

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ EXCEL

Цель работы:

- изучить функции из категории **Логические** и их синтаксис;
- научиться записывать условия в Excel с помощью неравенств и с помощью логических функций **НЕ, И, ИЛИ**;
- изучить работу встроенного в Excel средства «Мастер функций» на примере функции **ЕСЛИ**;
- научиться вычислять выражения, зависящие от простых и сложных условий;
- рассмотреть применение логических функций к решению числовых и нечисловых задач.

1. ЛОГИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Логическое выражение - это высказывание, принимающее значения **ИСТИНА** или **ЛОЖЬ**. Логические выражения в Excel позволяют выполнять вычисления, зависящие от условий. Условие считается выполненным, если значение соответствующего ему логического выражения - **ИСТИНА**, и не выполненным, если значение логического выражения - **ЛОЖЬ**.

Логическое выражение может содержать знаки равенств и неравенств и логические функции. Равенства и неравенства применяются к двум операндам (сравниваются две величины). Пусть, например, в Excel требуется проверить истинность неравенств:

$$\begin{aligned}x &< 1, \\ \ln\left(t + \frac{1}{2}\right) &\geq 2, \\ a^2 + b^2 &= 4, \\ z &\neq z_0,\end{aligned}$$

им могут соответствовать логические выражения в Excel:

$$\begin{aligned}A10 &< 1, \\ LN(B3 + 1/2) &>= 2, \\ A5^2 + A6^2 &= 4, \\ C10 &<> \$A\$5.\end{aligned}$$

В данном примере величины, обозначенные буквами, помещены в некоторые ячейки. Ссылка на ячейку \$A\$5 является абсолютной, показывая постоянство величины z_0

Пара символов < > означает - «не равно», смысл остальных символов очевиден. На равенство можно проверить и текстовое значение, причем текст в выражении заключается в кавычки. Например, логическое выражение "fah"="fag" ложно, что можно проверить, вводя формулу:

= "fah"="fag" в какую-либо ячейку рабочего листа.

Как правило, значение логического выражения меняется в зависимости от конкретных значений входящих в него переменных и может быть использовано в наиболее важной функции категории **Логические** – функции **ЕСЛИ**. Другие логические функции **НЕ, И, ИЛИ** – используются для задания сложных условий. Логические значения **ИСТИНА** и **ЛОЖЬ** могут задаваться в Excel как функции. Итак, перечислены все логические функции. Далее рассмотрен их синтаксис и примеры применения.

1.2. ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЕСЛИ, И, ИЛИ, НЕ

Логическая функция **ЕСЛИ** имеет вид: **ЕСЛИ**(x_1 ; x_2 ; x_3), где x_1 , x_2 , x_3 – аргументы, здесь x_1 – логическое выражение, x_2 , x_3 – любые выражения, разрешенные в Excel; причем вычисляется x_2 , если x_1 имеет значение **ИСТИНА**, и x_3 , если x_1 имеет значение **ЛОЖЬ**. Если третий аргумент функции не определен, то ошибки в записи функции нет – в этом случае ей присваивается значение **ЛОЖЬ**, если условие не выполнено. Если ничего не нужно вычислять при невыполнении условия, следует в качестве третьего аргумента задать пробел как текст. **Примеры:** **ЕСЛИ**($A5 > 0$; $LN(A5)$; -1); **ЕСЛИ**($B2 < > 0$; $1/B2$; ” ”)

Логическая функция **И** имеет вид: - **И**(x_1 ; x_2 ; ...; x_n), где x_1 ; x_2 ; ...; x_n – аргументы, являющиеся логическими выражениями. Функция может содержать до 30 аргументов. Функция **И** принимает значение **ИСТИНА**, если все ее аргументы истинны, в противном случае она принимает значение

ЛОЖЬ. Функция может применяться для задания сложного условия, определяемого системой равенств и неравенств:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{array} \right. \text{ или, в форме логических высказываний, } \left\{ \begin{array}{l} x_1 - \text{истинно?} \\ x_2 - \text{истинно?} \\ \dots \\ x_n - \text{истинно?} \end{array} \right.$$

где x_i – равенство или неравенство, которое может быть истинным или ложным.

Логическая функция **ИЛИ** имеет вид: - ИЛИ(x_1 ; x_2 ; ...; x_n), где x_1 ; x_2 ; ...; x_n – аргументы, являющиеся логическими выражениями. Функция может содержать до 30 аргументов. Функция **ИЛИ** принимает значение **ИСТИНА**, если хотя бы один из ее аргументов есть **ИСТИНА**, в противном случае она принимает значение **ЛОЖЬ**. Функция применяется для задания сложного условия определяемого совокупностью неравенств

$$\left[\begin{array}{l} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{array} \right. \text{ или } \left[\begin{array}{l} x_1 - \text{истинно?} \\ x_2 - \text{истинно?} \\ \dots \\ x_n - \text{истинно?} \end{array} \right.$$

Логическая функция **НЕ** имеет вид - НЕ(x), где x – логическое выражение. Ее значение **ИСТИНА**, если x имеет значение **ЛОЖЬ**, и наоборот.

2. ПРИМЕРЫ

Пример 1. Вычислить величину y при заданном значении x

$$y = \begin{cases} \frac{3}{4}x^2, & \text{если } x < 2 \\ \frac{3}{2x}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

Решение.

- В ячейки рабочего листа A1, B1 вводим обозначения x , y
- В ячейки A2, A3, A4 вводим различные значения x
- В ячейку B2 вводим формулу:

1-й способ. =ЕСЛИ(A2<2;3*A2*A2/4;3/(2*A2)), которая работает следующим образом – если в ячейке A2 число меньше 2, то вычисляется выражение $3*A2*A2/4$; если содержимое A2 больше или равно 2, то вычисляется $3/(2*A2)$.

2-й способ. Ввод формулы можно выполнить и с помощью **Мастера функций**. Перед вставкой формулы выполняем команду **Вставка|Функция**. На первом шаге мастера из категории **Логические** выбираем функцию **ЕСЛИ**. На втором шаге заполняем поля аргументов, как показано в окне второго шага **Мастера функций** (рис. 3.1)

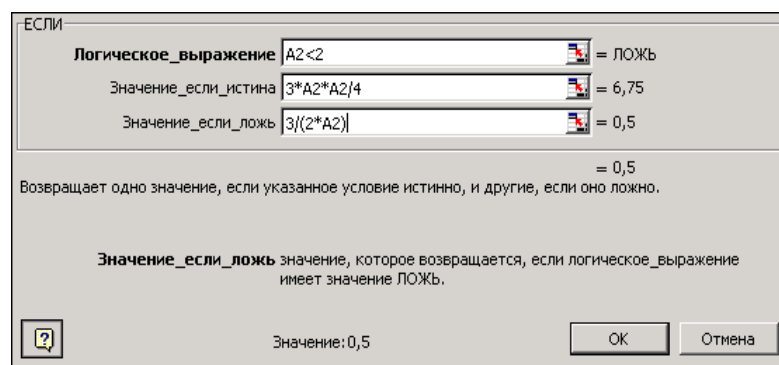


Рис. 3.1..Окно второго шага **Мастера функций** для функции **ЕСЛИ**

В ячейки В3 и В4 формула копируется.

	A	B
1	x	y
2	0,5	0,1875
3	2	0,75
4	3	0,5

Рис.3.2. Фрагмент листа MS Excel после проведения вычислений для разных значений x

Для вычисления выражения с большим числом условий часто можно использовать вложенную функцию **ЕСЛИ**.

Пример 2. Присвоить величине z значение 1, если точка плоскости с координатами x, y лежит внутри круга радиуса 1 с центром в начале координат; значение x^2+y^2 , если точка вне этого круга, но внутри круга радиуса 2; значение 4, если точка лежит вне большего круга.

Решение. Данное геометрическое условие выражается формулой.

$$z = \begin{cases} 1, & \text{если } x^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2, & \text{если } 1 < x^2 + y^2 < 4 \\ 4, & \text{если } x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$$

т. к. x^2+y^2 является квадратом расстояния точки (x, y) от начала координат. Проведем анализ данного выражения. Если выполнено первое условие, то $z = 1$. Если оно не выполнено, то выполнено неравенство $x^2+y^2 > 1$. При применении функции **ЕСЛИ** его выполнение соответствует вычислению значения, равного третьему аргументу, но нужно отделить случаи «меньше 4» и «больше или равно 4», поэтому третий аргумент снова будет функцией **ЕСЛИ**, с помощью которой мы и проверим условие $x^2+y^2 < 4$.

Введем значения x, y в ячейки A2, B2 (рис.3.6). В ячейку C2 для значения z вводим формулу, начав с вызова функции **ЕСЛИ**. Чтобы задать третий аргумент снова вызовем функцию **ЕСЛИ**. Последовательный вид окон внешней и внутренней функции **ЕСЛИ** представлен на рисунках 3.3-3.5..

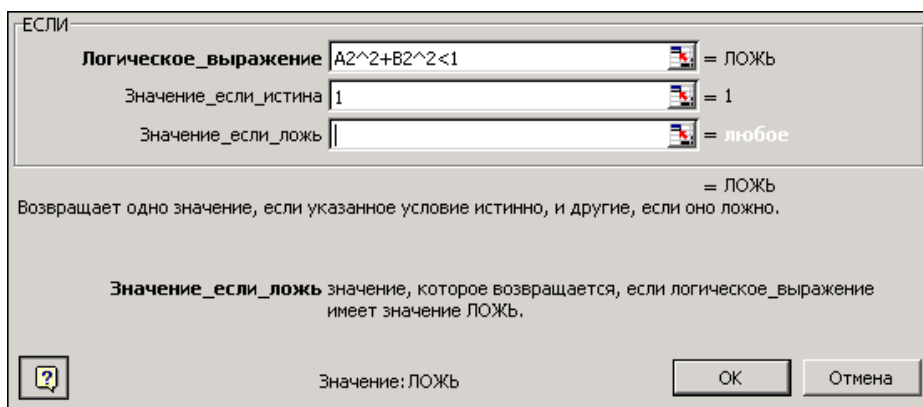


Рис. 3.3. Окно внешней функции **ЕСЛИ**

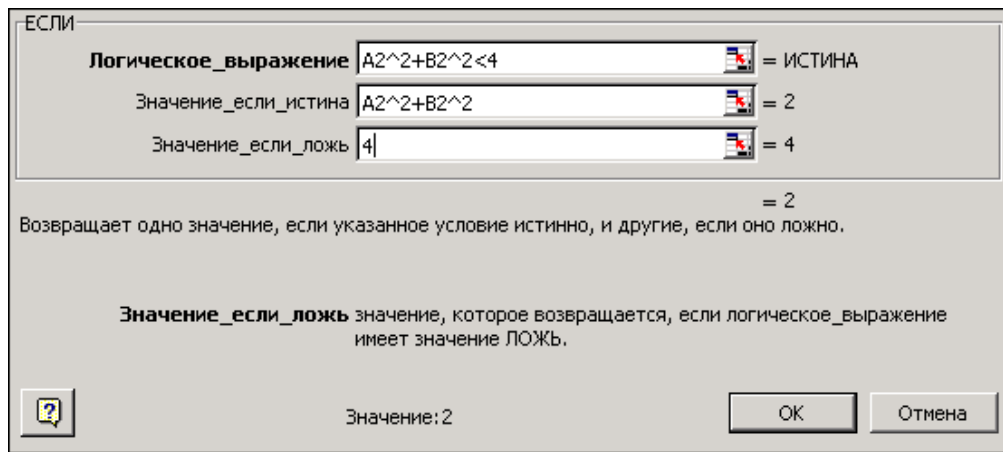


Рис. 3.4. Окно внутренней функции ЕСЛИ

Щелкнув в строке формул, мы вернемся к внешней функции ЕСЛИ. Поле третьего аргумента будет заполнено автоматически.

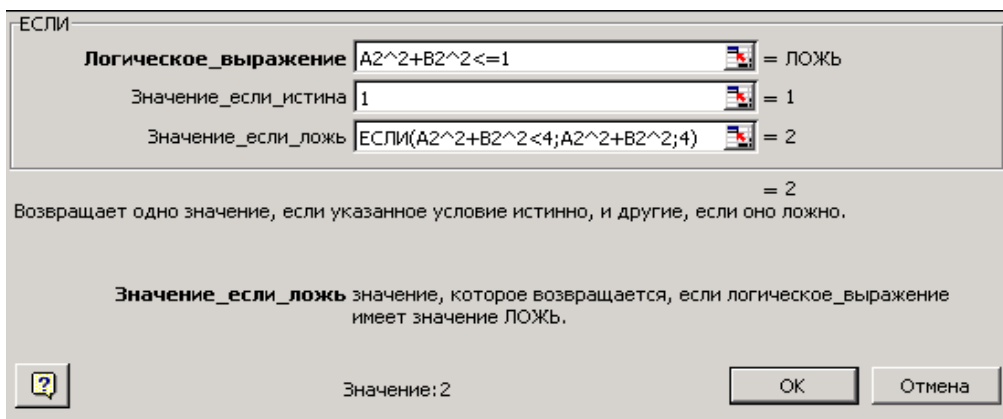


Рис.3.5. Окно внешней функции ЕСЛИ после выхода из внутренней функции

	A	B	C
1	x	y	z
2	0,5	0,5	1
3	1	1	2
4	1	2	4

Рис.3.6. Фрагмент листа MS Excel после проведения вычислений для разных значений x и y

Пример 3. Определить, является ли истинной принадлежность точки заданной области D. Проверить условие принадлежности области для нескольких точек.

Область D составлена из двух секторов круга радиусом 5 см и изображена на рис.3.7 серым цветом. Область не содержит границу. Проверить принадлежность области точек плоскости $M_1(2,2)$, $M_2(2,-2)$, $M_2(-1,-1)$, $M_3(6,0)$, $M_4(2,-2)$, $M_5(0,0)$. При проверке принадлежность точки области D показать значением **ИСТИНА**.

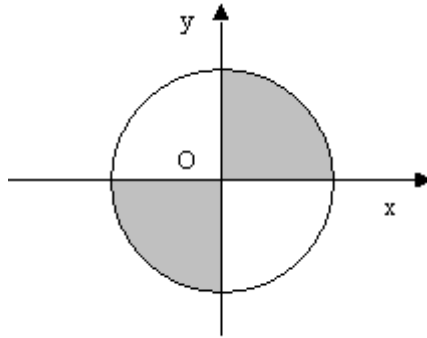


Рис.3.7. Заданная область плоскости

Решение. Заданная область является решением системы неравенств:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 25 \\ xy > 0 \end{cases}$$

Координаты точек введем в последовательные ячейки рабочего листа. В следующий столбец в ячейку D2 вводим формулу =И(B2^2+C2^2<=25;B2*C2>0). Затем копируем ее в ячейки D3:D6. Результаты работы представлены на рис. 3.7.

Можно получить ответ не в виде логического значения, а в виде обычного текста. В ячейку E2 вводим формулу: =ЕСЛИ(И(B2^2+C2^2<25;B2*C2>0); "принадлежит области"; "не принадлежит области"). Затем копируем ее в ячейки E3:E6.

	A	B	C	D	E
1	№	x	y	Принадлежность точки области D	Другая форма представления результатов. Точка Mi
2	M1	2	2	ИСТИНА	принадлежит области
3	M2	-1	-1	ИСТИНА	принадлежит области
4	M3	6	0	ЛОЖЬ	не принадлежит области
5	M4	2	-2	ЛОЖЬ	не принадлежит области
6	M5	0	0	ЛОЖЬ	не принадлежит области

Рис. 3.7. Фрагмент рабочего листа для примера 3

Оформление отчета в текстовом процессоре Word

Для оформления отчета создадим документ Word, содержащий следующие элементы:

- название работы и данные об ее исполнителе;
- условие задачи 1;
- расчетные формулы задачи 1;
- фрагменты рабочих листов Excel с различными вариантами исходных данных и порядок их заполнения для задачи 1. Вставку фрагментов рабочих листов в Word выполнять через буфер обмена с учетом следующего замечания: при вставке из буфера обмена выполнять команду **Правка|Специальная вставка**, при этом вставить фрагмент как **Метафайл Windows**;
- последовательность заполнения расчетной таблиц;
- анализ результатов.

Аналогично оформить решение задачи 2, нарисовать область D.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Задача 1. Вычислить указанные величины, зависящие от условий, с помощью логических функций. Параметр a задать самостоятельно. Исходные данные подобрать самостоятельно. Вычисления провести минимум для двух точек.

Задача 2. Вычислить указанные величины, зависящие от условий, с помощью логических функций. Исходные данные подобрать самостоятельно. Вычисления провести минимум для трех точек.

Задача 3. Определить принадлежность точек M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 заданной области D . Область задана системами или совокупностями неравенств. Координаты точек на плоскости задать самостоятельно.

Таблица 3.1

Вариант	Задача 1. Формулы для вычисления y	Задача 2. Формулы для вычисления y	Задача 3. Система неравенств, определяющая область D
1	$y = \begin{cases} \sin(x-a), & \text{если } x-a < 4 \\ \sin\left(\frac{1}{x-a}\right), & \text{если } x-a \geq 4 \end{cases}$	$y = \begin{cases} -4, & \text{если } x < 0 \\ x^2 + 3x + 4, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ (x^2 + 3x + 4)^2 - 1, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$	$\begin{cases} y \leq x \\ y \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$
2	$y = \begin{cases} (a + \sin x)^2, & \text{если } \sin x < \cos x \\ (a + \cos x)^2, & \text{если } \sin x \leq \cos x \end{cases}$	$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0 \\ x^2 - 2x, & \text{если } 0 < x < 2 \\ 3 \cdot (x - 2), & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$	$(x, y) \in D,$ если не выполнено: $\begin{cases} 0 < x < 3 \\ 0 < y < 3 \end{cases}$
3	$y = x^2 + a^2 + \begin{cases} x^3, & \text{если } x > a \\ a^3, & \text{если } x \leq a \end{cases}$	$y = \begin{cases} -(x+1)^2, & \text{если } x < -1 \\ 1 - x , & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ (x-1)^2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y < 4 \\ 0 < y \\ -3 < x < 3 \end{cases}$
4	$y = \begin{cases} e^{ 1-ax }, & \text{если } a > x \\ e^{\sqrt{ 1-ax }}, & \text{если } a \leq x \end{cases}$	$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -3 \\ x + 3 + 4, & \text{если } -3 \leq x < 0 \\ \frac{6}{x+2}, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 < 4 \\ y > 0 \\ x < 1 \end{cases}$
5	$y = \begin{cases} x^2 + a^2, & \text{если } x^2 < a^2 \\ \sqrt{x^2 + a^2}, & \text{если } x^2 \geq a^2 \end{cases}$	$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq -2 \\ -\sqrt{4-x^2}, & \text{если } -2 < x < 2 \\ \frac{x-2}{2}, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y > 0 \\ y > 0 \\ x > -3 \end{cases}$
6	$y = \begin{cases} \sin^2 3x, & \text{если } 3x < a \\ \sin^2 3x + a, & \text{если } 3x \geq a \end{cases}$	$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq -4 \text{ или } x \geq 4 \\ -\sqrt{4-(x+2)^2}, & \text{если } -4 < x < 0 \\ \sqrt{4-(x-2)^2}, & \text{если } 0 \leq x < 4 \end{cases}$	$\begin{cases} y < 4 - x^2 \\ y > 0 \\ x < 0 \end{cases}$
7	$y = \begin{cases} a + x^3, & \text{если } x \leq a \\ a - x^3, & \text{если } x > a \end{cases}$	$y = \begin{cases} e^x, & \text{если } x < 0 \\ 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{4}{x^2}, & \text{если } x > 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 < 4 \\ x + y > 0 \\ x < 1 \end{cases}$
8	$y = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{если } x > a \\ \sin(x^2 + a), & \text{если } x \leq a \end{cases}$	$y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x < -1 \\ 1, & \text{если } x \leq 1 \\ e^{x-1}, & \text{если } x > 1 \end{cases}$	$\begin{cases} y < x + 3 \\ y > 0 \\ x > -3 \end{cases}$

9	$y = \begin{cases} \sin(x^2 + a), & \text{если } x < a \\ \cos(x^2 + a), & \text{если } x \geq a \end{cases}$	$y = \begin{cases} 1/(x-2)^2, & \text{если } x < 0 \text{ или } x \geq 4 \\ x^2 + 4x - 7, & \text{если } 0 < x < 2 \\ 1/(x^2 + 4x - 7), & \text{если } 2 \leq x < 4 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y < 6 \\ y > 0 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$
10	$y = \begin{cases} 1 - \sin^3 x, & \text{если } x \neq a \\ 0.29, & \text{если } x = a \end{cases}$	$y = \begin{cases} 1/x^2, & \text{если } x < -1 \\ x^2, & \text{если } x \leq 1 \\ e^{x-1}, & \text{если } x > 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 < 4 \\ y > 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases}$
11	$y = \begin{cases} \sin(x+1), & \text{если } x < a \\ \log_2(x^2 + 2), & \text{если } x \geq a \end{cases}$	$y = \begin{cases} 3/(x-3)^2, & \text{если } x < 0 \\ x-1, & \text{если } 0 \leq x \leq 2 \\ \log_2 x, & \text{если } x > 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 < 9 \\ y > 0 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$
12	$y = \begin{cases} \sqrt{ x }, & \text{если } x < a \\ \sqrt{ \sin x }, & \text{если } x \geq a \end{cases}$	$y = \begin{cases} 2/x, & \text{если } x < -1 \\ x^2 + 3x, & \text{если } x \leq 1 \\ (x-3)^2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \leq 0 \\ -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$
13	$y = \begin{cases} 1 + e^{-2x}, & \text{если } x > a \\ 2.73x, & \text{если } x \leq a \end{cases}$	$y = \begin{cases} 2 \cdot e^{x-1}, & \text{если } x \leq 1 \\ \frac{4-x}{2}, & \text{если } 1 < x < 3 \\ \frac{1}{(x-1)(x-2)}, & \text{если } x \geq 3 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y < 4 \\ y > 0 \\ y < x + 4 \end{cases}$
14	$y = \begin{cases} \cos^2(x+a), & \text{если } x < a \\ \sin^2(x+a), & \text{если } x \geq a \end{cases}$	$y = \begin{cases} \frac{x^2 + 1}{x}, & \text{если } x < -1 \\ 2x, & \text{если } -1 \leq x \leq 2 \\ e^{x-1}, & \text{если } x > 2 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y < 4 \\ y > 0 \\ x^2 < 3 \end{cases}$
15	$y = \begin{cases} \sqrt{x+a}, & \text{если } x \leq a \\ a + x^3, & \text{если } x < a \end{cases}$	$y = \begin{cases} 2^x, & \text{если } x < -1 \\ \frac{x}{x^2 + 1}, & \text{если } x \leq 1 \\ \log_2 x, & \text{если } x > 1 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y < 4 \\ y > 1 \\ x < 3 \end{cases}$