



Федеральное агентство морского и речного транспорта
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

**ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МОРСКОГО И РЕЧНОГО ФЛОТА
имени адмирала С.О. МАКАРОВА**

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ И ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКИ

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические рекомендации по выполнению
расчётно-графических работ

Санкт-Петербург
Издательство ГУМРФ им. адм. С.О. Макарова
2014

УДК 539.3

ББК 22

С64

С64 Сопротивление материалов: метод. рекомендации по выполнению расчётно-графических работ / сост. О.А. Коршакова. – СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С.О. Макарова, 2014. – 48 с.

Содержит общие указания и варианты заданий по выполнению расчётно-графических работ по основным разделам дисциплины «Сопротивление материалов» на темы: «Растяжение и сжатие», «Кручение», «Прямой изгиб», «Сложное сопротивление», «Расчёт сжатых стержней на устойчивость», «Температурные напряжения».

Предназначено в качестве основной литературы для курсантов 2-го курса очной и 3-го курса заочной формы обучения по специальности 180405.65 «Эксплуатация судовых энергетических установок».

Рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании кафедры прикладной механики и инженерной графики. Протокол № 10 от 24 апреля 2014 г.

Общие указания по выполнению расчётно-графических работ

Расчётно-графические работы выполняются в отдельной тетради, на обложке которой необходимо указать название дисциплины, факультета, номер курса, фамилию и инициалы курсанта, его шифр (номер студенческого билета и зачетной книжки) и выбираемый в соответствии с ним номер варианта.

Решение каждой задачи необходимо начинать с новой страницы, независимо от наличия оставшегося свободного места на предыдущей странице. Запись условий расчётно-графических работ обязательна. Все чертежи и схемы необходимо выполнять карандашом в удобочитаемом масштабе с обязательным указанием всех использованных в работе буквенных обозначений и их численных значений, взятых из данного варианта (прил. 1 и 2).

Решение каждой задачи следует сопровождать краткими пояснениями с указанием метода решения, использованных теоретических положений, формул или уравнений. Все промежуточные и окончательные результаты подсчетов необходимо округлять до трех значащих цифр. Значения всех определяемых величин должны иметь размерности.

Выбор варианта расчётной схемы в расчётно-графических работах производится по последней цифре шифра, взятой из соответствующих таблиц. Числовые данные для каждой работы также выбираются из таблиц в соответствии с предпоследней цифрой шифра. Каждая расчётно-графическая работа имеет 100 вариантов (10 различных расчётных схем и 10 комбинаций численных значений для каждой из них).

При оформлении расчётно-графических работ следует оставлять поля для замечаний рецензента. Расчётно-графические работы, выполненные без соблюдения указанных требований, не рецензируются.

Незачтённая расчётно-графическая работа подлежит повторному выполнению. Все зачтенные работы с внесенными дополнениями и исправлениями в соответствии с замечаниями рецензента должны быть предъявлены преподавателю для собеседования, в результате которого решается вопрос о зачете и допуске к экзамену. Курсанты с незачтёнными расчётно-графическими работами к экзамену не допускаются.

Для студентов очной формы обучения расчётно-графические работы выполняются в соответствии с принятой в настоящем издании нумерацией, для студентов заочной формы обучения первые четыре расчётно-графические работы являются первой контрольной работой, две расчётно-графические работы по сложному сопротивлению – второй, две последние расчётно-графические работы – третьей.

Расчётно-графическая работа № 1

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Выбор варианта расчётной схемы и его выполнение осуществляются согласно табличным данным.

Расчётные данные	Цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α , град	30	45	60	30	45	60	30	45	60	30
β , град	0	30	45	60	0	30	45	60	0	30
F , кН	100	10	20	30	40	50	60	70	80	90

Технические условия. Исходя из условия прочности, подобрать 1- и 2-е сечения стержней, которые составляют кронштейн. Сечения стержней принять круглой формы. Известно, что стержень 1 выполнен из стали с допустимым напряжением 160 МПа, а стержень 2 – из алюминия с допустимым напряжением 100 МПа.

Требуется определить диаметры стержней.

Расчётно-графическая работа № 2

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

Выбор варианта расчётной схемы и его выполнение осуществляются согласно табличным данным.

Расчётные данные	Цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F_1 , кН	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3
F_2 , кН	3	4	5	6	4	5	6	4	5	6
F_3 , кН	6	2	3	4	5	6	2	3	4	5
l_1 , м	3	4	5	6	3	4	5	6	3	4
l_2 , м	4	5	6	4	5	6	2	3	4	5
l_3 , м	5	6	2	3	4	5	6	3	5	6
A , см ²	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Технические условия. Стальной стержень ступенчатой формы, жестко закреплённый верхним концом, находится под действие трех осевых сил F_1 , F_2 и F_3 . Модуль упругости стали принять равным $2 \cdot 10^5$ МПа. A – площадь поперечного сечения одной из частей стержня.

Требуется определить, пренебрегая собственным весом материала стержня:

- внутренние продольные силы, возникающие в каждой части стержня (построить эпюры);
- нормальные напряжения, возникающие в каждой части стержня (построить эпюры);
- полную абсолютную деформацию стержня (построить эпюры);
- определить потенциальную энергию деформации стержня и работу приложенных к стержню внешних сил;
- выполнить проверку правильности решения задачи, используя закон сохранения механической энергии.

Расчётно-графическая работа № 3 КРУЧЕНИЕ

Выбор варианта расчётной схемы и его выполнение осуществляются согласно табличным данным.

Расчётные данные	Цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n , об/мин	1000	360	720	900	500	1500	1200	1000	800	1000
P_1 , кВт	2	2	2	3	3	3	4	4	5	6
P_2 , кВт	4	3	5	6	6	5	4	3	4	5
P_3 , кВт	3	3	4	4	2	2	5	4	3	2
l , см	20	40	30	25	50	30	20	25	30	40

Технические условия. Для вала сплошного поперечного сечения круглой формы, вращающегося равномерно с частотой n об/мин, определить требуемый диаметр. Допускаемое напряжение и модуль упругости материала, соответственно, принять равными 80 и $0,8 \cdot 10^5$ МПа, поскольку вал выполнен из материала Ст. 3.

Требуется:

- 1) используя заданную мощность и частоту вращения вала, вычислить внешние крутящие моменты, приложенные в сечениях вала;
- 2) используя уравнение равновесия, найти момент T_{e_0} (для вала, установленного в подшипниках) или момент в заделке (для вала, защемленного одним концом);

- 3) построить эпюру внутренних крутящих моментов в выбранном масштабе;
- 4) из условия прочности найти диаметр вала;
- 5) построить эпюру углов закручивания в выбранном масштабе;
- 6) определить потенциальную энергию деформации вала и работу внешних скручивающих моментов.

Расчётно-графическая работа № 4 ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

Выбор варианта расчётной схемы и его выполнение осуществляются согласно данным, приведённым в таблице.

Расчётные данные	Цифра шрифта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a , м	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6
b , м	4	5	6	2	3	3	4	5	3	4
c , м	3	4	5	3	4	4	5	3	3	3
F , кН	50	40	30	20	10	50	40	30	20	10
q , кН/м	10	20	10	20	10	20	10	20	10	20
M_e , кН·м	50	40	30	50	30	40	30	40	50	20

Технические условия. Для балки на двух опорах подобрать сечения:

- стальной двутавровой балки, пользуясь таблицами сортамента прокатной стали;
- стальной балки прямоугольного поперечного сечения при отношении его высот к ширине, равному двум.

Балка нагружена сосредоточенной силой F , равномерно распределенной нагрузкой q и моментом M_e . Допускаемые напряжения принять равными 160 МПа.

Требуется:

- 1) в выбранном масштабе построить эпюры внутренних силовых факторов: поперечных сил и изгибающих моментов;
- 2) проверить эпюры методом скачков;
- 3) определить опасные сечения.

Расчётно-графическая работа № 5

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Выбор варианта расчётной схемы и его выполнение осуществляются согласно данным, приведённым в таблице.

Расчётные данные	Цифра шрифта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a , м	2	3	4	5	2	3	4	5	2	3
b , м	2	3	4	5	3	4	5	4	5	2
α , град.	30	45	60	30	45	60	30	45	60	30

Технические условия. Балка имеет прямоугольное поперечное сечение при отношении его высоты к ширине, равном трём. Допустимое напряжение материала балки принять равным 120 МПа.

Требуется определить размеры поперечного сечения стальной балки, изображенной на схеме.

Для всех вариантов принять $F = 6$ кН, $q = 2$ кН/м, $M_e = 10$ кН·м.

Расчётно-графическая работа № 6

СЛОЖНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Выбор варианта расчётной схемы и его выполнение осуществляются согласно данным, приведённым в таблице.

Расчётные данные	Цифра шрифта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a , см	20	30	10	20	20	10	20	10	20	30
b , см	30	40	20	10	10	20	10	20	20	60
c , см	10	20	20	10	30	20	10	10	10	30
P , кВт	3	4	5	6	3	4	5	6	3	4
ω , рад/с	4	5	6	4	5	6	2	3	4	5
D , см	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Технические условия. Для вала сплошного поперечного сечения круглой формы, изображенного на схеме в соответствии с номером варианта, определить диаметр следующими способами:

- используя теорию наибольших касательных напряжений;
- используя энергетическую теорию.

Допустимые напряжения материала вала принять равными 120 МПа.

Расчётно-графическая работа № 7

РАСЧЁТ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

Технические условия. Стержень имеет прямоугольное поперечное сечение при отношении его высоты к ширине равном 0,5; ширина стержня равна 300 мм, длина стержня определяется из схемы приложения. Допустимое напряжение материала стержня принять равным 150 МПа.

Требуется определить допустимую рабочую нагрузку $F_{S_{adm}}$ для стержня, изготовленного из материала Ст. 3.

Расчётно-графическая работа № 8

СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

Выбор варианта расчётной схемы и его выполнение осуществляются согласно данным, приведённым в таблице.

Расчётные данные	Цифра шрифта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_1, \text{м}$	3	4	5	6	3	4	5	6	3	4
$l_2, \text{м}$	4	5	6	4	5	6	2	3	4	5
$l_3, \text{м}$	5	6	2	3	4	5	6	3	5	6
$A, \text{см}^2$	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Технические условия. Стержень, жестко закреплённый верхним концом, состоит из трёх соединённых между собой частей, верхняя и нижняя части которого стальные, средняя – медная.

Модуль упругости первого рода: стали – $E_{ст} = 2 \cdot 10^5$ МПа, меди – $E_{мед} = 1 \cdot 10^5$ МПа.

Коэффициент теплового расширения

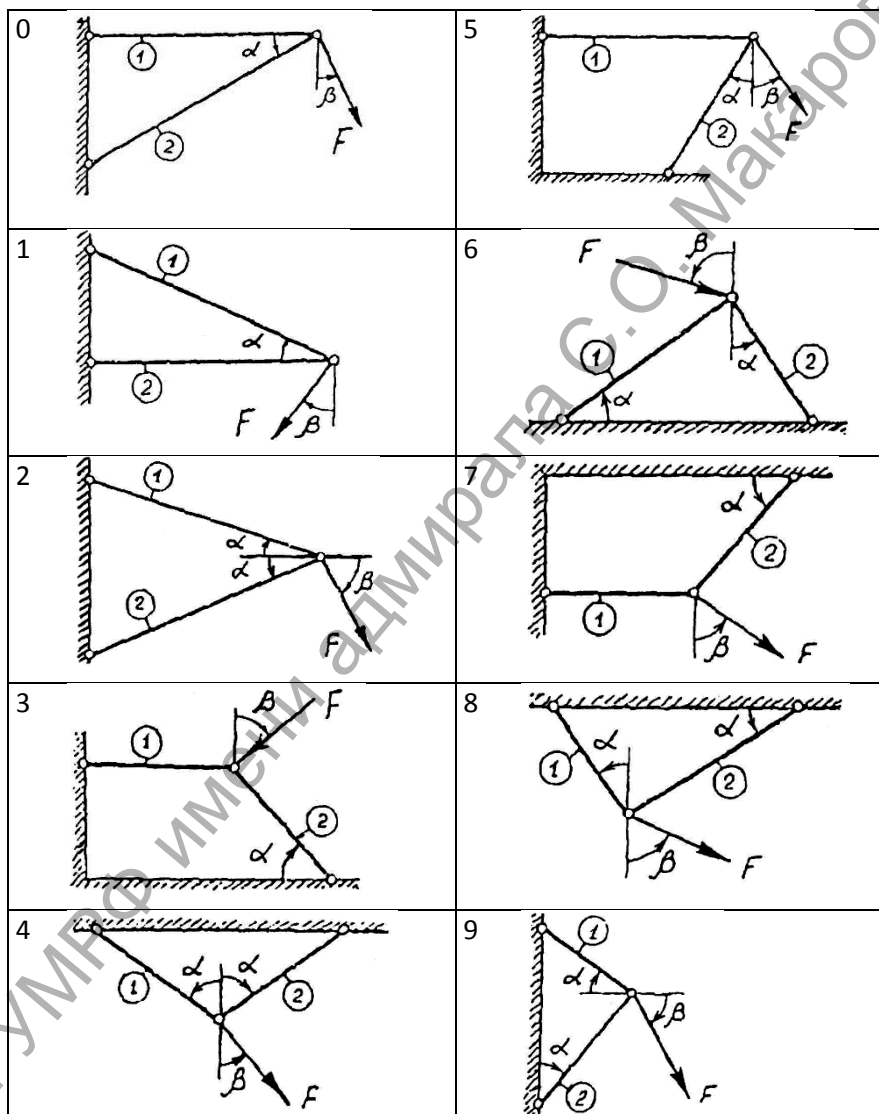
$\alpha_{ст} = 12 \cdot 10^{-6}$ 1/град.; $\alpha_{мед} = 16 \cdot 10^{-6}$ 1/град.

Требуется найти напряжения во всех трёх частях стержня при повышении температуры на 50 °С, если нижняя часть стержня имеет зазор до жёсткой опоры, равный $0,25 \cdot 10^{-3}$ м.

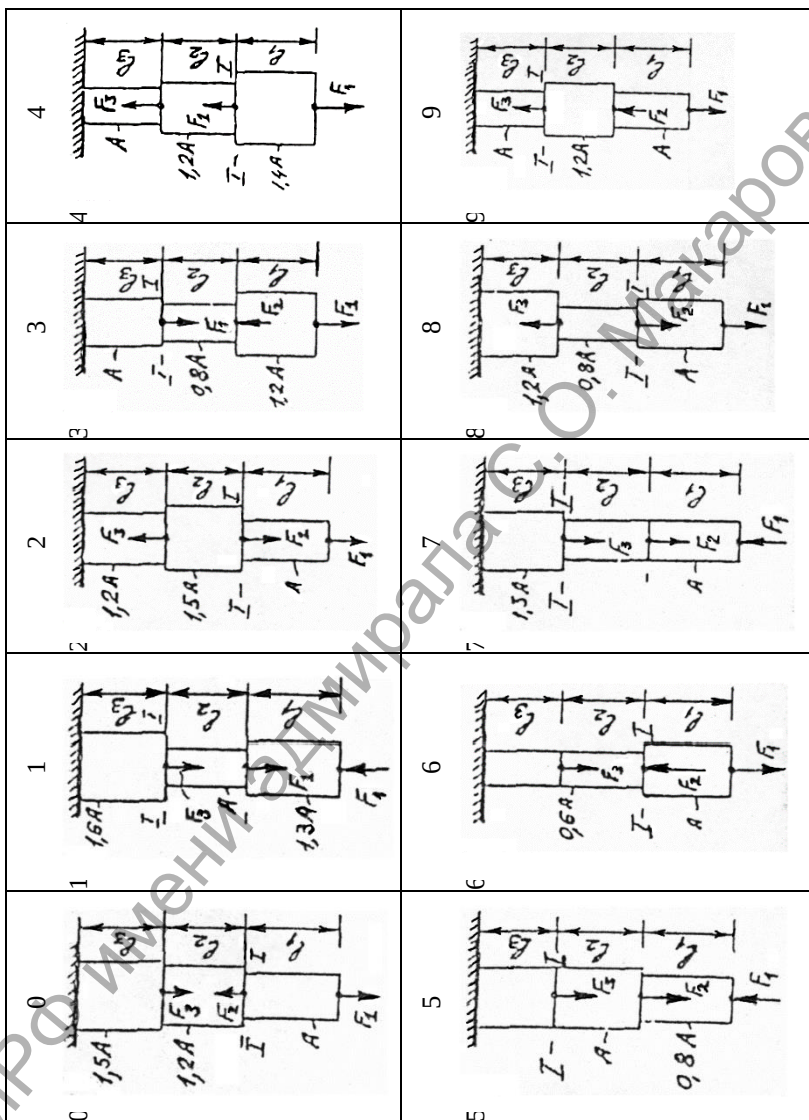
Библиографический список

1. Степин П.А. Сопротивление материалов. – М.: Высш. шк., 1994.
2. Дарков А.В. Сопротивление материалов / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. – М.: Высш. шк., 1984.
3. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1976.
4. Биргер И.А. Сопротивление материалов / И.А. Биргер, Р.Р. Мавлютов. – М.: Наука, 1986.
5. Давыдов Г.А. Сопротивление материалов / Г.А. Давыдов, В.Е. Михайлов. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.

**Варианты расчётных схем
для выполнения расчётно-графических работ № 1–8**
Растяжение и сжатие (к расчётно-графической работе № 1)



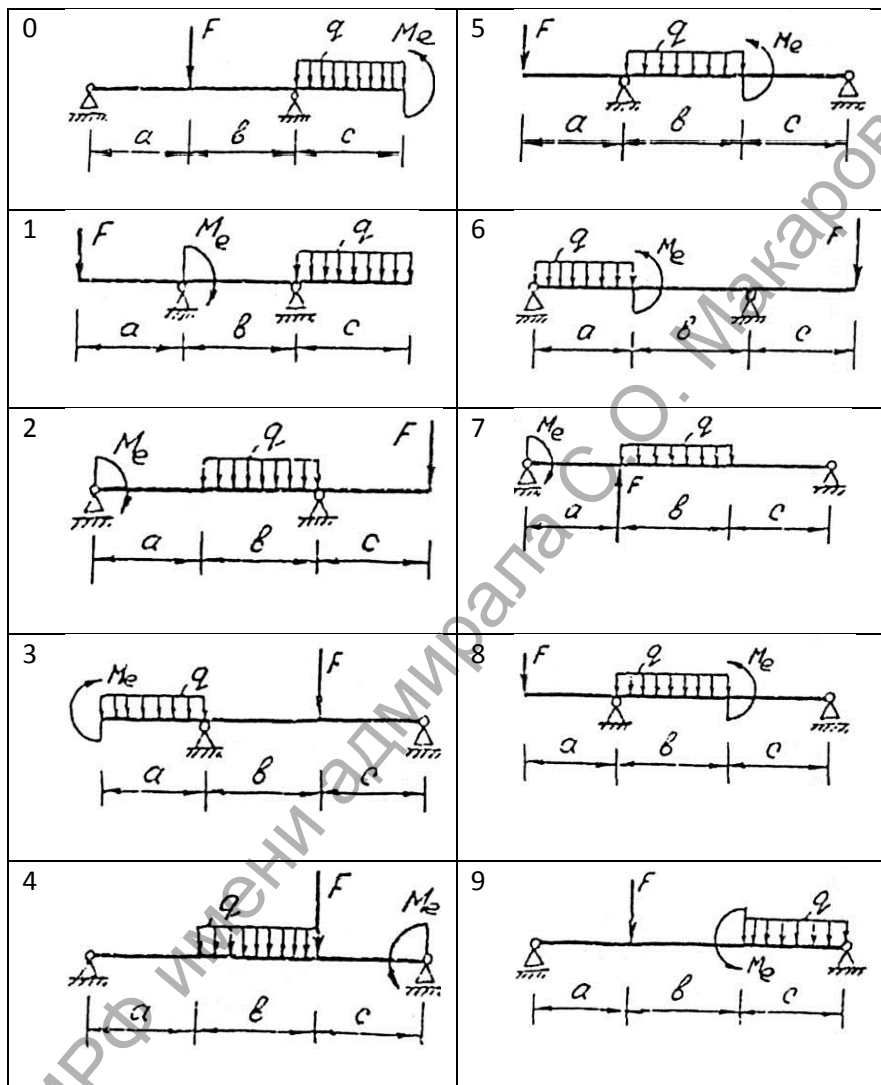
Растяжение и сжатие (к расчётно-графической работе № 2)



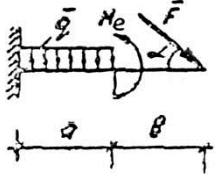
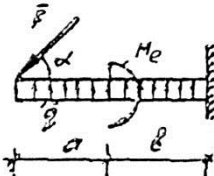
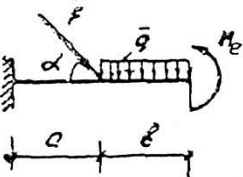
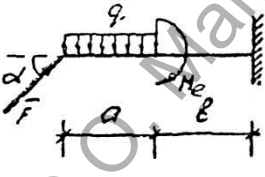
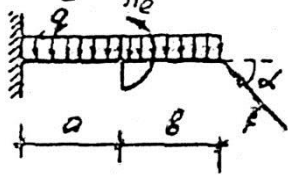
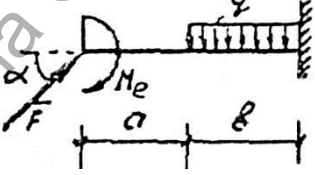
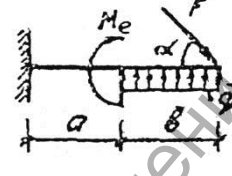
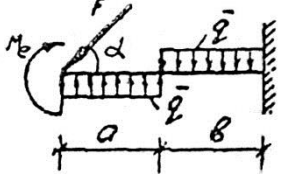
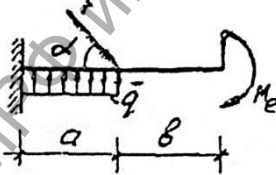
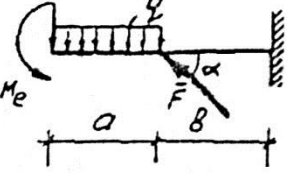
Кручение (к расчётно-графической работе № 3)

0		5	
1		6	
2		7	
3		8	
4		9	

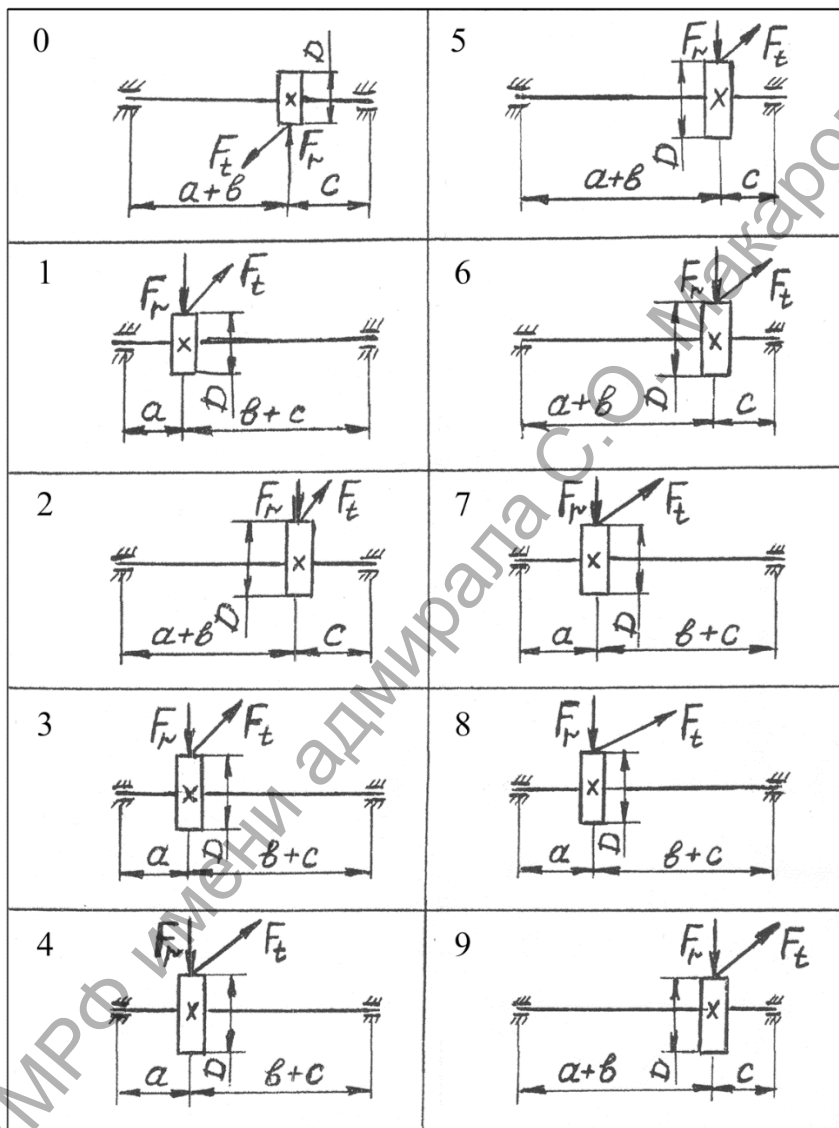
Поперечный изгиб (к расчётно-графической работе № 4)



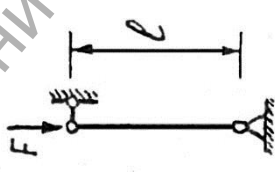
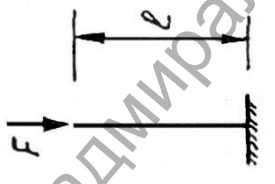
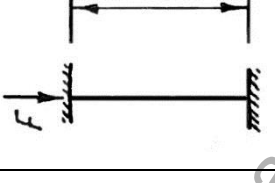
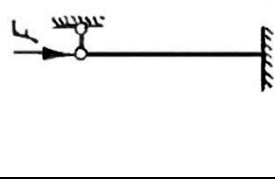
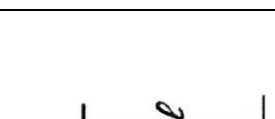
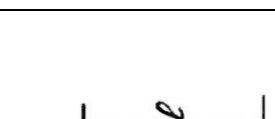
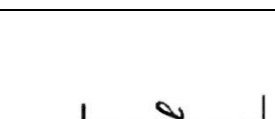
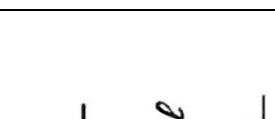
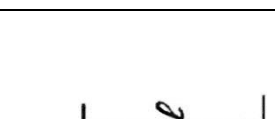
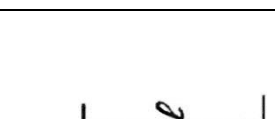
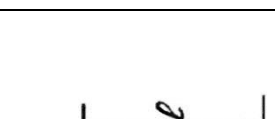
Сложное сопротивление (к расчётно-графической работе № 5)

0 	5 
1 	6 
2 	7 
3 	8 
4 	9 

Сложное сопротивление (к расчётно-графической работе № 6)

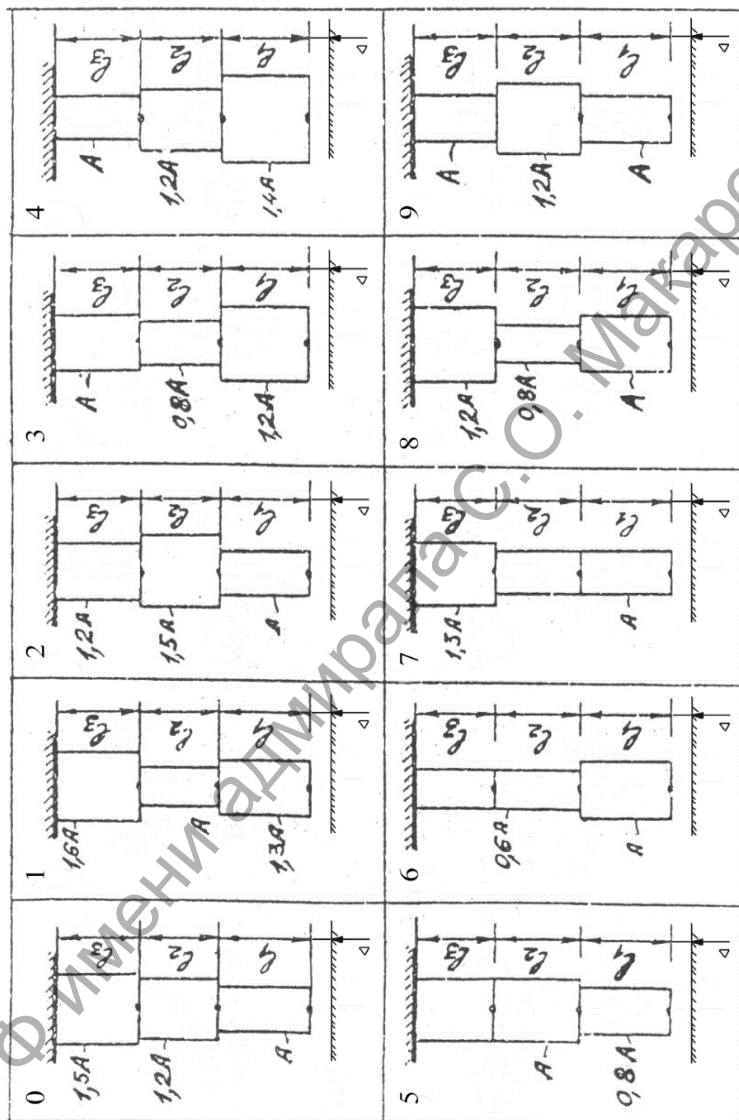


Расчёт сжатых стержней на устойчивость
(к расчётно-графической работе № 7)

Цифра шифра											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Варианты расчетной схемы											
	$l, \text{ м}$	2,3	2,5	1,0	1,1	1,2	4,7	4,9	3,0	3,2	3,5

Варианты расчетной схемы $F, \text{ кН}$	Ц и ф р а ш и ф р а									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	400	450	500	550	600	650	700	750	800	850

Статически неопределимые системы
(к расчётно-графической работе № 8)



Примеры выполнения расчётно-графических работ

Расчётно-графическая работа № 1

«Расчёт стержней кронштейна, работающих на деформацию растяжения (сжатия)»

Исходя из условия прочности, подобрать сечения 1- и 2-го стержня, составляющих кронштейн (рис. 1). Сечения стержней принять круглой формы. Известно, что стержень 1 выполнен из стали с допустимым напряжением 160 МПа, а стержень 2 – из алюминия с допустимым напряжением 100 МПа.

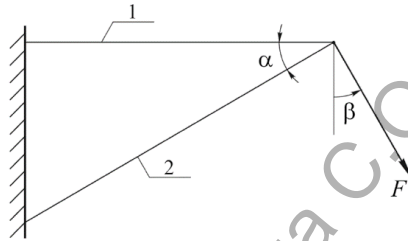


Рис. 1

$$\alpha = 30^\circ; \quad \beta = 0^\circ; \quad F = 10 \text{ кН.}$$

Последовательность решения (нахождения диаметров стержней):

1. Находим внешние силы, т.е. совокупность активных и реактивных сил (рис. 2).

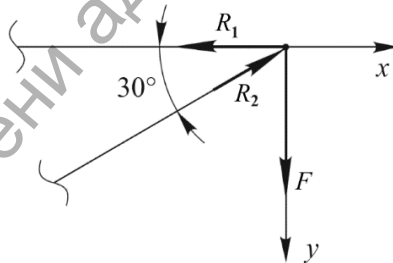


Рис. 2

Избавляемся от связей. Действие отброшенных связей заменяем реакциями R_1 и R_2 .

Выбираем оси координат xOy . Анализируем полученную систему внешних сил: F , R_1 , R_2 . Система внешних сил является системой сходящихся сил (плоской).

Составляем уравнения равновесия для плоской системы сходящихся сил:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0; \\ \sum F_{iy} = 0; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -R_1 + R_2 \cdot \cos \alpha = 0; \\ F + R_2 \cdot \sin \alpha = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Из уравнения (1) находим реакцию R_1 :

$$R_1 + R_2 \cdot \cos \alpha = 20 \frac{\sqrt{3}}{2} = 17,3 \text{ кН.}$$

Из уравнения (2) находим реакцию R_2 :

$$R_2 = \frac{F}{\sin \alpha} = \frac{10 \cdot 2}{1} = 20 \text{ кН.}$$

Проверяем правильность нахождения реактивных сил R_1 и R_2 . Проверку выполняем графическим способом, выбрав масштаб изображения (рис.3).

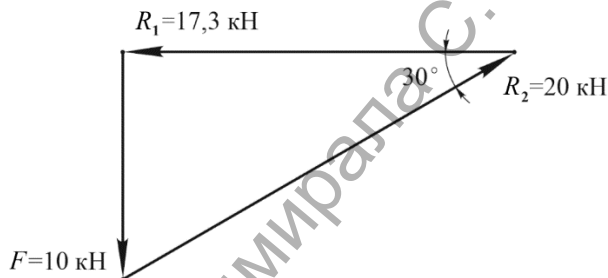


Рис. 3

Замкнутость силового треугольника свидетельствует о том, что искомые реакции R_1 и R_2 найдены верно.

2. Определяем внутренние силы в стержне 1 и в стержне 2.

Для определения внутренних сил используем метод сечений. В данном случае на каждый из стержней действует только одна внешняя сила, соответственно, R_1 и R_2 . Следовательно, максимальная внутренняя сила, возникающая в 1-м стержне, равна силе R_1 , а возникающая во 2-м стержне – R_2 .

$$N_{1\max} = R_1 = 17,3 \text{ кН;}$$

$$N_{2\max} = R_2 = 20 \text{ кН.}$$

3. Для определения диаметров 1- и 2-го стержня в качестве проектного расчета используем условие прочности:

$$A = \frac{N_{\max}}{\sigma_{\text{adm}}}.$$

Следует учесть, что сечения стержней имеют круглую форму, площадь которой:

$$A \geq \frac{\pi \cdot d^2}{4}.$$

Из условия прочности находим диаметры стержней:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4N_{1\max}}{\pi \cdot \sigma_{1\text{adm}}}} \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 17,3 \cdot 10^3}{\pi \cdot 160 \cdot 10^6}} \geq 1,17 \cdot 10^{-2} \text{ м};$$

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{4N_{2\max}}{\pi \cdot \sigma_{2\text{adm}}}} \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 20 \cdot 10^3}{\pi \cdot 100 \cdot 10^6}} \geq 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Окончательно выбираем ближайшие большие нормальные размеры по соответствующему стандарту, зная размеры стержней:

$$d_1 \geq 11,7 \text{ мм}; \quad d_2 \geq 16 \text{ мм}.$$

Вывод. Сечения 1- и 2-го стержней кронштейна найдены верно.

Расчётно-графическая работа № 2

«Расчёт стержня, нагруженного тремя осевыми силами: F_1, F_2, F_3 »

Стальной стержень ступенчатой формы, жёстко закреплённый верхним концом, находится под действием трёх осевых сил: F_1, F_2, F_3 (рис. 4). Пренебрегая собственным весом материала стержня, требуется определить:

– внутренние продольные силы, возникающие в каждой части стержня и построить эпшору внутренних сил;

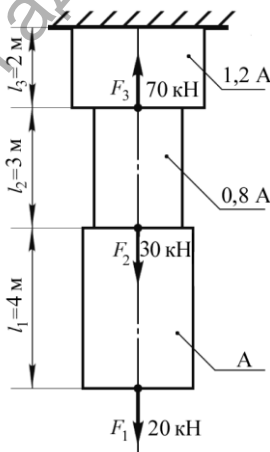


Рис. 4

- нормальные напряжения, возникающие в каждой части стержня, и построить эпюру нормальных напряжений;
- полную абсолютную деформацию стержня и построить эпюру деформаций;
- оценить прочность стержня зная, что материал стержня имеет значение допустимого напряжения, равное 160 МПа;
- оценить правильность нахождения искомых величин, используя закон сохранения механической энергии.

На рис. 4 принято следующее:

$$F_1 = 20 \text{ кН}; F_2 = 30 \text{ кН}; F_3 = 70 \text{ кН};$$

$$l_1 = 4 \text{ м}; l_2 = 3 \text{ м}; l_3 = 2 \text{ м}; A = 10 \text{ см}^2; E = 2 \cdot 10^2 \text{ МПа}.$$

1. Определяем все внешние силы, т.е. реакцию в жёсткой заделке. Мысленно удаляем связь, действие отброшенной связи заменяем реакцией, направленной вдоль оси стержня. Составляем уравнение равновесия стержня, находящегося под действием всех внешних сил, выбрав направление координатной оси Z :

$$\sum F_{iz} = 0;$$

$$-R - F_3 + F_2 + F_1 = 0;$$

$$R = -F_3 + F_2 + F_1 = -70 + 30 + 20 = -20 \text{ кН}.$$

Знак «минус», полученный при решении уравнения равновесия, свидетельствует о том, что направление реакции следует изменить на противоположное. Изображаем на расчетной схеме истинное направление реакции R .

2. Определяем внутренние продольные силы, возникающие в каждой части стержня, используя метод сечений. Разбиваем стержень на участки, границы которых проходят в точках приложения внешних сил. Проводим секущую плоскость «а-а», выбирая (интуитивно) направление внутренней силы N_a (рис. 5).

Составляем уравнение равновесия:

$$\sum F_{iz} = 0;$$

$$-N_a - F_3 + F_2 + F_1 = 0;$$

$$N_a = -F_3 + F_2 + F_1 = -70 + 30 + 20 = -20 \text{ кН}.$$

Знак «минус», полученный при решении уравнения равновесия, говорит о том, что сила N_a направлена к сечению, т.е. на участке происходит деформация сжатия.

Аналогично находим внутренние силы N_b и N_v , используя секущие плоскости «б-б», «в-в» (см. рис. 5).

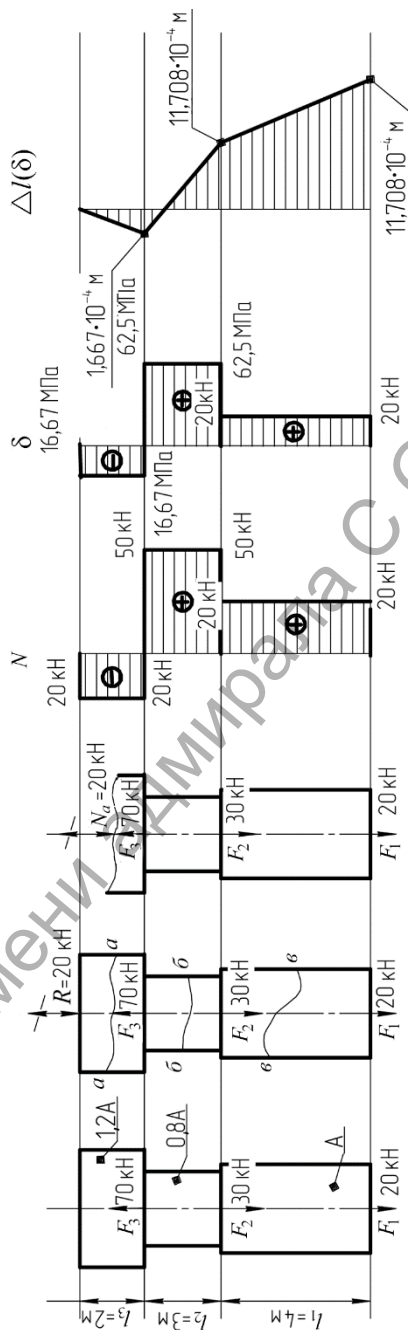


Рис. 5

Сечение «б-б»:

$$-N_6 + F_2 + F_1 = 0;$$

$$-N_6 = F_2 + F_1 = 30 + 20 = 50 \text{ кН.}$$

Сила N_6 направлена от сечения, на участке происходит деформация растяжения.

Сечение «в-в»:

$$-N_6 + F_1 = 0;$$

$$N_6 = F_1 = 20 \text{ кН.}$$

Сила N_6 направлена от сечения, на участке происходит деформация растяжения.

Выбрав масштаб изображения, строим эпюру продольных сил, возникающих в каждой части стержня (см. рис. 5). Проверяем эпюру N методом скачков.

3. Определяем напряжение для каждого участка:

$$\sigma_i = \frac{N_{i \max}}{A_i};$$

$$\sigma_a = \frac{N_a}{1,2 \cdot A} = \frac{-20 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 16,67 \cdot 10^6 \text{ Па} = 16,67 \text{ МПа};$$

$$\sigma_6 = \frac{N_6}{0,8 \cdot A} = \frac{50 \cdot 10^3}{0,8 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 62,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 62,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_b = \frac{N_b}{A} = \frac{20 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 20 \cdot 10^6 \text{ Па} = 20 \text{ МПа.}$$

Выбрав масштаб изображения, строим эпюру нормальных напряжений, возникающих в каждой части стержня (см. рис. 5).

4. Используем закон Гука во втором виде для определения абсолютной деформации стержня:

$$\Delta l_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E \cdot A_i};$$

$$\Delta l_a = \frac{N_a \cdot l_3}{E \cdot 1,2A} = \frac{-20 \cdot 10^3 \cdot 2}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1,2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = -1,667 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\begin{aligned} \Delta l_{\Sigma a,6} &= -1,667 \cdot 10^{-4} + \frac{N_6 \cdot l_2}{E \cdot 0,8A} = \\ &= 1,667 \cdot 10^{-4} + \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 3}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = \\ &= -1,667 \cdot 10^{-4} + 9,375 \cdot 10^{-4} = 7,708 \cdot 10^{-4} \text{ м}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta l_{\Sigma \text{ а,б,в}} &= -1,667 \cdot 10^{-4} + 9,375 \cdot 10^{-4} + \frac{N_{\text{в}} \cdot l_1}{E \cdot 1A} = \\
 &= 7,708 \cdot 10^{-4} + \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 4}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} \\
 &= 7,708 \cdot 10^{-4} + 4,000 \cdot 10^{-4} = 11,708 \cdot 10^{-4} \text{ м.}
 \end{aligned}$$

Выбрав масштаб изображения, строим эпюру деформации (перемещений) – см. рис. 5. Полная абсолютная деформация стержня (на его свободном конце) равна $11,708 \cdot 10^{-4}$ м.

5. Используем закон сохранения механической энергии, согласно которому при упругой деформации стержня полная (суммарная) потенциальная энергия деформации стержня равна суммарной работе внешних статически приложенных к стержню сил:

$$W_{\Sigma} = U_{\Sigma},$$

где U_{Σ} – полная потенциальная энергия деформации стержня,

$$\begin{aligned}
 U_{\Sigma} &= \sum_{i=1}^n \frac{N_i^2 l_i}{2EA_i} = \frac{N_a^2 \cdot l_3}{2E \cdot 1,2A} + \frac{N_6^2 \cdot l_2}{2E \cdot 0,8A} + \frac{N_{\text{в}}^2 \cdot l_1}{2EA} = \\
 &= \frac{(-20 \cdot 10^3)^2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1,2 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} + \frac{(50 \cdot 10^3)^2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} + \\
 &+ \frac{(20 \cdot 10^3)^2 \cdot 4}{2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 1,667 + 23,438 + 4,000 = 29,1 \text{ Дж,}
 \end{aligned}$$

где W_{Σ} – суммарная работа внешних сил, статически приложенных к стержню,

$$W_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} F_i \delta_i,$$

где δ_i – окончательная величина соответствующего перемещения точки приложения силы F_i , равная абсолютной деформации того сечения, где приложена сила.

$$\begin{aligned}
 W_{\Sigma} &= \frac{1}{2} (-70 \cdot 10^3) (-1,667 \cdot 10^{-4}) + \frac{1}{2} (30 \cdot 10^3) (7,708 \cdot 10^{-4}) + \\
 &+ \frac{1}{2} (20 \cdot 10^3) (11,708 \cdot 10^{-4}) = 5,835 + 11,562 + 11,708 = 29,1 \text{ Дж.}
 \end{aligned}$$

Закон сохранения механической энергии выполняется. Следовательно, стержень работает в зоне упругих деформаций, в которой справедлив закон Гука.

Вывод. Стержень является прочным, поскольку максимальное напряжение в нем $\sigma_6 = 62,5$ МПа. Следовательно, условие прочности выполняется:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}};$$
$$65,5 \text{ МПа} \leq 160 \text{ МПа}.$$

Расчётно-графическая работа № 3

«Расчёт стержня (вала), нагруженного крутящими моментами»

Для вала сплошного поперечного сечения круглой формы, приведенного на схеме рис. 6, вращающегося равномерно с частотой n , об/мин, определить диаметр, используя условие прочности в качестве проектного расчета. Допустимое напряжение и модуль упругости второго рода материала (Ст. 3), соответственно, принять равными 80 и $80 \cdot 10^4$ МПа.

Последовательность решения задачи:

используя заданную мощность и частоту вращения вала, вычисляем внешние крутящие моменты, приложенные в сечениях вала;

используя уравнения равновесия, находим момент T_{e_0} (для вала, установленного в подшипниках) или момент в заделке (для вала, жестко защемленного одним концом);

в выбранном масштабе строим эпюру внутренних крутящих моментов;

в выбранном масштабе строим эпюру углов закручивания;

оцениваем правильность нахождения искомых величин, используя закон сохранения механической энергии.

1. Определяем все внешние крутящие моменты, приложенные к валу.

Вычисляем угловую скорость вращения вала:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 800}{30} = 83,73 \text{ с}^{-1}.$$

Определяем внешние крутящие моменты в сечениях вала, где задана мощность:

$$T_{e_1} = \frac{P_i}{\omega}; \quad T_{e_1} = \frac{6 \cdot 10^3}{83,73} = 71,66 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{e_2} = \frac{5 \cdot 10^3}{83,73} = 59,72 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad T_{e_3} = \frac{2 \cdot 10^3}{83,73} = 23,89 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Указываем значения внешних крутящих моментов на расчётной схеме.

Используя уравнение равновесия вала, находим внешний момент T_{e_0} (примем моменты T_{e_1} и T_{e_2} со знаком «плюс», а моменты T_{e_2} и T_{e_0} со знаком «минус»):

$$\sum_{i=1}^n T_{e_i} = 0; \quad T_{e_1} - T_{e_2} - T_{e_0} + T_{e_3} = 0;$$

$$T_{e_0} = T_{e_1} - T_{e_2} + T_{e_3} = 71,66 - 59,72 + 23,89 = 35,83 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

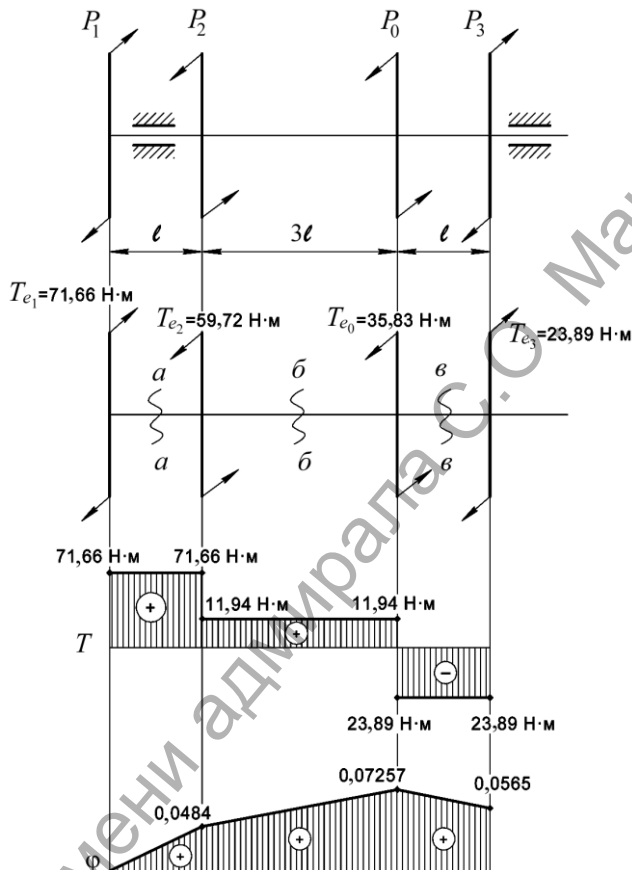


Рис. 6

Численные значения: $n = 800 \text{ об/мин}$; $P_1 = 6 \text{ кВт}$; $P_2 = 5 \text{ кВт}$; $P_3 = 2 \text{ кВт}$;
 $l = 40 \text{ см}$.

2. Определяем внутренние крутящие моменты для каждого участка вала, используя метод сечений.

Границы участков проходят в сечениях, в которых приложены внешние крутящие моменты.

$$T_a = T_{e_1} = 71,66 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_{\bar{6}} = T_{e_1} - T_{e_2} = 71,66 - 59,72 = 11,94 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$T_B = T_{e_1} - T_{e_2} - T_{e_0} = 71,66 - 59,72 - 35,83 = -23,89 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Выбрав масштаб изображения, строим эпюру внутренних крутящих моментов (см. рис. 6). Проверяем ее методом скачков, т.е.: в сечениях, где приложены внешние крутящие моменты, эпюра внутреннего крутящего момента меняется скачкообразно, при этом скачок по модулю численно равен приложенному внешнему крутящему моменту.

3. Определяем диаметр вала, используя условие прочности в качестве проектного расчета:

$$W_p \geq \frac{T_{\max}}{\tau_{\text{adm}}}; \quad W_p = \frac{T_{\max}}{\tau_{\text{adm}}} = 0,2 d^3;$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{T_{\max}}{0,2 \cdot \tau_{\text{adm}}}}; \quad T_{\max} = 71,66 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{71,66}{0,2 \cdot 80 \cdot 10^6}} \geq 10^{-2} \sqrt[3]{\frac{71,66}{16}} \geq 1,65 \cdot 10^{-2} \text{ м}.$$

Определяем углы закручивания (углы поворота сечений вала):

$$\varphi_i = \frac{T_i l_i}{G I_p}; \quad \varphi_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{T_i l_i}{G I_p},$$

где I_p – полярный момент инерции сечения вала,

G – модуль упругости второго рода материала вала;

$$G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа} = 0,8 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = 0,1 \cdot d^4 = 0,1(10^{-2} \cdot 1,65)^4 = 7,41 \cdot 10^{-9} \text{ м}^4.$$

Принимаем угол закручивания равным нулю в сечении, где приложен внешний крутящий момент T_{e_1} (в заделке для вала, защемленного одним концом), имеем:

$$\varphi_a = \frac{71,66 \cdot 0,4}{8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 \cdot 7,41 \cdot 10^{-9}} = 0,0484 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\Sigma \text{ а,б}} = 0,0484 + \frac{11,94 \cdot 1,2}{8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 \cdot 7,41 \cdot 10^{-9}} = 0,0484 + 0,02417 = 0,07257 \text{ рад};$$

$$\varphi_{\Sigma \text{ а,б,в}} = 0,07257 + \frac{(-23,89 \cdot 0,4)}{8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^6 \cdot 7,41 \cdot 10^{-9}} = 0,0565 \text{ рад}.$$

Выбрав масштаб изображения, строим эпюру углов закручивания (углов поворота сечений вала) – см. рис. 6.

4. Используем закон сохранения механической энергии, согласно которому при упругой деформации вала полная (суммарная) потенциальная энергия деформации вала равна суммарной работе внешних статически приложенных к валу моментов:

$$W_{\Sigma} = U_{\Sigma},$$

где U_{Σ} – полная потенциальная энергия деформации стержня:

$$\begin{aligned} U_{\Sigma} &= \sum_{i=1}^n \frac{T_i^2 l_i}{2G \cdot I_p} = \frac{T_a^2 \cdot l_a}{2G \cdot I_p} + \frac{T_6^2 \cdot l_6}{2G \cdot I_p} + \frac{T_B^2 \cdot l_B}{2G \cdot I_p} = \\ &= \frac{(71,66)^2 \cdot 0,4}{2 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 7,41 \cdot 10^{-9}} + \frac{(11,94)^2 \cdot 1,2}{2 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 7,41 \cdot 10^{-9}} + \\ &\quad + \frac{(-23,89)^2 \cdot 0,4}{2 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 7,41 \cdot 10^{-9}} = \\ &= 1,7325 + 0,1443 + 0,1926 = 2,07 \text{ Дж}; \end{aligned}$$

W_{Σ} – суммарная работа внешних сил, статически приложенных к валу,

$$W_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} T_{e_i} \varphi_i.$$

Здесь φ_i – окончательная величина соответствующего угла поворота сечения вала, в котором приложен внешний крутящий момент T_{e_i} .

Подставив значения, получим

$$\begin{aligned} W_{\Sigma} &= \frac{1}{2} 71,66 \cdot 0 + \frac{1}{2} (-59,72) \cdot 0,0484 + \frac{1}{2} (-35,83) \cdot 0,07257 + \\ &\quad + \frac{1}{2} 23,89 \cdot 0,0565 = 0 + (-1,4452)(-1,3001) + 0,6743 = 2,07 \text{ Дж}. \end{aligned}$$

Вывод. Закон сохранения механической энергии выполняется. Следовательно, вал работает в зоне упругих деформаций.

Расчётно-графическая работа № 4

«Расчёт балки на двух опорах, работающей при деформации поперечного (прямого) изгиба»

Необходимо для балки на двух опорах подобрать сечения (рис. 7):

- стальную двутавровую балку, пользуясь таблицами сортамента прокатной стали;
- стальную балку прямоугольного поперечного сечения при отношении его высоты к ширине, равном двум.

Балка загружена сосредоточенной силой F , равномерно распределенной нагрузкой q и сосредоточенным моментом M_e .

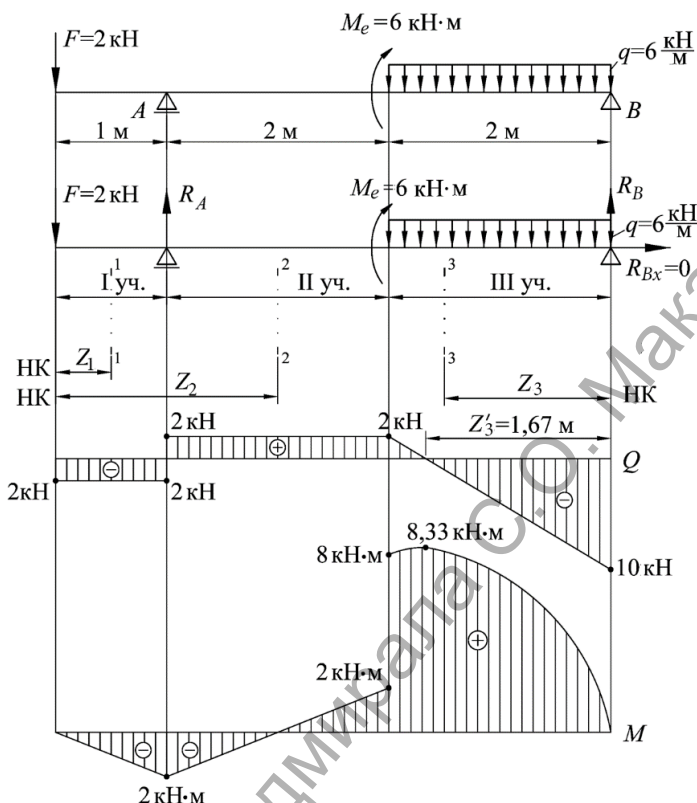


Рис. 7

Допустимые напряжения материала балки принять равными 160 МПа. В выбранном масштабе построить эпюры внутренних силовых факторов: поперечных сил и изгибающих моментов.

1. Определяем внешние силы, действующие на балку, т.е. реакции R_A и R_B .

Избавляемся от связей, действие отброшенных связей заменяем соответствующими реакциями R_A и R_B .

Анализируем полученную систему сил, которая является плоской системой параллельных сил. Этой системе сил соответствуют три уравнения равновесия: $\sum F_{iy} = 0$; $\sum M_A = 0$; $\sum M_B = 0$.

Первые два уравнения используем для нахождения R_A и R_B , последнее – для проверки правильности нахождения искомых величин.

$$\sum F_{iy} = 0; -F + R_A - q \cdot 2 + R_B = 0;$$

$$\sum M_A = 0; -F \cdot 1 - M_e - q \cdot 2 \cdot 3 + R_B \cdot 4 = 0;$$

$$R_B = \frac{-F \cdot 1 + M_e + q \cdot 2 \cdot 3}{4} = \frac{-2 \cdot 1 + 6 + 6 \cdot 2 \cdot 3}{4} = 10 \text{ кН.}$$

Из первого уравнения находим $R_A = F + q \cdot 2 - R_B = 2 + 6 \cdot 2 - 10 = 4 \text{ кН}$. Для проверки правильности нахождения R_A и R_B используем уравнение $\sum M_B = 0$:

$$F \cdot 5 + R_A \cdot 4 - M_e + q \cdot 2 \cdot 1 = 0; \quad 2 \cdot 5 + 4 \cdot 4 - 6 + 6 \cdot 2 \cdot 1 = 0.$$

Таким образом, получили $0 \equiv 0$. Следовательно, реакции R_A и R_B найдены верно.

2. Определяем внутренние силовые факторы: поперечные силы и изгибающие моменты, используя метод сечений. Для этого разбиваем балку на участки, границы участков проходят в сечениях, где приложены сосредоточенные внешние силовые факторы, а также начинается и заканчивается равномерно распределенная нагрузка. Выбираем начало координат для каждого участка балки.

Для определения внутренних силовых факторов используем принятое в теории поперечного изгиба правило знаков Q и M .

I участок

$$M_1 = -F \cdot Z_1$$

$$\text{при } Z_1 = 0 \quad M_1 = 0;$$

$$\text{при } Z_1 = 1 \text{ м} \quad M_1 = -2 \cdot 1 = -2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_1 = -F = -2 \text{ кН.}$$

II участок

$$M_2 = -F \cdot Z_2 + R_A \cdot (Z_2 - 1);$$

$$\text{при } Z_2 = 1 \text{ м} \quad M_2 = -2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } Z_2 = 3 \text{ м} \quad M_2 = -F \cdot 3 + R_A \cdot 2 = -2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_2 = -F + R_A = -2 + 4 = 2 \text{ кН.}$$

III участок

$$M_3 = R_B \cdot Z_3 - q \cdot Z_3 \cdot \frac{Z_3}{2};$$

$$\text{при } Z_3 = 0 \quad M_3 = 0;$$

$$\text{при } Z_3 = 2 \text{ м} \quad M_3 = 10 \cdot 2 - 6 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_3 = -R_B + q \cdot Z_3;$$

$$\text{при } Z_3 = 0 \quad Q_3 = -R_B = -10 \text{ кН};$$

$$\text{при } Z_3 = 2 \text{ м} \quad Q_3 = -10 + 6 \cdot 2 = 2 \text{ кН.}$$

Определяем максимальное значение момента на третьем участке, для этого найдем абсциссу сечения, в котором

$$M_3 = M_3^{\max}.$$

Приравняв нулю поперечную силу на третьем участке, т.е. первую производную от M по Z , найдем абсциссу этого сечения:

$$Q_3 = \frac{dM}{dZ} = -R_B + q \cdot Z'_3 = 0.$$

Зная выражение поперечной силы на третьем участке, найдем абсциссу сечения, в котором возникает максимальное значение момента на третьем участке:

$$-10 + q \cdot Z'_3 = 0, \text{ откуда } Z'_3 = \frac{10}{6} = 1,67 \text{ м.}$$

Таким образом,

$$M_3^{\max} = R_B \cdot Z'_3 - q \cdot Z'_3 \cdot \frac{Z'_3}{2} = 10 \cdot 1,67 - 6 \cdot \frac{(1,67)^2}{2} = 8,33 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

В выбранном масштабе строим эпюры внутренних силовых факторов Q и M (см. рис. 7).

Проверяем эпюры Q и M методом скачков, а также используем выводы, следующие из дифференциальных зависимостей между интенсивностью распределенной нагрузки q , поперечной силой Q , и изгибающим моментом M :

$$\frac{dQ}{dZ} = q; \quad \frac{dM}{dZ} = Q; \quad \frac{d^2 M}{dZ^2} = q.$$

Если на участке балки имеется равномерно распределенная нагрузка, то эпюра M – парабола. Изгибающий момент имеет экстремальное значение в том сечении, в котором поперечная сила равна нулю.

Если на участке балки отсутствует распределенная нагрузка, то эпюра Q – прямая, параллельная оси абсцисс, а эпюра M – наклонная прямая.

Если распределенная нагрузка направлена вниз, то парабола, представляющая собой эпюру M , обращена выпуклостью вверх, т.е. навстречу нагрузке и наоборот.

3. Подбираем сечения балки из условия прочности в качестве проектного расчета:

$$W_{x_{\text{расч}}} \geq \frac{8,33 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} \geq 0,521 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

Подбираем сечение двутавровой балки, пользуясь таблицами сортамента прокатной стали:

$$W_{Ix} \geq W_{x_{расч}}.$$

Ближайшее большее значение W_{Ix} по таблице сортамента равно $58,4 \text{ см}^3$ ($0,584 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$) и соответствует номеру 12 двутавровой балки (рис. 8):

Номер балки	Размеры, мм			A, см^2	Справочные величины для осей			
					x - x		y - y	
					$I_x, \text{см}^4$	$W_x, \text{см}^4$	$I_y, \text{см}^4$	$W_y, \text{см}^4$
12	120	64	4,8	14,7	350	58,4	27,9	8,72

$$A_x = 14,7 \text{ см}^2 = 0,147 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Подбираем балку прямоугольного поперечного сечения при отношении его высоты к ширине, равном двум (рис. 9).

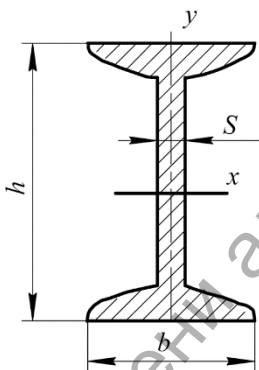


Рис. 8

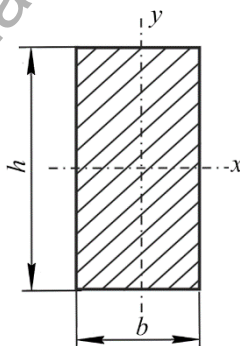


Рис. 9

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{b \cdot (2 \cdot b)^2}{6} = \frac{2}{3} b^3;$$

$$W_x \geq W_{x_{расч}}; W_{x_{расч}} \geq 0,521 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$$

$$\frac{2}{3} b^3 \geq 0,521 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3.$$

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3}{2} \cdot 0,521 \cdot 10^{-4}} \geq 10^{-1} \cdot \sqrt[3]{0,07815} \geq 10^{-1} \cdot 0,428 \text{ м};$$

$$h = 2 \cdot b = 2 \cdot 10^{-1} \cdot 0,428 \text{ м} = 10^{-1} \cdot 0,856 \text{ м};$$

$$A = b \cdot h = 10^{-1} \cdot 0,428 \cdot 10^{-1} \cdot 0,856 = 0,366 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2.$$

Отношение площади поперечного сечения балки, имеющей прямоугольное поперечное сечение, к площади поперечного сечения балки, имеющей двутавровое поперечное сечение, показывает, что расход материала на изготовление балки прямоугольного поперечного сечения в 2,5 раза больше по сравнению с балкой двутаврового поперечного сечения:

$$\frac{A}{A_I} = \frac{0,366 \cdot 10^{-2}}{0,147 \cdot 10^{-2}} \approx 2,5.$$

Вывод. Балка, имеющая двутавровое сечение, является наиболее рациональной.

Расчётно-графическая работа № 5 **«Расчёт балки на изгиб с растяжением (сжатием)»**

Определить размеры поперечного сечения стальной балки (рис. 10). Балка имеет прямоугольное поперечное сечение при отношении его высоты к ширине равном трем ($h = 3b$). Допустимое напряжение материала балки принять равным 120 МПа.

Балка испытывает совместные действия изгиба и центрального растяжения. Для определения суммарных напряжений используем принцип независимости действия сил.

Максимальное растягивающее напряжение от силы F_z во всех точках поперечного сечения: $\sigma_{t_{\max}} = \frac{N_{\max}}{A}$,

где $N_{\max}$ – продольная сила, равная F_z ;

A – площадь поперечного сечения, $A = b \cdot h = b \cdot 3b = 3b^2$

Максимальное нормальное напряжение от изгиба: $\sigma_{b_{\max}} = \frac{M_{\max}}{W_x}$,

где $M_{\max}$ – максимальный изгибающий момент в опасном сечении балки, для определения которого необходимо построить эпюру изгибающих моментов;

W_x – осевой момент сопротивления,

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(3b)^2}{6} = \frac{9b^3}{6} = \frac{3}{2}b^3 \text{ м}^3.$$

Максимальное суммарное нормальное напряжение балки:

$$\sigma_{\Sigma \max} = \frac{M_{\max}}{W_x} + \frac{N_{\max}}{A} \leq \sigma_{\text{adm}}.$$

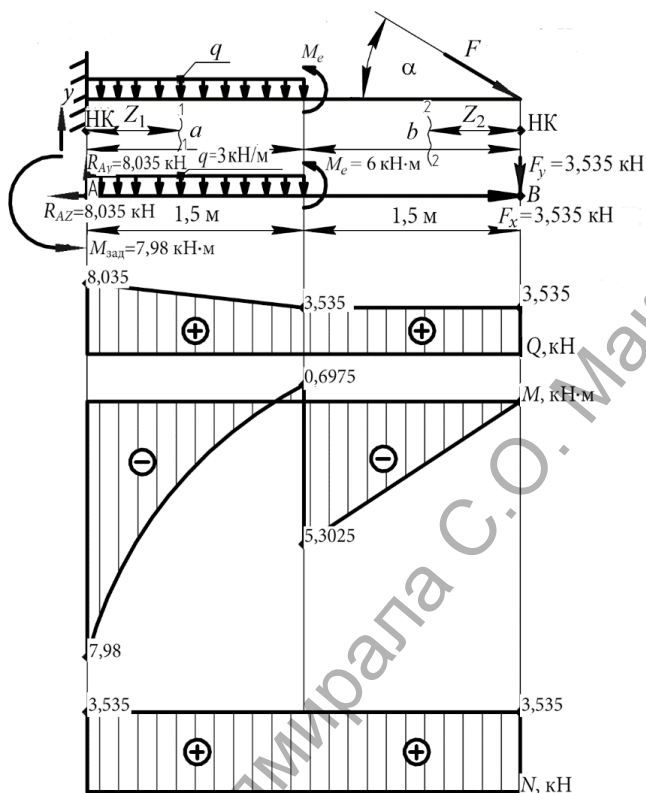


Рис. 10

Численные значения:

$M_e = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$; $q = 3 \text{ кН/м}$; $F = 5 \text{ кН}$; $a = 1,5 \text{ м}$; $b = 1,5 \text{ м}$; $\alpha = 45^\circ$; $h = 3b$;

$\sigma_{\text{adm}} = 120 \text{ МПа}$.

1. Строим расчетную схему балки. Определяем активные силы:

$$F_z = F \cos \alpha = 5 \cdot 0,707 = 3,535 \text{ кН};$$

$$F_y = F \sin \alpha = 5 \cdot 0,707 = 3,535 \text{ кН}.$$

Определяем реактивные силы в жесткой заделке из уравнений равновесия: $\sum M_A = 0$; $\sum M_B = 0$;

$$\sum M_A = 0: M_{\text{зад}} - q \cdot 1,5 \cdot 0,75 + M_e - F_y \cdot 3 = 0;$$

$$M_{\text{зад}} = q \cdot 1,5 \cdot 0,75 - M_e + F_y \cdot 3 = 3 \cdot 1,5 \cdot 0,75 - 6 + 3,535 \cdot 3 = 7,98 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$\sum M_B = 0: M_{\text{зад}} - R_{Ay} \cdot 3 + M_e + q \cdot 1,5 \cdot 2,25 = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{M_{\text{зад}} + M_e + q \cdot 1,5 \cdot 2,25}{3} = \frac{7,98 + 6 + 3 \cdot 1,5 \cdot 2,25}{3} = 8,035 \text{ кН.}$$

$$\text{Выполняем проверку: } \sum F_{iy} = 0: R_{Ay} - q \cdot 1,5 - F_y = 0;$$

$$8,035 - 4,5 - 3,535 = 0; 0 \equiv 0.$$

Следовательно, $M_{\text{зад}}$ и R_{Ay} найдены верно. При этом $R_{Az} = F_z = 3,535 \text{ кН.}$

2. Определяем внутренние силовые факторы, используя метод сечений.

I участок

$$M_1 = -M_{\text{зад}} + R_{Ay} \cdot Z_1 - q \frac{Z_1^2}{2}$$

$$\text{при } Z_1 = 0 \quad M_1 = -M_{\text{зад}} = -7,98 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } Z_1 = 1,5 \text{ м} \quad M_1 = -7,98 + 8,035 \cdot 1,5 - 3 \cdot \frac{1,5^2}{2} = 0,6975 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_1 = R_{Ay} - qZ_1$$

$$\text{при } Z_1 = 0 \quad Q_1 = R_{Ay} = 8,035 \text{ кН};$$

$$\text{при } Z_1 = 1,5 \text{ м} \quad Q_1 = 8,035 - 3 \cdot 1,5 = 3,535 \text{ кН.}$$

II участок

$$M_2 = -F_y Z_2$$

$$\text{при } Z_2 = 0 \quad M_2 = 0;$$

$$\text{при } Z_2 = 1,5 \text{ м} \quad M_2 = -3,535 \cdot 1,5 = -5,3025 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_2 = F_z = 3,535 \text{ кН};$$

$$N = F_z = 3,535 \text{ кН.}$$

3. Строим эпюры внутренних силовых факторов (см. рис. 11) и проверяем их методом скачков. Анализ эпюр позволяет установить максимальные внутренние силовые факторы: $M_{\text{max}} = 7,98 \text{ кН} \cdot \text{м}; N_{\text{max}} = 3,535 \text{ кН.}$

В данном случае опасным является сечение в заделке, где действует наибольший изгибающий момент, $M_{\text{max}} = 7,98 \text{ кН} \cdot \text{м}$. В этом сечении наиболее нагруженными являются точки, расположенные на линии прямоугольного сечения (в верхней его части) на максимальном расстоянии от нейтральной оси x , так как в них суммируются напряжения от растяжения и растягивающее

$$\text{напряжение от изгиба: } \sigma_{\Sigma \text{ max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x} + \frac{N_{\text{max}}}{A} < \sigma_{\text{adm}},$$

$$\text{т.е. } \sigma_{\Sigma \text{ max}} = \frac{7,98 \cdot 10^3 \cdot 2}{3b^3} + \frac{3,535 \cdot 10^3}{3b^2} \leq 120 \cdot 10^6 \text{ Па.}$$

Таким образом, получим уравнение, позволяющее определить ширину прямоугольного сечения b : $5,32 + 1,1783b = 120 \cdot 10^3 \cdot b^3$, преобразуя которое в окончательном виде получим уравнение для расчета ширины прямоугольного сечения: $120000b^3 - 1,1783b - 5,32 = 0$. Это кубическое уравнение (уравнение третьей степени), для решения которого разработано несколько методов. Наиболее известные из них основаны на применении формул Виета-Кардана. Решение кубического уравнения дает один действительный корень и два комплексно-сопряженных.

4. В данном случае интерес представляет только действительный корень уравнения. Для решения кубического уравнения используем сайт для решения онлайн (программа работает по методу Виета-Кардана):

www.mathforyou.net/CubicSol.html

На сайте необходимо ввести коэффициенты кубического уравнения:

$$\boxed{} x^3 + \boxed{} x^2 + \boxed{} x + \boxed{} = 0.$$

Наше исходное уравнение имеет вид: $120000b^3 - 1,1783b - 5,32 = 0$, следовательно, на сайте необходимо ввести:

$$\boxed{120000} x^3 + \boxed{0} x^2 + \boxed{-1,1783} x + \boxed{-5,32} = 0,$$

поскольку в данном случае x является b , то после введения коэффициентов нашего кубического уравнения, нажав «решить», получаем действительный корень уравнения:

$$b = 0,0354848881960151 \approx 0,0355 \text{ м};$$

$$h = 3b = 0,0355 \cdot 3 = 0,1065 \text{ м}.$$

Для решения кубического уравнения также можно использовать сайт, который даёт достаточную точность нахождения b :

matesha.ru/kubicheskoe_uravnenie.php

$$b = 0,0355 \text{ м}.$$

5. Проверяем правильность нахождения ширины прямоугольного сечения b , используя условие прочности в качестве проверочного расчета. Для этого вычисляем геометрические характеристики сечения:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{0,0355 \cdot 0,1065^2}{6} = 0,0000671 = 0,671 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3;$$

$$A = bh = 0,0355 \cdot 0,1065 = 0,003781 = 0,3781 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2;$$

$$\sigma_{\Sigma \max} = \frac{7,98 \cdot 10^3}{0,671 \cdot 10^{-4}} + \frac{3,535 \cdot 10^3}{0,3781 \cdot 10^{-2}} = 118,927 \cdot 10^6 + 0,935 \cdot 10^6 =$$

$$= 119,86 \cdot 10^6 \text{ Па} = 119,86 \cdot 10^6 \text{ МПа.}$$

Вывод. Условие прочности в качестве проверочного расчета выполняется, так как максимальное суммарное расчетное напряжение не превышает допустимого напряжения, которое для материала балки равно 120 МПа. Следовательно, можно сделать однозначный вывод, что параметры прямоугольного сечения $b = 0,0355 \text{ м}$, $h = 0,1065 \text{ м}$ найдены верно.

Расчётно-графическая работа № 6 **«Расчёт вала на кручение с изгибом»**

Для вала сплошного поперечного сечения, приведённого на схеме рис. 11, определить диаметр:

- используя теорию наибольших касательных напряжений;
- используя энергетическую теорию.

Допустимое напряжение материала вала принять равным 120 МПа.

Используя принцип независимости действия сил, определим отдельно напряжения, возникающие от кручения, и отдельно от изгиба.

При изгибе в поперечных сечениях вала возникают нормальные напряжения, достигающие наибольшего значения в крайних волокнах вала:

$$\sigma_{x \max} = \frac{M_{x \max}}{W_x}; \quad \sigma_{y \max} = \frac{M_{y \max}}{W_y},$$

и касательные напряжения, достигающие наибольшего значения на нейтральной оси и определяемые по формуле Журавского. Для круглых сечений значения касательных напряжений, определяемые по формуле Журавского, незначительны по сравнению с касательными напряжениями от кручения вала и ими, соответственно, можно пренебречь. От кручения в поперечных сечениях вала возникают касательные напряжения, достигающие наибольшего

значения во всех точках контура сечения: $\tau_{\max} = \frac{T_{\max}}{W_p}$.

1. Рассчитываем вал на деформацию кручения. Для этого определяем внешний крутящий момент, передаваемый валом:

$$T_e = \frac{P}{\omega} = \frac{1,8 \cdot 10^3}{10} = 180 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

Внутренний крутящий момент равен внешнему моменту, поскольку вал передает только один внешний крутящий момент:

$$T_{\max} = T_e = 180 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Строим эпюру внутреннего крутящего момента (см. рис. 11).

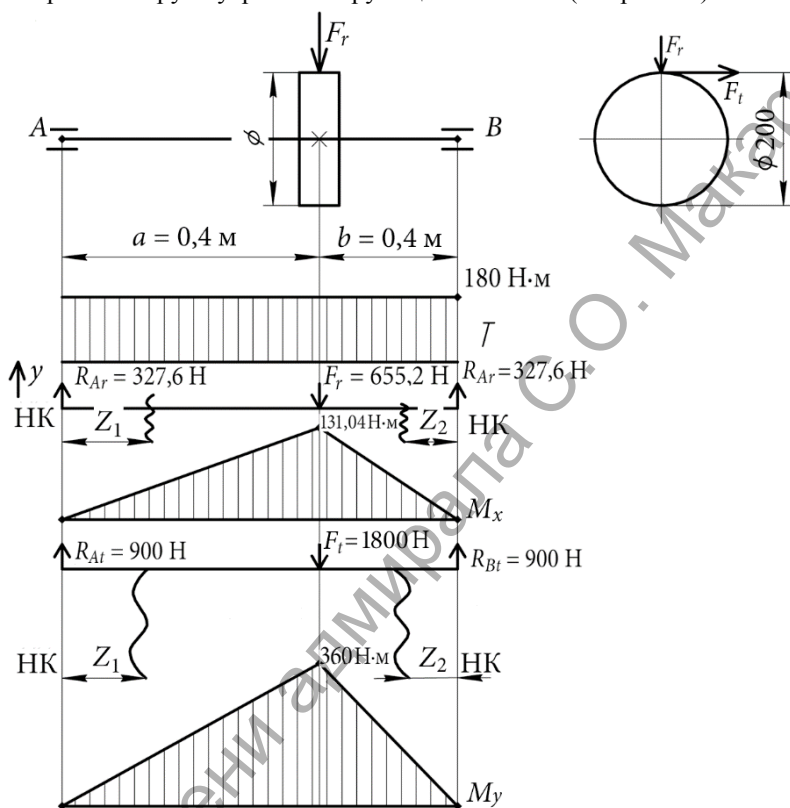


Рис. 11

Численные значения:

$p = 1,8 \text{ кВт}$; $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$; $a = 40 \text{ см}$; $b = 40 \text{ см}$; $D = 20 \text{ см}$; $\sigma_{\text{adm}} = 120 \text{ МПа}$, где D — диаметр начальной окружности зубчатого колеса.

2. Рассчитываем вал на деформацию изгиба. Учитываем, что на вал действуют две силы, возникающие вследствие зацепления зубчатых элементов:

F_t — окружная сила, F_r — радиальная сила, которые, соответственно, равны:

$$F_t = \frac{2T}{D} = \frac{2 \cdot 180}{200 \cdot 10^{-3}} = 1800 \text{ Н}; \quad F_r = 0,364 F_t = 0,364 \cdot 1800 = 655,2 \text{ Н}.$$

Эти силы создают изгиб в двух плоскостях: в вертикальной плоскости (сила F_r), в горизонтальной плоскости (сила F_t). Используя принцип независимости действия сил, рассчитываем отдельно изгиб от действия вертикальной силы F_r и горизонтальной силы F_t . Расчеты завершаем построением эпюр изгибающих моментов от соответствующих сил.

Показываем расчетную схему от вертикальной силы F_r . Определяем реакции связей R_{Ar} и R_{Br} , используя уравнения равновесия $\sum M_A = 0$ и $\sum M_B = 0$:

$$\sum M_A = 0: -F_r \cdot 0,4 + R_{Br} \cdot 0,8 = 0; R_{Br} = \frac{F_r \cdot 0,4}{0,8} = 327,6 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = 0: -R_{Ar} \cdot 0,8 + F_r \cdot 0,4 = 0; R_{Ar} = \frac{F_r \cdot 0,4}{0,8} = 327,6 \text{ Н}.$$

Используя уравнение $\sum F_{iy} = 0$, выполняем проверку правильности определения реакции R_{Ar} и R_{Br} , выбрав направление оси y :

$\sum F_{iy} = 0: R_{Ar} - F_r + R_{Br} = 0; +327,6 - 655,2 + 327,6 = 0; 0 \equiv 0$. Следовательно, искомые реакции найдены верно. Указываем значения реакций на расчетной схеме.

Используя метод сечений, находим изгибающие моменты, действующие в вертикальной плоскости (нейтральная ось x) и строим эпюру изгибающего момента M_x (см. рис. 11).

I участок

$$M_{x_1} = R_{Ar} \cdot Z_1 \text{ при } Z_1 = 0; M_{x_1} = 0 \text{ при } Z_1 = 0,4 \text{ м}; M_{x_1} = 327,6 \cdot 0,4 = 131,04 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

II участок

$$M_{x_2} = R_{Br} \cdot Z_2 \text{ при } Z_2 = 0; M_{x_2} = 0 \text{ при } Z_2 = 0,4 \text{ м}; M_{x_2} = 327,6 \cdot 0,4 = 131,04 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Показываем расчетную схему от горизонтальной силы F_t , совмещая её с плоскостью чертежа, и определяем реакции R_{At} и R_{Bt} , аналогично найденным выше реакциям.

$$\sum M_A = 0: -F_t \cdot 0,4 + R_{Bt} \cdot 0,8 = 0; R_{Bt} = \frac{F_t \cdot 0,4}{0,8} = \frac{1800}{2} = 900 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = 0: -R_{At} \cdot 0,8 + F_t \cdot 0,4 = 0; R_{At} = \frac{F_t \cdot 0,4}{0,8} = \frac{1800}{2} = 900 \text{ Н}.$$

Выполняем проверку: $\sum F_{iy} = 0; +900 - 1800 + 900 = 0; 0 \equiv 0$.

Таким образом, искомые реакции найдены верно.

Используя метод сечений, находим изгибающие моменты, действующие в горизонтальной плоскости (нейтральная ось y) и строим эпюру изгибающего момента M_y (см. рис. 11).

I участок

$$M_{y1} = R_{At} \cdot Z_1$$

при $Z_1 = 0$ $M_{y1} = 0$; при $Z_1 = 0,4$ м $M_{y1} = 900 \cdot 0,4 = 360$ Н · м.

II участок

$$M_{y2} = R_{Bt} \cdot Z_2$$

при $Z_2 = 0$ $M_{y2} = 0$; при $Z_2 = 0,4$ м $M_{y2} = 900 \cdot 0,4 = 360$ Н · м.

3. Определяем диаметр вала, работающего на кручение и изгиб в двух плоскостях.

Для этого используем теорию наибольших касательных напряжений:

$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 4\tau_{max}^2} \leq \sigma_{adm}$, для вала сплошного круглого поперечного сечения, соответственно, имеем:

$$\sigma_{red} = \frac{M_{red}}{W_x} \leq \sigma_{adm}, \text{ где } M_{red} = \sqrt{M_{max}^2 + T_{max}^2};$$

$$W_x = 0,1d^3;$$

$$M_{max} = \sqrt{M_{x_{max}}^2 + M_{y_{max}}^2} = \sqrt{131,04^2 + 360^2} = 383,12 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_{red} = \sqrt{383,12^2 + 180^2} = 423,3 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Используя условие прочности в качестве проектного расчета, находим

$$\text{диаметр вала: } W_x \geq \frac{M_{red}}{\sigma_{adm}}; d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{red}}{0,1 \cdot \sigma_{adm}}}; d \geq \sqrt[3]{\frac{423,3}{0,1 \cdot 120 \cdot 10^6}} \geq 10^{-2} \sqrt[3]{35,275} \geq$$

$$10^{-2} \cdot 3,28 \text{ м} \geq 32,8 \text{ мм},$$

Используем энергетическую теорию:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_{max}^2 + 3\tau_{max}^2} \leq \sigma_{adm}.$$

Для вала сплошного круглого поперечного сечения, соответственно, имеем:

$$\sigma_{red} = \frac{M_{red}}{W_x} \leq \sigma_{adm},$$

$$\text{где } M_{red} = \sqrt{M_{x_{max}}^2 + 0,75T_{max}^2};$$

$$M_{max} = \sqrt{M_{x_{max}}^2 + M_{y_{max}}^2} = \sqrt{131,04^2 + 131,04^2} = 383,12 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$M_{red} = \sqrt{M_{max}^2 + 0,75T_{max}^2} = \sqrt{383,12^2 + 0,75 \cdot 180^2} = 413,6 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{red}}{0,1\sigma_{adm}}} \geq \sqrt[3]{\frac{413,6}{0,1 \cdot 120 \cdot 10^6}} \geq \sqrt[3]{\frac{413,6}{12 \cdot 10^6}} \geq 10^{-2} \sqrt[3]{34,47} \geq 10^{-2} \times$$

$$\times 3,254 \text{ м} \geq 32,54 \text{ мм}.$$

Вывод. Рассчитанный диаметр вала равен 32,54 мм.

Расчётно-графическая работа № 7 **«Расчёт сжатых стержней на устойчивость»**

Определить допускаемую рабочую нагрузку F_{Sadm} для стержня, изготовленного из материала Ст. 3, длина которого $l = 2 \text{ м}$ (рис. 12). Стержень имеет прямоугольное поперечное сечение при отношении его высоты к ширине, равном 0,5; ширина стержня равна 300 мм. Допустимое напряжение материала стержня принять равным 150 МПа. Сделать вывод об устойчивости стержня при действии на него рабочей нагрузки, заданной в соответствии с номером варианта ($F_S = 500 \text{ кН}$).

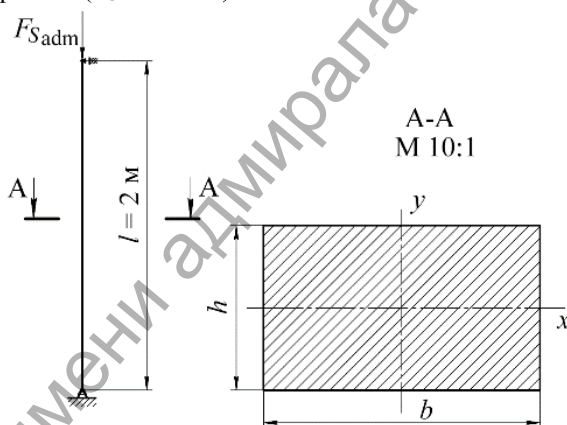


Рис. 12

1. Определяем гибкость стержня. Для этого необходимо определить минимальный момент инерции поперечного сечения стержня.

$$J_{min} = J_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{300 \cdot 10^{-3} (150 \cdot 10^{-3})^3}{12} = 84,38 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4.$$

Площадь поперечного сечения стержня равна:

$$A = bh = 300 \cdot 10^{-3} \cdot 150 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Минимальный радиус инерции поперечного сечения:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{84,38 \cdot 10^{-6}}{45 \cdot 10^{-3}}} = 0,0433 \text{ м.} = 84,38 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4.$$

Гибкость стержня $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$, где μ – коэффициент приведения длины.

Приведённый на схеме стержень имеет шарнирное закрепление обоих концов. Следовательно, $\mu = 1$.

$$\lambda = \frac{1 \cdot 2}{0,0433} = 46,2.$$

Для материала стержня предельная гибкость, при которой применима

формула Эйлера: $\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}}$, где E – модуль упругости первого рода материала стержня, равный $2 \cdot 10^5$ МПа; σ_{pr} – предел пропорциональности материала, равный 200 МПа, определяется следующим образом:

$$\lambda_{пр} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{200}} = 100.$$

Поскольку гибкость данного стержня меньше предельной гибкости, формула Эйлера для расчета стержня на устойчивость неприменима.

$$\lambda = 46,2 < \lambda_{пр} = 100.$$

2. Воспользуемся практической формулой для расчета стержня на устойчивость. По таблице определяем коэффициент продольного изгиба стержня в зависимости от гибкости:

- для $\lambda = 40$ значение $\varphi = 0,92$;
- для $\lambda = 50$ значение $\varphi = 0,89$.

Таким образом, для гибкости стержня $\lambda = 46,2$; коэффициент продольного изгиба:

$$\varphi = 0,92 - \frac{(0,92 - 0,89) \cdot 6,2}{10} = 0,9014.$$

Допустимая рабочая нагрузка

$$F_{s_{adm}} = \varphi \cdot \sigma_{adm} \cdot A = 0,9014 \cdot 150 \cdot 10^6 \cdot 45 \cdot 10^{-3} = 6084,45 \cdot 10^3 \text{ Н} = 6084,45 \text{ кН.}$$

3. Определяем критическое напряжение по эмпирической формуле Гетмайера-Ясинского: $\sigma_{cr} = a - b\lambda$, где a , b – коэффициенты, зависящие от материала стержня. Для материала стержня Ст. 3: $a = 310$ МПа, $b = 1,14$ МПа;

$$\sigma_{cr} = 310 - 1,14 \cdot 46,2 = 257,33 \text{ МПа.}$$

4. Определим допустимый коэффициент запаса устойчивости стержня:

$$n_{S_{adm}} = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{S_{adm}}}, \text{ где } \sigma_{S_{adm}} = \varphi \sigma_{adm} = 0,9014 \cdot 150 \cdot 10^6 = 135,2 \cdot 10^6 \text{ Па} =$$

$$= 135,2 \text{ МПа, т.е. } n_{S_{adm}} = \frac{257,33}{135,2} = 1,9.$$

Численное значение допустимого коэффициента запаса устойчивости стержня, полученное при расчете, попадает в диапазон значений допустимого коэффициента запаса устойчивости, который для пластичных материалов лежит в диапазоне 1,8 ... 3.

Зная значение допускаемого коэффициента запаса устойчивости, можно определить критическую силу для стержня:

$$n_{S_{adm}} = \frac{F_{cr}}{F_{S_{adm}}};$$

$$F_{cr} = n_{S_{adm}} \cdot F_{S_{adm}} = 1,9 \cdot 6084,5 = 11560,6 \text{ кН.}$$

Примечание. Коэффициент продольного изгиба в зависимости от гибкости для центрально-сжатых стержней, выполненных из малоуглеродистой стали марки Ст.3, можно найти в интернете, например, на сайтах:

www.sopromat.ru/ustoidata.htm

mysopromat.ru/.../

edu.dvgups.ru/.../METOD/UP_TEST/frame/8.htm.

Вывод. Заданный стержень при действии на него рабочей нагрузки, равной 500 кН, будет устойчив, поскольку для него допустимая рабочая нагрузка и критическая сила, соответственно, равны: 6084,45 кН и 11560,6 кН.

Расчётно-графическая работа № 8 **«Статически неопределимые системы»**

Стержень, жестко закрепленный верхним концом, состоит из трёх соединенных между собой частей: верхняя и нижняя части стальные, средняя – медная (рис. 13).

Модуль упругости первого рода:

$$\text{стали} - E_{ст} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа; меди} - E_{мед} = 1 \cdot 10^5 \text{ МПа.}$$

Коэффициенты теплового расширения, соответственно, равны

$$\alpha_{\text{ст}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град.}; \alpha_{\text{мед}} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ 1/град.}$$

Найти напряжения во всех трёх частях стержня при повышении температуры на 50°C , если нижняя часть стержня имеет зазор до жёсткой опоры Δl , равный $0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Длины участков стержня и соответствующие площади поперечных сечений необходимо принять из таблицы согласно номеру шифра:

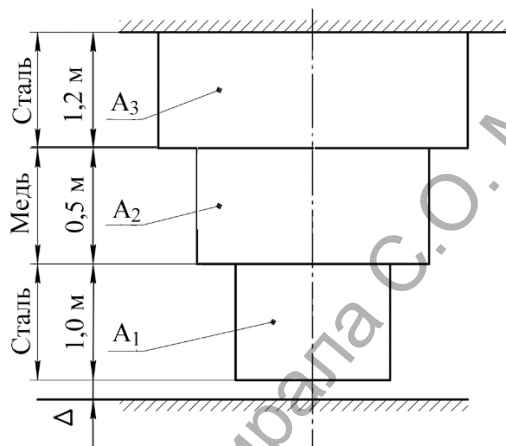


Рис. 13

Численные значения:

$A_1 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$; $A_2 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$; $A_3 = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$; Зазор $\Delta l = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

1. При расчете статически неопределимых стержневых систем температурные напряжения определяются с помощью формулы полного удлинения стержня:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} + \alpha \Delta t l.$$

В статически неопределимых стержневых системах изменение температуры сопровождается появлением внутренних усилий, т.е. появлением напряжений $\sigma_t = E\alpha\Delta t$, при этом $\alpha = \text{const}$.

$$\Delta l_N = \Delta l_t - \Delta l,$$

где Δl_N – изменение длины стержневой системы, обусловленное возникновением внутренней силы N , которая будет одинакова по всей длине стержня:

$$\Delta l_N = \sum_{i=1}^n \frac{N l_i}{E_i A_i} = \frac{N l_1}{E_{\text{ст}} A_1} + \frac{N l_2}{E_{\text{мед}} A_2} + \frac{N l_3}{E_{\text{ст}} A_3};$$

Δl_t – изменение длины стержневой системы, обусловленное изменением температуры:

$$\Delta l_t = \sum_{i=1}^n \alpha_i \Delta t l_i = \alpha_{\text{ст}} \Delta t l_1 + \alpha_{\text{мед}} \Delta t l_2 + \alpha_{\text{ст}} \Delta t l_3;$$

Δl – конструктивный зазор, равный $0,25 \cdot 10^{-3}$ м.

Таким образом, из уравнения перемещения (из уравнения полного удлинения стержня) найдем продольную силу, возникающую в поперечных сечениях ступенчатого стержня:

$$\begin{aligned} N &= \frac{\Delta t (\alpha_{\text{мед}} l_2 + \alpha_{\text{мед}} (l_1 + l_3)) - \Delta l}{\left(\frac{l_1}{E_{\text{ст}} A_1} + \frac{l_2}{E_{\text{мед}} A_2} + \frac{l_3}{E_{\text{ст}} A_3} \right)} = \\ &= \frac{50 (16 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,2) - 0,25 \cdot 10^{-3}}{\left(\frac{1,0}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,5}{1 \cdot 10^{11} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}} + \frac{1,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1,4 \cdot 10^{-3}} \right)} = \\ &= \frac{1,72 \cdot 10^{-3} - 0,25 \cdot 10^{-3}}{1,35 \cdot 10^{-8}} = 1,09 \cdot 10^5 \text{ Н} = 109 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Рассчитаем максимальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях ступенчатого стержня:

$$\sigma_{1\text{max}} = \frac{N}{A_1} = \frac{109 \cdot 10^3}{1,0 \cdot 10^{-3}} = 109 \cdot 10^6 \text{ Па} = 109 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{2\text{max}} = \frac{N}{A_2} = \frac{109 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 10^{-3}} = 91 \cdot 10^6 \text{ Па} = 91 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{3\text{max}} = \frac{N}{A_3} = \frac{109 \cdot 10^3}{1,4 \cdot 10^{-3}} = 78 \cdot 10^6 \text{ Па} = 78 \text{ МПа}.$$

Определим температуру, при которой зазор окажется закрытым и стержневая система станет статически неопределимой:

$$\Delta l_t = \alpha_{\text{ст}} \Delta t' l_1 + \alpha_{\text{мед}} \Delta t' l_2 + \alpha_{\text{ст}} \Delta t' l_3;$$

$$0,25 \cdot 10^{-3} = \Delta t' (12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,2 + 16 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5);$$

$$0,25 \cdot 10^{-3} = \Delta t' \cdot 34,4 \cdot 10^{-6},$$

$$\text{откуда } \Delta t' = \frac{0,25 \cdot 10^{-3}}{34,4 \cdot 10^{-6}} \approx 0,00727 \cdot 10^3 \approx 7,3 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Таким образом, при изменении температуры системы на $7,3 \text{ }^{\circ}\text{C}$ зазор закроется, и система станет статически неопределимой.

2. Если бы в стержневой системе зазор изначально отсутствовал, то она была бы изначально статически неопределима, и для нее нужно было бы использовать уравнение $\Delta l_N = \Delta l_t$, решение которого дает значение внутренней продольной силы N' при отсутствии конструктивного зазора:

$$\begin{aligned} N' &= \frac{\Delta t (\alpha_{\text{мед}} l_2 + \alpha_{\text{ст}} (l_1 + l_3))}{\left(\frac{l_1}{E_{\text{ст}} A_1} + \frac{l_2}{E_{\text{мед}} A_2} + \frac{l_3}{E_{\text{ст}} A_3} \right)} = \\ &= \frac{50 (16 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,2)}{\left(\frac{1,0}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1,0 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,5}{1 \cdot 10^{11} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}} + \frac{1,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1,4 \cdot 10^{-3}} \right)} = \\ &= \frac{1,72 \cdot 10^{-3}}{1,35 \cdot 10^{-8}} = 1,274 \cdot 10^5 \text{ Н} = 127,4 \text{ кН}. \end{aligned}$$

При этом максимальные напряжения, возникающие в поперечных сечениях ступенчатого стержня, соответственно, равны:

$$\sigma'_{1\text{max}} = \frac{N'}{A_1} = \frac{127,4 \cdot 10^3}{1,0 \cdot 10^{-3}} = 127,4 \cdot 10^6 \text{ Па} = 127,4 \text{ МПа};$$

$$\sigma'_{2\text{max}} = \frac{N'}{A_2} = \frac{127,4 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 10^{-3}} = 106,2 \cdot 10^6 \text{ Па} = 106,2 \text{ МПа};$$

$$\sigma'_{3\text{max}} = \frac{N'}{A_3} = \frac{127,4 \cdot 10^3}{1,4 \cdot 10^{-3}} = 91,0 \cdot 10^6 \text{ Па} = 91 \text{ МПа}.$$

Вывод. В результате выполненных расчетов доказано что конструктивный зазор, используемый в стержневой системе, равный $0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, позволил снизить максимальные напряжения стержня со значения, равного 127,4 МПа, до значения, равного 109 МПа, т.е. на 14,4 %.

Оглавление

Общие указания по выполнению расчётно-графических работ.....	3
Расчётно-графическая работа № 1 «Растяжение и сжатие».....	4
Расчётно-графическая работа № 2 «Растяжение и сжатие».....	4
Расчётно-графическая работа № 3 «Кручение».....	5
Расчётно-графическая работа № 4 «Поперечный изгиб».....	6
Расчётно-графическая работа № 5 «Сложное сопротивление».....	7
Расчётно-графическая работа № 6 «Сложное сопротивление».....	7
Расчётно-графическая работа № 7 «Расчет сжатых стержней на устойчивость».....	8
Расчётно-графическая работа № 8 «Статически неопределимые системы».....	8
Библиографический список.....	9
Приложение 1. Варианты расчётных схем для выполнения расчётно-графических работ № 1–8.....	10
Приложение 2. Примеры выполнения расчётно-графических работ	18

Коршакова Ольга Андреевна,

канд. техн. наук, доц.

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Методические рекомендации по выполнению
расчётно-графических работ



199106, Санкт-Петербург, 22 линия, 9
тел./факс 812 -322-33-42, 322-77-26
e-mail:izdat@gumrf.ru

Ответственный за выпуск
Редактор
Компьютерная верстка

Сатикова Т.Ф.
Карамзина Н.А.
Тюленева Е.И.

Подписано в печать 30.10.2014
Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman
Усл. печ. л. 3. Тираж 200 экз. Заказ № 101/14