

4. ПЕРЕХОДНОЙ ПРОЦЕСС В ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С ОДНИМ НАКОПИТЕЛЕМ ЭНЕРГИИ

4.1. Особенности переходных процессов в цепях переменного тока

Переходной процесс, как и в предыдущих разделах, рассматривается как наложение вынужденной $x_s(t)$ и свободной $x_f(t)$ составляющей:

$$x(t) = x_s(t) + x_f(t)$$

Свободная составляющая изменяется по закону $x_f(t) = X_f \exp(pt)$. Закон изменения вынужденной реакции зависит от характера изменения во времени напряжения/тока независимого источника.

В цепях синусоидального тока вынужденная реакция изменяется по закону:

$$x_s(t) = X_m \cos(\omega t + \psi_s) = \operatorname{Re}\{\dot{X}_m e^{j\omega t}\} \quad (4.1)$$

где $\dot{X}_m = X_m \exp(j\psi_s)$ – комплексная амплитуда.

Установившийся режим цепи до и после коммутации находят из расчетных схем для комплексных амплитуд. Амплитуды свободных составляющих переходного процесса X_f находят из начальных условий $x(0_+)$:

$$X_f = x(0_+) - x_s(0_+)$$

Начальные значения реакций $x(0_+)$ определяют по расчетной схеме для момента времени $t = 0_+$, в которой независимые начальные условия $u_C(0)$, $i_L(0)$ учтены источниками напряжения или источниками тока.

4.2. Ударный ток в индуктивно-резистивной цепи

Ток переходного процесса в RL -цепи (рис.4.1) при подключении к синусоидальному источнику напряжения

$u(t) = U_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \psi_u)$ содержит аperiodическую $i_1(t)$ и периодическую $i_2(t)$ составляющие: $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$.

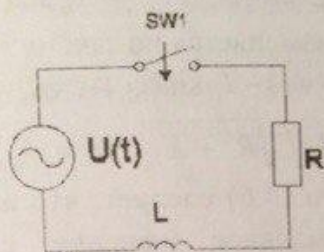


Рис. 4.1. Включение синусоидального источника напряжения на RL-цепь

Аperiodическая составляющая соответствует свободному току $i_1(t) = I_1 \exp(-t / \tau)$, где $\tau = L/R$ – время релаксации. Периодическая составляющая соответствует вынужденному режиму $i_2(t) = I_m \sin(\omega \cdot t + \psi_i)$.

Неизвестные параметры синусоидальной функции тока I_m, ψ_i определяются по расчетной схеме для комплексных амплитуд \dot{I}_m , в которой напряжение источника $u(t)$ заменяется комплексной амплитудой, индуктивность – комплексным сопротивлением

$$u(t) = \text{Im}[U_m \exp(j\omega t + \psi_u)] \rightarrow \dot{U}_m = U_m \exp(j\psi_u),$$

$$L \rightarrow Z_L = j\omega L$$

Ток определяется по закону Ома

$$\dot{I}_m = \dot{U}_m / \underline{Z} = I_m \exp(j\psi_i); \underline{Z} = R + jX_L = Z \cdot \exp(j\phi); \quad (4.2)$$

$$X_L = \omega L$$

Здесь Z – модуль комплексного сопротивления, $\phi = \psi_u - \psi_i$ – угол сдвига фаз между напряжением и током, X_L – индуктивное сопротивление

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}; \phi = \text{arctg}(X_L / R) \quad (4.3)$$

Искомые величины I_m, ψ_i вычисляются по формулам

$$I_m = U_m / Z; \psi_i = \psi_u - \phi \quad (4.4)$$

Амплитуду свободного тока I_f определяют из начальных условий $i_f(0) = 0$

$$i(0) = 0 = I_f + I_m \cdot \sin(\psi_f); \quad I_f = -I_m \sin(\psi_f) \quad (4.5)$$

Переходной ток изменяется по закону

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_f) - I_m \sin(\psi_f) \cdot \exp(-t/\tau) \quad (4.6)$$

$$I_m = U_m / \sqrt{R^2 + X_L^2}, \quad \psi_f = \psi_u - \phi$$

Из формул (4.5) и (4.6) следует, что амплитуда свободного тока принимает максимальное значение, если $\psi_f = \pm \pi/2$ или $\psi_u = \phi \pm \pi/2$. При выполнении условия $\psi_u = \phi \pm 180^\circ$ переходной процесс отсутствует $I_f = 0$. На рисунке 4.2 показан переходной процесс при следующих параметрах элементов цепи: $\psi_u = 175^\circ$, $\phi = 84,5^\circ$, $|Z| = 0,754 \text{ Ом}$, $U_m = 220 \cdot \sqrt{2}$.

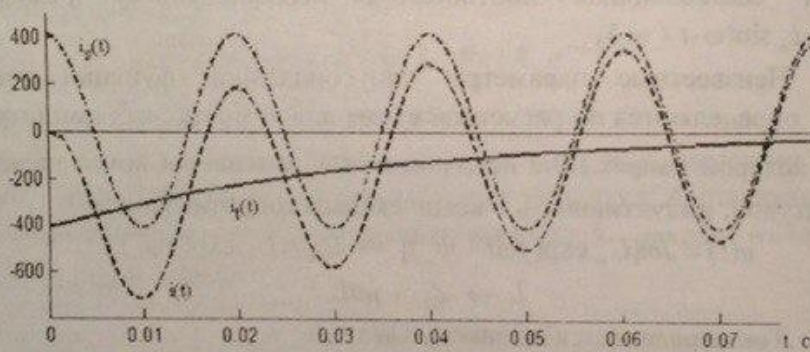


Рис. 4.2. Переходной процесс в цепи при начальной фазе напряжения $\psi_u = 175^\circ$ и угле сдвига фаз между напряжением и током $\phi = 84,5^\circ$

Из графика видно, что наложение аperiodической $i_f(t)$ и периодической $i_s(t)$ составляющей переходного процесса приводит к появлению в момент $t_c = 9,6 \text{ мс}$ пикового значения – так называемого ударного тока $I_{yo} = 714 \text{ А}$.

Превышение ударного тока над амплитудным значением установившегося тока оценивается коэффициентом ударного тока

$$K_{yo} = I_{yo} / I_m, \quad 1 \leq K_{yo} \leq 2.$$

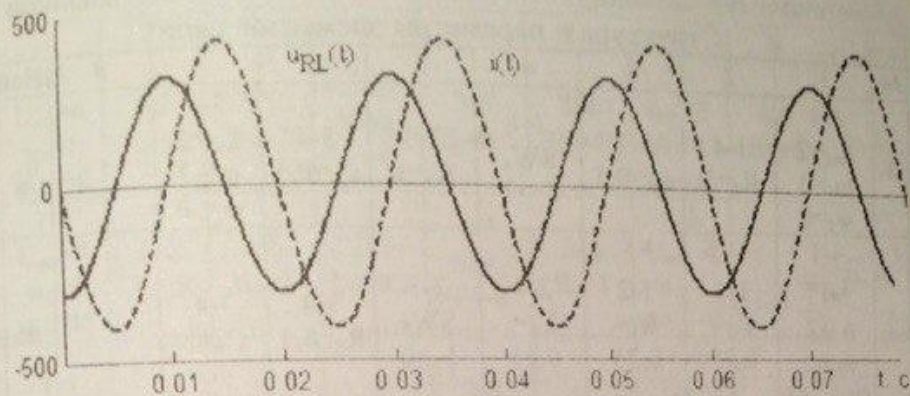


Рис.4.3. Ток и напряжение RL-цепи при подключении к источнику напряжения с начальной фазой $\psi_U = -95,5^\circ$

В рассматриваемом примере имеем: $K_{uv} = 1,73$.

Если включение происходит при начальной фазе напряжения $\psi_u = -95,5^\circ$, то начальная фаза тока принимает значение $\psi_i = \psi_u - \phi = -95,5 - 84,5 = -180^\circ$. В этом случае амплитуда свободного тока $I_f = I_m \cdot \sin(\psi_i)$ равна нулю и переходной процесс отсутствует (рис. 4.3).

4.3. Задание.

1. Восстановить схему цепи по данным таблицы 4.1, в которой начальная фаза источников задается для случая изменения напряжения/тока по закону косинуса.
2. Найти режим цепи до коммутации и независимые начальные условия.
3. Рассчитать переходной процесс по схемам замещения цепи для вынужденных/свободных токов и момента времени $t = 0_+$.
4. Построить графики требуемых реакций.

Таблица 4.1

Структура и параметры элементов цепи

№	1	2	3	4	5	6	7	8	Найти
1	4-1 $I_{m1}=2$ $\omega_1=2$ $\psi_1=0$	1-4 $R_2=2$	1-2 $L_3=0,5$	2-4 SW_4 $0 \rightarrow 1$	2-3 $R_5=1$	3-4 $C_6=0,5$	3-4 $I_{m7}=2$ $\omega_7=2$ $\psi_7=0$	-	u_2, u_C
2	4-1 $I_{m1}=\sqrt{2}$ $4\sqrt{2}$ $\omega_1=2$ $\psi_1=-45$	1-4 $R_2=0,25$	1-2 $R_3=0,25$	2-4 $L_4=0,25$	2-3 SW_5 $1 \rightarrow 0$	3-4 $R_6=0,5$	3-4 $C_7=1$	-	i_C, u_L
3	1-5 $U_{m1}=\sqrt{2}$ $2\sqrt{2}$ $\omega_1=1$ $\psi_1=-45$	1-2 $R_2=2$	2-4 $L_3=1$	4-5 $C_4=0,25$	4-5 SW_5 $0 \rightarrow 1$	2-3 $R_6=2$	3-5 $U_{m7}=4$ $\omega_7=1$ $\psi_7=90$	-	i_L, i_2
4	4-1 $I_{m1}=4$ $\omega_1=2$ $\psi_1=45$	1-4 $R_2=1$	1-2 $R_3=1$	2-3 $L_4=0,5$	1-3 SW_5 $0 \rightarrow 1$	3-4 $C_6=0,5$	3-4 $I_{m7}=\sqrt{2}$ $2\sqrt{2}$ $\omega_7=2$ $\psi_7=0$	-	u_C, i_L
5	5-1 $I_{m1}=2$ $\omega_1=1$ $\psi_1=0$	1-5 $R_2=1$	1-2 $R_3=1$	2-5 $L_4=2$	2-3 SW_5 $0 \rightarrow 1$	3-4 $R_6=1$	4-5 $U_{m1}=\sqrt{2}$ $0,5\sqrt{2}$ $\omega_1=1$ $\psi_1=-45$	-	i_L, i_3
6	1-5 $U_{m1}=2$ $\omega_1=1$ $\psi_1=0$	1-2 $R_2=1$	2-5 $C_3=0,5$	2-3 SW_4 $1 \rightarrow 0$	3-5 $R_5=1$	4-3 $L_6=0,5$	4-5 $U_{m7}=2$ $\omega_7=1$ $\psi_7=90$	-	i_L, i_1
7	4-1 $I_{m1}=\sqrt{2}$ $10\sqrt{2}$ $\omega_1=2$ $\psi_1=45$	1-4 $R_2=0,25$	1-3 $C_3=1$	1-2 $R_4=0,5$	3-2 SW_5 $1 \rightarrow 0$	3-4 $R_6=0,25$	-	-	i_2, i_C

Продолжение таблицы 4.1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	Найти
8	1-5 $U_{m1}=4$ $\omega_1=1$ $\psi_1=90$	1-2 $L_2=2$	2-5 $R_3=2$	2-3 SW_4 $1 \rightarrow 0$	3-5 $C_5=0,5$	3-4 $R_6=1$	5-4 $I_{m7}=4$ $\omega_7=1$ $\psi_7=0$	4-5 $R_8=1$	i_t, i_c
9	1-5 $U_{m1}=4$ $\omega_1=1$ $\psi_1=45$	1-2 $R_2=1$	2-5 $R_3=1$	2-3 $L_4=0,5$	3-5 SW_5 $1 \rightarrow 0$	3-4 $R_6=1$	4-5 $U_{m7}=4$ $\omega_7=1$ $\psi_7=-45$	-	i_s, i_t
10	1-4 $U_{m1}=2$ $\omega_1=1$ $\psi_1=0$	1-2 $R_2=1$	2-4 $R_3=1$	2-3 $C_4=2$	3-4 SW_5 $1 \rightarrow 0$	3-4 $R_6=1$	3-4 $I_{m7}=-$ $0,5\sqrt{2}$ $\omega_7=1$ $\psi_7=-45$	-	u_c, i_s
11	3-1 $I_{m1}=10$ $\omega_1=2$ $\psi_1=-90$	1-3 SW_2 $1 \rightarrow 0$	1-3 $R_3=0,5$	1-2 $L_4=0,5$	2-3 $R_5=0,5$	2-3 $I_{m6}=10$ $\omega_6=2$ $\psi_6=0$	-	-	u_s, i_t
12	4-1 $I_{m1}=-$ $10\sqrt{2}$ $\omega_1=2$ $\psi_1=-135$	1-4 $R_2=0,25$	1-2 $R_3=0,25$	2-4 $C_4=1$	2-3 SW_5 $1 \rightarrow 0$	3-4 $R_6=2$	3-4 $L_7=0,25$	-	i_c, u_t
13	1-5 $U_{m1}=4$ $\omega_1=2$ $\psi_1=45$	1-2 $R_2=1$	2-4 SW_3 $1 \rightarrow 0$	4-5 $R_4=1$	4-5 $C_5=0,5$	2-3 $L_6=0,5$	3-5 $U_{m7}=-$ $2\sqrt{2}$ $\omega_7=2$ $\psi_7=0$	-	i_t, u_c
14	1-5 $U_{m1}=4$ $\omega_1=1$ $\psi_1=-45$	1-2 $R_2=1$	2-4 $C_3=2$	4-5 SW_4 $1 \rightarrow 0$	2-5 $L_5=0,5$	2-3 $R_6=1$	3-5 $U_{m7}=4$ $\omega_7=1$ $\psi_7=-$ 135	-	i_s, i_t

Продолжение таблицы 4.1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	Найти
15	5-1 $I_{m1} = 4\sqrt{2}$ $\omega_1 = 2$ $\psi_1 = 45$	1-5 $R_2 = 1$	1-2 $R_3 = 1$	2-5 $C_4 = 0,25$	2-3 SW_5 $1 \rightarrow 0$	3-5 $R_6 = 1$	4-5 $U_{m7} = 2\sqrt{2}$ $\omega_7 = 2$ $\psi_7 = 135$	3-4 $L_8 = 1$	i_C, i_L
15	5-1 $I_{m1} = 4\sqrt{2}$ $\omega_1 = 2$ $\psi_1 = 45$	1-5 $R_2 = 1$	1-2 $R_3 = 1$	2-5 $C_4 = 0,25$	2-3 SW_5 $1 \rightarrow 0$	3-5 $R_6 = 1$	4-5 $U_{m7} = 2\sqrt{2}$ $\omega_7 = 2$ $\psi_7 = 135$	3-4 $L_8 = 1$	i_C, i_L
16	1-5 $U_{m1} = 10$ $\omega_1 = 2$ $\psi_1 = -90$	1-2 SW_2 $0 \rightarrow 1$	2-3 $R_3 = 1$	3-5 $C_4 = 0,5$	3-4 $R_5 = 2$	4-5 $U_{m6} = 1$ 0 $\omega_7 = 2$ $\psi_7 = 0$	-	-	u_C, i_3
17	1-5 $U_{m1} = 10\sqrt{2}$ $\omega_1 = 2$ $\psi_1 = 135$	1-2 $R_2 = 4$	2-5 $R_3 = 4$	2-3 $C_4 = 0,25$	3-5 SW_5 $0 \rightarrow 1$	3-4 $R_6 = 0,5$	4-5 $L_7 = 1$	-	i_C, u_L
18	1-5 $U_{m1} = 10\sqrt{2}$ $\omega_1 = 2$ $\psi_1 = 45$	1-2 $R_2 = 4$	2-5 $R_3 = 4$	2-3 $L_4 = 1$	3-5 SW_5 $0 \rightarrow 1$	3-4 $R_6 = 0,5$	4-5 $C_7 = 0,25$	-	i_C, u_L
19	4-1 $I_{m1} = 6$ $\omega_1 = 2$ $\psi_1 = 45$	1-4 $R_2 = 1$	1-2 $C_3 = 0,25$	1-3 SW_4 $1 \rightarrow 0$	3-2 $R_5 = 1$	3-2 $L_6 = 1$	2-4 $I_{m7} = 6$ $\omega_7 = 2$ $\psi_7 = -45$	2-4 $R_8 = 1$	i_C, i_L
20	5-1 $I_{m1} = 8$ $\omega_1 = 1$ $\psi_1 = -90$	1-5 $R_2 = 1$	1-2 $R_3 = 1$	2-5 $C_4 = 0,5$	2-3 SW_5 $0 \rightarrow 1$	3-4 $R_6 = 1$	4-5 $U_{m7} = \sqrt{2}$ $\omega_7 = 1$ $\psi_7 = 45$	-	i_2, i_C

Окончание таблицы 4.1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	Найти
21	5-1 $Im1=4$ $\omega1=1$ $\psi1=0$	1-5 $R2=1$	1-2 $C3=0,5$	2-3 $R4=1$	3-5 $SW5$ $0 \rightarrow 1$	3-4 $L6=2$	4-5 $Im7=4$ $\omega7=1$ $\psi7=90$	4-5 $R8=2$	iC, iL
22	1-5 $Um1=$ $10\sqrt{2}$ $\omega1=2$ $\psi1=-$ 135	1-2 $R2=4$	2-5 $R3=4$	2-3 $L4=1$	3-4 $C5=$ 0,25	4-5 $R6=0,5$	3-5 $SW7$ $0 \rightarrow 1$	-	uL, iC
23	1-5 $Um1=$ $2\sqrt{2}$ $\omega1=1$ $\psi1=-90$	1-2 $R2=1$	2-4 $R3=1$	4-5 $C4=1$	2-5 $SW5$ $0 \rightarrow 1$	2-3 $L6=1$	3-5 $Im7=4$ $\omega7=1$ $\psi7=45$	3-5 $R8=1$	iC, uL
24	1-5 $Um1=4$ $\omega1=2$ $\psi1=0$	1-2 $R2=1$	2-5 $L3=$ 0,5	2-5 $R4=1$	2-3 $SW5$ $1 \rightarrow 0$	3-5 $C6=1$	4-5 $Um7=4$ $\omega7=1$ $\psi7=90$	3-4 $R8=0,5$	uL, iC

4.4. Пример расчета

Структура цепи и значения параметров ее элементов приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2

Параметры элементов цепи

№	1	2	3	4	5	6	7	8	Найти
42	1-5 $Um1=4$ $\omega1=1$ $\psi1=0$	1-2 $R2=1$	2-5 $L3=0,5$	2-5 $R4=1$	2-3 $SW5$ $1 \rightarrow 0$	3-5 $C6=2$	3-4 $R7=0,5$	4-5 $Um8=4$ $\omega8=1$ $\psi8=90$	uL, iC

Схема цепи, восстановленная по данным таблицы 4.2, показана на рис. 4.4.

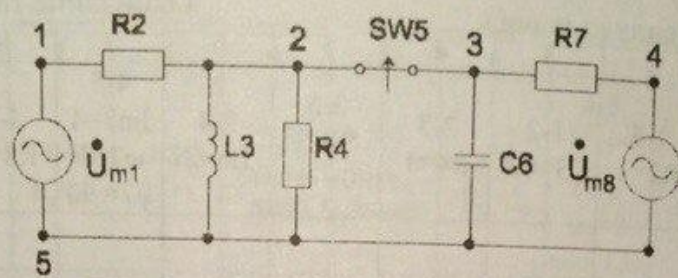


Рис. 4.4. Схема цепи

Режим цепи до коммутации находим по расчетной схеме для комплексных амплитуд (рис. 4.5). Запишем комплексные амплитуды источников и комплексные сопротивления L- и C-элементов:

$$u_1(t) = 4 \cos t = \operatorname{Re}(e^{j t}) \leftrightarrow \dot{U}_m = 4$$

$$u_8(t) = 4 \cos(t + \pi/2) = \operatorname{Re}(4e^{j\pi/2} e^{j t}) \leftrightarrow \dot{U}_{m8} = 4e^{j\pi/2} = j4$$

$$L_3 \leftrightarrow Z_{L3} = j\omega L_3 = j0,5,$$

$$C_6 \leftrightarrow Z_{C6} = 1/j\omega C_6 = -j0,5$$

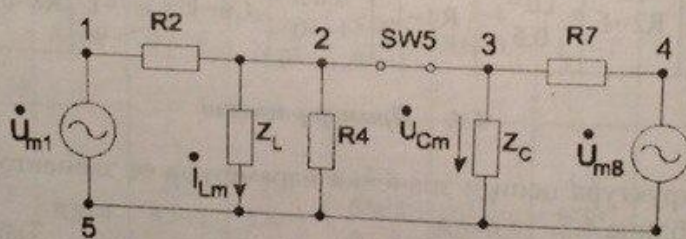


Рис. 4.5. Схема для расчета установившегося режима цепи до коммутации

Напряжение на емкости и индуктивности, включенных параллельно $\dot{U}_{Lm} = \dot{U}_{Cm}$, находим методом узловых потенциалов:

$$\dot{U}_{Lm} = \dot{U}_{Cm} = \frac{\dot{U}_m/R_2 + \dot{U}_{m8}/R_7}{1/R_2 + 1/Z_{L3} + 1/R_4 + 1/Z_{C6} + 1/R_7} = \frac{J_n}{Y_n}$$

где J_n – узловой ток, Y_n – узловая проводимость.

В силу равенства нулю реактивной проводимости $Y_{L3} + Y_{C5} = 0$ узловая проводимость параллельного контура имеет активный характер

$$Y_n = 1/R_2 + 1/R_4 + 1/R_7 = 4.$$

Учитывая значение узлового тока $\dot{I}_n = 4 + j8$, получим:

$$\dot{U}_{Cm} = \dot{U}_{Lm} = 1 + j2 = \sqrt{5}e^{j1,11}$$

Находим комплексные амплитуды токов индуктивности и емкости:

$$\dot{i}_{3m} = \frac{\dot{U}_{3m}}{Z_{L3}} = \frac{1 + j2}{j0,5} = 4 - j2 = 2\sqrt{5}e^{-j0,464}$$

$$\dot{i}_{6m} = \frac{\dot{U}_{6m}}{Z_{L6}} = \frac{1 + j2}{-j0,5} = -4 + j2 = 2\sqrt{5}e^{j2,68}$$

Временные зависимости напряжения и тока индуктивности имеют вид:

$$i_{L3}(t) = \text{Re}(2\sqrt{5}e^{-j0,464}e^{j\omega t}) = 4,48 \cos(t - 0,464),$$

$$u_{L3}(t) = \text{Re}(\sqrt{5}e^{j1,11}e^{j\omega t}) = 2,24 \cos(t + 1,11)$$

Для напряжения и тока емкости имеем:

$$u_{C5}(t) = \text{Re}(\sqrt{5}e^{j1,11}e^{j\omega t}) = 2,24 \cos(t + 1,11)$$

$$i_{C6}(t) = \text{Re}(2\sqrt{5}e^{j2,68}e^{j\omega t}) = 4,48 \cos(t + 2,68)$$

Находим независимые начальные условия:

$$i_L(0_-) = 4,48 \cos(-0,464) = 4$$

$$u_C(0_-) = 2,24 \cos(1,11) = 1$$

После размыкания ключа исходная цепь трансформируется в два независимых контура, которые показаны на рисунке 4.6.

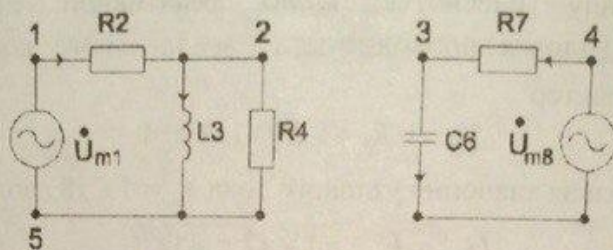


Рис. 4.6 Схемы двух несвязанных цепей после коммутации.

Переходной процесс в резистивно-индуктивной цепи

Рассмотрим переходной процесс в цепи, содержащей индуктивность L_3 , резисторы R_3, R_4 и независимый источник $u_1(t)$. Реакция цепи имеет вид

$$i_L(t) = I_{ml} \cos(\omega t + \psi_{il}) + I_{lt} e^{-t/\tau}$$

$$u_L(t) = U_{ml} \cos(\omega t + \psi_{ul}) + U_{lt} e^{-t/\tau}$$

Параметры установившегося режима U_{ml}, ψ_{ml} и I_{ml}, ψ_{il} вычисляем методом комплексных амплитуд. Находим эквивалентное сопротивление $L_3 R_4$ – двухполюсника

$$Z_{el} = \frac{Z_{L3} R_4}{Z_{L3} + R_4} = \frac{j0,5}{1 + j0,5} = 0,2 + j0,4$$

Комплексную амплитуду \dot{U}_{Lm} определяем с помощью коэффициента передачи напряжения

$$\dot{U}_{Lm} = \dot{U}_m \frac{Z_{el}}{Z_{el} + Z_2} = 4 \frac{0,2 + j0,4}{1 + (0,2 + j0,4)} = 1 + j = \sqrt{2} e^{j\pi/4}$$

Комплексную амплитуду тока находим по закону Ома

$$\dot{I}_{Lm} = \frac{\dot{U}_{Lm}}{Z_{L3}} = \frac{1 + j}{j0,5} = 2 - j2 = \sqrt{2} e^{-j\pi/4}$$

Временные зависимости установившегося тока и напряжения имеют вид:

$$i_{L3}(t) = 2\sqrt{2} \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right), \quad u_{L3}(t) = \sqrt{2} \cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$$

Характеристическое уравнение получим из схемы для свободных токов (рис.4.7).

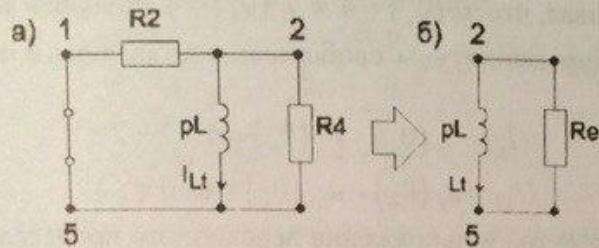


Рис. 4.7. Схемы полной - а) и преобразованной цепи для свободных токов - б)

Из ЗКН для преобразованной цепи получим характеристическое уравнение:

$$I_{L,t}(R_{c1} + pL) = 0, \quad I_{L,t} \neq 0$$

где $R_{c1} = R_2 \parallel R_4 = 0,5$.

Решение уравнения $p = -R_{c1}/L = -1$. Время релаксации цепи $\tau = 1/|p| = 1$.

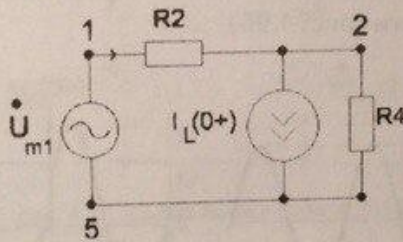


Рис. 4.8. Схема цепи для момента времени $t = 0$.

Начальное значение напряжения на индуктивности $u_L(0_+)$ найдем из схемы цепи для момента $t = 0_+$ (рис. 4.8), в которой независимое начальное условие $i_L(0_+) = 4$ учтено источником тока, а начальное значения напряжения независимого источника составляет $u_1(0_+) = 4$

$$u_l(0_+) = u_1(0_+) \frac{R_4}{R_2 + R_4} - i_l(0_+) \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4}$$

Учитывая, что $u_1(0_+) = 4$ и $i_l(0_+) = 4$, получим $u_l(0_+) = 0$.

Находим амплитуды свободных составляющих переходного процесса:

$$I_{Ll} = i_l(0_+) - i_{Ll}(0_+) = 4 - 2 = 2,$$

$$U_{Ll} = u_l(0_+) - u_{Ll}(0_+) = 0 - 1 = -1.$$

Запишем ток и напряжение переходного процесса:

$$i_l(t) = 2e^{-t} + 2\sqrt{2} \cos(t - \pi/4),$$

$$u_l(t) = -e^{-t} + \sqrt{2} \cos(t + \pi/4).$$

Графики реакций представлены на рис. 4.9.

Время установления переходного процесса $t_s = 3\tau = 3$ по уровню 5% составляет примерно половину периода колебаний тока $T = 2\pi/\omega = 2\pi = 6,28$. Поэтому, как видно из графиков, отличие переходного тока/напряжения от синусоидального режима наблюдается только в течение первого полупериода колебаний. Особенностью переходного процесса является скачкообразное изменение напряжения на индуктивности (рис. 4.9б).

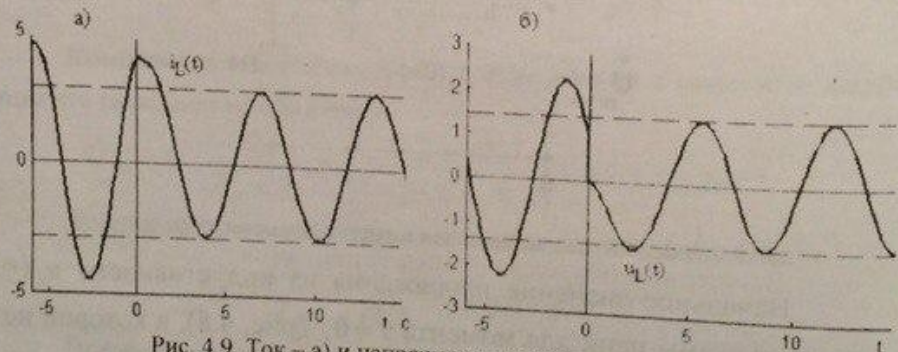


Рис. 4.9. Ток - а) и напряжение индуктивности - б)

Переходной процесс в резистивно-емкостной цепи

Рассмотрим переходной процесс во втором контуре (рис. 4.6), содержащем емкость C_6 . Реакция цепи имеет вид

$$u_c(t) = U_{mc} \cdot \cos(\omega t + \psi_{uc}) + U_{c'} e^{-t/\tau}$$

$$i_c(t) = I_{mc} \cdot \cos(\omega t + \psi_{ic}) + I_{c'} e^{-t/\tau}$$

Находим установившийся режим цепи:

$$\dot{U}_{cm} = \dot{U}_{sm} \frac{Z_{C6}}{R_7 + Z_{C6}} = j4 \frac{-j0,5}{0,5 - j0,5} = 2 + j2 = 2\sqrt{2} e^{j\pi/4}$$

$$\dot{I}_{cm} = \frac{\dot{U}_{sm}}{R_7 + Z_{C6}} = -4 + j4 = 4\sqrt{2} e^{j3\pi/4}$$

Зависимость установившегося тока и напряжения емкости от времени имеет вид:

$$u_c(t) = 2\sqrt{2} \cos(t + \pi/4), \quad i_c(t) = 4\sqrt{2} \cos(t + 3\pi/4)$$

Находим время релаксации простого RC-контура:
 $\tau = C_6 R_7 = 1$.

Начальное значение тока определяем по схеме цепи для момента времени $t = 0_+$ (рис. 4.10). В этой схеме напряжения источников равны: $u_s(0) = 0$ и $u_c(0) = 1$.

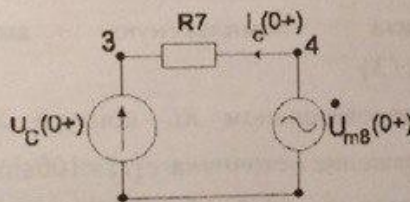


Рис. 4.10. Схема цепи в момент $t = 0_+$

$$i_c(0_+) = (u_s(0_+) - u_c(0_+)) / R_7 = (0 - 1) / 0,5 = -2$$

Вычисляем постоянные интегрирования:

$$U_{c'} = u_c(0_+) - u_{c, \text{уст}}(0_+) = 1 - 2 = -1$$

$$I_{c'} = i_c(0_+) - i_{c, \text{уст}}(0_+) = -2 + 4 = 2$$

Временные зависимости тока и напряжения емкости имеют вид:

$$i_c(t) = 4\sqrt{2} \cos(t + 3\pi/4) + 2e^{-t} \quad u_c(t) = 2\sqrt{2} \cos(t + \pi/4) - e^{-t}$$

Графики искомых реакций $i_C(t)$ и $u_C(t)$ показаны на рис. 4.11.

Из графиков видно, что напряжение на емкости изменяется непрерывно, ток емкости в момент коммутации претерпевает скачок.

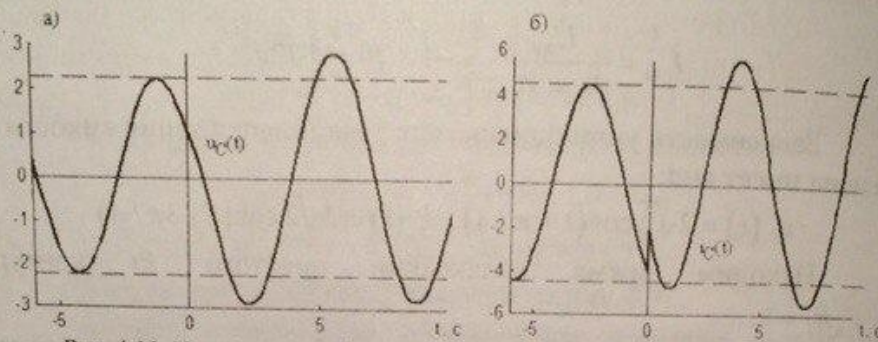


Рис. 4.11. Напряжение – а) и ток емкости – б) до и после коммутации

4.5. Контрольные вопросы.

1. Запишите комплексную амплитуду тока $i(t) = 5 \cos(100t - \pi/3)$.
2. В последовательном RL -контуре $R = X_L = 10$. Найти ток $i(t)$, если напряжение источника $e(t) = 100 \sin(100\pi t + \pi/4)$.
3. На частоте $f = 50$ Гц фазовый сдвиг между напряжением и током равен $\phi = 45^\circ$. Определите время релаксации цепи.
4. Как влияет начальная фаза установившейся реакции на амплитуду свободной составляющей переходного процесса в простой RC -цепи?
5. Какой вид резонанса имеет место в рассчитываемой цепи?
6. Чем отличается резонанс токов от резонанса напряжений?
7. Что понимается под добротностью последовательного и параллельного контура

8. До коммутации напряжение на конденсаторе изменялось по закону: $u_C(t) = 100 \sin(100\pi t - \pi/3)$. Каким элементом заменяется емкость в момент времени $t = 0_+$?

9. При каких условиях переходной процесс в цепи синусоидального тока отсутствует?

10. До коммутации ток индуктивности изменялся по закону: $i_L(t) = 3 \sin(100\pi t + \pi)$. Каким элементом заменяется индуктивность в момент времени $t = 0_+$?