

ЗАДАНИЕ 1. Вычислить приближенное значение интеграла $\int_{0,36}^{1,21} \frac{\cos x}{x+1} dx$ по формулам трапеций и Симпсона в Microsoft Excel (при числе разбиений промежутка интегрирования не менее 20). Оценить фактическую абсолютную и относительную погрешности вычисления интеграла. Получить значение интеграла в пакете MathCAD.

- В отчете по выполнению задания привести:
- ✓ формулы трапеций и Симпсона, по которым производился расчет;
 - ✓ график подынтегральной функции;
 - ✓ таблицы Microsoft Excel с вычислениями²;
 - ✓ вид первообразной подынтегральной функции и точное значение интеграла;
 - ✓ абсолютную и относительную погрешности приближенного значения интеграла;
 - ✓ фрагмент листа MathCAD с решением.

ЗАДАНИЕ 2³. Задан интеграл $\int_{0,36}^{1,21} \frac{\cos x}{\sqrt{x+1}} dx$. Вычислить его приближенное значение с точностью $\epsilon=10^{-4}$ по формулам трапеций и Симпсона.

- В отчете по выполнению задания привести:
- ✓ формулы трапеций и Симпсона, по которым производился расчет;
 - ✓ формулы для определения необходимых значений деления отрезка интегрирования на части;
 - ✓ определение необходимого числа разбиений;
 - ✓ таблицы Microsoft Excel с вычислениями;
 - ✓ значение, полученное в пакете MathCAD.

ЗАДАНИЕ 3. Вычислить центр тяжести плоской фигуры (x_c, y_c) , ограниченной кривой

$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$, осью абсцисс и значениями $f(x)$ по формулам $a=0, b=\pi$

$x_c = \frac{1}{S} \int_a^b x \cdot f(x) dx, y_c = \frac{1}{2 \cdot S} \int_a^b f(x)^2 dx$, где $S = \int_a^b f(x) dx$

- В отчете по выполнению задания привести:
- формулы, по которым производится расчет;
 - таблицы Microsoft Excel с решением;
 - рисунок с изображением фигуры, центр тяжести которой определяется, и вычисленное положение центра тяжести;
 - фрагмент листа MathCAD с решением.

ЗАДАНИЕ 4. Функция $y(x)$ задана таблично

X	0,35	0,41	0,47	0,51	0,56	0,64
Y	2,73951	2,30080	1,96864	1,78776	1,59502	1,34310

Вычислить значение функции в точках $x=0,396; 0,485; 0,536$ и определить наибольшее из значений

- В отчете по выполнению задания привести:
- формулу интерполяционного полинома Лагранжа;
 - таблицы Microsoft Excel;
 - фрагмент таблицы Microsoft Excel с графиком исходных точек и вычисленными;
 - описание функции, реализующей интерполяционную задачу в MathCAD;
 - фрагмент листа MathCAD с решением;
 - ответ.

¹ При выполнении заданий рекомендуется использовать методические указания

Информатика. Приближенные методы вычислений. 2009. - 53 с.

Информатика. Решение нелинейных и дифференциальных уравнений. 2009. - 70 с.

Применение программных продуктов для прикладных задач математического моделирования. 2012. - 58 с.

Программные продукты в математическом моделировании. Интерполяция. Решение систем линейных алгебраических уравнений. 2014. - 51 с.

Программные продукты в математическом моделировании. Численное решение дифференциальных уравнений. 2014. - 52 с.

Программные продукты в математическом моделировании. Решение дифференциальных уравнений. Задача Коши. 2016. - 50 с.

² Таблицы Microsoft Excel с вычислениями во всех задачах приводятся в режимах отображения чисел и формул с сеткой и заголовками строк и столбцов

³ Выполняется по особому заданию преподавателя

ЗАДАНИЕ 5. Отделить корни нелинейного уравнения $(x - 0.51)^2 = 1.8 - \frac{x}{4}$ и найти приближенное значение корней с точностью 10^{-3} методами деления отрезка пополам, итерации, Ньютона в Microsoft Excel. Получить приближенное значение корней, используя надстройку Microsoft Excel «Подбор параметра». Получить решение в пакете MathCAD.

В отчете по выполнению задания привести:

- отделеение корней уравнения;
- формулы, по которым производится расчет по каждому из методов;
- проверку сходимости метода итерации;
- таблички Microsoft Excel с решением каждым из методов в режимах отображения чисел и формул с сеткой и заголовками строк и столбцов;
- сопоставления необходимого числа итераций в каждом из методов;
- решение с помощью надстройки «Подбор параметра»;
- функцию пакета MathCAD для решения нелинейных уравнений *root, find*;
- фрагмент листа MathCAD с решением.

ЗАДАНИЕ 6. Задана система линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 4.3 \cdot x_1 + 0.4 \cdot x_2 + 0.7 \cdot x_3 - 0.7 \cdot x_4 + 1.8 \cdot x_5 = 12.9 \\ 1.4 \cdot x_1 + 6 \cdot x_2 - 0.5 \cdot x_3 - 1.5 \cdot x_4 + 0.8 \cdot x_5 + 0.5 \cdot x_6 = -21 \\ -0.3 \cdot x_1 + 2.8 \cdot x_2 + 3.9 \cdot x_3 - 0.7 \cdot x_4 + 0.7 \cdot x_6 = 3.9 \\ 0.5 \cdot x_1 - 0.3 \cdot x_2 - 0.8 \cdot x_3 + 6.8 \cdot x_4 + 4.9 \cdot x_5 - 2.1 \cdot x_6 = 7.8 \\ 0.7 \cdot x_1 - 0.6 \cdot x_2 + 1.8 \cdot x_3 - 2 \cdot x_4 + 8.8 \cdot x_5 + 5.1 \cdot x_6 = -2.5 \\ -0.9 \cdot x_1 + 3.8 \cdot x_2 - 2.2 \cdot x_4 + 3.5 \cdot x_5 - 10.4 \cdot x_6 = 16.7 \end{cases}$$

Проверить сходимость метода простой итерации для данной системы. Вычислить приближенное решение системы по методу простой итерации и методу Зейделя с точностью 10^{-4} . Сопоставить необходимое число итераций, потребовавшееся для достижения заданной точности в Microsoft Excel. Найти решение в пакете MathCAD по методу Гаусса и методом итерации.

В отчете по выполнению задания привести:

- проверку сходимости метода простой итерации;
- формулы, по которым производится расчет методами простой итерации и Зейделя;
- таблички Microsoft Excel;
- результат сопоставления необходимого числа итераций в каждом из методов;
- описание функций MathCAD *lsolve, find* для решения СЛАУ;
- фрагмент листа MathCAD с решениями.

ЗАДАНИЕ 7. Задана система линейных алгебраических уравнений с матрицей коэффициентов

трехдиагонального вида

$$\begin{cases} 3 \cdot x_1 - 4.9 \cdot x_2 = -5 \\ 1.1 \cdot x_1 - 5.6 \cdot x_2 - 2.3 \cdot x_3 = -4 \\ -1.5 \cdot x_2 + 8 \cdot x_3 + x_4 = -2 \\ 2.3 \cdot x_3 - 12 \cdot x_4 + 1.5 \cdot x_5 = 0.8 \\ 2 \cdot x_4 - 5.5 \cdot x_5 + 1.8 \cdot x_6 = -1.8 \\ -0.8 \cdot x_5 + 2.7 \cdot x_6 + 0.1 \cdot x_7 = 0.8 \\ -6.1 \cdot x_6 + 9.9 \cdot x_7 = 0 \end{cases}$$

Найти решение в пакетах MathCAD и Microsoft Excel методом прогонки. Вычислить (если возможно) приближенное решение системы по методу простой итерации.

В отчете по выполнению задания привести:

- формулы, по которым производится расчет;
- таблички Microsoft Excel;
- функции *lsolve, find* MathCAD для решения СЛАУ;
- фрагмент листа MathCAD с решениями.

Вариант 8

ЗАДАНИЕ 8. Решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка $xy' = \sqrt{y^2 + 1}$. Найти точное и численное решения уравнения на заданном промежутке изменения аргумента $x \in [1.25, 3.1]$ при начальном условии $y(1.25) = 1.8$. Численное решение уравнения найти методом Эйлера и оценить ошибку. Решение выполнить в Microsoft Excel. Решить уравнение в пакете Mathcad, используя функцию *odesolve*.

В отчете привести:

- точное (аналитическое) решение уравнения и вычисленные значения на заданном промежутке в Microsoft Excel;
- формулу Эйлера вычисления численного решения уравнения;
- численное решение по формуле Эйлера в Microsoft Excel;
- графики точного и численного решений в Microsoft Excel;
- оценку максимальной погрешности численного решения;
- описание функции решения обыкновенного дифференциального уравнений *odesolve*;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *odesolve*.

ЗАДАНИЕ 9. С помощью метода Рунге-Кутта получить численное решение обыкновенного дифференциального уравнения $-xy' = x^2 + y^2$ удовлетворяющего условию $y(1.6) = 2.32$ на промежутке изменения $x \in [1.6, 2.94]$. Сравнить с решением уравнения методом Эйлера. Решить данное уравнение в пакетах Microsoft Excel и MathCAD.

В отчете привести:

- формулу Рунге-Кутта вычисления решения уравнения;
- решение по формуле Рунге-Кутта в Microsoft Excel в табличной и графической форме;
- решение по формуле Эйлера в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- максимальное расхождение результатов;
- описание функции решения обыкновенного дифференциального уравнений методом Рунге-Кутта *rkfixed*;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *rkfixed* и *odesolve*;
- сравнить решения.

ЗАДАНИЕ 10. Найти численное решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференци-

альных уравнений первого порядка
$$\begin{cases} \frac{dy(x)}{dx} = x - y^2 \\ \frac{dz(x)}{dx} = -0.03e^{0.4x} \end{cases}$$
 на промежутке изменения $x \in [0, 3]$, удов-

летворяющее условиям $y(0) = 0$ и $z(0) = 0.25$ в Microsoft Excel методом Эйлера. Решить систему уравнений в пакете Mathcad, используя функцию *rkfixed*.

В отчете привести:

- формулу Эйлера вычисления численного решения системы дифференциальных уравнений;
- численное решение по формуле Эйлера в Microsoft Excel;
- график численного решения в Microsoft Excel;
- описание функции решения обыкновенного дифференциального уравнений *rkfixed*;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *rkfixed*.

ЗАДАНИЕ 11⁴. Найти численное решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка задания 10 в Microsoft Excel, используя формулы Рунге-Кутта.

В отчете привести:

- формулы Рунге-Кутта вычисления численного решения системы дифференциальных уравнений;
- численное решение по формулам Рунге-Кутта в Microsoft Excel;
- график численного решения в Microsoft Excel;
- сравнение с результатами решения по формуле Эйлера.

ЗАДАНИЕ 12 Тело массой $m=10$ кг начинает падать с высоты $H=100$ м. Вычислить время падения тела до земли с учетом сопротивления воздуха пропорциональным степени скорости падения $F_d = k \cdot v^c$ при $k=0.3$, $c=1$.

Решение выполнить в табличном процессоре Microsoft Excel и пакете математических расчетов MathCAD.

В отчете привести:

- систему дифференциальных уравнений, описывающих падение тела;
- формулу Эйлера для вычисления численного решения системы дифференциальных уравнений первого порядка;
- численное решение системы уравнений по формуле Эйлера в Microsoft Excel;
- график решения;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *rkfixed*.

ЗАДАНИЕ 13. Задано обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка $y'' - y = 0$ с начальными условиями $y(1) = 3,5$; $y'(1) = -1,5$. Найти аналитическое решение уравнения. Найти численное решение уравнения методом Эйлера на промежутке $x \in [1, 2.1]$. Оценить максимальную погрешность вычисления.

Решение выполнить в Microsoft Excel и пакете Mathcad.

В отчете привести:

- аналитическое решение уравнения и его получение;
- формулу Эйлера вычисления численного решения уравнения второго порядка;
- решение уравнения по формуле Эйлера в Microsoft Excel
- графики точного и численного решений;
- максимальную погрешность – абсолютную и относительную;
- описание функций решения обыкновенного дифференциального уравнения *odesolve* и *rkfixed*;
- решения, полученные в пакете Mathcad с использованием функций *odesolve* и *rkfixed*.

ЗАДАНИЕ 14⁵ Найти численное решение дифференциального уравнения задания 13 методом Рунге-Кутты

В отчете привести:

- формулы Рунге-Кутты вычисления численного решения уравнения второго порядка;
- решение уравнения по формулам Рунге-Кутты в Microsoft Excel
- графики точного и численного решений;
- максимальную погрешность – абсолютную и относительную;

ЗАДАНИЕ 15. Задано обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка $y'' + 0.75 \cdot x \cdot y' - x^2 \cdot y = 1,34$. Найти численное решение краевой задачи первого рода $y(1.78) = 1.69$, $y(2.12) = -0.67$ на промежутке $x \in [1.78, 2.12]$, используя метод конечных разностей. Решение выполнить в табличном процессоре Microsoft Excel и пакете математических расчетов MathCAD.

В отчете привести:

- конечно-разностные отношения для внутренних точек отрезка интегрирования;
- систему линейных алгебраических уравнений для решения в точках деления отрезка интегрирования;
- формулы метода прогонки решения краевой задачи обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка;
- решение системы линейных алгебраических уравнений методами итерации и прогонки в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- проверку полученного решения для любой внутренней точки промежутка;
- решение методом прогонки, полученное в пакете Mathcad
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции *odesolve*.

⁵ Задание выполняется при отсутствии хотя бы одного защищенного в ноябре задания

ЗАДАНИЕ 16. Задано обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка $y'' + \frac{y'}{x} + 2 \cdot y = x^2 - 3$. Найти численное решение краевой задачи третьего рода $y'(1.25) = -14.142$, $1.7y'(2.75) - 3.2y(2.75) = 59.591$, на промежутке $x \in [1.25, 2.75]$, используя метод конечных разностей. Решение выполнить в табличном процессоре Microsoft Excel и пакете математических расчетов MathCAD.

В отчете привести:

- конечно-разностные отношения для внутренних точек отрезка интегрирования;
- систему линейных алгебраических уравнений для решения в точках деления отрезка интегрирования;
- формулы метода прогонки решения краевой задачи обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка;
- решение системы линейных алгебраических уравнений методами итерации и прогонки в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- проверку полученного решения для любой внутренней точки промежутка;
- решение методом прогонки, полученное в пакете Mathcad
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции `odesolve`

ЗАДАНИЕ 17. Найти численное решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2} = 0$ в квадратной единичной области с сеткой $h=0.25$ при граничных условиях $U(x, y)_{x=0} = 2 \sin \pi y$, $U(x, y)_{x=1} = 5y^2$ и $U(x, y)_{y=0} = 2 \sin \pi x$, $U(x, y)_{y=1} = 5\sqrt{x}$, используя метод конечных разностей. Решение получить с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$. Решение выполнить в табличном процессоре Microsoft Excel и пакете математических расчетов MathCAD.

В отчете привести:

- конечно-разностные отношения для внутренних точек отрезка интегрирования;
- систему линейных алгебраических уравнений для решения в точках деления отрезка интегрирования;
- формулы метода простой итерации решения системы;
- решение системы линейных алгебраических уравнений методом итерации в Microsoft Excel в табличной и графической формах;
- решение методом итерации, полученное в пакете Mathcad;
- решение, полученное в пакете Mathcad с использованием функции `relax`
- ;