Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет

Кафедра математики

Контрольная работа № 2
«Линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия в пространстве»

по дисциплине **МАТЕМАТИКА**

для студентов I курса ФБФО

направления подготовки (специальности) СЗПГСуст, СЗТГВуст, ЗКЗуст, АДМЗуст

семестр 1 2017/18 учебного года

Вариант 1

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x + y - z = 1, \\ x - 2y + 3z = 1, \\ 7x + 3y - 2z = 2. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(5;-6;0)$; $B(-1;3;-3)$ и $C(2;-4;-3)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;1;1)$ и параллельной плоскости $2x-8y+3=0$.

4. В треугольнике с вершинами $A(4;0;2)$, $B(0;2;1)$ и $C(4;-1;3)$ через вершину A провести прямую, параллельную противоположной стороне.

Вариант 2

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ x + y - z = 0, \\ 4x - y + 5z = 3 \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(-2;-1;-1)$, $B(3;1;-4)$ и $C(-5;2;-8)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Написать уравнение плоскости, содержащей точку $M(3;-1;2)$ и прямую $\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -t + 4 \\ z = 2t + 5 \end{cases}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(3;4;5)$ перпендикулярно плоскости $3x - y + 5z + 2 = 0$.

Вариант 3

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x & -3y & +z & =-5, \\ x & +2y & -3z & =8, \\ 3z & & +4z & =-1. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(1;2;1)$, $B(2;-2;1)$ и $C(2;1;0)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(4;2;3)$ параллельно двум векторам $\vec{a}(3;-1;2)$ и $\vec{b}(1;0;-1)$.

4. Составить уравнения прямой, проходящей через точку $M_0(2;2;1)$ параллельно прямой $\begin{cases} 2x+y-z+1=0, \\ x+y+2z+1=0. \end{cases}$

Вариант 4

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x + y + 2z = -4, \\ 2x - y + 2z = 3, \\ 4x + y + 4z = -3 \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(1;-1;1)$, $B(-2;0;3)$ и $C(2;-2;-4)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Найти уравнение плоскости, в которой лежат две параллельные прямые: $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z}{4}$, $\begin{cases} x = 4t \\ y = -6t + 3. \\ z = 8t - 2 \end{cases}$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;-1;4)$ и перпендикулярной векторам $\bar{a} = 3\bar{i} - 2\bar{j} + 4\bar{k}$ и $\bar{b} = 2\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$.

Вариант 5

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 5, \\ x + 3y - 4z = 3, \\ 5x - y + 3z = 1. \end{cases}$$

   Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(2;4;4)$, $B(1;5;-4)$ и $C(-5;2;0)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1;-1;4)$ параллельно плоскости $2x+y-2z+1=0$.

4. Написать уравнение прямой, проходящей через точку C, перпендикулярной плоскости треугольника ABD, если $A(5;-3;2)$, $B(1;4;7)$, $C(4;2;-3)$, $D(5;-1;6)$.

Вариант 6

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x - 2y + z = 9, \\ 2x + y - 4z = 9, \\ 3x + 4y - 2z = 2. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(-5;-3;2)$, $B(-2;-6;-3)$ и $C(-2;2;-1)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $K(-3;2;1)$ и перпендикулярной плоскостям $2x+3y-4z+4=0$ и $3x-4y+2z+4=0$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2;1;-3)$ параллельно прямой $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{2}$.

Вариант 7

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 4y = 7, \\ 3x - y + 2z = 0, \\ 2x + 3y + 3z = -3 \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(2;3;1)$, $B(1;1;-1)$ и $C(5;9;-8)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три данные точки $M_1(3;-1;2)$, $M_2(4;-1;-1)$ и $M_3(2;0;2)$.

4. Найти уравнение прямой, перпендикулярной векторам $\bar{a} = 3\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$ и $\bar{b} = \{4;0;4\}$, и проходящей через точку $M(2;3;0)$.

Вариант 8

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = -2, \\ x - 2y = 7, \\ 2x + 3y + 2z = 8. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(1;\,2;\,4)$, $B(5;\,2;\,0)$ и $C(-1;\,9;\,1)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(1;\,2;-6)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = 4\vec{j} - 3\vec{k}$.

4. Составить канонические уравнения прямой являющейся линией пересечения плоскостей $2x + 3y - 4z + 4 = 0$ и $3x - 4y + 2z + 4 = 0$.

Вариант 9

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x+5y+z=-7, \\ 2x-y=4, \\ x+3y-2z=-5. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(3;6;-3)$, $B(-10;6;7)$ и $C(-1;-5;2)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Написать уравнение плоскости, в которой лежат точка $M(2;-1;3)$ и прямая $x+2=y-1=\dfrac{z-3}{5}$.

4. Написать уравнение прямой, перпендикулярной двум прямым:

$$\frac{x-2}{3}=\frac{y}{-2}=z+1,\quad \begin{cases} x=2t+2 \\ y=-t \\ z=3t-1 \end{cases}.$$

Вариант 10

1. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 7, \\ 4x + y - 5z = 8, \\ 2x + 3z = -8. \end{cases}$$

Решить систему тремя способами: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом Гаусса.

2. Дан треугольник ABC с координатами вершин $A(-2; 0; -4)$, $B(4; -8; -4)$ и $C(1; -4; 6)$. Найти: а) длину стороны AB; б) косинус угла $A\hat{B}C$; в) площадь треугольника ABC (через векторное произведение).

3. Написать уравнение плоскости, в которой лежат две пересекающиеся прямые: $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y}{-2} = z+1$, $\begin{cases} x = 2t+2 \\ y = -t \\ z = 3t-1 \end{cases}$.

4. Даны вершины треугольника $A(3; 6; -7)$, $B(-5; 2; 3)$ и $C(4; -7; -2)$. Составить параметрические уравнения прямой, проходящей через вершину A, параллельно стороне BC.