

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА РАБОТЫ В ПАКЕТЕ MATHCAD

Цель лабораторной работы – ознакомиться с основными правилами задания условий математических задач и их решения в среде пакета MathCAD.

Назначение пакета и основные его возможности

Математическая система MathCAD во всем мире признана одной из наиболее совершенных программных систем, позволяющих решать математические задачи в объеме программы технического вуза. Система обеспечивает удобный интерфейс и широкий набор решаемых задач. Достоинством системы является возможность использования так называемой символьной математики – методов решения задач аналитическими методами.

Главное меню системы содержит следующие позиции:

File (Файл) – работа с файлами, сетью Internet и электронной почтой;

Edit (Правка) – редактирование документов;

View (Вид) – изменение средств обзора и включения элементов интерфейса;

Insert (Вставить) – установка вставок объектов и их шаблонов;

Format (Формат) – изменение формата (параметров) объектов;

Tools (Сервис) – управление параметрами и процессом вычисления;

Symbolics (Символика) – выбор операций символьного процессора;

Window (Окно) – управление окнами системы;

Help (Помощь) – работа со справочной базой данных о системе.

Панели инструментов служат для быстрого выполнения наиболее часто применяемых команд. На рис. 1 изображено окно MathCAD с пятью основными панелями инструментов, расположенными непосредственно под строкой меню.

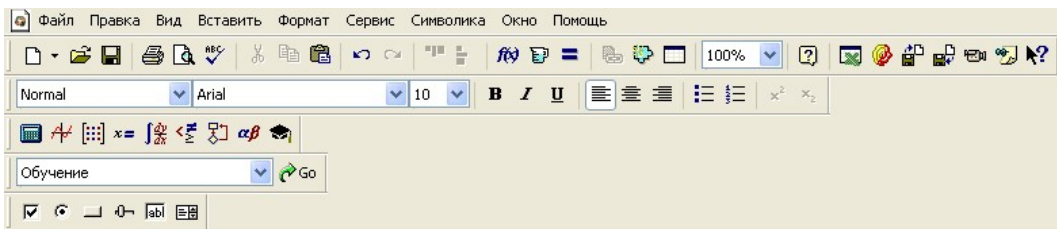


Рис. 1

Кнопки в панелях сгруппированы по сходному действию команд:

– **Standard** (Стандартная) – служит для выполнения большинства операций, таких как действия с файлами, редакторская правка, вставка объектов и доступ к справочным системам;

– **Formatting** (Форматирование) – для форматирования (изменения типа и размера шрифта, выравнивания и т.п.) текста и формул;

– **Math** (Математика) – для вставки математических символов и операторов в документы;

– **Resources** (Ресурсы) – для вызова ресурсов MathCAD (примеров, учебников и т.п.);

– **Controls** (Элементы управления) – для вставки в документы стандартных элементов управления интерфейса пользователя (флажков проверки, полей ввода и т.п.).

Панель **Math** (Математика) предназначена для вызова на экран еще девяти панелей (рис. 2), с помощью которых, собственно, и происходит вставка математической операции в документы.

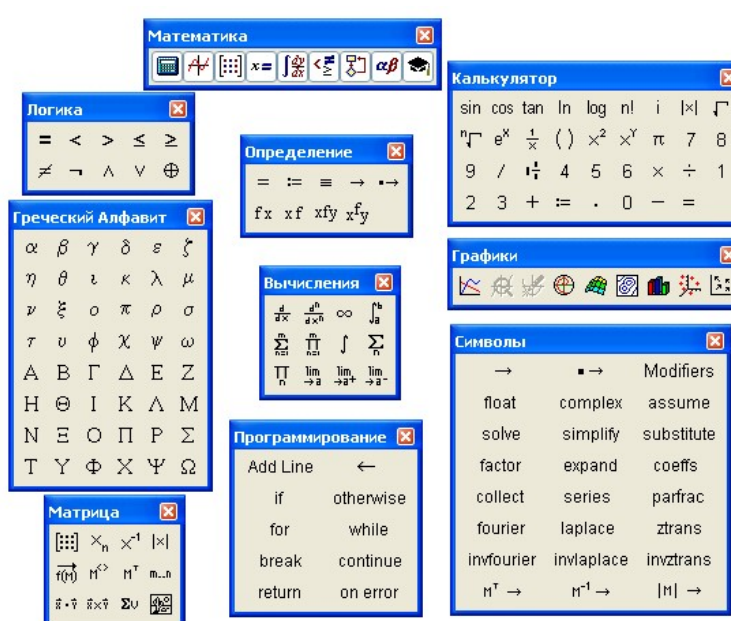


Рис. 2

Перечислим назначение математических панелей:

- **Calculator** (Калькулятор) – служит для вставки основных математических операций, получила свое название из-за схожести набора кнопок с кнопками типичного калькулятора;
- **Graph** (Графики) – для вставки графиков;
- **Matrix** (Матрица) – для вставки матриц и матричных операторов;
- **Evaluation** (Определение) – для вставки операторов управления вычислениями;
- **Calculus** (Вычисления) – для вставки операторов интегрирования, дифференцирования, суммирования;
- **Boolean** (Логика) – для вставки логических (булевых) операторов;
- **Programming** (Программирование) – для программирования средствами MathCAD;
- **Greek** (Греческий Алфавит) – для вставки греческих символов;
- **Symbolic** (Символы) – для вставки символьных операторов.

Работа с системой MathCAD сводится к подготовке в окне редактирования задания на вычисления и к установке форматов для их *результатов*. *Входным языком системы* является язык визуального программирования, многие записи вводятся просто выводом шаблонов соответствующих операторов. Используемые при описании задачи переменные должны быть определены с помощью знака присваивания $:=$, назначение которого отлично от используемого в математике знака равенства.

MathCAD интегрирует в себе три редактора: формульный, текстовый и графический. Для запуска первого достаточно установить курсор мыши в любом свободном месте окна редактирования и щелкнуть левой клавишей мыши.

Например, если хотите найти произведение членов некоторого ряда чисел, то следует в панели найти соответствующую пиктограмму и вывести шаблон данной операции на поле документа

$$\prod_{i=1}^n \cdot$$

После заполнения соответствующих позиций шаблона и ввода знака равенства $=$, получим результат

$$\prod_{x=1}^{20} \sin(x) \cdot \frac{e}{x} = -2,628 \cdot 10^{-15}.$$

Текстовые блоки позволяют создавать в документе пояснения, т.е. делать документ MathCAD более понятным для чтения. Для задания текстового блока достаточно ввести символ " (двойная кавычка). В появившемся прямоугольнике можно вводить текст и осуществлять его редактирование.

В общем случае решаемая задача состоит из отдельных решающих блоков.

Решающие блоки могут иметь следующий вид:

– вычисляемое числовое значение = результат вычисления

$$12 + 3,2 \frac{3,8}{2,6} = 16,677 \text{ Вычисление значения числового выражения}$$

– переменная := числовое значение

$$a : 12,40 \quad g := -3,56 \quad s : 11,22 \text{ Определение переменных}$$

– переменная := вычисляемое выражение

$$f := a + 2g \sqrt{\frac{s}{3}}$$

Задание выражения

Следует обратить внимание на то, что используя опцию Number (Результат) из меню Format, можно управлять разрядностью выводимых результатов вычислений. MatCAD различает строчные и прописные буквы в именах переменных.

Для задания циклических вычислений с целочисленной управляющей переменной цикла используется следующая конструкция:

$$\text{Имя переменной} := \text{Ннач} \dots \text{Нкон}$$

Здесь знак ... вводится набором знака ...; Ннач – начальное значение переменной и Нкон – конечное значение переменной. Если Ннач < Нкон, то шаг изменения переменной равен +1, а если Ннач > Нкон, то –1.

Переменные такого типа в системе MathCAD называются переменными с заданными пределами измерения или ранжированными переменными. Шаг изменения можно задать любым, используя другую конструкцию задания таких переменных:

Имя переменной := Nнач, Nслед.. Nкон,

где Nслед – следующее за Nнач значение переменной. Шаг в этом случае равен Nслед – Nнач.

Циклы, реализованные с помощью переменных с заданными пределами изменения, показаны на рис. 3.

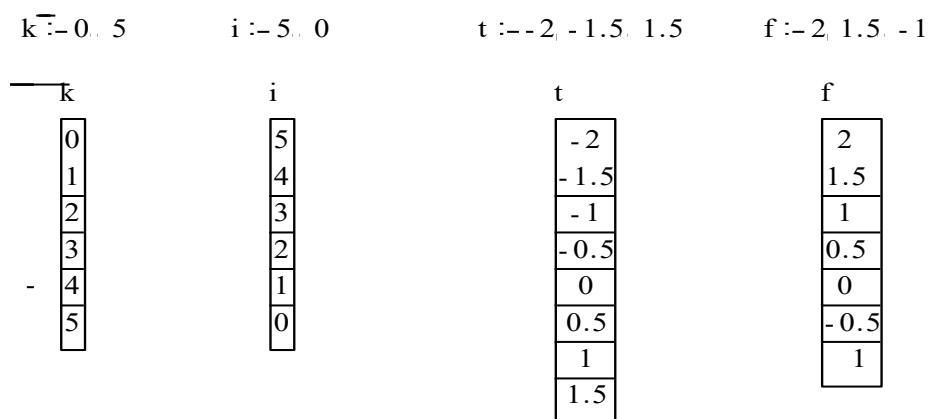


Рис. 3

В ранжированных переменных невозможно осуществить доступ к произвольному элементу представляемого ими ряда. Этой цели служат *массивы*. Наиболее распространены одномерные массивы – *векторы* и двумерные – *матрицы*.

В MathCAD массив задается именем, как и любая переменная. Вектор имеет ряд элементов с определенным порядком расположения. Порядковый номер элемента задается индексом. Нижняя граница индексации определяется значением системной переменной **ORIGIN**, которая может иметь значение 0 или 1. Влияние значения этой системной переменной показано на примере рис. 4.

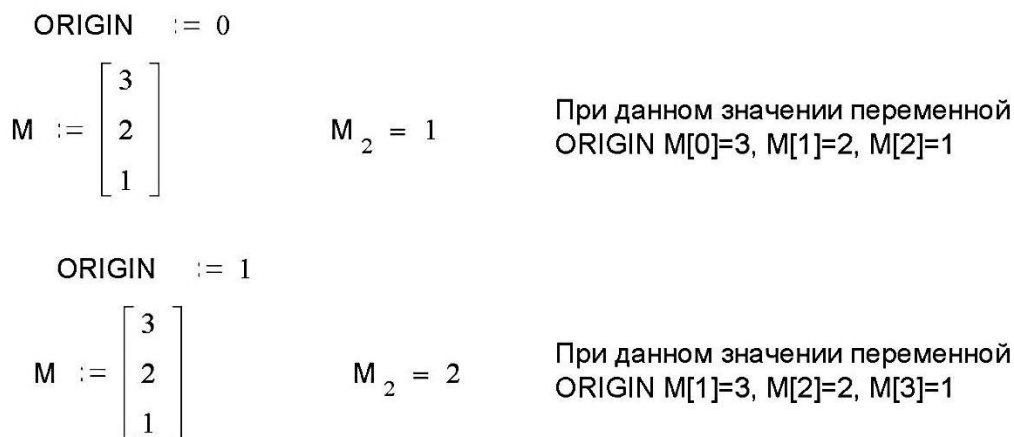


Рис. 4

Элементы матриц также являются индексированными переменными, имена которых совпадают с именами матриц. В этом случае для каждой индексированной переменной указываются два индекса, первый – для номера строки, второй – для номера столбца.

Для указания подстрочных индексов после имени переменной вводится знак открывающей квадратной скобки.

Вектор или матрица могут быть созданы присваиванием их элементам (индексированным переменным) тех или иных значений. Это возможно при использовании шаблона, извлекаемого из меню матричных операторов (последний пример), или с помощью оператора присваивания без использования шаблона. Примеры заданий различных матриц показаны на рис. 5. Используемый в примере оператор отношения имеет более жирное начертание =, чем оператор равенства =.

$X_0 := 2$	$X_1 := 4$	$X_3 := 5$	$X = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$	Создание вектора. Обратите внимание на значение $X(2)$
$j := 0..2$	$i := 0..2$	$M0_{j,i} := 0$	$M0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	Нулевая матрица
$M1_{j,i} := \text{if}(i = j, 1, 0)$			$M1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	Единичная матрица
$f(j,i) := j + 0.5 \cdot i$			$MC = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 1 \\ 1 & 1.5 & 2 \\ 2 & 2.5 & 3 \\ 3 & 3.5 & 4 \\ 4 & 4.5 & 5 \end{pmatrix}$	Создание матрицы на основе функции
$MC := \text{matrix}(5, 3, f)$				

Рис. 5

Последовательность расположения отдельных решающих блоков в задаче должна быть как для операторов в языковой конструкции слева – направо, сверху – вниз.

При составлении любой задачи нужно максимально использовать площадь листа, оставляя на нем как можно меньше пустых мест.

Следует знать, что не все доступные функции MathCAD имеют соответствующие кнопки, для их вызова или ознакомления со всем

перечнем функций следует воспользоваться соответствующей кнопкой из системы.

При решении любой задачи возможны формальные ошибки. В этом случае ошибочный элемент задачи выделяется красным цветом и появляется сообщение об ошибке. В задании 1 дан список этих сообщений.

В задании 2 приведены некоторые встроенные функции MathCAD.

Векторизацией вектора или матрицы называется выполнение каких-либо операций (например, возведение в степень) одновременно над всеми элементами их массива.

Порядок выполнения работы

1. Войти в систему MathCAD. Внимательно ознакомиться с описанием лабораторной работы. Выполнить некоторые рассмотренные примеры. После завершения изучения описания удалить с листа рассмотренные примеры.

2. Средствами пакета MathCAD выполнить последовательность заданий из варианта, указанного преподавателем. Решения для всех примеров оформить в виде единого документа. *Каждую задачу обязательно сопровождать комментариями.*

2.1. Вычислить значение числового выражения для соответствующего варианта задания (табл. 1).

Таблица 1

Вариант	Задание
1.	$\frac{\left(68\frac{7}{30} - 66\frac{5}{18}\right) : 6\frac{1}{9} + \left(\frac{7}{40} + \frac{3}{32}\right) \cdot 4,5}{0,04}$
2.	$\frac{\left[\left(40\frac{7}{30} - 38\frac{5}{12}\right) : 10,9 + \left(\frac{7}{8} - \frac{7}{30}\right) \cdot 1\frac{9}{11}\right] \cdot 4,2}{0,008}$
3.	$\left[\frac{\left(2,4 + 1\frac{5}{7}\right) \cdot 4,375}{\frac{2}{3} - \frac{1}{6}} - \frac{\left(2,75 - 1\frac{5}{6}\right) \cdot 21}{8\frac{3}{20} - 0,45} \right] : \frac{67}{200}$

Вариант	Задание
4.	$\left[\frac{\left(6 - 4\frac{1}{2}\right) : 0,03 - \left(0,3 - \frac{3}{206}\right) \cdot 1\frac{1}{2}}{\left(3\frac{1}{20} - 2,65\right) \cdot 4 + \frac{2}{5} - \left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \cdot \frac{1}{80}} \right] : 2\frac{1}{20}$
5.	$26 : \left[\frac{3 : 0,2 - 0,1 \cdot 4,375}{2,5 \cdot 0,8 + 1,2} + \frac{34,0,6 - 33,81 \cdot 4}{6,84 : 28,57 - 25,15} \right] + \frac{267}{200} : \frac{4}{21}$
6.	$\frac{3 : \frac{2}{5} - 0,09 : \left(0,15 : 2\frac{13}{2}\right)}{0,32 : +0,03 - 5,3 - 3,88 + 0,67}$
7.	$\frac{\left[\left(6,2 : 0,31 - \frac{5}{6} \cdot 0,9\right) \cdot 0,2 + 0,15 \right] : 0,02}{\left(2 + 1\frac{4}{11} \cdot 0,22 : 0,1\right) \cdot \frac{1}{33}}$
8.	$\left(\frac{0,216}{0,15} + \frac{2}{3} : \frac{4}{15} \right) + \left(\frac{196}{225} - \frac{7,7}{24\frac{3}{4}} \right) + 0,695 : 1,39$
9.	$1,7 : \frac{\left(4,5 \cdot 1\frac{2}{3} + 3,75\right) \cdot \frac{7}{135}}{\frac{5}{9}} - \left(0,5 + \frac{1}{3} - \frac{5}{12}\right)$
10.	$\left\{ \frac{8,8077}{20 - \left[28,2 : 13,333 \cdot 0,3 + 0,0001 \right] \cdot 2,004} + 4,9 \right\} \cdot \frac{5}{32}$

2.2. Решить квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ для значений a , b и c , указанных в табл. 2, используя выражение для дискриминанта $\Delta = b^2 - 4ac$.

Таблица 2

Номер варианта	a	b	c
1	2	-8	-3
2	-1,1	-7	1
3	1	5	-1,18
4	-1,3	-6	1,2
5	-7	15	2
6	-5	-10	3,3
7	3	11	-3,1
8	-2,3	-9	2,5
9	2,5	8	-1,9
10	3,8	-12	-4,5

2.3. Найти значение электрического сопротивления в цепи, состоящей из шести параллельно соединенных сопротивлений, значения которых указаны в табл. 3.

Таблица 3

Номер варианта	$R1$	$R2$	$R3$	$R4$	$R5$	$R6$
1	150	120	250	380	320	640
2	550	450	890	430	640	550
3	670	770	370	620	350	670
4	210	450	450	690	830	990
5	900	850	890	780	810	780
6	840	930	585	775	448	888
7	760	420	754	886	594	897
8	884	669	553	689	690	890
9	890	870	869	680	668	597
10	888	776	594	970	980	860

2.4. Выполнить следующее задание.

Даны $x = 1,5$; $y = 2$; $z = 3$. Вычислить a , b , c для

$$1. a = \frac{\sqrt{|x-1|} - \sqrt[3]{|y|}}{1 + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4}}, b = x(\operatorname{arctg} z + e^{-(x+3)}), c = a^2 + b;$$

$$2. a = \frac{3 + e^{y-1}}{1 + x^2 |y - \operatorname{tg} z|}, b = 1 + |y - x| + \frac{(y-x)^2}{2} + \frac{|y-x|^3}{3}, c = a^2 + b^2;$$

$$3. a = (1+y) \frac{x+y/(x^2+4)}{e^{-x-2} + 1/(x^2+4)}, b = \frac{1+\cos(y-2)}{x^2/2 + \sin^2 z}, c = a - b;$$

$$4. a = y + \frac{x}{y^2 + \left| \frac{x^2}{y+x^3/3} \right|}, b = (1 + \operatorname{tg}^2 \frac{z}{2}), c = a - b^2;$$

$$5. a = \frac{2 \cos(x - \pi/6)}{1/2 + \sin^2 y}, b = 1 + \frac{z^2}{3+z^2/5}, c = \frac{a}{b};$$

$$6. a = \frac{1 + \sin^2(x+y)}{2 + \left| x - 2x/(1+x^2y^2) \right|} + x, b = \cos^2(\operatorname{arctg} \frac{1}{z}), c = \frac{b}{a};$$

$$7. a = \ln \left| (y - \sqrt{|x|}) \left(x - \frac{y}{z+x^2/4} \right) \right|, b = x - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^5}{5!}, c = a^3 + b^2;$$

$$8. a = \frac{\sin x^2 - 2y + z}{x^y}, b = \cos^2 \left(x^2 + \frac{y}{z} \right), c = 2a + 4b^2;$$

$$9. a = \frac{5 \cos(x - \pi/6)}{1/2 + \sin^2 x}, b = 2 + \frac{y^2}{3+z^2/7} - 3x, c = \frac{a}{b} - b^2;$$

$$10. a = \frac{3 + \sin^3(x^2 + y)}{2 + \left| x - 4x/(1+x^2y^2) \right|} + \pi, b = \sin^2(\operatorname{arctg} \frac{1}{z}), c = \frac{b^2 + 2}{a}.$$

2.5. а) Даны $x = 1,5; y = 2; z = 3$. Вычислить a и b по данным табл. 4;

б) Даны $y = 2; z = 3$. Вычислить массив 10 значений a для x , изменяющегося в диапазоне от 1 до 3 по данным табл. 4.

Таблица 4

Номер варианта	a	b
1	$a = \frac{2,6 + \operatorname{tg}(x-y)}{2 + \left x - 2x/(x^2 + y^2) \right }$	$b = x(\operatorname{tg} z + e^{x-3})$
2	$a = \ln \left 2y + \sqrt{x} \left(\frac{y+x^2/4}{5z} \right) \right $	$b = 1,5 + \frac{(y-x)^3}{2} + \frac{ y-x }{x}$

Номер варианта	a	b
3	$a = \frac{\cos x^3 + 2y - 2z}{\operatorname{tgy} - 1,5}$	$b = \frac{1 + \sin(y - 2)}{x^2 \frac{1}{2 + \sin^2 x}}$
4	$a = \frac{5 \sin(x + \pi/3)}{1/2 \cos x + 1}$	$b = \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{z}{y + 2}\right)$
5	$a = \frac{3 + \sin^3(x^2 + y)}{2,5 + x - 4x/(1 + x^2 y^2) }$	$b = 1 + \frac{z^2}{3 + z^2/5}$
6	$a = \frac{\sqrt{ x-1 } - \sqrt[3]{ y }}{1,5 + x^2 + y^2}$	$b = \cos^2\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{z+1}\right)$
7	$a = \frac{1,5 - e^{2-y}}{2x - \sqrt{y - \operatorname{tg} z}}$	$b = x + \frac{x^2}{3+z} + \frac{x^2}{5+z}$
8	$a = \frac{3,3 + y^2 + (x^2 + 2)}{e^{-0,5} + 1/(x^2 + 4)}$	$b = \cos^2\left(x^2 + \frac{y}{1+z}\right)$
9	$a = y + \frac{3,5x}{y^2 - \sqrt{\frac{x^2}{2y + x^2}}}$	$b = 2 + \frac{y^2}{3 + \frac{z^2}{1+x}} - 3x$
10	$a = \frac{2 \cos(x - \pi/6)}{1/2 + \sin^2 y}$	$b = \sqrt{\sin\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{x+z}\right)}$

2.6. Сформировать матрицу A размера 9×9 по заданному алгоритму (i – номер строки, j – номер столбца):

$$1. b_{ij} = \frac{1}{i+j-1}; \quad 2. b_{ij} = \frac{1}{i+j}; \quad 3. b_{ij} = \frac{i-1}{i+j}; \quad 4. b_{ij} = \frac{10i}{i+j};$$

$$5. b_{ij} = \frac{(i-j)^2}{(i+j)^2}; \quad 6. b_{ij} = \frac{i^2}{2^{i+j}}; \quad 7. b_{ij} = \frac{2^i}{j}; \quad 8. b_{ij} = \frac{5i}{i+j};$$

$$9. b_{ij} = \frac{i^{-2}}{3^{i+j}}; \quad 10. b_{ij} = \frac{2^{i+1}}{j+2}.$$

2.7. Умножить матрицу A на произвольный скаляр, сложить полученную матрицу с единичной, сменить знак у всех элементов матрицы, транспонировать матрицу A, найти ее след.

2.8. Найти произведение четырех элементов матрицы, указанных в табл. 5, полученной при выполнении задания 2.5.

Таблица 5

Номер варианта	Элемент 1		Элемент 2		Элемент 3		Элемент 4	
	столбец	строка	столбец	строка	столбец	строка	столбец	строка
1	3	5	1	6	4	2	6	6
2	7	2	2	4	5	7	3	2
3	2	6	4	6	3	3	5	3
4	5	8	9	7	6	3	8	6
5	4	7	2	5	3	2	7	1
6	3	4	7	5	2	6	4	6
7	9	5	5	3	6	1	3	3
8	5	1	6	8	3	6	2	8
9	1	6	3	4	9	2	5	7
10	6	2	2	7	4	5	9	4

2.9. Используя опции команды Format, представьте число 273,865 в виде двоичного числа, восьмиричного и шестнадцатиричного.

2.10. Определить значения определенного интеграла для своего варианта:

$$1. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cos x}; \quad 2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx; \quad 3. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x - \cos^2 x} dx;$$

$$4. \int_1^e \ln^2 x dx; \quad 5. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x dx}{\sqrt[3]{\sin x}}; \quad 6. \int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx; \quad 7. \int_0^1 x e^{-x} dx;$$

$$8. \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t \sin \left(2t - \frac{\pi}{4} \right) dt; \quad 9. \int_0^{\pi} x^3 \sin x dx; \quad 10. \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx.$$

2.11. Вычислить значения определенного интеграла для десяти значений верхнего предела интеграла, равномерно распределенных в указанном диапазоне:

1. Для $H = 0 \dots 2\pi$, при $a = 3$ 2. Для $H = 0 \dots 2\pi$, $a = 3, b = 4$

$$\int_0^H \frac{x \sin x dx}{1 - 2a \cos x + a^2};$$

$$\int_0^H \frac{\sin^2 x dx}{a^2 - 2ab \cos x + b^2};$$

3. Для $H = 0 \dots 0,9\pi$

$$\int_0^H \frac{x^2 dx}{\sin^2 x};$$

4. Для $H = 0 \dots 2\pi$, при $a = 3, b = 4$

$$\int_0^H \frac{dx}{ax^4 + 2bx^2 + a};$$

5. Для $H = 0 \dots 0,9$

$$\int_0^H \frac{x^2 dx}{(1-x)^3};$$

6. Для $H = 0 \dots 1$.

$$\int_0^H \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^4}};$$

7. Для $H = 0 \dots 6$

$$\int_0^H \frac{x^7 dx}{1+x};$$

8. Для $H = 0 \dots 1$

$$\int_0^H \frac{x^5 dx}{\sqrt{1-x^2}};$$

9. Для $H = 0 \dots 1$

$$\int_0^H \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{1-x^4}};$$

10. Для $H = 0 \dots 1$

$$\int_0^H \frac{dx}{1-x^2 + 2\sqrt{1-x^2}}.$$

3. Оформите протокол лабораторной работы средствами MathCAD.

Содержание отчета

1. Титульный лист.
2. Решение всех задач с комментариями.
3. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Что из себя представляет система MathCAD?
2. Каким образом осуществляется формулировка математических задач средствами MathCAD?
3. Как можно задать текстовый блок?
4. Что такое «ранжированная переменная»?
5. Каким образом осуществляется управление форматом выводимых данных?