Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЛЕСОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ имени С.М.Кирова»

Кафедра высшей математики

МАТЕМАТИКА

Программа курса, контрольные задания и методические указания для студентов заочной формы обучения по направлениям 05.03.06, 08.03.01, 09.03.02, 15.03.02, 18.03.01, 18.03.02 20.03.01, 21.03.02, 23.03.01, 23.03.03 , 27.03.01, 27.03.04 35.03.01, 35.03.02, 35.03.10, 38.03.01, 38.03.02

Санкт-Петербург
2020

Предисловие

Математика является универсальным научным методом, эффективным средством решения прикладных задач, а также элементом общей культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую часть фундаментальной подготовки специалиста.

Изучение курса высшей математики служит развитию логического мышления, способствует овладению математическим аппаратом, необходимым для успешного усвоения специальных дисциплин, формирует умение самостоятельно разбираться в литературе, использующей математический язык.

Данное пособие имеет целью помочь студенту справиться с трудностями, возникающими при заочном изучении курса высшей математики. Оно содержит программу, контрольные задания и методические указания по их выполнению.

ПРОГРАММА КУРСА «МАТЕМАТИКА»[1]

I. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Единичная матрица.

Определители квадратных матриц. Свойства определителей.

Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера.

Матричная запись систем линейных уравнений. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений матричным методом.

Метод Гаусса. Ранг матрицы. Собственные числа и собственные векторы квадратной матрицы. Комплексные числа.

Декартова система координат в пространстве.

Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Длина вектора.

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Условия коллинеарности векторов. Канонические уравнения прямой.

Условия перпендикулярности векторов. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение плоскости.

Условия компланарности векторов. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.

---

[1] Настоящая программа принимается за основу и может быть изменена в зависимости от направления студента-заочника. Конкретные указания будут указаны ниже.

Кривые второго порядка.

II. Введение в математический анализ

Понятие множества. Операции над множествами. Функциональная зависимость. Графики основных элементарных функций.

Предел функции. Предел последовательности. Теоремы о пределах.

Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Связь между ними. Раскрытие неопределённостей. Замечательные пределы.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

III. Производная и её приложения

Определение производной. Геометрический и механический смысл производной. Непрерывность дифференцируемой функции.

Основные правила и формулы дифференцирования. Производная сложной функции.

Уравнение касательной. Дифференциал.

Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа). Правило Лопиталя.

Исследование функции по первой производной (необходимое условие экстремума функции, знак первой производной и монотонность функции, первое достаточное условие экстремума).

Исследование функций по второй производной (знак второй производной и выпуклость функции, второе достаточное условие экстремума функции).

Асимптоты функции. Общее исследование функции.

IV. Неопределённый и определённый интегралы

Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределённом интеграле. Линейная замена переменной.

Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций.

Определённый интеграл, его свойства и геометрический смысл.

Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.

Геометрические приложения определённого интеграла.

Несобственные интегралы.

V. Функции двух переменных

Функция двух переменных. Область определения, график, линии уровня. Предел, непрерывность, дифференцируемость функции двух переменных. Частные производные. Дифференциал.

Производные сложных функций. Производные неявно заданных функций. Производная по направлению. Градиент.

Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.

VI. Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Уравнения с разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли.

Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.

Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Однородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение.

Неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.

Неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

Однородные системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

VII. Ряды

Сумма числового ряда. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда.

Признаки сходимости положительных рядов.

Признак Лейбница. Абсолютная сходимость ряда.

Функциональный ряд. Область сходимости функционального ряда.

Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.

Ряд Маклорена. Разложение в ряд Маклорена функций e^x, $\sin x$, $\cos x$. Формула Эйлера.

Биномиальный ряд.

Ряды Фурье.

VIII. Теория вероятностей

Классическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимость событий. Формула полной вероятности. Формула Бернулли.

Случайные величины. Функция распределения случайной величины.

Дискретные случайные величины. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.

Биномиальное распределение. Распределение Пуассона.

Непрерывные случайные величины. Функция и плотность распределения. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.

Нормальное распределение. Функция Лапласа.

Закон больших чисел. Интегральная теорема Лапласа.

Выбор варианта, заданий и оформление контрольной работы

Важной частью изучения курса высшей математики является выполнение контрольных работ.

Выбор варианта контрольного задания осуществляется следующим образом. Из каждой десятки задач, включённых в контрольную работу, нужно взять только те, номера которых заканчиваются той же цифрой, что и номер зачётной книжки (студенческого билета). Так, например, если последняя цифра номера зачётки **6**, то из десятки задач **51 – 60** следует выбрать задачу с номером **56**, если же последняя цифра номера зачётки **0**, из задач **51 – 60** необходимо решить только задачу с номером **60**.

Контрольную работу следует выполнять в обычной школьной тетради. На обложке тетради, кроме фамилии, имени и отчества, необходимо указать факультет, номер направления, курс, номер зачётной книжки, а также номера контрольных работ, выполненных в этой тетради. Перед решением каждой задачи нужно привести её условие и номер.

Работу над ошибками следует выполнять в той же тетради, в которой была представлена контрольная работа, при этом переписываются только те фрагменты решения (с исправлениями), в которых были допущены ошибки.

Студенты допускаются к экзамену только при наличии зачтённых контрольных работ.

Ниже приводится распределение задач по контрольным работам для разных факультетов и направлений.

Студенты направлений 05.03.06, 08.03.01, 18.03.01, 18.03.02, 21.03.02, 23.03.01, 23.03.03, 27.03.01, 27.03.04, 35.03.01, 35.03.02.01, 35.03.02.02, 35.03.02.04, 35.03.10 решают задачи своего варианта из блоков

1-10, 21-30, 31-40, 41-50, 51-60, 61-70, 91-100, 101-110, 111-120, 131-140, 141-150, 161-170, 171-180, 181-190, 251-260, 261-270, 271-280, 281-290, 291-300, 301-310.

Студенты направлений 09.03.01, 13.03.01, 15.03.02, 20.03.01, решают задачи своего варианта из блоков

1 курс: 1-10, 11-20, 21-30, 31-40, 41-50, 51-60, 61-70, 91-100, 101-110, 111-120, 131-140, 141-150,

2 курс: 161-170, 171-180, 181-190, 201-210, 211-220, 221-230, 231-240, 241-245, 251-260, 261-270, 271-280, 281-290, 291-300, 301-310.

Студенты направлений 38.03.01, 38.03.02 решают задачи своего варианта из блоков 1-10, 21-30, 31-40, 41-50, 51-60, 61-70, 91-100, 101-110, 111-120, 131-140, 141-150, 161-170, 171-180, 181-190.

Студенты направления 38.03.02, дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика в менеджменте и экономике» решают задачи своего варианта из блоков 251-260, 261-270, 271-280, 281-290, 291-300, 301-310.

Контрольные задания

1 – 10. Решить систему уравнений тремя способами: по формулам Крамера, методом Гаусса-Жордана, средствами матричного исчисления. Сделать проверку правильности вычисления обратной матрицы.

1. $\begin{cases} x_1+3x_2-2x_3=5, \\ -x_1-2x_2+x_3=-3, \\ 4x_1-x_2-x_3=6. \end{cases}$

2. $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=3, \\ -2x_1-x_2+3x_3=0, \\ 3x_1-x_2-x_3=-5. \end{cases}$

3. $\begin{cases} x_1+x_2-2x_3=4, \\ -5x_1-4x_2+x_3=-11, \\ 2x_1-x_2-3x_3=7. \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=5, \\ -2x_1-5x_2+x_3=-7, \\ 2x_1-x_2-2x_3=3. \end{cases}$

5. $\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=7, \\ -3x_1-5x_2+x_3=-11, \\ 2x_1-x_2-2x_3=0. \end{cases}$

6. $\begin{cases} x_1+x_2-2x_3=-1, \\ 2x_1-x_2+3x_3=4, \\ -2x_1+3x_2-x_3=-8. \end{cases}$

7. $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=-3, \\ 3x_1-x_2+2x_3=-4, \\ -x_1+4x_2-x_3=1. \end{cases}$

8. $\begin{cases} x_1+x_2-4x_3=-1, \\ 4x_1-x_2+3x_3=-9, \\ -2x_1-x_2+x_3=3. \end{cases}$

9. $\begin{cases} x_1+x_2-2x_3=1, \\ 5x_1+3x_2+x_3=1, \\ -x_1-2x_2+x_3=-3. \end{cases}$

10. $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=0, \\ 3x_1-x_2+2x_3=7, \\ -x_1+5x_2-x_3=-7. \end{cases}$

11 – 20. Даны векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ и $\overline{d}$. Показать, что векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$ образуют базис и найти координаты вектора $\overline{d}$ в этом базисе.

11. $\overline{a}\,(1,-1,4)$, $\overline{b}\,(3,-2,-1)$, $\overline{c}\,(-2,1,-1)$, $\overline{d}\,(5,-3,6)$.

12. $\overline{a}\,(1,-2,3)$, $\overline{b}\,(2,-1,-1)$, $\overline{c}\,(-1,3,-1)$, $\overline{d}\,(3,0,-5)$.

13. $\overline{a}\,(1,-5,2)$, $\overline{b}\,(1,-4,-1)$, $\overline{c}\,(-2,1,-3)$, $\overline{d}\,(4,-11,7)$.

14. $\overline{a}\,(1,-2,2)$, $\overline{b}\,(3,-5,-1)$, $\overline{c}\,(-1,1,-2)$, $\overline{d}\,(5,-7,3)$.

15. $\overline{a}\,(1,-3,2)$, $\overline{b}\,(2,-5,-1)$, $\overline{c}\,(-3,1,-2)$, $\overline{d}\,(7,-11,0)$.

16. $\overline{a}\,(1,2,-2)$, $\overline{b}\,(1,-1,3)$, $\overline{c}\,(-2,3,-1)$, $\overline{d}\,(-1,4,-8)$.

17. $\overline{a}\,(1,3,-1)$, $\overline{b}\,(2,-1,4)$, $\overline{c}\,(-1,2,-1)$, $\overline{d}\,(-3,-4,1)$.

18. $\overline{a}\,(1,4,-2)$, $\overline{b}\,(1,-1,-1)$, $\overline{c}\,(-4,3,1)$, $\overline{d}\,(-1,-9,3)$.

19. $\overline{a}\,(1,5,-1)$, $\overline{b}\,(1,3,-2)$, $\overline{c}\,(-2,1,1)$, $\overline{d}\,(1,1,-3)$.

20. $\overline{a}\,(1,3,-1)$, $\overline{b}\,(2,-1,5)$, $\overline{c}\,(-1,2,-1)$, $\overline{d}\,(0,7,-7)$.

21 – 30. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти: а) угол между рёбрами A_1A_2 и A_1A_3; б) площадь грани $A_1A_2A_3$; в) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; г) уравнение высоты, проходящей через A_4; д) объём пирамиды.

21. $A_1(1,-1,0)$, $A_2(2,-2,4)$, $A_3(4,-3,-1)$, $A_4(-1,0,-1)$.

22. $A_1(0,1,-1)$, $A_2(1,-1,2)$, $A_3(2,0,-2)$, $A_4(-1,4,-2)$.

23. $A_1(0,-1,1)$, $A_2(1,-6,3)$, $A_3(1,-5,0)$, $A_4(-2,0,-2)$.

24. $A_1(-1,1,0)$, $A_2(0,-1,2)$, $A_3(2,-4,-1)$, $A_4(-2,2,-2)$.

25. $A_1(1,0,-1)$, $A_2(2,-3,1)$, $A_3(3,-5,-2)$, $A_4(-2,1,-3)$.

26. $A_1(-1,0,1)$, $A_2(0,2,-1)$, $A_3(0,-1,4)$, $A_4(-3,3,0)$.

27. $A_1(1,1,-1)$, $A_2(2,4,-2)$, $A_3(3,0,3)$, $A_4(0,3,-2)$.

28. $A_1(-1, 1, 1)$, $A_2(0, 5, -1)$, $A_3(0, 0, 0)$, $A_4(-5, 4, 2)$.

29. $A_1(1, -1, 1)$, $A_2(2, 4, 0)$, $A_3(2, 2, -1)$, $A_4(-1, 0, 2)$.

30. $A_1(0, 0, -2)$, $A_2(1, 3, -3)$, $A_3(2, -1, 3)$, $A_4(-1, 2, -3)$.

31 – 40. Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду. Для эллипса найти координаты вершин и фокусов, для гиперболы – координаты вершин, фокусов и уравнения асимптот, для параболы – координаты фокуса и уравнение директрисы, для окружности – координаты центра и радиус. Сделать чертеж.

31. $(y-x)(x+y)=-4$.

32. $9(x-4)(x+4)=16y^2$.

33. $x+1=\sqrt{(x-1)^2+y^2}$.

34. $x^2=(4-y)(4+y)$.

35. $16x^2=25(4-y)(4+y)$.

36. $4y^2=(2-x)(2+x)$.

37. $(3x-4y)(3x+4y)=144$

38. $(x-1)^2=(x-y-1)(x+y-1)$

39. $(4x+5y)^2=40(10+xy)$.

40. $(x-2)^2=(x-y+2)(x+y+2)$.

41 – 50. Вычислить пределы, не пользуясь правилом Лопиталя.

41. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2x-3}{2x^2-x+7}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}{3x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 5x}$.

42. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x-7}{2x^2-x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^2 7x}{x\sin 3x}$.

43. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-x+4}{x^2+3x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 2x}{x\operatorname{tg} 5x}$.

44. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-4x+1}{x^2+3x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^3 2x}{x^2\operatorname{tg} 4x}$.

45. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+3x}{5x^3-x^2+4x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{4x+1}-3}{x^3-8}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 4x}{4x\cdot\operatorname{tg} 3x}$.

46. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+3x}{2x^2+x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}^2 6x}{5x\cdot\sin 4x}$.

47. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-x+1}{3x^2+2x-4}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{\sqrt{8+x}-\sqrt{10-x}}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2\sin x}{\operatorname{tg}^3 5x}$.

48. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10x^2-5x+2}{5x^2-x}$; б) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{6x}{\mathrm{tg}\,2x}$.

49. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-x^2+x}{x^3+2x^2-x+3}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^3-27}{\sqrt{3x}-x}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\mathrm{tg}^2 8x}{x\sin 3x}$.

50. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-x+2}{x^2+3x}$; б) $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\sin 4x}{\mathrm{tg}^2 3x}$.

51 – 60. Найти точку разрыва заданной функции. Сделать чертёж.

51. $f(x)=\begin{cases} x^3, & \text{если } x<0; \\ x-1, & \text{если } 0\le x\le 3; \\ 5-x, & \text{если } x>3. \end{cases}$

52. $f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{если } x\le 0; \\ x^3, & \text{если } 0<x\le 1; \\ 3-x, & \text{если } x>1. \end{cases}$

53. $f(x)=\begin{cases} -1, & \text{если } x\le -1; \\ \sqrt{1-x^2}, & \text{если } -1<x\le 0; \\ 1-x, & \text{если } x>0. \end{cases}$

54. $f(x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{x}, & \text{если } x\le -1; \\ x+2, & \text{если } -1<x\le 1; \\ 4, & \text{если } x>1. \end{cases}$

55. $f(x)=\begin{cases} 1, & \text{если } x\le 0; \\ 3^x, & \text{если } 0<x\le 1; \\ x+3, & \text{если } x>1. \end{cases}$

56. $f(x)=\begin{cases} 1-x^2, & \text{если } x\le -1; \\ x^3, & \text{если } -1<x\le 1; \\ 2-x, & \text{если } x>1. \end{cases}$

57. $f(x)=\begin{cases} 2-x, & \text{если } x\le 0; \\ \sqrt{x}, & \text{если } 0<x\le 4; \\ 6-x, & \text{если } x>4. \end{cases}$

58. $f(x)=\begin{cases} -x-1, & \text{если } x\le 0; \\ x^2-1, & \text{если } 0<x\le 2; \\ 3-x, & \text{если } x>2. \end{cases}$

59. $f(x)=\begin{cases} -x-1, & \text{если } x\le -1; \\ (x+1)^2, & \text{если } -1<x\le 0; \\ x, & \text{если } x>0. \end{cases}$

60. $f(x)=\begin{cases} x+2, & \text{если } x\le -2; \\ 4-x^2, & \text{если } -2<x\le 2; \\ x, & \text{если } x>2. \end{cases}$

61 – 70. Найти производные заданных функций.

61. а) $\dfrac{1}{1-2x}$; б) $e^{\mathrm{arcctg}^3\sqrt{x}}$; в) $3x\sin\dfrac{x}{3}$; г) $\dfrac{x}{x^3+1}$; д) $\ln\sqrt{\dfrac{1-x^2}{1+x^2}}$.

62. а) $\sqrt[3]{3x+2}$; б) $5x\,\mathrm{ctg}\dfrac{x}{5}$; в) $\left(2^{\mathrm{arctg}\,x}+x\right)^3$; г) $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$; д) $\ln\sqrt{\dfrac{1-\sin 2x}{1+\sin 2x}}$.

63. а) $\dfrac{1}{(x-5)^3}$; б) $2x\,\mathrm{tg}\dfrac{x}{2}$; в) $\left(\arccos\sqrt{x}+e^{\frac{1}{x}}\right)^2$; г) $\dfrac{\sin 2x}{1+\cos x}$; д) $\ln\sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$.

64. а) $\sqrt{2x-3}$; б) $3x\,\mathrm{ctg}\dfrac{1}{x}$; в) $\left(\arccos 2x+3^{\frac{x}{2}}\right)^2$; г) $\dfrac{1-x^3}{1+x^3}$; д) $\ln\sqrt[3]{\dfrac{1+\sin 3x}{1-\sin 3x}}$.

65. а) $\dfrac{1}{3x-2}$; б) $4x\,\mathrm{ctg}\dfrac{x}{4}$; в) $\left(\mathrm{arctg}\sqrt{x}+e^{-x}\right)^2$; г) $\sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$; д) $\ln\sqrt[3]{\dfrac{1+\cos 3x}{1-\cos 3x}}$.

66. а) $\sqrt{(4x+1)^3}$; б) $2xe^{-\frac{x^2}{2}}$; в) $\sqrt{x+\mathrm{ctg}\dfrac{1}{x}}$; г) $\dfrac{\mathrm{arctg}\,x}{\mathrm{arcctg}\,x}$; д) $\ln\sqrt[5]{\dfrac{1+\cos 5x}{1-\cos 5x}}$.

67. а) $\dfrac{1}{2x+3}$; б) $5x\cos\dfrac{x}{5}$; в) $\left(\arcsin\sqrt{x}+\mathrm{ctg}\,x\right)^3$; г) $\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$; д) $\ln\sqrt[4]{\dfrac{1+x^4}{1-x^4}}$.

68. а) $\sqrt[4]{1-2x}$; б) $2x\,\mathrm{arctg}\dfrac{x}{2}$; в) $e^{\mathrm{tg}^2\frac{1}{x}}$; г) $\dfrac{\sqrt{1+x+x^2}}{x}$; д) $\ln\sqrt[4]{\dfrac{1+\sin 4x}{1-\sin 4x}}$.

69. а) $\dfrac{1}{(x+2)^4}$; б) $2\,\mathrm{arctg}^3 e^x$; в) $x\sqrt{\mathrm{tg}\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{x}\right)}$; г) $\dfrac{2^{3x}}{2^{3x}-1}$; д) $\ln\sqrt[4]{\dfrac{1+\cos 4x}{1-\cos 4x}}$.

70. а) $\sqrt{1-x^2}$; б) $\arcsin^2 x+\arcsin x^2$; в) $5^{\frac{1}{x}}x^5$; г) $\dfrac{1+x^4}{1-x^4}$; д) $\ln\sqrt[5]{\dfrac{1+\sin 5x}{1-\sin 5x}}$.

91 – 100. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке.

91. $y=\dfrac{1}{5}x^5-\dfrac{4}{3}x^3+5$; $[-3,\ 3]$.

92. $y=x^4-8x^2+12$; $[-2,\ 3]$.

93. $y=3x-\sqrt{x}$; $[0,\ 1]$.

94. $y=2\sqrt{x}-3x$; $[0,\ 4]$.

95. $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+9x+7$; $[2,\ 4]$.

96. $y=\sqrt{x^2-16}$; $[5,\ 7]$.

97. $y=\dfrac{3x+1}{x+2}$; $[0,\ 2]$.

98. $y=2x+\sin x$; $[0,\ \pi/2]$.

99. $y = x\ln x + 1$; $[1,\ e]$.

100. $y = \frac{e^x}{3} + 1$; $[-2,\ 2]$.

101 – 110. Исследовать заданные функции и построить их графики.

101. $y = x(x-3)^2$

102. $y = x(x+3)^2$

103. $y = (x-1)(x-4)^2$

104. $y = (x+1)(x+4)^2$

105. $y = (x-4)(x-1)^2$

106. $y = (x-4)(x-1)^2$

107. $y = (x-2)(x-5)^2$

108. $y = (x-5)(x-2)^2$

109. $y = (x+5)(x+2)^2$

110. $y = (x+2)(x+5)^2$

111 – 120. Вычислить вторые частные производные заданной функции двух переменных. Проверить, что $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$.

111. $z = e^{\frac{x}{y}}$.

112. $z = \frac{\sqrt{x}}{y}$.

113. $z = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}$.

114. $z = \sqrt{xy}$.

115. $z = \cos(x^2 y)$.

116. $z = \operatorname{arctg}(xy)$.

117. $z = \sin(x^3 y^2)$.

118. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

119. $z = e^{x^2 y}$.

120. $z = \ln(x^2 + y^2)$.

131 – 140. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум и вычислить производную этой функции в точке M по направлению вектора $\bar{l}$.

131. $z = \frac{x^3}{2} + xy + \frac{y^2}{3}$; $M(0, 3)$; $\bar{l}(3, 4)$.

132. $z = \frac{x^3}{3} + xy + \frac{y^2}{2}$; $M(-1, 0)$; $\bar{l}(4, 3)$.

133. $z = -\frac{x^3}{2} + xy - \frac{y^2}{3}$; $M(2, 3)$; $\bar{l}(-3, -4)$.

134. $z = -\frac{x^3}{3} + xy - \frac{y^2}{2}$; $M(2, 0)$; $\bar{l}(-4, -3)$.

135. $z = \frac{x^3}{6} + xy + y^2$; $M(-2, 1)$; $\bar{l}(5, 12)$.

136. $z=-\frac{x^3}{6}+xy-y^2$; $M(2,1)$; $\bar{l}(12,5)$.

137. $z=\frac{x^3}{2}+xy-\frac{y^2}{3}$; $M(0,-3)$; $\bar{l}(3,-4)$.

138. $z=\frac{x^3}{3}+xy-\frac{y^2}{2}$; $M(0,2)$; $\bar{l}(-3,4)$.

139. $z=x^3+xy+\frac{y^2}{6}$; $M(1,0)$; $\bar{l}(4,-3)$.

140. $z=-x^3+xy-\frac{y^2}{6}$; $M(0,-6)$; $\bar{l}(-4,3)$.

141 – 150. Вычислить неопределённые и определённые интегралы. В пунктах а) и б) сделать проверку.

141. а) $\int\frac{1}{2x+3}dx$; б) $\int\frac{e^x}{\sin^2 e^x}dx$; в) $\int\limits_0^{\pi} x\sin\frac{x}{2}dx$.

142. а) $\int\frac{1}{\sqrt{3-2x}}dx$; б) $\int\frac{\ln^2 x}{x}dx$; в) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} x\cos 2x dx$.

143. а) $\int\frac{1}{(2x+1)^2}dx$; б) $\int\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$; в) $\int\limits_0^{\pi} x\cos\frac{x}{2}dx$.

144. а) $\int\frac{1}{\cos^2\frac{x}{2}}dx$; б) $\int\frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}dx$; в) $\int\limits_0^{\frac{3\pi}{2}} x\sin\frac{x}{3}dx$.

145. а) $\int e^{5x}dx$; б) $\int\frac{1}{x\ln^2 x}dx$; в) $\int\limits_0^{\frac{3\pi}{2}} x\cos\frac{x}{3}dx$.

146. а) $\int\frac{1}{\sin^2 3x}dx$; б) $\int\frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$; в) $\int\limits_0^{1} xe^{\frac{x}{5}}dx$.

147. а) $\int\sqrt[3]{1-3x}\,dx$; б) $\int\frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x}dx$; в) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} x^2\sin 2x dx$.

148. а) $\int\cos\frac{x}{4}dx$; б) $\int\frac{1}{x\sqrt{\ln x}}dx$; в) $\int\limits_0^{1} xe^{2x}dx$.

149. а) $\int \sin 3x\,dx$; б) $\int\limits^{1} \frac{e^x}{x^2}\,dx$; в) $\int\limits_1^e x^2 \ln x\,dx$.

150. а) $\int \frac{1}{(2x+1)^3}\,dx$; б) $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x}\,dx$; в) $\int\limits_1^e x^3 \ln x\,dx$.

161 – 170. В пункте а) вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками заданных функций; в пункте б) вычислить объём V тела, ограниченного плоскостью $x = a$, $x = b$ (a и b – концы отрезка в п. б)) и поверхностью, образованной вращением вокруг оси OX графика заданной функции.

161. а) $y = 4 - \frac{2}{3}x^2$, $y = \frac{x^2}{3}$; б) $y = \sqrt{2 - x^2}$, $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

162. а) $y = 1 - x^2$, $y = x^2 - 1$; б) $y = \sqrt{81 - x^2}$, $\left[0, \frac{9}{2}\right]$.

163. а) $y = 1 - x^2$, $y + x + 1 = 0$; б) $y = \sqrt{4 - x^2}$, $[0, 1]$.

164. а) $y = x^2 + 1$, $y = x + 3$; б) $y = \sqrt{36 - x^2}$, $[0, 3]$.

165. а) $y = x^2 - 1$, $y = x + 1$; б) $y = \sqrt{64 - x^2}$, $[0, 4]$.

166. а) $y = 2x - x^2$, $y = -x$; б) $y = \sqrt{9 - x^2}$, $\left[0, \frac{3}{2}\right]$.

167. а) $y = x^2$, $y = 3 - 2x$; б) $y = \sqrt{100 - x^2}$, $[0, 5]$.

168. а) $y = \frac{x^2}{2}$, $y = x^2 - 1$; б) $y = \sqrt{49 - x^2}$, $\left[0, \frac{7}{2}\right]$.

169. а) $y = x^2$, $y = 2 - x^2$; б) $y = \sqrt{16 - x^2}$, $[0, 2]$.

170. а) $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$; б) $y = \sqrt{25 - x^2}$, $\left[0, \frac{5}{2}\right]$.

171 – 180. В пункте а) решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка, сделать проверку; в пункте б) найти общее решение линейного дифференциального уравнения первого порядка.

171. а) $y' - 3y^2 = 0$; $y(0) = -\dfrac{1}{2}$; б) $y' - \dfrac{2y}{x} = x^3 \cos 3x$.

172. а) $y' - 8\sqrt{y}x^3 = 0$; $y(0) = 1$; б) $y' - \dfrac{4y}{x} = x^4 \sin 5x$.

173. а) $xyy' = 1 + x^2$; $y(1) = 1$; б) $y' + \dfrac{y}{x} = \dfrac{e^x}{x}$.

174. а) $yy' - \dfrac{3}{2}x^2 = 0$; $y(0) = 1$; б) $y' - \dfrac{y}{x} = x^3$.

175. а) $y' + 2xy^2 = 0$; $y(0) = \dfrac{1}{2}$; б) $y' - \dfrac{2y}{x} = x$.

176. а) $x^2 y' = 2\sqrt{y}$; $y(-1) = 1$; б) $y' - \dfrac{3y}{x} = x^4$.

177. а) $(1 + x^2)y' = y$; $y(0) = 1$; б) $y' - \dfrac{4y}{x} = x^4 \sin 7x$.

178. а) $x^2 y' = y^2$; $y(1) = 1$; б) $y' - \dfrac{3y}{x} = x^3 \cos 7x$.

179. а) $x^2 y' = y$; $y(-1) = e$; б) $y' - \dfrac{5y}{x} = x^5 e^{2x}$.

180. а) $2\sqrt{x}y' = y$; $y(1) = 1$; б) $y' - \dfrac{2y}{x} = 4x^5$.

181 – 190. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения второго порядка.

181. $y'' + 2y' + 5y = 5x^2 + 4x + 2$.

182. $y'' + 2y' + y = x^2 + 3x$.

183. $y'' + 2y' + 2y = x^2 + 4x + 1$.

184. $y'' - 2y' + y = 3x - 7$.

185. $y'' + 4y = 4x - 8$.

186. $y'' + 4y' + 4y = 5x^2 - 8$.

187. $y'' + 4y' + 5y = 5x + 4$.

188. $y'' - 4y' + 4y = x^2 - 6x + 1$.

189. $y'' - 4y' + 5y = 5x + 1$.

190. $y'' + 9y = 3x^3 + 2x$.

201 – 210. Найти общее решение системы линейных дифференциальных уравнений при помощи характеристического уравнения.

201. $\begin{cases} x' = -3y, \\ y' = -x - 2y. \end{cases}$

202. $\begin{cases} x' = 4y, \\ y' = 2x + 2y. \end{cases}$

203. $\begin{cases} x' = -4y, \\ y' = -2x - 2y. \end{cases}$

204. $\begin{cases} x' = 5y, \\ y' = 3x + 2y. \end{cases}$

205. $\begin{cases} x' = -2x + y, \\ y' = -3y. \end{cases}$

206. $\begin{cases} x' = -y, \\ y' = 2x - 3y. \end{cases}$

207. $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = -4y. \end{cases}$

208. $\begin{cases} x' = 2y, \\ y' = x + y. \end{cases}$

209. $\begin{cases} x' = -2y, \\ y' = -x - y. \end{cases}$

210. $\begin{cases} x' = 3y, \\ y' = x + 2y. \end{cases}$

211 – 220. Найти область сходимости степенного ряда.

211. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{2^n x^n}{n}$.

212. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{3^n n^2}$.

213. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{\sqrt{n} 2^n}$.

214. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n 4^n}$.

215. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^n x^n}{n^2}$.

216. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{5^n x^n}{\sqrt{n}}$.

217. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n 6^n}$.

218. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{4^n x^n}{n^2}$.

219. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{6^n x^n}{\sqrt{n}}$.

220. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^n}{n 5^n}$.

221 – 230. Вычислить приближённо определённый интеграл с точностью до 0,001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд и проинтегрировав его почленно.

221. $\int\limits_0^{0,4} \dfrac{\sin 2x}{x} dx$.

222. $\int\limits_0^{1} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$.

223. $\int\limits_0^{1} \sin x^2 dx$.

224. $\int\limits_0^{0,16} e^{-\sqrt{x}} dx$.

225. $\int\limits_0^{0,1} \dfrac{e^{3x} - 1}{x} dx$.

226. $\int\limits_0^{0,5} \cos x^2 dx$.

227. $\int\limits_0^1 \cos\sqrt{x}\,dx$.

228. $\int\limits_0^{0,2} \frac{\sin 5x^3}{x^2}\,dx$.

229. $\int\limits_0^{\frac{1}{3}} \frac{1-\cos 3x}{x^2}\,dx$.

230. $\int\limits_0^{0,5} \frac{\cos 7x - 1}{x}\,dx$.

231 – 240. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения заданного дифференциального уравнения, удовлетворяющего заданному начальному условию.

231. $y' = \frac{1}{3}y^3 + \sin 3x$, $y(0) = 1$.

232. $y' = 2\cos 2x - xy^2$, $y(0) = 0$.

233. $y' = 3y^2 + 2x^3$, $y(0) = 2$.

234. $y' = 3y^3 + \cos 3x$, $y(0) = 1$.

235. $y' = 4xy^3 + e^{-x}$, $y(0) = 1$.

236. $y' = e^{3x} - 2xy^2$, $y(0) = 3$.

237. $y' = y^2 + e^{-2x} + \sin 2x$, $y(0) = 1$.

238. $y' = 2xy^2 + 4\sin 2x$, $y(0) = 2$.

239. $y' = 2xy^3 + 3\sin 4x$, $y(0) = 1$.

240. $y' = xy^2 + \cos 4x$, $y(0) = 1$.

241 – 250. Разложить заданную функцию в ряд Фурье.

241. $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -2 < x < 0; \\ 2, & \text{если } 0 \le x < 2. \end{cases}$

242. $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } -2 < x < 0; \\ 3, & \text{если } 0 \le x < 2. \end{cases}$

243. $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } -3 < x < 0; \\ 3, & \text{если } 0 \le x < 3. \end{cases}$

244. $f(x) = \begin{cases} 3, & \text{если } -3 < x < 0; \\ -1, & \text{если } 0 \le x < 3. \end{cases}$

245. $f(x) = \begin{cases} -5, & \text{если } -4 < x < 0; \\ 3, & \text{если } 0 \le x < 4. \end{cases}$

246. $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } -4 < x < 0; \\ 5, & \text{если } 0 \le x < 4. \end{cases}$

247. $f(x) = \begin{cases} -6, & \text{если } -5 < x < 0; \\ 4, & \text{если } 0 \le x < 5. \end{cases}$

248. $f(x) = \begin{cases} 5, & \text{если } -5 < x < 0; \\ -3, & \text{если } 0 \le x < 5. \end{cases}$

249. $f(x) = \begin{cases} 4, & \text{если } -6 < x < 0; \\ -2, & \text{если } 0 \le x < 6. \end{cases}$

250. $f(x) = \begin{cases} -2, & \text{если } -6 < x < 0; \\ 10, & \text{если } 0 \le x < 6. \end{cases}$

251 – 260. Задачи на классическое определение вероятности и теоремы сложения, умножения.

251. В одной из коробок 4 белых и 8 чёрных шарика, в другой – 3 белых и 12 чёрных. Из каждой коробки наугад извлекается шарик. Какова вероятность того, что они разноцветные?

252. Студент выучил 8 из 10 вопросов по первому разделу курса и 9 из 12 – по второму. В билете содержится по одному вопросу из каждого раздела. Какова вероятность получения зачёта для этого студента, если зачёт ставится при условии, что хотя бы на один из вопросов дан правильный ответ?

253. Проводятся две лотереи. В одной из 100 билетов 20 выигрышных, в другой 120 билетов, среди которых 30 выигрышных. Какова вероятность того, что, имея по одному билету каждой из лотерей, получишь хотя бы один выигрыш?

254. В одной из коробок 6 белых и 4 чёрных шарика, в другой – 8 белых и два чёрных. Из каждой коробки наугад извлекается шарик. Какова вероятность того, что они оба чёрные?

255. Студент выучил 5 из 10 вопросов по первому разделу курса и 8 из 12 вопросов – по второму. В билете содержится по одному вопросу из каждого раздела. Какова вероятность получения зачёта для этого студента, если зачёт ставится при условии, что на оба вопроса дан правильный ответ?

256. Проводятся две лотереи. В одной из 40 билетов 10 выигрышных, в другой 30 билетов, среди которых 15 выигрышных. Какова вероятность того, что, имея по одному билету каждой из лотерей, выиграешь дважды?

257. В одном из ящиков лежат 6 исправных и 2 неисправные детали, в другом, соответственно 8 и 4. Из каждого ящика наугад берут одну деталь. Какова вероятность того, что только одна из них окажется исправной?

258. В одной из коробок 5 белых и 10 чёрных шариков, в другой – 3 белых и 9 чёрных. Из каждой коробки наугад извлекается шарик. Какова вероятность того, что хотя бы один из них белый?

259. Студент выучил 6 из 18 вопросов по первому разделу курса и 4 из 16 – по второму. В билете содержится по одному вопросу из каждого раздела. Какова вероятность того, что студент не сдаст зачёт, если зачёт ставится при условии, что хотя бы на один из вопросов дан правильный ответ?

260. Проводятся две лотереи. В одной из 20 билетов 5 выигрышных, в другой 25 билетов, среди которых 10 выигрышных. Какова вероятность того, что, имея по одному билету каждой из лотерей, ничего не выиграешь?

261 – 270. Задачи на формулу полной вероятности.

261. В команде 2 стрелка имеют первый разряд, 3 – второй и 5 – третий. Вероятности попадания в цель для стрелков первого, второго и третьего разрядов равны, соответственно, 0,9, 0,8 и 0,7. Наугад выбранный спортсмен производит выстрел. Какова вероятность того, что он попадёт в цель?

262. В первом ящике 3 синих и 5 красных шариков, во втором, соответственно, 4 и 7. Из первого ящика случайным образом один шарик перекладывается во второй. Далее из второго ящика наугад извлекается один шарик. Какова вероятность, что он красный?

263. Вероятность выпуска бракованной детали на обычном станке – 0,1, на станке-автомате – 0,01. На обычных станках производится 60% деталей, на станках-автоматах – 40%. Какова вероятность того, что наугад взятая деталь бракованна?

264. Вероятность попадания в цель из обычной винтовки равна 0,8, из снайперской – 0,9. Имеется 7 обычных и 3 снайперских винтовки. Какова вероятность попадания, если винтовка выбирается случайным образом?

265. Вероятность попадания в цель при первом выстреле – 0,7. Вероятность попадания в цель при втором выстреле зависит от результата первого выстрела. Если первый выстрел был удачен, вероятность попадания при втором выстреле увеличивается и становится равной 0,9. Если же при первом выстреле имел место промах, вероятность попадания при втором выстреле становится равной 0,5. Какова вероятность попадания при втором выстреле?

266. В первом ящике 3 синих и 5 красных шариков, во втором, соответственно, 4 и 7. Из каждого ящика случайным образом извлекается по одному шарику, после чего из них наугад выбирается один. Какова вероятность того, что он красный?

267. В первом ящике 3 чёрных и 5 белых шариков, во втором, соответственно, 4 и 7. Из второго ящика случайным образом один шарик перекладывается в первый. Далее из первого ящика наугад извлекается один шарик. Какова вероятность, что он чёрный?

268. Имеется 10 одинаковых коробочек с разноцветными шариками. В половине коробочек шарики жёлтые, в двух – зелёные, в остальных количество зелёных в два раза больше, чем жёлтых. Из наугад выбранной коробочки извлекается шарик. Какова вероятность того, что он жёлтый?

269. Номер газеты напечатан в трёх типографиях. Вероятность брака в первой типографии равна 0,05, во второй – 0,02, в третьей – 0,03. Какова вероятность того, что купленная газета окажется бракованной, если 20% тиража напечатано в первой типографии, а 70% – во второй?

270. Имеется 10 шариков, 4 белых и 6 чёрных. Если первый выбранный наугад шарик оказывается белым, то половина чёрных шариков убирается, если же первым вытащен чёрный, то убирается половина белых. Какова вероятность того, что шарик, вытащенный вторым, чёрный?

271 – 280. Задачи на формулу Бернулли.

271. Игральную кость бросают 5 раз. Какова вероятность того, что тройка выпадет дважды?

272. Монету бросают 9 раз. Какова вероятность того, что цифра появится в два раза чаще, чем герб?

273. Какова вероятность того, что в семье, имеющей четверо детей, девочек и мальчиков поровну?

274. Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,8. Какова вероятность двух промахов при шести выстрелах?

275. Монету бросают 8 раз. Какова вероятность того, что орёл и решка выпадут поровну?

276. Игральную кость бросают 6 раз. Какова вероятность того, что чётное число очков выпадет трижды?

277. Вероятность попадания в цель при одном выстреле 0,7. Какова вероятность только одного попадания при трёх выстрелах?

278. Игральную кость бросают 6 раз. Какова вероятность того, что дважды выпадет число очков, делящееся на три?

279. Бросают 5 монет. Какова вероятность того, что только на одной из них выпадет герб?

280. Игральную кость бросают 6 раз. Какова вероятность того, что нечётное число очков выпадет в два раза чаще, чем чётное?

281 – 290. Дискретная случайная величина задана своим законом распределения. Заполнить пустую клетку таблицы и найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение данной случайной величины. Построить график её функции распределения.

281.

X	-4	0	5
P	0,1	0,8	

282.

X	0	2	6
P	0,7		0,1

283.

X	-3	-1	0
P		0,2	0,6

284.

X	-1	0	5
P	0,4	0,5	

285.

X	0	3	4
P	0,8		0,1

286.

X	-4	-2	0
P		0,2	0,7

287.

X	-2	0	4
P	0,3	0,6	

288.

X	0	1	3
P	0,5		0,2

289.

X	-2	-1	0
P		0,3	0,4

290.

X	-2	0	1
P	0,2	0,3	

291 – 300. Непрерывная случайная величина задана своей функцией распределения *F(x)*. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины. Построить графики функции и плотности распределения.

291. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \dfrac{x^2}{25}, & 0<x\le 5; \\ 1, & x>1. \end{cases}$

292. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 1; \\ \dfrac{(x-1)^2}{4}, & 1<x\le 3; \\ 1, & x>e. \end{cases}$

293. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ 2x-x^2, & 0<x\le 1; \\ 1, & x>1. \end{cases}$

294. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ \sqrt{x^3}, & 0<x\le 1; \\ 1, & x>1. \end{cases}$

295. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le -1; \\ \dfrac{(x+1)^2}{9}, & -1<x\le 2; \\ 1, & x>2. \end{cases}$

296. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le -1; \\ \dfrac{1}{8}(x+1)^3, & -1<x\le 1; \\ 1, & x>1. \end{cases}$

297. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0; \\ 2x^2-x^3, & 0<x\le 1; \\ 1, & x>1. \end{cases}$

298. $F(x)=\begin{cases} 0, & x\le -1; \\ \dfrac{1}{4}\left(2+3x-x^3\right), & -1<x\le 1; \\ 1, & x>1. \end{cases}$

299. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le -1; \\ \frac{1}{4}(x+1)^2, & -1 < x \le 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

300. $F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 1; \\ \sqrt{x}-1, & 1 < x \le 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$

301 – 310. Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием a и средним квадратическим отклонением σ. Найти вероятность попадания этой случайной величины в интервал (α, β).

301. $a = 42$, $\sigma = 12$, $\alpha = 36$, $\beta = 54$.
302. $a = 12$, $\sigma = 4$, $\alpha = 6$, $\beta = 16$.
303. $a = 25$, $\sigma = 5$, $\alpha = 15$, $\beta = 30$.
304. $a = 15$, $\sigma = 6$, $\alpha = 6$, $\beta = 18$.
305. $a = 40$, $\sigma = 10$, $\alpha = 35$, $\beta = 55$.
306. $a = 7$, $\sigma = 2$, $\alpha = 2$, $\beta = 10$.
307. $a = 17$, $\sigma = 3$, $\alpha = 14$, $\beta = 23$.
308. $a = 9$, $\sigma = 2$, $\alpha = 11$, $\beta = 14$.
309. $a = 10$, $\sigma = 4$, $\alpha = 8$, $\beta = 18$.
310. $a = 37$, $\sigma = 7$, $\alpha = 30$, $\beta = 44$.

Комментарии к заданиям

1 – 10. Пусть дана система трёх линейных уравнений с тремя неизвестными

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2, \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

Вычислим Δ, определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, по формуле

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13},$$

где $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$, а M_{ij} – определитель, получающийся из исходного вычёркиванием i-ой строки и j-ого столбца. *(M_{ij} и A_{ij} называются, соответственно, минором и алгебраическим дополнением элемента a_{ij} матрицы A, индексы i и j элемента a_{ij} имеют следующий смысл: i – номер строки, j – номер столбца.)*

Таким образом,