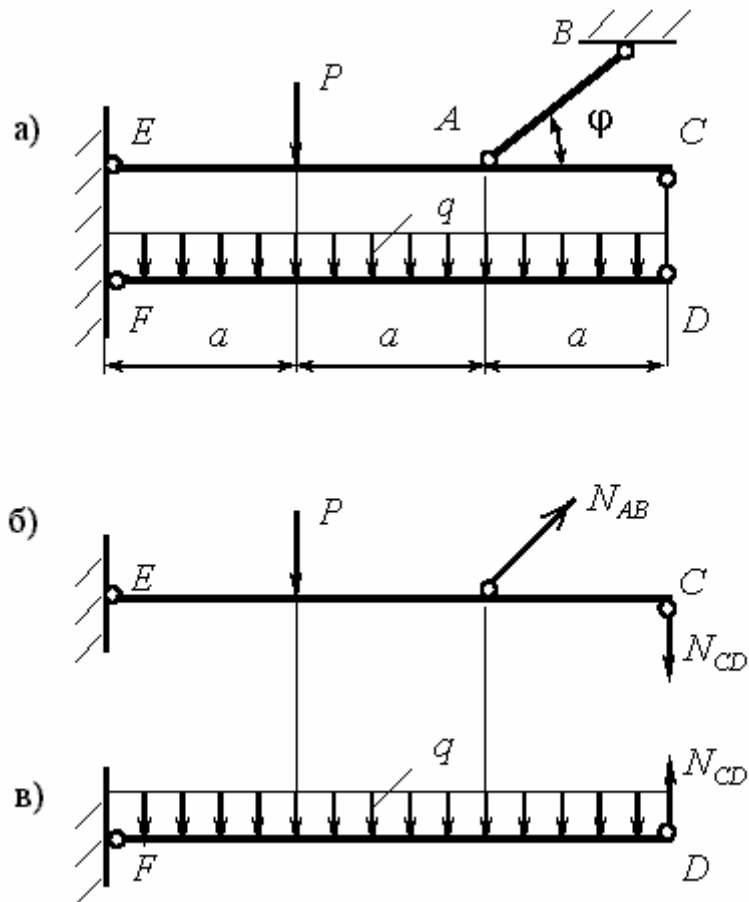


Рис.2.2

### Задача 3

Абсолютно жесткий недеформируемый брус  $AB$  опирается на шарнирно-неподвижную опору и удерживается в равновесии двумя деформируемыми стальными стержнями (рис.3.1).

Требуется

Пренебрегая весом бруса и стержней, выполнить проектировочный расчет на прочность стальных стержней. Допускаемое напряжение  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

Исходные данные приведены в табл.3.1

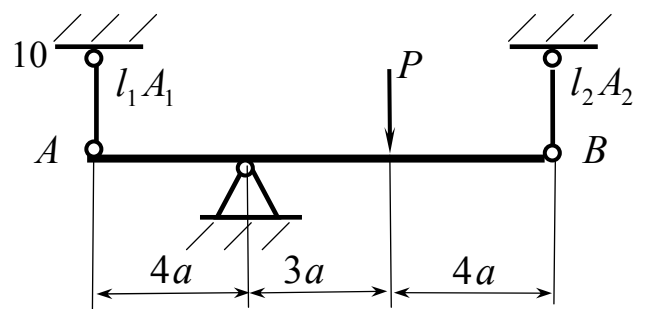
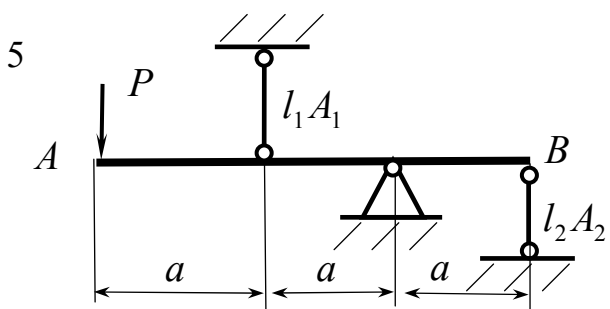
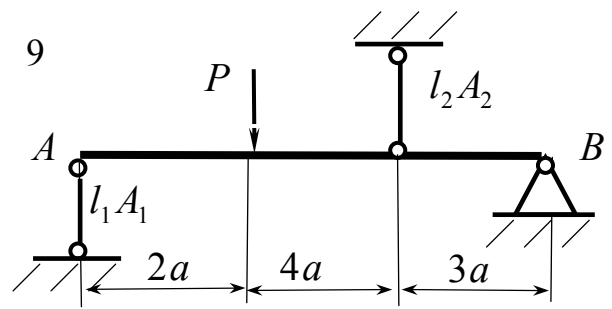
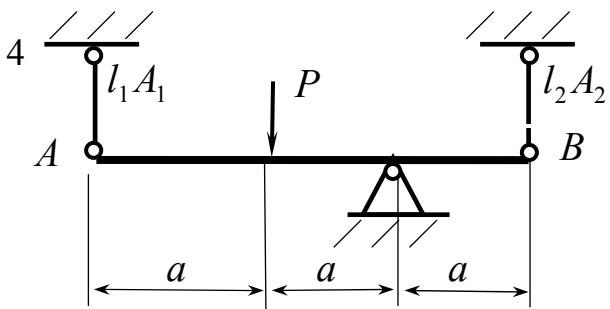
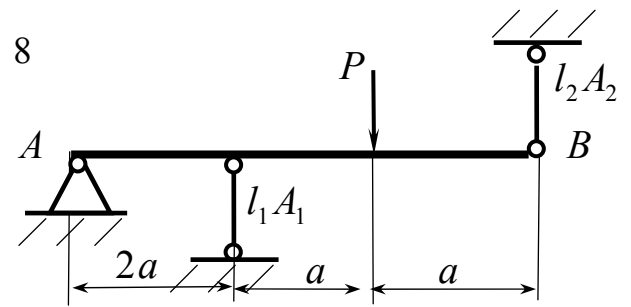
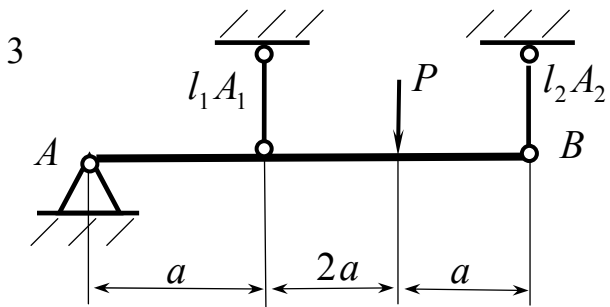
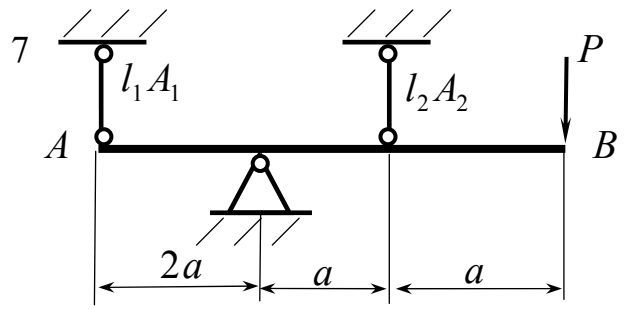
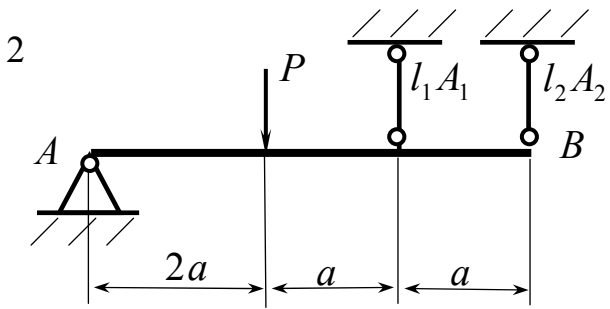
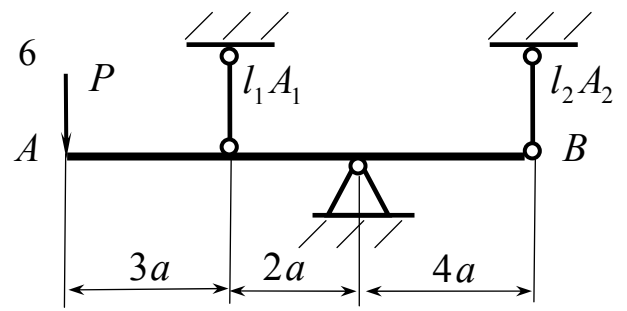
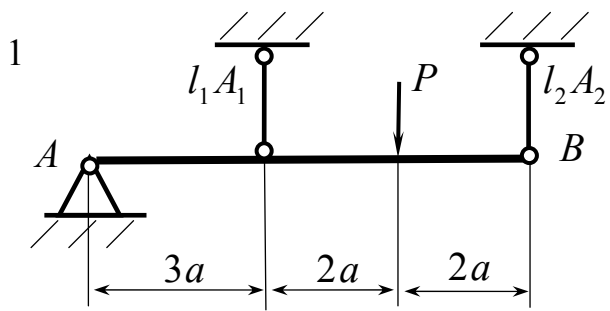


Рис.3.1

Таблица 3.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.3.1	$P$ , кН	$l_1$ , м	$A_1$ , см <sup>2</sup>	Сумма двух последних цифр шифра	$l_2$ , м	$A_2$ , см <sup>2</sup>
1	1	60	$l$	$A$	0	$2l$	$2A$
2	2	70	$2l$	$2A$	1 или 10	$l$	$3A$
3	3	110	$3l$	$1,5A$	2 или 11	$3l$	$A$
4	4	50	$l$	$3A$	3 или 12	$2l$	$2A$
5	5	100	$2l$	$A$	4 или 13	$l$	$1,5A$
6	6	130	$l$	$3A$	5 или 14	$3l$	$2A$
7	7	90	$3l$	$2A$	6 или 15	$2l$	$A$
8	8	120	$2l$	$A$	7 или 16	$l$	$3A$
9	9	140	$l$	$1,5A$	8 или 17	$2l$	$2A$
0	10	80	$3l$	$A$	9 или 18	$l$	$1,5A$

### Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему конструкции, указав буквенные и числовые значения заданных величин (рис.3.2, а).
2. Выбрать систему координат; мысленно отбросив связи, приложить реакции (рис.3.2, б); написать уравнения равновесия; сравнив количество неизвестных реакций связей и количество уравнений равновесия, определить степень статической неопределенности системы.

3. Рассечь стержни и изобразить брус  $AB$ , нагруженный силами. В сечениях стержней приложить продольные силы  $N_1$  и  $N_2$ , направив их в соответствии с происходящей деформацией: при растяжении «+» «от сечения», при сжатии «-» «к сечению» (рис.3.2, в).
4. Составить уравнение равновесия отсеченного бруса, написав сумму моментов всех сил относительно опоры (опора  $C$  на рис.3.2, в).
5. Показать схему деформирования системы. В силу малости деформации стержней, перемещения всех точек бруса происходят по вертикали (рис.3.2, г).
6. Составить уравнение совместности перемещений.
7. Определить продольные силы  $N_1$  и  $N_2$ , решив систему уравнений, включающую уравнение равновесия отсеченного бруса и уравнение совместности перемещений.
8. Выяснить, в каком стержне возникают большие напряжения и определить площадь его поперечного сечения из условия прочности. Площади поперечных сечений остальных стержней выбрать в соответствии с заданным в табл.3 соотношением площадей.

Графическое оформление задачи 3 приведено на рис.3.2.

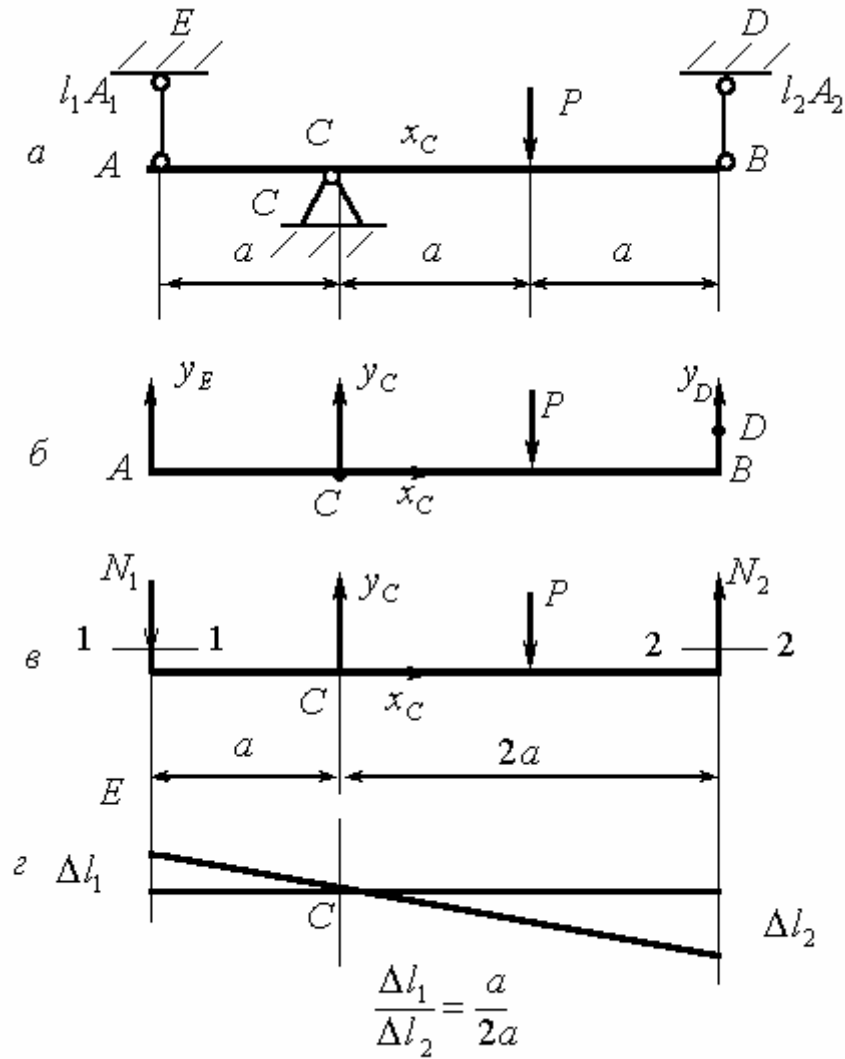


Рис.3.2

#### Задача 4

На рис.4.1 приведены схемы трансмиссионного вала с насаженными шкивами: один из них ведущий, остальные ведомые. К шкивам приложены пары с моментом движущим  $M_0$  на ведущем шкиве и моментами сопротивления  $M_1, M_2, M_3$  на ведомых шкивах. Вал вращается равномерно.

Требуется:

пренебрегая весом вала и шкивов, определить:

1. Размер кольцевого поперечного сечения вала из условия прочности и жесткости; модуль сдвига  $G = 8 \cdot 10^4$  Мпа.
2. Угол закручивания вала на участке между сечениями, в которых приложены моменты  $M_1$  и  $M_3$ .

Исходные данные приведены в табл.4.1

Таблица 4.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.4.1	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$l_1$ ,	$l_2$ ,	$l_3$ ,	$[\tau]$	$[\theta]$	$c = \frac{c_1}{c_2}$
		кН м	кН м	кН м	м	м	м	МПа	град м	
1	1	4,5	16,0	10,0	0,2	0,5	0,6	30	0,25	0,8
2	2	16,5	11,0	5,0	0,4	0,3	0,2	35	0,5	0,7
3	3	17,0	11,5	5,5	0,3	0,6	0,4	40	0,55	0,6
4	4	12,0	6,0	19,5	0,3	0,5	0,6	45	0,55	0,75
5	5	6,5	13,0	5	0,6	0,2	0,4	50	0,8	0,65
6	6	18,5	7,0	13,5	0,3	0,7	0,5	55	0,3	0,8
7	7	8,5	15,0	15,5	0,4	0,8	0,6	60	0,9	0,9
8	8	6,5	9,0	0,8	0,7	0,5	0,3	55	0,9	0,7
9	9	14,5	8,0	0,8	0,4	0,6	0,8	50	0,35	0,85
0	10	8,5	15,0	15,5	0,6	0,3	0,5	40	0,7	0,6

### Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему вала (рис.4.2, а), указав буквенные и численные значения заданных величин, оставив место под ней для расчетной схемы и эпюры.

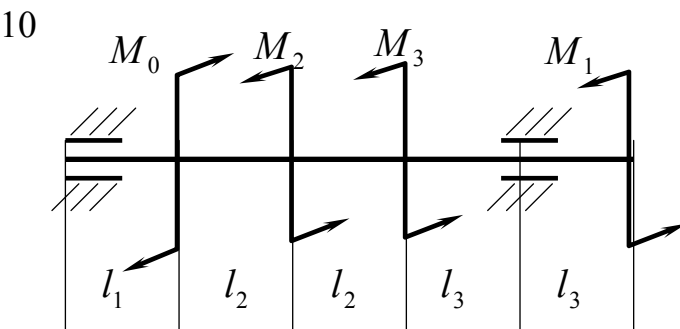
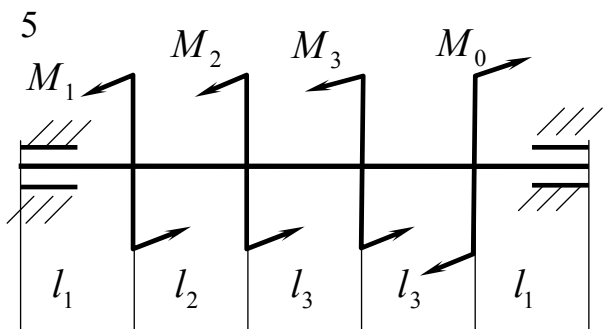
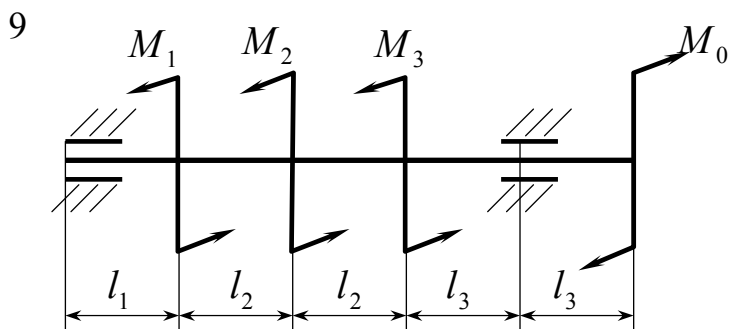
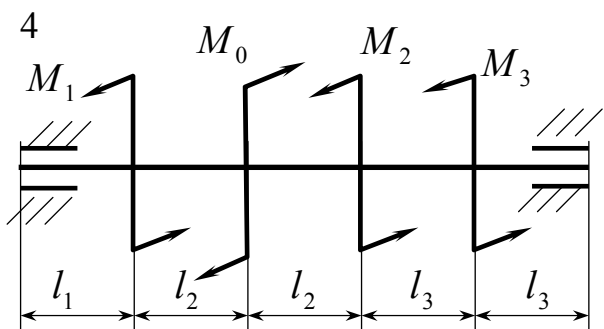
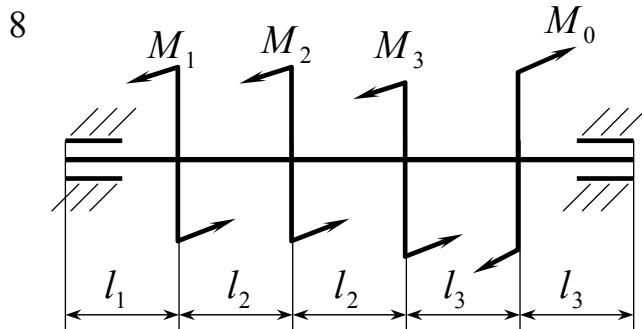
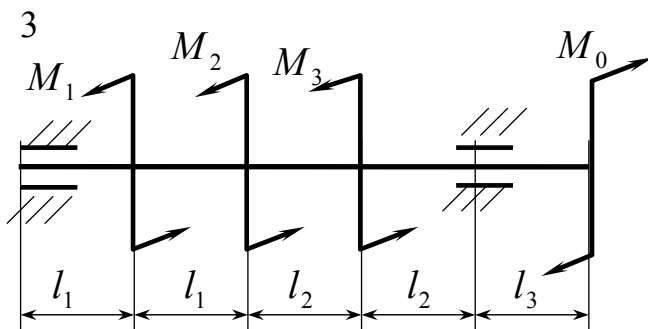
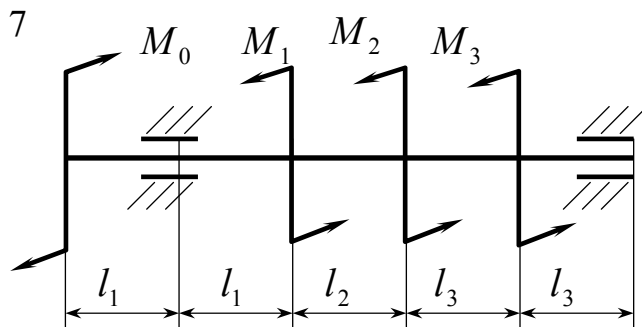
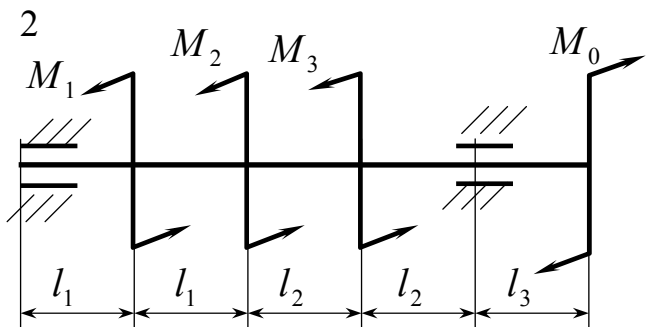
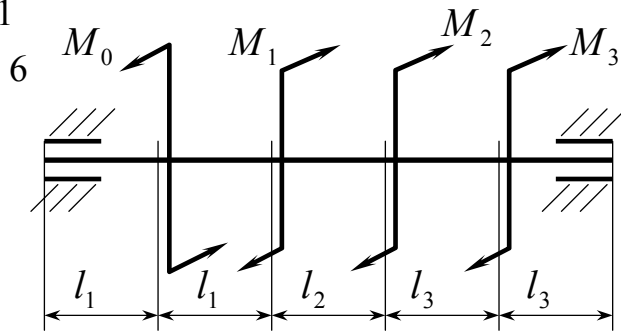
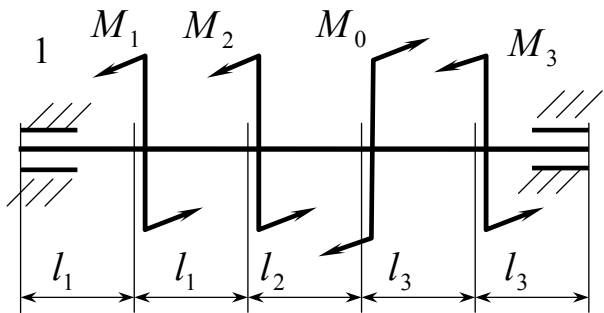




Рис.4.1

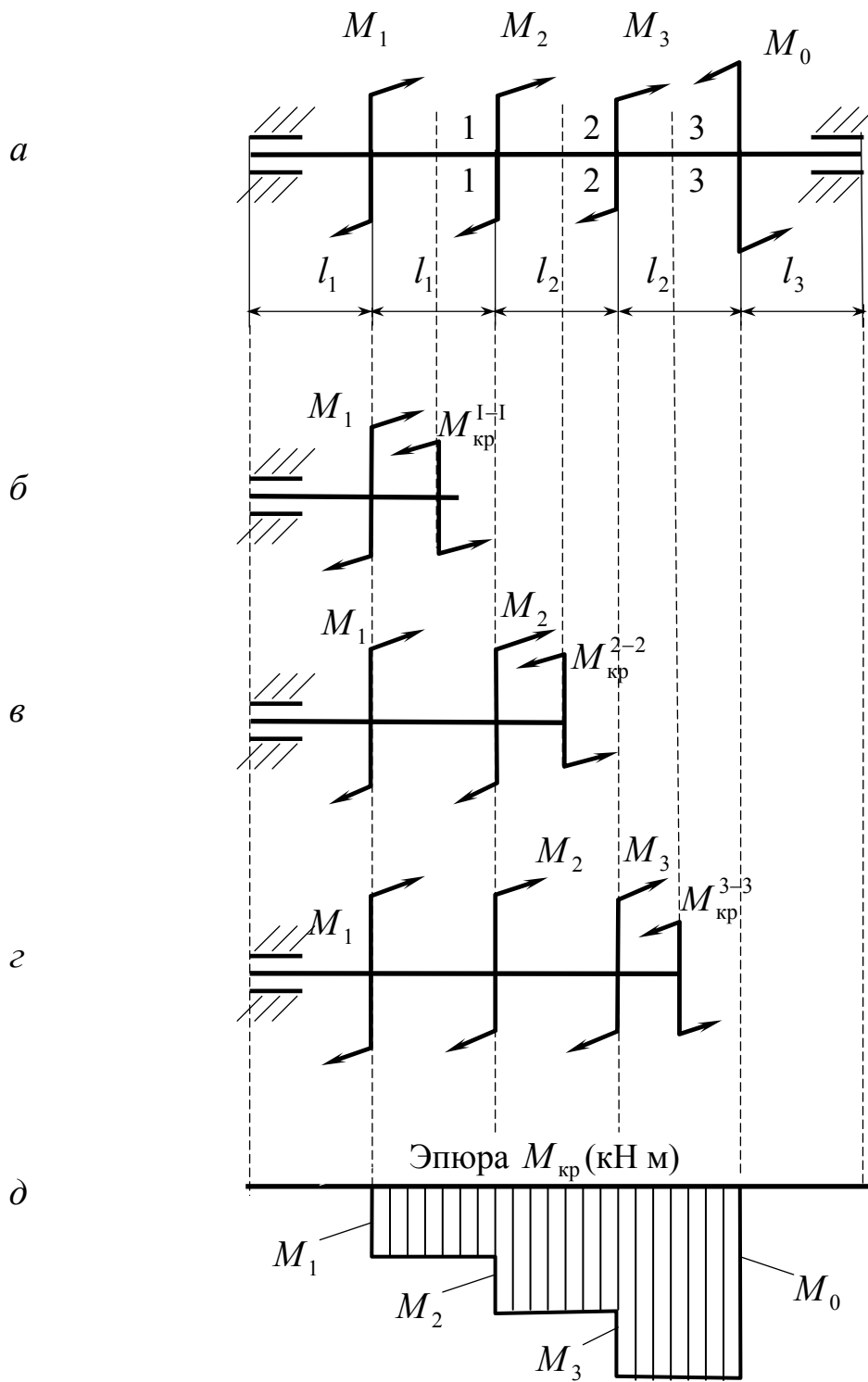


Рис.4.2

2. Определить величину  $M_0$  момента движущего из условия равновесия вала

$$\sum_0^3 M_k = 0.$$

3. С помощью метода сечений определить крутящий момент  $M_{кр}$ , возникающий в поперечных сечениях вала (рис.4.2, б, в, г).

4. Под расчетной схемой вала построить эпюру крутящего момента  $M_{кр}$  (рис.4.2, д).

5. По эпюре  $M_{кр}$  определить расчетное значение крутящего момента  $M_{расч}$  – наибольшее по абсолютной величине значение крутящего момента.

6. Определить размеры сечения пустотелого вала из условия прочности.

7. Определить размеры сечения вала из условия жесткости.

8. Принять окончательные размеры поперечного сечения вала.

9. Определить полярный момент инерции сечения вала.

10. Определить угол закручивания  $\varphi$  вала на участке между сечениями, в которых приложены моменты  $M_1$  и  $M_3$ , сложив деформации участков, расположенных между этими сечениями.

### Задача 5

На рис.5.1 приведены схемы нагружения стальных балок. Все внешние силы лежат в одной плоскости, проходящей через ось балки и вертикальную ось поперечных сечений (в вертикальной плоскости). Балка считается невесомой.

Требуется:

из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать двутавровую балку. Допустимое напряжение  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

Исходные данные приведены в табл. 5.1

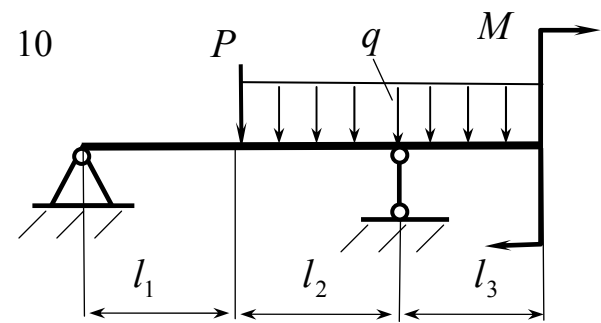
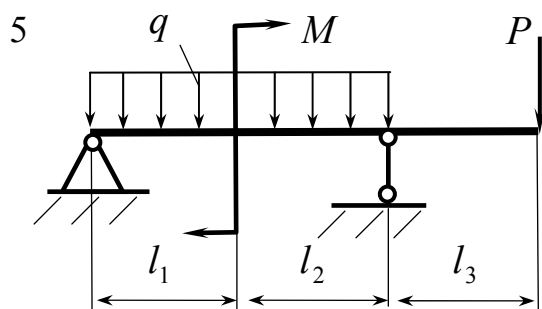
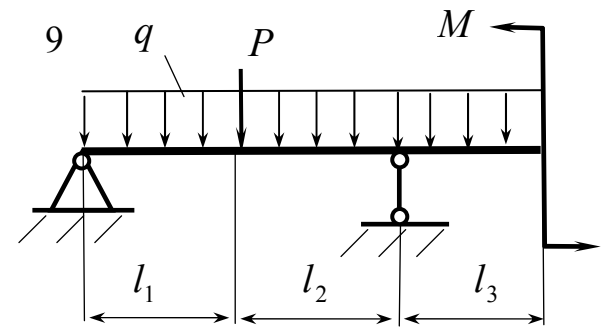
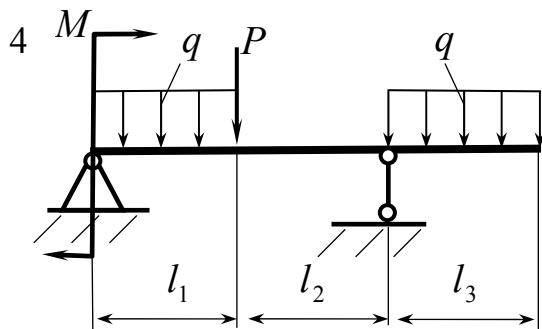
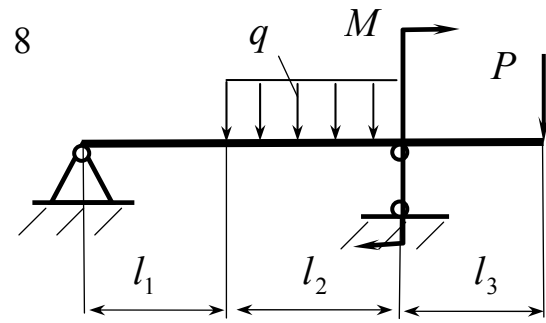
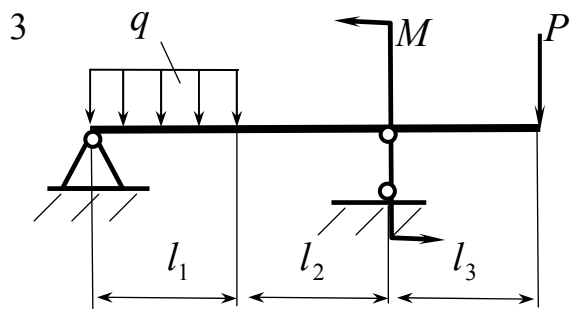
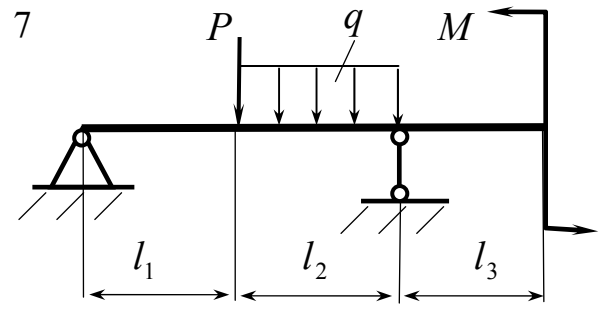
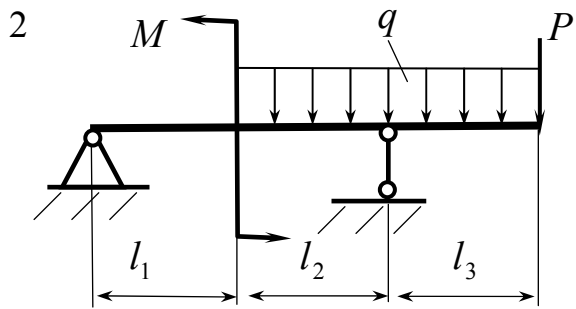
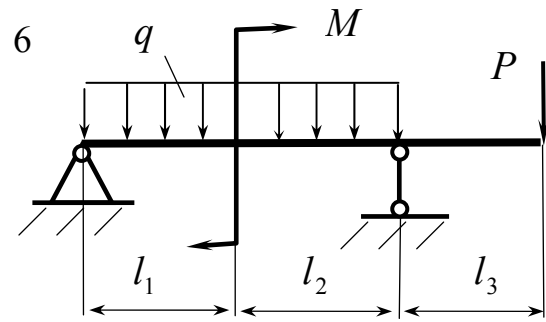
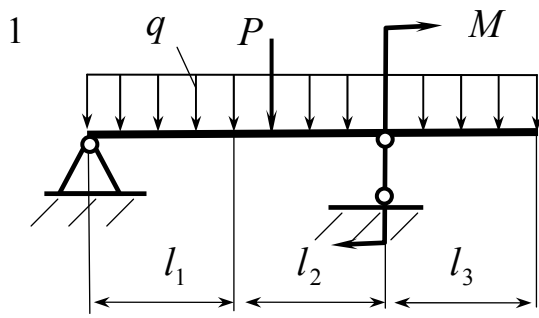


Рис.5.1

Таблица 5.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.5.1	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$q$ , кН/м	Сумма двух последних цифр шифра	$l_3$ , м	$P$ , кН	$M$ , кН м
1	1	1,5	4,0	25	0	0,5	10	20
2	2	1,0	4,0	20	1 или 10	2,0	20	15
3	3	0,8	5,0	30	2 или 11	1,0	15	25
4	4	0,5	6,0	15	3 или 12	1,5	25	10
5	5	2,0	3,0	10	4 или 13	1,0	20	15
6	6	2,0	4,0	20	5 или 14	2,0	15	10
7	7	1,5	5,0	25	6 или 15	0,5	30	25
8	8	1,0	6,0	30	7 или 16	1,0	25	20
9	9	0,8	4,0	10	8 или 17	1,5	10	15
0	10	0,5	5,0	15	9 или 18	2,0	35	20

## Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему балки, указав буквенные и числовые значения заданных величин. Под схемой оставить место для двух эпюр (рис.5.2, а).
2. Ввести систему координат; изобразить реакции опор, выбрав для них произвольное направление (рис.5.2, б); написать необходимые уравнения равновесия и определить из них реакции опор.
3. С помощью метода сечений определить поперечную силу  $Q$  и изгибающий момент  $M$ , возникающие в поперечных сечениях балки. Для этого следует

написать аналитическое выражение поперечной силы и изгибающего момента в произвольном сечении на каждом участке балки (рис.5.2, б).

4. Построить эпюры поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  под схемой балки, указав на них знаки «+» и «-» в соответствующих участках, значение  $Q$  и  $M$  и единицы измерения (рис.5.2, в, г).

5. По эпюре изгибающих моментов определить положение опасного сечения с наибольшим по абсолютной величине значением момента.

6. Из условия прочности по нормальным напряжениям определить величину необходимого момента сопротивления поперечного сечения, по таблице сортамента (см. приложение) определить номер двутавра и выписать его параметры.

7. Проверить прочность выбранного двутавра по касательным напряжениям, подсчитав значение максимального касательного напряжения для сечения, в котором поперечная сила достигает наибольшего по абсолютной величине значения.

Графическое оформление задачи 5 приведено на рис.5.2.

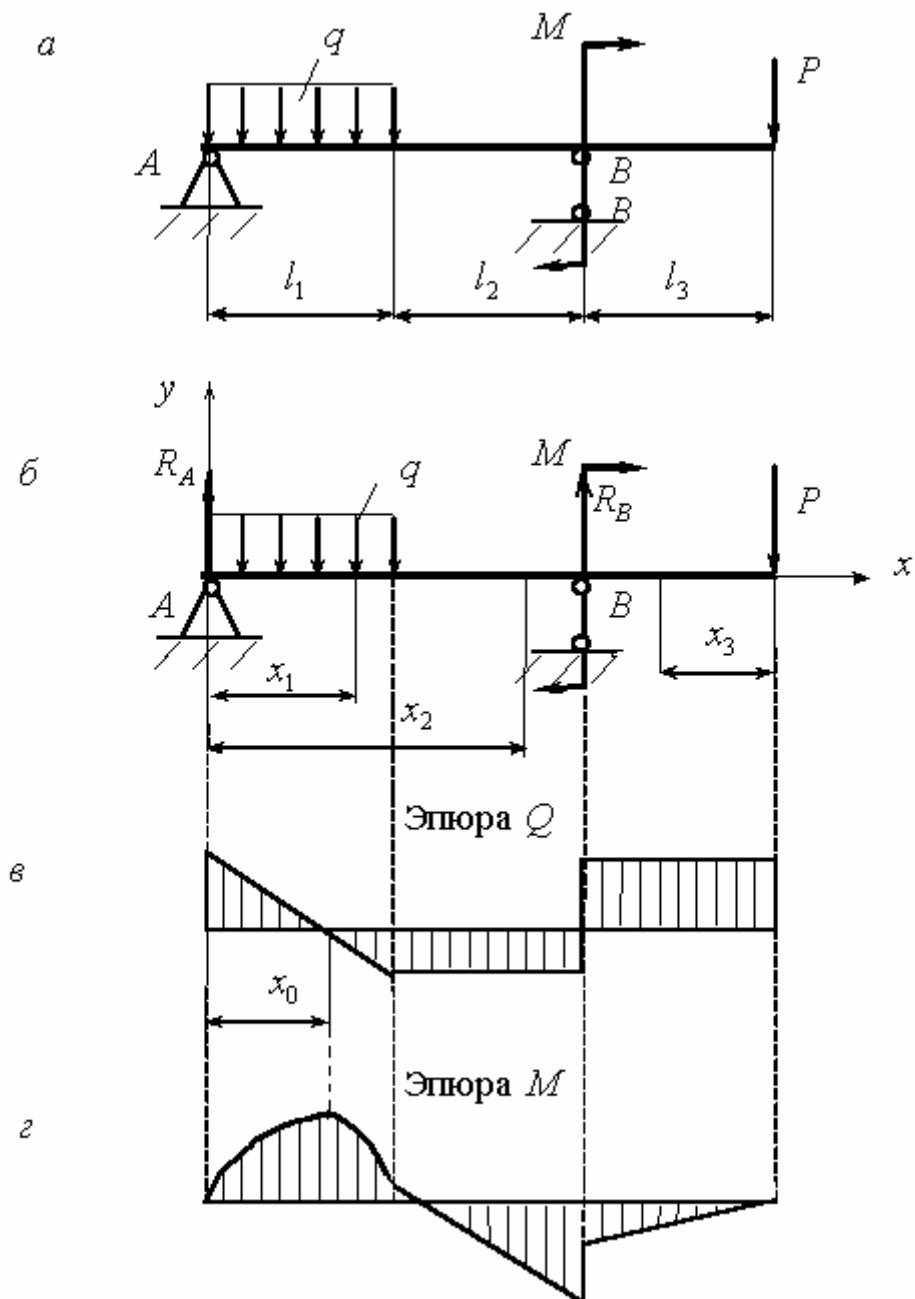


Рис. 5.2

### Задача 6

На рис.6.1 приведены схемы нагружения балок. Внешние силы приложены в вертикальной плоскости. Балка считается невесомой.

Требуется:

определить фактический коэффициент запаса прочности  $n$  стальной балки (предел текучести  $\sigma_T = 240$  МПа), поперечное сечение которой имеет форму двух швеллеров.

Исходные данные приведены в табл.6.1

Таблица 6.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.6.1	$l_1$ , м	$l_2$ , м	$q$ , кН/м	Сумма двух последних цифр шифра	$l_3$ , м	$P$ , кН	$M$ , кН м	Швеллер №
1	1	0,5	5,0	20	0	2,0	15	10	5
2	2	0,8	6,0	25	9 или 18	0,5	20	15	8
3	3	1,0	4,0	15	8 или 17	1,5	10	25	14 а
4	4	1,5	5,0	30	7 или 16	1,0	15	15	10
5	5	2,0	3,0	10	6 или 15	2,0	20	20	18
6	6	1,5	4,0	15	5 или 14	1,0	25	10	12
7	7	0,5	5,0	25	4 или 13	1,0	10	20	16 а
8	8	0,8	6,0	30	3 или 12	0,5	25	15	14
9	9	1,0	4,0	20	2 или 11	2,0	30	20	12 а
0	10	1,5	3,0	10	1 или 10	1,5	40	25	16

### Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему балки с указанием буквенных и числовых значений заданных величин, оставив место под ней для двух эпюр. Определить реакции опор. Определить значения поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  и построить их эпюры. По эпюре  $M$  определить положение опасного сечения.
2. Изобразить швеллер в масштабе и выписать из таблиц сортамента (см. приложение) все его параметры. Определить момент сопротивления поперечного сечения относительно горизонтальной оси, удвоив соответствующий момент сопротивления швеллера.

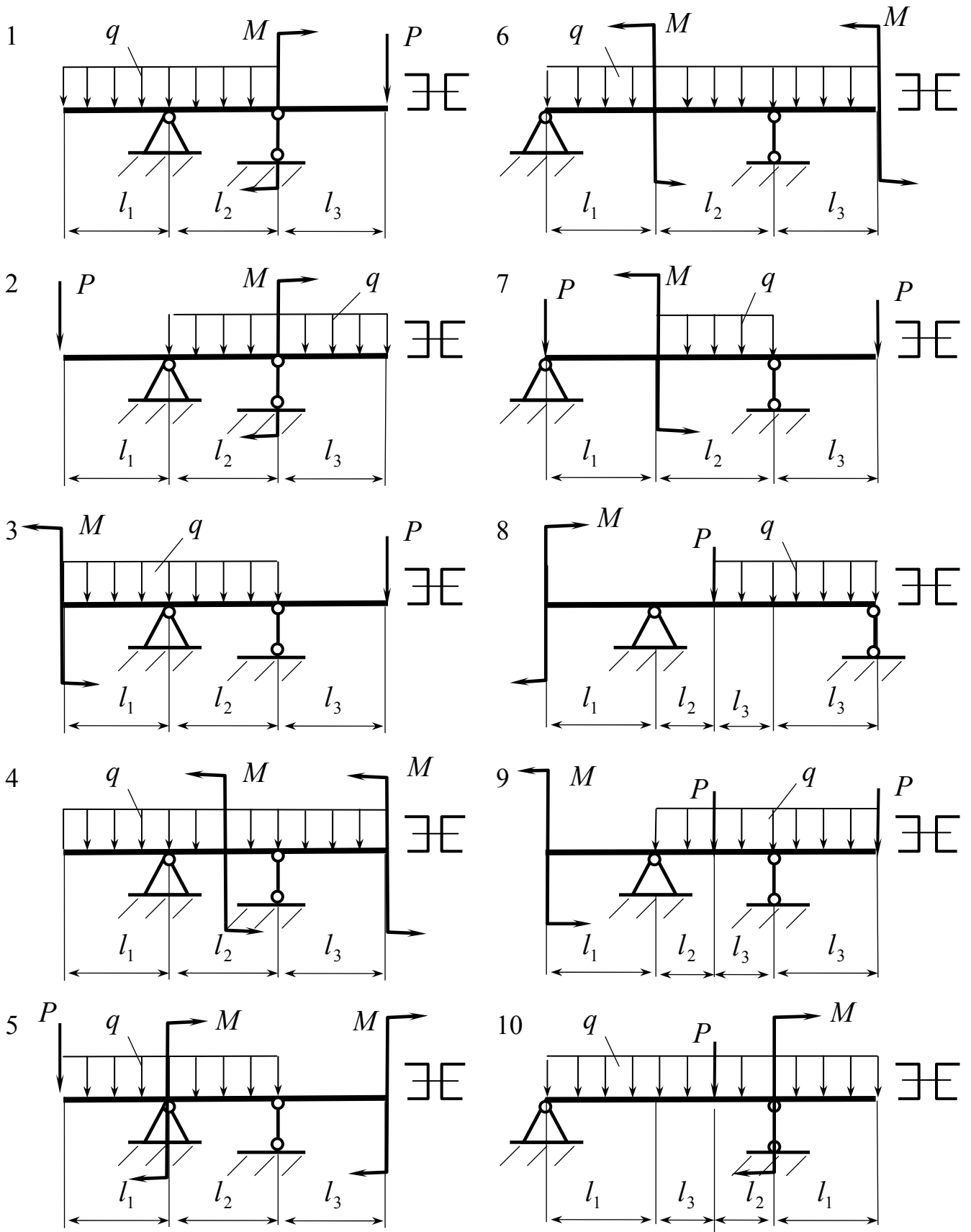


Рис.6.1



3. Определить величину максимального напряжения  $\sigma$ , возникающего в опасном сечении.
4. Определить коэффициент  $n$  запаса прочности балки по отношению к пределу текучести  $\sigma_T$ .

Графическое оформление задачи 6 аналогично оформлению задачи 5 (рис.5.2,  $a - z$ ).

### Задача 7

На рис.7.1 приведены схемы нагружения чугунных балок таврового поперечного сечения. Внешние силы приложены в вертикальной плоскости, проходящей через ось балки. Балка считается невесомой.

Требуется:

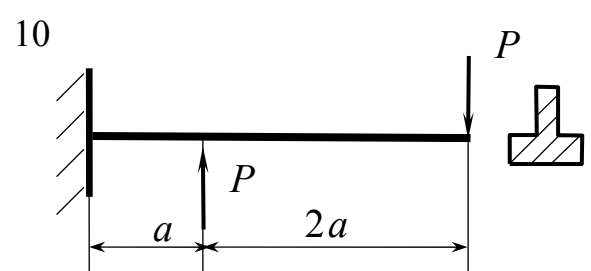
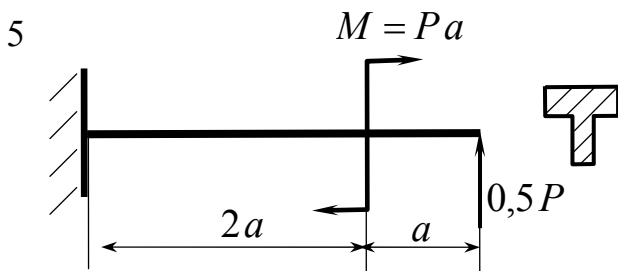
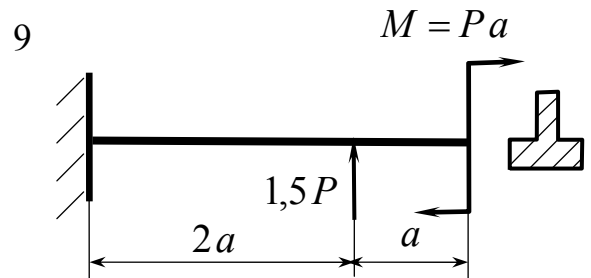
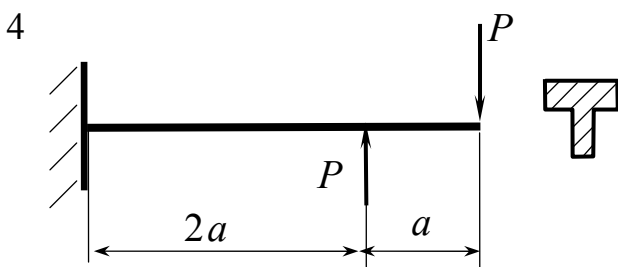
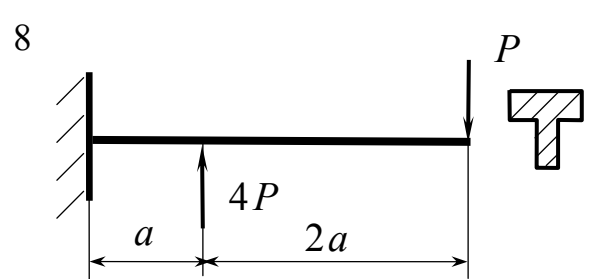
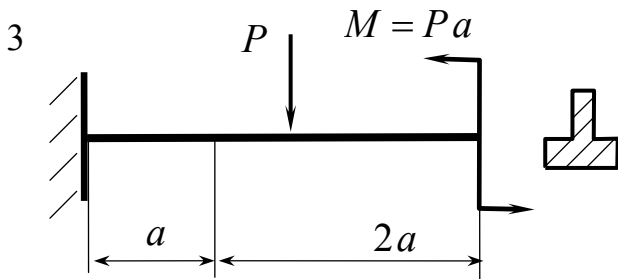
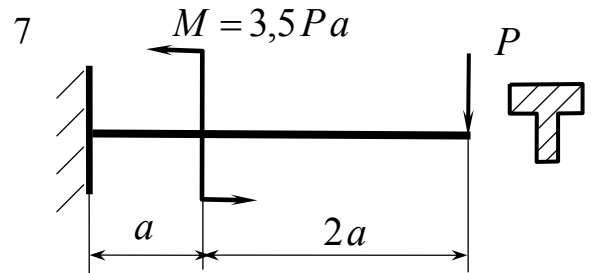
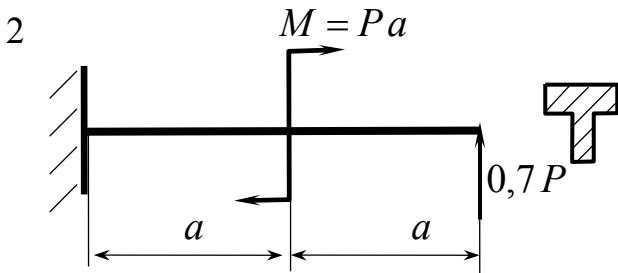
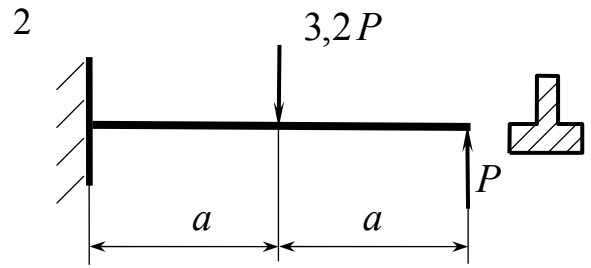
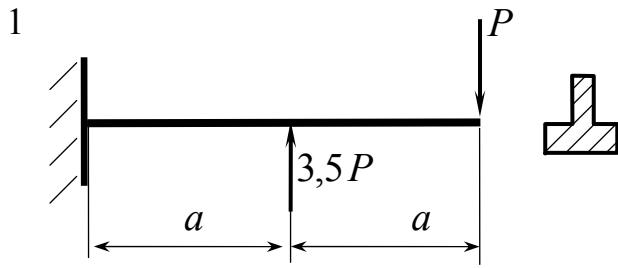
из условия прочности по нормальным напряжениям определить допускаемую нагрузку  $[P]$ . Допускаемое напряжение на растяжение  $[\sigma]_p = 130 \text{ МПа}$ , на сжатие  $[\sigma]_c = 450 \text{ МПа}$ .

Исходные данные приведены в табл.7.1. (рис.7.3).

Таблица 7.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.7.1	$a$ , м	Сумма двух последних цифр шифра	$b$ , мм	$b_1$ , мм	$h$ , мм	$h_1$ , мм
0	10	0,8	0	120	20	170	40
1	1	0,9	9 или 18	120	40	180	50
2	2	1,2	8 или 17	140	20	190	40
3	3	0,4	7 или 16	100	50	200	70
4	4	0,5	6 или 15	160	40	210	60
5	5	0,4	5 или 14	140	30	200	50
6	6	0,6	4 или 13	120	40	180	40
7	7	1,0	3 или 12	100	40	170	50
8	8	0,35	2 или 11	100	20	160	40
9	9	0,4	1 или 10	120	30	180	40

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис. 7.1	$a$ , м	Сумма двух последних цифр шифра	$b$ , мм	$b_1$ , мм	$h$ , мм	$h_1$ , мм
			13 3 или 12 2 или 11 1 или 10				



## Рис.7.1

## Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему балки с указанием буквенных и числовых значений заданных величин, оставив место под ней для двух эпюр (рис.7.2, а).
2. Построить эпюры поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  (рис.7.2, б, в), выразив предварительно  $Q$  и  $M$  через параметр  $P$ .
3. Определить положение центра тяжести  $C$  и величину главного момента инерции  $I_z$  сечения относительно горизонтальной оси  $z$ , проходящей через точку  $C$ . Для этого воспользоваться рис.7.3. Сечение (рис.7.3) состоит из двух прямоугольников, площади которых  $A_1$  и  $A_2$ , центры тяжести  $C_1$  и  $C_2$ . Тогда

$$y_C = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2};$$

момент инерции  $I_z$  равен:

$$I_z = I_{z_1} + A_1 a_1^2 + A_2 a_2^2 + I_{z_2},$$

где  $I_{z_2} = \frac{b_1(h-h_1)^3}{12}$ ;  $I_{z_1} = \frac{bh_1^3}{12}$ .

4. Изобразить эпюры нормальных напряжений  $\sigma$  (рис.7.4), возникающих в двух предположительно опасных сечениях, в которых изгибающий момент  $M$  принимает наибольшее положительное (сеч.1-1 рис.7.4, а) и наибольшее по абсолютной величине отрицательное (сеч. 2-2 рис.7.4, в) значения.
5. Написать условие прочности по нормальным напряжениям для каждого из предположительно опасных сечений:

$$\begin{cases} \max \sigma_p \leq [\sigma]_p; \\ \max \sigma_c \leq [\sigma]_c. \end{cases}$$

Определить величину  $P$  из условий прочности.

6. Определить допускаемое значение  $[P]$ , сравнив полученные в п.5 величины.

Графическое оформление задачи приведено на рис.7.2 – 7.4.

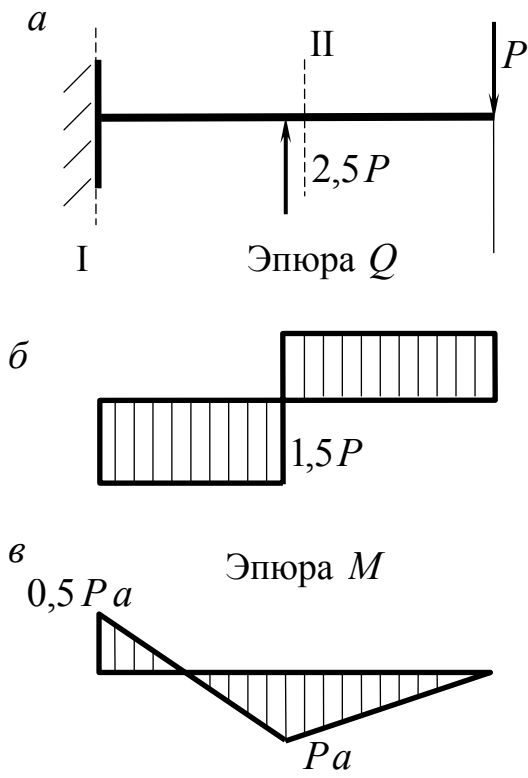


Рис.7.2

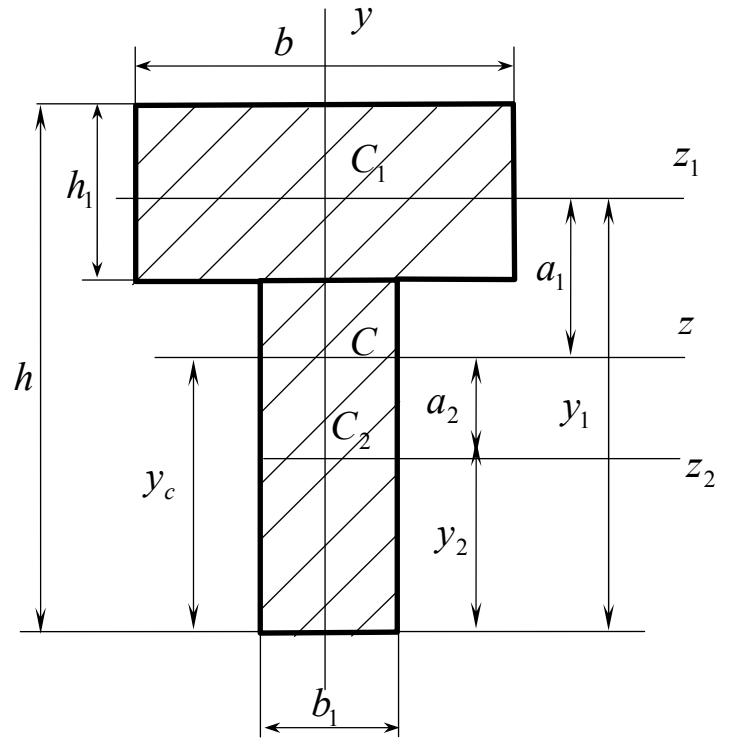


Рис.7.3

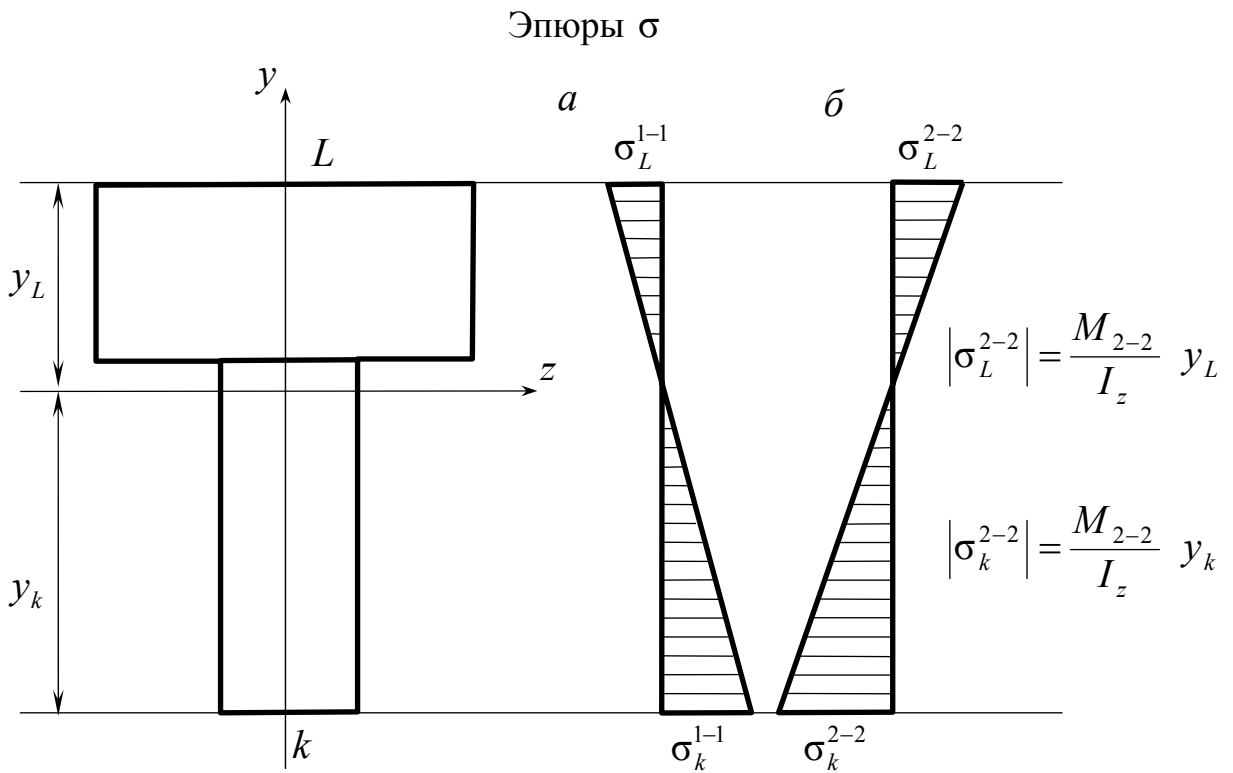


Рис.7.4

**Задача 8**

На рис.8.1 приведены схемы нагружения стальных неразрезных балок. Внешние силы приложены в вертикальной плоскости, проходящей через ось балки. Балка считается невесомой.

Требуется:

из условия прочности по нормальным напряжениям подобрать необходимый номер двутавра. Допускаемое напряжение  $[\sigma]=160$  МПа.

Исходные данные приведены в табл.8.1

Таблица 8.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.8.1	$l_1 = 2l_2$ , м	$P$ , кН	Сумма двух последних цифр шифра	$l_3$ , м	$q$ , кН/м	$M$ , кН м
0	10	1,5	20	0	0,5	25	10
1	9	1,0	15	1 или 10	2,0	20	20
2	8	0,8	25	2 или 11	1,0	30	15
3	7	0,5	10	3 или 12	1,5	15	25
4	6	2,0	15	4 или 13	1,0	10	20
5	5	2,0	25	5 или 14	2,0	20	15
6	4	1,5	20	6 или 15	0,5	25	30
7	3	1,0	10	7 или 16	1,0	30	25
8	2	0,8	15	8 или 17	1,5	10	10
9	1	0,5	20	9 или 18	2,0	15	35

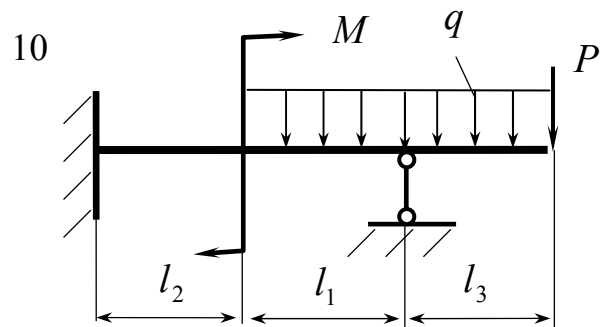
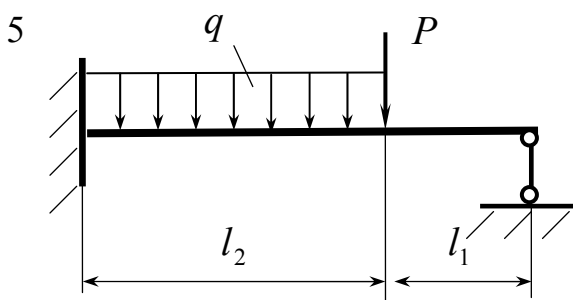
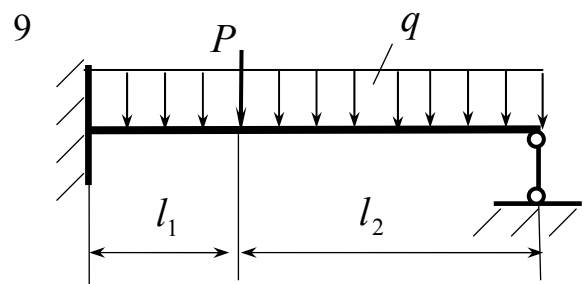
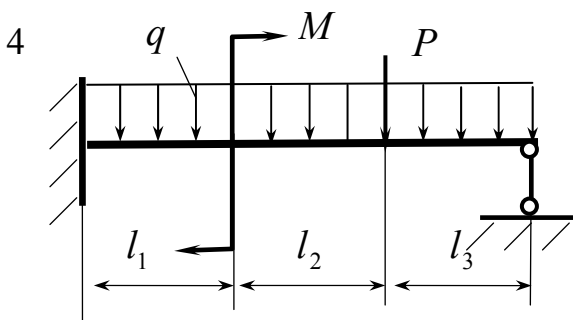
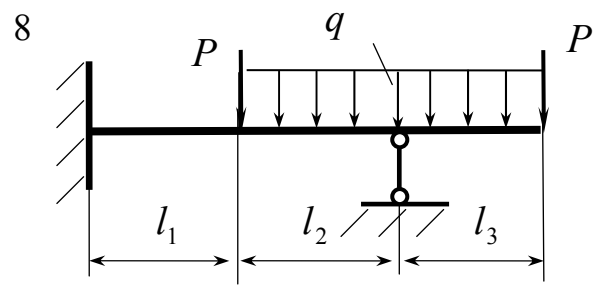
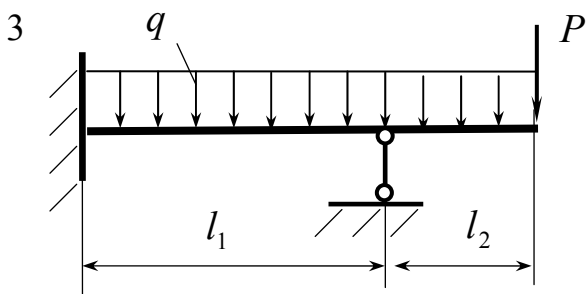
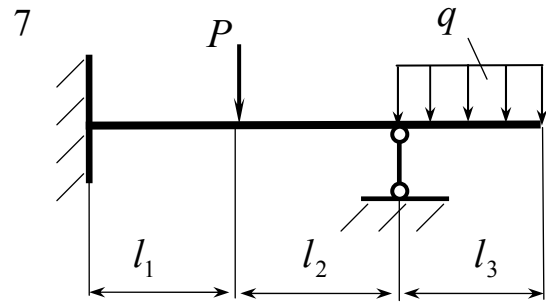
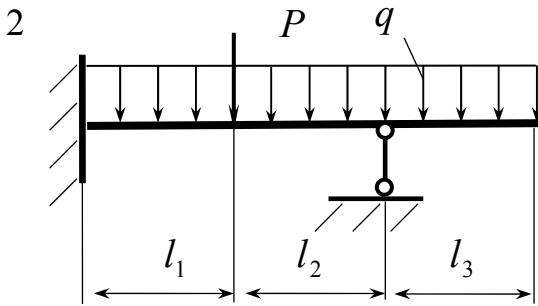
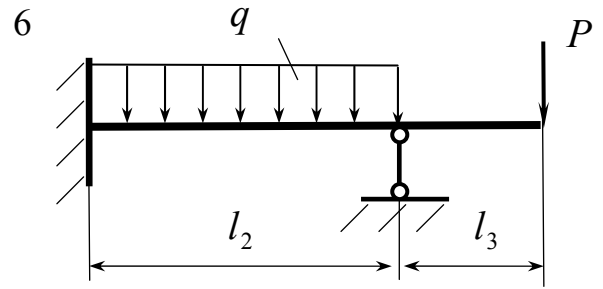
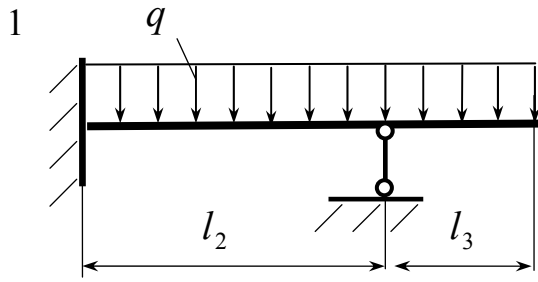
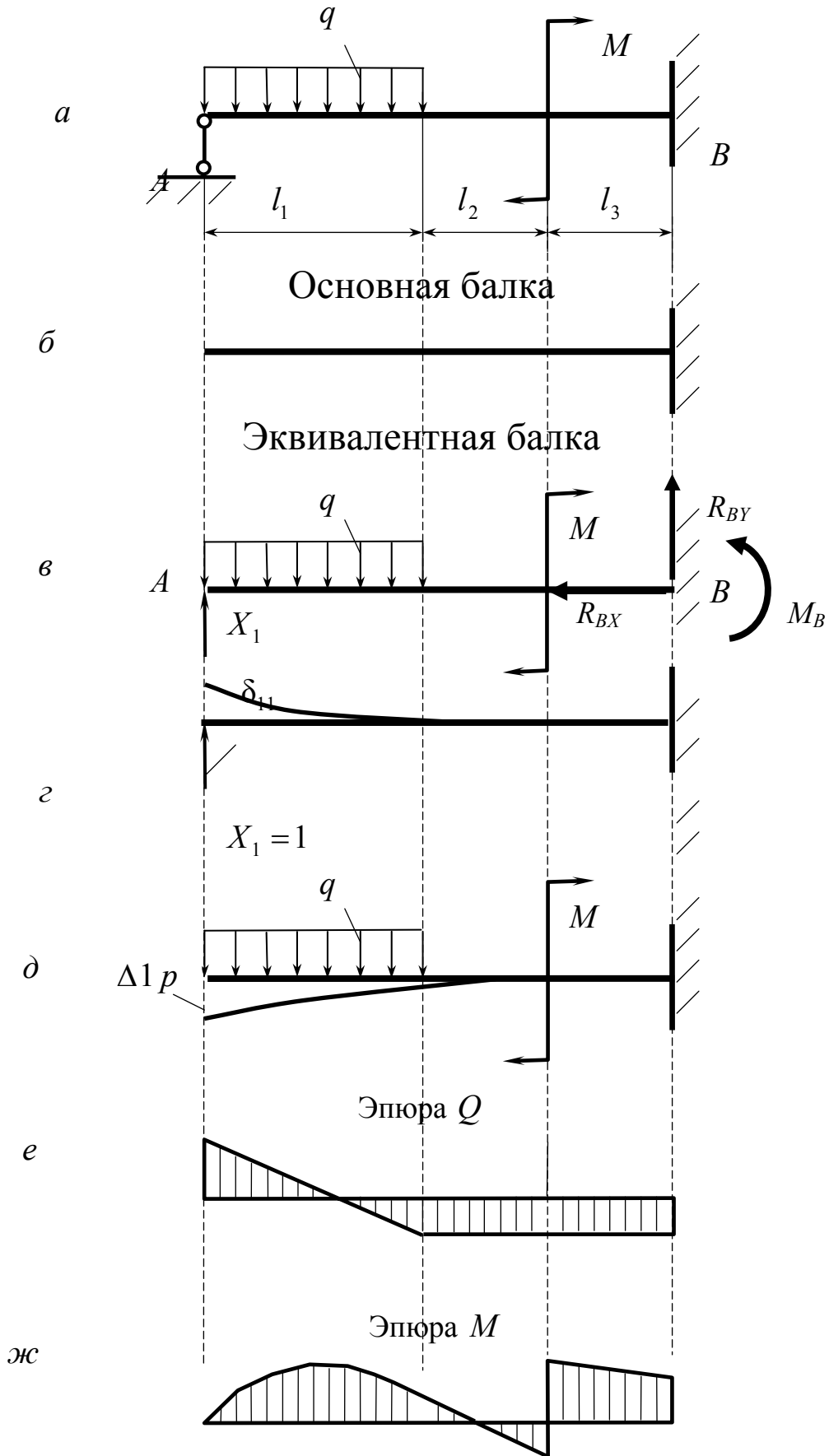


Рис.8.1





## Рис.8.2

## Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему балки (рис.8.2, *а*) с указанием буквенных и числовых значений заданных величин, оставив под схемой достаточно места для расчетных схем и эпюр.
2. Убедиться, что балка один раз статически неопределима, сравнив число неизвестных реакций с числом независимых уравнений равновесия.
3. Раскрыть статическую неопределимость балки с использованием канонического уравнения метода сил. Для этого необходимо:
  - 3.1. Выбрать «лишнее» опорное закрепление балки. Удобно в качестве «лишней» принять шарнирно-подвижную опору.
  - 3.2. Изобразить основную балку, отбросив «лишнюю» опору и сняв с балки заданную нагрузку (рис.8.2, *б*).
  - 3.3. Изобразить эквивалентную балку, загрузив основную балку заданной нагрузкой и неизвестной реакцией  $X_1$  «лишней» опоры (рис.8.2, *в*).
  - 3.4. Записать каноническое уравнение метода сил  $\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0$ , в котором  $X_1$  – реакция «лишней» опоры;  $\delta_{11}$  – прогиб сечения основной балки, соответствующего «лишней» опоре, вызванный единичной силой, приложенной в этом же сечении (рис.8.2, *г*);  $\Delta_{1p}$  – прогиб того же сечения в случае, если к основной балке приложена только заданная нагрузка (рис.8.2, *д*).
  - 3.5. Определить величины  $\delta_{11}$  и  $\Delta_{1p}$  любым способом.
  - 3.6. Из канонического уравнения определить реакцию  $X_1$  «лишней» опоры.
  - 3.7. Определить реакции, возникающие в закреплении эквивалентной балки ( $R_{Bx}, R_{By}, M_B$  на рис.8.2, *е*).
4. Построить эпюры поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$  (рис.8.2, *е, ж*).

5. Из условия прочности определить величину момента сопротивления двутаврового сечения; определить номер необходимого двутавра из таблиц сортамента (см. приложение).

Графическое оформление задачи 8 приведено на рис.8.2.

### Задача 9

На рис.9.1 приведены схемы нагружения стальных неразрезных балок. Внешние силы лежат в вертикальной плоскости. Балка считается невесомой.

Требуется:

1. С помощью уравнений трех моментов раскрыть статическую неопределимость балки (определить реакции ее опор).
2. Построить эпюры поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$ .

Исходные данные приведены в табл.9.1

Таблица 9.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.9.1	$a$ , м	Сумма двух последних цифр шифра	$b$ , м	$q$ , кН/м	$c$ , м	$P$ , кН	$M$ , кН м
0	10	0,5	0	6	10	2,0	10	25
1	9	0,8	1 или 10	4	15	1,5	35	20
2	8	1,0	2 или 11	3	25	1,0	30	15
3	7	1,5	3 или 12	5	30	0,5	25	10
4	6	2,0	4 или 13	6	10	2,0	20	20
5	5	1,5	5 или 14	2	20	1,0	15	25
6	4	0,5	6 или 15	8	15	1,5	25	30
7	3	0,8	7 или 16	7	30	1,0	15	35
8	2	1,0	8 или 17	6	25	2,0	20	25
9	1	1,5	9 или 18	4	20	0,5	10	20

#### Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему балки, указав буквенные и числовые значения заданных величин (рис.9.2, а).
2. Определить степень статической неопределимости балки.

3. Изобразить балку, преобразовав исходную неразрезанную балку в разрезанную постановкой шарниров в сечениях над промежуточными опорами. Если балка имеет консоль, в основной балке она не изображается, а действие отброшенных внешних сил на консоли учитывается при составлении эквивалентной балки, как приложенные к шарнирной опоре, предшествующей консоли.
4. Пронумеровать опорные шарниры, начиная с левого конца балки: 0, 1, 2, 3, ...,  $n$  и пролеты –  $l_0, l_1, l_2, l_3, \dots, l_{n-1}$  (рис.9.2, б).
5. Изобразить эквивалентную балку со всей заданной нагрузкой и положительными моментами на каждой опоре –  $M_0, M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ .
6. Изобразить каждый пролет в отдельности, как балку с ее внешней нагрузкой:
- определить реакции опор от этой нагрузки;
  - построить эпюры изгибающих моментов;
  - определить площади этих эпюр и положение центров тяжести их относительно опор.
7. Для каждого из двух смежных пролетов составить уравнения трех моментов. Каждое последующее, после первого уравнения, должно начинаться со второй опоры, учтенной в предыдущем уравнении:

$$M_n l_n + 2M_{n+1}(l_n + l_{n+1}) + M_{n+2} l_{n+2} = -6 \left( \frac{\omega_n a_n}{l_n} + \frac{\omega_{n+1} a_{n+1}}{l_{n+1}} \right).$$

Число уравнений получается равным статической неопределимости балки.

8. Решить систему уравнений 3-х моментов, определить величину и знак изгибающих моментов  $M_1, M_2, M_3, \dots, M_n$ , возникающих в сечениях над промежуточными опорами балки.
9. Считая найденные моменты внешней нагрузкой, сложить реакции от них на каждом пролете с реакциями от внешней нагрузки, которые найдены в п.6, а.
10. Произвести проверку найденных реакций из условия, что

$$\sum P_i = \sum R_i.$$

(Сумма реакций должна быть равна сумме внешней нагрузки на балке.)

11. Заменить все промежуточные опоры их реакциями и построить эюры  $Q$  и  $M$  для всей балки.

Графическое оформление задачи приведено на рис.9.2.

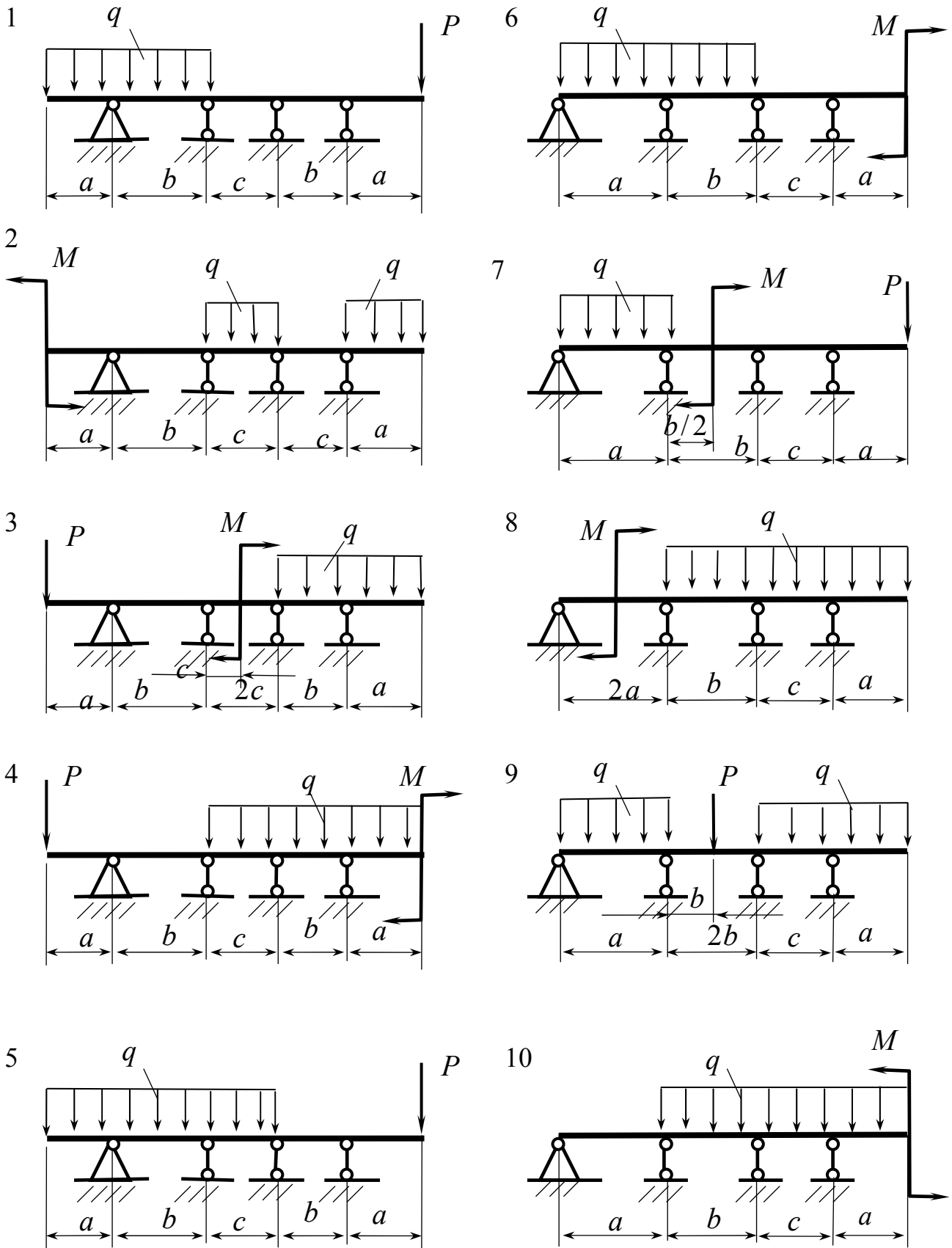


Рис.9.1

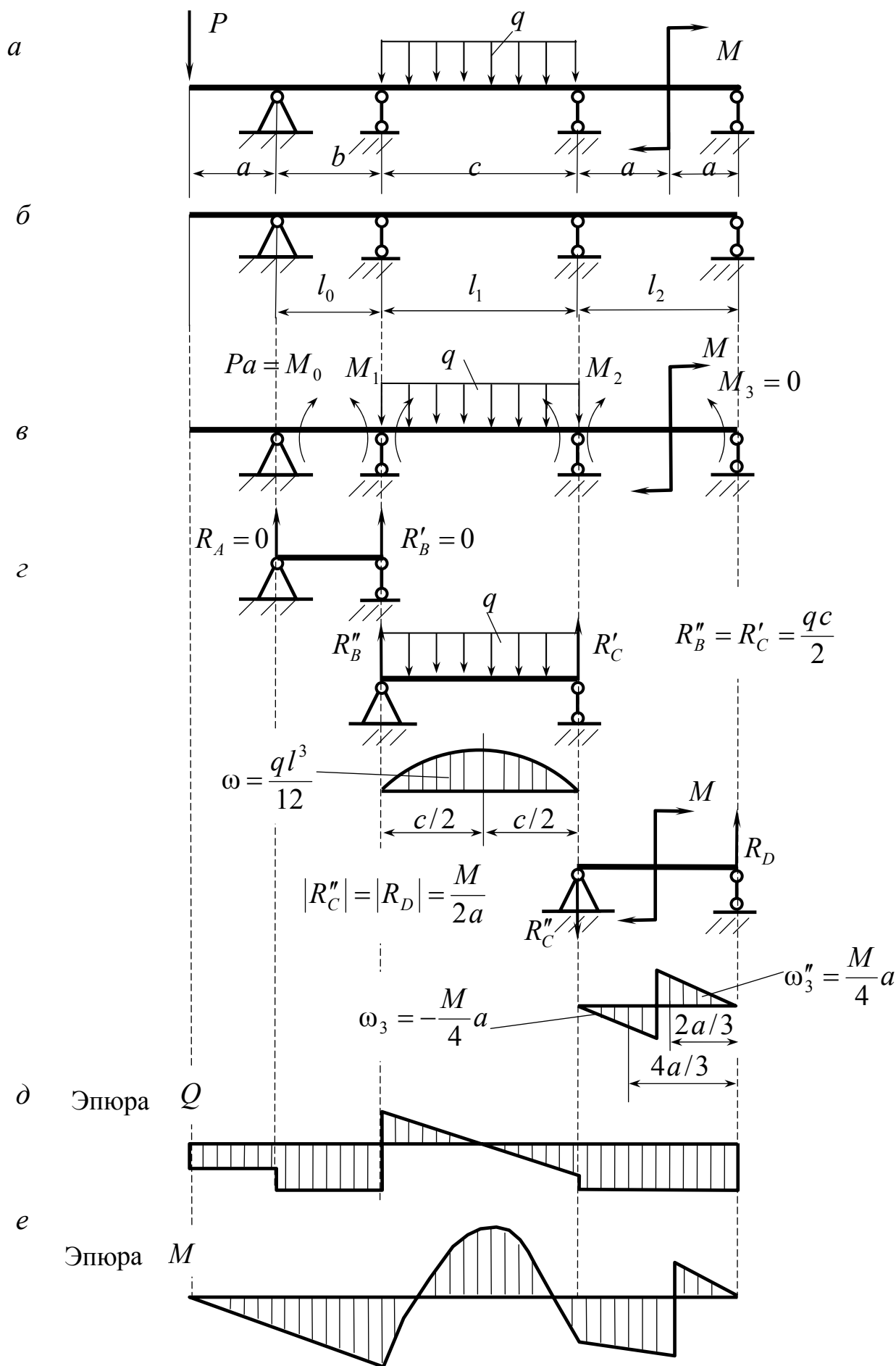


Рис.9.2  
Задача 10

В сечениях щеки и шейки стального коленчатого вала (рис.10.1) возникают внутренние силовые факторы, значения которых приведены в табл.11.1.

Требуется:

проверить прочность щеки и шейки по указанной в табл.10.1 гипотезе прочности, приняв допускаемое напряжение  $[\sigma]=160$  МПа.

Указания к выполнению задачи

1. Изобразить заданную деталь с указанием размеров и внутренних силовых факторов, возникающих в сечениях (рис.10.1).

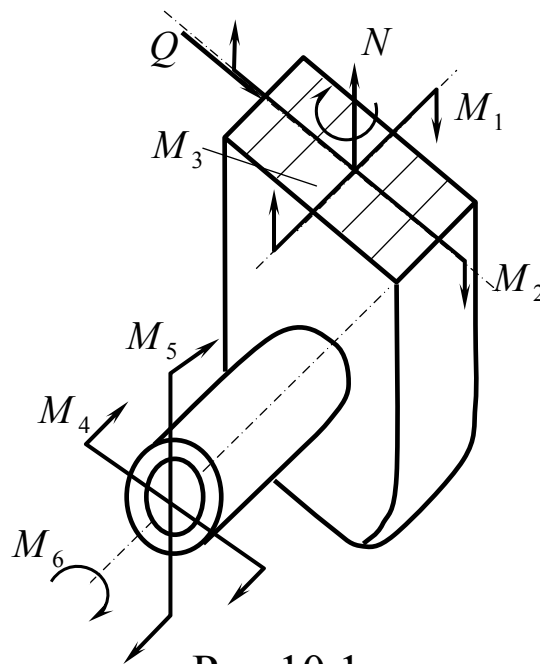
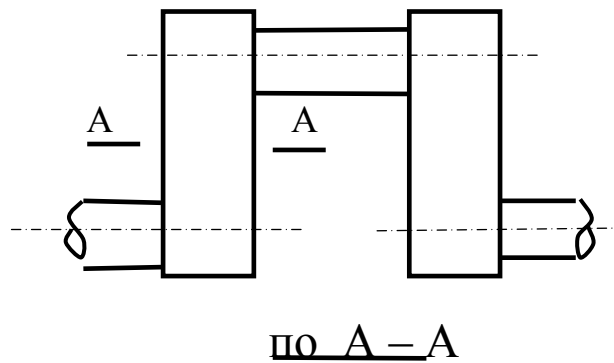


Рис.10.1

2. Определить максимальные напряжения, возникающие в сечениях щеки; коленчатого вала:  $\sigma_N$ , соответствующие продольной силе  $N$ ;  $\max \sigma_{M_1}$ , соответствующие изгибающему моменту  $M_1$ ;  $\max \sigma_{M_2}$ , соответствующие изгибающему моменту  $M_2$ .
3. Построить эпюры напряжений  $\sigma_N$ ,  $\sigma_{M_1}$ ,  $\sigma_{M_2}$  (рис.10.2, а, б, в).
4. Определить касательные напряжения, возникающие в сечениях щеки коленчатого вала:  $\tau_Q$ , соответствующие поперечной силе  $Q$ , возникающей при изгибе;  $\tau_{M_3}$ , соответствующие крутящему моменту  $M_3$ . Момент сопротивления  $W_k$  прямоугольного сечения при кручении определить по формуле:  $W_k = \alpha hb^2$ , где  $h$  – большая сторона прямоугольника. Касательные напряжения  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , возникающие при кручении в серединах большей и меньшей сторон сечения, определить по формулам:  $\tau_1 = \frac{M_3}{W_k}$ ;  $\tau_2 = \gamma \tau_1$ . Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\gamma$  приведены в табл.10.2.
5. Построить эпюры касательных напряжений (рис.10.2, з, д).
6. Для характерных точек  $A, B, C, D$  (рис.10.2, з, д) поперечного сечения щеки найти суммарные значения нормальных и касательных напряжений. Проверить прочность щеки в соответствии с заданной гипотезой прочности.
7. Определить максимальное нормальное напряжение  $\sigma$ , возникающее в поллой шатунной шейке коленчатого вала при одновременном действии моментов  $M_4$  и  $M_5$ .
8. Определить максимальное касательное напряжение  $\tau_{M_6}$ , соответствующее крутящему моменту  $M_6$ .
9. Построить эпюры  $\sigma$  и  $\tau_{M_6}$  (рис.10.3, а, в), указав положение опасной точки в поперечном сечении шейки коленчатого вала и проверить прочность шейки по указанной гипотезе прочности.

Графическое оформление задачи 10 приведено на рис.10.2.

а

б

в

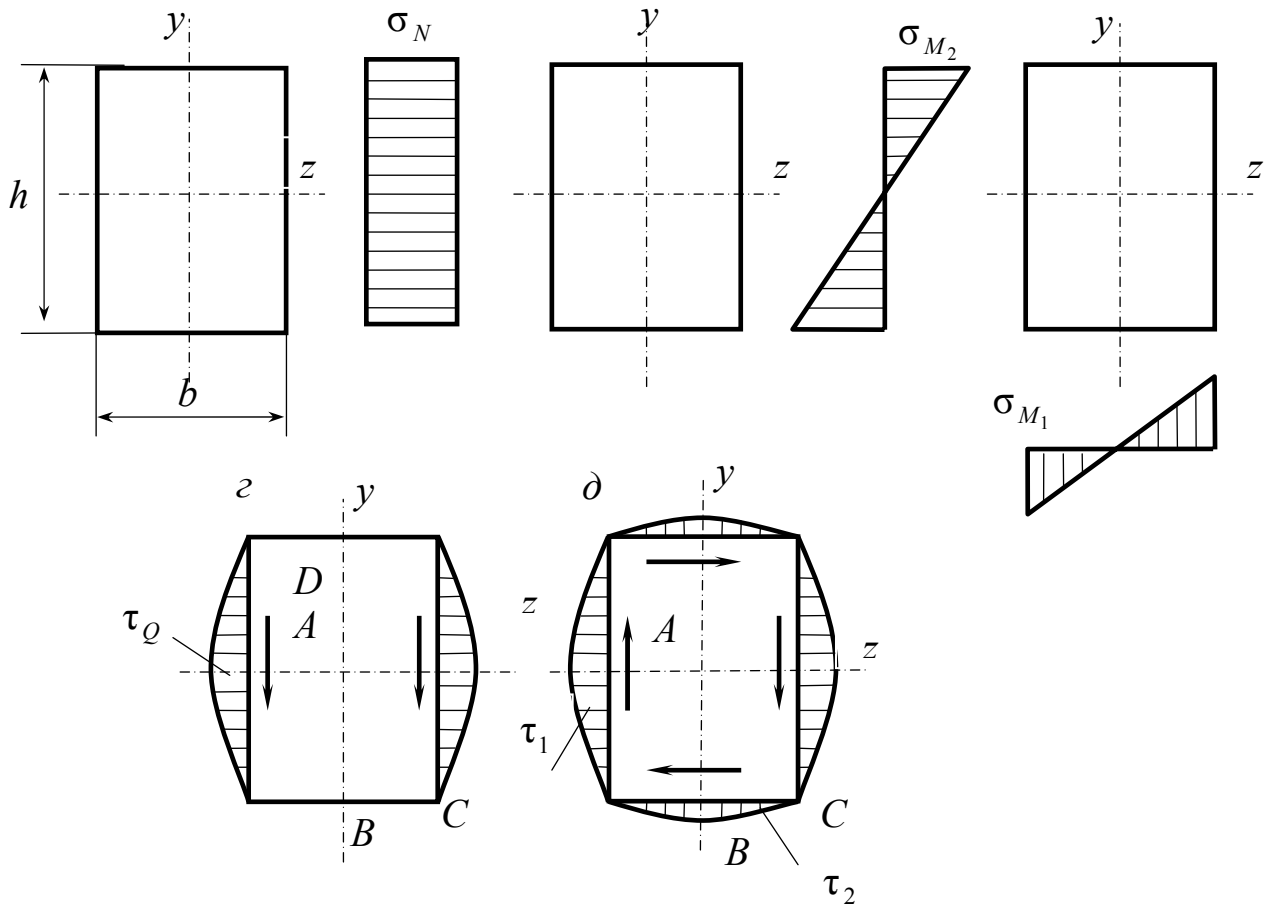


Рис.10.2

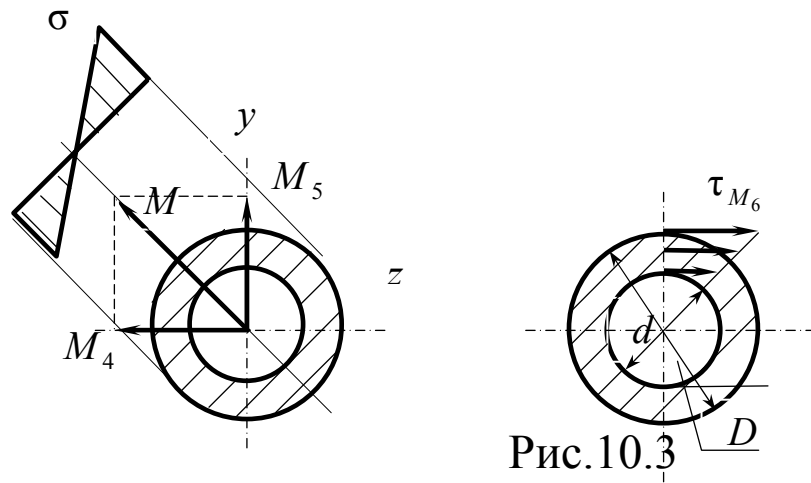


Рис.10.3





### Задача 11

На рис.11.1 приведены схемы промежуточного вала зубчатого редуктора с насаженными на него зубчатыми колесами. Указаны силы, возникающие в зацеплении. Диаметр вала во всех сечениях одинаков. Вал вращается равномерно и передает мощность  $N$  кВт при скорости  $n$  оборотов в минуту.

Требуется:

пренебрегая весом вала и зубчатых колес, и принимая допускаемое напряжение  $[\sigma]=50$  МПа, определить диаметр вала из условия прочности по указанной в табл.10.1 гипотезе прочности.

Исходные данные приведены в табл.11.1

Таблица 11.1

Последняя цифра шифра	$a$	$b$	$c$	$d$	$L$	Сумма двух последних цифр шифра	$N$	$n$	$T_1$ , кН	$T_2$ , кН	$A_1$ , кН	$A_2$ , кН
	, м м	, м м	, м м	, м м	, м м							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	1	2	1	1	2	0	3	4	0,36	0,39	0,12	0,14
1	2	5	2	5	5	9 или	6	0	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
2	0	0	0	0	0	18	2	0	0,33	0,36	0,14	0,12
3	1	2	1	1	1	8 или	5	6	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
4	4	5	2	2	4	17	2	0	0,36	0,36	0,15	0,15
5	0	0	0	0	0	7 или	0	0	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
6	1	2	1	1	1	16	1	6	0,32	0,36	0,14	0,12
7	2	1	1	5	4	6 или	8	0	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
8	0	0	0	0	0	15	4	0	0,37	0,37	0,15	0,14
9	1	2	1	1	1	5 или	0	7	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
	3	6	2	2	3	14	2	0	0,36	0,36	0,15	0,12
	0	0	0	0	0	4 или	4	0	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
	1	2	1	1	3	13	5	4	0,36	0,36	0,14	0,15
	1	0	2	5	0	3 или	5	5	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
	0	0	0	0	0	12	0	0	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
	1	2	1	1	2		3	8	0,36	0,37	0,14	0,12
	4	4	3	4	8			0				

Последняя цифра шифра	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>D</i>	Сумма двух последних цифр шифра	<i>N</i>	$\frac{n}{\text{мин}}$	<i>T</i> <sub>1</sub> , кН	<i>T</i> <sub>2</sub> , кН	<i>A</i> <sub>1</sub> , кН	<i>A</i> <sub>2</sub> , кН
	М М	М М	М М	М М	М М							
	0	0	0	0	0	2 или 11	0	0	<i>P</i> <sub>1</sub>	<i>P</i> <sub>2</sub>	<i>P</i> <sub>1</sub>	<i>P</i> <sub>2</sub>
	1	2	1	1	3		2	8	0,36	0,36	0,12	0,15
	2	4	2	5	0	1 или 10	0	0	<i>P</i> <sub>1</sub>	<i>P</i> <sub>2</sub>	<i>P</i> <sub>1</sub>	<i>P</i> <sub>2</sub>
	0	0	0	0	0		2	0	0,37	0,36	0,15	0,12
	1	2	1	1	3		5	5	<i>P</i> <sub>1</sub>	<i>P</i> <sub>2</sub>	<i>P</i> <sub>1</sub>	<i>P</i> <sub>2</sub>
	0	2	1	3	0			0				
	0	0	0	0	0			0				
	1	2	1	1	2			4				
	1	1	1	5	8			0				
	0	0	0	0	0			0				
	1	2	1	1	2			5				
	3	5	2	4	8			0				
	0	0	0	0	0			0				

### Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему вала (рис.11.2, *a*), указав буквенные и числовые значения заданных величин, оставив под ней достаточно места для расчетных схем и эпюр.

2. Определить момент *M*, передаваемый валом  $M = 9,75 \frac{N}{n}$  кН м.

3. Определить силы  $P_1 = \frac{2M}{d}$  и  $P_2 = \frac{2M}{D}$ .

4. Составить расчетную схему вала, приведя действующие силы к оси вала (рис.11.2, *б*):

4.1. Силы *T*<sub>1</sub> и *T*<sub>2</sub> перенести по линиям их действия.

4.2. При переносе сил *P*<sub>1</sub> и *P*<sub>2</sub> к центру вала добавить пары сил с моментами

$$M_1 = \frac{P_1 d}{2}; \quad M_2 = \frac{P_2 D}{2}.$$

4.3. При переносе силы *A*<sub>1</sub> (или *A*<sub>2</sub>) учесть только пару сил с моментом

$$M_a = \frac{A_1 d}{2} \quad (M_a = \frac{A_2 D}{2}).$$

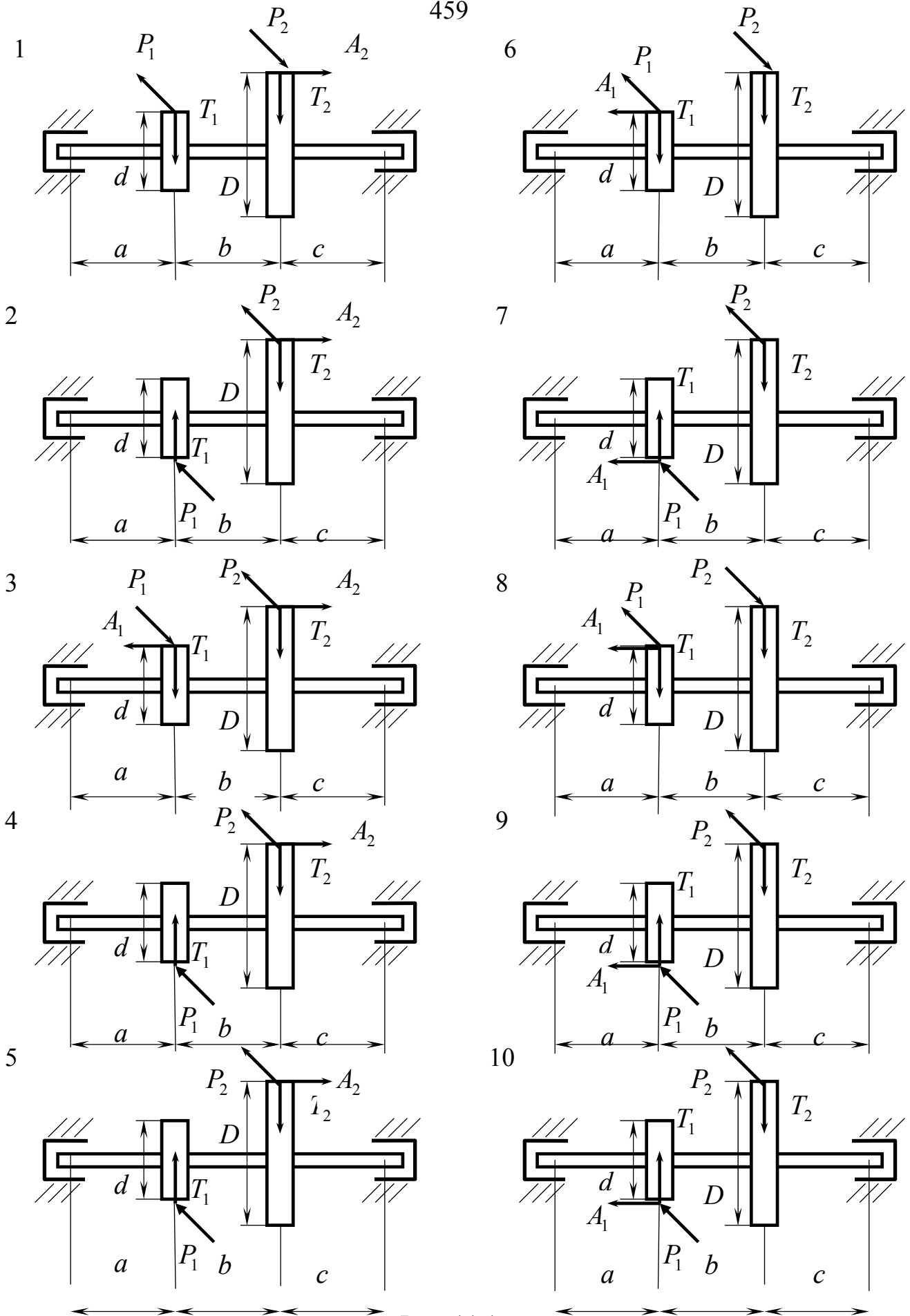


Рис. 11.1

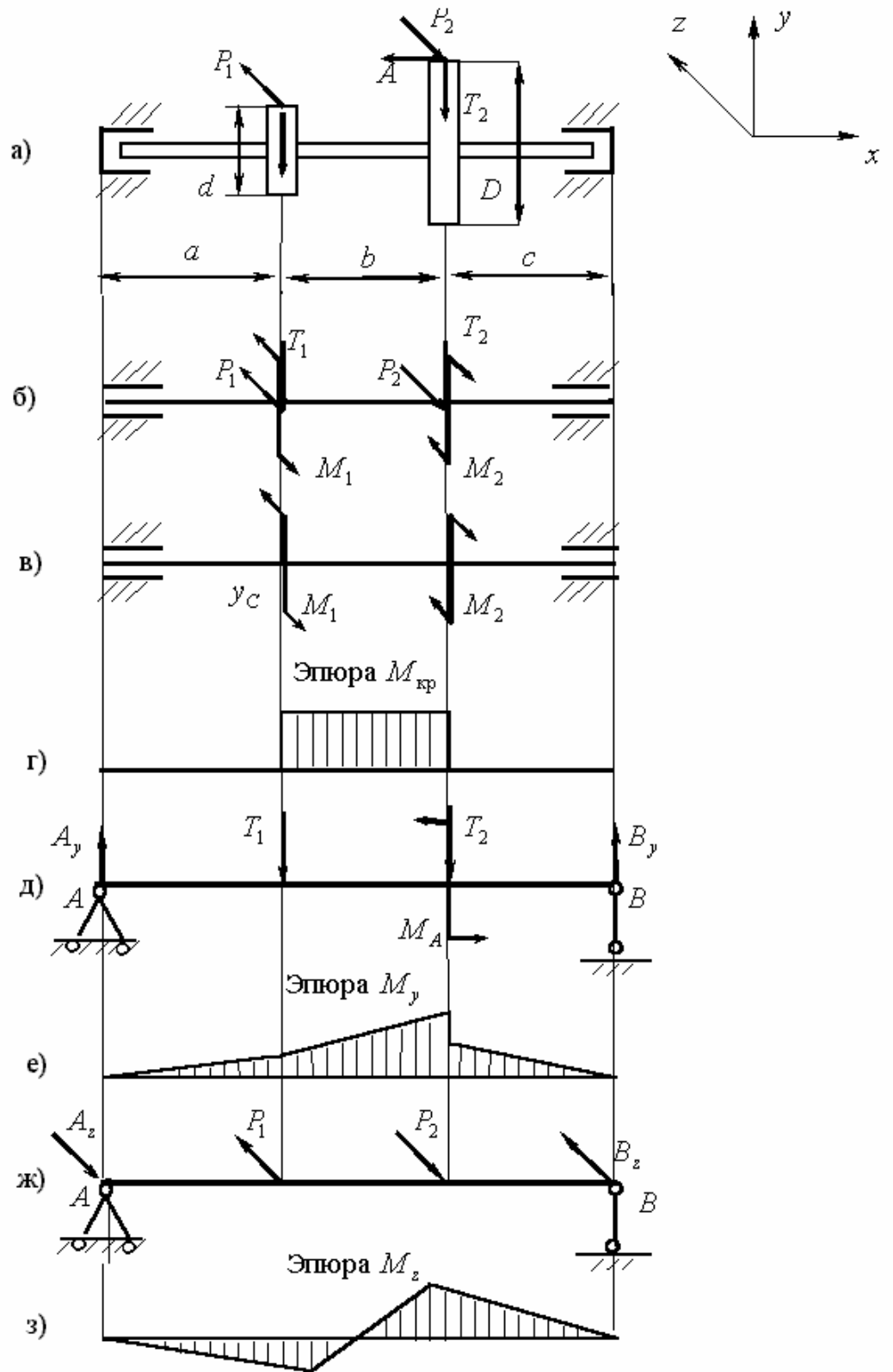


Рис. 11.2

5. Определить, какие группы сил, изображенных на расчетной схеме, вызывают кручение вала, прямой изгиб вала в вертикальной плоскости, прямой изгиб вала в горизонтальной плоскости.
6. Рассмотреть каждую группу сил, изобразив расчетные схемы и построить эпюры крутящего и изгибающих моментов (рис.11.2, в – з).
7. Определить положение опасного сечения вала, сравнив значения эквивалентного момента для характерных сечений вала в соответствии с заданной гипотезой прочности.
8. Определить диаметр вала из условия прочности.

Графическое оформление задачи 11 приведено на рис.11.2.

### Задача 12

Определить коэффициент запаса по сопротивлению усталости в опасном сечении вала из задачи 11. Сечение ослаблено одной или двумя шпоночными канавками (рис.12.1) (в зависимости от варианта). При расчете принять, что нормальное напряжение, возникающее при изгибе, изменяется по симметричному закону, а касательное напряжение, возникающее при кручении, – по отнулевому. Учесть влияние концентрации напряжений, обусловленной наличием шпоночных канавок, влияние абсолютного размера поперечного сечения и влияние шероховатости поверхности.

Исходные данные приведены в табл.12.2 - 12.7.

#### Указания к выполнению задачи

1. Изобразить поперечное сечение вала с указанием буквенных и числовых значений диаметра по данным задачи 11 и размеров шпоночной канавки по табл.12.1.
2. Вычислить моменты сопротивления сечения, ослабленного шпоночными канавками.

Осевой момент сопротивления при изгибе:

$$W_{\text{и}} = \frac{\pi D^3}{32} - \frac{bt(D-t)^2}{2D} \text{ — одна канавка; } W_{\text{и}} = \frac{\pi D^3}{32} - \frac{bt(D-t)^2}{D} \text{ — две канавки.}$$

Момент сопротивления при кручении:

$$W_{\text{к}} = \frac{\pi D^3}{16} - \frac{bt(D-t)^2}{2D} \text{ — одна канавка; } W_{\text{к}} = \frac{\pi D^3}{16} - \frac{bt(D-t)^2}{D} \text{ — две канавки.}$$

3. Определить максимальное и минимальное нормальное  $\sigma$ , максимальное и минимальное касательное  $\tau$  напряжения, возникающие в рассматриваемом сечении вала:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{\sqrt{M_z^2 + M_y^2}}{W_{\text{и}}}; \quad \tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{к}}}{W_{\text{к}}}; \quad \sigma_{\text{min}} = -\sigma_{\text{max}}; \quad \tau_{\text{min}} = 0.$$

$M_z$ ,  $M_y$ ,  $M_{\text{к}}$  — значения изгибающих и крутящего моментов, возникающих в опасном сечении вала из задачи 11.

4. Определить характеристики циклов нагружения: амплитуду цикла  $\sigma_a$  ( $\tau_a$ ) и среднее значение цикла  $\sigma_m$  ( $\tau_m$ ):

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{max}} - \sigma_{\text{min}}}{2}; \quad \sigma_m = \frac{\sigma_{\text{max}} + \sigma_{\text{min}}}{2}; \quad \tau_a = \frac{\tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}}}{2}; \quad \tau_m = \frac{\tau_{\text{max}} + \tau_{\text{min}}}{2}.$$

5. Изобразить циклы нагружений.

6. Принять значения пределов выносливости, равными

$$\sigma_{-1} = 0,43 \sigma_{\text{в}}; \quad \tau_{-1} = 0,58 \sigma_{-1}.$$

7. По табл. 12.4 – 12.7 определить значения:

а) эффективных коэффициентов концентрации  $k_{\sigma}$  и  $k_{\tau}$ ;

б) коэффициента влияния абсолютных размеров поперечного сечения  $k_d$  (принять его одинаковым для изгиба и для кручения);

в) коэффициента влияния шероховатости поверхности  $k_F$  (принять его одинаковым для изгиба и для кручения);

г) коэффициента чувствительности материала к асимметрии цикла  $\phi_{\tau}$ .

Таблица 12.1

Диаметр вала, мм	Ширина шпонки $b$ , мм	Глубина паза, мм
12...17	5	3
17...22	6	3,5
22...30	8	4
30...38	10	5
38...44	12	5
44...50	14	5,5
50...58	16	6
58...65	18	7
65...75	20	7,5
75...85	22	9
85...95	25	9
95...110	28	10

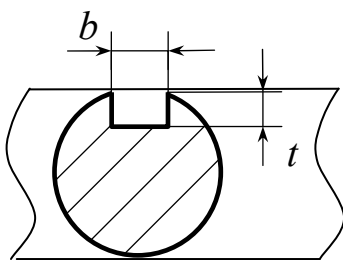


Таблица 12.2

Последняя цифра шифра	Вид обработки поверхности	Наличие концентратора
0, 2, 4, 6, 8	Обточка	2 шпон. канавки
1, 3, 5, 7, 9	Шлифование	1 шпон. канавка

Таблица 12.3

Послед н. цифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sigma_B$ МПа	480	600	800	900	1100	1250	480	600	800	900

Таблица 12.4

Коэффициенты	$\sigma_B$ , МПа				
	350 – 550	550 – 750	700 – 1000	1000-1200	1200-1400
Изгиб, растяжение $\varphi_\delta$	0	0,5	0,10	0,20	0,25
Кручение $\varphi_\tau$	0	0,00	0,05	0,10	0,15

Таблица 12.5

Источник	$k_\sigma$	$k_\tau$
----------	------------	----------



концентрации напряжений	Стали, МПа			
	$\sigma_B \leq 700$	$\sigma_B \geq 700$	$\sigma_B \leq 700$	$\sigma_B \geq 700$
Шпоночная канавка	1,9	2,3	1,7	2,2
Шлицы прямоугольные	1,6	1,72	2,45	2,7
Резьба	2,2	2,6	1,6	2,0

Таблица 12.6

Изгиб углеродистых сталей $k_d$	Диаметр вала, мм					
	20	30	40	50	70	100
	0,92	0,88	0,85	0,81	0,76	0,71

Таблица 12.7

Вид механической обработки поверхности детали $k_F$	Параметр шероховатости поверхности, мкм	при $\sigma_B$ , МПа	
		$\leq 700$	$\geq 700$
Обтачка	2,5 . . 0,63	1,1	1,2
Шлифование	0,32 . . 0,16	1,0	1,0

8. Определить значения коэффициентов запаса для нормальных и касательных напряжений по формулам:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{k_d k_F} \sigma_a}; \quad n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{k_d k_F} \tau_a + \varphi_\tau \tau_m}.$$

9. Определить коэффициент запаса по сопротивлению усталости при совместном действии нормальных и касательных напряжений по формуле

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}.$$

Шпонки призматические по ГОСТ 8788-68. (табл. 12.1).

### Задача 13

Центрально сжатая стойка (рис.12.1) имеет поперечное сечение по рис.12.2. Предел пропорциональности материала стойки  $\sigma_{\text{пл}} = 200$  МПа, предел текучести  $\sigma_T = 240$  МПа, модуль упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

Требуется:

1. Используя табл.13.1 коэффициентов  $\varphi$  снижения основного допускаемого напряжения на сжатие  $[\sigma]_c$ , определить допускаемое значение  $[P]$  сжимающей нагрузки  $P$ . Принять  $[\sigma]_c = 160$  МПа.

2. Определить, с каким коэффициентом запаса устойчивости  $n_y$ , будет работать стойка при нагрузке  $P$ , равной допускаемой  $[P]$ .

Исходные данные приведены в табл.13.2.

Таблица 13.1

Гибкость $\lambda$	Коэффициент $\varphi$	Гибкость $\lambda$	Коэффициент $\varphi$
10	0,99	90	0,69
20	0,96	100	0,60
30	0,94	110	0,52
40	0,92	120	0,45
50	0,89	130	0,40
60	0,86	140	0,36
70	0,81	150	0,32
80	0,75	160	0,29

Таблица 13.2

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.13.1	$l$ , м	Сумма двух последних цифр шифра	Тип сечения по рис.13.2
1	1	4,0	0	10
2	2	5,0	1 или 10	1
3	3	4,5	2 или 11	2
4	4	6,0	3 или 12	3
5	5	5,5	4 или 13	4
6	6	8,0	5 или 14	5
7	7	3,5	6 или 15	6
8	8	4,0	7 или 16	7
9	9	5,0	8 или 17	8
0	10	6,5	9 или 18	9

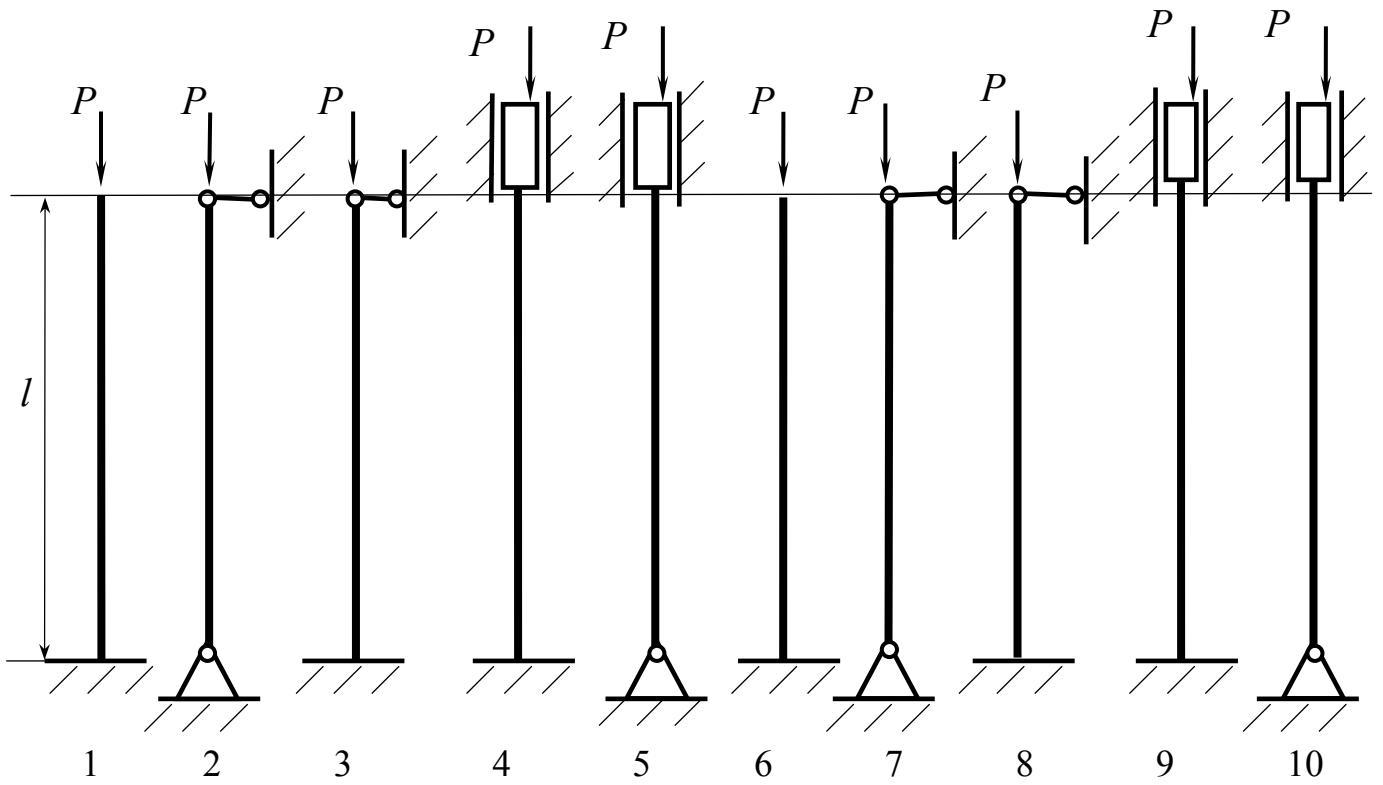


Рис.13.1

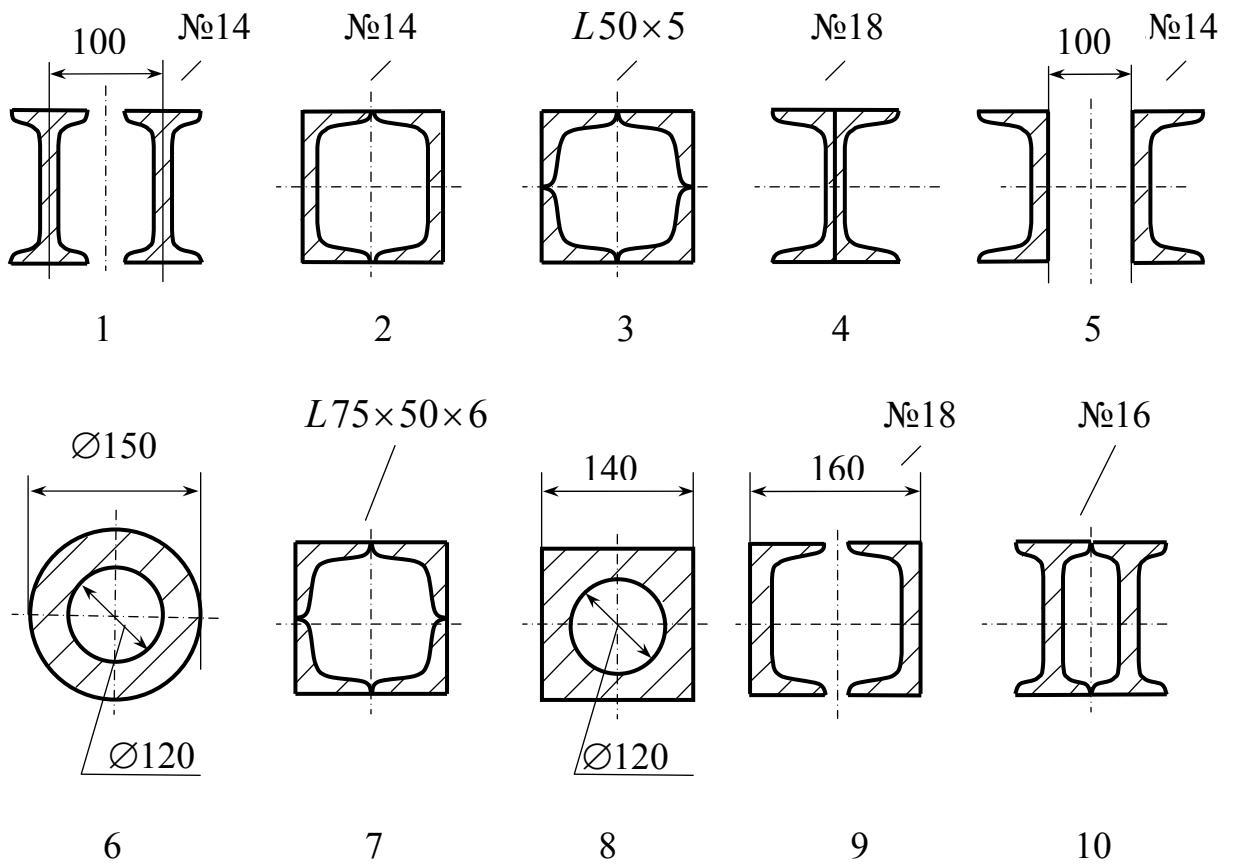


Рис.13.2

## Указания к выполнению задачи

1. Определить минимальный момент инерции  $I_{\min}$  поперечного сечения стойки.

2. Определить минимальный радиус инерции сечения  $i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$ , где  $A$  – площадь сечения.

3. Определить гибкость стойки  $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$ , где  $\mu$  – коэффициент приведения длины стойки, зависящий от закрепления ее концов.

4. По табл.13.1 определить коэффициент  $\varphi$  продольного изгиба. В случае необходимости провести интерполяции.

5. Определить допускаемое значение  $[P]$  нагрузки,  $P = \varphi[\sigma]_c A$ .

6. Определить критическую силу  $P_{\text{кр}}$  для стойки. Для этого:

6.1. Определить предельную гибкость  $\lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пц}}}}$ .

6.2. Если  $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}}$ , то для определения  $P_{\text{кр}}$  использовать формулу Эйлера

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E I_{\min}}{(\mu l)^2}.$$

6.3. Если формула Эйлера неприменима, использовать формулу Ясинского для критического напряжения  $\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda$ , приняв  $a = 310$  МПа,  $b = 1,14$  Мпа.

6.4. Если  $\sigma_{\text{кр}} < \sigma_{\text{T}}$ , определить  $P_{\text{кр}}$  по формуле  $P_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} A$ ;

если  $\sigma_{\text{кр}} \geq \sigma_{\text{T}}$ , определить  $P_{\text{кр}}$  по формуле  $P_{\text{кр}} = \sigma_{\text{T}} A$ .

7. Определить коэффициент запаса устойчивости  $n_y = \frac{P_{\text{кр}}}{[P]}$ .

**Задача 14**

На стальной балке двутаврового поперечного сечения установлен электродвигатель весом  $Q$ . Частота вращения вала электродвигателя равна  $n$ . Вследствие неуравновешенности вращающихся частей двигателя на балку

кроме его веса в вертикальной плоскости действует возмущающая сила  $H$ , изменяющаяся по гармоническому закону (см. рис.14.1)  $H = H_{\max} \sin \omega t$ .

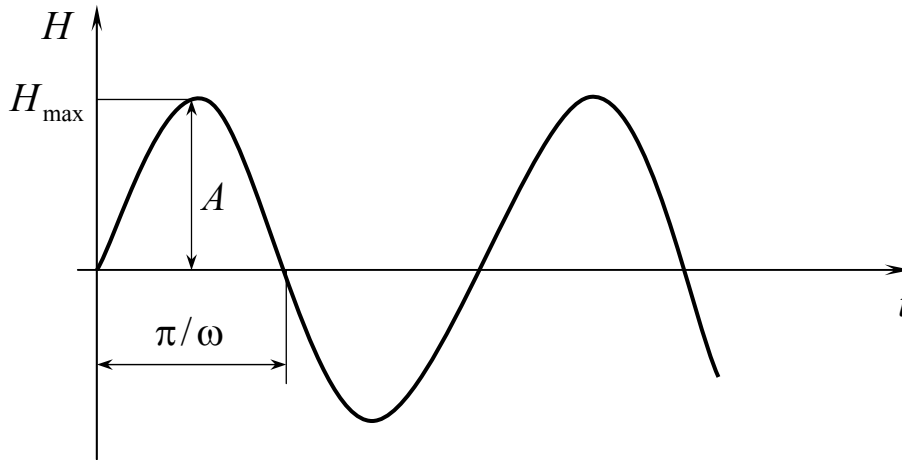


Рис.14.1

Требуется:

1. Проверить балку на резонанс и, в случае необходимости, подобрать другой номер двутавра.
2. Определить наибольшее нормальное напряжение, возникающее в балке при работе двигателя.

Исходные данные приведены в табл.14.1

Таблица 14.1

Последняя цифра шифра	Номер схемы на рис.14.2	$H_{\max}$ , кН	$n$ , об/мин	$l$ , м	$a$ , м	$m$ , кг	№ двутавра
1	1	1,5	800	3,0	—	200	20
2	2	2,0	900	4,0	3,0	150	24
3	3	1,0	500	5,0	1,5	100	14
4	1	2,5	600	4,0	—	250	27
5	2	0,8	700	3,0	0,8	300	16
6	3	1,0	750	4,5	0,9	150	18
7	1	1,5	850	2,5	—	100	22
8	2	2,0	950	3,5	1,0	200	27 а
9	3	1,5	550	2,5	0,8	250	20 а
0	3	1,8	650	2,0	0,5	150	24 а

## Указания к выполнению задачи

1. Изобразить схему балки с указанием буквенных и числовых значений заданных величин (рис.14.3, *a*).

2. Определить собственную частоту  $\omega_0$  колебаний заданной системы, приняв в качестве расчетной схемы невесомую балку, на которой находится груз  $Q$  (вес двигателя):

$$\omega_0 = \sqrt{g/\delta_{ст}} .$$

Статический прогиб  $\delta_{ст}$  сечения балки под двигателем определить, используя один из методов определения перемещений при изгибе (рис.14.3, *б*).

3. Сравнить собственную частоту колебаний  $\omega_0$  с частотой вынужденных

колебаний  $\omega = \frac{\pi n}{30}$ . Если  $0,8 \leq \frac{\omega}{\omega_0} \leq 1,2$ , то не исключена возможность появления резонанса. В этом случае следует подобрать другой номер балки (двухтавр)

из условия  $\frac{\omega}{\omega_0} > 1,2$ .

4. Определить коэффициент нарастания колебаний

$$\beta = \frac{1}{|1 - (\omega/\omega_0)^2|} .$$

5. Определить наибольшее напряжение  $\sigma_Q$ , возникающее в опасном сечении

балки при статической нагрузке от силы  $Q$ , равной весу двигателя (рис.14.3, *в, г*).

6. Определить коэффициент динамичности

$$k_d = 1 + \frac{H_{max}}{Q} \beta .$$

7. Определить наибольшее нормальное напряжение  $\sigma_{max}$ , возникающее в балке

при работе двигателя  $\sigma_{max} = \sigma_Q k_d$ .

Графическое оформление задачи 14 приведено на рис.14.3.

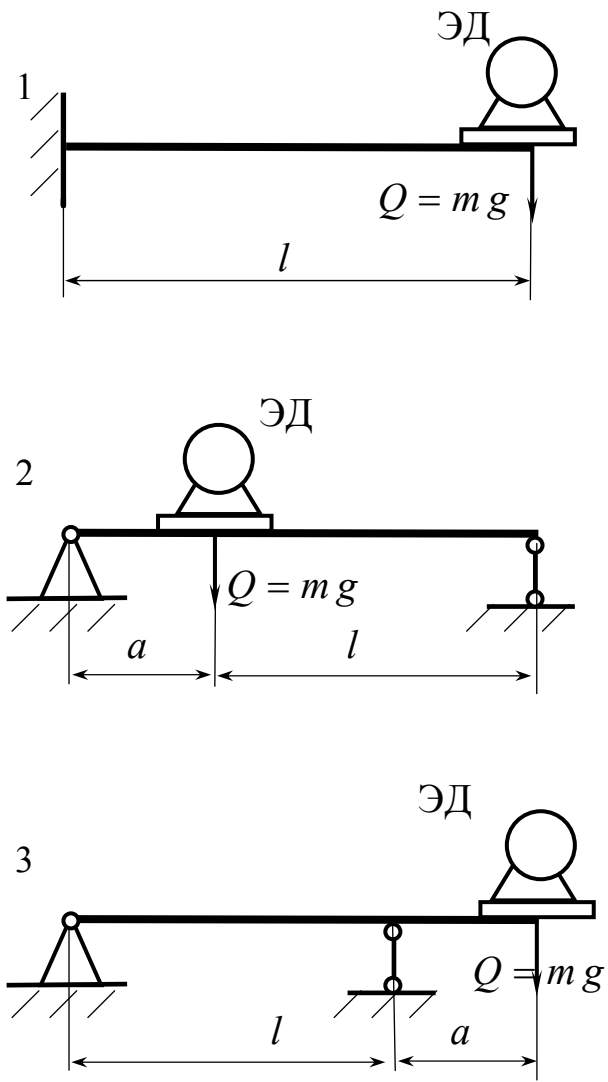


Рис.14.2

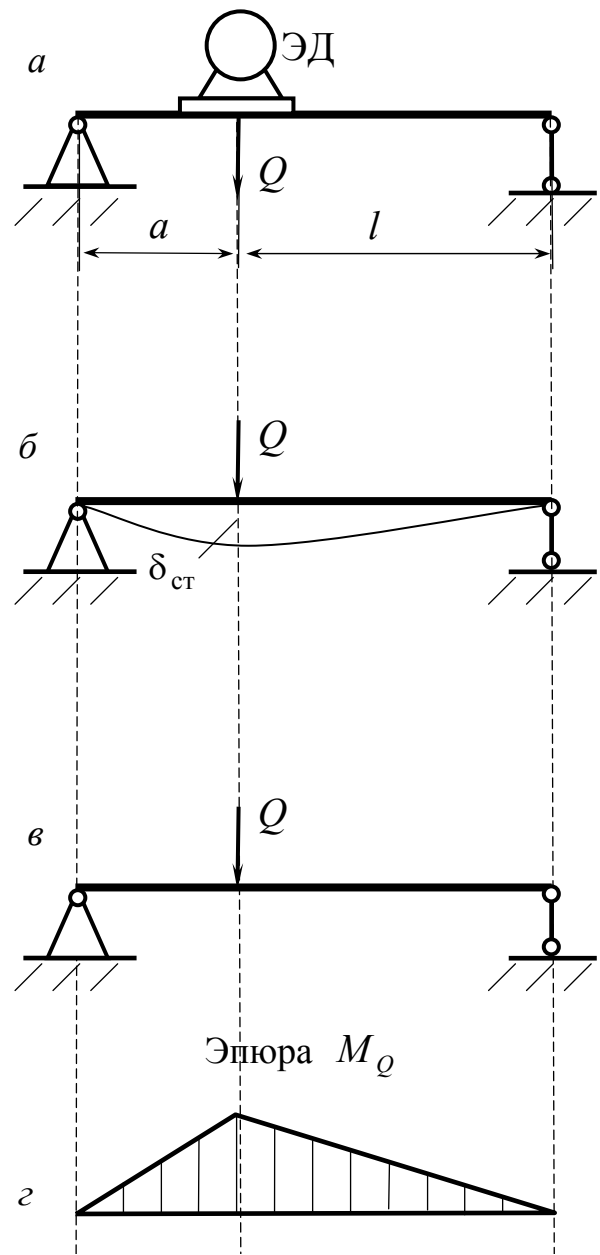
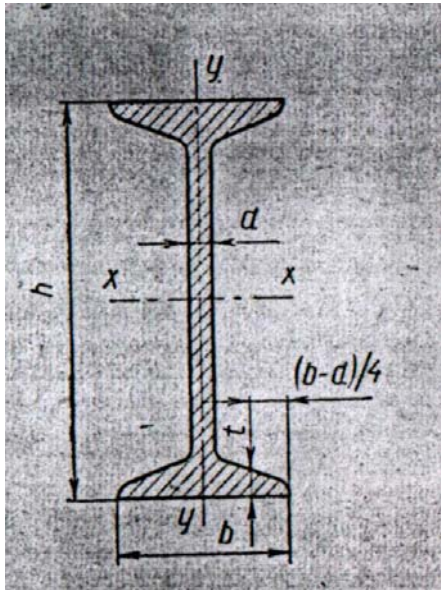


Рис. 14.3



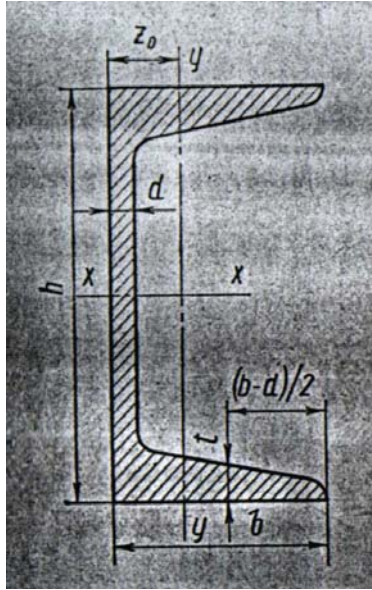
## ДВУТАВРЫ

Таблица 1

№ профилей	Вес 1 пог. м, кг	Размеры				Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей						
		h, мм	b, мм	d, мм	t, мм		x - x				y - y		
							I <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> , см	S <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>y</sub> , см
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12



20	21,0	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95

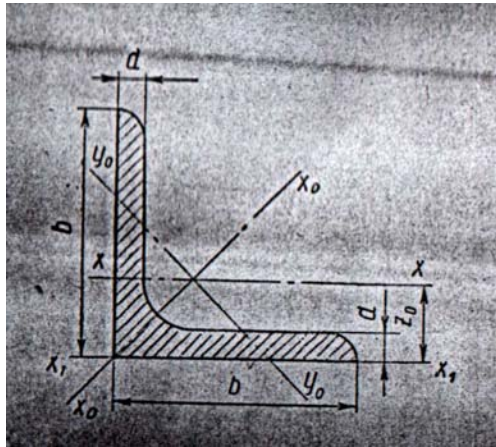


## ШВЕЛЛЕРЫ

Таблица 2

№ профилей	Вес 1 пог. м, кг	Размеры, мм				Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Справочные величины для осей						z <sub>0</sub> , см	
		h, мм	b, мм	d, мм	t, мм		x-x			y-y				
							I <sub>x</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	i <sub>x</sub> , см	S <sub>x</sub> , см <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> , см <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> , см <sup>3</sup>		i <sub>y</sub> , см
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80

16a	15,3	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,7	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,8	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68



## УГОЛКИ РАВНОБОКИЕ

Таблица 3

№ профилей	Размеры, мм		Площадь профилей, см	Вес 1 пог. м, кг	Справочные величины для осей							
	b, мм	d, мм			x - x		x <sub>0</sub> - x <sub>0</sub>		y <sub>0</sub> - y <sub>0</sub>		x <sub>1</sub> - x <sub>1</sub>	z <sub>0</sub> , см
					I <sub>x</sub> , см	i <sub>x</sub> , см	I <sub>x<sub>0</sub></sub> max, см	i <sub>x<sub>0</sub></sub> max, см	I <sub>y<sub>0</sub></sub> min, см	i <sub>y<sub>0</sub></sub> min, см	I <sub>x<sub>1</sub></sub> , см	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	50	3	2,96	2,32	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33
		4	3,89	3,05	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38
		5	4,80	3,77	11,2	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42
5,6	56	3,5	3,86	3,03	11,6	1,73	18,4	2,18	4,80	1,12	20,3	1,50
		4	4,38	3,44	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52
		5	5,41	4,25	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57
6,3	63	4	4,96	3,90	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69
		5	6,13	4,81	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74
		6	7,28	5,72	27,1	1,93	42,9	2,43	11,2	1,24	50,0	1,78
7	70	4,5	6,20	4,87	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88

7	70	5	6,86	5,38	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90
		6	8,15	6,39	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94
		7	9,42	7,39	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99
		8	10,7	8,37	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02
7,5	75	5	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02
		6	8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06
		7	10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10
		8	11,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113	2,15
		9	12,8	10,1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18
8	80	5,5	8,78	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17
		6	9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19
		7	10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23
		8	12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27
9	90	6	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43
		7	12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47
		8	13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51
		9	15,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48,6	1,77	219	2,55
10	100	6,5	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68
		7	13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71
		8	15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75
		10	19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83
		12	22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91
		14	26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99
		16	29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542	3,06
11	110	7	15,2	11,9	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96
		8	17,2	13,5	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00
12,5	125	8	19,7	15,5	294	3,87	467	4,87	122	2,49	516	3,36
		9	22,0	17,3	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40
		10	24,3	19,1	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45
		12	28,9	22,7	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53
		14	33,4	26,2	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61
		16	37,8	29,6	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68
14	140	9	24,7	19,4	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78



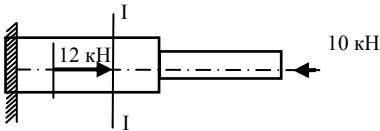
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
5 / 3,2	50	32	3	2,42	1,90	6,17	1,60	1,99	0,91	12,4	1,60	3,26	0,72	1,18	0,70	0,403
			4	3,17	2,49	7,98	1,59	2,56	0,90	16,6	1,65	4,42	0,76	1,52	0,69	0,401
5,6/ 3,6	56	36	3,5	3,16	2,48	10,1	1,79	3,30	1,02	20,3	1,80	5,43	0,82	1,95	0,79	0,407
			4	3,58	2,81	11,4	1,78	3,70	1,02	23,2	1,82	6,25	0,84	2,19	0,78	0,406
			5	4,41	3,46	13,8	1,77	4,48	1,01	29,2	1,86	7,91	0,88	2,66	0,78	0,404
6,3/ 4,0	63	40	4	4,04	3,17	16,3	2,01	5,16	1,13	33,0	2,03	8,51	0,91	3,07	0,87	0,397
			5	4,98	3,91	19,9	2,00	6,26	1,12	41,4	2,08	10,8	0,95	3,73	0,86	0,396
			6	5,90	4,63	23,3	1,99	7,28	1,11	49,9	2,12	13,1	0,99	4,36	0,86	0,393
			8	7,68	6,03	29,6	1,96	9,15	1,09	66,9	2,20	17,9	1,07	5,58	0,85	0,386
7 / 4,5	70	45	4,5	5,07	3,98	25,3	2,23	8,25	1,28	51	2,25	13,6	1,03	4,88	0,98	0,407
			5	5,59	4,39	27,8	2,23	9,05	1,27	56,7	2,28	15,2	1,05	5,34	0,98	0,406
7,5 / 5	75	50	5	6,11	4,79	34,8	2,39	12,5	1,43	69,7	2,39	20,8	1,17	7,24	1,09	0,436
			6	7,25	5,69	40,9	2,38	14,6	1,42	83,9	2,44	25,2	1,21	8,48	1,08	0,435
			8	9,47	7,43	52,4	2,35	18,5	1,40	112	2,52	34,2	1,29	10,9	1,07	0,430
8 / 5	80	50	5	6,36	4,99	41,6	2,56	12,7	1,41	84,6	2,6	20,8	1,13	7,58	1,09	0,387
			6	7,55	5,92	49,0	2,55	14,8	1,40	102	2,65	25,2	1,17	8,88	1,08	0,386
9 / 5,6	90	56	5,5	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			6	8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384
			8	11,18	8,77	90,9	2,85	27,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380
10/ 6,3	100	63	6	9,59	7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			7	11,1	8,70	113	3,19	35,0	1,78	232	3,28	58,7	1,46	20,8	1,37	0,392
			8	12,6	9,87	127	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23,4	1,36	0,391
			10	15,5	12,1	154	3,15	47,1	1,75	333	3,40	85,8	1,58	28,3	1,35	0,387
11 / 7	110	70	6,5	11,4	8,98	142	3,53	45,6	2	286	3,55	74,3	1,58	26,9	1,53	0,402
			7	12,3	9,64	152	3,52	48,7	1,99	309	3,57	80,3	1,6	28,8	1,53	0,402
			8	13,9	10,9	172	3,51	54,6	1,98	353	3,61	92,3	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5/ 8	125	80	7	14,1	11	227	4,01	73,7	2,29	452	4,01	119	1,8	43,4	1,76	0,407
			8	16	12,5	256	4	83,0	2,28	518	4,05	137	1,84	48,8	1,75	0,406
			10	19,7	15,5	312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74	0,404
			12	23,4	18,3	365	3,95	117	2,24	781	4,22	210	2	69,5	1,72	0,400
14 / 9	140	90	8	18	14,1	364	4,49	120	2,58	727	4,49	194	2,03	70,3	1,98	0,411
			10	22,2	17,5	444	4,47	146	2,56	911	4,58	245	2,12	85,5	1,96	0,409

## 4.2. Тесты текущего контроля

### Тесты к разделу 1

I.

Определить  $N$  в сечении I-I



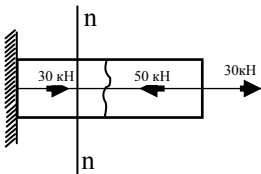
Ответ: 1.  $N_{I-I} = 10$  кН

2.  $N_{I-I} = -10$  кН

3.  $N_{I-I} = 12$  кН

II.

Чему равна продольная сила в сечении n-n?



Ответ: 1. 30 кН

2. 80 кН

3. -20 кН

III.

Дайте характеристику идеального тела.

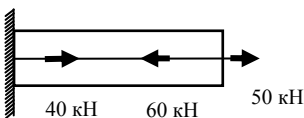
Ответ: 1. Реальные тела

2. Реальные тела, подчиняющиеся допущениям о свойствах идеализированных тел

3. Тела для которых справедливы гипотезы о сплошности, однородности, изотропности и абсолютной упругости.

IV.

Чему равна реакция в заделке?



Ответ: 1. 40 кН

2. 30 кН



3. 150 кН

V.

В каких случаях применим принцип независимости действия сил?

Ответ: 1. При растяжении (сжатии) прямого стержня

2. При малых упругих деформациях

VI

Виды и типы деформации в элементе тела

Ответ: 1. Угловая, линейная, упругая, остаточная

2. Упругая, угловая

3. Упругая, остаточная, линейная

VII.

Какие деформации возникают при осевом растяжении

Ответ: 1. Абсолютное удлинение

2. Удлинение в продольном направлении и сжатие в поперечном

3. Удлинение в одном направлении и сжатие в другом

VIII.

Виды и типы деформаций в элементе конструкции

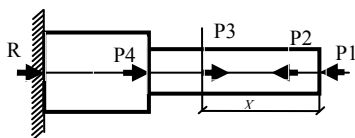
Ответ: 1. Угловая, Линейная

2. Растяжение (сжатие), сдвиг, кручение, изгиб

3. Упругая, остаточная

IX.

В сечении на расстоянии  $X$  от свободного конца стержня продольная сила  $N$  вычисляется по формуле...



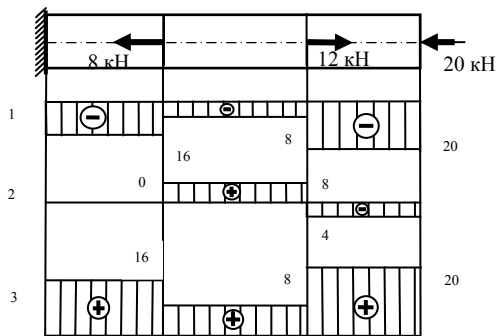
Ответ: 1.  $N = -P_1 - P_2 + P_3$

2.  $N = R + P_4$

3.  $N = -P_3 + P_2 + P_1$

X.

Эпюра продольной силы имеет вид...



Ответ: 1. 1

2. 2

3. 3

4. 4

## Тесты к разделу 2

I.

Определить допускаемое напряжение для стали, если  $\sigma_T=300$  МПа,  $\sigma_B=400$  МПа,  $\sigma_H=1000$  МПа;  $[n]=1,5$

Ответ: 1. 266,7 МПа

2. 200 МПа

3. 666,7 МПа

II.

Определить допускаемое напряжение для чугуна, если предел прочности при сжатии  $\sigma_{пч}=200$  МПа,  $[n]=1,5$ .

Ответ: 1.  $[\sigma]_{сж} = 133,3$  МПа

2.  $[\sigma] = 160$  МПа

III

Закон Гука при растяжении записывается...

Ответ: 1.  $\Delta l = \frac{Nl}{EA}$

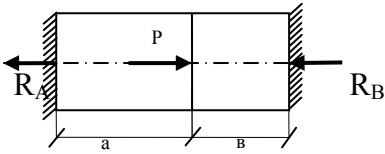
2.  $\sigma = E\varepsilon$

3.  $\sigma = \frac{N}{A}$

IV

Составьте уравнение совместности перемещений.

$$\Delta t^0$$



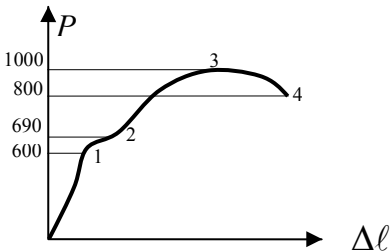
Ответ: 1.  $\frac{R_B b}{EA} + \frac{(R_B + P)a}{EA} = 0$

2.  $\frac{R_A \cdot a}{EA} + \frac{(R_A - P)b}{EA} + \alpha \cdot \Delta t(a + b) = 0$

3.  $\frac{R_b(a+b)}{EA} + \frac{P \cdot a}{EA} + \alpha \Delta t = 0$

V.

Определить нагрузку, соответствующую пределу текучести.



Ответ: 1. 600 кН

2. 690 кН

3. 1000 кН

4. 800 кН

VI

Что называется жесткостью сечения при растяжении ?

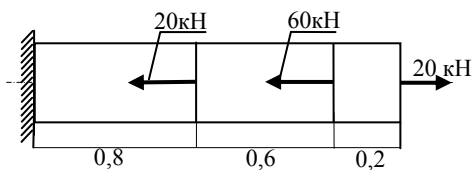
Ответ: 1.  $EA$

2.  $GJ_p$

3.  $EJ_{oc}$

VII

Определить наибольшее нормальное напряжение в стержне, если площадь поперечного сечения  $A=10 \text{ см}^2$ .



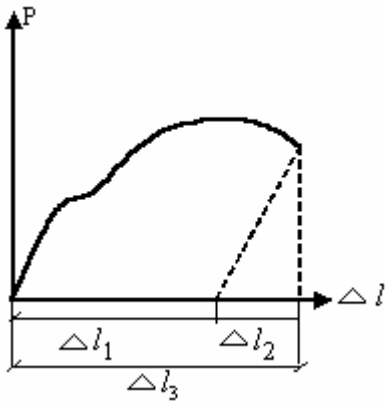
Ответ: 1. +20 МПа

2. -10 МПа

3. -60 МПа

## VIII

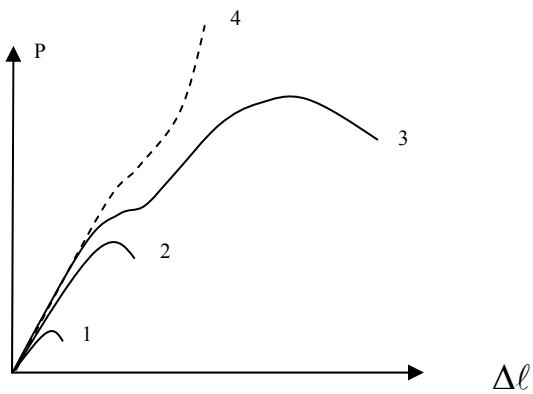
Определить полную деформацию образца по диаграмме растяжения.



- Ответ: 1.  $\Delta l_1$   
 2.  $\Delta l_2$   
 3.  $\Delta l_3$

## IX.

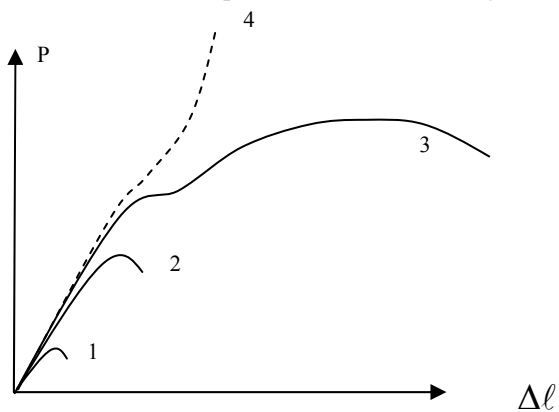
Какая из диаграмм соответствует растяжению образца из стали?



- Ответ: 1. 1  
 2. 2  
 3. 3.  
 4. 4

X.

Какая из диаграмм соответствует сжатию образца из чугуна?

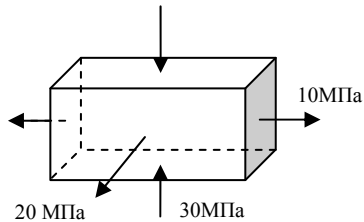


- Ответ: 1. 1  
 2. 2  
 3. 3  
 4. 4

### Тесты к разделу 3

I.

Какое главное напряжение следует обозначить через  $\sigma_1$ ?



- Ответ: 1.  $\sigma_1 = 30$  МПа  
 2.  $\sigma_1 = 10$  МПа  
 3.  $\sigma_1 = 20$  МПа  
 4.  $\sigma_1 = -30$  МПа

II.

При линейном напряженно-деформированном состоянии главные напряжения равны...

- Ответ: 1.  $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 \neq 0$   
 2.  $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 \neq 0, \sigma_3 = 0$   
 3.  $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 \neq 0$   
 4.  $\sigma_1 \neq 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = 0$

III.

Какое напряженно-деформированное состояние имеет место в точке тела, если  $\sigma_1 \neq 0$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 \neq 0$ ?

Ответ: 1. Линейное

2. Плоское

3. Объемное

IV.

Закон парности касательных напряжений записывается в виде:

Ответ: 1.  $\tau_\alpha = -\tau_{\alpha+\frac{\pi}{2}}$

2.  $\tau_\alpha = \tau_\beta$

3.  $\tau_\alpha = -\tau_\beta$

V.

Какое напряженно-деформированное состояние имеет место в точке тела, если  $\sigma_1 \neq 0$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 = 0$ ?

Ответ: 1. Линейное

2. Плоское

3. Объемное

VI.

Вид (тип) напряженного состояния в окрестности какой-либо точки деформированного тела зависит от...

Ответ:

1. величины и направления главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .

2. формы тела и величины главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .

3. ориентации главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .

4. числа главных напряжений  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .

VII.

Сколько компонентов определяют напряженно-деформированное состояние в точке тела?

Ответ: 1. 6

2. 9

3. 3

VIII.

Какие площадки называются главными?

Ответ: 1. Площадки, на которых  $\tau=0$

2. Площадки, на которых  $\sigma=0$

IX.

Какие гипотезы используют в расчетах на прочность для пластичного материала?

Ответ: 1. 1,2

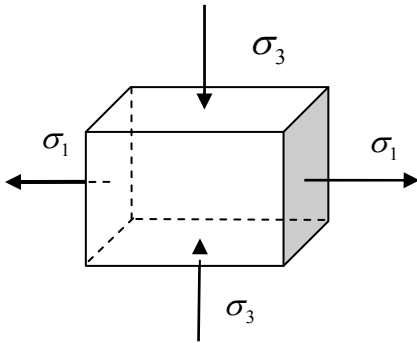
2. 1,3

3. 3,4

4. 2,3

X.

По какой формуле определяется главное относительное удлинение  $\varepsilon_1$ ?



Ответ: 1.  $\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu\sigma_3]$

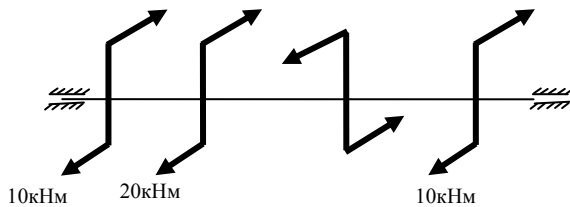
2.  $\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 + \mu\sigma_3]$

3.  $\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu\sigma_1]$

#### Тесты к разделу 4

I

Чему равен ведущий момент?



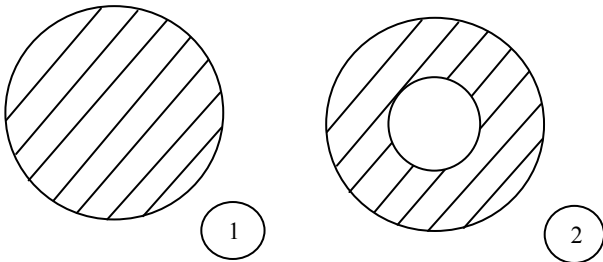
Ответ: 1. 20 кНм

2. 10 кНм

3. 40 кНм

II.

Какое сечение наиболее рационально при кручении?

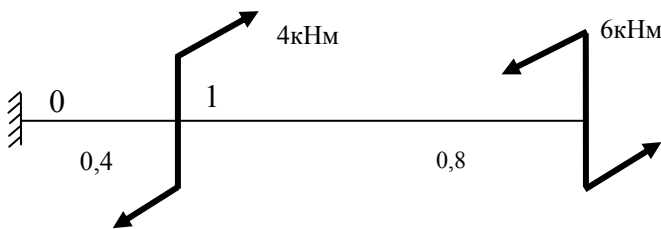


Ответ: 1. 1.

2. 2.

III.

Определить угол закручивания участка вала 0-1,  $\tau_p = 1000 \text{ см}^4$ ,  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$



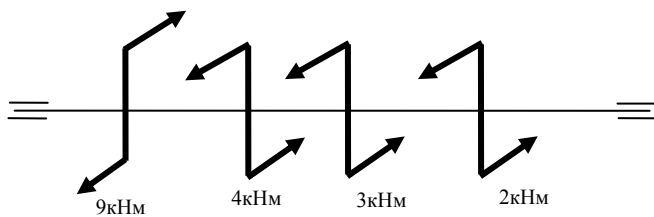
Ответ: 1. 0,006 рад

2. 0,002 рад

3. 0,001 рад

IV

Чему равно расчетное значение крутящего момента?



Ответ: 1. 9 кНм

2. 2 кНм

3. 5 кНм



V.

Чему равны главные напряжения при кручении вала круглого поперечного сечения, если максимальные касательные напряжения равны 100 МПа ?

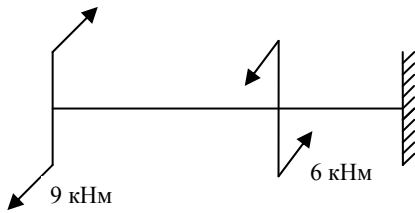
Ответ: 1. 200 МПа

2. 100 МПа

3. 50 МПа

VI.

Обеспечена ли прочность вала, если  $[\tau]=80$  МПа,  $d=10$  см ?



Ответ: 1. Да

2. Нет

VII.

Закон Гука при сдвиге записывается...

1.  $\sigma = E\varepsilon$

2.  $\tau = G\gamma$

Ответ: 1. 1

2. 2

VIII.

Условие прочности при кручении записывается...

Ответ: 1.  $\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]$

2.  $\sigma_{\max} = \frac{M_k}{W_0} \leq [\sigma]$

3.  $\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau]$

4.  $\tau_{\max} = \frac{Q}{A} \leq [\tau]$

IX.

Возникают ли главные напряжения при кручении вала?

Ответ: 1. Не возникают.

2. Возникают .

X.

Условие прочности при сдвиге записывается...

Ответ: 1.  $\tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau]$

2.  $\tau = \frac{Q}{A}$

3.  $\tau_{\max} = \frac{M}{W_p} \leq [\tau]$

### Тесты к разделу 5

I.

Чему равен центральный момент инерции, если ось  $x$  является осью симметрии?

Ответ: 1.  $J_{xy} = J_x$

2.  $J_{xy} = J_y$

3.  $J_{xy} = 0$

II.

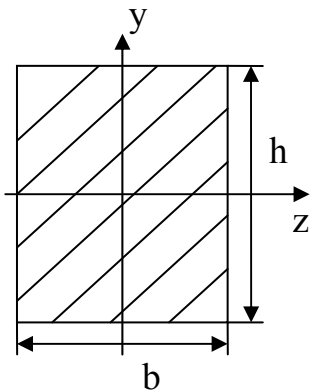
Чему равен статический момент  $S$  площади сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести?

Ответ: 1.  $S = Ay_c$

2.  $S = Ax_c$

3.  $S = 0$

III.

Чему равен момент инерции  $J_z$  сечения относительно оси  $z$ ?

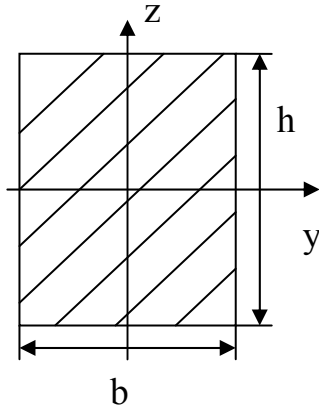
Ответ: 1.  $J_z = \frac{hb^3}{12}$

2.  $J_z = \frac{bh^3}{12}$

3.  $J_z = \frac{hb^2}{6}$

IV.

Чему равен момент сопротивления  $W_y$  площади сечения относительно оси  $y$ ?



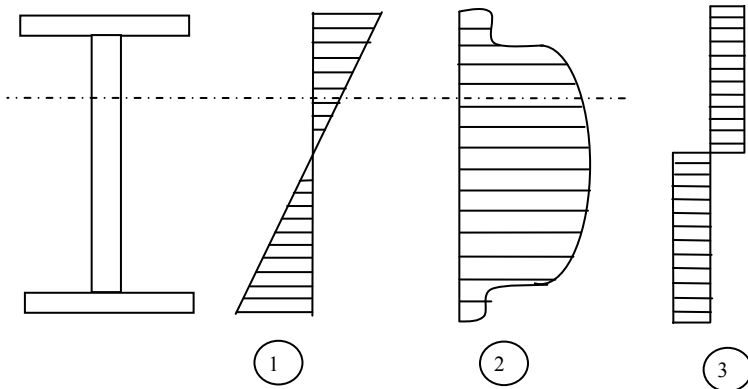
Ответ: 1.  $W_y = \frac{hb^2}{6}$

2.  $W_y = \frac{bh^2}{6}$

3.  $W_y = \frac{bh^3}{6}$

V.

Какая из эюр соответствует распределению нормальных напряжений в поперечном сечении балки при прямом изгибе?



Ответ: 1. 1

2. 2

3. 3

VI.

Какая из эюр (см. задание V) соответствует распределению касательных напряжений при прямом изгибе?

Ответ:

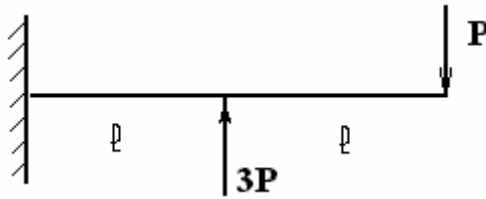
1. 1

2. 2

3. 3

VII.

Чему равно  
максимальное  
значение  
изгибающего  
момента  $M_{\text{изг}}$  ?



$$P = 6 \text{ кН}$$

$$l = 1 \text{ м}$$

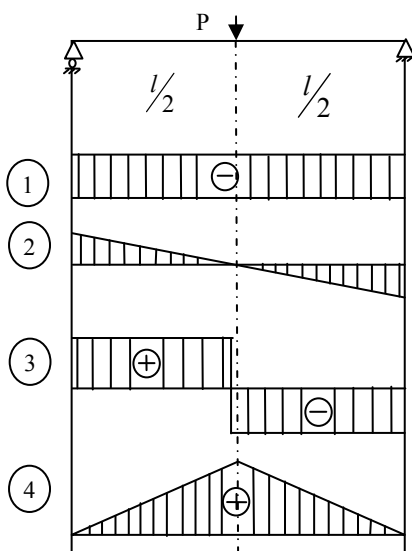
Ответ: 1. -12 кНм

2. 18 кНм

3. 6 кНм

VIII.

Выбрать правильную эпюру поперечной силы  $Q$ .



Ответ: 1. 1

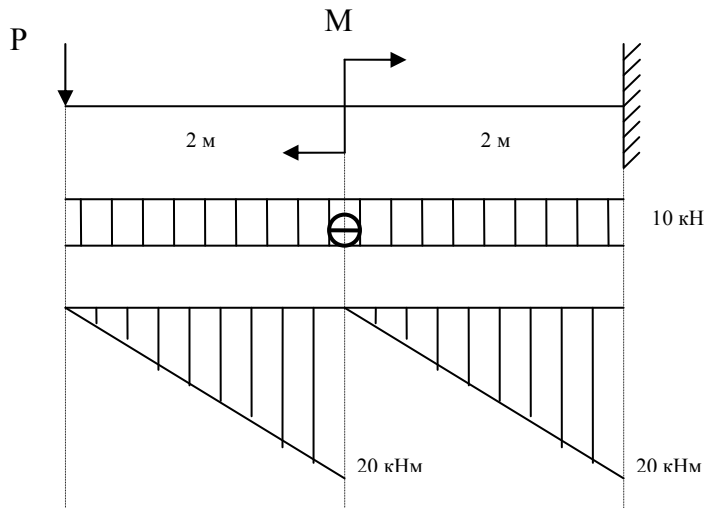
2. 2.

3. 3.

4. 4.

IX.

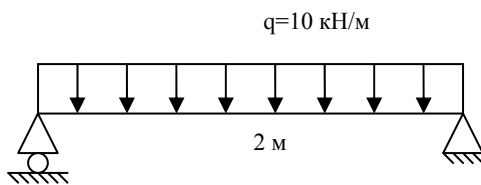
По представленным эюграм определить, чему равно значение силы  $P$ ?



- Ответ: 1.  $P=20 \text{ кН}$   
 2.  $P=10 \text{ кН}$

X.

Чему равно максимальное значение поперечной силы  $Q$ ?



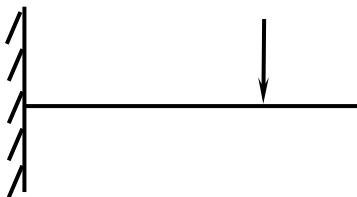
- Ответ: 1.  $20 \text{ кН}$   
 2.  $10 \text{ кН}$   
 3.  $-10 \text{ кН}$

### Тесты к разделу 6

I.

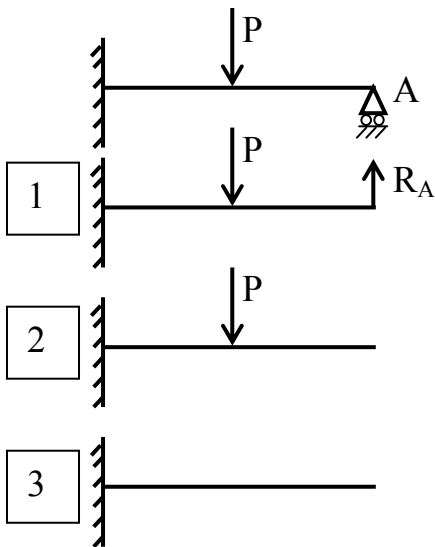
Статически определимая или статически неопределимая эта балка?

Ответ:



1. Статически неопределимая.
2. Статически определимая.
3. Дважды статически неопределимая.

II.

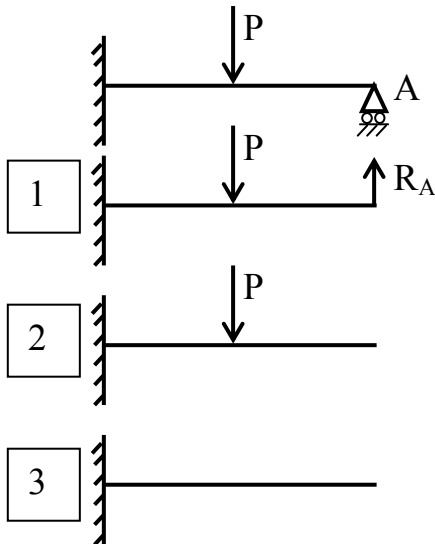


Для заданной статически неопределимой балки указать номер схемы, соответствующий основной балке.

Ответ:

1. Схема номер 1;
2. Схема номер 2;
3. Схема номер 3.

III.

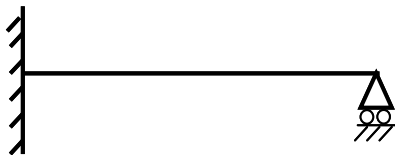


Для заданной статически неопределимой балки указать номер схемы, соответствующий эквивалентной балке.

Ответ:

1. Схема номер 1;
2. Схема номер 2;
3. Схема номер 3.

IV.



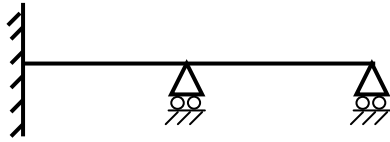
Сколько раз статически неопределима эта балка?

Ответ:

1. Один раз;
2. Два раза;
3. Три раза.

Тест 7

V.



Сколько раз  
статически  
неопределима эта балка?

Ответ:

1. Один раз;
2. Два раза;
3. Три раза

VI.

Признаком потери устойчивости сжатого стержня является...

1. увеличение напряжения до предела упругости.
2. внезапная смена прямолинейной формы равновесия на криволинейную.
3. увеличение напряжения в поперечном сечении до предела пропорциональности.
4. увеличение напряжения в поперечном сечении до предела текучести.

### Тесты к разделу 7

I.

Могут ли при внецентренном сжатии бруса в его поперечных сечениях возникнуть растягивающие напряжения?

Ответ:

1. Могут.
2. Не могут.
3. Возникают только касательные напряжения.

II.

Могут ли при внецентренном растяжении бруса в его поперечных сечениях возникнуть сжимающие напряжения?

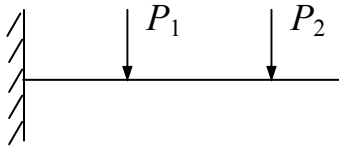
Ответ:

1. Могут.
2. Не могут.
3. Возникают только касательные напряжения.

III.

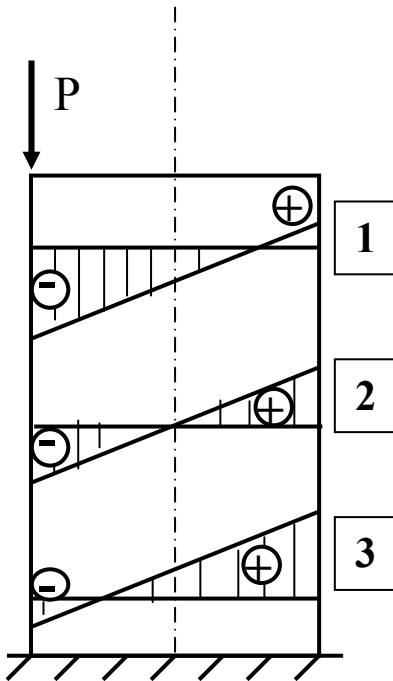
Зависят ли величины прогибов сечений балки от порядка приложения сил  $P_1$  и  $P_2$ ?

Ответ:



1. Зависит.
2. Не зависит.

IV.

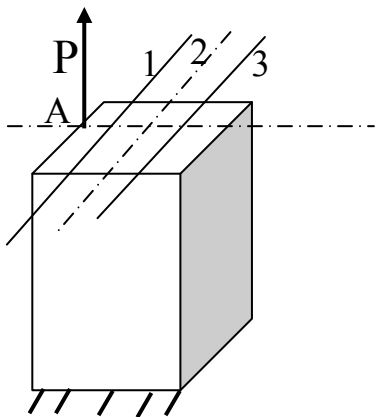


Укажите номер эпюры нормальных напряжений, соответствующей данному приложению силы  $P$ .

Ответ:

1. Эпюра номер 1;
2. Эпюра номер 2;
3. Эпюра номер 3.

V.



Укажите номер линии, которая может быть нейтральной линией в сечении бруса при прохождении линии действия силы  $P$  через точку  $A$ .

Ответ:

1. Линия номер 1;
2. Линия номер 2;
3. Линия номер 3.

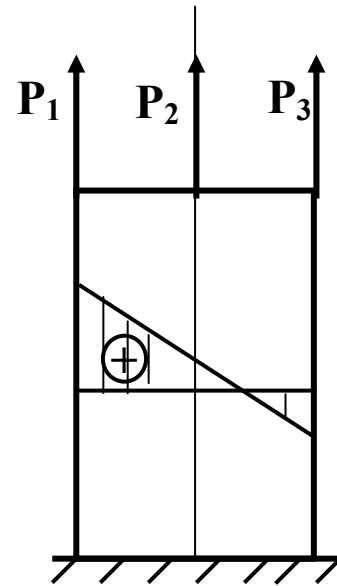


VI.

Какая сила вызывает  
указанное на рисунке  
распределение нормальных  
напряжений?

Ответ:

1.  $P_1$ ;
2.  $P_2$ ;
3.  $P_3$ .

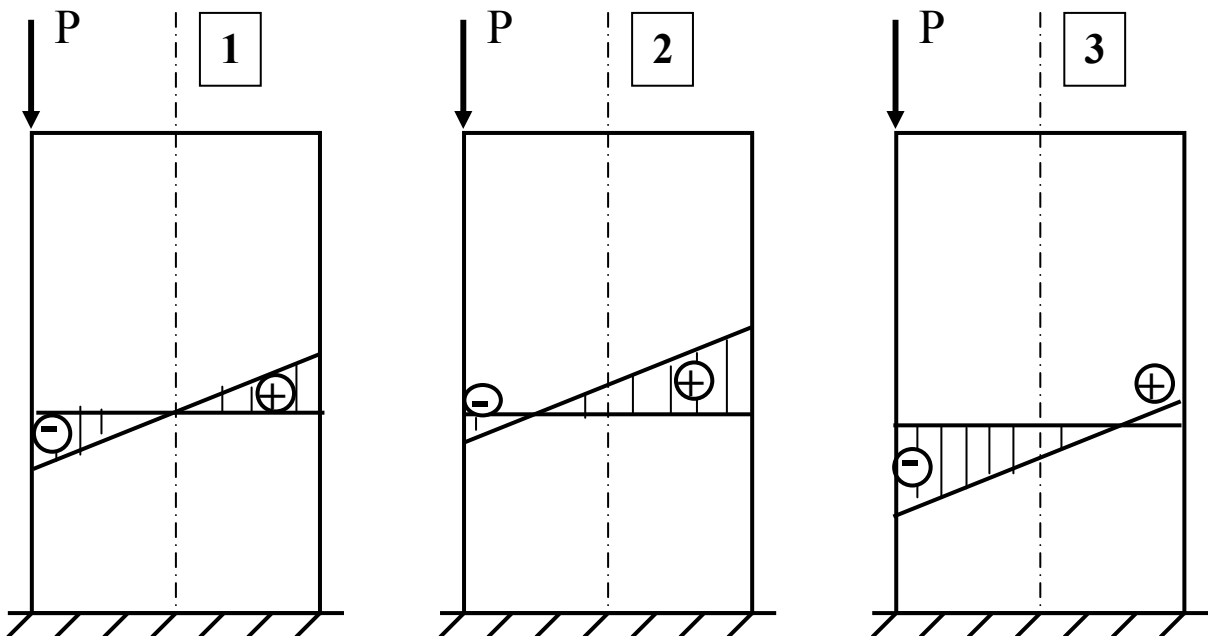


VII.

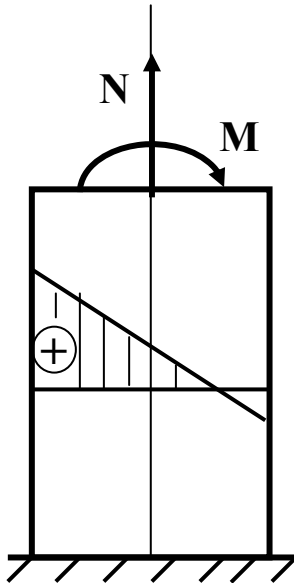
Укажите номер схемы, на которой показан закон распределения  
нормальных напряжений, соответствующий указанному нагружению:

Ответ:

1. Схема номер 1;
2. Схема номер 2;
3. Схема номер 3.



VIII.

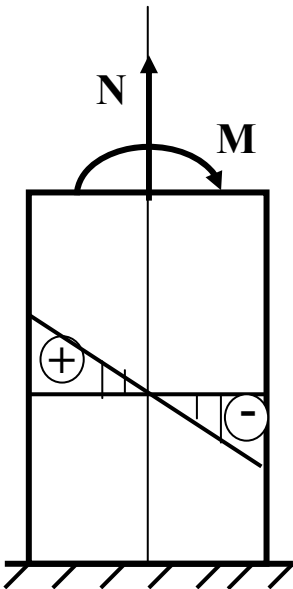


Какому внутреннему силовому фактору соответствует указанное распределение нормальных напряжений?

Ответ:

1. От продольной силы  $N$ .
2. От изгибающего момента  $M$ .
3. От совместного действия  $N$  и  $M$ .

IX.

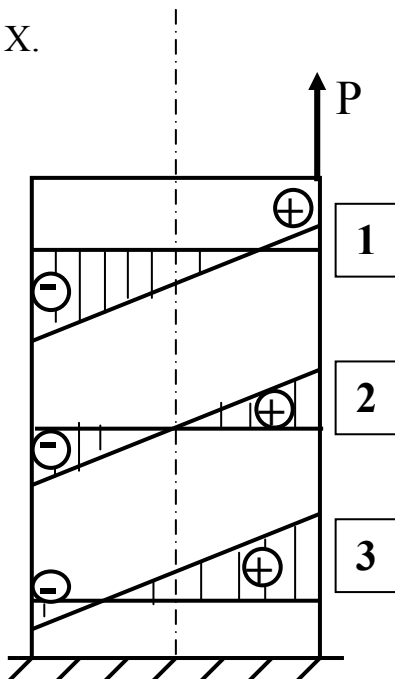


Какому внутреннему силовому фактору соответствует указанное распределение нормальных напряжений?

Ответ:

1. От продольной силы  $N$ .
2. От изгибающего момента  $M$ .
3. От совместного действия  $N$  и  $M$ .

X.



Какая эпюра нормальных напряжений, соответствует данному приложению силы  $P$ :

Ответ:

1. Эпюра номер 1;
2. Эпюра номер 2;
3. Эпюра номер 3.

## Тесты к разделу 8

I.

Как соотносятся между собой значения критической силы и допускаемой нагрузки?

Ответ:

1.  $P_{кр} = [P]$  ;

2.  $P_{кр} < [P]$ ;

3.  $P_{кр} > [P]$ .

II.

Коэффициент запаса устойчивости  $n_y$ ...

Ответ:

1.  $n_y > 1$ ;

2.  $n_y < 1$ ;

3.  $n_y = 0$ .

III.

Формула Эйлера для вычисления критической силы справедлива при условии:

Ответ:

1.  $\lambda > \lambda_{пр}$  ;

2.  $\lambda < \lambda_{пр}$  ;

3.  $\lambda = 0$ .

IV.

Формула Ясинского для вычисления критического напряжения  $\sigma_{кр}$  применяется при условии, что

Ответ:

1.  $\lambda > \lambda_{np}$ ;
2.  $\lambda < \lambda_{np}$ ;
3.  $\lambda = 0$ .

V.

Критическая сила для стержня малой гибкости определяется по формуле:

Ответ:

1.  $P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{(\mu\ell)^2}$ ;
2.  $P_{кр} = (a - b\lambda)A$ ;
3.  $P_{кр} = \sigma_T A$ ;
4.  $P_{кр} = \sigma_B A$ .

VI.

По какой формуле определяется предельная гибкость стержня?

Ответ:

1.  $\lambda_{np} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{nc}}}$ ;
2.  $\lambda_{np} = 100$ ;
3.  $\lambda_{np} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_T}}$ .

VII.

По какой формуле определяется приведенная длина стержня?

Ответ:

1.  $l_{np} = l$ ;
2.  $l_{np} = 2l$ ;
3.  $l_{np} = \mu l$ .

VIII.

В каком случае справедлива формула Эйлера для определения критической силы?

Ответ:

1.  $\sigma_{кр} \leq \sigma_{тц}$ ;
2.  $\sigma_{кр} > \sigma_{тц}$ ;
3.  $\sigma_{кр} > \sigma_T$ .

IX.



Чему равен коэффициент приведения длины?

Ответ:

1. 0,7;
2. 1;
3. 0,5.

X.



Чему равен коэффициент приведения длины?

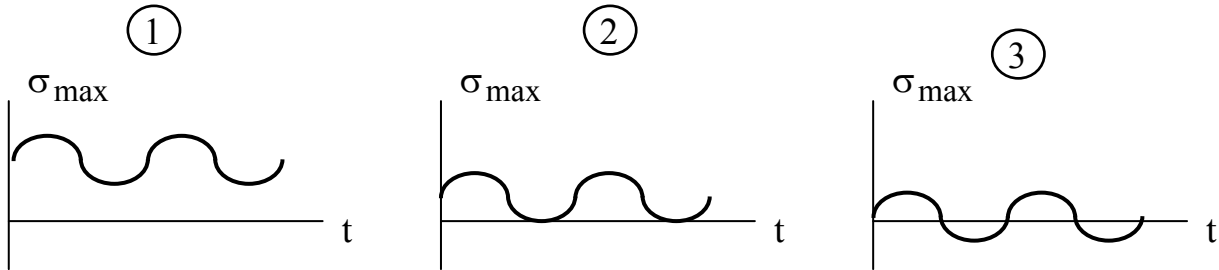
Ответ:

1. 0,5;
2. 0,7;
3. 2.

## Тесты к разделу 9

I.

Укажите номер графика, соответствующего симметричному циклу напряжений.

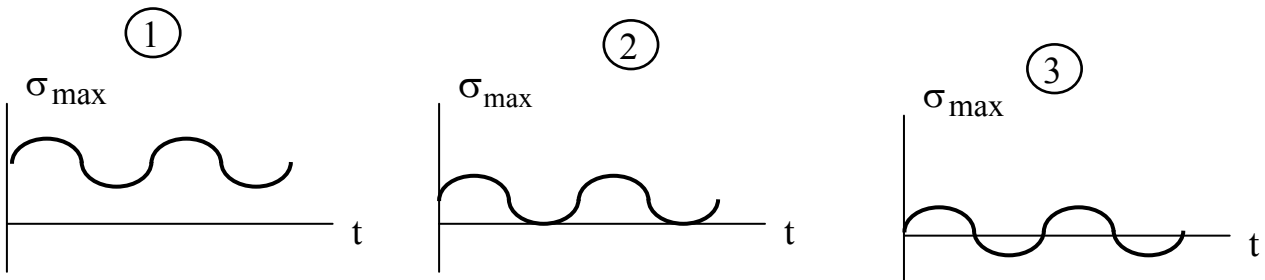


Ответ:

1. График номер 1.
2. График номер 2.
3. График номер 3.

II.

Укажите номер графика, соответствующего отнулевому циклу напряжений.



Ответ:

1. График номер 1.
2. График номер 2.
3. График номер 3.

III.

Каково соотношение между величинами предела выносливости  $\sigma_R$  и предела прочности  $\sigma_B$ ?

Ответ:

1.  $\sigma_R < \sigma_B$ .
2.  $\sigma_R > \sigma_B$ .
3.  $\sigma_R = \sigma_B$ .

IV.

Сравните по величине предел выносливости при симметричном цикле изгиба  $\sigma_{-1}$  и предел выносливости при симметричном цикле растяжения

$$\sigma_{-1p}.$$

Ответ:

1.  $\sigma_{-1} > \sigma_{-1p}.$
2.  $\sigma_{-1} < \sigma_{-1p}.$
3.  $\sigma_{-1} = \sigma_{-1p}.$

V.

Деталь имеет коэффициент запаса по пределу текучести  $n_T = 3$  и коэффициент запаса по сопротивлению усталости  $n_y = 2$ . Каково значение общего коэффициента запаса прочности для данной детали?

Ответ:

1.  $n = 3.$
2.  $n = 2.$
3.  $n = 6.$

VI.

Деталь имеет коэффициент запаса по пределу текучести  $n_T = 3$  и коэффициент запаса по сопротивлению усталости  $n_y = 2$ . Для данной детали более опасным является...

Ответ:

1. Появление пластических деформаций.
2. Разрушение от усталостной трещины.
3. Хрупкое разрушение.

VII.

В расчете на прочность с учетом сил инерции динамическая задача сводится к статической с помощью...

Ответ:

1. принципа Сен-Венана.
2. принципа суперпозиции.
3. принципа начальных размеров.
4. принципа Даламбера.

VIII.

При колебаниях необходим расчет ...

Ответ:

1. только на усталостную прочность.

2. расчет на прочность не требуется.
3. только на статическую прочность.
4. на статическую и усталостную прочность.

#### 4.3. Таблица правильных ответов к тестам.

Таблица

Раздел 1		Раздел 2		Раздел 3		Раздел 4		Раздел 5	
I	2	I	2	I	3	I	3	I	3
II	3	II	1,4	II	4	II	2	II	3
III	3	III	2	III	2	III	3	III	2
IV	2	IV	2	IV	3	IV	1	IV	2
V	2	V	2	V	1	V	2	V	1
VI	1	VI	1	VI	4	VI	1	VI	2
VII	2	VII	3	VII	2	VII	2	VII	3
VIII	2	VIII	3	VIII	1	VIII	3	VIII	4
IX	1	IX	3	IX	3	IX	2	IX	2,4
X	1	X	2	X	1	X	1	X	2

Таблица

Раздел 6		Раздел 7		Раздел 8		Раздел 9	
I	1	I	1	I	3	I	3
II	3	II	1	II	1	II	2
III	1	III	2	III	1	III	1
IV	1	IV	1	IV	2	IV	1
V	2	V	3	V	3	V	2
VI	2	VI	1	VI	1	VI	2
		VII	3	VII	3	VII	4
		VIII	3	VIII	1	VIII	4
		IX	2	IX	1		
		X	3	X	3		



#### 4.4. ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Задачи курса сопротивление материалов.
2. Допущения и гипотезы в СМ.
3. Элементы конструкций.
4. Внешние силы и их классификация.
5. Внутренние силы. Метод сечений.
6. Деформации и их классификация.
7. Внутренние силы в поперечном сечении при осевом растяжении (сжатии) прямого стержня.
8. Упругие постоянные (коэффициент Пуассона, модуль Юнга).
9. Закон Гука при растяжении.
10. Диаграммы растяжения и сжатия в пластичном и хрупком состоянии.
11. Условие прочности при растяжении-сжатии.
12. Метод расчета статически неопределимых задач.
13. Напряжения в наклонных сечениях при линейном и плоском н.д.с.
14. Закон парности касательных напряжений.
15. Виды напряженного и деформированного состояния.
16. Обобщенный закон Гука.
17. Гипотезы прочности.
18. Условие прочности при кручении.
19. Определение напряжений и перемещений при кручении.
20. Геометрические характеристики сечений.
21. Прямой поперечный изгиб. Внутренние силовые факторы.
22. Определение напряжений и перемещений при прямом поперечном изгибе.
23. Дифференциальные зависимости между  $q$ ,  $Q$ , и  $M$ .
24. Аналитический способ определения перемещений.
25. Статически неопределимые балки. Метод расчета.
26. Косой изгиб. Определение напряжений и перемещений.
27. Совместное действие кручения и изгиба.

28. Совместное действие изгиба и растяжения.
29. Продольный изгиб. Основные понятия теории устойчивости.
30. Задача Эйлера.
31. Определение критической силы по Ясинскому.
32. Динамическое действие нагрузок.
33. Проверка прочности материала при переменных напряжениях.
34. Понятие об усталости.
35. Виды циклов и их параметры.
36. Кривые усталости.
37. Диаграмма Хейя.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Информация о дисциплине .....	3
1.1. Предисловие .....	3
1.2. Содержание дисциплины и виды учебной работы .....	6
2. Рабочие учебные материалы .....	8
2.1. Рабочая программа .....	8
2.2. Тематический план дисциплины .....	10
2.3. Структурно-логическая схема дисциплины .....	26
2.4. Временной график изучения дисциплины .....	27
2.5. Практический блок .....	28
2.6. Рейтинговая система оценки знаний .....	32
3. Информационные ресурсы дисциплины .....	34
3.1. Библиографический список .....	34
3.2. Опорный конспект лекций по дисциплине .....	35
3.3. Глоссарий (словарь терминов) .....	126
3.4. Методические указания к выполнению лабораторных работ .....	132
4. Блок контроля освоения дисциплины .....	189
4.1. Задания на контрольные работы и методические указания к их выполнению .....	189
4.2. Тесты текущего контроля .....	246
4.3. Таблица правильных ответов .....	272
4.4. Типовые экзаменационные вопросы .....	273

Лариса Григорьевна Воронова  
Галина Дмитриевна Коршунова  
Юрий Николаевич Соболев  
Наталья Владимировна Светлова

## СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Учебно-методический комплекс

Сводный темплан 2008 г.  
Лицензия ЛР № 020308 от 14.02.97  
Санитарно-эпидемиологическое заключение № 78.01.07.953.П.005641.11.03  
от 21.11.2003 г.

---

Подписано в печать

Б.кн. – журн. П.л. 17,25 Б.л. 8,625

Тираж

Формат 60ч84 1/16

Изд-во СЗТУ

Заказ

---

Северо-Западный государственный заочный технический университет  
Издательство СЗТУ, член Издательско-полиграфической ассоциации  
университетов России  
191186, Санкт-Петербург, ул. Миллионная, д.5