

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания по решению графического задания «Эпор»

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2016**

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Санкт-Петербургский горный университет"

Кафедра начертательной геометрии и графики

ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Методические указания по решению графического задания «Эпюр»

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2016**

УДК 622:744(075.83)

Начертательная геометрия: Методические указания по решению графического задания «Эпюр»/ Санкт-Петербургский государственный горный институт. - Сост, *С. А. Игнатьев*. - СПб, 2016. - 14 с.

Методические указания содержат рекомендации и пояснения по построению линии пересечения геометрических тел и построению разверток поверхностей, необходимые для оформления графического задания «Эпюр». Предназначены для студентов всех специальностей.

Ил. 10 , Библ.: 3 назв., Прил. 2

Научный редактор проф. Ю.Д. Мураев

© Санкт-Петербургский горный университет, 2016 г.

1. ЗАДАНИЕ И ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ГРАФИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ «ЭПЮР»

Задание: Построить: а) третьи проекции геометрических тел, заданных, как указано в задании; б) линию пересечения заданных геометрических тел. Показать взаимную видимость геометрических тел. Построить развертки геометрических тел и нанести на них линию пересечения. Развертки тонировать.

- Графическое задание “Эпюр” выполняется на листе формата А2 (420x594 мм). Внутри формата сплошной основной линией проводится внутренняя рамка на расстоянии 20 мм от левой стороны листа и на расстоянии 5 мм от остальных сторон. Чертёж выполняется карандашом с соблюдением стандартных типов линий по ГОСТ 2.303-68. Все надписи, отдельные обозначения букв или цифр наносятся чертёжным шрифтом (размер шрифта 5 мм или 7 мм) в соответствии с ГОСТ 2.304-81.
- В правом нижнем углу вычерчивается и заполняется основная надпись для первого листа чертежей и схем по форме 1 (ГОСТ 2.104-68).
- В графу «Наименование изделия» вписывается название графического задания – «Эпюр»; в графу «Обозначение документа» – «НГ.00.ХХ.ГЗ», где ХХ – номер варианта.

Вариант задания выбирается из приложения настоящих методических указаний, исходя из номера студента по списку журнала группы. Основные размеры геометрических тел даны в задании. Размеры поверхностей, не указанные в задании, выбираются самостоятельно, исходя из условия сохранения общих пропорций заданных геометрических тел.

Порядок выполнения задания:

- 1) индивидуальное задание перечерчивается в верхнем левом углу чертежного формата с учетом наиболее равномерного размещения чертежа в пределах листа;
- 2) строятся третьи проекции заданных геометрических тел (ось z выбирается произвольно);
- 3) строится линия пересечения заданных геометрических тел (на всех трех проекциях);
- 4) на свободном месте чертежного листа строятся развертки заданных геометрических тел;
- 5) на развертки наносится линия пересечения, развертки тонируются цветными карандашами или акварельными красками.

Пример выполнения задания помещен в Приложении 1.

2. ПОСТРОЕНИЕ ТРЕТЬЕЙ ПРОЕКЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Третьи проекции заданных геометрических тел строятся по общим правилам построения эпюра, исходя из того, что геометрические тела находятся в I октанте. Построения на этом этапе выполняются в тонких линиях, так как еще не определены пределы взаимной видимости геометрических тел.

Пример построения третьих проекций пирамиды и призмы дан на рис. 1.

3. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ЗАДАНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

При взаимном пересечении геометрических тел образуется геометрическое место точек, принадлежащих одновременно обеим поверхностям. Это геометрическое место точек представляет собой **линию пересечения** данных поверхностей.

Способ построения линии пересечения определяется прежде всего видом пересекающихся поверхностей, поэтому рассмотрим следующие типы взаимного пересечения:

- 1) пересечение поверхностей многогранников;
- 2) пересечение поверхностей вращения и многогранника;
- 3) пересечение поверхностей вращения.

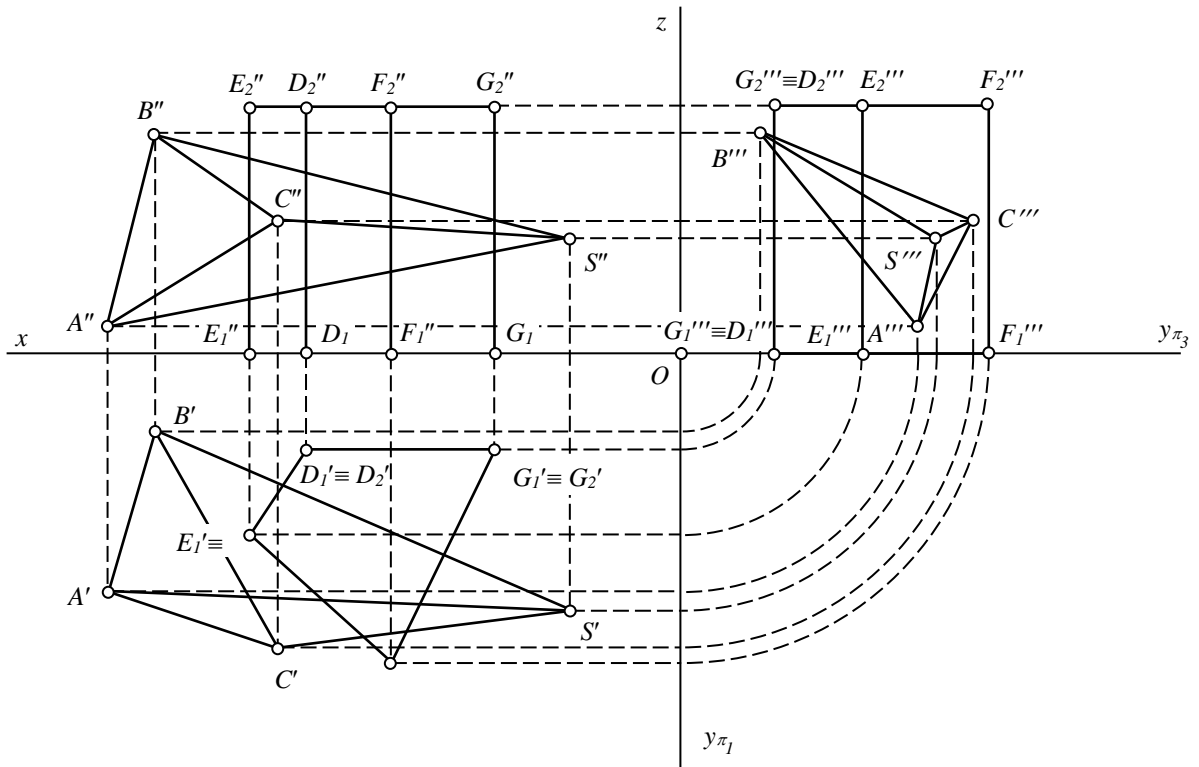


Рис. 1

3.1. Взаимное пересечение поверхностей многогранников

Линия, образуемая при пересечении поверхностей двух многогранников, представляет собой одну или несколько пространственных замкнутых ломаных линий (в частном случае - плоскую ломаную линию).

В зависимости от способа определения элементов линии пересечения (ее сторон или вершин) построение производится путем:

- 1) определения отрезков прямых, по которым грани одного многогранника пересекают грани другого - **способ "граней"**;
- 2) определения точек пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго многогранника с гранями первого - **способ "ребер"**.

Первый способ решения сводится к многократному построению линии пересечения плоскостей, в которых лежат грани многогранников, во втором - к построению точек встречи прямых (ребер) с плоскостями, заданными гранями многогранника. Из них выбирают тот способ, который дает наиболее простые построения при данном расположении многогранников, при этом возможно комбинированное использование обоих способов. На практике пользуются главным образом способом "ребер".

Существуют следующие правила, которыми следует руководствоваться при построении линии пересечения:

- 1) если хотя бы одна проекция ребра многогранника не пересекает проекцию грани другого многогранника, то данное ребро не пересекает этой грани (однако пересечение всех проекций ребра одного многогранника со всеми одноименными проекциями граней другого многогранника не означает, что эти ребро и грань пересекаются);

2) проекции линии пересечения располагаются в пределах фигуры, образованной при наложении одноименных проекций двух многогранников;

3) все точки отрезка линии пересечения лежат во одной грани как первого, так и второго многогранника (последовательность соединения точек перегиба линии пересечения определяется при помощи вспомогательных диаграмм или таблиц, например, при помощи так называемой “сетки” Д.Г. Ананова);

4) отрезок линии пересечения является “видимым”, если обе грани многогранников, в которых лежит этот отрезок, также “видимые”.

На рис. 2 показано построение линии пересечения прямой четырехугольной призмы $D_1E_1F_1G_1D_2E_2F_2G_2$ и треугольной пирамиды $SABC$. Построение выполнено способом “ребер”.

Проанализируем положение проекций ребер призмы относительно граней пирамиды. На фронтальной плоскости проекций ребра призмы, лежащие в обоих основаниях, не пересекают проекции граней пирамиды, следовательно, они не пересекают поверхность пирамиды. На горизонтальной плоскости проекций ребра D_1D_2 , G_1G_2 и F_1F_2 , спроецировавшиеся в точку, не пересекают проекций граней пирамиды, поэтому они также не пересекают поверхности пирамиды. Только ребро E_1E_2 призмы может пересекать поверхность пирамиды.

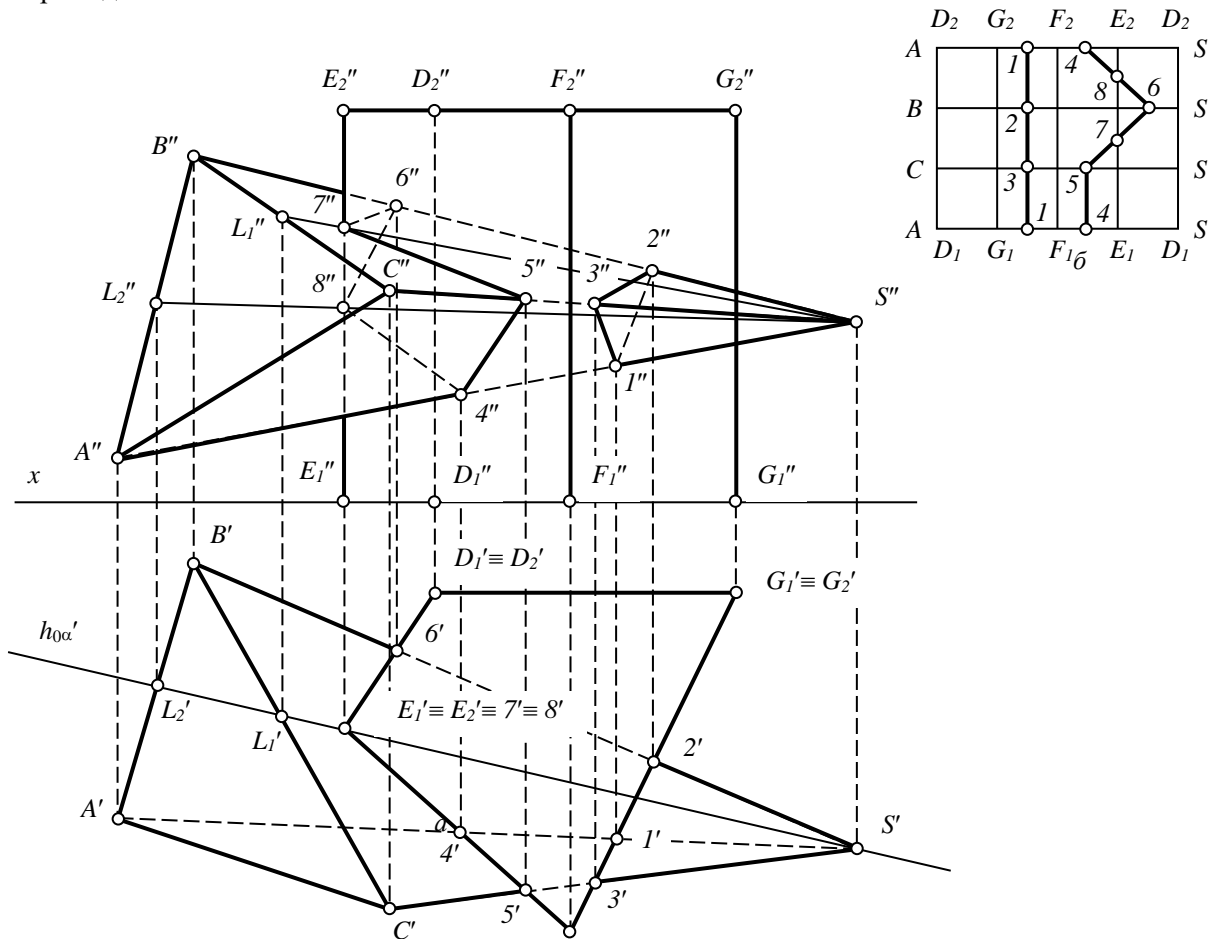


Рис. 2

Рассуждая аналогичным образом, можно прийти к выводу, что ребра SA , SB и SC пирамиды также могут пересекать поверхность призмы.

Поскольку грани призмы лежат в горизонтально-проецирующих плоскостях, положение горизонтальных проекций точек пересечения (точек $1'$, $2'$, $3'$, $4'$, $5'$ и $6'$) ребер SA , SB и SC с гранями призмы очевидно. Фронтальные проекции этих точек лежат на пересечении линий

проекционной связи, проведенных из найденных точек, и соответствующих проекций ребер пирамиды.

Для нахождения точек пересечения ребра E_1E_2 призмы с поверхностью пирамиды через это ребро и вершину S пирамиды проведена вспомогательная горизонтально-проецирующая плоскость α . В сечении этой плоскостью пирамиды образуется треугольник SL_1L_2 . В точках пересечения ребра E_1E_2 с контурами сечения образуются точки 7 и 8 - точки пересечения ребра E_1E_2 с поверхностью пирамиды.

Последовательность соединения построенных точек определена при помощи “сетки” Д.Г. Ананова - таблицы, строки и столбцы которой имитируют грани многогранников.

На рис. 2 (справа) столбцы $D_1G_1G_2D_2$, $G_1F_1F_2G_2$ и т.д. отображают боковые грани призмы, а строки $ASSB$, $BSSC$, $CSSA$ - грани ASB , BSC , CSA пирамиды. На диаграмму наносятся точки, принадлежащие линии пересечения. Например, точка 2 находится на ребре SB пирамиды и в грани $G_1F_1F_2G_2$ призмы, точка 6 - на этом же ребре пирамиды и в грани $E_1D_1D_2E_2$ призмы, точка 7 - на ребре E_1E_2 призмы и в грани SBC пирамиды и т.д. Построенные на “сетке” Ананова точки соединяются по следующему правилу: соединяются точки, лежащие в пределах одной ячейки. Точку 1 можно соединить только с точками 2 и 3, точку 2 - только с точками 1 и 3 и т.д.

Таким образом, линия пересечения заданных многогранников распалась на две линии: треугольник 123 и пространственную замкнутую ломаную линию 457684 . При помощи алгоритма, найденного по “сетке” Д.Г. Ананова, фронтальные проекции вершин этих фигур соединяются отрезками прямых с соблюдением правил обозначения взаимной видимости. В направлении на плоскость π_2 в призме “видимыми” будут грани $E_1F_1F_2E_2$ и $F_1G_1G_2F_2$, в пирамиде - грани SBC и SCA . Одновременно этим граням принадлежат отрезки 13 , 32 , 45 и 57 , следовательно, они считаются видимыми; остальные отрезки закрываются от непосредственного обзора поверхностями многогранников.

3.2. Пересечение поверхности вращения и многогранника

Линия пересечения таких поверхностей представляет собой одну или несколько плоских кривых линий, являющихся пересечением отдельных граней многогранника с заданным телом вращения. Точки излома кривой линии (если они имеются) соответствуют точкам пересечения ребер многогранника с поверхностью вращения.

В общем случае, для построения линии пересечения необходимо найти ряд точек, принадлежащих обеим поверхностям, и соединить их замкнутой кривой линией. Эти точки могут быть найдены путем проведения:

- 1) вспомогательных прямых линий, принадлежащих граням многогранника;
- 2) вспомогательных образующих тела вращения;
- 3) вспомогательных секущих плоскостей.

Как правило, общие точки определяются путем комбинации перечисленных выше способов с учетом упрощения или уточнения построений. Построение линии пересечения начинается с определения **характерных точек**, т.е. точек, занимающих особое расположение по отношению к плоскости проекций или к самой линии пересечения.

К характерным точкам относятся:

- 1) наиболее удаленная и наиболее близкая точки к плоскостям проекций (экстремальные точки);
- 2) точки, делящие кривую на видимую и невидимую части (точки видимости);
- 3) точки наибольшей или наименьшей ширины кривой.

Рассмотрим пример построения линии пересечения правильной четырехугольной пирамиды и соосного с ней цилиндра (рис. 3). Характерные точки 1, 2, 3 и 4, являющиеся точками встречи ребер пирамиды с поверхностью цилиндра, определены по пересечению горизонтальных проекций ребер с проекцией поверхности цилиндра (на горизонтальной плоскости проекций она спроецировалась в окружность).

Характерные точки 5, 6, 7 и 8, наиболее близкие к плоскости проекций π_1 , находятся в месте пересечения видимых образующих цилиндра с гранями пирамиды: точки 5 и 7 найдены по их фронтальным проекциям, точки 6 и 8 - по профильным проекциям.

Дополнительные точки определены при помощи вспомогательных секущих плоскостей α и β , параллельных плоскости π_1 . В сечении цилиндра эти плоскости дают окружности, совпадающие на горизонтальной плоскости проекций с основанием цилиндра, а в сечении пирамиды - прямоугольники. Точки взаимного пересечения этих сечений, принадлежат одновременно поверхности пирамиды и поверхности цилиндра. Построенные точки последовательно соединяются замкнутой кривой линией. Линия пересечения представляет собой четыре дуги эллипсов, соединяющихся между собой в точках пересечения ребер пирамиды с поверхностью цилиндра. Верхняя часть пирамиды, ограниченная линией пересечения, считается "невидимой", т.к. она находится внутри цилиндра и закрывается от непосредственного обзора его поверхностью. Нижняя часть цилиндра также будет "невидимой".

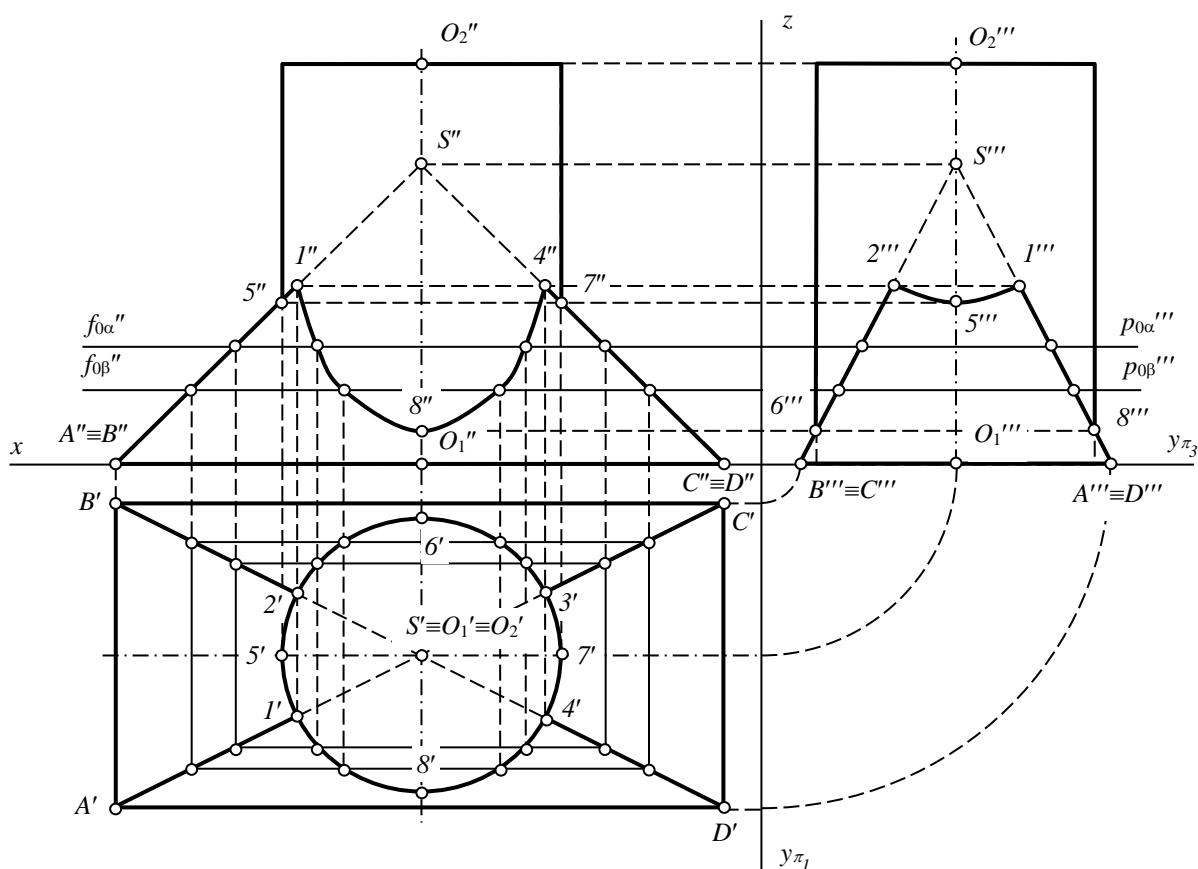


Рис. 3

3.3. Пересечение поверхностей вращения

Линия пересечения поверхностей вращения является пространственной кривой линией (или кривыми линиями). Однако в некоторых частных случаях она может быть и плоской - окружностью, эллипсом, прямой и т.д.

Для определения общих точек применяются два способа:

- 1) способ вспомогательных образующих линий;
- 2) способ вспомогательных секущих поверхностей.

В первом случае определяются точки, в которых образующая одной поверхности вращения пересекает другую поверхность. Повторяя этот прием для нескольких образующих, определяют ряд точек, необходимых для построения линии пересечения.

Во втором случае заданные тела пересекаются третьей поверхностью, которая дает в пересечении с ними простейшие для построения линии (прямые или окружности). Точки взаимного пересечения этих линий лежат как в секущей поверхности, так и на поверхности заданных тел вращения. Проведя ряд секущих поверхностей, можно найти необходимое количество общих точек, через которые затем проводится искомая линия пересечения.

Способ вспомогательных образующих рационально использовать при построении линии пересечения поверхностей вращения, если хотя бы одна из заданных поверхностей является линейчатой (т.е. поверхностью, которая может быть образована движением прямой линии), и точки пересечения прямолинейных образующих с контурами второй поверхности очевидны.

Способ вспомогательных секущих поверхностей является более универсальным. На практике применяют следующие секущие поверхности:

а) плоскости общего или частного положения (**способ вспомогательных секущих плоскостей**);

б) кривые поверхности (в случае применения сфер - **способ вспомогательных секущих сфер**)¹.

Иногда целесообразно комбинировать различные способы построения. Линия пересечения тем точнее, чем больше точек найдено для ее построения.

Существуют следующие правила, которыми следует руководствоваться при построении линии пересечения:

1) проекции линии пересечения образуются в пределах наложения проекций заданных поверхностей;

2) при общем расположении поверхностей вращения, для упрощения и уточнения построений, их положение необходимо преобразовать в частное;

3) построение линии пересечения начинается с определения ее характерных точек.

Рассмотрим построение линии пересечения прямых круговых конуса и цилиндра с параллельными осями **способом вспомогательных секущих плоскостей** (рис. 4). Здесь действует те же принципы, что и в рассмотренном выше примере взаимного пересечения поверхности вращения и многогранника.

Сначала определяют характерные точки линии пересечения. В пересечении видимой образующей конуса с поверхностью цилиндра образуется точка 1, наивысшая точка по отношению к плоскости π_1 . В пересечении основания конуса с нижним основанием цилиндра (основания лежат в плоскости π_1) образуются общие точки 2 и 3, также лежащие в горизонтальной плоскости проекций.

Таким образом, на фронтальной и профильной плоскостях проекций все точки линии пересечения должны находиться между точками 1 и 2 (3). Заданные геометрические тела рассекаются вспомогательными горизонтальными плоскостями α_1 , α_2 , α_3 и α_4 . В сечении конуса и цилиндра образуются окружности.

Рассмотрим построение общих точек на примере точек 4 и 5. В сечении цилиндра плоскостью α_1 образуется окружность радиуса r , горизонтальная проекция которой совпадает с контуром цилиндра. В сечении конуса этой же плоскостью образуется окружность радиуса R_1 . В пересечении этих окружностей находятся горизонтальные проекции 4' и 5', а их фронтальные проекции определяются по линиям проекционной связи, проведенным до пересечения с $f_{0\alpha_1}$.

По двум известным проекциям строятся профильные проекции 4''' и 5'''.

Аналогично находится ряд точек 6, 7, 8, ..., необходимых для построения линии пересечения - замкнутой кривой линии, имеющей две точки излома 2 и 3. На горизонтальной

¹ С этим способом следует ознакомиться в порядке самостоятельного изучения по учебному пособию В.О. Гордона и М.А. Семенцова-Огиевского [1].

плоскости проекций линия пересечения представляет собой две дуги окружностей радиусами r и R , соединяющиеся в точках $2'$ и $3'$; на фронтальной плоскости проекций - дугу $1''-2''(3'')$; на профильной - параболу $2'''-1'''-3'''$.

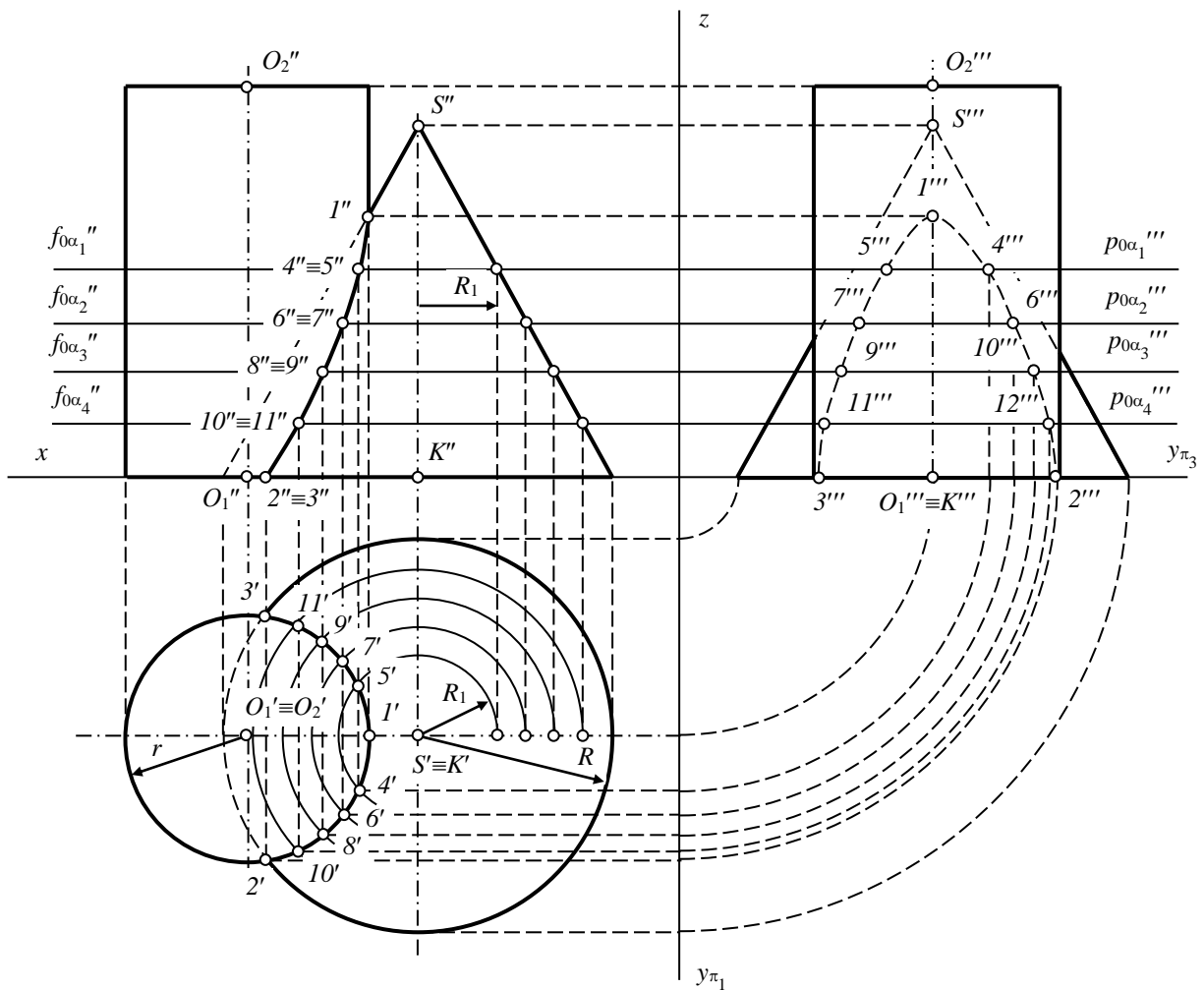


Рис. 4

4. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК ПОВЕРХНОСТЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Развертка поверхности представляет собой фигуру, образуемую при совмещении поверхности геометрического тела с плоскостью чертежа.

Существует два подхода к построению разверток поверхностей. Первый заключается в определении геометрических размеров развертки путем алгебраических вычислений. Таким способом легко разворачивается поверхность прямого кругового конуса и прямого кругового цилиндра.

Второй способ - графический. Так как в начертательной геометрии поверхности всегда задаются при помощи каких-либо построений, то этот способ является предпочтительным.

Все поверхности делятся на **развертываемые** и **неразвертываемые**.

Развертываемой поверхностью называется поверхность, которая при совмещении с плоскостью чертежа не претерпевает каких-либо повреждений (разрывов, складок и т.д.). На развертке сохраняются длины линий, лежащих на поверхности, величины углов между линиями и площади фигур, образованные замкнутыми линиями. Все размеры на

развертке имеют натуральную величину. К развертываемым поверхностям относятся все многогранные поверхности (пирамиды, призмы и т.д.) и некоторые линейчатые поверхности (конус, цилиндр).

Неразвертываемой поверхностью называется поверхность, которая при совмещении с плоскостью претерпевает какие-либо повреждения. У неразвертываемых поверхностей разверток быть не может, однако на практике в отдельных случаях возникает необходимость в построении приближенной “развертки” таких поверхностей. К неразвертываемым поверхностям относятся все нелинейчатые поверхности (сфера, эллипсоид и др.).

4.1. Развертка поверхности пирамиды

Развертка полной поверхности n -угольной пирамиды состоит из n треугольников, составляющих грани пирамиды, и n -угольника, лежащего в ее основании. Такая развертка строится при помощи **метода треугольников**.

Строго говоря, метод треугольников может быть использован и для построения развертки поверхности призмы, у которой все грани предварительно разбиты на треугольники. Однако на практике построение развертки призмы этим методом проводится крайне редко в связи с необходимостью выполнения многочисленных построений.

Метод треугольников сводится к определению натурального вида треугольников, являющихся гранями пирамиды.

На рис. 5 дан пример построения развертки наклонной треугольной пирамиды $SABC$. Основание пирамиды лежит в горизонтальной плоскости проекций π_1 , следовательно, проецируется на нее в натуральную величину.

Ребра пирамиды SA , SB и SC спроецированы как на горизонтальную, так и фронтальную плоскости проекций с искажением. Их натуральные величины определим способом вращения вокруг оси ii , перпендикулярной плоскости π_1 и проходящей через вершину S пирамиды. Рассмотрим определение натуральных величин боковых ребер на примере ребра SA .

Ребро SA вращается вокруг оси ii до положения, параллельного плоскости π_2 . При этом горизонтальная проекция этого ребра вращается вокруг точки i' до положения, параллельного оси x . Из нового положения точки A (точки A') проводим линию проекционной связи до пересечения с фронтальным следом плоскости вращения, проведенным из точки A'' перпендикулярно $i''i'''$ (в данном случае след совпал с осью x). Образованная в пересечении точка A''' является фронтальной проекцией нового положения точки A , а отрезок $S''A'''$ - натуральной величиной ребра SA . Аналогично построены отрезки $S''B'''$ и $S''C'''$ являющиеся истинными величинами ребер SB и SC .

Построение развертки боковой поверхности пирамиды сводится к построению треугольников, составляющих грани пирамиды, по трем известным сторонам.

На чертеже выбираем точку S_0 , из которой в произвольном направлении проводим луч (S_0A_0). На этом луче откладываем натуральную величину отрезка SA , т.е. расстояние $a = |S''A_1''|$, и методом засечек находим точку C_0 ($R_1 = |S''C'''|$ и $R_2 = |A'C''|$). Далее к стороне S_0C_0 пристраиваем треугольник $S_0C_0B_0$, две другие стороны которого определены следующим образом: $|S_0B_0| = |S''B'''|$ и $|C_0B_0| = |C'B''|$. Аналогично построен и третий треугольник $S_0B_0A_0$.

Построенная развертка боковой поверхности пирамиды дополняем основанием - треугольником $A_0B_0C_0$. При этом длины его сторон могут быть определены или по горизонтальной проекции основания, или по сторонам A_0C_0 , C_0A_0 , B_0A_0 , уже имеющимся на развертке.

Рассмотрим построение на развертке некоторой точки K , принадлежащей грани SAB пирамиды. Через эту точку и вершину S пирамиды проведён вспомогательный отрезок с проекциями $S'L'$ и $S''L''$ методом вращения определяется истинная величина отрезка SK (отрезок $S''K''$). Для построения этого отрезка на развертке на стороне A_0B_0 из точки A_0 отложено расстояние, равное A_0L' . Построенная точка L_0 соединена с точкой S_0 , и на отрезке

S_0L_0 отложено расстояние, равное $S'' \bar{K}''$. Точка K_0 развертки соответствует точке K , лежащей на поверхности пирамиды.

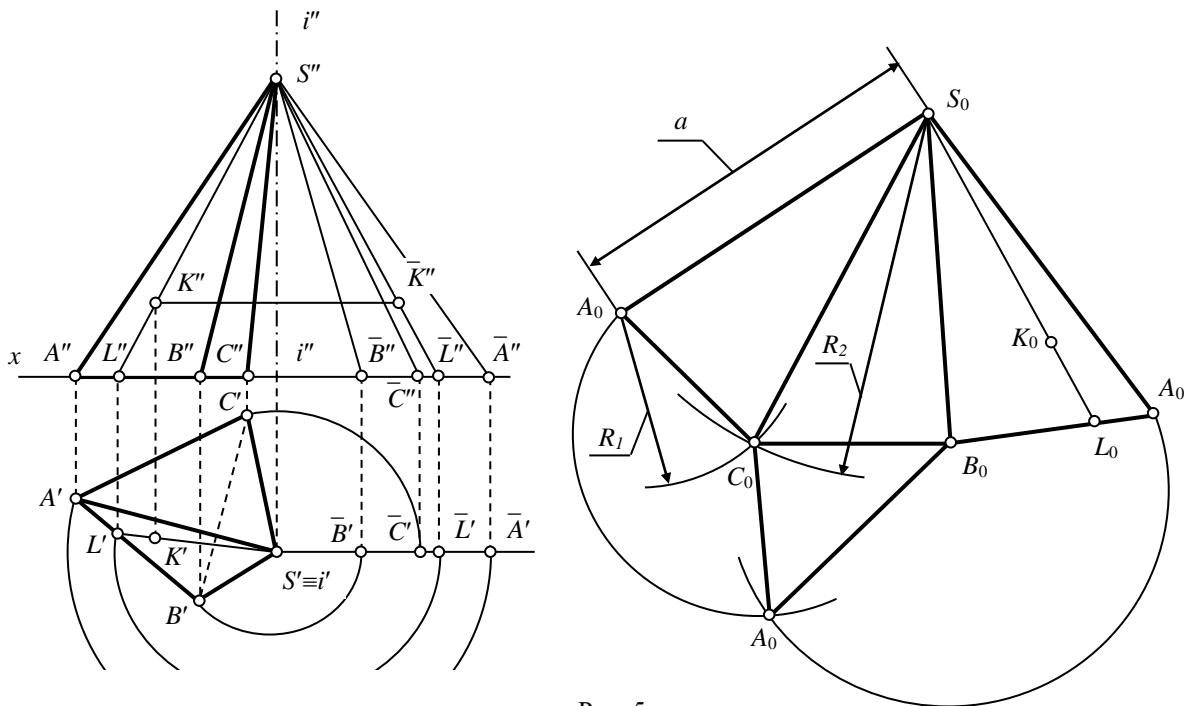


Рис. 5

4.2. Развертка поверхности призмы

Развертка поверхности прямой призмы строится весьма просто: развертка ее боковой поверхности представляет собой ряд прямоугольников с общими сторонами. В этом случае, построение развертки сводится к определению натуральных величин основания призмы и одного ребра.

Развертка полной поверхности n -угольной наклонной призмы состоит из n параллелограммов, являющихся гранями призмы, и двух n -угольников, лежащих в основаниях призмы.

Для построения развертки наклонной призмы можно использовать два способа: **метод нормального сечения** или **метод раскатки**. Из них выбирают тот, который является наиболее целесообразным при конкретном расположении проекций призмы. Если основания призмы проецируются с искажением, то для построения развертки следует предпочесть метод нормального сечения. Если же основания на одну из плоскостей проекций проецируются в натуральную величину, то целесообразнее воспользоваться методом раскатки.

В обоих случаях, если ребра призмы спроецированы с искажением, то проекции призмы необходимо предварительно преобразовать в положение, при котором ребра проецируются в натуральную величину.

Метод нормального сечения (т.е. сечения, перпендикулярного ребрам призмы) заключается в следующем:

- поверхность многогранника пересекается плоскостью, перпендикулярной его ребрам;
- определяется натуральный вид нормального сечения или натуральные величины его сторон;
- определяются натуральные величины ребер многогранника;
- на чертеже контур нормального сечения разворачивается в отрезок прямой;

д) на концах отрезков, являющихся отрезками контура сечения, проводятся перпендикуляры, на которых откладываются натуральные величины отрезков ребер;

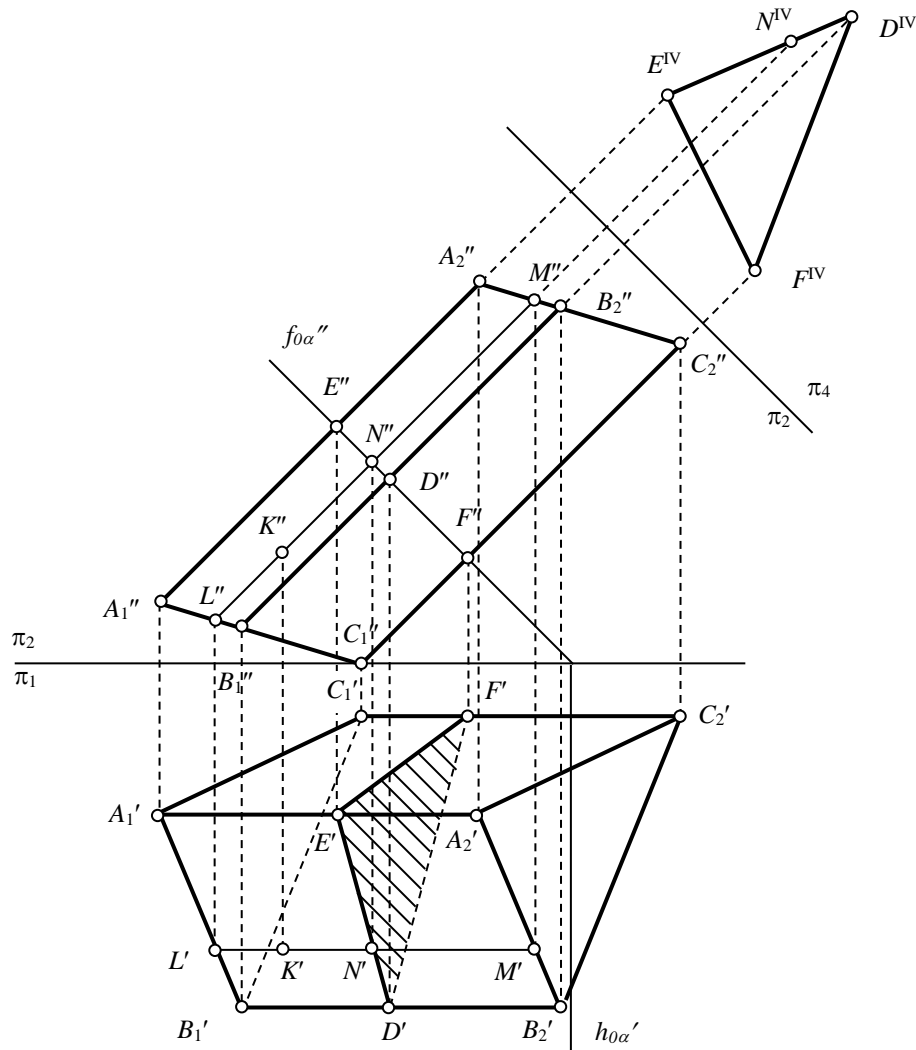


Рис. 6

е) концы перпендикуляров соединяются отрезками;

ж) к построенной развертке боковой поверхности призмы пристраиваются основания.

На рис. 6 и 7 дан пример построения развертки треугольной наклонной призмы $A_1B_1C_1A_2B_2C_2$ методом нормального сечения. Поскольку горизонтальные проекции боковых ребер призмы параллельны оси x (т.е. они являются отрезками фронталей), то на фронтальную плоскость проекций они проецируются без искажения. Основания $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ лежат во фронтально-проецирующих плоскостях и, следовательно, на плоскости π_1 они спроецировались с искажением, а на плоскости π_2 в отрезок прямой.

Заданная призма рассечена вспомогательной фронтально-проецирующей плоскостью α , перпендикулярной ее боковым ребрам. Построено сечение призмы этой плоскостью - треугольник EDF . Методом перемены плоскостей проекций (дополнительная плоскость π_4 введена из следующих условий: $\pi_4 \perp \pi_2$; $\pi_4 \perp \alpha$) найдена истинная величина нормального сечения треугольник $E^{IV}D^{IV}F^{IV}$.

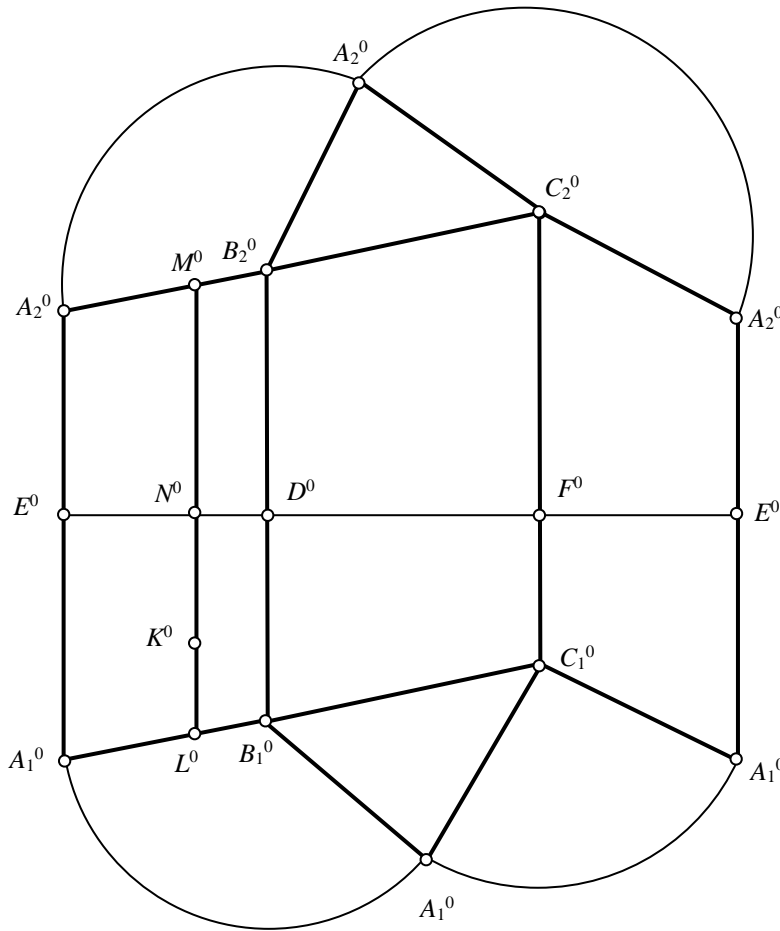


Рис. 7

отрезок $L^0 M^0$. На этом отрезке из точки L^0 отложена натуральная величина отрезка LK , равная отрезку $L''K''$. Точка K^0 развертки однозначно соответствует точке K , принадлежащей поверхности призмы.

Метод раскатки состоит в том, что призма последовательно вращается вокруг ее ребер до совмещения граней с плоскостью чертежа.

Пример построения развертки поверхности призмы $A_1 B_1 C_1 A_2 B_2 C_2$ методом раскатки дан на рис. 8. Основания этой призмы спроецированы на плоскость π_1 в натуральную величину, а ее боковые ребра и грани с искажением.

Решение задачи начнем с определения натуральных величин ребер. Для этого введем дополнительную плоскость проекций π_4 , перпендикулярную плоскости π_1 и параллельную ребрам призмы. Тогда на плоскости π_4 ребра проецируются без искажения (проекции $A_1^{IV} A_2^{IV}$, $B_1^{IV} B_2^{IV}$ и $C_1^{IV} C_2^{IV}$).

Призма последовательно вращается вокруг ребер в положения, при котором ее грани совмещаются с плоскостью чертежа, параллельной плоскости π_4 . Рассмотрим эти построения на примере грани $A_1 A_2 B_2 B_1$. Вращением вокруг ребра $B_1 B_2$ эта грань совмещается с плоскостью развертки. Точки B_1 и B_2 лежат на оси вращения и, следовательно, при вращении своего положения не изменяют ($B_1^{IV} B_2^{IV} \equiv B_1^0 B_2^0$). Из точек A_1^{IV} и A_2^{IV} перпендикулярно фронтальной проекции оси вращения - отрезку $B_1^{IV} B_2^{IV}$ - построены прямые, являющиеся следами плоскостей вращения точек A_1 и A_2 . Затем из точек B_1^0 и B_2^0 проведены дуги радиусом R , равным натуральной величине ребра $A_1 B_1$ (отрезку $A_1' B_1'$ или $A_2'' B_2''$). В пересечении этих дуг с

На чертеже (см. рис. 7) треугольник $E^{IV} D^{IV} F^{IV}$ развернут в отрезок $E^0 E^0$: $|E^0 F^0| = |E^{IV} F^{IV}|$, $|F^0 D^0| = |F^{IV} D^{IV}|$, $|D^0 E^0| = |D^{IV} E^{IV}|$. Из точек E^0, F^0, D^0, E^0 проведены перпендикуляры, на которых отложены длины отрезков ребер: $|E^0 A_2^0| = |E'' A_2''|$, $|E^0 A_1^0| = |E'' A_1''|$, $|D^0 B_2^0| = |D'' B_2''|$ и т.д. Точки $A_1^0, C_1^0, B_1^0, A_1^0$ и точки $A_2^0, C_2^0, B_2^0, A_1^0$ соединены отрезками. К ломаной $A_2^0 C_2^0 B_2^0 A_2^0$ по известным длинам сторон пристроено верхнее основание - треугольник $A_2^0 B_2^0 C_2^0$, а к ломаной $A_1^0 C_1^0 B_1^0 A_1^0$ - нижнее основание (треугольник $A_1^0 B_1^0 C_1^0$).

Для нанесения на развертку некоторой точки K , принадлежащей грани $A_1 A_2 B_2 B_1$ призмы, через нее параллельно боковым ребрам проведена прямая LM , лежащая в той же грани. На отрезке $E^0 D^0$ развертки из точки E^0 отложено расстояние, равное $E^{IV} N^{IV}$, и параллельно ребрам вычерчен

прямыми, проведенными ранее из точек A_1^{IV} и A_2^{IV} , получены точки A_1^0 и A_2^0 . Параллелограмм $A_1''B_1^0B_2^0A_2''$ является натуральной величиной грани $A_1B_1B_2A_2$.

Аналогично построены точки C_1^0, C_2^0, A_1^0 и A_2^0 . Соответствующие точки на развертке соединены отрезками, и к полученной развертке боковой поверхности достроены основания. Построенная фигура является разверткой полной поверхности заданной призмы.

На рис. 4 найдено также положение на развертке точки K , принадлежащей грани $A_1A_2C_1C_2$ призмы. Для этого через точку K проведена вспомогательная прямая LM , параллельная боковым ребрам.

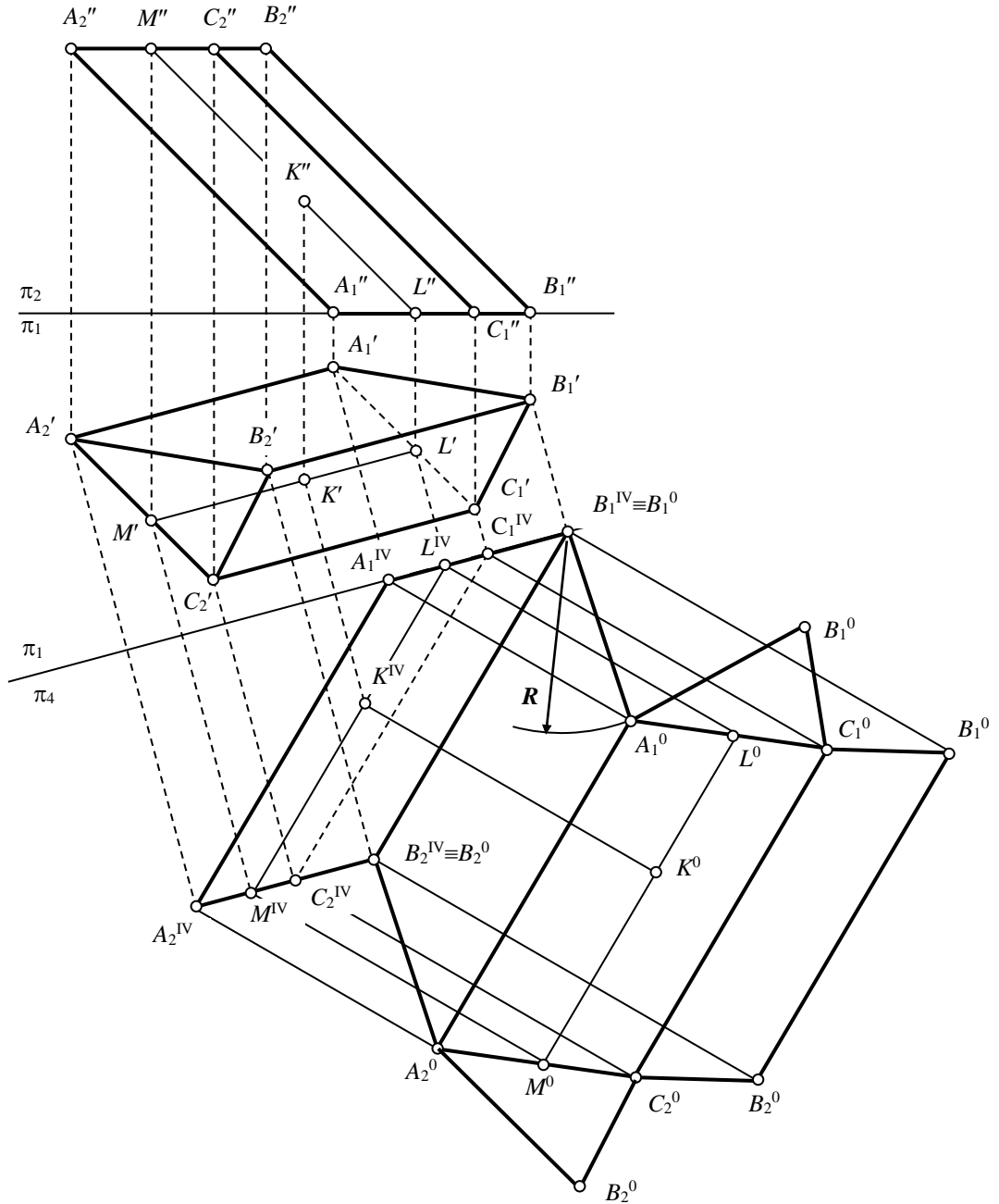


Рис. 8

4.3. Развертка поверхности конуса

Разверткой боковой поверхности прямого кругового конуса является сектор, радиус которого равен длине образующей конуса L , а угол сектора равен

$$\varphi = \frac{360^\circ R}{L}, \quad (1)$$

где R - радиус основания конуса.

В общем случае, для построения развертки боковой поверхности наклонного конуса в него вписывают пирамиду, ребра которой равны отрезкам образующих конуса, и строят развертку боковой поверхности этого многогранника. Построенные на развертке вершины основания пирамиды соединяют по лекалу плавной кривой линией, а крайние точки соединяют с вершиной отрезками прямой линии. Таким образом, развертка боковой поверхности конуса строится путем аппроксимации конической поверхности пирамидальной. Построенная развертка тем точнее, чем больше граней у пирамиды, вписанной в конус.

Для получения полной развертки поверхности конуса развертку боковой поверхности конуса дополняют фигурой, лежащей в основании конуса. Если основание конуса не параллельно плоскости проекций и не лежит в ней, то для построения его на развертке первоначально необходимо найти натуральную величину этой фигуры.

На рис. 9 дан пример построения развертки наклонного кругового конуса.

В конус вписана шестиугольная пирамида, основанием которой является правильный шестиугольник $ABCDEF$. Способом вращения вокруг оси ii , перпендикулярной плоскости π_1 и проходящей через вершину S , определены натуральные величины ребер этого многогранника. Основания заданного конуса и вписанной в него пирамиды лежат в горизонтальной плоскости проекций, и следовательно проецируются на эту плоскость без искажения.

Развертка боковой поверхности пирамиды строится методом треугольников по известным длинам их сторон. Через построенные на развертке вершины пирамиды $D_0, E_0, F_0 \dots$ проводится плавная кривая линия, концы которой соединяются отрезками с вершиной S_0 . Затем к построенной развертке боковой поверхности конуса пристроено основание конуса - окружность, радиус R которой равен радиусу горизонтальной проекции основания. На развертке эта окружность вычерчивается в любом месте чертежа без наложения на развертку боковой поверхности, но так, чтобы с построенной кривой линией - развернутым контуром основания - она имела одну общую точку.

Для построения на развертке точки, заданной на поверхности конуса, например точки K , проведем через нее образующую с проекциями $S'M'$ и $S''M''$. На кривой $D_0E_0F_0\dots$ из точки B_0 прочертим дугу радиуса $B'M'$ и нанесем на эту кривую положение точки M_0 . На отрезке S_0M_0 из точки S_0 откладываем отрезок $S''\bar{K}''$, представляющий собой натуральную величину отрезка SK . Точка K_0 соответствует точке K , лежащей на поверхности конуса.

4.4. Развертка поверхности цилиндра

Фигура, образуемая при развертывании боковой поверхности цилиндра, представляет собой отпечаток, полученный при качении цилиндра по плоскости чертежа. Если цилиндр - прямой, то эта фигура является прямоугольником, ширина которого равна длине образующей цилиндра, а длина равна $2\pi R$, где R - радиус основания цилиндра.

Если цилиндр - наклонный, то фигура, образуемая при развертывании его боковой поверхности, ограничена двумя кривыми линиями (синусоидами), концы которых соединены отрезками.

В общем случае, построение развертки боковой поверхности цилиндра осуществляется путем замены вписанной в нее поверхностью призмы, ребра которой равны отрезкам образующих цилиндра. Обычно при построении развертки поверхности цилиндра в заданный цилиндр вписывают правильную призму, т.к. при этом упрощаются построения, связанные с

разметкой развернутых контуров основания. Развертка боковой поверхности тем точнее, чем больше граней у вписанной в нее призмы.

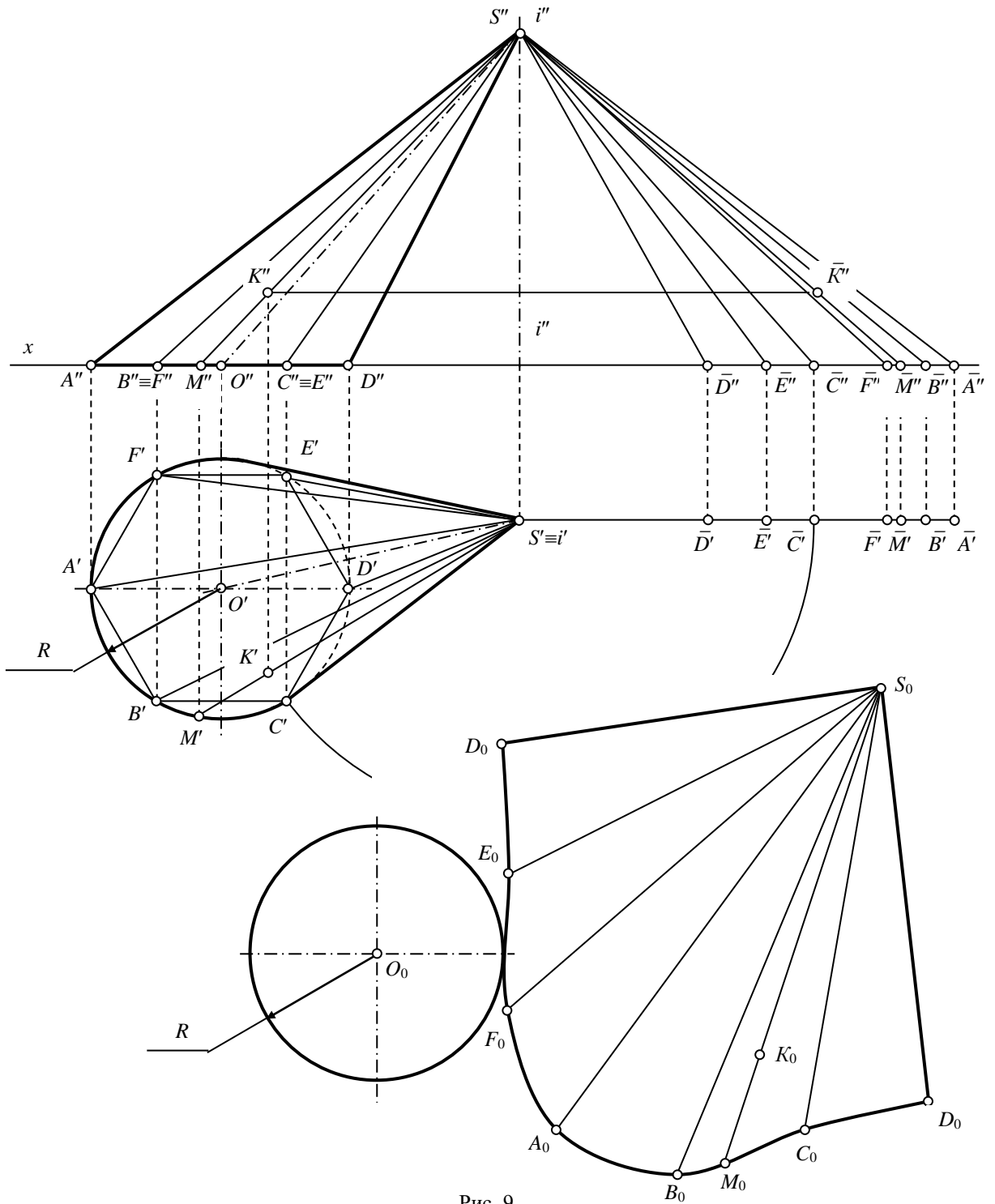


Рис. 9

Построенная развертка боковой поверхности дополняется основаниями цилиндра. При этом, если основания проектируются на плоскости проекций с искажением, то перед их нанесением на развертку предварительно необходимо найти натуральную величину этих фигур.

Развертка боковой поверхности призмы, вписанной в цилиндр, строится или методом нормального сечения, или методом раскатки. В обоих случаях для развертывания поверхности необходимо, чтобы ребра вписанной в цилиндр призмы были параллельны одной из плоскостей проекций.

Рассмотрим построение развертки наклонного кругового цилиндра, изображенного на рис. 10.

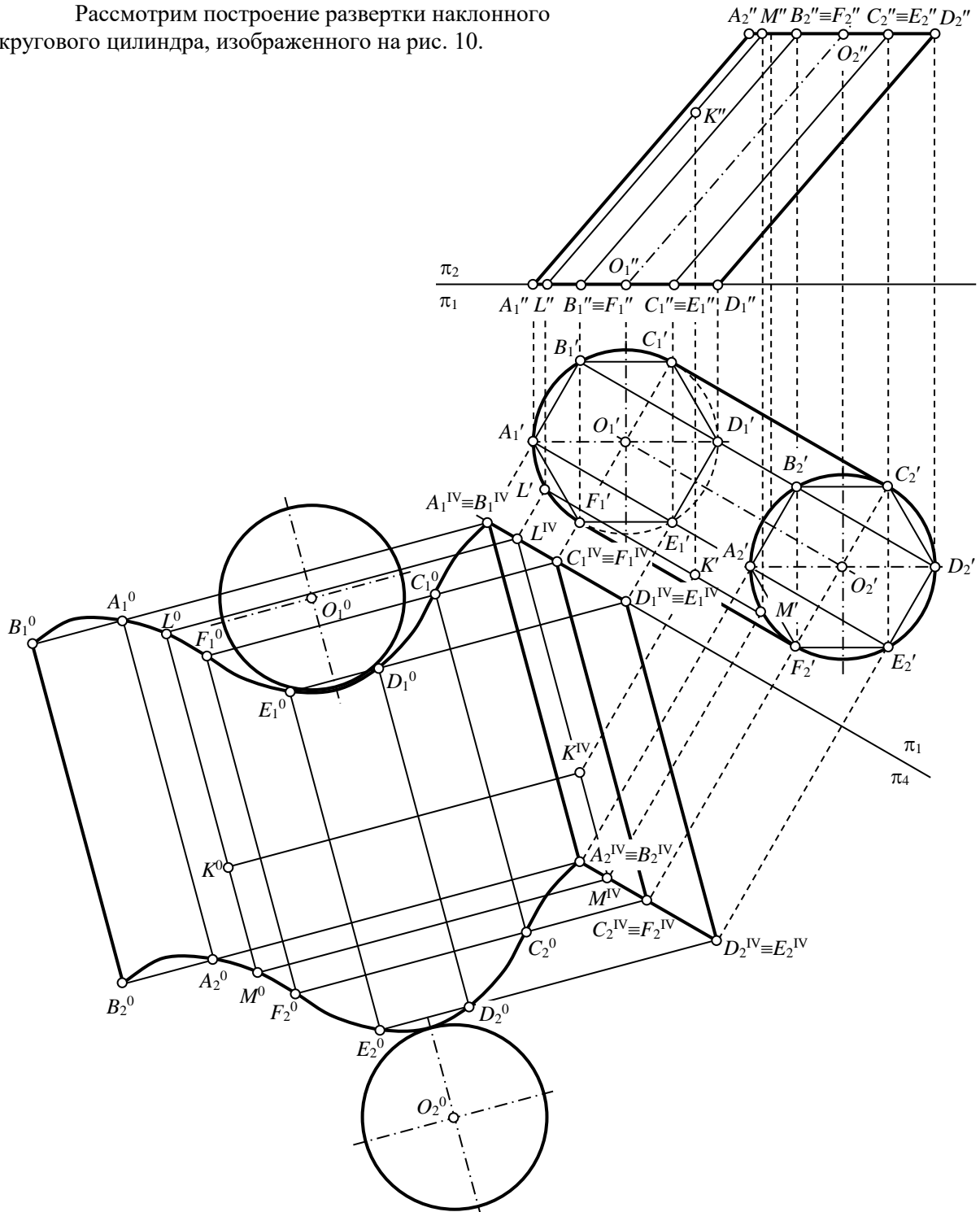


Рис. 10

Основания заданного цилиндра проецируются на плоскость π_1 в натуральную величину, поэтому воспользуемся методом раскатки. В цилиндр вписана правильная шестиугольная призма. Так как боковые ребра призмы являются отрезками прямых общего положения, ее проекция преобразована путем введения дополнительной плоскости проекций π_4 , перпендикулярной π_1 и параллельной ребрам призмы (образующим цилиндра). Для построения новой проекции призмы на плоскости π_4 из вершин призмы проведены линии проекционной связи, перпендикулярные оси π_1/π_4 , и на этих линиях отложены отрезки, равные координате z вершин (проекция нижнего основания призмы совместилась с осью π_1/π_4 , т.к. координаты z ее вершин равны нулю).

Затем определена натуральная величина грани $B_1B_2C_2C_1$ путем вращения вокруг ребра B_1B_2 в положение, параллельное плоскости π_4 . Для этого из точек C_1^{IV} и C_2^{IV} проведены прямые, перпендикулярные проекции оси вращения - отрезку $B_1^{IV}B_2^{IV}$, а из точек B_1^{IV} и B_2^{IV} - дуги радиусом, равным отрезку $B_1'C_1'$. В их пересечении образуются точки C_1^0 и C_2^0 .

Построения повторяются до тех пор, пока все грани призмы не займут положения, параллельного плоскости π_4 . Полученные ряды точек $B_1^{IV}, C_1^0, D_1^0, E_1^0, \dots$ и $B_2^{IV}, C_2^0, D_2^0, E_2^0, \dots$ соединяются по лекалу плавной кривой линией, а точки B_1^0 и B_2^0 - отрезками.

Для получения развертки полной поверхности цилиндра к его боковой поверхности пристроены основания (радиусы этих окружностей равны радиусам горизонтальных проекций оснований).

Если на развертку необходимо нанести точку, принадлежащую боковой поверхности цилиндра (например, точку K), через нее проведем отрезок образующей (отрезок LM), найдем проекции этого отрезка (отрезок $L^{IV}M^{IV}$) и заданной точки (точку K^{IV}) на дополнительной плоскости проекций π_4 , и нанесем их на развертку. Точка K_0 развертки однозначно соответствует точке K , принадлежащей поверхности цилиндра.

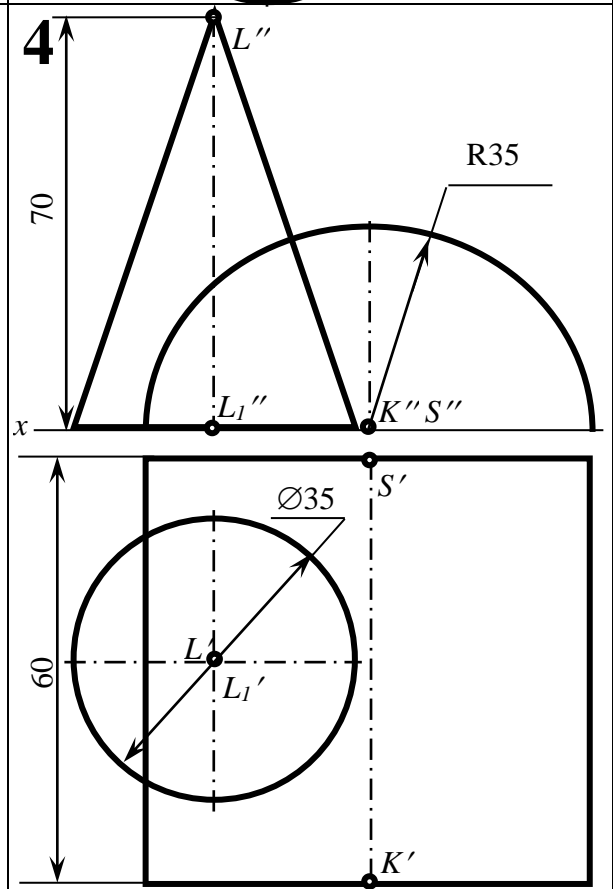
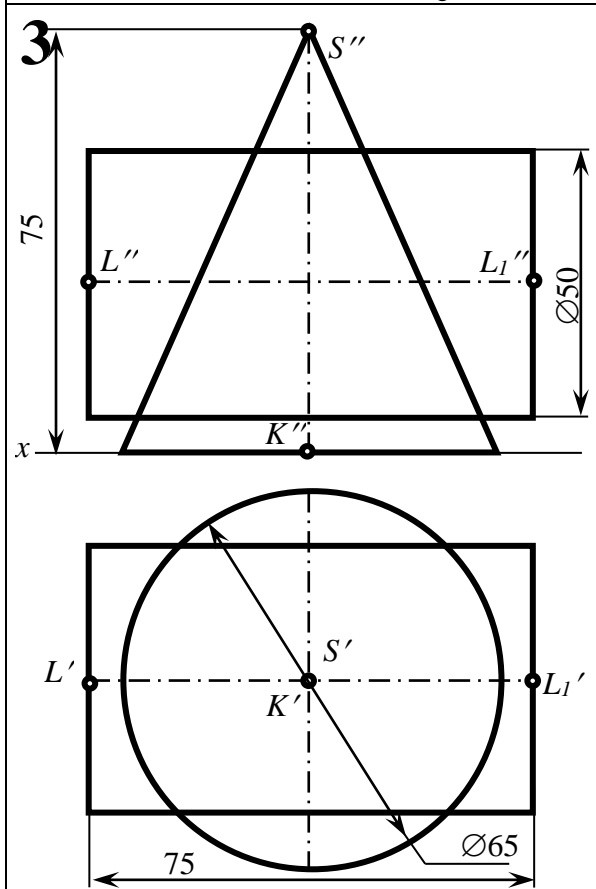
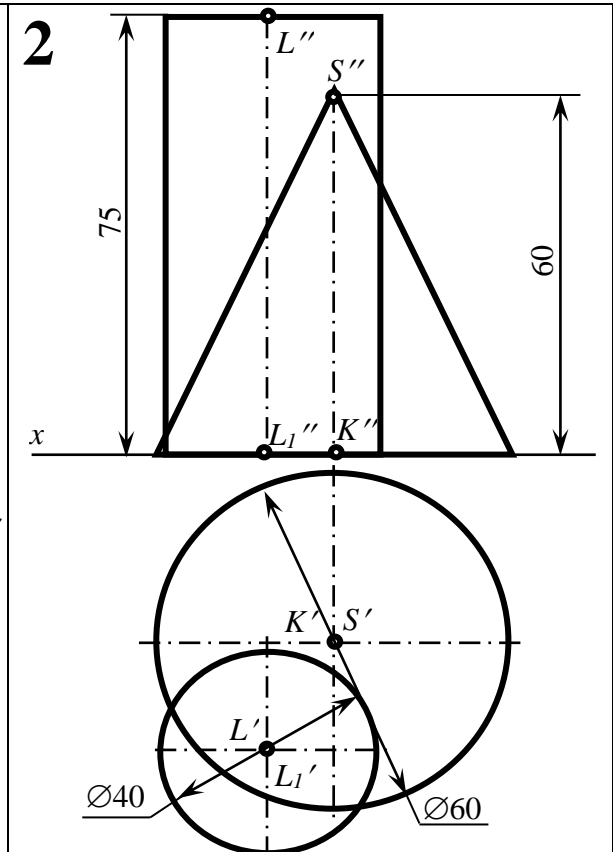
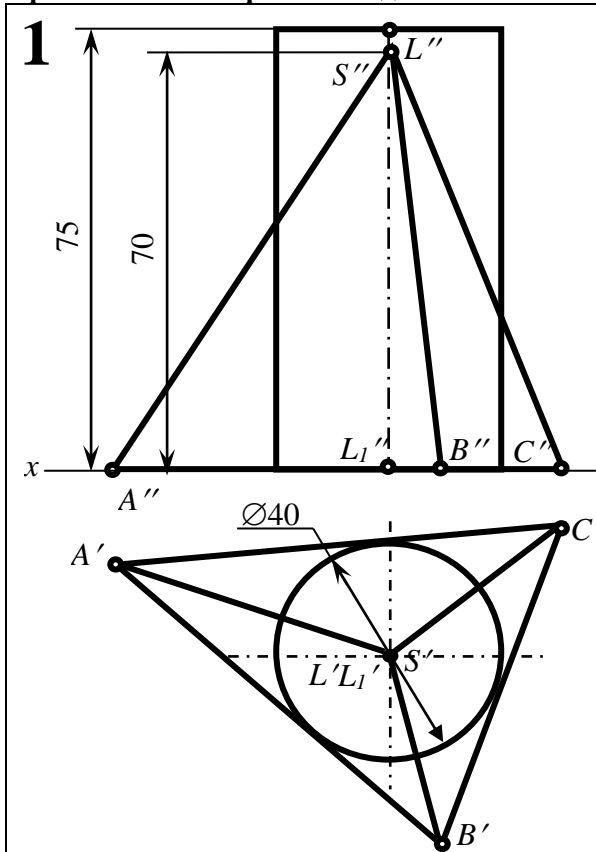
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

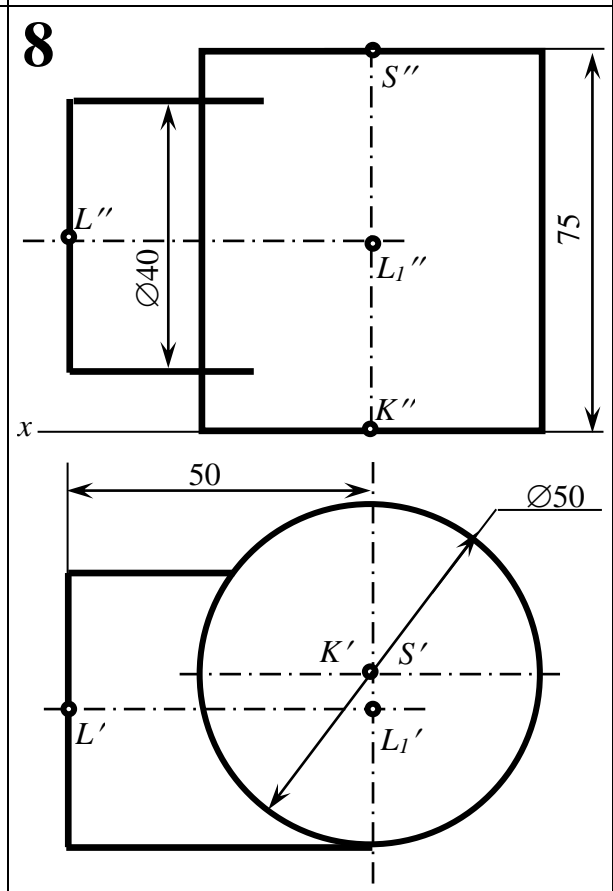
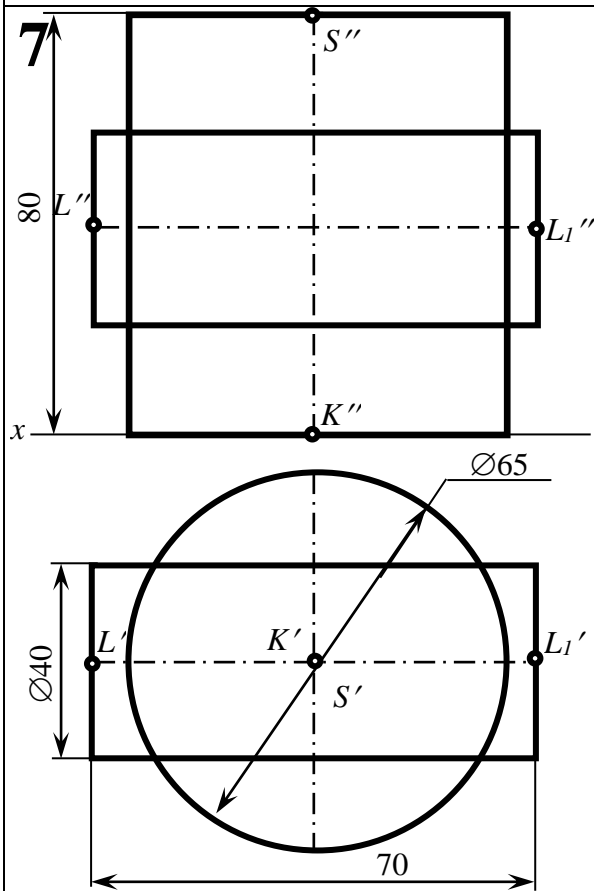
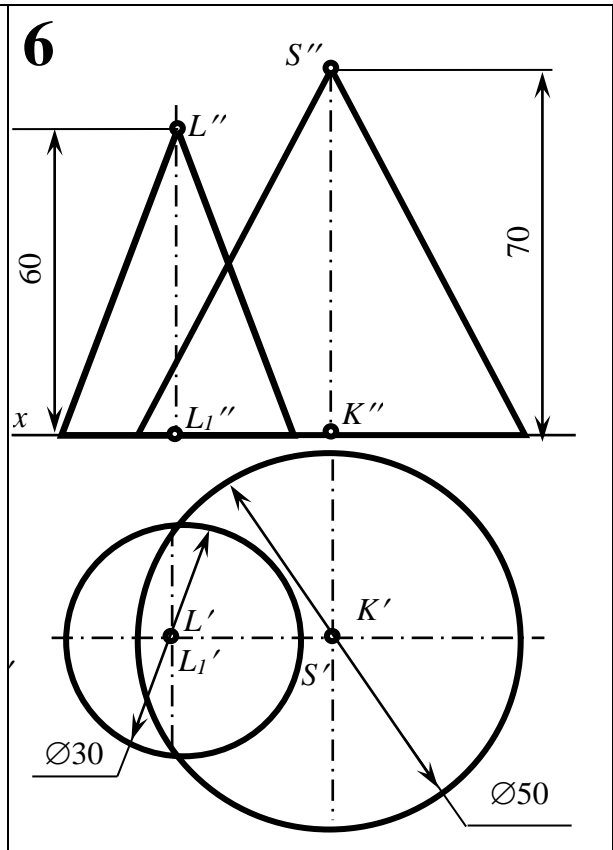
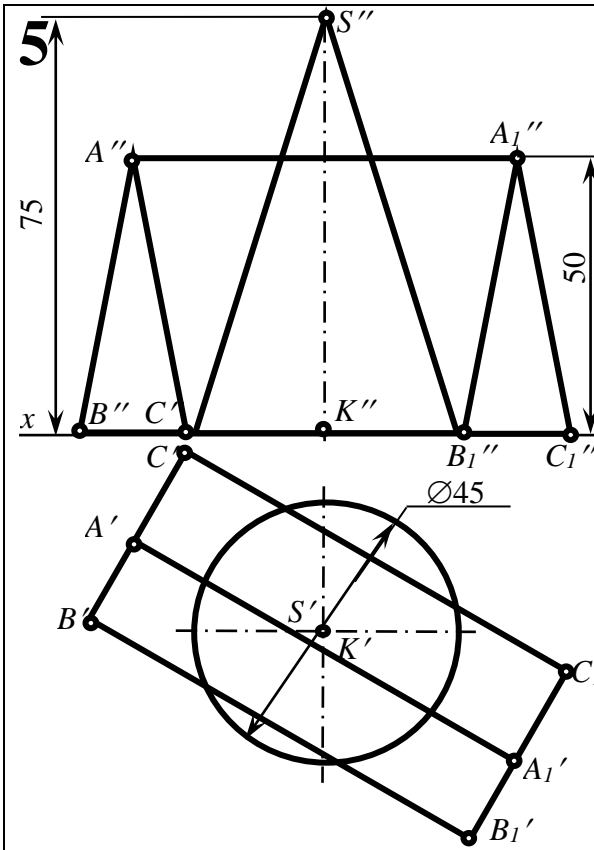
1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии: Учеб пособие/ Под ред. Ю.Б. Иванова.- 24-е изд., перераб. - М.: Высшая школа, 2000.- 272с.
2. Попова Г.Н., Алексеев С.Ю. Машиностроительное черчение: Справочник.- СПб: Политехника, 1999.- 453с.
3. Талалай П.Г., Игнатъев С.А., Эйст Ю.А. Начертательная геометрия: Методические указания по решению контрольных задач для студентов заочной формы обучения ВУЗов горного профиля. - СПб.: Санкт-Петербургский государственный горный институт, 2000.- 52с.

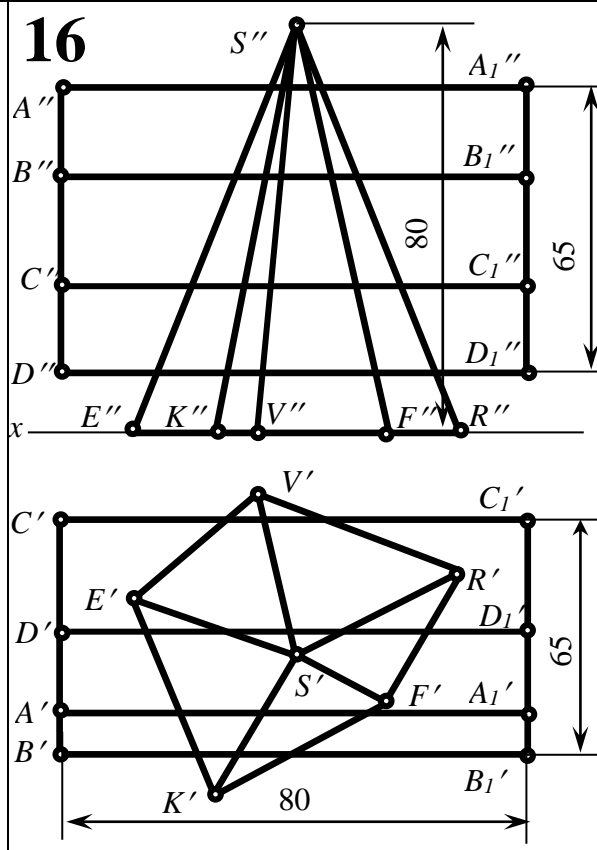
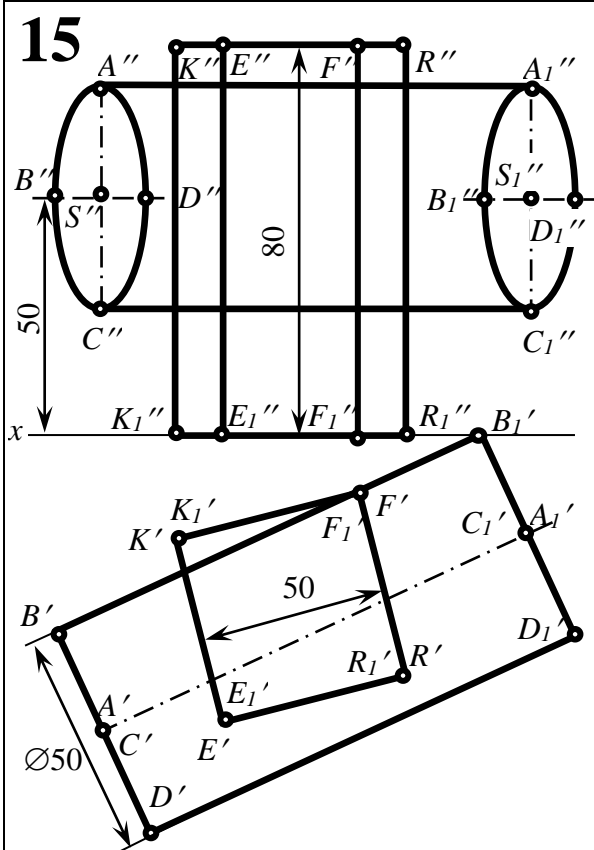
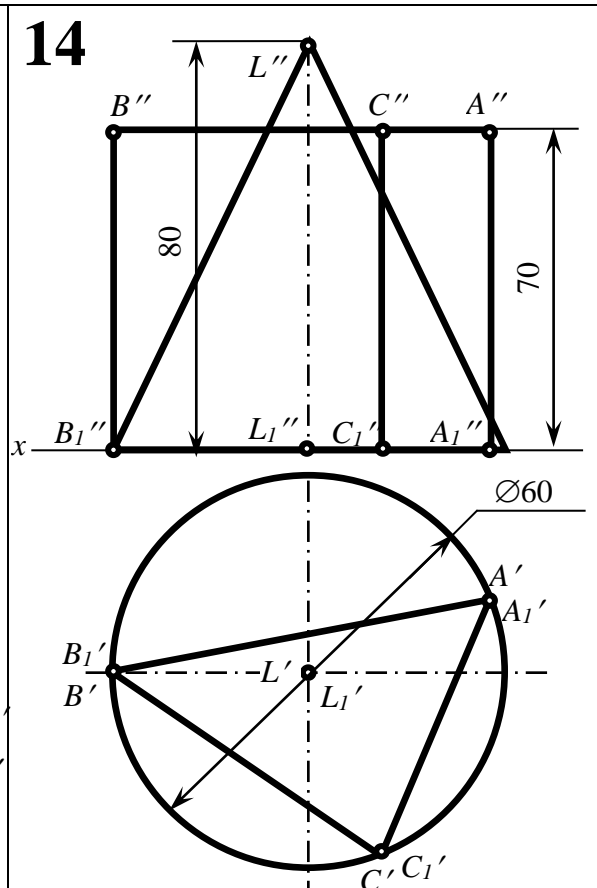
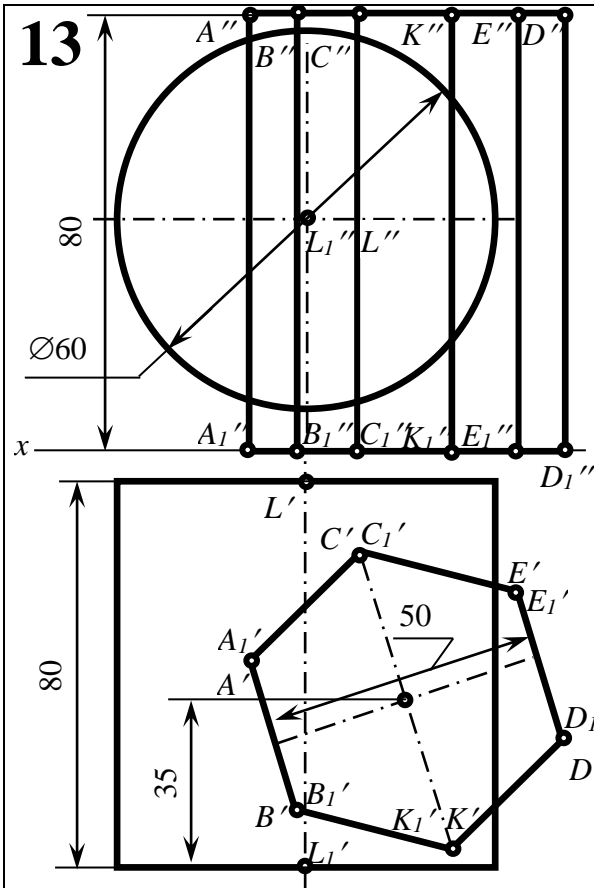
СОДЕРЖАНИЕ

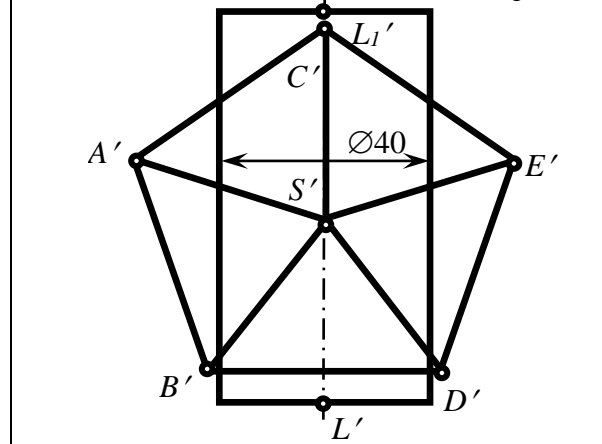
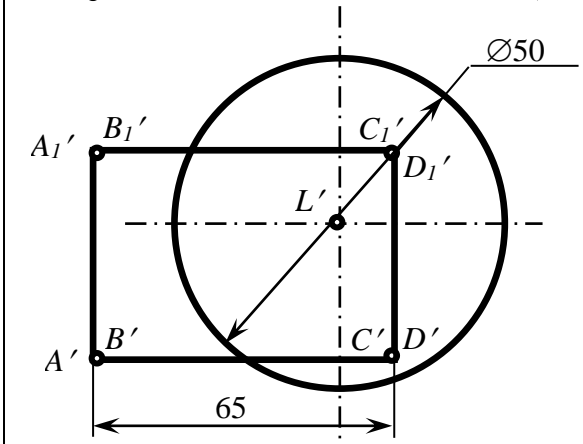
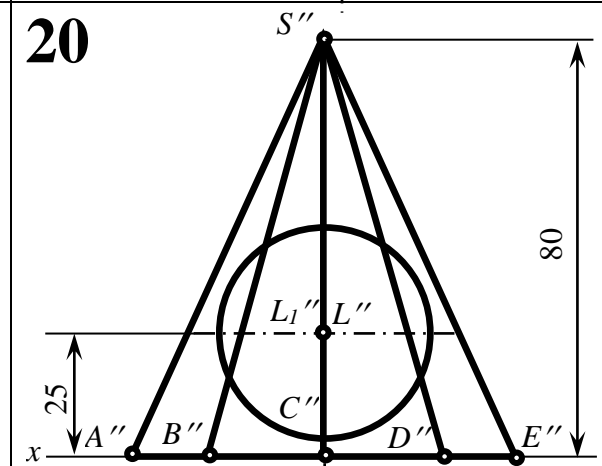
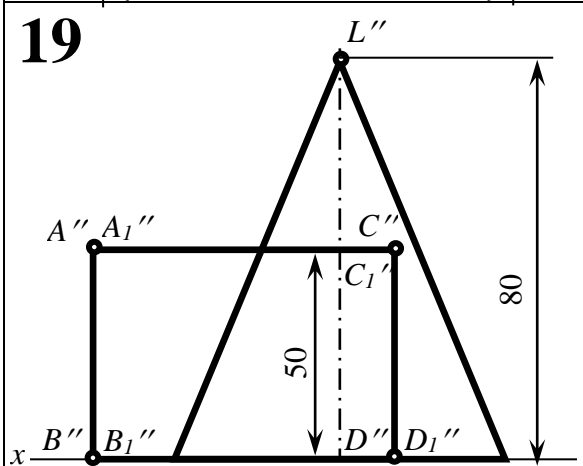
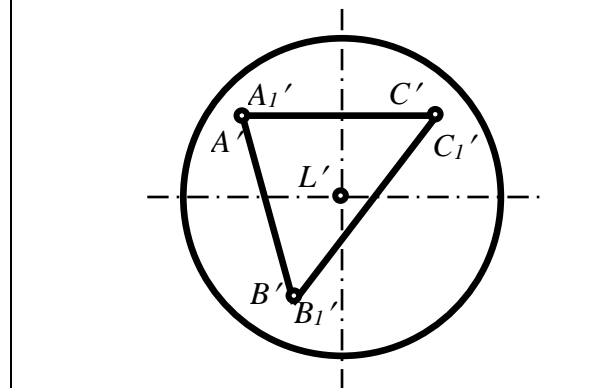
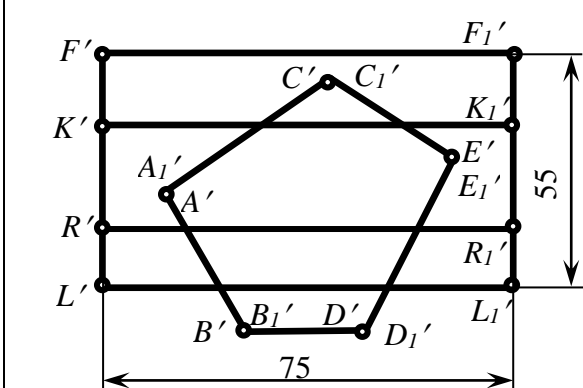
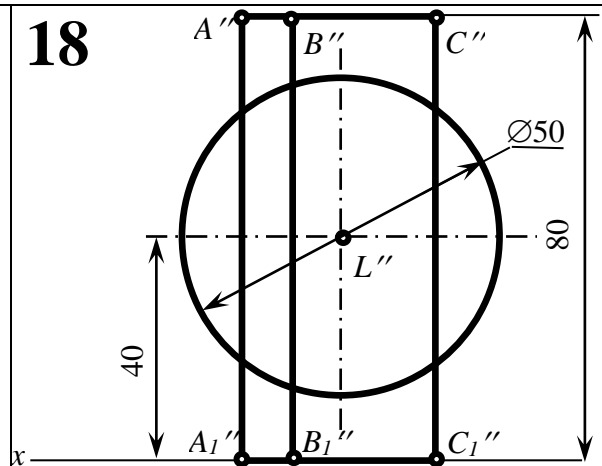
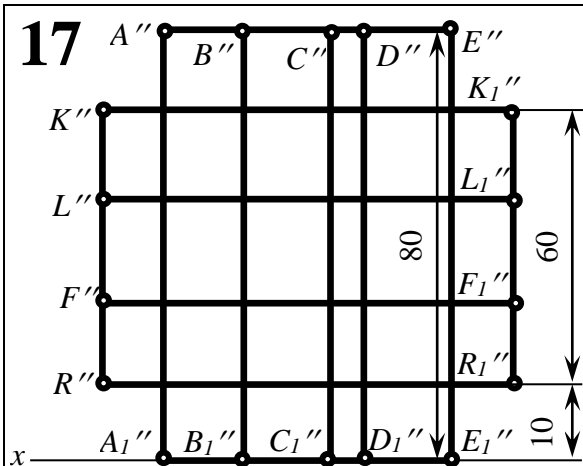
1. ЗАДАНИЕ И ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ГРАФИЧЕСКОГО ЗАДАНИЯ «ЭПЮР»	3
2. ПОСТРОЕНИЕ ТРЕТЬЕЙ ПРОЕКЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ.....	3
3. ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ЗАДАННЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ	3
3.1. ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ МНОГОГРАННИКОВ.....	4
3.2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ И МНОГОГРАННИКА	6
3.3. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ.....	7
4. ПОСТРОЕНИЕ РАЗВЕРТОК ПОВЕРХНОСТЕЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ.....	9
4.1. РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТИ ПИРАМИДЫ	10
4.2. РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТИ ПРИЗМЫ	11
4.3. РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА	15
4.4. РАЗВЕРТКА ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА.....	15
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	18
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	19
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ.....	20
СОДЕРЖАНИЕ	26

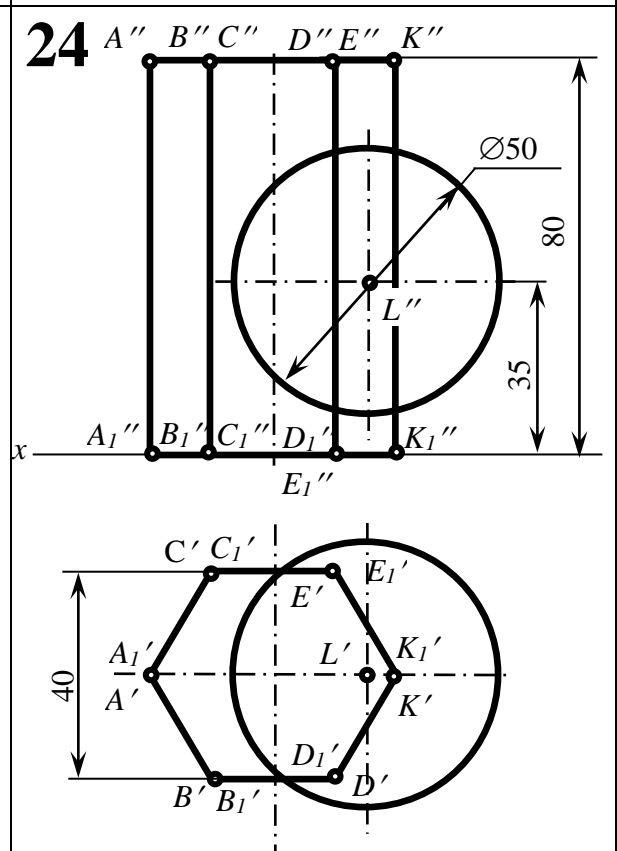
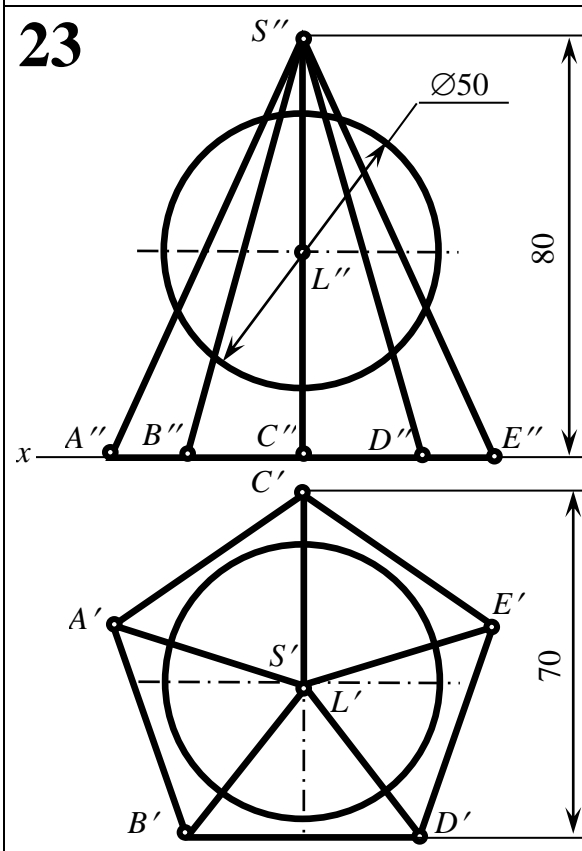
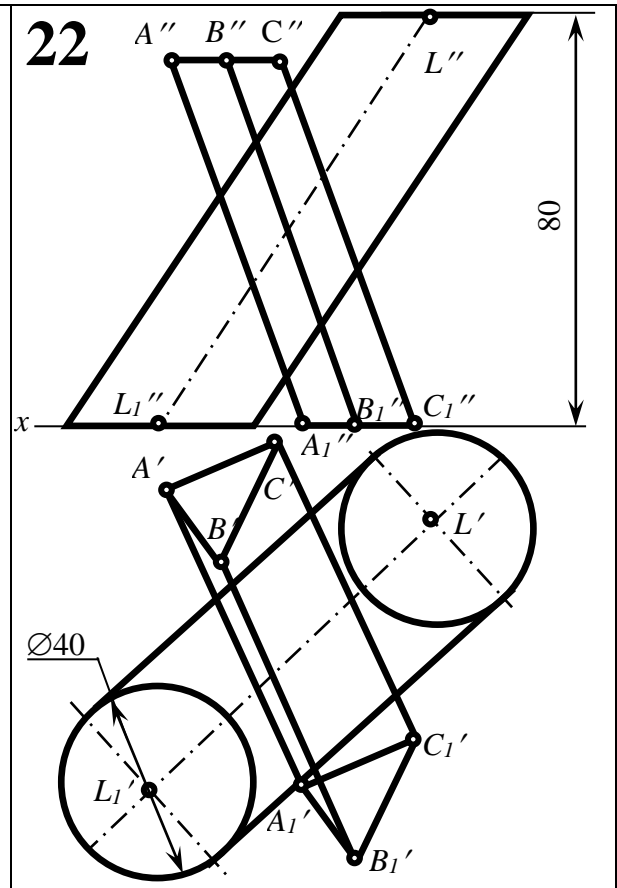
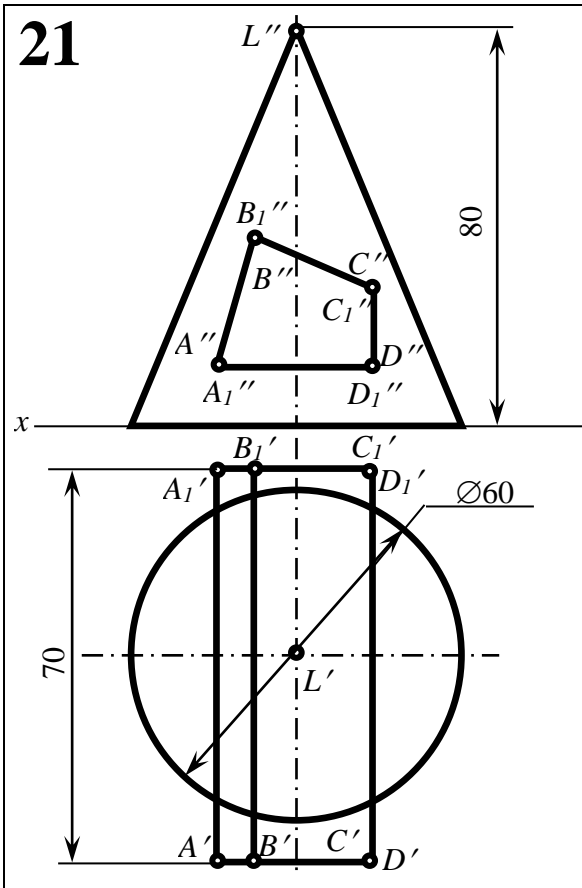
Приложение 2. Варианты заданий

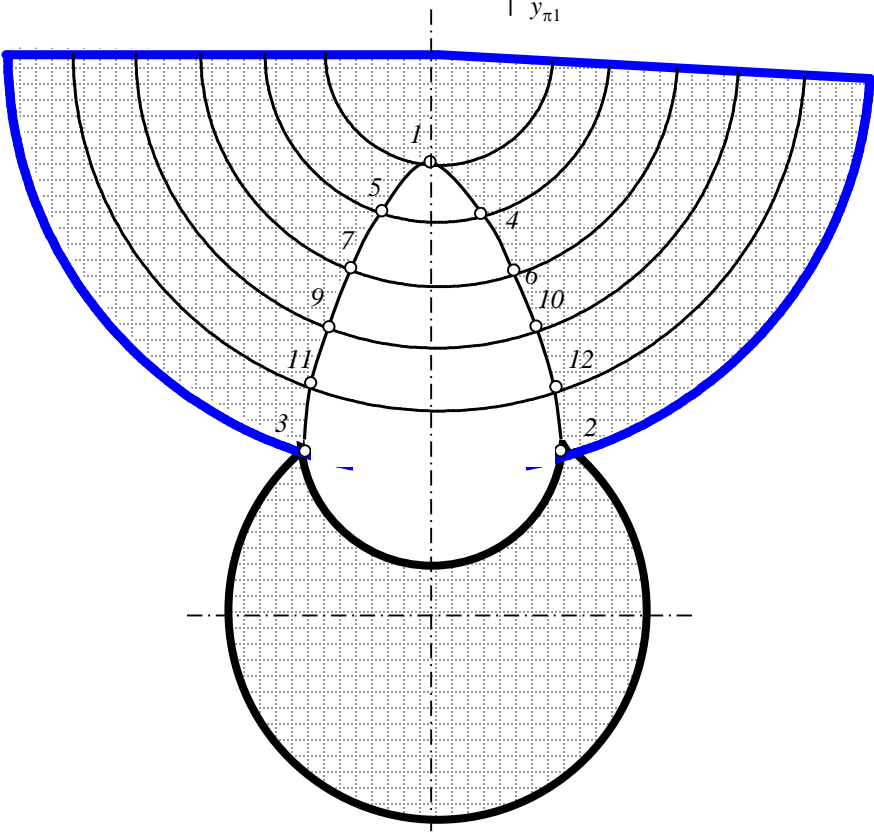
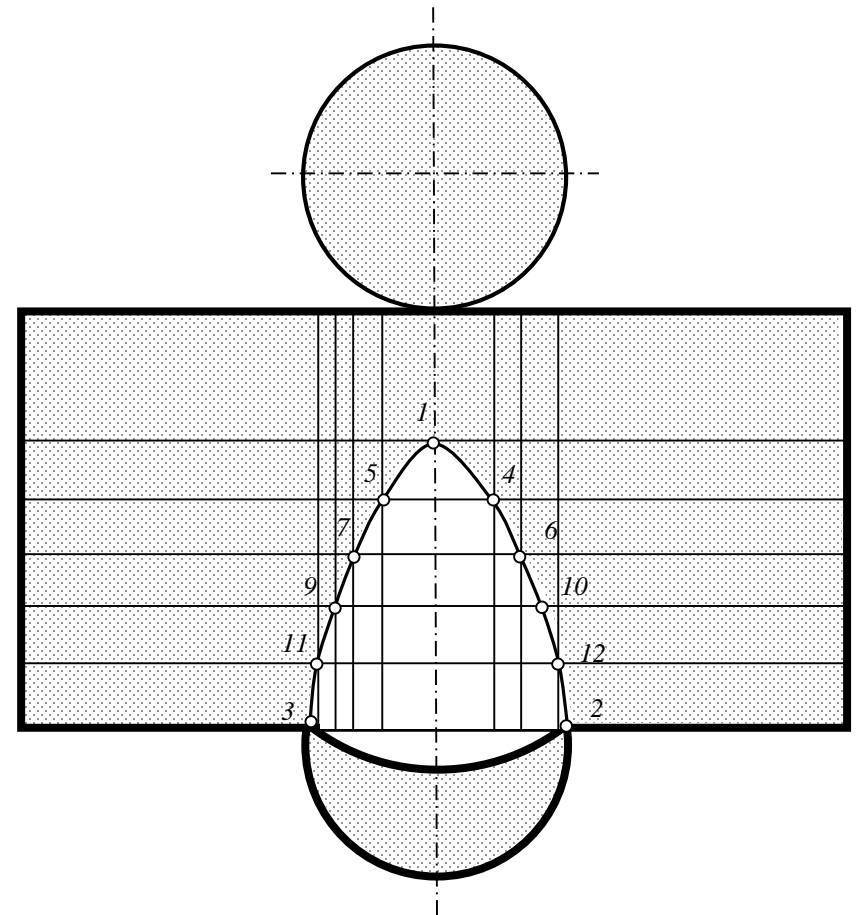
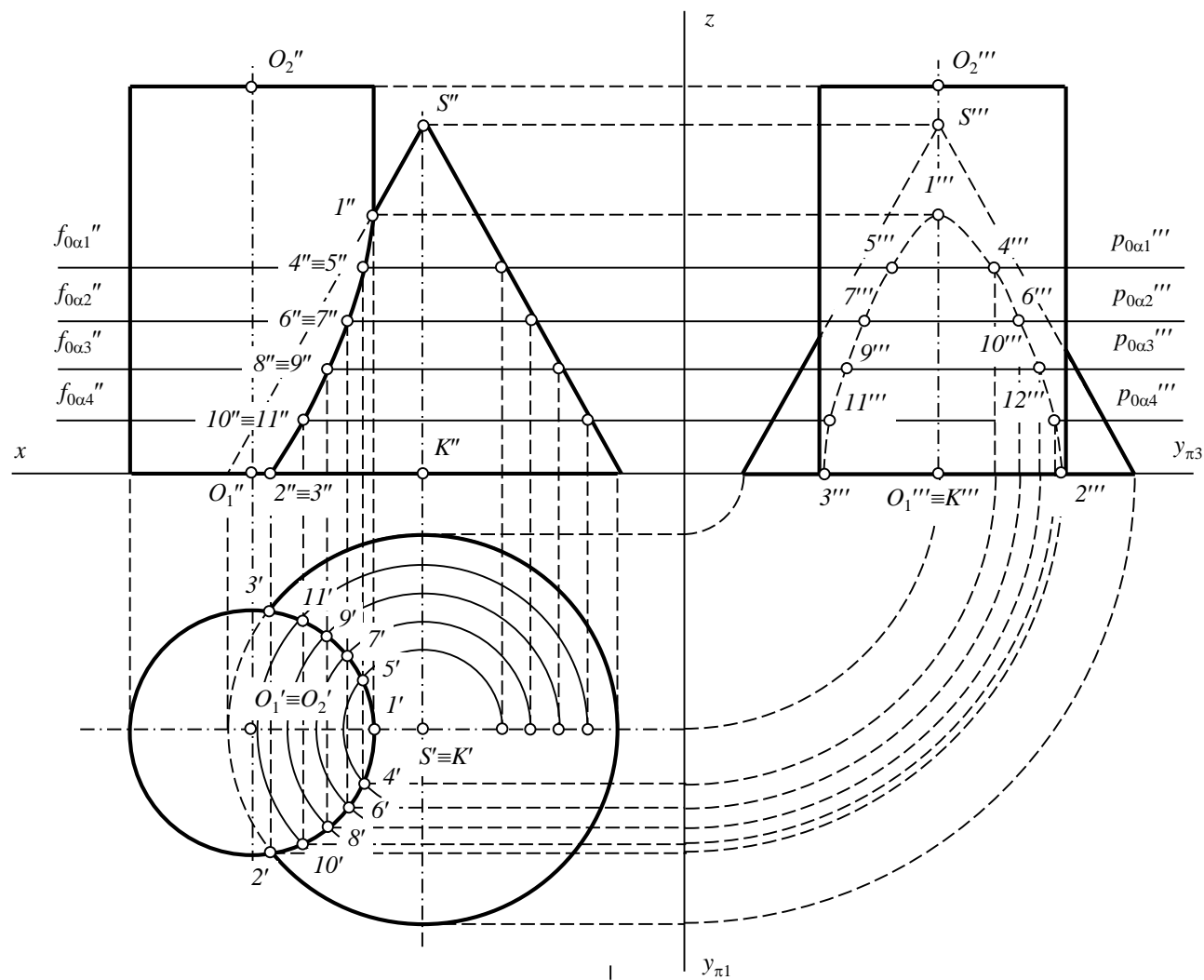












				ИГ.00.00.ГЗ				
				ЭПЮР		Литера	Масса	Масшт.
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	ЭПЮР	у		
Разраб.		Зайцев	Заяц	1.01		Лист	Листов 1	
Провер.		Волков	Волк	1.01				
Т.контр.								
Утв.								