

## Определение входных и выходных реакций цепи на действие синусоидального источника тока/напряжения

*Цель работы.* Распространение навыков расчета цепей постоянного тока на расчет цепей синусоидального тока методом комплексных амплитуд, определение функций цепи для нахождения входных и выходных реакций, применение метода эквивалентных преобразований, метода пропорциональных величин, построение векторных диаграмм.

### Задание

1. По данным таблицы вариантов составить расчетную схему цепи
2. Используя метод эквивалентных преобразований или метод пропорциональных величин найти входное сопротивление/входную проводимость, коэффициент мощности и коэффициент передачи тока/напряжения от источника в нагрузку.
3. Найти параметры последовательной и параллельной схемы замещения двухполюсника, подключенного к источнику.
4. Построить векторные диаграммы токов и напряжений
5. Определить тип возможного резонанса в цепи – резонанс напряжений или резонанс токов. Как нужно изменить параметры  $R, L, C$  элементов, чтобы перевести цепь в резонансный режим.

### Пример выполнения задания

Структура цепи и параметры элементов заданы таблицей вариантов 1

Таблица 1

№	1	2	3	4	5	$H$	$f, \text{Гц}$
29	1-3 $J_1$	1-2 $R_2 = 20$	1-3 $ Z_{L3}  = 40$	2-3 $ Z_{L4}  = 10$	2-3 $ Z_{C5}  = 20$	$H_{C5}^{(1)}$	25

Схема цепи, восстановленная по данным таблицы 1, показана на рис.1.

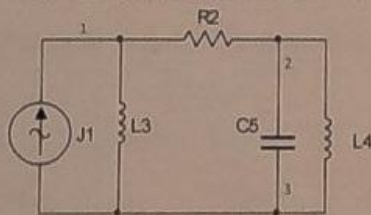


Рис.1 Схема цепи.

### Входная и выходная функция цепи

Определим входное сопротивление методом эквивалентных преобразований. Эквивалентное сопротивление двухполюсника  $L_4, C_5$  находится по формуле

$$Z_{e1} = \frac{Z_{C5} \cdot Z_{L4}}{Z_{C5} + Z_{L4}} = \frac{-j20 \cdot j10}{-j20 + j10} = j20$$

Сопротивление  $Z_{e1}$  включено последовательно с сопротивлением  $R_2$ . Эквивалентное сопротивление ветви с элементами  $R_2, L_4, C_5$  равно

$$Z_{e2} = Z_{e1} + R_2 = 20 + j20$$

Вычисляем входное сопротивление

$$Z_e = \frac{Z_{e2} \cdot Z_{L3}}{Z_{e2} + Z_{L3}} = \frac{j40 \cdot (20 + j20)}{j40 + 20 + j20} = 8 + j16 = 8 \cdot \sqrt{5} \cdot \exp(j1.11)$$

Входное сопротивление носит индуктивный характер. Фазовый сдвиг между напряжением и током составляет  $\varphi = 1.11$  радиан или  $\varphi_d = 63.4^\circ$ . Модуль входного сопротивления  $|Z_e| = 8 \cdot \sqrt{5} = 17.9$ , коэффициент мощности  $\chi = 0.45$ .

Найдем коэффициент передачи тока источника  $J_1$  в ветвь с элементом  $C_5$  как произведение двух промежуточных коэффициентов передачи

$$H_C^{(1)} = \frac{I_{C5}}{J_1} = \frac{I_{R2}}{J_1} \cdot \frac{I_{C5}}{I_{R2}} = \frac{Z_{L3}}{Z_{L3} + Z_{e2}} \cdot \frac{Z_{L4}}{Z_{L4} + Z_{C5}}$$

$$H_C^{(1)} = \frac{j40}{j40 + 20 + j20} \cdot \frac{j10}{j10 - j20} = -0.2 \cdot (3 + j) = 0.2 \cdot \sqrt{10} \cdot \exp(-j2.82)$$

Модуль коэффициента передачи составляет  $|H_C^{(1)}| = 0.633$ , фазовый сдвиг между выходным и входным током  $\varphi_H = \psi_{i5} - \psi_{j1} = -2.82$  рад. или  $\varphi_H = -161^\circ$

*Параметры схемы замещения двухполюсника*

По значению реактивного сопротивления  $X_s = 16$  на частоте  $\omega = 50\pi$  определяем индуктивность

$$L_s = X_s / \omega = 0.102$$

Входному сопротивлению  $Z_e = 8 + j16$  соответствует последовательная схема замещения, показанная на рис.2. Если включить приборы (амперметр, вольтметр, ваттметр) на входе исходной цепи (рис.1) и на входе схемы замещения (рис.2), то показания приборов будут одинаковыми.

Найдем входную проводимость цепи как величину, обратную проводимости

$$Y_e = \frac{J_1}{U_1} = \frac{1}{Z} = G + jB \quad Y_e = \frac{1}{8(1 + j2)} = 0.025 \cdot (1 - j2)$$

Входной проводимости соответствует параллельная схема замещения (рис.2б)

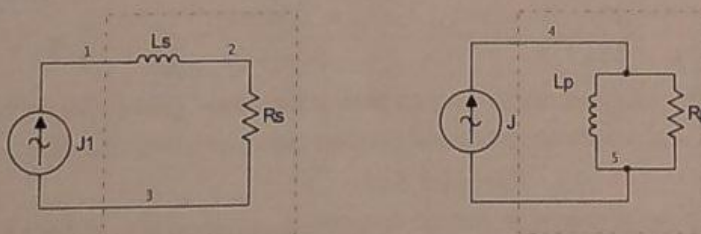


Рис.2. Последовательная – а) и параллельная схема замещения – б) цепи для определения входной реакции. Параметры этой схемы замещения  $R_p$ ,  $L_p$  определяются по формулам

$$R_p = \frac{1}{G_p} = \frac{1}{0.025} = 40 \quad L_p = \frac{1}{B_p \cdot \omega} = \frac{1}{0.05 \cdot 50 \cdot \pi} = 0.127$$

*Построение векторной диаграммы*

Примем ток наиболее удаленной ветви равным  $I_5 = 1$ , определим напряжения и токи ветвей и построим векторную диаграмму токов и напряжений.

Используя законы Кирхгофа и закон Ома, получим

$$U_5 = I_5 Z_5 = -j20, \quad U_4 = U_5, \quad I_4 = U_4 / Z_4 = -j20 / j20 = -2, \quad I_2 = I_4 + I_5 = 1 - 2 = -1$$

$$U_2 = R_2 I_2 = -20, \quad U_1 = U_2 + U_5 = -20 - j20, \quad U_1 = U_3$$

$$I_3 = U_3 / Z_3 = -0.5 + j0.5$$

Для того чтобы ток ветви с  $C$ -элементом был равен  $I_3 = 1$ , ток источника должен составлять

$$J_1 = I_2 + I_3 = -1.5 + j0.5 = 1.58 \cdot \exp(j2.82), \quad \psi_{J_1} = 162^\circ$$

Векторная диаграмма показана на рис.3.

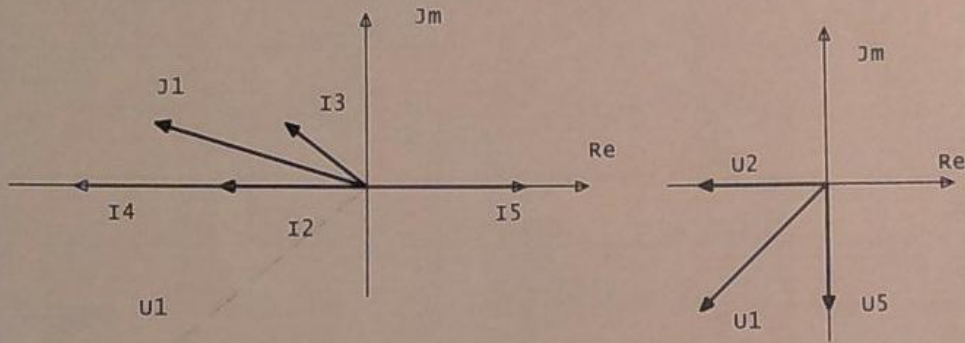


Рис. 3 Векторная диаграмма токов – а) и напряжений – б).

Значение входного сопротивления  $Z_e = U_1 / J_1 = 8 + j16$  совпадает с результатом расчета этой величины методом эквивалентных преобразований.

#### Резонансные свойства цепи

В цепи возможен сложный резонанс токов. Для получения резонансного режима необходимо, чтобы эквивалентное сопротивление двухполюсника « $L_4, C_5$ » имело емкостный характер  $Z_{e1} = -jX$ , а не индуктивный характер  $Z_{e1} = j20$  как это имеет место при заданных параметрах цепи (см. таблицу 1). Сопротивление  $X$  находится из условия резонанса токов  $\text{Im}(Z_e) = 0$ , где  $Z_e$  – входное сопротивление цепи.

$$Z_e = \frac{Z_{L3} \cdot Z_{e2}}{Z_{L3} + Z_{e2}} = \frac{j40 \cdot (R_2 - jX)}{R_2 + j(40 - X)} = 40 \cdot \frac{(X + jR_2) \cdot (R_2 - j(40 - X))}{R_2^2 + (40 - X)^2} = R_e + jX_e$$

При резонансе реактивное сопротивление равно нулю  $X_e = 0$ . Это условие дает уравнение для определения реактивного сопротивления  $X$

$$X^2 - 40X + R_2^2 = 0$$

Решение уравнения при значении сопротивления  $R_2 = 20$

$$X_{1,2} = 20 \pm \sqrt{400 - R_2^2} = 20 \quad Z_{e1} = -j20$$

Заметим, что в случае  $R_2 > 20$  резонанс был бы не возможен. Для получения резонанса в этом случае пришлось бы уменьшать сопротивление  $R_2$ .

Для получения емкостного характера сопротивления  $Z_{e1}$  необходимо, чтобы сопротивление емкостной ветви параллельного контура  $L_4, C_5$  было меньше сопротивления индуктивной ветви  $|Z_{C5}| < |Z_{L4}|$

$$-j20 = \frac{10 \cdot X_{C5}}{j(10 - X_{C5})} \rightarrow 200 - 20 \cdot X_{C5} = 10 \cdot X_{C5} \rightarrow X_{C5} = 20/3$$

Исходные данные для расчета приведены в таблице вариантов 2.

Таблица 2

№	1	2	3	4	5	6	7
1	3-1 ИТ	1-2 $ Z_L =40$	1-3 $R_3=30$	2-3 $ Z_C =10$	-	$f=100$	$H_{R_3}^{(I)}$
2	1-3 ИН	1-2 $ Z_L =40$	2-3 $R_3=40$	2-3 $ Z_C =40$	-	$f=50$	$H_C^{(U)}$
3	1-4 ИН	1-2 $ Z_C =20$	2-3 $ Z_L =20$	2-4 $R_4=40$	3-4 $R_5=20$	$f=50$	$H_{R_5}^{(U)}$
4	2-1 ИТ	1-2 $R_2=10$	1-2 $ Z_C =10$	1-2 $ Z_L =20$		$f=200$	$H_L^{(I)}$
5	3-1 ИТ	1-2 $ Z_L =10$	1-3 $ Z_C =10$	2-3 $R_4=10$		$f=200$	$H_C^{(I)}$
6	1-3 ИН	1-2 $ Z_C =20$	2-3 $R_3=20$	2-3 $ Z_L =20$		$f=100$	$H_{R_3}^{(U)}$
7	1-3 ИН	1-2 $ Z_L =10$	2-3 $ Z_C =10$	2-3 $R_4=10$		$f=200$	$H_{R_4}^{(U)}$
8	3-1 ИТ	1-2 $ Z_L =20$	1-3 $ Z_C =20$	2-3 $R_4=20$		$f=100$	$H_{R_4}^{(I)}$
9	1-4 ИН	1-2 $R_2=10$	2-3 $ Z_C =25$	3-4 $R_4=20$	3-4 $ Z_L =40$	$f=50$	$H_{R_4}^{(U)}$
10	3-1 ИТ	1-2 $ Z_C =10$	1-3 $R_3=30$	2-3 $ Z_L =40$		$f=100$	$H_{R_4}^{(I)}$
11	3-1 ИТ	1-2 $ Z_L =10$	1-3 $ Z_C =10$	2-3 $R_4=10$		$f=200$	$H_{R_4}^{(I)}$
12	3-1 ИТ	1-2 $R_2=10$	1-3 $ Z_L =20$	2-3 $ Z_L =5$	2-3 $ Z_C =10$	$f=100$	$H_C^{(I)}$
13	2-1 ИТ	1-2 $G=0.5$	1-2 $ Y_L =0.1$	1-2 $ Y_C =0.2$		$f=200$	$H_L^{(I)}$
14	1-4 ИН	1-2 $R_2=5$	2-3 $ Z_L =20$	3-4 $ Z_C =15$		$f=100$	$H_L^{(U)}$
15	1-3 $E_1$	1-2 $R_2=20$	2-3 $ Z_L =20$	2-3 $ Z_C =10$		$f=100$	$H_{R_2}^{(U)}$
16	2-1 $J_1$	1-2 $R_2=20$	1-2 $ Z_L =20$	1-2 $ Z_C =10$		$f=200$	$H_L^{(I)}$
17	3-1 $J_1$	1-2 $ Z_C =20$	1-3 $R_3=20$	2-3 $R_4=20$	2-3 $ Z_L =10$	$f=50$	$H_L^{(I)}$
18	1-3 $E_1$	1-2 $ Z_L =40$	2-3 $R_3=40$	2-3 $ Z_C =40$		$f=50$	$H_{R_3}^{(U)}$
19	1-3 $E_1$	1-2 $ Z_L =20$	2-3 $R_3=40$	2-3 $ Z_L =40$	2-3 $ Z_C =20$	$f=100$	$H_{R_3}^{(U)}$
20	3-1 $J_1$	1-2 $ Z_L =20$	1-3 $ Z_C =20$	2-3 $R_4=20$		$f=100$	$H_{R_4}^{(I)}$
21	3-1 $J_1$	1-2 $R_2=10$	1-3 $ Z_C =10$	2-3 $R_4=10$	2-3 $ Z_L =10$	$f=200$	$H_L^{(I)}$
22	1-4 $E_1$	1-2 $ Z_L =20$	2-3 $R_3=20$	3-4 $ Z_C =20$	3-4 $R_5=20$	$f=200$	$H_{R_5}^{(U)}$
23	1-4 $E_1$	1-2 $R_2=10$	2-3 $ Z_C =60$	3-4 $ Z_L =40$	3-4 $R_5=40$	$f=25$	$H_{R_5}^{(U)}$

24	1-3 $E_1$	1-2 $ Z_L =10$	2-3 $R_3=20$	2-3 $ Z_L =20$	2-3 $ Z_C =10$	$f=100$	$H_{R_3}^{(U)}$
25	3-1 $J_1$	1-2 $R_2=20$	1-3 $ Z_L =40$	2-3 $ Z_L =10$	2-3 $ Z_C =20$	$f=50$	$H_{R_2}^{(I)}$