

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕ-
ДЕРАЦИИ**

**КУРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИ-
ВЕРСИТЕТ**

П.А. Красных, В.М. Пауков, В.М. Полунин, Г.Т. Сычев

Ф И З И К А

**Сборник контрольных заданий
по электростатике и постоянному току
для студентов инженерно-технических специальностей**

Курск 1997

УДК 53

Рецензенты: зав. кафедрой ТиЭФ КГТУ,
д. ф.-м.н, проф. А.А.Родионов,
зав. кафедрой общей физики КГПУ,
к. ф.-м.н, доцент В.В. Зотов,
зав. кафедрой физики КСХА,
д.т.н., профессор Д.И. Якиревич

Физика: Сборник контрольных заданий по электростатике и постоянному току для студентов инженерно-технических специальностей: Учеб. пособие/ П.А. Красных, В.М. Пауков, В.М. Полунин, Г.Т. Сычев; Под ред. В.М. Полунина; Курск. гос. техн. ун-т. Курск, 1997. 84с.

Излагаются методические рекомендации по решению задач при выполнении контрольных работ. Содержат правила приближенных вычислений, рабочую программу курса физики по разделам "Электростатика, постоянный электрический ток, учебные материалы, список основной и дополнительной литературы, индивидуальные контрольные задания, приложения.

Предназначены для студентов инженерно-технических специальностей безотрывной формы обучения.

Библиогр.: назв.

СОДЕРЖАНИЕ

Список литературы	5
Общие методические указания	382
Выписка из рабочей программы по физике для студентов инженерно-технических специальностей	6
2.1. Основные понятия, определения и формулы по разделу " Электростатика. Постоянный электрический ток"	
с примерами решения задач	237
2.1.1. Электростатика. Электрическое поле. Закон Кулона. На- пряженность электрического поля. Принцип суперпо-зиции электри- ческих полей	237
2.1.2. Потенциал электростатического поля и его связь с напряженностью. Теорема Остроградского-Гаусса	258
2.1.3. Работа электрического поля по перемещению электриче- ского заряда. Движение заряженных частиц в электри- ческих полях	272
2.1.4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле. Эле- ктроемкость. Конденсаторы и их емкость. Энергия эле- ктриче- ского поля	284
2.2. Постоянный электрический ток. Законы Ома и Джоуля -Ленца	309
2.3. Правила (законы) Кирхгофа	324
2.4. Работа и мощность постоянного электрического тока	326
2.5. Электрический ток в жидкостях, вакууме и газах	335
Контрольная работа N 3. Таблица вариантов	352
Приложения	384

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основной

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: Наука, 1988. Т.2.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 1995. 472 с.
3. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1986. 496 с.
4. Сивухин Д.В. Общий курс физики. М.: Наука, 1980. Т.3.
5. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1988. 384 с.
6. Иродов И.Е. Задачи по общей физике. М.: Наука, 1991. 370 с.
7. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики. М.: Высшая школа, 1991. 303 с.

Дополнительный

8. Чертов А.Г. Единицы физических величин. М.: Высшая школа, 1977.
9. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. Учеб. пособие для втузов. М.: Высш. школа, 1978. 351 с.
10. Сахаров Д.И. Сборник задач по физике. М.: Учпедгиз, 1963. 288 с.
11. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм: Учеб. пособие.- М.: Высш. школа, 1983. 463 с.
12. Зильберман Г.Е. Электричество и магнетизм. М.: Наука, 1970. 384 с.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Цель настоящего учебно-методического пособия – оказать помощь студентам-заочникам инженерно-технических специальностей в изучении физики.

Основной материал программы курса в пособии распределен по разделам. В каждом из них представлены основные понятия, определения и формулы, с примерами решения задач.

Учебно-методическое пособие составлено в соответствии с требованиями ГОСТ-95 и программы по физике для студентов инженерно-технических специальностей.

Основной формой занятий является самостоятельная работа. Изучение любой дисциплины, в том числе и физики, необходимо начинать с изучения теоретических положений, воспользовавшись либо учебником или учебным пособием по указанному в пособии списку литературы, либо по конспекту лекций. После изучения теоретических положений необходимо к выполнению контрольной работы.

Контрольную работу нужно выполнять чернилами в школьной тетради, на обложке которой следует привести сведения по следующему образцу:

Студент ФФП, специальность 1201, КГТУ Сидоров А.В. Шифр 112301
Адрес: 305040, г. Курск, ул. Серегина, 2, кв. 15
Контрольная работа N 3 по физике

Номера задач, которые студент должен включить в свои контрольные работы, определяются по таблицам вариантов.

Условия задач в контрольной работе необходимо переписать полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради нужно оставлять поля.

В конце контрольной работы указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении данного раздела физики (название учебника, автор, год издания). Это необходимо для того, чтобы преподаватель, проверяющий ее, в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

Если контрольная работа не зачтена, студент обязан предста-

вить ее на повторную проверку, включив те задачи, решения которых оказались неверными.

Зачтенная контрольная работа предъявляется экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по существу решения задач, входящих в контрольную работу.

Решение задач следует сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями; в тех случаях, когда это необходимо, дать чертеж, выполненный с помощью чертежных принадлежностей.

Решать задачу надо в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи.

При таком способе решения не производятся вычисления промежуточных величин.

После получения расчетной формулы, для проверки правильности полученного результата, следует подставить в правую часть полученной формулы вместо символов обозначения единиц, размерность этих величин, произвести с ними необходимые действия и убедиться в том, что полученная при этом единица измерения соответствует искомой величине. Если такого соответствия нет, то это означает, что задача решена неверно. Числовые значения величин при подстановке их в расчетную формулу следует выражать только в единицах системы СИ. Допускается выражать в любых, но одинаковых единицах числовые значения однородных величин, стоящих в числителе и знаменателе дроби и имеющих одинаковые степени. При подстановке в расчетную формулу, а также при записи ответа числовые значения величин следует записывать как произведение десятичной дроби на соответствующую степень десяти. Вычисления по расчетной формуле надо проводить с соблюдением правил приближенных вычислений. Как правило, окончательный ответ следует записывать с наименьшим количеством значащих цифр, работающим в действии. Это относится и к случаю, когда результат получен с применением калькулятора или ЭВМ.

Выписка из рабочей программы

Рабочая программа составлена на основании: Примерной программы дисциплины "Физика" (1996 г.), Государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования и Рабочих учебных планов инженерно-технических специальностей, утвержденных ректором Курского государственного технического университета (1996 г.).

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры физики КГТУ 14.01.97 г., N 6

Электростатика. Постоянный электрический ток

Электростатика. Электрическое поле. Предмет классической электродинамики. Электрический заряд и его дискретность. Теория близкодействия. Границы применимости классической электродинамики. **Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции. Электрический диполь. Основные уравнения электростатики в вакууме.** Работа электрического поля по перемещению электрического заряда. Потенциал электростатического поля и его связь с напряженностью. Напряженность электрического поля как градиент его потенциала. Поток и циркуляция электростатического поля. Теорема Остроградского-Гаусса для электрического поля в вакууме и ее связь с законом Кулона. Применение теоремы Остроградского-Гаусса к расчету электрических полей, порождаемых простейшими системами электрических зарядов. **Проводники в электрическом поле.** Проводники и их классификация. Идеальный проводник в электрическом поле. Поверхностные заряды. Граничные условия на поверхности раздела "идеальный проводник-вакуум". Электростатическое поле в полости идеального проводника и у его поверхности. Электростатическая защита. Распределение зарядов в объеме проводника и по его поверхности. Емкость уединенного проводника и ее физический смысл. Коэффициенты емкости и взаимной емкости проводников. Конденсаторы и их емкость. Емкость плоского конденсатора. **Статическое электрическое поле в веществе.** Плоский конденсатор с диэлектриком. Свободные и связанные (поляризационные) заряды в диэлектриках. Поляризация диэлектриков. Диполь в однородном и неоднородном электрических

полях. Вектор поляризации (поляризованность). Диэлектрическая восприимчивость вещества. Электрическое смещение. Относительная диэлектрическая проницаемость среды и ее физический смысл. Основные уравнения электростатики диэлектриков. Граничные условия на поверхности раздела "диэлектрик-диэлектрик" и "проводник-диэлектрик". Внутренняя и свободная энергия диэлектриков во внешнем электростатическом поле и условия термодинамического равновесия. Сегнетоэлектрики, их свойства и применение. Электрокалорический эффект. **Энергия электрического поля.** Энергия взаимодействия электрических зарядов. Энергия системы заряженных проводников, заряженного конденсатора. Энергия электрического поля. Объемная плотность энергии электрического поля. Силы действующие на макроскопические заряженные тела, помещенные в электрическое поле.

Постоянный электрический ток. Постоянный электрический ток. Основные действия и условия существования постоянного тока. Сторонние силы. Проводники и изоляторы. Основные характеристики постоянного электрического тока: величина /сила / тока, плотность тока. Электродвижущая сила, напряжение и разность потенциалов. Их физический смысл. Связь между ЭДС, напряжением и разностью потенциалов. **Классическая электронная теория проводимости металлов. Законы постоянного тока.** Классическая электронная теория электропроводности металлов и ее опытные обоснования Закон Ома в дифференциальной и интегральной формах. Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной и интегральной формах. Законы (правила) Кирхгофа и их применение к расчету простейших электрических цепей. Применение законов постоянного тока к решению физических задач. **Электрический ток в жидкостях, вакууме и газах.** Электролиты. Законы электролиза. Электрохимические потенциалы. Электрический ток через электролиты. Закон Ома для электролитов. Электрический ток в вакууме. Термоэлектронная эмиссия. Электрический ток в газе. Процессы ионизации и рекомбинации. Электропроводность слабоионизированных газов. Понятие о плазме. Плазменная частота. Дебаевская длина. Электропроводность плазмы.

Электроны в кристаллах. Приближение сильной и слабой связи. Модель свободных электронов. Уровень Ферми. Элементы зонной теории кристаллов. Функция Блоха. Зонная структура энергетической зоны.

ческого спектра электронов. Поверхность Ферми. Число и плотность числа электронных состояний в зоне. Заполнение зон: металлы, диэлектрики и полупроводники. Электропроводность полупроводников. Понятие о дырочной проводимости. Собственные и примесные полупроводники. понятие о p-n переходе. Транзистор. Явление сверхпроводимости. Куперовское спаривание электронов. Туннельный контакт. Эффект Джозефсона и его применение. Понятие о высокотемпературной сверхпроводимости. Термоэлектрические явления: эффекты Зеебека, Пельтье, Томсона и их применение.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ФОРМУЛЫ ПО РАЗДЕЛУ "ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК" С ПРИМЕРАМИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1.1. Электростатика. Электрическое поле. Закон Кулона. Напряженность электрического поля. Принцип суперпозиции электрических полей

Закон Кулона: "Сила действующая между двумя точечными зарядами пропорциональна величине каждого из зарядов обратно пропорциональна квадрату расстояния между их центрами и направлена вдоль прямой соединяющей их":

$$F_{21} = k \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} r,$$

где k -коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц измерения физических величин;

q_1, q_2 -величины взаимодействующих зарядов;

r_{21} -расстояние между зарядами;

r -единичный вектор, показывающий направление силы.

В случае одноименных зарядов эта сила (сила отталкивания) положительна, разноименных (сила притяжения)-отрицательна.

Под точечными зарядами понимают заряженные тела, размерами которых можно пренебречь в условиях данной задачи.

Напряженность электрического поля-векторная физическая величина, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

Если электрическое поле создается точечным зарядом q , то

$$E = \frac{F}{q}$$

или

$$E = k \frac{q}{r^2} r,$$

где q -величина точечного заряда, который порождает электрическое поле;

r -расстояние от центра точечного заряда до рассматриваемой точки поля;

r -радиус-вектор, совпадающий по направлению с направлением

вектора $\mathbf{E}$;

k -коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц измерения физических величин. В частности, в СИ $k=1/4(\pi\epsilon_0)$.

Направление вектора $\mathbf{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на заряд, помещенный в данную точку поля, по радиальной прямой, проходящей через заряд и рассматриваемую точку поля от заряда, если он положительный и к заряду, если он отрицательный.

Силу, действующая на электрический заряд, помещенный в данную точку электрического поля:

$$\mathbf{F}=q \mathbf{E}.$$

Если электрическое поле создано системой точечных зарядов: $q_1, q_2, q_3, \dots$, то в произвольной точке пространства каждый из них порождает свое собственное поле с соответствующей напряженностью: $E_1, E_2, E_3, \dots$. Результирующее поле в этом случае характеризуется результирующим вектором напряженности электрического поля $\mathbf{E}$:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \dots = \sum_i \mathbf{E}_i.$$

Величину и направление результирующего вектора напряженности определяют используя принцип суперпозиции.

Напряженность электрического поля диполя, системы двух равных по величине, но противоположных по знаку зарядов ($+q$ и $-q$), расположенных на некотором расстоянии ℓ друг от друга в точках: 1) А-лежащей на продолжении оси диполя; 2) В-лежащей на перпендикуляре, восстановленном из центра диполя, если расстояние соответствующих точек до центра диполя r , расстояние между центрами зарядов-плечо диполя- ℓ ($\ell \ll r$).

В точке А:

$$E_A=E_++E_-.$$

В численном виде

$$E_A = k \frac{2p}{r^3},$$

В точке В:

$$E_B = E_+ + E_-, \quad E_+ = E_- = k \frac{q}{r^2}$$

численно

$$E_B = k \frac{p}{r^3},$$

В любой точке пространства напряженность электрического поля диполя равна:

$$E = k \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos \alpha},$$

где α -угол между направлением вектора $\mathbf{p}$ и направлением на рассматриваемую точку поля;

p -электрический дипольный момент.

1.1.1. Примеры решения задач

1.1.1.1. Задача. Три одинаковых положительных заряда по 10^{-9} Кл каждый расположены по вершинам равностороннего треугольника.

Какой отрицательный заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы сила притяжения с его стороны уравновесила силы взаимного отталкивания зарядов, находящихся в вершинах?

Решение. Все три заряда, расположенных в вершине треугольника, находятся в одинаковых условиях. Поэтому для решения задачи достаточно выяснить, какой заряд следует поместить в центре треугольника, чтобы один из трех зарядов, например q_1 , находился в равновесии.

Заряд q_1 , будет находиться в равновесии, если будет выполняться условие

$$F_4 = F, \quad (1)$$

где F -численное значение равнодействующей сил F_2 и F_3 , действующих на q_1 со стороны зарядов q_2 и q_3 ;

F_4 -численное значение силы F_4 , действующей на заряд q_1 со стороны заряда q_4 , помещенного в центре треугольника.

Выразив F в формуле (1) через численные значения составляющих F и F и учтя, что $F_2 = F_3$, получим:

$$F_4 = F_2 \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}. \quad (2)$$

Значения F_4 и F_2 в последнем равенстве выражаем по закону Кулона, тогда, учитывая, что $q_1 = q_2 = q_3$, запишем:

$$\frac{q_1 q_4}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} = \frac{q_1^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)},$$

откуда

$$q_4 = \frac{q_1 r_1^2}{r^2} \sqrt{2(1 + \cos \alpha)}, \quad (3)$$

Из геометрических соображений следует, что

$$r_1 = \frac{r/2}{\cos 30} = \frac{r}{2 \cos 30} = \frac{r}{\sqrt{3}}, \cos \alpha = 1/2.$$

С учетом этого формула (3) примет вид

$$q_4 = \frac{q}{\sqrt{3}}.$$

Подставив сюда численное значение q , после вычисления, будем иметь:

$$q_4 = 5,8 \cdot 10^{-10} \text{ (Кл)}.$$

1.1.1.2. Задача. Три одинаковых заряда по 10^{-9} Кл каждый расположены в вершинах прямоугольного треугольника с катетами $a=40$ см и $b=30$ см. Найти напряженность электрического поля, создаваемого всеми зарядами в точке пересечения гипотенузы с перпендикуляром, опущенным на нее из вершины прямого угла.

Решение. Напряженность E поля в точке A является геометрической суммой напряженностей E_1 , E_2 и E_3 трех полей, создаваемых зарядами q_1 , q_2 и q_3 , т.е.

$$E = E_1 + E_2 + E_3. \quad (1)$$

Векторы E_1 и E_2 направлены по одной прямой в противоположные стороны. Следовательно, сумма их есть вектор E_4 , направленный в сторону большего вектора E_1 и равный по абсолютному значению разности абсолютных значений векторов E_1 и E_2 , т.е.

$$E_4 = E_1 + E_2, \quad (2)$$

$$E_4 = E_1 - E_2. \quad (3)$$

С учетом формулы (2) равенство (1) примет вид:

$$E = E_4 + E_3.$$

Векторы E_3 и E_4 направлены под углом 90° друг к другу, поэтому их сумма E представляет собой вектор, численно равный диагонали прямоугольника, построенного на этих векторах, т.е.

$$E = \sqrt{E_3^2 + E_4^2},$$

или, с учетом формулы (3),

$$E = \sqrt{E_3^2 + (E_1 - E_2)^2}. \quad (4)$$

Напряженность поля, создаваемого точечным зарядом, определяется по формуле

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (5)$$

Во избежание громоздких вычислений определим отдельно каждую из трех напряженностей, входящих в формулу (4).

Для вычисления напряженностей понадобятся числовые значения r_1 , r_2 и r_3 , которые легко определяются:

$$r_1 = b \cos\alpha = 0,18 \text{ (м)}.$$

Вычислив по формуле (5) числовые значения напряженностей E_1 , E_2 и E_3 , будем иметь:

$E_1 = 278 \text{ (В/м)}$; $E_2 = 87,9 \text{ (В/м)}$; $E_3 = 156 \text{ (В/м)}$. Подставив полученные значения в формулу (4), получим:

$$E = 246 \text{ (В/м)}.$$

1.1.1.3. Задача. Два точечных электрических заряда $q_1 = 10^{-9}$ Кл и $q_2 = -27 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся в воздухе на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить напряженность и потенциал поля, создаваемого этими зарядами, если расстояния от первого и второго зарядов до рассматриваемой точки поля, соответственно равны: $r_1 = 9$ см и $r_2 = 7$ см.

Решение. Результирующая напряженность E в рассматриваемой точке равна сумме напряженностей двух полей, создаваемых зарядами q_1 и q_2 , т.е.

$$E = E_1 + E_2, \quad (1)$$

где E_1 – напряженность поля заряда q_1 ;

E_2 – напряженность поля заряда q_2 .

Вектор E_1 направлен от заряда q_1 , так как этот заряд положительный, вектор E_2 направлен в сторону заряда q_2 , так как этот заряд отрицательный. Результирующий вектор E совпадает по величине и направлению с диагональю параллелограмма, построенного на складываемых векторах. Абсолютное значение этого вектора найдем из соотношения

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos\alpha}. \quad (2)$$

Абсолютную величину напряженностей E_1 и E_2 , а так же $\cos\alpha$ определим по формулам:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}; E_1 = 1,11 \cdot 10^3 (\text{В/м}); E_2 = 3,68 \cdot 10^3 (\text{В/м});$$

$$\cos \alpha = \frac{r_1 + r_2 - d^2}{2r_1 r_2} = 0,238.$$

Подставив эти значения в формулу (2) для напряженности результирующего электрического поля, будем иметь:

$$E = 3,58 \cdot 10^3 (\text{В/м}).$$

Потенциал ϕ результирующего поля, созданного двумя зарядами q_1 и q_2 , равен алгебраической сумме потенциалов, т.е.

$$\phi = \phi_1 + \phi_2. \quad (3)$$

Потенциал ϕ_1 является положительным, так как поле создано положительным зарядом q_1 ; потенциал ϕ_2 является отрицательным, так как поле создано отрицательным зарядом q_2 .

Численное значение потенциала поля, созданного точечным зарядом, определяется по формуле

$$\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}. \quad (4)$$

Тогда для численных значений ϕ_1 и ϕ_2 , будем иметь:

$$\phi_1 = 100 (\text{В}); \phi_2 = 129 (\text{В}).$$

Подставив в выражение (3) значения потенциалов ϕ_1 и ϕ_2 с учетом их знаков, получим:

$$\phi = -29 (\text{В}).$$

1.1.1.4. Задача. Тонкий стержень длиной $\ell = 20$ см несет равномерно распределенный заряд. На продолжении оси стержня, на расстоянии, $a = 10$ см от ближнего конца находится точечный заряд $q_1 = 40$ нКл, который взаимодействует со стержнем с силой $F = 6$ мкКл. Определить линейную плотность τ заряда на стержне.

Решение. Сила взаимодействия F заряженного стержня с точечным зарядом q_1 зависит от линейной плотности τ заряда на стержне. Зная эту зависимость, можно определить τ . При вычислении силы взаимодействия заряженного стержня с точечным зарядом, следует иметь в виду, что заряд на стержне не является точечным. Поэтому закон Кулона непосредственно применять нельзя. В этом случае можно поступить следующим образом. Выделить на стержне диффе-

ренициально малый участок dr , с зарядом $dq=\tau dr$. Этот заряд можно рассматривать как точечный. Тогда согласно закону Кулона

$$dF = \frac{q_1 \tau dr}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

Интегрируя это выражение в пределах от a до $(a+l)$, получим 1

$$F = \frac{q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0} \int_a^{a+l} \frac{dr}{r^2} = \frac{q_1 \tau}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+l} \right) = \frac{q_1 \tau l}{4\pi\epsilon_0 a(a+l)},$$

откуда интересующая нас линейная плотность заряда

$$\tau = \frac{4\pi\epsilon_0 a(a+l)F}{q_1 l}.$$

Выразив все величины в единицах системы СИ, подставив численные значения в полученную формулу, произведя вычисления, будем иметь

$$\tau = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл/м} = 2,5 \text{ (нКл)}.$$

1.1.1.5. Задача. Точечный заряд $q=25$ нКл находится в поле, созданном прямым бесконечным цилиндром радиуса $R=1$ см, равномерно заряженным с поверхностной плотностью $\sigma=0,2$ нКл/см². Определить силу, действующую на заряд, если его расстояние от оси цилиндра $r=10$ см.

Решение. Численное значение силы F , действующей на точечный заряд q , находящийся в поле, определяется по формуле

$$F=qE, \quad (1)$$

где E -напряженность поля.

Как известно, напряженность поля бесконечно длинного равномерно заряженного цилиндра

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad (2)$$

где τ -линейная плотность заряда.

Выразим линейную плотность τ через поверхностную плотность σ . Для этого выделим элемент цилиндра длиной ℓ и выразим находящийся на нем заряд q двумя способами:

$$q=\sigma S=\sigma \cdot 2\pi R\ell; \quad q=\tau \ell.$$

Приравняв правые части этих равенств, получим:

$$\sigma \cdot 2\pi R\ell = \tau \ell,$$

откуда

$$\tau = \sigma \cdot 2\pi R.$$

С учетом этого формула (2) примет вид

$$E = \frac{R\sigma}{\varepsilon_0 r}.$$

Подставив это выражение E в формулу (1), получим искомую силу

$$F = \frac{qR\sigma}{\varepsilon_0 r}. \quad (3)$$

Так как R и r входят в формулу в виде отношения, то они могут быть выражены в любых, но только одинаковых единицах. Выразив все остальные величины в единицах системы СИ, подставив численные значения, получим

$$F = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 565 \text{ (мкН)}.$$

Направление силы $\mathbf{F}$ совпадает с направлением напряженности $\mathbf{E}$, а последняя в силу симметрии (цилиндр бесконечно длинный) направлена перпендикулярно цилиндру.

1.1.1.6. Задача. Электрическое поле создано длинным цилиндром радиусом $R=1$ см, равномерно заряженным с линейной плотностью $\tau = 20$ нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии $a_1=0,5$ см и $a_2=2$ см от поверхности цилиндра, в средней его части.

Решение. Для определения разности потенциалов воспользуемся соотношением между напряженностью поля и изменением потенциала

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\varphi.$$

Для поля с осевой симметрией, каким является поле цилиндра, это соотношение можно записать в виде

$$E = -\frac{d\varphi}{dr},$$

или

$$d\varphi = -E dr.$$

Интегрируя это выражение, найдем разность потенциалов двух точек, отстоящих на r_1 и r_2 от оси цилиндра,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\int_{r_1}^{r_2} E dr. \quad (1)$$

Так как цилиндр длинный и точки взяты вблизи его средней части, то для выражения напряженности поля можно воспользоваться формулой напряженности поля, создаваемого бесконечно длинным цилиндром:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Подставив это выражение E в (1), получим:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r} = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (2)$$

где $r_1 = R + a_1$; $r_2 = R + a_2$.

Так как величины r_1 и r_2 входят в формулу (2) в виде отношения, то их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах. Выразив остальные величины в единицах системы СИ, подставив в (2), будем иметь:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 250 \text{ (В)}.$$

1.1.1.7. Задача. Два точечных заряда $9Q$ и $-Q$ закреплены на расстоянии $\ell = 50$ см друг от друга. Третий заряд Q_1 может перемещаться только вдоль прямой, проходящей через заряды. Определить положение заряда Q_1 , при котором он будет находиться в равновесии. При каком знаке заряда равновесие будет устойчивым?

Решение. Заряд Q_1 будет находиться в равновесии в том случае, если геометрическая сумма сил, действующих на него, будет равна нулю. Это значит, что на заряд Q_1 должны действовать две силы, равные по величине и противоположные по направлению. Рассмотрим, на каком из трех участках I, II, III (см.рис.), может быть выполнено это условие. Для определенности будем считать, что заряд Q_1 – положительный:

а) На участке I на заряд Q_1 будут действовать две противоположно направленные силы F_1 и F_2 . Сила F_1 , действующая со стороны заряда $9Q$, в любой точке этого участка будет больше, чем сила F_2 , действующая со стороны заряда $-Q$, так как больший (по абсолютной величине) заряд $9Q$ будет находиться всегда ближе к заряду Q_1 , чем

меньший заряд $-Q$. Поэтому равновесие на этом участке невозможно.

На участке II обе силы F_1 и F_2 направлены в одну сторону-к заряду $-Q$. Следовательно, и на втором участке равновесие невозможно.

На участке III силы F_1 и F_2 направлены в противоположные стороны, так же как и на участке I, но в отличие от него меньший (по абсолютной величине) заряд $(-Q)$ всегда находится ближе к заряду Q_1 , чем больший заряд $(9Q)$. Это означает, что можно найти такую точку на прямой, где силы F_1 и F_2 будут одинаковы по абсолютной величине, т.е.

$$F_1 = F_2. \quad (1)$$

Пусть расстояние от меньшего заряда до заряда Q_1 будет x , тогда от большего $(\ell+x)$. Выражая в равенстве (1) F_1 и F_2 в соответствии с законом Кулона, получим

$$\frac{9QQ_1}{(1+x)^2} = \frac{QQ_1}{x^2}.$$

Решая полученное уравнение, будем иметь

$$1+x = \pm 3x,$$

откуда

$$x_1 = +\ell/2; \quad x_2 = -\ell/4.$$

Корень x_2 не удовлетворяет физическому условию задачи (в этой точке силы F_1 и F_2 хотя и равны по абсолютной величине, но совпадают по направлению).

Определим знак заряда, при котором равновесие будет устойчивым. Равновесие называется устойчивым, если при смещении заряда от положения равновесия возникают силы, возвращающие его в положение равновесия. Рассмотрим смещение заряда Q_1 в двух случаях: когда заряд положителен и когда заряд отрицателен.

Если заряд Q_1 положителен, то при помещении его влево обе силы F_1 и F_2 возрастают медленнее (заряд $9Q$ всегда находится дальше, чем заряд $-Q$). Следовательно, F_2 (по абсолютному значению) больше, чем F_1 , и на заряд Q_1 будет действовать результирующая сила, направленная также влево. Под действием этой силы заряд Q_1 удаляется от положения равновесия. То же происходит и при смещении заряда Q_1 вправо. Сила F_2 будет убывать быстрее, чем F_1 . Геометрическая сумма сил в этом случае направлена вправо. Заряд под действием этой силы также будет перемещаться вправо, т.е. удалять-

ся от положения равновесия. Таким образом, в случае положительного заряда равновесие является неустойчивым.

Если заряд Q_1 отрицателен, то его смещение влево вызовет увеличение сил F_1 и F_2 , но сила F_1 возрастает медленнее, чем F_2 , т.е. $|F_2| > |F_1|$. Результирующая сила будет направлена вправо. Под действием этой силы заряд Q_1 возвращается к положению равновесия. При смещении Q_1 вправо сила F_2 убывает быстрее, чем F_1 , т.е. $|F_1| > |F_2|$, результирующая сила направлена влево и заряд Q_1 опять будет возвращаться к положению равновесия. При отрицательном заряде равновесие является устойчивым. Величина самого заряда Q_1 не существенна.

1.1.1.8. Задача. По тонкой нити, изогнутой по дуге окружности, равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau=10$ нКл/м. Определить напряженность E и потенциал φ электрического поля, создаваемого таким распределенным зарядом в точке, совпадающей с центром кривизны дуги. Длина ℓ нити составляет одну треть длины окружности и равна 15 см.

Решение. Выберем оси координат так, чтобы начало координат совпадало с центром кривизны дуги, а ось Y была бы симметрично расположена относительно концов дуги. На нити выделим элемент длины $d\ell$. Заряд $dQ=\tau d\ell$, находящийся на выделенном участке, можно считать точечным.

Определим напряженность электрического поля в точке O . Для этого найдем сначала напряженность dE поля, создаваемого зарядом dQ :

$$dE = \frac{\tau dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{r}{r},$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента $d\ell$ к точке, напряженность в которой вычисляется.

Выразим вектор $d\mathbf{E}$ через проекции dE_x и dE_y на оси координат:

$$d\mathbf{E} = i dE_x + j dE_y,$$

где $\mathbf{i}$ и $\mathbf{j}$ – единичные векторы направлений (орты).

Напряженность E найдем интегрированием выражения:

$$E = \int_1 dE = i \int_1 dE_x + j \int_1 dE_y.$$

Интегрирование ведется вдоль дуги длиной ℓ . В силу симмет-

рии

$$\int_1 dE_x = 0.$$

Тогда

$$E = \int_1 dE = j \int_1 dE_y, \quad (1)$$

где $dE_y = dE \cdot \cos\beta = \tau d\ell \cos\beta / (4\pi\epsilon_0 r^2)$.

Так как $r=R=\text{const}$, $d\ell=Rd\beta$, то

$$dE_y = \frac{\tau R d\beta}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cos\beta = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \cos\beta d\beta.$$

Подставим выражение dE_y в (1) и, приняв во внимание симметричное расположение дуги относительно оси Y , пределы интегрирования возьмем от 0 до $\pi/3$, а результат удвоим:

$$E = j = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\pi/3} \cos\beta d\beta = j \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R} \cdot \sqrt{3}.$$

Выразив радиус R через длину ℓ нити ($3\ell=2\pi R$), получим

$$E = j \frac{\tau}{6\epsilon_0 \ell} \cdot \sqrt{3}. \quad (2)$$

Из этой формулы видно, что напряженность поля по направлению совпадает с осью Y .

Найдем потенциал электрического поля в точке O . Сначала найдем потенциал $d\phi$, создаваемый точечным зарядом dQ в точке O :

$$d\phi = \tau d\ell / (4\pi\epsilon_0 r).$$

Заменим r на R и проведем интегрирование:

$$\phi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0 R} \int_0^{\ell} d\ell = \frac{\tau \ell}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Так как $\ell=2\pi R/3$, то

$$\phi = \tau / (6\epsilon_0). \quad (3)$$

Подставив значения величин, входящих в (2) и (3), в единицах системы СИ, произведем вычисления:

$$E=2,18 \text{ (кВ/м)}; \phi=188 \text{ (В)}.$$

1.1.1.9. Задача. На тонком стержне длиной ℓ равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau=10 \text{ нКл/м}$. Найти потенциал ϕ , созданный распределенным зарядом в точке, расположенной на

оси стержня и удаленной от его ближайшего конца на расстояние ℓ .

Решение. В задаче рассматривается поле, созданное распределенным зарядом. В этом случае на стержне выделяют малый участок длиной dx , на котором будет сосредоточен заряд $dQ=\tau dx$, который можно считать точечным. Потенциал $d\varphi$, создаваемый этим точечным зарядом в рассматриваемой точке, можно определить по формуле

$$d\varphi = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x}.$$

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, потенциал электрического поля, создаваемого заряженным стержнем в этой точке, найдем интегрированием этого выражения:

$$\varphi = \int_1^{2\ell} \frac{\tau dx}{4\pi\epsilon_0 x} = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \ln 2.$$

Подставив численные значения величин в единицах системы СИ, произведя вычисления, получим

$$\varphi=62,4 \text{ (В)}.$$

1.1.1.10. Задача. Два одинаковых положительных заряда $q_1=q_2=q$ находятся на расстоянии $2\ell=10$ см друг от друга. Найти на прямой, являющейся осью симметрии этих зарядов, точку, в которой напряженность электрического поля имеет максимум.

Решение. Напряженность электрического поля в любой точке на такой прямой складывается из напряженностей E_1 и E_2 полей, создаваемых зарядами q_1 и q_2 :

$$E=E_1+E_2.$$

При этом в точке, лежащей на прямой посередине между зарядами, сумма векторов E_1 и E_2 , одинаковых по модулю и противоположных по направлению, равна нулю. В точках на оси симметрии, весьма удаленных от зарядов векторы E_1 и E_2 окажутся приблизительно одинаково направленными. Однако и в этом случае их равнодействующая близка к нулю, так оба слагаемых убывают обратно пропорционально квадрату расстояния. Следовательно, на указанной прямой по обе стороны от зарядов должны быть точки в которых напряженность поля достигает максимума. Строго говоря, напряженность поля в любой точке на оси симметрии должна быть непрерыв-

ной функцией координаты этой точки.

Напряженность поля E в произвольной точке выбранной прямой

$$E=2E_1\cos\varphi, \quad (1)$$

где φ – угол между E_1 и осью симметрии.

Если построить предварительно чертеж и обозначить через x расстояние от рассматриваемой точки до центра прямой, соединяющей заряды, можно показать, что

$$r^2 = l^2 + x^2; \quad \cos\varphi = x / (\sqrt{l^2 + x^2})$$

для напряженности поля, будем иметь

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2qx}{(l^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Эта формула выражает модуль вектора E в произвольной точке на оси симметрии как функцию координаты x этой точки. Чтобы найти максимум функции, продифференцируем ее по x и приравняем нулю производную:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot 2q \left[(l^2 + x^2)^{-3/2} - 3x^2(l^2 + x^2)^{-5/2} \right] = 0.$$

Отсюда находим

$$x_{1,2} = \pm l/(\sqrt{2}) = \pm 3,5 \cdot 10^{-2} (\text{м}).$$

Два значения x соответствуют двум точкам, расположенным по обе стороны прямой, соединяющей заряды, на расстоянии 3,5 см от нее.

1.1.1.11. Задача. Точечный заряд $q_1=20$ нКл помещен в центре непроводящей сферической поверхности радиуса $R=15$ см, по которой равномерно распределен заряд $q_2=-20$ нКл. Определить напряженность электрического поля в двух точках A и B , удаленных от центра сферы на расстояния $r_A=20$ см и $r_B=10$ см. Чему будет равна напряженность поля в точке A , если сместить заряд q_1 на расстояние $\ell=1$ мм от центра сферы в направлении, которое составляет с радиус-вектором, проведенным в точку A , угол $\varphi=60^\circ$?

Решение. Напряженность электрического поля, созданного зарядами q_1 и q_2 равна векторной сумме напряженностей E_1 и E_2 поля

каждого заряда. Хотя здесь заряд q_2 не является точечным, разбивать его на бесконечно малые элементы, как это было сделано в других задачах, не обязательно, так как этот заряд распределен равномерно по поверхности сферы. Поэтому для определения напряженности поля этого заряда можно воспользоваться формулами:

$$E_{\text{внеш}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}; \quad E_{\text{внутр}} = 0.$$

Как следует из этих формул, поле сферы в любой точке ($r > R$) такое, как если бы весь заряд сферы находился в ее центре. Поэтому можно считать, что на сфере вообще зарядов нет, но в ее центре находятся два заряда q_1 и q_2 . Так как по условию они равны по модулю и противоположны по знаку, то ясно, что их поля в любой точке вне сферы уничтожат друг друга. Следовательно, $E_A = 0$.

Напряженность электрического поля внутри сферы (в любой точке В), создается только зарядом q_1 , и определяется соотношением

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_B^2};$$

После смещения заряда q_1 из центра сферы поля зарядов q_1 и q_2 уже не будут уничтожать друг друга. По-прежнему заменяя заряженную сферу зарядом, находящимся в ее центре, видим, что задача сводится к определению напряженности поля (вне сферы) системы двух равных по величине и противоположных по знаку зарядов, т.е. поля диполя, имеющего плечо ℓ и электрический момент $p = q_1 \ell$. Так как, по условию, $r_A \gg \ell$, то, воспользовавшись формулой для определения напряженности поля диполя, будем иметь:

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r_A^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \varphi};$$

Выразив величины в единицах системы СИ, произведя вычисления, получим

$$E_B = 18 \text{ (кВ/м)}; \quad E_A = 25 \text{ (В/м)}.$$

1.1.1.12. Задача. Два коаксиальных диска радиусов $R_1 = 10$ см, $R_2 = 5$ см расположены на расстоянии $d = 2,4$ мм друг от друга. Диски заряжены равномерно с поверхностной плотностью, равной $\sigma = 20$ мкКл/м². Определить силу электрического взаимодействия дисков.

Решение. Найдя площадь дисков и зная поверхностную плот-

ность их заряда, по формуле $\sigma = \Delta q / \Delta S$ можно определить заряды дисков. Однако вычислять силу взаимодействия между дисками по закону Кулона нельзя, так как он справедлив только для точечных зарядов. По закону Кулона можно было бы найти силу взаимодействия двух бесконечно малых элементов дисков, а затем, суммируя эти силы по обеим плоскостям (т.е. производя двойное интегрирование), определить результирующую силу взаимодействия дисков. Этот метод представляет собой довольно трудную задачу.

В данном случае каждый из заряженных дисков находится в электрическом поле заряда другого диска. При этом напряженность электрического поля заряженного диска радиуса R_1 в тех точках, где расположен второй диск, можно вычислить, не прибегая к интегрированию. Действительно, все точки диска R_2 находятся "близко" от диска R_1 и "далеко" от его краев. Это означает, что диск R_1 можно рассматривать как бесконечную равномерно заряженную плоскость, напряженность электрического поля которой определяется формулой

$$E = \sigma / 2\epsilon_0.$$

Заряд диска, радиус которого R_2 , равен

$$q_2 = \sigma S_2 = \pi R_2^2 \sigma. \quad (1)$$

Тогда сила взаимодействия равна

$$F = q_2 E = \pi R_2^2 \sigma \cdot \sigma / 2\epsilon_0 = \pi R_2^2 \sigma^2 / 2\epsilon_0. \quad (2)$$

Выразив в единицах системы СИ входящие в формулу величины, произведя вычисления, получим

$$F = 0,18 \text{ (Н)}.$$

Замечание. Как видно из формулы (2), сила взаимодействия дисков не зависит от расстояния между ними. Однако, это будет лишь до тех пор, пока диск радиуса R_1 можно рассматривать как бесконечную плоскость, т.е. пока выполняется условие $d \ll R_1 - R_2$. Наоборот, при достаточно большом расстоянии между дисками, когда $d \gg R_1$, заряды дисков можно считать точечными и силу взаимодействия между ними рассчитывать по закону Кулона.

1.1.1.13. Задача. Определить разность потенциалов между двумя металлическими шарами радиуса $r_0 = 50$ см каждый, находящимися на расстоянии $r = 1$ м друг от друга, если заряд одного шара $q_1 = 1,5$ нКл, а другого $q_2 = -1,5$ нКл.

Решение. Известно, что заряды в проводнике распределяются так, что все его точки приобретают одинаковый потенциал. Уеди-

ненному шару, потенциал которого определяется формулой

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_0}, \quad (1)$$

соответствует равномерное распределение зарядов по его поверхности. В данном случае, взаимно притягиваясь, заряды шаров распределяются преимущественно на тех сторонах шаров, которыми они обращены друг к другу, вследствие чего изменится электрическое поле в пространстве вокруг шаров. Поэтому, согласно формуле

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_1 dl, \quad (2)$$

изменится также разность потенциалов между шарами и точное решение задачи оказывается связанным со значительными математическими трудностями.

Однако вытекающее из условия неравенство $r \gg r_0$ позволяет, не делая большой ошибки, пренебречь взаимным притяжением зарядов по сравнению с силами взаимного отталкивания одноименных зарядов в пределах каждого шара, т.е. считать распределение зарядов по поверхности шаров равномерным. Тогда задача упрощается: на основании формулы

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (3)$$

и принципа суперпозиции полей можно вычислить напряженность электрического поля в любой точке пространства между шарами, а значит, по формуле (2) найти искомую разность потенциалов.

В качестве линии интегрирования можно выбрать прямую, соединяющую центры шаров. Векторы напряженности полей обоих шаров во всех точках этой прямой направлены от положительного заряда к отрицательному. Поэтому результирующая напряженность в некоторой точке, отстоящей на расстоянии x от центра одного из шаров равна

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q_1}{x^2} + \frac{|q_2|}{(x-r)^2} \right] = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(r-x)^2} \right],$$

где $q = |q_1| = |q_2|$ - абсолютное значение каждого заряда.

Теперь на основании (2), учитывая, что в данном случае $E_1 = E$, определим искомую разность потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_0}^{r-r_0} E dx = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_0}^{r-r_0} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(r-x)^2} \right] dx.$$

Произведя интегрирование и сделав упрощения, найдем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2q(r-2r_0)}{r_0(r-r_0)}, \quad (4)$$

где r_0 -радиусы шаров;

r -расстояние между центрами шаров.

Учитывая соотношение $r \gg r_0$, получим несколько менее точную формулу

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2q}{r_0}, \quad (5)$$

Вычисление по (5) дает

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 5,4 \text{ (кВ)}.$$

Замечание. Легко видеть, что соотношение (5) можно получить сразу, вычислив потенциал каждого шара по формуле (1). Таким образом, эта формула дает в задаче для двух шаров приблизительно правильный результат при условии $r \gg r_0$. Однако он менее точен, чем формула (4). Дело в том, что применив формулу (1), мы не только пренебрегаем неравномерностью в распределении зарядов по поверхности шаров, но и не учитываем принципа суперпозиции электрических полей, в силу которого потенциал каждого шара определяется совокупностью зарядов обоих шаров. Ошибки, к которым приводят обе эти неточности, имеют одинаковые знаки (ответ получается завышенным) и поэтому складываются.

1.1.1.14. Задача. Объяснить, почему на концах ускоренно движущегося металлического стержня появляется разность потенциалов? С каким ускорением a надо двигать проводник, чтобы разность потенциалов равнялась $U=1$ мкВ? Длина проводника $\ell=1$ м.

Решение. Наличие разности потенциалов свидетельствует о существовании внутри проводника электрического поля. На первый взгляд это противоречит правилу электростатики, утверждающему, что внутри проводника при установившемся распределении зарядов поле должно отсутствовать. Однако отметим, что это правило выведено для неподвижных проводников и является следствием того, что равнодействующая всех сил, приложенных к свободному заряду (для

металла-к электрону) внутри проводника, должна быть равна нулю:

$$\sum_i F_i = 0, \quad (1)$$

иначе заряд не смог бы оставаться неподвижным. Для неподвижных проводников силой, действующей на свободный заряд, будет лишь сила электрического поля, равная

$$F_{\text{эл}} = eE, \quad (2)$$

где e -величина заряда.

Чтобы применить законы электростатики к проводнику, который согласно условию задачи ускоренно движется, рассмотрим явление в неинерциальной системе отсчета, связанной с данным проводником. В этой системе отсчета его свободные заряды неподвижны. Следовательно, по-прежнему будет выполняться условие (1). Но в неинерциальной системе отсчета на всякое тело действует сила инерции, равная

$$F_{\text{ин}} = -ma. \quad (3)$$

Теперь условие равновесия зарядов (1) запишется так:

$$F_{\text{эл}} + F_{\text{ин}} = 0. \quad (4)$$

Отсюда видим, что при ускоренном движении проводника в нем должно существовать электрическое поле даже в том случае, когда свободные заряды неподвижны относительно проводника. Это поле обусловлено соответствующим распределением зарядов (в данном случае – свободных электронов) по проводнику, отличному от их распределения в неподвижном проводнике.

Подставив в (4) вместо величин $F_{\text{эл}}$ и $F_{\text{ин}}$ их значения по формулам (2) и (3), получим

$$eE = ma. \quad (5)$$

При поступательном движении проводника все его точки имеют одинаковое ускорение. Поэтому вектор E в (5) также должен быть одинаковым для всех точек поля внутри проводника. Следовательно, это поле будет однородным. Для однородного электрического поля $E = U/\ell$, что позволяет переписать соотношение (5) в виде

$$eU/\ell = ma,$$

откуда искомое ускорение

$$a = eU/(m\ell).$$

Взяв значения e и m для электрона из таблиц, выразив входящие в эту формулу величины в единицах системы СИ, выполнив вычисление, получим

$$a=1,8 \cdot 10^6 \text{ (м/с}^2\text{)}.$$

1.2. Потенциал электрического поля и его связь с напряженностью. Теорема Остроградского-Гаусса

Поток вектора напряженности электрического поля через поверхность S , это физическая величина равная

$$\Phi = \int_S E_n dS.$$

В случае замкнутых поверхностей

$$\Phi = \oint_S E_n dS.$$

при этом принято считать поток вектора E выходящий из области, охватываемой поверхностью положительным, а входящий – отрицательным.

Поток вектора напряженности электрического поля точечного заряда через любую замкнутую поверхность

$$\Phi = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Для системы из n электрических зарядов поток вектора напряженности через замкнутую поверхность

$$\Phi = \oint_S E_n dS = \oint_S \sum_i E_{ni} dS = \sum_i \oint_S E_{ni} dS = \oint_S E_n dS = \sum_i q_i / \epsilon_0.$$

т.е.: "Поток вектора напряженности электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, находящихся внутри этой поверхности".

Данное утверждение носит название теоремы Остроградского-Гаусса.

При непрерывном распределении электрических зарядов с объёмной плотностью ρ , внутри некоторой замкнутой поверхности, теорему Остроградского-Гаусса можно записать так:

$$\Phi = \int_S E_n dS = 1/\epsilon_0 \oint_V \rho dV.$$

Интеграл

$$\oint_L E dl = \oint_L E_1 dl$$

называется циркуляцией вектора напряженности электрического поля.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю:

$$\oint_L E dl = \oint_L E_1 dl = 0.$$

Эта формула справедлива только для электростатического поля. Для электрических полей движущихся зарядов условие равенства нулю циркуляции вектора напряженности не выполняется. Для таких полей она отлична от нуля.

Потенциальная энергия системы электрических зарядов пропорциональна величинам зарядов.

Отношение потенциальной энергии системы зарядов к величине помещаемого в данную точку поля электрического заряда остается постоянным, является энергетической характеристикой электрического поля, которая получила название-потенциал.

Или, потенциал – потенциальная энергия единичного положительного заряда, помещенного в данную точку поля:

$$\varphi = \frac{W_p}{q_+}, \quad W_p = q_+ \cdot \varphi,$$

где W_p -потенциальная энергия системы электрических зарядов;

q_+ – единичный положительный заряд;

φ -потенциал.

Для поля: 1) положительного точечного заряда q :

$$\varphi = k \frac{q}{r},$$

2) системы точечных зарядов $q_1, q_2, q_3, \dots$

$$\varphi = \sum_i \varphi_i = k \sum_i \frac{q_i}{r_i}.$$

Работа сил электрического поля равна изменению потенциальной энергии, взятой с обратным знаком:

$$A = -\Delta W = W_1 - W_2 = q (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q}.$$

При $q = q_+ = 1$ $|\varphi_1 - \varphi_2| = |A_{12}|$, т.е. разность потенциалов между двумя точками поля численно равна работе A_{12} , которую совершают силы электрического поля по перемещению единичного положи-

тельного заряда из одной точки поля в другую.

При перемещении единичного положительного электрического заряда из данной точки поля в бесконечность

$$A_{1\infty} = W_1 - W_\infty = q \cdot \varphi_1,$$

а

$$\varphi_1 = \frac{A_{1\infty}}{q},$$

Если $q=q_+=1$, то

$$|\varphi| = A_{1\infty},$$

т.е. потенциал электрического поля численно равен работе сил электрического поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.

Связь между напряженностью и потенциалом электрического поля:

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl},$$

где l -произвольно выбранное направление;

$\frac{d\varphi}{dl}$ -характеризует быстроту изменения потенциала в данном направлении и называется градиентом потенциала.

В общем случае

$$E = -\text{grad}\varphi,$$

или

$$E = -\left(\vec{i} \frac{\delta\varphi}{\delta x} + \vec{j} \frac{d\varphi}{\delta y} + \vec{k} \frac{\delta\varphi}{\delta z} \right).$$

Электрическое поле сферически симметрично распределенного заряда, т.е. такого распределения, при котором объёмная плотность заряда зависит от расстояния до центра сферы.

Напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии r_1 от центра:

$$E = \frac{\sum q_i / \varepsilon}{S_1} = \frac{\sum q_i}{4\pi r_1^2 \varepsilon_0} = \frac{q}{4\pi r_1^2 \varepsilon_0}.$$

Поле внутри "полого" сферически распределенного заряда отсутствует.

Характеристикой линейного распределения заряда является ли-

нейная плотность заряда:

$$\tau = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} = \frac{dq}{dl}.$$

В точке, находящейся на расстоянии r от оси бесконечно длинного, равномерно заряженного стержня (провода), напряженность электрического поля является суммарной от всех элементов dx , заряд на которых $dq=\tau dx$, и определяется по формуле

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

Это выражение справедливо и для полей заряженных проводников, цилиндров, 2-х коаксиальных цилиндрических поверхностей.

Характеристикой поверхностного распределения зарядов является поверхностная плотность σ :

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} = \frac{dq}{dS}.$$

При равномерном распределении заряда по поверхности

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

На любых расстояниях от бесконечно протяженной равномерно заряженной плоскости напряженность электрического поля не зависит от расстояния имеет одно и тоже направление, величину, является однородным:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Каждая из двух бесконечно протяженных равномерно заряженных плоскостей, заряд на которых равномерно распределен с поверхностными плотностями σ^- и σ^+ , вокруг себя создаёт электрическое поле с напряженностями соответственно E_+ и E_- . В пространстве, как вне, так и между плоскостями существует результирующее электрическое поле с напряженностью

$$E=E_++E_-.$$

При этом: 1) вне плоскостей векторы напряженности электрических полей E_+ и E_- равны по величине, но противоположны по направлению, следовательно поля компенсируют друг друга, результирующее поле отсутствует, $E=0$;

2) Между плоскостями векторы напряженности электрических полей E_+ и E_- направлены в одну сторону, результирующее поле характеризуется вектором

$$|E| = |E_+| + |E_-| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Этот результат оказывается справедливым и для поля заряженных плоскостей конечных размеров. Отклонение от полученного результата наблюдается только вблизи краёв (так называемый краевой эффект).

Линии вектора напряженности электрического поля заряженной сферической поверхности перпендикулярны поверхности сферы, направлены по радиальным прямым. Величина напряженности такого поля определяется соотношением:

$$E = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2},$$

где R -радиус сферической поверхности;

r -расстояние от центра сферы до рассматриваемой точки поля.

При:

а) $r=R$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

б) $r < R$

$$E = 0.$$

Характеристикой объемного распределения заряда является объемная плотность

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}.$$

У равномерно заряженной по объёму сферы, радиус которой R , линии вектора напряженности электрического поля направлены по радиальным прямым, перпендикулярно поверхности сферы. Напряженность электрического поля в точке находящейся на расстоянии:

а) $r > R$

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{R^3}{r^2};$$

б) $r=R$

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \cdot R;$$

в) $r < R$

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \cdot r;$$

г) $r = 0$

$$E = 0.$$

1.2.1. Примеры решения задач

1.2.1.1. Задача. Рассчитать напряженность электрического поля, созданного бесконечно длинным, равномерно заряженным стержнем в точке, находящейся на кратчайшем расстоянии r от его оси. Линейная плотность заряда на стержне – τ .

Решение. Для решения задачи воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса. С этой целью вокруг стержня проведем замкнутую, в рассматриваемом случае удобнее, цилиндрическую поверхность конечной длины (гауссову поверхность), на боковой поверхности которой находится точка А. Линии вектора $\mathbf{E}$ перпендикулярны оси стержня и боковой поверхности цилиндра.

Поток вектора напряженности электрического поля через поверхность

$$\Phi = \oint_S \mathbf{E}_n dS = 2\Phi_0 + \Phi_\sigma, \quad (1)$$

где $\Phi_0 = 0$, т.к. $\mathbf{E}_n = E \cos \alpha = 0$, следовательно,

$$\oint_S \mathbf{E}_n dS = \Phi_\sigma. \quad (2)$$

$$\Phi_\sigma = ES = 2\pi r l E. \quad (3)$$

На основании теоремы Остроградского-Гаусса

$$\oint_S \mathbf{E}_n dS = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \tau l, \quad (4)$$

тогда

$$2\pi r l = \frac{1}{\varepsilon_0} \tau l, \quad (5)$$

отсюда

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (6)$$

Формула (6) справедлива не только для электрического поля заряженного стержня, но и для полей заряженных проводников, цилиндров, 2-х коаксиальных цилиндрических поверхностей, заряженных с одинаковой по величине линейной плотностью τ .

1.2.1.2. Задача. Рассчитать напряженность электрического поля бесконечно протяженной однородно заряженной плоскости, заряд на которой равномерно распределен с поверхностной плотностью σ .

Решение. В данном случае линии вектора напряженности электрического поля перпендикулярны плоскости, поле однородное.

Для расчета напряженности электрического поля воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса. С этой целью выделим на плоскости некоторую площадку ΔS , построим замкнутую цилиндрическую поверхность, образующие которой параллельны линиям вектора E . На одном из оснований этой поверхности находится рассматриваемая точка, в которой определяется напряженность электрического поля.

Поток вектора напряженности электрического поля через построенную замкнутую цилиндрическую поверхность равен потоку E_σ через боковую поверхность и потокам E_0 через два основания:

$$\Phi = \Phi_\sigma + 2\Phi_0. \quad (1)$$

Так как поток вектора E_σ через боковую поверхность равен нулю (линии вектора E не пересекают боковую поверхность), то полный поток E равен:

$$\Phi = 2\Phi_0, \quad (2)$$

т.е.

$$\oint_S E_n dS = 2\Phi_0, \quad (3)$$

где

$$\Phi_0 = E \Delta S. \quad (4)$$

С другой стороны,

$$\oint E dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}, \quad (5)$$

$$\sum_i q_i = \sigma \Delta S. \quad (6)$$

следовательно, имеем

$$2E\Delta S = \sigma \Delta S \frac{1}{\varepsilon_0}. \quad (7)$$

откуда

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \quad (8)$$

Из полученного результата видно, что на любых расстояниях от бесконечно протяженной равномерно заряженной плоскости напряженность электрического поля не зависит от расстояния и имеет одно и тоже направление, что и подтверждает его однородность.

1.2.1.3. Задача. Рассчитать напряженность электрического поля двух бесконечно протяженных равномерно заряженных плоскостей, заряд на которых равномерно распределен с поверхностными плотностями σ_- и σ_+ .

Решение. Каждая из плоскостей вокруг себя создаёт электрическое поле с напряженностями соответственно E_+ и E_- . В пространстве, как вне, так и между плоскостями существует в этом случае результирующее электрическое поле с напряженностью

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-. \quad (1)$$

Численное значение каждого из векторов

$$E_+ = E_- = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \quad (2)$$

В областях вне плоскостей (1 и 3) векторы напряженности электрических полей E_+ и E_- равны по величине, но противоположны по направлению, следовательно, поля компенсируют друг друга, результирующее поле отсутствует, $E=0$.

В области между плоскостями (2) векторы напряженности электрических полей E_+ и E_- направлены в одну сторону, результирующее поле характеризуется вектором

$$|E| = |E_+| + |E_-| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (3)$$

Таким образом, вне объёма, ограниченного плоскостями, поле отсутствует. Поле сосредоточено между плоскостями и напряжен-

ность его одинакова по величине и направлению во всех точках ограниченной области.

Полученный результат оказывается справедливым и для поля заряженных плоскостей конечных размеров. Отклонение от полученного результата наблюдается только вблизи краёв (так называемый краевой эффект).

1.2.1.4. Задача. Рассчитать напряженность электрического поля равномерно заряженной сферической поверхности, радиус которой R , а поверхностная плотность заряда σ .

Решение. Для определения величины напряженности электрического поля в некоторой точке A , находящейся на расстоянии $r > R$, воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса. С этой целью вокруг заданной сферы построим некоторую замкнутую сферическую поверхность радиусом r , равным расстоянию от рассматриваемой точки поля до центра сферы.

Линии вектора напряженности электрического поля в этом случае перпендикулярны поверхности заданной сферы, направлены по радиальным прямым.

Поток вектора напряженности электрического поля через построенную поверхность

$$\oint_S E_n dS = E \cdot S = E \cdot 4\pi r^2. \quad (1)$$

Заряд, находящийся внутри построенной поверхности

$$\sum_i q_i = \sigma \cdot 4\pi R^2. \quad (2)$$

На основании теоремы Остроградского-Гаусса

$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}, \quad (3)$$

следовательно, имеем:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\sigma \cdot 4\pi R^2}{\epsilon_0}, \quad (4)$$

откуда

$$E = \frac{\sigma \cdot R^2}{\epsilon_0 r^2}, \quad (5)$$

При $r=R$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (6)$$

При $r < R$

$$E = 0, \quad (7)$$

внутри сферической поверхности поле отсутствует.

Вне её, т.к.

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}. \quad (8)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \quad (9)$$

т.е. оно такое же как и поле точечного заряда, помещенного в центр сферы.

1.2.1.5. Задача. Рассчитать напряженность электрического поля заряженной сферы, радиус которой R , а объёмная плотность заряда ρ .

Решение. Линии вектора напряженности электрического поля в этом случае направлены по радиальным прямым, перпендикулярно поверхности сферы.

Для решения задачи воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса.

В этом случае, построив замкнутую сферическую поверхность, радиусом $r > R$, для потока вектора напряженности электрического поля, будем иметь:

$$\oint_S E_n dS = E \cdot 4\pi r^2. \quad (1)$$

Заряд, находящийся внутри построенной поверхности

$$\sum q_i = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3. \quad (2)$$

$$\oint_S E_n dS = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}. \quad (3)$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{\pi R^3}{\varepsilon_0}. \quad (4)$$

а

$$E = \frac{1\rho}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{R^3}{r^2}. \quad (5)$$

При $r=R$

$$E = \frac{1\rho}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{R^3}{r^2} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} R. \quad (6)$$

При $r < R$

$$E = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \frac{r}{\varepsilon_0}. \quad (7)$$

При $r=0$

$$E=0. \quad (8)$$

1.2.1.6. Задача. Две концентрические проводящие сферы радиусами $R_1=6$ см и $R_2=10$ см несут соответственно заряды $Q_1=1$ нКл и $Q_2=-0,5$ нКл. Найти напряженность E поля в точках отстоящих от центра сфер на расстояниях $r_1=5$ см, $r_2=9$ см, $r_3=15$ см.

Решение. Заметим, что точки, в которых требуется найти напряженности электрического поля, лежат в трех областях: области I ($r_1 < R$); области II ($R_1 < r_2 < R_2$); области III ($r_3 > R_2$).

1. Для определения напряженности E_1 в области I проведем гауссову поверхность S_1 радиусом r_1 и воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса:

$$\oint_S E_n dS = 0.$$

(так как суммарный заряд, находящийся внутри гауссовой поверхности, равен нулю). Из соображений симметрии $E_n=E_1=\text{const}$. Следовательно,

$$\oint_{S_1} E_1 dS = 0.$$

и E_1 (напряженность поля в области I) во всех точках, удовлетворяющих условию $r_1 < R_1$, будет равна нулю.

2. В области II гауссову поверхность проведем радиусом r_2 . В этом случае

$$\oint_{S_2} E_n dS = Q_1 / \varepsilon_0.$$

(внутри гауссовой поверхности находится только заряд Q_1).

Так как $E_n=E_2=\text{const}$, то

$$E_2 \oint_{S_2} dS = Q_1 / \varepsilon_0. \text{ или } E_2 S_2 = Q_1 / \varepsilon_0; E_2 = Q_1 / (\varepsilon_0 S_2)$$

где $S_2 = 4\pi r_2^2$ - площадь гауссовой поверхности.

Окончательно в области II, имеем:

$$E_2 = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}. \quad (1)$$

3. В области III гауссова поверхность проводится радиусом r_3 . Обозначим напряженность электрического поля в области III - E_3 и учтем, что в этом случае поверхность охватывает обе сферы и, следовательно, суммарный заряд будет равен $Q = Q_1 + Q_2$. Тогда

$$E_3 = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}.$$

Так как заряд $Q_2 < 0$, то

$$E_3 = \frac{Q_1 - Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}. \quad (2)$$

Выразив все величины в единицах системы СИ и произведя вычисления, получим:

$$E_2 = 1,11 \text{ (кВ/м)}; E_3 = 200 \text{ (В/м)}.$$

1.2.1.7. Задача. Точечный заряд $q = 0,15$ мкКл находится в центре сферической проводящей оболочки, внешний и внутренний радиусы которой соответственно равны $R = 25$ см и $r = 20$ см. Определить напряженность поля в точках 1 и 2, удаленных от заряда соответственно на $r_1 = 50$ см и $r_2 = 10$ см, а также разность потенциалов между этими точками.

Решение. Если бы заряд q не был окружен проводником, то можно было бы воспользоваться формулами

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad \varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}. \quad (1)$$

Из-за наличия проводника, под влиянием электрического поля заряда q на сферических поверхностях проводника появятся индуцированные заряды, равные по величине и противоположные по знаку; на внутренней поверхности – отрицательные, на внешней – положительные. Из-за соображений симметрии ясно, что, эти заряды равномерно распределятся по каждой поверхности. Но согласно формуле

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

это означает, что напряженность поля индуцированных зарядов такова, как если бы оба заряда ($+q_{\text{инд}}$ и $-q_{\text{инд}}$) оказались в центре сферы. Ясно, что при этом их поля будут уничтожать друг друга. Учитывая также соотношение $E_{\text{внутр}}=0$, приходим к выводу, что наличие проводящей оболочки не изменит напряженности поля заряда q в точках 1 и 2.

Подставив в формулу (1) числовые значения величин, выраженные в единицах системы СИ, найдем

$$E_1=5 \text{ (кВ/м)}; E_2=140 \text{ (кВ/м)}.$$

Потенциалы в каждой из точек 1 и 2 определим с помощью принципа суперпозиции электрических полей:

$$\varphi = \varphi_q + \varphi_{q_{\text{инд}}} + \varphi_{-q_{\text{инд}}}.$$

Тогда для точки 1 согласно (1), получим:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_1} + \frac{q_{\text{инд}}}{r_1} - \frac{q_{\text{инд}}}{r_1} \right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1}, \quad (2)$$

т.е. потенциал снаружи сферической оболочки таков, как будто ее нет.

Чтобы найти потенциал поля в точке 2, учтем, что напряженность электрического поля зарядов, равномерно распределенных по поверхности сферы, равна нулю внутри сферы. Поэтому все точки этого поля внутри сферы имеют одинаковый потенциал, равный потенциалу самой сферы и определяемый формулой

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_2} + \frac{q_{\text{инд}}}{R} - \frac{q_{\text{инд}}}{r} \right), \quad (3)$$

где r_2 -расстояние до рассматриваемой точки;

R -радиус внешней сферы;

r -радиус внутренней сферы.

Чтобы определить величину $q_{\text{инд}}$, воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса

$$\oint_S \mathbf{E}_n dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}. \quad (4)$$

применив ее для замкнутой поверхности S , проходящей внутри проводника и охватывающей заряды q и $-q_{\text{инд}}$. Так как внутри проводни-

ка при установившемся распределении зарядов электрическое поле отсутствует, поток вектора напряженности, определяемый формулой (4), равен нулю. Следовательно,

$$\sum_i q_i = q - q_{\text{инд}} = 0.$$

Отсюда, индуцированные заряды $+q_{\text{инд}}$ и $-q_{\text{инд}}$ численно равны заряду q . Поэтому формулу (3) можно переписать так:

$$\varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} + \frac{1}{R} - \frac{1}{r} \right), \quad (5)$$

Теперь из формул (2) и (5) получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} - \frac{1}{R} + \frac{1}{r} \right).$$

Выразив все величины в единицах системы СИ и произведя вычисления, получим:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 9 \text{ (кВ)}.$$

1.3. Работа электрического поля по перемещению электрического заряда. Движение заряженных частиц в электрических полях

Элементарная работа сил электрического поля по перемещению электрического заряда на dr ,

$$dA = F \cdot dr,$$

$$dA = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} dr.$$

Если перемещение заряда q_2 было совершено из точки, находящейся на расстоянии r_1 от центра заряда, создающего поля в точку, расположенную на расстоянии r_2 от него, то работа, совершаемая силами электрического поля

$$A = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} dr = k \cdot q_1 \cdot q_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Из выражения видно, что работа не зависит от траектории перемещения, а определяется только начальным и конечным положениями перемещаемого заряда. Кроме того, работа, по перемещению электрического заряда во внешнем электрическом поле по любому

замкнутому пути ℓ , равна нулю, т.е.

$$\oint_l dA = 0.$$

Это подтверждает, что электрическое поле является потенциальным, а электрические силы-консервативными.

Работа сил электрического поля совершается за счет изменения (уменьшение) потенциальной энергии

$$A = W_{p1} - W_{p2} = -\Delta W_p.$$

Принято считать потенциальную энергию системы зарядов равной нулю в том случае, когда один из них удален от другого на бесконечность, т.е., например, $W_{p2} = W_p = 0$. Тогда $W_{p1} = A$.

Потенциальная энергия заряда, находящегося в электрическом поле другого заряда, измеряется работой, которую совершают силы электрического поля по удалению одного из зарядов из данной точки поля в бесконечность:

$$\Delta W_p = W_{p1} - W_{p2} = -A = k \cdot q_1 \cdot q_2 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

при $r_2 = \infty$, $W_{p2} = 0$,

$$W_{p1} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1}.$$

В общем случае

$$W_p = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r}.$$

Разность потенциалов между двумя точками электрического поля, которое создано бесконечно длинным равномерно заряженным стержнем (цилиндром) с линейной плотностью заряда τ :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{2\tau}{r} dr = 2k\tau \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = 2k\tau \ln \frac{r_2}{r_1},$$

где r_1 и r_2 -соответственно расстояние от оси стержня (цилиндра) до рассматриваемых точек электрического поля.

Разность потенциалов между двумя точками электрического поля, которое создано бесконечно длинной, равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда σ :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (r_2 - r_1) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} d,$$

где $r_2 - r_1 = d$ – расстояние между рассматриваемыми точками. Разность потенциалов между двумя точками поля, которое создано равномерно заряженной сферической поверхностью радиусом R , расстояние от рассматриваемых точек до центра сферы $r_1 > R$ и $r_2 > R$:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{q}{r^2} dr = k \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Если принять $r_1 = r$ и $r_2 = \infty$, то потенциал поля вне сферической поверхности что совпадает с ранее полученным соотношением для потенциала поля точечного заряда.

$$\varphi = k \frac{q}{r}.$$

Внутри сферической поверхности потенциал всюду одинаков и равен

$$\varphi = k \frac{q}{R}.$$

Разность потенциалов между двумя точками поля, которое создано равномерно заряженным по объёму шаром радиусом R , если расстояние от рассматриваемых точек поля до центра шара $r_1 > R$ и $r_2 > R$, объёмная плотность заряда ρ :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Если принять $r_2 = \infty$ и $r_1 = R$, то потенциал поля в этом случае:

$$\varphi = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2}.$$

На поверхности шара ($r = R$)

$$\varphi = \frac{\rho R}{3\epsilon_0}.$$

В центре шара ($R = 0$): $\varphi = 0$.

Эквипотенциальные поверхности – поверхности равного потенциала.

Так как $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, то при перемещении заряда по эквипотенциальной поверхности работа не совершается ($A = 0$). Работа совершается лишь тогда, когда перемещение заряда происходит с одной эквипотенциальной поверхности на другую. В этом случае $\varphi_1 \neq \varphi_2$

$$A=q(\varphi_1-\varphi_2).$$

1.3.1. Примеры решения задач

1.3.1.1. Задача. Какой скоростью сближения должны обладать протоны, находясь на расстоянии 5 см, чтобы они могли сблизиться друг с другом до расстояния 10^{-11} см?

Решение. При решении задачи можно рассматривать один протон неподвижным, а второй – движущимся по направлению к первому.

Так как между протонами существуют силы отталкивания, то движение второго протона будет замедленным. Его скорость уменьшится от искомой скорости v_1 до скорости $v_2=0$ в момент остановки протона. При этом будет уменьшаться и кинетическая энергия протона от начального значения T_1 до значения $T_2=0$ в момент остановки протона.

За счет кинетической энергии протона будет совершена работа против сил поля. На основании закона сохранения энергии

$$A=\Delta T,$$

или

$$e \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = T_2 - T_1, (1)$$

где e – заряд протона,

φ_1 и φ_2 – потенциалы поля, созданного неподвижными протонами в точках, соответствующих начальному и конечному положению движущегося протона.

Приняв во внимание, что $T_2=0$, и поменяв знаки в обеих частях равенства (1) на обратные, получим:

$$e (\varphi_1 - \varphi_2) = T_1.$$

Подставим в формулу (2) выражения потенциала, создаваемого точечным зарядом, и кинетической энергии:

$$e \left(\frac{e}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2} - \frac{e}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1} \right) = \frac{mv_1^2}{2},$$

или

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{mv_1^2}{2},$$

Отсюда

$$v_1 = \sqrt{\frac{2e^2(r_1 - r_2)}{4\pi\epsilon\epsilon_0 m r_1 r_2}}.$$

Подставив числовые значения, произведя вычисления, будем иметь:

$$v_1 = 1,66 \cdot 10^6 \text{ (м/с)}.$$

1.3.1.2. Задача. Определить начальную скорость v_0 сближения протонов, находящихся на достаточно большом расстоянии друг от друга, если минимальное расстояние $r_{\text{мин}}$, на которое они могут сблизиться, равно 10^{-11} см.

Решение. Между двумя протонами действуют силы отталкивания, вследствие чего движение протонов будет замедленным. Поэтому задачу можно решить как в инерциальной системе отсчета (связанной с центром масс двух протонов), так и в неинерциальной (связанной с одним из ускоренно движущихся протонов). Во втором случае законы Ньютона не могут быть применимыми. Применение же принципа Даламбера затруднительно из-за того, что ускорение системы будет переменным. Поэтому удобно рассмотреть задачу в инерциальной системе отсчета.

Поместим начало координат в центр масс протонов. Поскольку мы имеем дело с одинаковыми частицами, то центр масс будет находиться в точке, делящей пополам отрезок, соединяющий частицы. Относительно центра масс частицы будут иметь в любой момент времени одинаковые по абсолютной величине скорости v_1 и v_2 . Скорость каждой частицы будет равна половине скорости сближения

$$v_1 = v_2 = v/2. \quad (1)$$

Для решения задачи применим закон сохранения энергии, согласно которому полная механическая энергия E изолированной системы постоянна, т.е.

$$E = T + П,$$

где T – кинетическая энергия;

$П$ – потенциальная энергия.

Выразим потенциальную энергию в начальный и конечный моменты движения.

В начальный момент, согласно условию задачи, протоны находились на большом расстоянии, поэтому потенциальной энергией

можно пренебречь. Следовательно, для начального момента полная энергия будет равна кинетической энергии T_0 протонов, т.е.

$$E = T_0. \quad (2)$$

В конечный момент, когда протоны максимально сблизятся, скорость и кинетическая энергия равны нулю, а полная энергия E будет равна потенциальной энергии $\Pi_{\text{кон}}$:

$$E = \Pi_{\text{кон}}. \quad (3)$$

Приравняв правые части равенств (2) и (3), получим

$$T_0 = \Pi_{\text{кон}}. \quad (4)$$

Кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий протонов

$$T_0 = \frac{m(v/2)^2}{2} + \frac{m(v/2)^2}{2} + \frac{m(v_0)^2}{4}. \quad (5)$$

Потенциальная энергия системы двух зарядов q_1 и q_2 , находящихся в вакууме, определяется по формуле:

$$\Pi = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

где r – расстояние между зарядами.

Воспользовавшись этой формулой, получим

$$\Pi_{\text{кон}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{мин}}}. \quad (6)$$

С учетом выражений (5) и (6) формула (4) примет вид

$$\frac{m(v_0)^2}{4} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{мин}}}.$$

Откуда

$$v_0 = \frac{e}{\sqrt{\pi\epsilon_0 m r_{\text{мин}}}}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$v_0 = 2,35 \cdot 10^6 \text{ (м/с)}.$$

1.3.1.3. Задача. Определить ускоряющую разность потенциалов U , которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $v_1 = 10^6$ м/с, чтобы скорость его возросла в $n=2$ раза.

Решение. Ускоряющую разность потенциалов можно найти,

вычислив работу A сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением заряда электрона e на разность потенциалов U :

$$A = eU. \quad (1)$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона:

$$A = T_2 - T_1 = \frac{m(v_2)^2}{2} - \frac{m(v_1)^2}{2}, \quad (2)$$

где T_1 и T_2 – кинетические энергии электрона до и после прохождения ускоряющего поля;

m – масса электрона;

v_1 и v_2 – начальная и конечная его скорости.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$eU = \frac{m(v_2)^2}{2} - \frac{m(v_1)^2}{2},$$

или

$$eU = \frac{m(nv_1)^2}{2} - \frac{m(v_1)^2}{2},$$

где $n = v_2/v_1$.

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = \frac{mv_1^2}{2e}(n^2 - 1). \quad (3)$$

Подставив численные значения физических величин и выполнив вычисления, будем иметь:

$$U = 8,53 \text{ (В)}.$$

1.3.1.4. Задача. Электрическое поле создается двумя зарядами $Q_1 = 4 \text{ мкКл}$ и $Q_2 = -2 \text{ мкКл}$, находящимися на расстоянии $a = 0,1 \text{ м}$ друг от друга. Определить работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $Q = 50 \text{ нКл}$ из точки 1 в точку 2.

Решение. Для определения работы $A_{1,2}$ сил поля воспользуемся соотношением

$$A_{1,2} = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Применяя принцип суперпозиции электрических полей, определим потенциалы φ_1 и φ_2 точек 1 и 2 поля:

$$\varphi_1 = \frac{2Q_1}{4\pi\epsilon_0 a} + \frac{2Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{2(Q_1 + Q_2)}{4\pi\epsilon_0 a};$$

$$\varphi_2 = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 a(2)^{1/2}} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{Q_1/\sqrt{2} + Q_2}{4\pi\epsilon_0 a};$$

Тогда

$$A_{1,2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} [Q_1(2 - 1/(2)^{1/2}) + Q_2]$$

Подставив числовые значения величин в единицах системы СИ, произведя вычисления, получим

$$A_{1,2} = 14,3 \text{ (мДж)}.$$

1.3.1.5. Задача. С поверхности бесконечного равномерно заряженного ($\tau=50 \text{ нКл/м}$) прямого цилиндра вылетает α -частица ($v_0=0$). Определить кинетическую энергию T_2 α -частицы (кэВ) в точке на расстоянии $8R$ от поверхности цилиндра.

Решение. Так как силы электростатического поля являются консервативными, то для определения кинетической энергии α -частицы в заданной точке воспользуемся законом сохранения энергии, записанным в виде

$$E_1 = E_2,$$

где E_1 – полная энергия α -частицы на поверхности цилиндра;

E_2 – полная энергия α -частицы в заданной точке.

Так как

$$E_1 = T_1 + U_1; E_2 = T_2 + U_2,$$

где T_1 и T_2 – кинетические энергии α -частицы в соответствующих состояниях;

U_1 и U_2 – потенциальные энергии α -частицы в соответствующих состояниях.

Учитывая, что $T_1=0$ ($v_0=0$), можно записать

$$U_1 = T_2 + U_2,$$

откуда

$$T_2 = U_1 - U_2 = Q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где Q – заряд α -частицы;

φ_1 и φ_2 – потенциалы на поверхности цилиндра и в рассматриваемой точке.

Используя решение примера (1.5), для разности потенциалов, будем иметь

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 9.$$

Тогда

$$T_2 = \frac{Q\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln 9.$$

Подставив все величины в единицах системы СИ, произведя вычисления, получим

$$T_2 = 3,96 \text{ (кэВ)}.$$

1.3.1.6. Задача. Две частицы, обладающие массами m_1 , m_2 и зарядами q_1 и q_2 , движутся навстречу друг другу, имея вдалеке относительную скорость $v_{\text{отн}}$. На какое минимальное расстояние сблизятся частицы?

Решение. Эту задачу можно решить тремя способами, различающимися выбором системы отсчета:

1. Рассмотрим движение частиц в какой-либо "лабораторной" системе отсчета, например связанной с Землей. Полагая систему двух заряженных частиц изолированной, воспользуемся законом сохранения энергии

$$W = \text{const}, \quad (1)$$

где W -полная энергия частиц, которые в каждый момент времени обладают кинетической энергией, а также потенциальной энергией кулоновского взаимодействия.

Когда частицы находятся вдалеке друг от друга, то, как это следует из формулы

$$W_p = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

их потенциальной энергией можно пренебречь.

Тогда полная энергия системы

$$W = m_1 v_1^2/2 + m_2 v_2^2/2, \quad (2)$$

где v_1 , v_2 -скорости частиц в выбранной системе отсчета.

Так как векторы v_1 и v_2 направлены противоположно, то значения v_1 и v_2 связаны с заданной величиной $v_{\text{отн}}$ соотношением

$$v_{\text{отн}} = |v_1 - v_2| = v_1 + v_2. \quad (3)$$

При сближении частиц потенциальная энергия их кулоновского взаимодействия (отталкивания), будучи величиной положительной, начнет увеличиваться. Следовательно, суммарная кинетическая энергия частиц станет уменьшаться. Частицы не могут, как угодно близко подойти друг к другу, иначе их потенциальная энергия оказалась бы больше полной энергии W_1 , что противоречит условия (1).

При наибольшем сближении частиц, когда расстояние между ними равно $r_{\min}$, полная энергия

$$W_2 = T_{\min} + \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{\min}}. \quad (4)$$

Чтобы найти кинетическую энергию $T_{\min}$ системы, учтем, что в момент наибольшего сближения частиц их скорости будут одинаковыми: $v_{1\min} = v_{2\min} = v$. Действительно, когда скорости частиц неодинаковые, расстояние между ними растет или уменьшается и, следовательно, не является минимальным.

Применив к системе закон сохранения импульса, запишем:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v, \quad (5)$$

где $(m_1 v_1 - m_2 v_2)$ -импульс удаленных частиц;

$(m_1 + m_2)v$ -импульс системы при наибольшем сближении частиц.

При этом вектор v предположительно выбран совпадающим по направлению с вектором v_1 (очевидно, при подсчете кинетической энергии направление скорости несущественно). Из уравнения (5) имеем

$$v = (m_1 v_1 - m_2 v_2) / (m_1 + m_2).$$

Тогда для величины $T_{\min}$, получим

$$T_{\min} = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2} = \frac{(m_1 v_1 - m_2 v_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Подставив это значение $T_{\min}$ в формулу (4), приравняв на основании закона сохранения энергии правые части формул (2) и (4), а также учитывая соотношение (3), найдем

$$r_{\min} = \frac{q_1 q_2 (m_1 + m_2)}{2\pi\epsilon_0 m_1 m_2 (v_{\text{отн}})^2}.$$

2. Выберем систему отсчета, связанную с центром инерции системы двух частиц. Пусть скорости частиц в этой системе отсчета равны v_1' и v_2' . Сначала выразим каждую из величин v_1' и v_2' через относительную скорость $v_{\text{отн}}$. Так как частицы движутся навстречу

друг другу, то

$$v_{\text{отн}} = v_1' + v_2'. \quad (1)$$

Поскольку в данной системе отсчета скорость центра инерции частиц равна нулю, то, согласно утверждению, что импульс системы материальных точек равен произведению массы M системы на скорость движения v_c ее центра инерции, суммарный импульс частиц $p=0$. Тогда, применив к системе частиц закон сохранения импульса и учитывая противоположные направления векторов v_1 и v_2 , получим

$$m_1 v_1' - m_2 v_2' = 0. \quad (2)$$

Решив систему (1) и (2) относительно v_1' и v_2' , найдем:

$$v_1' = [m_2 / (m_1 + m_2)] v_{\text{отн}}; \quad v_2' = [m_1 / (m_1 + m_2)] v_{\text{отн}}.$$

Полная энергия системы частиц в начальный момент равна сумме их кинетических энергий. В момент наибольшего сближения частицы имеют одинаковые по модулю и направлению скорости. При этом каждая из скоростей равна нулю, так как в противном случае оказалось бы нарушенным условие $p=0$. Следовательно, частицы будут сближаться до тех пор, пока вся кинетическая энергия не превратится в энергию кулоновского взаимодействия. Таким образом,

$$\frac{m_1 (v_1)^2}{2} + \frac{m_2 (v_2)^2}{2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{мин}}}.$$

Подставив сюда найденные значения v_1' и v_2' , получим

$$r_{\text{мин}} = \frac{q_1 q_2 (m_1 + m_2)}{2\pi\epsilon_0 m_1 m_2 (v_{\text{отн}})^2}.$$

3. Выберем систему отсчета, движущуюся поступательно вместе с одной из заряженных частиц, например с первой. Эта система отсчета является неинерциальной. В ней первая частица неподвижна, а вторая движется навстречу первой с начальной скоростью $v_{\text{отн}}$. Теперь начальная энергия системы частиц равна кинетической энергии второй частицы:

$$W_1 = \frac{m_2 (v_{\text{отн}})^2}{2}, \quad (1)$$

а конечная энергия (при $r=r_{\text{мин}}$) равна лишь потенциальной энергии кулоновского взаимодействия, т.е.

$$W_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r_{\text{мин}}}, \quad (2)$$

поскольку в момент наибольшего сближения вторая частица имеет

нулевую скорость.

В данном случае система взаимодействующих частиц является незамкнутой, так как на нее действуют силы инерции, которые следует считать внешними по отношению к системе. Поэтому ни полный импульс, ни полная энергия системы частиц в неинерциальной системе отсчета не сохраняются.

Согласно закону сохранения энергии, изменение энергии системы, должно быть равно работе A силы инерции $F_{ин}$, действующей на частицу m_2 во время ее приближения к частице m_1 :

$$W_2 - W_1 = A, \quad (3)$$

и задача сводится к нахождению величины A . Для силы инерции, имеем

$$F_{ин} = -m_2 a_1, \quad (4)$$

где a_1 - ускорение частицы m_1 в инерциальной системе отсчета.

Это ускорение можно определить с помощью второго закона Ньютона и закона Кулона:

$$a_1 = \frac{F}{m_1} \cdot \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2 m_1}.$$

Поскольку ускорение a_1 первой частицы, обусловленное кулоновской силой отталкивания, направлено в одну сторону, то сила инерции, как это следует из (4), направлена в другую и равна

$$F_{ин} = \frac{q_1 q_2 m_2}{4\pi\epsilon_0 r^2 m_1}. \quad (5)$$

Так как частица m_2 перемещается в сторону противоположную направлению силы инерции, то сила инерции совершает над ней отрицательную работу, значение которой найдем, учитывая соотношение (5):

$$A = \int_{r_{мин}}^{\infty} F_{ин} (-dr) = -\frac{q_1 q_2 m_2}{4\pi\epsilon_0 r_{мин} m_1}. \quad (6)$$

Подставив в (3) значения W_1 , W_2 , A из уравнений (1), (2), (6), найдем

$$r_{мин} = \frac{q_1 q_2 (m_1 + m_2)}{2\pi\epsilon_0 m_1 m_2 (v_{отн})^2}.$$

1.4. Проводники и диэлектрики в электрическом поле. Электроемкость. Конденсаторы и их емкость. Энергия электрического поля

Электроемкость уединенного проводника

$$C = k \frac{\Delta q}{\Delta \phi} \text{ или } C = k \frac{dq}{d\phi},$$

где k -коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц измерения физических величин. В системе СИ: $k=1$:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta \phi} \text{ или } C = \frac{dq}{d\phi}.$$

Электроемкость уединенного проводника это физическая величина, численно равная количеству электричества, на которое необходимо изменить заряд проводника, чтобы его потенциал изменился на единицу.

Так как при $q=0$, $\phi=0$, а Δq пропорционально $\Delta \phi$, то и $q \sim \phi$, следовательно,

$$C = k \frac{q}{\phi}.$$

В системе СИ

$$C = \frac{q}{\phi}.$$

Электроемкость (емкость) проводника: 1) зависит от формы его поверхности, линейных размеров, расположения проводника относительно других проводников и диэлектрической проницаемости среды окружающей проводник; 2) не зависит от заряда и потенциала.

Под электроемкостью (емкостью) конденсатора подразумевают физическую величину, численно равную отношению величины заряда одного знака к разности потенциалов между обкладками:

$$C = \frac{q}{U}.$$

Величина емкости конденсатора определяется его геометрическими размерами, формой и диэлектрической проницаемостью среды, заполняющей пространство между обкладками (пластинами).

Емкость плоского конденсатора:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d},$$

где S -площадь одной из пластин конденсатора;

d -расстояние между пластинами;

ϵ_0 - электрическая постоянная вакуума;

ϵ - диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей пространство между пластинами.

Емкость цилиндрического конденсатора:

$$C = \frac{q}{U} = 2\pi\epsilon\epsilon_0 l / (\ln R_2 / R_1).$$

где R_1 и R_2 -соответственно радиусы внутренней и внешней обкладок.

Емкость сферического конденсатора:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot \frac{R_2 \cdot R_1}{R_2 - R_1}.$$

При последовательном соединении конденсаторов, в результате перераспределения зарядов, заряд батареи (цепочки) равен заряду одного конденсатора. Напряжение между обкладками отдельно взятого конденсатора обратно пропорционально его емкости, а напряжение батареи равно сумме напряжений каждого из входящих в неё конденсаторов. Величина обратная емкости батареи равна сумме величин обратных емкости отдельных конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots = \sum_i \frac{1}{C_i}.$$

Если в соединении n одинаковых конденсаторов, то емкость батареи в n раз меньше емкости одного конденсатора:

$$C = \frac{C_1}{n}.$$

При параллельном соединении конденсаторов напряжение батареи равно напряжению отдельно взятого конденсатора. Заряд каждого конденсатора пропорционален его емкости, заряд батареи равен сумме зарядов каждого конденсатора, емкость батареи равна сумме емкостей включенных в нее конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots = \sum_i C_i.$$

Если соединение состоит из n одинаковых конденсаторов, то емкость батареи в n раз больше емкости отдельно взятого конденса-

тора

$$C = nC_1.$$

Нормальная составляющая напряженности электрического поля у поверхности проводника однозначно определяется поверхностной плотностью зарядов

$$E_n = \sigma / \epsilon_0.$$

Тангенциальная составляющая вектора напряженности электрического поля у поверхности проводника равной нулю

$$E_t = 0.$$

Напряженность электрического поля вблизи поверхности проводника направлена по перпендикуляру к поверхности и равна

$$E = \sigma / \epsilon_0.$$

Напряженность электрического поля E вблизи поверхности проводника является результирующей напряженностью: напряженности электрического поля E_1 , создаваемого зарядами на поверхности проводника, и напряженности электрического поля E_2 поля, создаваемого всеми остальными зарядами вне его поверхности. При этом

$$E_1 = E_2 = E/2,$$

т.е. напряженность электрического поля вблизи поверхности проводника состоит из двух равных частей: одна часть создается поверхностными зарядами, а другая – всеми остальными зарядами вне поверхности проводника.

Действие положительных и отрицательных зарядов атомов и молекул диэлектрика на внешние заряды, расположенные на расстояниях больших по сравнению с размерами молекул, равно действию их соответственно положительного или отрицательного суммарного заряда, расположенного в некоторой воображаемой точке внутри молекулы, которые называют центрами "тяжести" зарядов.

Положение центров "тяжести" зарядов внутри молекул определяется, соответственно, для:

положительных зарядов

$$r_+ = \frac{\sum q_i^+ r_i^+}{\sum q_i^+};$$

отрицательных зарядов

$$\mathbf{r}_- = \frac{\sum q_i^- \mathbf{r}_i^-}{\sum q_i^-};$$

где $\mathbf{r}^+$, $\mathbf{r}^-$, $\mathbf{r}_i^+$, $\mathbf{r}_i^-$ -соответствующие радиусы векторы, определяющие положение суммарных и отдельно взятых положительных и отрицательных зарядов;

q_i^+ , q_i^- -величина отдельно взятых зарядов.

Молекулы, у которых центры "тяжести" зарядов q_+ и q_- в отсутствии внешнего электрического поля не совпадают, называются полярными. Полярные молекулы обладают собственным электрическим моментом

$$\mathbf{p} = q \mathbf{\ell} = q (\mathbf{r}^+ - \mathbf{r}^-),$$

где $\mathbf{\ell}$ -радиус вектор, соединяющий центры "тяжести" зарядов, направленный от отрицательного к положительному заряду.

Молекулы, у которых в отсутствии внешнего электрического поля центры "тяжести" зарядов совпадают, называются неполярными. Такие молекулы не обладают собственным электрическим дипольным моментом. Во внешнем электрическом поле центры "тяжести" зарядов такой молекулы смещаются, она поляризуется, приобретает электрический дипольный момент, который по величине пропорционален напряженности внешнего электрического поля $\mathbf{p} \sim \mathbf{E}$.

Во внешнем однородном электрическом поле на диполь действует вращающий момент:

$$M = F \ell \sin \alpha = q E \ell \sin \alpha = p E \sin \alpha; M = [p E],$$

который стремится повернуть диполь так, чтобы его электрический дипольный момент был направлен по направлению внешнего электрического поля.

Сила, действующая на диполь во внешнем неоднородном электрическом поле:

$$F = q \frac{\delta E}{\delta x} \cos \alpha,$$

где $\frac{\delta E}{\delta x}$ -изменение напряженности электрического поля в указанном dx направлении;

α -угол между направлениями векторов $\mathbf{E}$ и $\mathbf{p}$.

Под действием этой силы диполь будет либо втягиваться в область более сильного поля ($\alpha < \pi/2$), либо выталкиваться из него

$(\alpha > \pi/2)$.

Процесс "появления" зарядов на диэлектриках во внешнем электрическом поле называют поляризацией диэлектрика, а "появившиеся" заряды – связанными (поляризационными) в отличии от свободных зарядов существующих в них.

Вектор поляризации или поляризованность – количественная характеристика поляризации диэлектриков – физическая величина, численно равная электрическому дипольному моменту единицы объема диэлектрика:

$$P = p_v / V = \sum p_i / V.$$

Если поле и диэлектрик однородны, то вектор поляризации одинаков по всему объему-поляризация однородная. Если эти условия не выполняются-поляризация неоднородная.

У большинства диэлектриков, кроме так называемых сегнето-электриков, вектор поляризации пропорционален напряженности внешнего электрического поля:

$$P = k \approx \epsilon_0 E,$$

где ϵ - диэлектрическая восприимчивость вещества, не зависящая от напряженности внешнего электрического поля.

Векторы поляризации P , напряженности внешнего электрического поля E и поверхностная плотность связанных зарядов σ связаны соотношениями:

$$\sigma' = P_n; \sigma' = \epsilon \epsilon_0 E \cos \alpha = \epsilon \epsilon_0 E_n,$$

где E_n – нормальная составляющая вектора напряженности электрического поля внутри диэлектрика;

P_n -нормальная составляющая вектора поляризации. Электрическое смещение (индукция электрического поля) – векторная физическая величина, связанная с векторами поляризации P и напряженности электрического поля E соотношениями:

$$D = \epsilon_0 E + P; D = (1 + \epsilon) \epsilon_0 E = \epsilon \epsilon_0 E,$$

где $\epsilon = (1 + \epsilon)$ -относительная диэлектрическая проницаемость среды.

При поляризации внутри диэлектрика существует результирующее электрическое поле с напряженностью:

$$E = E_0 + E', \quad E = E_0 - E' = \frac{1}{\epsilon_0} (\sigma - \sigma'),$$

где $E_0 = \sigma / \epsilon_0$ -напряженность внешнего электрического поля;

$E' = \sigma' / \epsilon_0$ – напряженность электрического поля связанных зарядов.

Вне диэлектрика напряженность внешнего поля равна напряженности результирующего электрического поля.

Относительная диэлектрическая проницаемость среды показывает во сколько раз электрическое поле ослабевает за счет диэлектрика:

$$\epsilon = E_0 / E.$$

Индукция электрического поля D внутри диэлектрика и вне его одинакова:

$$D_0 = \epsilon_0 E = D,$$

где D – индукция (электрическое смещение) электрического поля внутри диэлектрика.

На границе раздела двух сред происходит изменение вектора напряженности электрического поля E (уменьшается число силовых линий вектора E ; $E - E_0$), а вектор индукции электрического поля не изменяется (изменяется лишь вид силовых линий вектора D). Это утверждение справедливо для любых электрических полей.

Теорема Остроградского-Гаусса для потока вектора индукции электрического поля D : "Поток вектора индукции электрического поля через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме электрических зарядов, заключенных внутри этой замкнутой поверхности":

$$\oint_S D_n dS = \sum q_i = \int_V \rho dV.$$

На границе двух различных диэлектриков возникают поверхностные связанные заряды, с поверхностной плотностью – $\sigma_{св}$.

При этом

$$\sigma_{св} = P_n,$$

где P_n – нормальная составляющая вектора поляризации диэлектрика на его границе раздела с вакуумом.

Связь между векторами E и D на границе раздела двух изотропных, однородных диэлектриков (диэлектрические проницаемости которых ϵ_1 и ϵ_2) при отсутствии свободных зарядов:

$$E_{t1} = E_{t2}; \quad \frac{D_{t1}}{D_{t2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}.$$

$$D_{n1} = D_{n2}; \quad \frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Закон преломления линий напряженности E (а значит, и линий индукции электрического поля D):

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Основные уравнения электростатики

Закон сохранения электрического заряда в интегральной форме:

$$\frac{\delta}{\delta t} \int_V \rho dV = - \oint_S j dS,$$

где ρ - объемная плотность заряда;

$\mathbf{j}$ - вектор плотности тока.

Левая часть определяет скорость изменения заряда в объеме, а правая - силу тока через поверхность S . Знак минус учитывает, что если положительный заряд внутри объема уменьшается, то плотность тока направлена из объема V .

В формуле объем V и поверхность S не изменяются с течением времени.

Для любого объема:

$$\int_V \left(\frac{\delta \rho}{\delta t} + \operatorname{div} j \right) dV = 0.$$

Закон сохранения заряда в дифференциальной форме – уравнение непрерывности:

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \operatorname{div} j = 0.$$

Теорема Остроградского-Гаусса для точечного заряда, когда q находится внутри объема, ограниченного S ; когда q находится вне объема, ограниченного S .

Для непрерывного распределения зарядов (в более общем виде): где $q = \int_V \rho dV$ - полный заряд заключенный в объеме, ограниченном

замкнутой поверхностью S ,

или

$$\int_V (\operatorname{div} E - \rho / \varepsilon_0) dV = 0.$$

Дифференциальная форма закона Кулона:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \rho / \epsilon_0.$$

Математическая формулировка утверждения о том, что в электростатическом поле работа при перемещении заряда по любому замкнутому контуру равна нулю:

$$\int_{L_1}^B \mathbf{E} d\mathbf{l} + \int_{L_2}^A \mathbf{E} d\mathbf{l} = \oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l} = 0,$$

где $\ell = \ell_1 + \ell_2$.

Формула Стокса:

$$\int_S \operatorname{rot} \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_L \mathbf{E} d\mathbf{l}.$$

Дифференциальная формулировка потенциальности электростатического поля:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0.$$

Теорема Ирншоу утверждает, что не существует такой конфигурации неподвижных зарядов, которая была бы устойчивой, если нет других сил, кроме кулоновского взаимодействия между зарядами системы.

Уравнение Пуассона:

$$\Delta \varphi = \rho / \epsilon_0.$$

Уравнение Лапласа:

$$\Delta \varphi = 0.$$

Условие перераспределения (движения) электрических зарядов в объёме проводника:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' \neq 0,$$

где $\mathbf{E}$ -напряженность результирующего электрического поля;

$\mathbf{E}'$ -напряженность "собственного" электрического поля;

$\mathbf{E}_0$ -напряженность внешнего электрического поля.

Условие равновесия зарядов в объёме проводника:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' = 0.$$

Между поверхностной плотностью заряда проводника и напряженностью электрического поля вблизи его поверхности существует связь

$$E' = \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

Объем и поверхность проводника при условии равновесия заряда являются эквипотенциальными, т.е.

$$\frac{d\varphi}{dl} = 0, \quad d\varphi = 0, \quad \text{а } \varphi = \text{const.}$$

Выражения

$$W = C\varphi^2 / 2; \quad W = \sum \varphi_i q_i / 2; \quad W = \frac{1}{2} \int_V \varphi \rho dV + \frac{1}{2} \int_S \varphi \sigma dS$$

определяют физическую величину, называемую свободной энергией системы, точнее, ту часть ее, которая связана с электризацией тел.

Процесс поляризации диэлектриков можно описать с точки зрения первого начала термодинамики

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

где δQ -количество сообщенного тепла;

dU -приращение внутренней энергии;

δA -работа диэлектрика, которая складывается из работы $\delta A' = p dV$ против внешнего давления и работы электрического поля.

Термодинамические функции при поляризации диэлектриков имеют вид:

свободная энергия

$$F = U - TS;$$

термодинамический потенциал

$$\Phi = F - ED/4\pi;$$

энтальпия

$$I = U - ED/4\pi.$$

Основные уравнения термодинамики диэлектриков:

$$dF = - SdT + EdD/4\pi;$$

$$d\Phi = - SdT - DdE/4\pi;$$

$$dI = TdS - DdE/4\pi.$$

"Уравнение состояния" диэлектриков:

$$D = f(E, T, \rho),$$

где ρ -плотность вещества диэлектрика.

Формула

$$W = [V \int E dD] / 4\pi$$

выражает не внутреннюю, а свободную энергию диэлектрика, точнее, ту ее часть, которая зависит от напряженности электрического поля.

В изотропных средах, в том числе в газах и жидкостях, электро-стрикция наблюдается как изменение плотности под действием электрического поля и описывается формулой:

$$\Delta V/V = A E^2,$$

где $\Delta V/V$ -относительная объемная деформация,

$A = [\beta \rho (\delta \epsilon / \delta \rho)] / 2\pi$ -коэффициент пропорциональности, зависящий от сжимаемости и плотности вещества;

β -сжимаемость;

ρ - плотность;

ϵ -диэлектрическая проницаемость.

Закон изменения диэлектрической восприимчивости ϵ вблизи температуры Кюри имеет вид (закон Кюри-Вейса):

$$\epsilon = \frac{A}{T - T_0},$$

где A некоторая константа;

T_0 - температура Кюри-Вейса, близкая к температуре T_k (в большинстве случаев вместо T_0 используют T_k , что не вносит скольконибудь существенных погрешностей в ϵ для температур, отличных от T_k).

Энергия взаимодействия электрических зарядов:

$$W = \frac{1}{2} \sum q_i \phi_i,$$

где ϕ_i -потенциал создаваемый в точке нахождения q всеми дискретно распределенными зарядами, кроме i -го.

Энергия системы заряженных проводников, заряженного конденсатора:

$$W = \int_0^C \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C},$$

или

$$W = \frac{CU^2}{2},$$

$$W = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} S d = \frac{\epsilon \epsilon_0 E^2}{2} V,$$

где $V = S d$ -объем пространства между обкладками конденсатора;

E -напряженность электрического поля;

d -расстояние между пластинами конденсатора;

S -площадь одной из пластин конденсатора.

Объемная плотность энергии электрического поля:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Энергия электрического поля связана с объемной плотностью энергии электрического поля соотношением

$$W = \int_V w dV = \int_V \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV.$$

Силы действующие на макроскопические заряженные тела, помещенные в электрическое поле (пондеромоторные силы):

$$F = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} S.$$

Пондеромоторные силы действуют не только на пластины конденсатора, но и на диэлектрик помещенный между ними. В результате диэлектрик деформируется. Поверхности диэлектрика испытывают некоторое давление, величина которого

$$p = \frac{F}{S} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

Плотность энергии электрического поля и давление, создаваемое на поверхность диэлектрика численно равны:

$$w = p = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

1.4.1. Примеры решения задач

1.4.1.1. Задача. Конденсатор емкостью $3 \cdot 10^{-6}$ Ф был заряжен до разности потенциалов 40 В. После отключения от источника тока конденсатор был соединен параллельно с другим конденсатором емкостью $5 \cdot 10^{-6}$ Ф. Какое количество энергии первого конденсатора израсходуется на образование искры в момент присоединения второго конденсатора?

Решение. Количество энергии ΔW , израсходованное на образование искры, равно разности энергий: W_1 -энергии, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго, и W_2 - энергии, которую имеет батарея, составленная из первого и второго кон-

денсаторов, т.е.

$$\Delta W = W_1 - W_2$$

Как известно, энергия заряженного конденсатора определяется по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2}, \quad (2)$$

где C -емкость конденсатора или батареи конденсаторов;

U -разность потенциалов на обкладках конденсаторов.

Выразив в (1) энергии W_1 и W_2 по формуле (2) и принимая во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим:

$$\Delta W = \frac{C_1(U_1)^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2)(U_2)^2}{2}, \quad (3)$$

где C_1 и C_2 -емкости первого и второго конденсаторов;

U_1 – разность потенциалов, до которой был заряжен первый конденсатор;

U_2 – разность потенциалов на пластинах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежним, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 + C_2}.$$

Подставив это выражение U_2 в формулу (3), получим:

$$\Delta W = \frac{C_1(U_1)^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2)(C_1 U_1)^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

После простых преобразований найдем:

$$\Delta W = \frac{C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)} (U_1)^2.$$

Подставив числовые значения, будем иметь:

$$\Delta W = 1,5 \text{ (мДж)}.$$

1.4.1.2. Задача. На пластинах плоского конденсатора находится заряд $Q=10$ нКл. Площадь S каждой пластины конденсатора равна 100 см^2 , диэлектрик-воздух. Определить силу F , с которой притягиваются пластины. Поле между пластинами считать однородным.

Решение. Заряд Q одной пластины находится в поле напряженностью E_1 , созданном зарядом другой пластины конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует сила

$$F = QE_1. \quad (1)$$

Так как

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}, \quad (2)$$

где σ -поверхностная плотность заряда пластины.

Формула (1) с учетом выражения (2) примет вид

$$E_1 = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}, \quad (3)$$

Подставив численные значения величин в формулу (3), получим

$$F = 5,65 \cdot 10^{-4} \text{ (Н)} = 565 \text{ (мкН)}.$$

1.4.1.3. Задача. Плоский конденсатор, между обкладками которого помещена стеклянная пластинка ($\varepsilon=6$) толщиной $\ell=2$ мм, заряжен до напряжения $U=200$ В. Пренебрегая величиной зазора между пластинкой и обкладками, найти поверхностную плотность σ свободных зарядов на обкладках конденсатора, а также поверхностную плотность σ' связанных зарядов (зарядов поляризации) на стекле.

Решение. Величину σ выразим через напряженность электрического поля E внутри конденсатора. Поскольку введение диэлектрика между его обкладками уменьшает напряженность в ε раз, величины поверхностной плотности зарядов и напряженности связаны соотношением $E=\sigma/\varepsilon_0\varepsilon$, а напряженности и разности потенциалов $E=U/\ell$. Следовательно, для однородного поля конденсатора справедлива формула

$$\sigma = \varepsilon\varepsilon_0 U/\ell. \quad (1)$$

Чтобы определить поверхностную плотность связанных зарядов σ' , воспользуемся формулой

$$\sigma' = P_n,$$

где P_n -проекция вектора поляризации на направление положительной нормали к поверхности пластинки.

Так как вектор поляризации P параллелен вектору напряженности E поля в диэлектрике, направленному по нормали к поверхности, то

$$P_n = P = \alpha \epsilon_0 E.$$

Следовательно,

$$\sigma = \alpha \epsilon_0 E = \epsilon_0 (\epsilon - 1) E = \epsilon_0 (\epsilon - 1) U / \ell. \quad (2)$$

Выразив входящие в формулы (1) и (2) величины в единицах системы СИ, подставив эти значения и выполнив вычисление, найдем

$$\sigma = 5,3 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл/м}^2\text{)}; \sigma' = 4,4 \cdot 10^{-6} \text{ (Кл/м}^2\text{)}.$$

1.4.1.4. Задача. Пространство внутри плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков, расположенными параллельно его обкладкам. Толщина слоев и диэлектрическая проницаемость материалов, из которых сделаны слои, соответственно равны ℓ_1 , ℓ_2 , ϵ_1 , ϵ_2 . Конденсатор заряжен до разности потенциалов U . Определить напряженности E_1 , E_2 электрического поля в каждом из диэлектриков, а также напряженность E_0 поля в зазоре между обкладками и диэлектриками.

Решение. Чтобы найти величины E_1 , E_2 и E_0 , выясним связь, существующую между ними и разностью потенциалов U . Для этого воспользуемся соотношением, которое связывает напряженность электрического поля и разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_1 dl.$$

Разбив весь путь интегрирования на две части, соответствующие толщинам двух слоев диэлектриков (толщиной зазора пренебрегаем), и учитывая, что в пределах каждого слоя поле однородно, получим

$$U = E_1 \ell_1 + E_2 \ell_2. \quad (1)$$

Так как электрическое смещение D и в зазоре ($\epsilon=1$), и в обоих слоях диэлектриков имеет одно и то же значение, то на основании формулы

$$D = \epsilon \epsilon_0 E,$$

запишем (сокращая на ϵ_0):

$$E_0 = \epsilon_1 E_1 = \epsilon_2 E_2. \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), получим:

$$E_1 = \frac{\epsilon_2 U}{\epsilon_2 \ell_1 + \epsilon_1 \ell_2}; \quad E_2 = \frac{\epsilon_1 U}{\epsilon_2 \ell_1 + \epsilon_1 \ell_2}; \quad E_0 = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 U}{\epsilon_2 \ell_1 + \epsilon_1 \ell_2};$$

1.4.1.5. Задача. Между обкладками плоского конденсатора параллельно им введена металлическая пластина толщиной $a=8$ мм. Определить емкость конденсатора, если площадь каждой из обкладок $S=100 \text{ см}^2$, а расстояние между ними $\ell=10$ мм.

Решение. Емкость конденсатора найдем из определяющей формулы $C=q/U$, если предварительно выразим напряжение на обкладках конденсатора как функцию заряда его обкладок.

В результате явления электростатической индукции свободные заряды в металлической пластинке, введенной в конденсатор, перераспределятся так, что напряженность электрического поля внутри конденсатора станет равной нулю:

$$E_{\text{вн}}=0. \quad (1)$$

С другой стороны, индуцированные заряды распределятся по поверхностям пластинки так, что она станет подобной плоскому конденсатору, вставленному в данный конденсатор. Известно, что напряженность поля в пространстве вне плоского конденсатора равна нулю. Поэтому введение пластинки в конденсатор не изменит напряженности однородного поля вне пластинки. Пусть эта напряженность равна E .

При этом

$$E=\sigma/\varepsilon_0=q/\varepsilon_0 S. \quad (2)$$

С учетом формул (1) и (2) напряжение на обкладках конденсатора:

$$\varphi_a - \varphi_b = E(\ell - a) = q(\ell - a)/\varepsilon_0 S. \quad (3)$$

Подставив в формулу для определения емкости конденсатора вместо напряжения его значение по (3), получим

$$C = \varepsilon_0 S/(\ell - a), \quad (4)$$

где ℓ -расстояние между обкладками конденсатора;

a -толщина введенной пластинки.

Выразив входящие в (4) величины в единицах СИ, выполнив вычисление, найдем

$$C = 4,4 \cdot 10^{-11} \text{ (Ф)} = 44 \text{ (пФ)}.$$

1.4.1.6. Задача. Как изменится энергия заряженного плоского конденсатора при уменьшении расстояния между его пластинами? Рассмотреть два случая: 1) конденсатор отключен от источника на-

пряжения; 2) конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения.

Решение. 1. Если конденсатор отключен от источника напряжения, то заряд на его обкладках не будет изменяться при сближении пластин, т.е.

$$q = \text{const.}$$

При сближении пластин ёмкость конденсатора, как это следует из формулы емкости плоского конденсатора, увеличивается:

$$C = \epsilon \epsilon_0 S / \ell ,$$

где S -площадь его пластин;

ℓ -расстояние между обкладками;

ϵ -диэлектрическая проницаемость среды, заполняющей конденсатор.

Энергия, пропорциональная величине ℓ , -уменьшается:

$$W = q^2 / 2C = q^2 \ell / 2\epsilon_0 S.$$

За счет убыли энергии конденсатора совершается работа сил притяжения обкладок при их сближении:

$$A = -\Delta W. \quad (1)$$

2. На обкладках конденсатора поддерживается постоянное напряжение:

$$U = \text{const.}$$

Поэтому при сближении пластин конденсатора его энергия увеличивается, т.к. она обратно пропорциональна величине ℓ :

$$W = CU^2 / 2 = \epsilon_0 S U^2 / 2\ell.$$

Замечание. Выясним, за счет чего во втором случае увеличилась энергия конденсатора и совершалась работа сил притяжения обкладок. Возрастание емкости конденсатора при постоянном напряжении означает, что происходит увеличение заряда на его пластинах. Значит, при сближении пластин на них дополнительно перейдут от источника напряжения заряды Δq . Сообщение одной пластине положительного заряда Δq , а другой отрицательного заряда $-\Delta q$ эквивалентно перемещению заряда Δq с одной пластины на другую. Так как этот переход происходит при постоянном напряжении U , то источник напряжения совершит работу:

$$A_{\text{ист}} = \Delta q U = \Delta(CU) U = \Delta C \cdot U^2. \quad (2)$$

С другой стороны, энергия конденсатора увеличится на

$$\Delta W = \Delta(CU^2 / 2) = \Delta C \cdot U^2 / 2. \quad (3)$$

Сравнивая правые части равенств (2) и (3), видим, что работа, совершаемая при сближении пластин источником напряжения, в два раза больше прироста энергии конденсатора. Таким образом, теперь за счет энергии источника напряжения увеличивается энергия конденсатора ΔW , а также совершается работа A сил притяжения пластин. По закону сохранения энергии

$$A_{\text{ист}} = \Delta W + A.$$

Отсюда

$$A = A - \Delta W = 2\Delta W - \Delta W = \Delta W. \quad (4)$$

Сопоставляя формулы (1) и (4), приходим к выводу: при изменении емкости заряженного конденсатора электрические силы совершают работу, равную убыли энергии конденсатора в случае постоянства заряда на его пластинах и равную приращению энергии конденсатора в случае постоянства напряжения на пластинах.

1.4.1.7. Задача. Найти силу притяжения F между пластинами плоского конденсатора, если площадь каждой пластины S , а расстояние между ними ℓ , диэлектрическая проницаемость среды между пластинами ϵ . Рассмотреть два случая: 1) конденсатору сообщен заряд q , после чего он отключен от источника напряжения; 2) конденсатор подключен к источнику постоянного напряжения U . Как зависит сила притяжения от расстояния между пластинами и диэлектрической проницаемости среды?

Решение. Для определения сил, действующих на заряженные тела, при наличии диэлектриков формула $F = qE$, вообще говоря, неприменима. Поэтому воспользуемся законом сохранения энергии.

1. В этом случае $q = \text{const}$. Пусть (представим мысленно) одна из пластин конденсатора под действием силы притяжения F совершит элементарное перемещение $d\ell$. При этом сила совершит работу, равную

$$\delta A = F d\ell. \quad (1)$$

По закону сохранения энергии эта работа равна убыли энергии конденсатора:

$$\delta A = -dW. \quad (2)$$

Приравнивая правые части формул (1) и (2), получим искомую силу:

$$F = -\frac{dw}{dl}. \quad (3)$$

Энергию конденсатора выразим через заданные величины:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 l}{2\epsilon\epsilon_0 S}. \quad (4)$$

Подставив в формулу (3) значение энергии W по (4) и выполнив дифференцирование, найдем

$$F = -\frac{q^2}{2\epsilon\epsilon_0 S}. \quad (5)$$

Отрицательный знак силы показывает, что она направлена в сторону уменьшения l , т.е. является силой притяжения.

Из формулы (5) видно, что сила притяжения пластин обратно пропорциональна величине ϵ и не зависит от расстояния между пластинами.

2. Согласно условию, $U = \text{const}$ учитывая результат, сформулированный в задаче N 4.6, вместо формул (2) и (3) для δA и F запишем соответственно:

$$\delta A = dW; \quad (6)$$

$$F = dW/dl. \quad (7)$$

Энергию конденсатора можно записать в виде:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon\epsilon_0 SU^2}{2l}.$$

Подставив это значение W в формулу (7), получим

$$F = -\frac{\epsilon\epsilon_0 SU^2}{2l^2}.$$

Видим, что сила притяжения пластин пропорциональна величине ϵ и обратно пропорциональна квадрату расстояния между пластинами.

Замечание. Попытаемся объяснить зависимость между величинами F и ϵ , выражаемую формулой (5), предполагая, что одна из пластин конденсатора находится в электрическом поле другой пластины.

Известно, что связанные заряды, возникающие на поверхности диэлектрика в плоском конденсаторе, ослабляют поле (в ϵ раз) лишь внутри диэлектрика. Однако каждая из пластин конденсатора расположена вне диэлектрика. Поэтому появление диэлектрика между

пластинами никак не должно сказаться на электрическом поле, в котором находится каждая пластина (при условии $q=\text{const}$). Следовательно, и сила, действующая на каждую пластину, не зависит от наличия диэлектрика, т.е.

$$F=qE, \quad (9)$$

где q -заряд одной пластины;

E -напряженность поля другой пластины в вакууме.

Таким образом, получен результат, противоречащий выражению (5), в котором F зависит от ε . Это противоречие объясняется тем, что в формулах (5) и (9) речь идет о разных силах. В формуле (9) F -электрическая сила, действующая на каждую пластину конденсатора и в самом деле не зависящая от диэлектрика, помещенного между ними. Однако на каждую пластину конденсатора при наличии жидкого или твердого диэлектрика кроме электрической силы притяжения действуют еще механические силы давления F_d со стороны диэлектрика, соприкасающегося с пластиной. Эти силы уменьшают силу притяжения пластин конденсатора. Равнодействующая всех сил, приложенных к пластине,-электрических и механических-и является той силой, которая определяется формулой (5), выведенной с помощью закона сохранения энергии.

1.4.1.8. Задача. Пластины конденсатора переменной емкости имеют форму полукруга радиуса r , расстояние между соседними подвижной и неподвижной пластинами равно ℓ . Всего имеется n промежутков между пластинами. Определить вращающий момент, действующий на пластины. Рассмотреть два случая: 1) конденсатору сообщен заряд q , после чего он отключен от источника напряжения; 2) на конденсаторе поддерживают постоянное напряжение U .

Решение. Вращающий момент, втягивающий подвижные пластины конденсатора в промежутки между неподвижными, обусловлен неоднородностями электрического поля пластин вблизи их краев. Поэтому решить задачу, рассматривая каждую пластину находящейся в электрическом поле соседних пластин, трудно. Вращающий момент можно найти с помощью закона сохранения энергии. При этом отпадает необходимость учитывать изменение электрического поля около краев пластин.

1. В этом случае $q=\text{const}$. Пусть (представим мысленно) под-

вижные пластины повернутся под действием вращающего момента M на малый угол $d\varphi$. Тогда силы притяжения совершат работу

$$\delta A = M d\varphi, \quad (1)$$

которая по закону сохранения энергии равна убыли энергии конденсатора:

$$\delta A = dW, \quad (2)$$

Сравнивая формулы (1) и (2), получим искомый момент:

$$M = -dW/d\varphi. \quad (3)$$

Учитывая, что каждому из n промежутков между пластинами соответствует один плоский конденсатор с площадью пластин, равной $\pi r^2/2$, энергия конденсатора

$$W = n \cdot \frac{q^2}{2C} = n \cdot \frac{q^2 l}{2\epsilon\epsilon_0 S} = n \cdot \frac{q^2 l}{\epsilon\epsilon_0 \varphi r^2}.$$

Подставив в (3) это значение W , найдем

$$M = -n \cdot \frac{q^2 l}{\epsilon\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{d(1/\varphi)}{d\varphi} = \frac{n q^2 l}{\epsilon\epsilon_0 \varphi^2 r^2}. \quad (4)$$

Видим, что в данном случае вращающий момент зависит от угла поворота пластин φ : с увеличением угла (при повороте пластин) вращающий момент убывает.

Примечание. Соотношение (4) справедливо лишь для значений φ , достаточно больших для того, чтобы каждый из n конденсаторов можно было считать плоским конденсатором, емкость которого определяется формулой емкости плоского конденсатора. В противном случае выражение (4) приводит к абсурду: при $\varphi \rightarrow 0$ $M \rightarrow \infty$.

2. По условию, $U = \text{const}$. Снова применим закон сохранения энергии. Поскольку конденсатор соединен с источником постоянного напряжения, вместо формул (2) и (3) (см. задачу N 4.6) получим:

$$\delta A = dW; \quad M = dW/d\varphi, \quad (5)$$

где энергия конденсатора

$$W = n \cdot \frac{CU^2}{2} = n \cdot \frac{\epsilon\epsilon_0 S U^2}{2l} = \frac{n\epsilon\epsilon_0 \varphi r^2 U^2}{4l}.$$

Подставив в (5) это значение W , найдем

$$M = \frac{n\epsilon\epsilon_0 r^2 U^2}{4l}.$$

Отсюда, вращающий момент не зависит от угла φ и целиком

определяется заданными в условии величинами (при условии, если учесть примечание к (4)).

1.4.1.9. Задача. Объемная плотность энергии электрического поля внутри заряженного плоского конденсатора с твердым диэлектриком ($\epsilon=6$) равна $2,5 \text{ Дж/м}^3$. Найти давление, производимое пластинами площадью $S=20 \text{ см}^2$ на диэлектрик, а также силу F' , которую необходимо приложить к пластинам для их отрыва от диэлектрика.

Решение. Притягиваясь друг к другу с силой F , пластины конденсатора сжимают диэлектрик, заключенный между ними.

Учитывая, что сила давления F_d равномерно распределена по поверхности диэлектрика, найдем искомое давление

$$p=F_d/S=F/S. \quad (1)$$

Как известно (см. задачу N2.1.4.7), сила притяжения пластин конденсатора (при $q=\text{const}$) равна взятой с обратным знаком производной от его энергии по расстоянию между пластинами:

$$F=-dW/d\ell.$$

Поскольку в единице объема конденсатора заключена энергия w , равная ее объемной плотности, то полное изменение энергии dW при перемещении пластины конденсатора на расстояние $d\ell$ равно

$$dW=wdV=wSd\ell.$$

Из двух последних равенств получаем силу притяжения пластин:

$$F=-wS, \quad (2)$$

откуда, на основании (1), находим

$$p=-w=-2,5 \text{ (Па)}. \quad (3)$$

Отрицательный знак в формулах (2) и (3) означает, что величины F и p направлены в сторону уменьшения расстояния ℓ .

Чтобы найти силу F' , необходимую для отрыва пластин от диэлектрика, снова применим энергетический метод. Рассмотрим конденсатор в тот момент, когда под действие силы F' , направленной наружу, пластина, отрываясь от диэлектрика, переместится на расстояние $d\ell$. Работа этой силы

$$\delta A=F'd\ell. \quad (4)$$

За счет работы этой внешней силы энергия конденсатора возрастет на величину dW . По закону сохранения энергии

$$\delta A=dW. \quad (5)$$

Из формул (4) и (5) имеем

$$F' = dW/d\ell.$$

Теперь прирост энергии конденсатора, связанный с увеличением его объема, равен

$$dW = w_0 S d\ell,$$

где w_0 – объемная плотность энергии поля в зазоре, появившемся при $d\ell$ – смещении пластины.

Из двух последних равенств найдем

$$F' = w_0 S. \quad (6)$$

Чтобы найти величину w_0 , воспользуемся соотношением

$$w_0 = D^2 / 2\epsilon\epsilon_0.$$

Так как индукция D и в зазоре ($\epsilon=1$), и в диэлектрике имеет одно и то же значение, то $w_0 = \epsilon w$ и согласно (6), получим

$$F' = \epsilon w S = 3 \cdot 10^{-2} \text{ (Н)}.$$

1.4.1.10. Задача. Как изменится емкость плоского конденсатора, если между его обкладками поместить стеклянную пластину ($\epsilon=6$), толщина которой равна половине расстояния между обкладками.

Решение. Если между стеклом и воздухом посередине конденсатора поместить весьма тонкий слой проводника, это не изменит напряженности электрического поля ни в стекле, ни в воздухе (см. N 4.5). Из формулы

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_1 dl$$

следует, что при этом не изменится и разность потенциалов между обкладками конденсатора, а значит, и его электроемкость. Данный конденсатор можно рассматривать как два последовательно соединенных конденсатора. Пусть емкость конденсатора до введения стеклянной пластины была равна C_0 . Тогда согласно формуле плоского конденсатора

$$C = \epsilon\epsilon_0 S / \ell,$$

емкости конденсаторов 1 и 2 после введения пластины равны $2C_0$ и $2\epsilon C_0$ соответственно. Емкость последовательно соединенных конденсаторов 1 и 2 будет:

$$C' = \frac{2C_0 \cdot 2\epsilon C_0}{2C_0 + 2\epsilon C_0} = \frac{2\epsilon}{\epsilon + 1} \cdot C_0.$$

Произведя вычисление, получим

$$C'=1,7 C_0.$$

Следовательно, емкость конденсатора после введения в него пластины из диэлектрика увеличится в 1,7 раза.

5. Постоянный электрический ток. Законы Ома и Джоуля-Ленца

Электрический ток-всякое упорядоченное движение электрических зарядов.

Электрический ток, возникающий в проводниках под влиянием электрического поля и представляющий собой частично упорядоченное движение электронов или ионов относительно проводника, называют током проводимости.

Скалярная физическая величина, которая показывает какой заряд переносится через поверхность dS в единицу времени, называется силой тока:

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Векторная физическая величина, численно равная силе тока, протекающего через площадку dS , перпендикулярную направлению движения электрических зарядов (электрического тока) называется плотностью тока:

$$j = \frac{di}{dS}.$$

За направление вектора плотности электрического тока j принимается направление вектора скорости упорядоченного движения положительных зарядов.

Величина (сила) тока через любую поверхность S :

$$i = \int_S j_n dS,$$

где $j_n = j \cos \alpha$ -проекция вектора плотности тока на направление нормали n ;

α -угол между направлениями j и n .

Ток, не изменяющийся по величине и направлению с течением времени называют постоянным.

Для постоянного электрического тока:

$$I = \frac{q}{t};$$

$$j = \frac{I}{S}.$$

Разность потенциалов на концах проводника создается силами неэлектрического происхождения – сторонними силами.

Физическая величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда вдоль всей цепи, включая источник тока (по замкнутому контуру), называется электродвижущей силой источника тока:

$$E = \frac{A_{\text{ст}}}{q} = \frac{A_{\text{ис}} + A'}{q}.$$

Работа сторонних сил вдоль замкнутой цепи

$$A_{\text{ст}} = \oint_L f_{\text{ст}}^* dl = \oint_L q E^* dl,$$

где E^* -напряженность поля сторонних сил.

$$E = \frac{A_{\text{ст}}}{q} = \frac{\oint_L q E^* dl}{q} = \oint_L E^* dl.$$

Физическая величина, численно равная работе сторонних и электрических сил по перемещению единичного положительного заряда на данном участке цепи, называется падением напряжения или напряжением:

$$U_{12} = \frac{A_{12}}{q} = E_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2).$$

При отсутствии на участке цепи ЭДС ($E_{12}=0$)

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2,$$

а при $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$

$$U_{12} = E_{12}.$$

Если в единице объёма проводника n электронов проводимости, которые в некоторый момент времени t обладают скоростью V , то можно определить заряд, прошедший через некоторую площадку S , расположенную перпендикулярно направлению скорости движения электронов проводимости:

$$\Delta q = enS \langle v \rangle \cdot t,$$

где $\langle v \rangle$ -средняя скорость упорядоченного движения электронов проводимости;

n-число электронов проводимость в единице объема проводника;
 t-время существования тока в проводнике;
 S-величина площади;
 e-заряд электрона.

Сила (величина) тока в проводнике в этом случае равна:

$$I = \frac{\Delta q}{t} = e \cdot n \cdot S \cdot \langle V \rangle.$$

Плотность тока проводимости

$$|j| = \frac{I}{S} = e \cdot n \cdot \langle V \rangle.$$

В векторной форме

$$\mathbf{j} = e \cdot n \cdot \langle \mathbf{V} \rangle.$$

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\mathbf{j} = ne \langle \mathbf{V} \rangle = n \cdot e \cdot \frac{e}{2m} \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle} \cdot \mathbf{E} = \gamma \cdot \mathbf{E},$$

где γ -удельная электропроводность металла проводника;

$\langle \lambda \rangle$ -средняя длина свободного пробега;

$\langle u \rangle$ -средняя скорость теплового движения.

Удельная проводимость:

$$\gamma = \frac{ne^2}{2m} \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle}.$$

В векторной форме:

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}.$$

Закон Ома в дифференциальной форме справедлив для любых проводников, любых токов, характеризует плотность тока проводимости в любой точке проводника.

Закон Ома в интегральной форме имеет вид:

$$I \cdot R = E,$$

или

$$I = \frac{E}{R} = \frac{E}{R_1 + r},$$

где R_1 -сопротивление внешнего участка цепи,

r-внутреннее сопротивление источника тока.

$$E = IR_1 + Ir = U_{12} + Ir,$$

т.е. ЭДС уравнивает падение напряжения (напряжение) во внешней и внутренней цепи и тем самым обеспечивает непрерывное

движение электронов проводимости.

Если цепь не замкнута и в ней отсутствует ЭДС, то

$$U_{12} = IR_1,$$

$$I = \frac{U}{R_1}.$$

Зависимость удельного электрического сопротивления проводников от температуры, следовательно, и сопротивления проводников, описывается линейными законами:

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t);$$

$$R_t = R_0(1 + \alpha t),$$

где ρ_t и ρ_0 , R_t и R_0 – соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при t и 0°C ;

α – температурный коэффициент сопротивления:

$$\alpha = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0 t};$$

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0 t}.$$

Электрическое сопротивление проводников (сопротивление)

$$R = \oint_L \rho \cdot \frac{dl}{dS} = \rho \cdot \frac{l}{S}.$$

зависит от формы, размеров, материала проводника, давления и температуры.

Температурная зависимость сопротивления проводников может быть представлена в виде

$$R = \alpha R_0 T,$$

где T – термодинамическая температура.

При последовательном соединении сопротивлений напряжение на каждом из проводников пропорционально его сопротивлению, а их сопротивления складываются:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots = \sum_i R_i.$$

Если n последовательно соединенных проводников имеют одинаковое сопротивление, то их общее сопротивление

$$R=nR_1.$$

При параллельном соединении проводников:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + \dots = \sum I_i; \\ U &= U_1 = U_2 = \dots = U_i; \\ I_1/I_2 &= R_2/R_1 = \dots; \\ 1/R &= 1/R_1 + 1/R_2 + \dots \end{aligned}$$

Общая проводимость такого соединения равна сумме проводимостей каждого из проводников:

$$1/R = \sum_1 1/R_i$$

Если параллельно соединены n проводников с одинаковыми сопротивлениями, общая проводимость равна:

$$1/R = n/R_1.$$

При шунтировании электроизмерительных приборов:

$$I_g/I = 1/(n+1),$$

тем самым благодаря шунту с помощью прибора можно измерять токи в $(n+1)$ раз большие, чем те, на которые он рассчитан, при этом цена деления прибора увеличивается в $(n+1)$ раз.

Для изменения пределов измерения напряжения к электроизмерительным приборам последовательно присоединяют добавочное сопротивление. В этом случае:

$$U/U_g = 1/(n+1),$$

т.е. напряжение на приборе U_g будет в $(n+1)$ раз меньше измеряемого напряжения U .

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:

$$w_0 = \frac{dQ}{dV \cdot dt} = \frac{n \cdot W_1}{\Delta t} = \frac{n \cdot e^2}{2m} \cdot \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle u \rangle} E^2,$$

или

$$w_0 = \gamma E^2.$$

Закон Джоуля-Ленца в интегральной форме:

$$dQ = \frac{U^2}{R} dt, \quad dQ = I^2 R dt, \quad Q = \int_t I^2 R dt.$$

В случае постоянного тока

$$Q = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t = I U t.$$

Примеры решения задач

5.1. Задача. Потенциометр с сопротивлением 100 Ом подключен к батарее с ЭДС 150 В и внутренним сопротивлением 50 Ом. Определить показания вольтметра с сопротивлением 500 Ом, соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключенном вольтметре?

Решение. Показание U_1 вольтметра, подключенного таким образом, определяется по формуле:

$$U_1 = I_1 r_1, \quad (1)$$

где I_1 – сила тока в неразветвленной части цепи;

r_1 – сопротивление параллельно соединенных участков – вольтметра и половины потенциометра.

Силу тока I_1 найдем по закону Ома для всей цепи:

$$I_1 = \frac{E}{r_e + r_i}, \quad (2)$$

где r_e – сопротивление внешней цепи;

r_i – сопротивление источника тока;

E – ЭДС источника тока.

Внешнее сопротивление r_e есть сумма двух сопротивлений

$$r_e = r/2 + r_1, \quad (3)$$

где r – сопротивление потенциометра;

r_1 – сопротивление параллельного соединения, которое может быть найдено по формуле:

$$r_1 = (r \cdot r_B) / (r + 2r_B).$$

Подставив числовые значения, найдем:

$$r_1 = 45,5 \text{ (Ом)}.$$

Теперь определим силу тока, подставив выражение r_e из (3) в (2), и произведем вычисления:

$$I_1 = \frac{E}{r/2 + r_1 + r_i} = 1,03 \text{ (А)}.$$

Если подставить значения I_1 и r_1 в формулу (1), то показания вольтметра:

$$U_1 = 46,9 \text{ (В)}.$$

Разность потенциалов между теми же точками при отключенном вольтметре равна произведению силы тока I_2 на половину сопротивления потенциометра, т.е.

$$U_2 = I_2 \cdot (r/2), \text{ или}$$

$$U_2 = \frac{E}{r + r_i} \cdot (r/2)$$

Подставив в полученное соотношение числовые значения, получим:

$$U_2 = 50 \text{ (В)}.$$

1.2.1.2. Задача. Сила тока в проводнике сопротивлением $r=20$ Ом нарастает по линейному закону от $I_0=0$ до $I=6$ А. Определить теплоту Q_1 , выделившуюся в этом проводнике за первую, и Q_2 -за вторую секунды, а также найти отношение Q_1/Q_2 .

Решение. Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 R t \quad (1)$$

применим в случае постоянного тока ($I = \text{const}$). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого промежутка времени и записывается в виде:

$$dQ = I^2 R dt. \quad (2)$$

Здесь сила тока I является некоторой функцией времени. В нашем случае

$$I = kt, \quad (3)$$

где k – коэффициент пропорциональности, численно равный приращению силы тока в единицу времени, т.е.

$$k = \Delta I / \Delta t = 3 \text{ (А/с)}.$$

С учетом (3) формула (2) примет вид:

$$dQ = k^2 t^2 R dt. \quad (4)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный промежуток времени Δt , выражение (4) надо проинтегрировать в пределах от t_1 до t_2 :

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = 1/3 \cdot k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

При определении теплоты Q_1 , выделившейся за первую секунду, пределы интегрирования $t_1=0$, $t_2=1$ с и, следовательно,

$$Q_1 = 60 \text{ (Дж)}.$$

При определении теплоты Q_2 пределы интегрирования $t_1=1\text{с}$, $t_2=2\text{с}$ и

$$Q_2=420 \text{ (Дж)}.$$

Следовательно,

$$Q_2/Q_1=7,$$

т.е. за вторую секунду выделится теплоты в 7 раз больше, чем за первую секунду.

1.2.1.3. Задача. Какой заряд пройдет по проводнику, если в течение $t=10\text{ с}$ сила тока уменьшилась от $I_0=10\text{ А}$ до $I=5\text{ А}$? Рассмотреть два случая: 1) сила тока уменьшалась равномерно; 2) сопротивление проводника равномерно возрастало в течение указанного промежутка времени, а разность потенциалов на концах проводника поддерживалась постоянной.

Решение. 1. Величина заряда dq , проходящего через поперечное сечение проводника за время dt , связана с силой тока соотношением:

$$I=dq/dt.$$

Если в эту формулу вместо элементарных величин dq и dt подставить конечные значения q и t , то получим среднее значение силы тока $I_{\text{ср}}$ за время t , т.е.

$$I_{\text{ср}}=q/t.$$

Отсюда искомый заряд

$$q=I_{\text{ср}}t.$$

Поскольку сила тока в цепи изменялась равномерно, т.е. являлась линейной функцией времени, в качестве среднего значения $I_{\text{ср}}$ можно взять среднее арифметическое между начальным и конечным значениями силы тока за время t . Следовательно,

$$q=(I_0+I)t/2=75 \text{ (Кл)}. \quad (1)$$

2. Теперь равномерно изменяется не сила тока, а сопротивление R . Это значит, что величина R является линейной функцией времени, т.е.

$$R=R_0+kT, \quad (2)$$

где R_0 и R -соответственно начальное и конечное сопротивления проводника;

k -постоянная величина, выражающая скорость изменения сопротивления.

Тогда по закону Ома для участка однородной цепи, получим:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_0 + kt}. \quad (3)$$

Видим, что в этом случае зависимость силы тока от времени не является линейной, поэтому соотношение (1) здесь неприменимо. Однако при любой зависимости силы тока от времени

$$dq = Idt.$$

Отсюда полный заряд, проходящий через поперечное сечение проводника за время t , выразится интегралом:

$$q = \int_0^t Idt.$$

Подставив вместо силы тока ее значение по формуле (3), выполним интегрирование:

$$q = \int_0^t \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_0 + kt} dt = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{k} \cdot \ln \frac{R_0 + kt}{R_0}.$$

Преобразовав этот результат с учетом (2) и соотношений

$R = (\varphi_1 - \varphi_2)/I$; $R_0 = (\varphi_1 - \varphi_2)/I_0$, найдем

$$q = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)t}{R - R_0} \cdot \ln \frac{R}{R_0} = \frac{I_0 It}{I_0 - I} \cdot \ln \frac{I_0}{I}.$$

Подставив в формулу числовые значения величин, получим

$$q = 69 \text{ (Кл)}.$$

1.2.1.4. Задача. Определить плотность тока в медной проволоке длиной $\ell = 10$ м, если разность потенциалов на ее концах $\varphi_1 - \varphi_2 = 12$ В.

Решение. Плотность тока, определяемую формулой $j = di/dS$, найдем, выразив силу тока по закону Ома для участка однородной цепи $I = (\varphi_1 - \varphi_2)/R$. Тогда с учетом $R = \rho \ell / S$ получим

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2)S / (\rho \ell).$$

Отсюда плотность тока

$$j = di/dS = (\varphi_1 - \varphi_2) / (\rho \ell). \quad (1)$$

К такому же выводу можно прийти, применив закон Ома в дифференциальной форме $j = \gamma E$, предварительно выразив напряженность электрического поля внутри проводника через разность потенциалов на концах проводника и его длину:

$$E = (\varphi_1 - \varphi_2) / \ell.$$

С учетом $\rho = 1/\gamma$, будем иметь:

$$j = (\varphi_1 - \varphi_2) / (\rho \ell).$$

Выбрав из справочных таблиц значение удельного сопротивления меди и выполнив вычисление, найдем

$$j = 7 \cdot 10^7 \text{ (А/м)}.$$

1.2.1.5. Задача. Два металлических шара одинакового радиуса a находятся на расстоянии d в безграничной однородной проводящей среде, удельное сопротивление которой ρ . Определить сопротивление среды на участке между шарами при условии $d \gg a$.

Решение. Для решения задачи воспользуемся законом Ома в дифференциальной форме

$$j = \gamma E.$$

При этом учтем, что электрическое поле в однородной среде при наличии постоянного тока совпадает с электростатическим полем, которое существует между электродами (шарами) при том же напряжении в непроводящей среде. Между шарами, помещенными в данную среду, имеется некоторая разность потенциалов U .

Напряженность поля равномерно заряженной сферической поверхности в точках, лежащих вне сферы на расстоянии r от ее центра:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

В нашем случае

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}. \quad (1)$$

При этом разность потенциалов

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}. \quad (2)$$

Исключив из (1) и (2) величину $q/4\pi\epsilon_0$, получим

$$E = U/2a. \quad (3)$$

Такой же будет и напряженность электрического поля при наличии тока, если между шарами в условиях настоящей задачи поддерживать разность потенциалов U . При этом, как следует из закона Ома в дифференциальной форме, плотность тока во всех точках поверхности S будет одинаковой. Учитывая соотношения $j = di/dS$ и (3), по формуле $j = \gamma E$ найдем силу тока через поверхность S :

$$I = jS = E/\rho \cdot 4\pi a^2 = 2\pi a U/\rho. \quad (4)$$

Найденная величина I выражает силу полного тока в промежутке между шарами. Сравнив выражение (4) с законом Ома $I = U/R$, найдем искомое сопротивление:

$$R = \rho/2\pi a.$$

Видим, что полученный результат не зависит от расстояния d между шарами (при условии $d \gg a$).

1.2.1.6. Задача. Если вольтметр соединить последовательно с сопротивлением $R = 10$ кОм, то при напряжении $U_0 = 120$ В он покажет 50 В. Если соединить его последовательно с неизвестным сопротивлением R_x , то при том же напряжении вольтметр покажет $U_2 = 10$ В. Определить это сопротивление.

Решение. Данная цепь представляет собой последовательное соединение двух элементов: вольтметра и резистора. При последовательном соединении сила тока одинакова на всех участках цепи. Рассматриваемая цепь является однородной. Напряжения на отдельных участках такой цепи, совпадающие с разностями потенциалов на их концах и дающие в сумме напряжение на всей цепи, распределяются всегда пропорционально сопротивлениям участков, что следует из закона Ома. Заметим, что вольтметр измеряет разность потенциалов между теми точками, к которым он подключен. Другими словами, вольтметр измеряет напряжение на концах того участка цепи, которым он сам является. Поэтому для двух элементов цепи-вольтметра и резистора – можно составить пропорцию:

$$U_1/R_V = (U_0 - U_1)/R, \quad (1)$$

где U_1, R_V – напряжение на вольтметре и его сопротивление;

$U_0 - U_1 = U_R$ – напряжение на резисторе сопротивлением R .

Для случая, когда включен резистор с неизвестным сопротивлением, можем записать:

$$U_2/R_V = (U_0 - U_2)/R_x. \quad (2)$$

Исключив из уравнений (1) и (2) величину R_V , получим

$$R = \frac{(U_0 - U_2)U_1}{(U_0 - U_1)U_2} R = 79 \text{ (кОм)}.$$

1.2.1.7. Задача. К батарее гальванических элементов через резистор с переменным сопротивлением R подключен вольтметр. Если R

уменьшить втрое, то показания вольтметра возрастут вдвое. Во сколько раз изменятся показания вольтметра, если R уменьшить до нуля?

Решение. В этой задаче в отличие от предыдущей нет оснований считать постоянным напряжение U на участке цепи, состоящем из вольтметра и резистора с переменным сопротивлением. Наоборот, поскольку этот участок подключен к зажимам батареи, обладающей некоторым внутренним сопротивлением r , напряжение U должно изменяться при изменении сопротивления R . Этот вывод следует из закона Ома для замкнутой цепи, который применительно к данной задаче запишем так:

$$I = E / (R_v + r + R), \quad (1)$$

где E – электродвижущая сила (ЭДС) батареи.

Так как напряжение на участке вольтметр-резистор равно, по закону Ома для участка однородной цепи, произведению силы тока I на сумму $(R + R_v)$, то из формулы (1), найдем

$$U = I(R + R_v) = E - Ir. \quad (2)$$

Из формул (1) и (2) видно, что при изменении R напряжение U действительно изменяется. Постоянной же величиной остается ЭДС батареи E , равная сумме напряжений на всех участках замкнутой цепи. Отсюда ясно, что для решения задачи необходимо применить закон Ома для замкнутой цепи. При этом учтем, что показания вольтметра, обладающего постоянным сопротивлением, пропорциональны силе тока, проходящего по нему, а значит, и по всей цепи. Поэтому в случае, когда R уменьшилось в три раза, закон Ома для замкнутой цепи запишется в виде

$$2I = E / (R_v + r + R/3); \quad (3)$$

наконец, для случая $R=0$, получим

$$nI = E / (R_v + r), \quad (4)$$

где n – искомая величина.

Хотя уравнения (1), (3), (4) содержат шесть неизвестных, этих уравнений достаточно для определения n , так как остальные неизвестные величины входят во все уравнения одинаковыми группами, что позволяет снизить число неизвестных с шести до трех. В результате несложных преобразований систему уравнений (1), (3), (4) можно записать так:

$$\begin{cases} 1 = \frac{I(R_v + r)}{E} + \frac{IR}{E}; \\ \frac{1}{2} = \frac{I(R_v + r)}{E} + \frac{IR}{3E}; \\ \frac{1}{n} = \frac{I(R_v + r)}{E}. \end{cases}$$

Введя обозначения $A = I(R_v + r)/E$, $B = IR/E$, получим систему трех уравнений с тремя неизвестными n , A , B :

$$A + B = 1;$$

$$A + B/3 = 1/2;$$

$$nA = 1.$$

Решив эту систему относительно n , найдем

$$n = 4.$$

1.3. Правила (законы) Кирхгофа

Первый закон: "Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю":

$$\sum_i I_i = 0.$$

При решении задач на основании первого закона Кирхгофа составляют $(n - 1)$ уравнений, где n -число узлов.

Второй закон-"Алгебраическая сумма падений напряжений, на отдельных участках замкнутой цепи (замкнутого независимого контура), равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в них ":

$$\sum_i I_i R_i = \sum_i E_i.$$

На основании второго закона Кирхгофа составляют $(m - 1)$ уравнение, где m -число независимых контуров, т.е. таких, которые содержат хотя бы один элемент не входящий в предыдущие контуры.

1.3.1.Примеры решения задач

1.3.1.1. Задача. Электрическая цепь состоит из двух гальванических элементов, трех сопротивлений и гальванометра. В этой цепи $r_1 = 100$ Ом, $r_2 = 50$ Ом, $r_3 = 20$ Ом, $E_1 = 2$ В.

Гальванометр регистрирует ток $I_3 = 50$ мА, идущий в направле-

нии, указанном стрелкой. Определить ЭДС второго элемента. Сопротивлением гальванометра и внутренними сопротивлениями элементов пренебречь.

Указания. Применяя законы Кирхгофа, следует соблюдать следующие правила:

1. Перед составлением уравнений произвольно выбрать и на чертеже: а) направления токов (если они не заданы по условию задачи) во всех сопротивлениях, входящих в цепь; б) направление обхода контуров.

2. При составлении уравнений по первому закону Кирхгофа принято считать токи, подходящие к узлу, положительными, а токи, выходящие из узла – отрицательными.

Число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа, должно быть на единицу меньше числа узлов, содержащихся в цепи.

3. При составлении уравнений по второму закону Кирхгофа принято считать: а) падение напряжения на участке цепи (т.е. произведение I_r) входит в уравнение со знаком плюс, если направление тока в данном участке совпадает с выбранным направлением обхода контура; в противном случае произведение I_r входит в уравнение со знаком минус; б) ЭДС входит в уравнение со знаком плюс, если она повышает потенциал в направлении обхода контура, т.е. если при обходе контура приходится идти от минуса к плюсу внутри источника тока; в противном случае ЭДС входит в уравнение со знаком минус.

Число независимых уравнений, которые могут быть составлены по второму закону Кирхгофа, должно быть меньше числа замкнутых контуров, имеющих в цепи. Для составления уравнений первый контур можно выбирать произвольно. Все последующие контуры следует выбирать таким образом, чтобы в каждый новый контур входила хотя бы одна ветвь цепи, не участвовавшая ни в одном из ранее использованных контуров. Если при решении уравнений, составленных указанным выше способом, получены отрицательные значения силы тока или сопротивления, то это означает, что ток через данное сопротивление в действительности течет в направлении, противоположном произвольно выбранному.

Решение. Выберем направления токов, как они указаны на рисунке, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

По первому закону Кирхгофа для узла F имеем:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0. \quad (1)$$

По второму закону Кирхгофа имеем: для контура ABCDF:

$$-I_1 r_1 - I_2 r_2 = -E_1,$$

или после умножения обеих частей равенства на (-1):

$$I_1 r_1 + I_2 r_2 = E_1; \quad (2)$$

для контура AFGHA:

$$I_1 r_1 + I_3 r_3 = E_2. \quad (3)$$

После подстановки известных числовых значений в формулы (1), (2) и (3), получим:

$$I_1 - I_2 - 0,05 = 0,$$

$$50I_1 + 25I_2 = 1,$$

$$100I_1 + 0,05 \cdot 20 = E_2.$$

Перенеся в этих уравнениях неизвестные величины в левые части, а известные – в правые, будем иметь систему уравнений:

$$I_1 - I_2 = 0,05,$$

$$50I_1 + 25I_2 = 1,$$

$$100I_1 - E_2 = -1.$$

Эту систему уравнений с тремя неизвестными можно решить обычными приемами алгебры, либо методами определителей.

Решая систему уравнений, будем иметь

$$E_2 = 4 \text{ (В)}.$$

1.4. Работа и мощность постоянного электрического тока

На участке цепи, не содержащей ЭДС, силы электрического поля совершают работу по перемещению электрического заряда

$$A_{12} = IU_{12}t = Irt = \frac{U_{12}^2}{R}t,$$

которая выделяется в проводнике в виде тепла.

Если в цепи имеется ЭДС, то работа по перемещению электрического заряда совершается сторонними и электрическими силами, численно равная энергии, выделяющейся в этой цепи.

$$A = (U_{12} + E)It.$$

В замкнутой цепи энергия, выделяющаяся в проводнике численно равна работе

$$A = IU_{12}t + IEt = IEt,$$

или

$$A = I^2(R + r)t.$$

Мощность-работа, совершаемая в единицу времени:

$$P = \frac{A}{t}.$$

На участке цепи, в котором отсутствует ЭДС, мощность

$$P = I \cdot U = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R.$$

При наличии ЭДС:

$$P = I \cdot U + I \cdot E.$$

В замкнутой цепи:

$$P = I \cdot E = I^2(R + r).$$

Мощность во внешней цепи является полезной мощностью:

$$P = I \cdot U = I^2 \cdot R = \frac{E^2}{(R + r)^2} \cdot R.$$

Отношение полезной мощности (мощности во внешней цепи) к мощности развиваемой источником тока (полной мощности) называют коэффициентом полезного действия (КПД):

$$\eta = \frac{P_{\text{вн}}}{P} = \frac{I^2 R}{I^2 (R + r)} = \frac{R}{R + r}.$$

Мощность во внешней цепи максимальна в том случае, когда сопротивление внешнего участка цепи равно внутреннему сопротивлению источника тока ($R=r$). При этом максимальное значение мощности во внешней цепи оказывается равным:

$$P_{\text{вн}} = P_{\text{max}} = \frac{E^2}{4R},$$

а КПД

$$\eta = \frac{R}{R + r} = 0,5.$$

Зависимость КПД источника:

а) от тока во внешней цепи:

$$\eta = \frac{E - Ir}{E} = 1 - \frac{r}{E} I.$$

б) от сопротивления внешнего участка цепи:

$$\eta = 1 - \frac{r}{R + r}.$$

1.4.1. Примеры решения задач

1.4.1.1. Задача. Определить работу электрических сил и количество теплоты, выделяемое ежесекундно, в следующих случаях: 1) в резисторе, по которому идет ток силой $I=1$ А; разность потенциалов между концами резистора $\varphi_1 - \varphi_2 = 2$ В; 2) в аккумуляторе, который заряжается током силой $I=1$ А; разность потенциалов на его зажимах $\varphi_1 - \varphi_2 = 2$ В, э.д.с. аккумулятора $E=1,3$ В; 3) в батарее аккумуляторов, которая дает ток силой $I=1$ А на внешнюю нагрузку; разность потенциалов на зажимах батареи $\varphi_1 - \varphi_2 = 2$ В, ее э.д.с. $E=2,6$ В.

Решение. 1. Так как рассматриваемый участок не содержит ЭДС, то по закону Ома для участка однородной цепи, имеем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = IR.$$

Из этого следует, что формулы $A = (\varphi_1 - \varphi_2)IR$ и $Q = I^2 R t$ в данном случае совпадают. Значит, вся работа электрических сил идет на нагревание резистора:

$$A = Q = (\varphi_1 - \varphi_2)IR = 2 \text{ (Дж)}.$$

2. При зарядке аккумулятора его зажимы присоединяют к источнику, разность потенциалов на полюсах которого постоянна. При этом ток внутри аккумулятора идет от его положительного полюса к отрицательному, т.е. в направлении, обратном току разряда.

Работу электрических сил снова вычислим по формуле

$$A = (\varphi_1 - \varphi_2)IR = 2 \text{ (Дж)}.$$

Чтобы по формуле $Q = I^2 R t$ определить количество выделенной теплоты, необходимо найти сопротивление участка цепи, в котором находится аккумулятор. Поскольку этот участок содержит э.д.с., применим закон Ома для участка неоднородной цепи. Учитывая направления тока и э.д.с., запишем в соответствии с правилом знаков

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - E}{R}. \quad (1)$$

Тогда

$$R = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - E}{I}. \quad (2)$$

Подставив значение R из (2) в формулу закона Джоуля-Ленца, получим

$$Q = I^2 R t = (\varphi_1 - \varphi_2 - E) I t = 0,7 \text{ (Дж)}.$$

В данном случае лишь часть работы электрических сил идет на

нагревание аккумулятора, оставшаяся же часть $(A-Q)$ превращается в химическую энергию заряжаемого аккумулятора.

3. Работу электрических сил найдем по формуле

$$A = (\varphi_1 - \varphi_2) IR.$$

При этом обратим внимание на отличие данного случая от предыдущего. Если положительный знак разности потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ сохранился, то направление силы тока на рассматриваемом участке изменилось на противоположное. Следовательно,

$$A = (\varphi_1 - \varphi_2) (-I)t = -2 \text{ (Дж)}. \quad (3)$$

Отрицательный знак ответа выражает то обстоятельство, что положительные заряды движутся внутри каждого аккумулятора от его низшего потенциала к высшему, т.е. против электрических сил. При этом положительную работу совершают сторонние силы, перемещая заряды внутри аккумуляторов.

Количество теплоты, выделенное в батарее, снова определим по формуле закона Джоуля-Ленца в интегральной форме

$$Q = I^2 R t.$$

При этом сопротивление r батареи, как и в предыдущем случае, можно вычислить по закону Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 - E}{r}. \quad (4)$$

Сопротивление батареи можно найти также как разность между сопротивлением всей цепи и сопротивлением внешнего участка цепи

$$r = R_{\text{полн}} - R = \frac{E}{I} - \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{I} = \frac{E - \varphi_1 - \varphi_2}{I},$$

что совпадает с формулой (4). Подставив найденное значение r в формулу закона Джоуля-Ленца, получим

$$Q = I^2 R t = [E - (\varphi_1 - \varphi_2)] I t = 0,6 \text{ (Дж)}. \quad (5)$$

Этот вариант задачи можно решить еще и по-другому. По данным условиям найдем работу электрических сил на внешнем участке цепи:

$$A = (\varphi_1 - \varphi_2) I t = 2 \text{ (Дж)}.$$

Однако работа электрических, т.е. кулоновских (но не сторонних), сил по перемещению зарядов на замкнутом пути всегда равна нулю

$$A_{\text{внутр}} + A_{\text{внеш}} = 0,$$

откуда

$$A_{\text{внутр}} = -A_{\text{внеш}} = -2 \text{ (Дж)},$$

что совпадает с результатом (3).

Вся энергия, расходуемая батареей, превращается (посредством работы электрических сил) в тепло $Q_{\text{общ}}$, выделяющееся во всей цепи.

Эту энергию можно вычислить по формуле

$$A_{\text{б}} = Q_{\text{общ}} = EIt = 2,6 \text{ (Дж)}.$$

Так как на внешнем участке выделяется количество теплоты

$$Q_{\text{внеш}} = A_{\text{внеш}} = 2 \text{ (Дж)},$$

то для батареи

$$Q = Q_{\text{общ}} - Q_{\text{внеш}} = 0,6 \text{ (Дж)},$$

что совпадает с результатом (5).

1.4.1.2. Задача. Э.д.с. батареи $E=12 \text{ В}$. Наибольшая сила тока, которую может дать батарея, $I_{\text{макс}}=5 \text{ А}$. Какая наибольшая мощность $P_{\text{макс}}$ может выделяться на подключенном к батарее резисторе с переменным сопротивлением.

Решение. Мощность P тока измеряется работой, совершенной электрическими силами в единицу времени. Поскольку вся работа на внешнем участке цепи идет на нагревание резистора ($A=Q$), то в данном случае мощность измеряется количеством теплоты, выделяемым в резисторе в единицу времени. Поэтому на основании формулы закона Джоуля-Ленца в интегральной форме для внешнего участка цепи $Q=I^2Rt$, а также закона Ома для замкнутой цепи, получим

$$P=I^2R=E^2R/(R+r)^2, \quad (1)$$

где R , r -сопротивления внешнего и внутреннего участков цепи соответственно.

Из (1) видно, что при постоянных значениях E , r мощность P во внешней цепи является функцией одной переменной R . Известно, что эту функция имеет максимум при условии $r=R$ (в этом можно убедиться, применив общий метод исследования функций на экстремум с помощью производной). Следовательно,

$$P = \frac{E^2r}{(r+r)^2} = \frac{E^2}{4r}. \quad (2)$$

Таким образом, задача сводится к отысканию сопротивления r внутреннего участка (батареи). Если учесть, что согласно закону Ома для замкнутой цепи наибольшая сила тока $I_{\text{макс}}$ будет при внешнем сопротивлении $R=0$ (ток короткого замыкания), то

$$I_{\text{макс}} = E/r,$$

откуда

$$r = E I_{\text{макс}}.$$

Подставив найденное значение внутреннего сопротивления r в формулу (2), получим

$$P_{\text{макс}} = EI_{\text{макс}}/4 = 15 \text{ (Вт)}.$$

1.4.1.3. Задача. Обмотка электрического кипятильника имеет две секции. Если включена одна секция, вода закипает через $t_1 = 10$ мин, если другая, то через $t_2 = 20$ мин. Через сколько минут закипит вода, если обе секции включить: а) последовательно? б) параллельно? Напряжение на зажимах кипятильника и к.п.д. установки считать во всех случаях одинаковыми.

Решение. При различных включениях секций кипятильника сопротивление цепи различно. Очевидно, искомое время нагревания воды есть некоторая функция сопротивления цепи. Чтобы найти эту функцию, воспользуемся законом Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 R t.$$

Поскольку речь идет об участке цепи, не содержащем э.д.с., к которому применим закон Ома $I = (\varphi_1 - \varphi_2)/R$, запишем в виде

$$Q = U^2 t / R. \quad (1)$$

Отсюда легко определить вид функции $t = f(R)$.

Во всех случаях для нагревания воды требуется одно и то же количество теплоты, определяемое формулой

$$Q' = cm\Delta t,$$

где c , m — удельная теплоемкость и масса воды;

Δt — разность температур.

В силу постоянства к.п.д. установки η одним и тем же будет также полное количество теплоты выделенное током, т.е.

$$Q = Q' / \eta.$$

Учитывая также постоянство напряжения на зажимах цепи, из формулы (1), получим

$$R = U^2 t / Q = kt, \quad (2)$$

где $k = U^2 / Q$ — постоянная величина.

Таким образом, зависимость времени от сопротивления является пропорциональной. Теперь легко найти ответы в обоих случаях.

При последовательном соединении секций общее сопротивление

$$R_{\text{посл}} = R_1 + R_2.$$

Подставив сюда значения R по формуле (2), получим

$$kt_{\text{посл}} = kt_1 + kt_2,$$

откуда

$$t_{\text{посл}} = t_1 + t_2 = 15 \text{ (мин)}.$$

При параллельном соединении секций сопротивление соединения

$$R_{\text{пар}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2).$$

Отсюда, применив соотношение (2), найдем

$$t_{\text{пар}} = t_1 t_2 / (t_1 + t_2) = 7 \text{ (мин)}.$$

1.4.1.4. Задача. Две медные проволоки одинаковой длины $\ell = 1$ м и диаметрами $d_1 = 0,1$ мм и $d_2 = 0,2$ мм, подключенные (поочередно) к зажимам гальванического элемента, нагреваются до одинаковой температуры. Определить внутреннее сопротивление гальванического элемента. Считать отдачу теплоты проволокой в окружающее пространство при постоянной температуре пропорциональной площади ее поверхности.

Решение. При установившемся тепловом режиме, когда температура проволоки перестает повышаться, количество теплоты, выделенное током в 1 с, согласно закону сохранения энергии, должно быть равно количеству теплоты, рассеянному за то же время проволокой в окружающее пространство, т.е. должно выполняться равенство

$$P_{\text{тока}} = P_{\text{расс}}. \quad (1)$$

Мощность тока $P_{\text{тока}} = I^2 R$ выразим через внутреннее сопротивление источника и диаметр проволоки, воспользовавшись законом Ома для замкнутой цепи и формулой сопротивления проводника:

$$P = \frac{E^2 R}{(R + r)^2} = \frac{E^2 \rho l}{S} : \left(\frac{\rho l}{S} + r \right)^2 = \frac{4\pi \rho l d^2 E^2}{(4\rho l + \pi d^2 r)^2}. \quad (2)$$

С другой стороны, согласно условию задачи, имеем

$$P_{\text{расс}} = kS' = k\pi d \ell, \quad (3)$$

где S' -площадь поверхности проволоки, вычисленная как площадь боковой поверхности цилиндра;

k -коэффициент пропорциональности, зависящий от температуры проволоки.

Подставив в уравнение (1) значения $P_{\text{тока}}$ и $P_{\text{расс}}$ по формулам

(2), (3) и произведя сокращения, получим

$$P = \frac{d}{(4\rho l + \pi d^2 r)^2} = \frac{k}{4\rho E^2}. \quad (4)$$

Поскольку при постоянной температуре все величины, стоящие в правой части формулы (4), постоянны, должно выполняться равенство

$$\frac{d_1}{(4\rho l + \pi d_1^2 r)^2} = \frac{d_2}{(4\rho l + \pi d_2^2 r)^2}. \quad (5)$$

так как диаметрам проволоки d_1 , d_2 соответствует по условию одинаковая температура. Чтобы решить уравнение (5) относительно неизвестного r , извлечем из обеих частей уравнения квадратный корень:

$$\frac{(4\rho l + \pi d_2^2 r)}{(4\rho l + \pi d_1^2 r)} = \pm \sqrt{d_2 / d_1}.$$

Все слагаемые, стоящие в левой части этого уравнения – заведомо положительные величины, отрицательный знак перед корнем отбрасываем. Решив уравнение относительно r , найдем

$$r = \frac{4\rho l}{\pi(d_2^2 - d_1^2)} (\sqrt{d_2 / d_1} - 1).$$

Взяв из таблиц значение удельного сопротивления меди, выразив входящие в формулу величины в единицах СИ, выполнив вычисление, получим

$$r = 0,3 \text{ (Ом)}.$$

Задачи к контрольной работе №3

1. Тонкое полукольцо радиусом $R=10$ см равномерно заряжено с линейной плотностью $\tau=10^{-6}$ Кл/м и находится в вакууме. Определить силу взаимодействия полукольца с точечным зарядом $+q_0=10^{-7}$ Кл, находящимся в центре кривизны кольца и напряжённость поля в этой точке.

2. Какая сила будет действовать на свободный диполь, электрический момент которого $p=0,7 \cdot 10^{-10}$ Кл·м, если он расположен в вакууме на расстоянии $d=30$ см от точечного заряда $q=3 \cdot 10^{-7}$ Кл (считать плечо диполя ℓ значительно меньше d)?

3. На расстоянии $r=0,05$ м от центра равномерно заряженной проводящей сферической поверхности, общий заряд которой $q=3 \cdot 10^{-7}$ Кл, находится диполь (электрический момент которого $p=1$ нКл·м. Ось диполя направлена вдоль силовой линии электрического поля сферы. Определить силу, действующую на диполь со стороны сферы.

4. На двух одинаковых каплях воды находится по одному лишнему электрону, причём сила электрического отталкивания капелек уравнивает силу их взаимного тяготения. Каковы радиусы капелек?

5. Определить силу взаимодействия двух молекул паров воды, диполи которых составляют продолжение один другого. Электрический момент диполя воды равен $0,5 \cdot 10^{-30}$ Кл·м, молекулы отдалены друг от друга на расстояние 10^{-7} см.

6. Два одинаковых диполя А и В, с дипольным моментом $p=3$ нКл·м, расположенных взаимно перпендикулярно на расстоянии $r=10$ см. Каковы вращающие моменты, действующие на диполь А, на диполь В и на всю систему в целом, если плечо диполя $\ell=1$ мм?

7. Две одинаковые пластинки заряжены равными одноимёнными зарядами, причём расстояние между ними так мало, что напряжённость поля между ними можно принять равной нулю. Как изменится сила взаимодействия между пластинками, если пространство между ними заполнить жидким диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=7$?

8. Круглая пластинка радиусом $R=8$ см равномерно заряжена. Поверхностная плотность заряда $\sigma=4,5 \cdot 10^{-8}$ Кл/см². Определить напряжённость поля в точке, лежащей на перпендикуляре к плоскости пластинки, проходящем через её геометрический центр, на расстоянии $b=6$ см.

9. Два точечных заряда $q_1=7,5$ нКл и $q_2=-14,7$ нКл расположены на расстоянии $r=5$ см. Найти напряжённость E электрического поля в точке, находящейся на расстояниях $a=3$ см от положительного заряда и $b=6$ см от отрицательного заряда.

10. С какой силой F электрическое поле заряженной бесконечной плоскости действует на единицу длины заряженной бесконечно длинной нити, помещённой в это поле? Линейная плотность заряда на нити, $\tau=3$ мкКл/м, а по-

верхностная плотность заряда на плоскости $s=20 \text{ мКл/м}^2$.

11. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a=10 \text{ см}$ расположены точечные заряды $Q, 2Q, 3Q, 4Q, 5Q, 6Q$ ($Q=0,1 \text{ мКл}$). Найти силу F , действующую на точечный заряд Q , лежащий в плоскости шестиугольника и равноудалённый от его вершин.

12. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен. Линейная плотность заряда $t=10 \text{ мКл/м}$. На продолжении оси стержня на расстоянии $a=20 \text{ см}$ от его конца находится точечный заряд $Q=10 \text{ нКл}$. Определить силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

13. Тонкий очень длинный стержень равномерно заряжен. Линейная плотность заряда $\tau=10 \text{ мКл/м}$. На перпендикуляре к оси стержня, восстановленном из его конца, находится точечный заряд $Q=10 \text{ нКл}$. Расстояние a заряда от конца стержня равно 20 см . Найти силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

14. Тонкая очень длинная нить равномерно заряжена. Линейная плотность заряда $\tau=10 \text{ мКл/м}$. Нить согнута под углом 60° . На расстоянии $a=10 \text{ см}$ от нити, против середины угла, находится точечный заряд $Q=1 \text{ нКл}$. Вычислить силу F , действующую на этот заряд со стороны заряженной нити.

15. Тонкий длинный стержень равномерно заряжен. Линейная плотность заряда $\tau=10 \text{ мКл/м}$. Какова сила, действующая на точечный заряд $Q=10 \text{ нКл}$, находящийся на расстоянии $a=20 \text{ см}$ от стержня, вблизи его середины?

16. Тонкая бесконечная нить, согнутая под углом $\pi/2$, равномерно заряжена. Линейная плотность заряда $\tau=1 \text{ мКл/м}$. Определить силу F , действующую на точечный заряд $Q=0,1 \text{ нКл}$, расположенный на продолжении одной из сторон и удалённый от вершин угла на 50 см .

17. Тонкое кольцо радиусом $R=10 \text{ см}$ несёт равномерно распределённый заряд $Q=0,1 \text{ нКл}$. На перпендикуляре к плоскости кольца, восстановленном из его середины, находится точечный заряд $Q_1=10 \text{ нКл}$. Определить силу F , действующую на точечный заряд Q со стороны заряженного кольца, если он удалён от центра кольца на: 1) $\ell_1=10 \text{ см}$; 2) $\ell_2=2 \text{ м}$.

18. Тонкое полукольцо радиусом $R=10 \text{ см}$ несёт равномерно распределённый заряд. Линейная плотность $\tau=1 \text{ мКл/м}$. В центре кривизны полукольца находится заряд $Q=20 \text{ нКл}$. Определить силу F взаимодействия точечного заряда и заряженного полукольца.

19. По тонкому кольцу радиусом $R=10 \text{ см}$ равномерно распределён заряд с линейной плотностью $t=1 \text{ мКл/м}$. В центре кольца находится заряд $Q=0,4 \text{ нКл}$. Определить силу F , растягивающую кольцо. Взаимодействием зарядов кольца пренебречь.

20. Расстояние d между двумя точечными зарядами $Q_1=2 \text{ нКл}$ и $Q_2=4 \text{ нКл}$ равно 60 см . Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд Q_3 так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить заряд Q_3 и его знак. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

21. Два заряженных шарика, подвешенных на нитях одинаковой длины, опускаются в керосин. Какой должна быть плотность материала шариков, чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в керосине был один и тот же?

22. Два одинаковых проводящих заряженных шара находятся на расстоянии $r=60$ см. Сила отталкивания F_1 шаров равна 70 мкН. После того как шары привели в соприкосновение и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной $F_2=160$ мкН. Вычислить заряды Q_1 и Q_2 , которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

23. Три одинаковых заряда ($Q=1$ нКл) расположены по вершинам равностороннего треугольника. Какой отрицательный заряд Q_1 нужно поместить в центре треугольника, чтобы его притяжение уравновесило силы взаимного отталкивания зарядов? Будет ли это равновесие устойчивым?

24. Соосно с равномерно заряженным стержнем ($\tau_1=1$ мкКл/м) длиной 1 м расположено полукольцо с равномерно распределённым зарядом ($\tau_2=10$ нКл/м). Центр полукольца совмещен с одним из концов стержня. Определить силу взаимодействия стержня с полукольцом.

25. Две бесконечно длинные равномерно заряженные тонкие нити ($\tau_1=\tau_2=\tau=1$ мкКл/м) скрещены под прямым углом. Определить силу их взаимодействия.

26. Тонкий стержень длиной $\ell=20$ см равномерно заряжен. Линейная плотность заряда $\tau=0,1$ мкКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке А, лежащей на оси стержня на расстоянии $a=20$ см от его конца.

27. По тонкому полукольцу радиуса $R=10$ см равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau=1$ мкКл/м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке О, совпадающей с центром кольца.

28. Тонкое кольцо несет равномерно распределенный заряд $Q=0,2$ мкКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке А, равноудаленной от всех точек кольца на расстояние $r=20$ см. Радиус кольца $R=10$ см.

29. Треть тонкого кольца радиуса $R=10$ см несет распределенный заряд $Q=50$ нКл. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке О, совпадающей с центром кольца.

30. Бесконечный тонкий стержень, ограниченный с одной стороны, несет равномерно распределенный заряд с линейной плотностью $\tau=0,5$ мкКл/м. Определить напряженность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке А, лежащей на оси стержня на расстоянии $a=10$ см от его начала.

31. Две трети тонкого кольца радиусом $R=10$ см несут равномерно распределенный с линейной плотностью $\tau=0,2$ мкКл/м заряд. Определить напря-

женность E электрического поля, создаваемого распределенным зарядом в точке O , совпадающей с центром кольца.

32. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 . Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: $r < R$, $R < r < 2R$ и $r > 2R$. Принять $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; вычислить напряженность E в точке, удаленной от центра на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma = 30 \text{ нКл/м}^2$, $r = 1.5R$; 3) построить график $E(r)$.

33. На двух концентрических сферах радиусом R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 . Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса, найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: $r < R$, $R < r < 2R$ и $r > 2R$. Принять $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = -\sigma$; вычислить напряженность E в точке, удаленной от центра на расстояние r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma = 0,1 \text{ мКл/м}^2$, $r = 3R$; 3) построить график $E(r)$.

34. На двух бесконечных параллельных плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 . Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса и принцип суперпозиции электрических полей, найти выражение $E(x)$ напряженности электрического поля в трех областях: слева; справа и между плоскостями. Принять $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E поля в точке, расположенной слева от плоскостей, и указать направление вектора E ; 3) построить график $E(x)$.

35. На двух коаксиальных бесконечных цилиндрах радиусами R и $2R$ равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями σ_1 и σ_2 . Требуется: 1) используя теорему Остроградского-Гаусса: найти зависимость $E(r)$ напряженности электрического поля от расстояния для трех областей: $r < R$, $R < r < 2R$ и $r > 2R$. Принять $\sigma_1 = -2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$; 2) вычислить напряженность E в точке, удаленной от оси цилиндров на расстоянии r , и указать направление вектора E . Принять $\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$, $r = 1,5R$; 3) построить график $E(r)$.

36. Бесконечная плоскость равномерно заряжена с поверхностной плотностью $\sigma = 50 \text{ нКл/м}^2$. Определить значение и направление градиента потенциала электрического поля, созданного этой плоскостью.

37. Напряженность E однородного электрического поля в некоторой точке равна 600 В/м . Вычислить разность потенциалов U между этой точкой и другой, лежащей на прямой, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением вектора напряженности. Расстояние Δr между точками равно 2 мм .

38. Напряженность E однородного электрического поля равна 120 В/м . Определить разность потенциалов U между этой точкой и другой, лежащей на той же силовой линии и отстоящей от первой на $\Delta r = 1 \text{ мм}$.

39. Электрическое поле создано положительным точечным зарядом. Потенциал ϕ поля в точке, удаленной от заряда на $r = 12 \text{ см}$ равен 24 В . Определить

значение и направление градиента потенциала в этой точке.

40. Бесконечная тонкая прямая нить несет равномерно распределенный по длине нити заряд с плотностью $\tau=1$ нКл/м. Определить градиент потенциала в точке, удаленной на расстояние $r=10$ см от нити? Указать направление градиента потенциала.

41. Сплошной шар из диэлектрика ($\epsilon=3$) радиусом $R=10$ см. заряжен с объемной плотностью $\rho=50$ нКл/м³. Напряженность электрического поля внутри и на поверхности такого шара выражается формулой $E=(\rho/3\epsilon\epsilon_0)\cdot r$, где r – расстояние от центра шара до точки, в которой вычисляется напряжённость. Определить разность потенциалов $\Delta\phi$ между центром шара и точками, лежащими на его поверхности.

42. Шар радиуса $r=1$ см с зарядом $Q=5$ мкКл окружен сферической оболочкой радиуса $R=3$ см. Диэлектрическая проницаемость вещества оболочки $\epsilon=7$. Найти поверхностную плотность зарядов на внутренней и внешней поверхностях диэлектрика. Построить график зависимости напряженности и потенциала поля системы от расстояния до центра шара.

43. Большая плоская пластина толщиной $d=1$ см равномерно заряжена по объёму. Объемная плотность заряда $\rho=30$ нКл/м³. Найти напряжённость E электрического поля вблизи центральной части пластины вне её на малом расстоянии от поверхности.

44. Полый стеклянный шар равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho=75$ нКл/м³. Внутренний радиус R_1 шара равен 5 см, наружный – $R_2=10$ см. Вычислить напряжённость E электрического поля в точках, отстоящих от центра шара на расстоянии: 1) $r_1=3$ см; 2) $r_2=6$ см; 3) $r_3=12$ см. Построить график зависимости $E(r)$.

45. Тонкий однородный диск радиусом $R=10$ см, заряженный равномерно с поверхностной плотностью $\sigma=3$ мкКл/м², находится в вакууме. Определить напряжённость электрического поля: 1) на высоте $h=12$ см над диском по оси симметрии; 2) в центре диска.

46. На каком расстоянии от диска (смотри условие задачи 45) напряженность электрического поля будет: 1) максимальной; 2) минимальной.

47. Горизонтально расположенный диск, радиус которого $R=0,5$ м, заряжен равномерно. Поверхностная плотность заряда $\sigma=3,33\cdot 10^{-4}$ Кл/м². Маленький шарик массой $m=3,14$ г, с зарядом $q=3,27\cdot 10^{-7}$ Кл, находится в состоянии равновесия над центром диска. Определить расстояние шарика от диска.

48. На расстоянии $r=0,5$ м от центра равномерно заряженной сферической поверхности, общий заряд которой $q=3\cdot 10^{-4}$ Кл находится диполь. Ось диполя направлена вдоль силовой линии электрического поля сферы. Каждый из зарядов диполя $q_0=10^{-8}$ Кл, а расстояние между ними $r_0=1$ см. Определить силу, действующую на диполь.

49. Не пользуясь теоремой Остроградского-Гаусса: получить формулу напряжённости электрического поля E бесконечного равномерно заряженного

стержня. Вычислить напряженность в точке, расположенной на расстоянии $r=20$ см от стержня, если линейная плотность заряда $\tau=7$ нКл/м.

50. Проводящая полусфера радиуса $R=0,1$ м равномерно заряжена с поверхностной плотностью заряда $\sigma=1,63$ нКл/м². Определить напряжённость электрического поля в центре симметрии полусферы.

51. Тонкая круглая пластина несет равномерно распределенный по плоскости заряд $q=1$ нКл. Радиус R пластины равен 5 см. Определить потенциал φ электрического поля в двух точках: 1) в центре пластины; 2) в точке, лежащей на оси, перпендикулярной плоскости пластины и отстоящей от центра пластины на $a=5$ см.

52. Имеются две концентрические металлические сферы радиусами $R_1=3$ см и $R_2=6$ см. Пространство между сферами заполнено парафином. Заряд q_1 внутренней сферы равен 1 нКл, внешний $q_2=2$ нКл. Найти потенциал (электрического поля на расстоянии: 1) $r_1=1$ см; 2) $r_2=5$ см 3) $r_3=9$ см от центра сфер.

53. Металлический шар радиусом $R=5$ см несет заряд $q=1$ нКл. Шар окружен слоем эбонита толщиной $d=2$ см. Вычислить потенциал (электрического поля на расстоянии: 1) $r_1=3$ см; 2) $r_2=6$ см; 3) $r_3=9$ см от центра шара. Построить зависимость $\varphi(r)$.

54. Металлический шар радиусом $R_1=10$ см заряжен до потенциала $\varphi_1=300$ В. Определить потенциал φ_2 этого шара в двух случаях :1) после того, как его окружают сферической проводящей оболочкой радиуса $R_2=15$ см и на короткое время соединяют с ней проводником; 2) если его окружить сферической проводящей заземленной оболочкой радиуса $R_2=15$ см.

55. Заряд распределен равномерно по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью $\sigma=10$ нКл/м². Определить разность потенциалов $\Delta\varphi$ двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от плоскости на расстояние $d=10$ см.

56. Определить потенциал φ , до которого можно зарядить уединенный металлический шар радиусом $R=10$ см., если напряженность E поля, при которой происходит пробой воздуха, равна 3 МВ/м. Найти также максимальную поверхностную плотность σ электрических зарядов перед пробоем.

57. Две бесконечные параллельные плоскости находятся на расстоянии $d=0,5$ см друг от друга. На плоскостях равномерно распределены заряды с поверхностными плотностями $\sigma_1=0,2$ мкКл/м² и $\sigma_2=-0,3$ мкКл/м². Определить разность потенциалов U между плоскостями.

58. Внутри незаряженного плоского конденсатора, пластины которого расположены горизонтально на расстоянии $d=1$ см друг от друга, находится пылинка. Вследствие сопротивления воздуха пылинка падает с постоянной скоростью так, что путь от верхней пластины до нижней пластины она проходит за время $t_0=10$ с. Когда пылинка находится у нижней пластины, на конденсатор подаётся напряжение $U=980$ В. Через время $t=5$ с после этого пылинка достигает верхней пластины. Определить отношение заряда пылинки к её массе. Силу

сопротивления воздуха считать пропорциональной скорости.

59. Металлический шарик диаметром $d=2$ см заряжен отрицательно до потенциала $\varphi=150$ В. Сколько электронов находится на поверхности шарика?

60. Сто одинаковых капель ртути, заряженных до потенциала $\varphi=20$ В, сливаются в одну большую каплю. Каков потенциал φ_1 образовавшейся капли?

61. Две круглые металлические пластины радиусом $R=10$ см каждая, заряженные разноименно, расположены одна против другой параллельно друг к другу и притягиваются с силой $F=2$ мН. Расстояние d между пластинами равно 5 см. Определить разность потенциалов U между пластинами.

62. Электрическое поле создано отрицательно заряженным металлическим шаром, радиус которого R . Определить работу A_{12} внешних сил по перемещению заряда $q=40$ нКл из точки 1 с потенциалом $\varphi_1=-300$ В в точку 2. Расстояние точек от поверхности шара соответственно равны: $r_1=R$; $r_2=3R$.

63. Плоская стеклянная пластинка толщиной $d=2$ см заряжена равномерно с объемной плотностью $\rho=10$ мКл/м³. Найти разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точкой, лежащей на поверхности пластины, и точкой, находящийся внутри пластины в ее середине. Считать, что размеры пластины велики по сравнению с ее толщиной.

64. Сплошной парафиновый шар радиусом $R=10$ см равномерно заряжен с объемной плотностью $\rho=1$ мКл/м³. Определить потенциал φ электрического поля в центре шара и на его поверхности. Построить график зависимости $\varphi(r)$.

65. Эбонитовый толстостенный полый шар несет равномерно распределенный по объему заряд с плотностью $\rho=2$ мКл/м³. Внутренний радиус R_1 шара равен 3 см, наружный $R_2=6$ см. Определить потенциал φ шара в следующих точках: 1) на наружной поверхности шара; 2) на внутренней поверхности шара; 3) в центре шара.

66. Точечные заряды $q_1=1$ мКл и $q_2=0.1$ мКл находятся на расстоянии $r_1=10$ см друг от друга. Какую работу A совершат силы поля, если второй заряд, отталкиваясь от первого, удалится от него на расстояние: 1) $r_2=10$ м; 2) $r_3=\infty$?

67. Электрическое поле создано двумя одинаковыми положительными точечными зарядами q , расположенными на расстоянии $d=2a=20$ см. Найти работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $q_1=10$ нКл из точки 1 с потенциалом $\varphi_1=300$ В в точку 2. Точка 1 находится на середине прямой соединяющей центры зарядов, а точка 2 – на продолжении этой прямой на расстоянии равном a .

68. Электрическое поле создано двумя одинаковыми по величине положительным и отрицательным точечными зарядами q , расположенными на расстоянии $d=2a=20$ см, модуль которых равен 1 мКл. Найти работу $A_{1,2}$ сил поля по перемещению заряда $q_1=50$ нКл из точки 1 в точку 2. Точка 1 находится на середине прямой соединяющей центры зарядов, а точка 2 – на перпендикуляре к этой прямой, восстановленном к центру отрицательного заряда, на расстоянии равном a .

69. Электрическое поле создано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 2 \text{ мкКл/м}^2$. В этом поле вдоль прямой, составляющей угол $\alpha = 60^\circ$ с плоскостью, из точки 1 в точку 2, расстояние ℓ между которыми равно 20 см, перемещается точечный электрический заряд $q = 10 \text{ нКл}$. Определить работу A сил поля по перемещению заряда.

70. На отрезке прямого провода равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 1 \text{ мкКл/м}$. Определить работу A сил поля по перемещению заряда $q = 1 \text{ нКл}$ из точки В в точку С. Длина отрезка $\ell = 10 \text{ см}$. Точки расположены вдоль оси провода на расстоянии ℓ и 2ℓ от одного из его концов.

71. Тонкий стержень согнут в полукольцо. Стержень заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 133 \text{ нКл/м}$. Какую работу A надо совершить, чтобы переместить заряд $q = 6,7 \text{ нКл}$ из центра полукольца в бесконечность?

72. Тонкий стержень согнут в кольцо радиусом $R = 10 \text{ см}$. Он заряжен с линейной плотностью $\tau = 300 \text{ нКл/м}$. Какую работу A надо совершить чтобы перенести заряд $q = 5 \text{ нКл}$ из центра кольца в точку, расположенную на оси кольца на расстоянии $\ell = 20 \text{ см}$ от его центра?

73. Электрическое поле создано равномерно распределенным по кольцу зарядом ($\tau = 1 \text{ мкКл/м}$). Определить работу A_{12} сил поля по перемещению заряда $q = 10 \text{ нКл}$ из точки 1 (в центре кольца) в точку 2, находящуюся на перпендикуляре к плоскости кольца. Расстояние от точки 1 до точки 2 – R .

74. Определить работу A_{12} сил поля по перемещению заряда $q = 1 \text{ мкКл}$ из точки 1 в точку 2 поля, созданного заряженным проводящим шаром. Потенциал ϕ шара равен 1 кВ; радиус R . Точки 1 и 2 находятся на радиальной прямой на расстоянии R и $3R$ от поверхности шара.

75. Бесконечная прямая нить несет равномерно распределенный заряд ($\tau = 0,1 \text{ мкКл/м}$). Определить работу A_{12} сил поля по перемещению заряда $q = 50 \text{ нКл}$ из точки 1 в точку 2, которые находятся на перпендикуляре к нити по разные стороны от нее. Расстояние от точки 1 до нити $a_1 = 15 \text{ см}$; от точки 2 – $a_2 = 30 \text{ см}$.

76. Найти энергию электрического поля следующих конденсаторов, заряженных до разности потенциалов U : а) плоского конденсатора с площадью пластин S , расположенных на расстоянии d друг от друга, если площадь пластин 1 м^2 , расстояние 1 мм, разность потенциалов между пластинами 1 кВ; б) сферического конденсатора с радиусами сфер $r_1 = 5 \text{ см}$ и $r_2 = 10 \text{ см}$; в) цилиндрического конденсатора длиной $\ell = 20 \text{ см}$ с радиусами обкладок $r_1 = 5 \text{ см}$ и $r_2 = 10 \text{ см}$.

77. Плоский воздушный конденсатор заполнили керосином ($\epsilon = 2$) и зарядили, сообщив ему энергию $W = 50 \text{ мкДж}$. Затем конденсатор отсоединили от источника, слили керосин и разрядили. Какая энергия выделилась при разрядке?

78. На пластины плоского конденсатора помещен заряд $q = 10 \text{ мкКл}$. Площадь пластин $S = 25 \text{ см}^2$; расстояние между ними $d = 15 \text{ мм}$. а) Какую работу нужно совершить, чтобы увеличить расстояние между пластинами на d ? б) Ка-

кую работу нужно совершить, чтобы сдвинуть пластины на расстояние $x=3$ см друг относительно друга? Расстояние между пластинами остается неизменным. Пластины имеют форму квадратов; в) Какая работа совершается в случаях а) и б), если между пластинами конденсатора поддерживается постоянная разность потенциалов?

79. Определить силу, с которой притягиваются пластины плоского конденсатора, если источник напряжения, зарядивший конденсаторы до разности потенциалов 1000 В, отсоединен. Площадь пластин 100 см^2 , расстояние между пластинами 1 мм. Изменится ли сила взаимодействия пластин, если источник напряжения будет постоянно подсоединен к пластинам?

80. В плоский конденсатор с размерами пластин 100 см^2 и расстоянием между ними $d=5$ мм помещена проводящая пластинка толщиной $s=2$ мм и с размерами 100 см^2 . Определить, какую силу нужно приложить к пластинке, чтобы удержать ее на месте, если: а) на пластине помещены заряды $Q_+=3 \text{ мкКл}$; б) между пластинами поддерживается постоянная разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = 100 \text{ В}$.

81. Внутри двух пар заземленных металлических пластин расположена тонкая непроводящая пластина, которую можно равномерно зарядить по всей поверхности. Масса этой пластины $M=10$ г, ее ширина по горизонтали $\ell=5$ см. Расстояние между заземленными пластинами $a=2$ мм и $b=3$ мм. Размеры пластин много больше расстояния между ними, Вся система находится в вертикальном положении в поле тяжести. При какой поверхностной плотности заряда непроводящая пластина начнет двигаться вверх?

82. Найдите электрическое давление на внутреннюю поверхность сферического конденсатора, заряженного до разности потенциалов $U=150 \text{ В}$. Внешний радиус конденсатора $R=10$ мм, внутренний – $r=8$ мм.

83. Конденсатор емкостью $C=5 \text{ мкФ}$ подсоединен к батарее, которая поддерживает на обкладках конденсатора разность потенциалов $U=50 \text{ В}$. Какой заряд пройдет через батарею при заполнении пространства между пластинами жидкостью с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=81$?

84.(а) Два одинаковых конденсатора заполнены жидким диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon=2,2$. Конденсаторы соединены друг с другом параллельно и заряжены до разности потенциалов $U=50 \text{ В}$. Как изменится разность потенциалов, если у одного из конденсаторов вытечет диэлектрик? Как изменится разность потенциалов в батарее из $n=10$ параллельно соединенных конденсаторов, заряженной до той же разности потенциалов, если из одного конденсатора вытечет диэлектрик? б) Батарея из $n=10$ последовательно соединенных конденсаторов заряжена до разности потенциалов 50 В . Как изменится разность потенциалов батареи, если из одного конденсатора вытечет диэлектрик? Конденсаторы отсоединены от источника напряжения.

85.(а) Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено диэлектриком, состоящим из двух половинок равных размеров, но с разными

диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1=2,0$ и $\varepsilon_2=7,0$. Найдите емкость такого конденсатора. Площадь пластин конденсатора $S=100 \text{ см}^2$, расстояние между пластинами $d=4 \text{ мм}$; (б) Пространство между обкладками заполнено двумя слоями диэлектриков толщины $h_1=1 \text{ мм}$ и $h_2=3 \text{ мм}$. Диэлектрические проницаемости диэлектриков $\varepsilon_1=2,0$ и $\varepsilon_2=7,0$. Площадь пластин $S=100 \text{ см}^2$. Найдите емкость конденсатора.

86. Пластина из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=7$ помещена в однородное электрическое поле напряженности $E_0=2,0 \text{ кВ/м}$ так, что ее нормаль составляет угол $\alpha=35^\circ$ с направлением напряженности. Найдите напряженность поля внутри пластины.

87. Обкладкам плоского конденсатора сообщены заряды $+q$. Зазор между обкладками заполнен веществом, диэлектрическая проницаемость которого изменяется в перпендикулярном к обкладкам направлении x по закону $\varepsilon=\varepsilon_1(1+x/d)$, где x – расстояние от положительной пластины, d – расстояние между пластинами. Найти объемную плотность заряда ρ как функцию x . Площадь пластин S .

88. Плоский конденсатор с площадью пластин $S=10 \text{ см}^2$ и расстоянием между пластинами $d=0,1 \text{ см}$ подключен к источнику постоянного напряжения $U=2 \text{ В}$. В пространство между обкладками конденсатора ввели плоскую металлическую пластину толщиной $d_1=0,05 \text{ см}$. Определить заряд, прошедший через соединительные провода при введении пластины.

89. Расстояние между пластинами плоского конденсатора $d=5 \text{ мм}$, разность потенциалов 150 В . На нижней пластине лежит плитка парафина ($\varepsilon=2$) толщиной $d_2=4 \text{ мм}$. Определить поверхностную плотность связанных зарядов этой пластинки.

90. Тонкую сферическую оболочку радиусом $R_1=5,0 \text{ см}$ и массой $m=0,015 \text{ г}$ заряжают до тех пор, пока при достижении потенциала $\varphi_1=10 \text{ кВ}$ оболочка не разлетается на мелкие осколки вследствие электростатического отталкивания её частей. Определить скорость v осколков к моменту, когда они окажутся на сферической поверхности радиусом $R_2=12 \text{ см}$.

91. В плоский воздушный конденсатор вдвинули стеклянную пластинку ($\varepsilon=7$) так, что она образовала с пластинами угол $\alpha_1=\pi/4$. Определить, на какой угол β от своего первоначального направления отклоняются силовые линии электрического поля конденсатора в пластине.

92. Плоский конденсатор содержит слой слюды толщиной $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ и слой парафинированной бумаги ($\varepsilon=2$) толщиной 10^{-3} м . Найти разность потенциалов на слоях диэлектриков и напряжённость поля в каждом из них, если разность потенциалов между обкладками конденсатора 220 В .

93. Две концентрические сферические поверхности, находящиеся в вакууме, заряжены одинаковым количеством электричества $q=3 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$. Радиусы этих поверхностей $R_1=1 \text{ м}$ и $R_2=2 \text{ м}$. Найти энергию электрического поля, заключённого между этими сферами.

94. Пять параллельно соединённых одинаковых конденсаторов ёмкостью по 0,1 мкФ заряжаются до общей разности потенциалов $U=30$ кВ. Определить среднюю мощность заряда, если батарея разряжается за $t=1,5 \cdot 10^{-6}$ с. Остаточное напряжение равно 0,5 кВ.

95. Шар, погруженный в керосин: имеет потенциал 4500 В и поверхностную плотность заряда $\sigma=1,1$ мкКл/м². Найти радиус, электроёмкость, заряд и энергию шара.

96. В широкий сосуд с жидкостью ставится вертикально плоский конденсатор так, что нижняя часть пластин конденсатора входит в жидкость, конденсатор подсоединён к батарее, которая поддерживает на его обкладках разность потенциалов $U=1,5$ кВ. Расстояние между пластинами конденсатора $d=5$ мм, плотность жидкости $\rho=0,8 \cdot 10^3$ кг/м³, диэлектрическая проницаемость $\epsilon=2,2$. Жидкость несжимаема. Поверхностное натяжение мало. На какую высоту поднимется жидкость в конденсаторе?

97. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом $R=10$ см каждая. Расстояние между пластинами $d=2$ мм. Конденсатор присоединён к источнику напряжением $U=80$ В. Определить заряд q и напряженность E поля конденсатора в двух случаях: а) диэлектрик – воздух; б) диэлектрик – стекло.

98. Два металлических шарика радиусами $R_1=5$ см и $R_2=10$ см имеют заряды $q_1=40$ нКл и $q_2=-20$ нКл соответственно. Найти энергию W , которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

99. Абсолютный электромметр представляет собой плоский конденсатор, нижняя пластина которого неподвижна, а верхняя подвешена к коромыслу весов. При незаряженном конденсаторе расстояние между пластинами $d=0,8$ см. Какую разность потенциалов приложили к пластинам конденсатора, если для сохранения того же расстояния между ними на другую чашку весов пришлось положить груз массой $6,0 \cdot 10^{-3}$ кг? Площадь пластин $S=50$ см²?

100. Цилиндрический конденсатор состоит из внутреннего цилиндра радиусом $r=3$ мм, двух слоёв изолятора и внешнего цилиндра радиуса $R=1$ см. Первый слой изолятора толщиной $d_1=3$ мм примыкает к внутреннему цилиндру. Найти отношение падений потенциала в этих слоях.

101. На два последовательно соединённых плоских слюдяных конденсатора общей ёмкостью $C=0,01$ мкФ подано постоянное напряжение $U=100$ В. Определить силу тока утечки через конденсатор, если известны удельное сопротивление слюды $\rho=10^{11}$ Ом·м и её диэлектрическая проницаемость $\epsilon=6$.

102. Электромобиль массой $m=3200$ кг при скорости $v=20$ м/с продолжает разгоняться с ускорением $a=0,5$ м/с². При этом двигатель потребляет ток $I=150$ А от аккумуляторной батареи с напряжением 120 В. Определить КПД двигателя.

103. Внутреннее сопротивление гальванометра $R_g=680$ Ом. Как и какое сопротивление нужно подключить к нему, чтобы можно было измерить ток си-

лой 2,5 А? Шкала гальванометра рассчитана на 300 мкА.

104. Внутреннее сопротивление гальванометра $R_g=720$ Ом. Как и какое сопротивление нужно подключить к нему, чтобы можно было измерить им напряжение, равное 300 В? Шкала гальванометра рассчитана на 300 мкА.

105. Через аккумулятор в конце зарядки течёт ток $I_1=4$ А. При этом напряжение на его клеммах $U_1=12,8$ В. При разрядке того же аккумулятора током $I_2=6$ А напряжение на его клеммах $U_2=11,2$ В. Определить силу тока короткого замыкания.

106. Источниками электрического тока в системах электрического оборудования автомобилей является генератор постоянного тока и соединённый с ним параллельно аккумулятор. ЭДС генератора $E_1=14$ В, его внутреннее сопротивление $r=0,05$ Ом. ЭДС аккумулятора $E_2=12$ В. При каком токе I , потребляемом нагрузкой, аккумулятор начнёт разряжаться?

107. Две батареи с ЭДС $E_1=20$ В, $E_2=30$ В и внутренними сопротивлениями $r_1=4$ Ом, $r_2=6$ Ом соединены параллельно. Каковы параметры E и r генератора, которым можно заменить эти батареи без изменения тока в нагрузке?

108. Катушка диаметром $D=20$ см с намотанным на неё медным проводом длиной $\ell=20$ м и поперечным сечением 2 мм² приводится во вращение с угловой скоростью $\omega=25\pi$ об/с. С помощью скользящих контактов катушка замыкается на баллистический гальванометр. При резком торможении катушки стрелка гальванометра отклоняется на 4,2 деления. Какова цена деления гальванометра?

109. При внешнем сопротивлении $R_1=3$ Ом ток в цепи $I_1=0,3$ А, при $R_2=5$ Ом, $I_2=0,2$ А. Определить ток короткого замыкания источника ЭДС.

110. По медному проводу сечением $S=0,17$ мм² течёт ток $I=0,2$ А. Определить, какая сила действует на отдельные свободные электроны со стороны электрического поля.

111. Плоский конденсатор с диэлектриком из парафинированной бумаги ($\epsilon=2$) через $t=10$ мин сохранил заряд q , равный 0,1 первоначального заряда q_0 . Предполагая, что утечка произошла только через диэлектрик, вычислить его удельное сопротивление.

112. Батарея аккумуляторов соединена параллельно с генератором постоянного тока. ЭДС генератора $E=110$ В, а батареи 100В, их внутренние сопротивления равны между собой: $r_1=r_2=5$ Ом. В зависимости от нагрузки в сети аккумуляторы будут разряжаться или заряжаться. Определить, какой из этих случаев будет наблюдаться при сопротивлении в сети $R=100$ Ом.

113. На телефонной линии телеграфист в точке А знает, что между точками А и В произошло нарушение изоляции, что равносильно заземлению. Включая батарею между землей и своим концом линии, он измерил возникающую при этом в линии силу тока при трех условиях: 1) линия заземлена на станции С и изолирована в В (ток I); 2) линия заземлена в В и изолирована в С (ток I'); 3) линия изолирована в точках В и С (I''). Определить расстояние от точки повреждения линии до станции А. Предполагается, что сопротивлением

Земли, а также сопротивлениями заземлений на станциях можно пренебречь ($I=4$ А; $I'=5$ А; $I''=3$ А; $AC=c=50$ км; $AB=b=30$ км).

114. Металлический диск вращается вокруг своей оси, перпендикулярной плоскости диска, с угловой скоростью $\omega=100$ с⁻¹. Радиус диска $R=10$ см. Какая разность потенциалов должна возникнуть между центром и краем диска?

115. Лампа накаливания потребляет ток, равный 0,5 А. Температура накаливания вольфрамовой нити лампы диаметром 0,1 мм соответствует 2200 °С; ток подводится медным проводом сечением 5 мм². Определить напряжённость электрического поля в меди и вольфраме (для вольфрама ($\alpha=0,0045$ 1/К)).

116. Внутреннее сопротивление r батареи аккумуляторов равно 3 Ом. Сколько процентов от точного значения ЭДС составляет погрешность, если, измеряя разность потенциалов на зажимах батареи вольтметром с сопротивлением $R_v=200$ Ом, принять её равной ЭДС.

117. По медному проводу сечения $S=1$ мм² течет ток $I=10$ мА. Найти среднюю скорость v упорядоченного движения электронов вдоль проводника. Считать, что на каждый атом меди в среднем приходится один электрон проводимости. Молярная масса меди $\mu=63,6$ кг/моль, плотность $\rho=8,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

118. Плоский конденсатор с расстоянием между обкладками $d=1,5$ мм, заполненный средой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon=7$ и удельным сопротивлением $\rho=10^{11}$ Ом·м включен в цепь батареи с $E=50$ В и внутренним сопротивлением $r=6$ Ом. Чему равна напряженность электрического поля в конденсаторе, если его емкость $C=50$ мкФ?

119. Определить силу тока, которую создаёт электрон, вращающийся вокруг ядра в атоме водорода, если радиус его орбиты принять равным $5,3 \cdot 10^{-10}$ м.

120. Конденсатор ёмкостью $C=300$ пФ подключается через сопротивление $R=500$ Ом к источнику постоянного напряжения U_0 . Определить время t , по истечении которого напряжение на конденсаторе U составит $0,99 U_0$.

121. Батарея из 50 последовательно соединённых элементов питает электрическую цепь, состоящую из алюминиевого провода длиной 15 км с площадью поперечного сечения 3 мм² и потребителей с общим сопротивлением 150 Ом. ЭДС и внутреннее сопротивление каждого из элементов соответственно равны 1,4 В и 0,3 Ом. Определить силу тока в цепи.

122. К конденсатору ёмкостью $C=10$ мкФ подсоединяют аккумулятор с $E=2$ В через сопротивление $R=10^3$ Ом. Через сколько времени конденсатор будет заряжен до напряжения 1,98 В. Внутреннее сопротивление аккумулятора очень мало.

123. Проволочное медное кольцо радиуса 0,1 м раскрутили до угловой скорости $\omega=103$ рад/с. Определить, какой ток пойдёт через кольцо при равномерном замедлении вращения до остановки в течение времени $t=10^{-3}$ с, если площадь сечения проволоки $S=0,5$ см².

124. Под конец зарядки аккумулятора при силе тока в цепи $I_1=3$ А пока-

зание вольтметра, подключенного к зажимам аккумулятора, $U_1=4,25$ В. В начале разрядки того же аккумулятора при силе тока в цепи $I_1=4$ А показание вольтметра $U_2=3,9$ В. Определить ЭДС и внутреннее сопротивление аккумулятора.

125. Сила тока I в проводнике меняется со временем t по закону $I=6(t+t^3) \cdot e^{\alpha t}$. Какой заряд проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1=1$ с до $t_2=12$ с, если $\alpha=0,01$ с $^{-1}$.

126. Пять последовательно соединённых источников с ЭДС по 1,4 В и внутренним сопротивлением 0,2 Ом каждый замкнуты на внешнее сопротивление R . Какой величины должно быть R , чтобы во внешней цепи выделялась максимальная мощность?

127. К двум батареям, соединённым параллельно, подключили электролампу. Каким сопротивлением должна она обладать, чтобы мощность её была максимальной, если ЭДС первой батареи равна 12 В, второй 10 В и их внутренние сопротивления $r_1=r_2=1$ Ом?

128. Решить предыдущую задачу при условии, что полный ток, проходящий через первую батарею, не должен превышать 1,5 А. Во сколько раз мощность, потребляемая электролампой при этом условии, будет меньше максимальной?

129. Группа учёных во главе с Г.А. Николаевым разработала установку для сварки электронным лучом в вакууме таких металлов, как вольфрам, молибден и пр. Электроны, вылетая из катода, попадают в ускоряющее поле между катодом и анодом, напряжение между которыми $U=30 \cdot 10^4$ В. За время $t=1 \cdot 10^{-6}$ с на свариваемую деталь падает приблизительно 10^{11} электронов, которые концентрируются в очень узкий пучок с помощью магнитного поля. Определить полезную мощность установки, если потери, возникающие при бомбардировке деталей электронами, равны 1%.

130. Электромотор подключен к источнику постоянного тока, ЭДС которого равна $E=36$ В. Определить мощность, расходуемую на приведение в движение электромотора при протекании по его обмотке тока $I=10$ А, если известно, что при полном затормаживании якоря в цепи протекает ток $I_0=20$ А.

131. В нагревателе, подключенном к аккумулятору с ЭДС $E=12$ В и внутренним сопротивлением $r=0,2$ Ом, выделяется тепловая мощность $N=100$ Вт, при этом КПД аккумулятора больше 50%. Когда спираль нагревателя перегорела, к аккумулятору подключили оставшуюся целой длиной $a=0,8$ часть спирали. Во сколько раз изменится при этом мощность нагревателя и КПД аккумулятора. Указание: КПД аккумулятора определяется в данном случае как отношение выделяющейся в нагревателе тепловой мощности к полной мощности аккумулятора.

132. Протекающий через резистор с сопротивлением $R=100$ Ом ток изменяется со временем по закону $I=k \cdot (t)^{3/2}$, где $k=7$ А·(с) $^{-3/2}$. Какое время протекал ток, если на резисторе выделилось количество теплоты $Q=1,8$ кДж?

133. Сила тока в цепи изменяется по закону $I = I_0 \cdot \sin \omega t$. Определить количество теплоты, которое выделяется в проводнике сопротивлением $R = 15 \text{ Ом}$ за время равное три четверти периода (от $t_1 = T/4$ до $t_2 = T$), где $T = 10 \text{ с}$.

134. Сила тока в цепи изменяется со временем по закону $I = I_0 t^2 e^{-at}$. Определить количество теплоты, которое выделится в проводнике сопротивлением $R = 30 \text{ Ом}$ за время, в течение которого сила тока уменьшится в "e" раз. Коэффициент "a" принять равным $2 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$.

135. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 15 \text{ Ом}$ равномерно возрастает от $I_0 = 0$ до некоторого максимального значения в течение времени $t = 5 \text{ с}$. За это время в проводнике выделилось количество теплоты $Q = 10 \text{ кДж}$? Найти среднюю силу тока в проводнике за этот промежуток времени.

136. ЭДС батареи аккумуляторов $E = 12 \text{ В}$, сила тока короткого замыкания $I_0 = 5 \text{ А}$. Какую наибольшую мощность $P_{\max}$ можно получить во внешней цепи, соединённой с такой батареей.

137. Определить массу меди, необходимой для устройства двухпроводной линии длиной $\ell = 5 \text{ км}$. Напряжение на шинах станции $U = 2400 \text{ В}$. Передаваемая потребителю мощность $N = 60 \text{ кВт}$. Допускаемая потеря напряжения на проводах равна 8%.

138. Напряжение на резисторе с сопротивлением $R = 100 \text{ Ом}$ изменяется со временем по закону $U = k \cdot t^{2/3}$, где $k = 12 \text{ В} \cdot (\text{с})^{-2/3}$. Определить количество теплоты, выделяющееся на резисторе за первые 120 с.

139. Если напряжение в сети равно $U_1 = 120 \text{ В}$, то вода в электрическом чайнике закипает через $t_1 = 20 \text{ мин}$. Если же напряжение в сети равно $U_2 = 110 \text{ В}$, то при таком же количестве воды и при такой же начальной температуре вода закипает через $t_2 = 28 \text{ мин}$. Предполагая, что потери тепла от чайника в окружающее пространство пропорциональны времени нагревания, рассчитать, через сколько времени закипит вода при напряжении в сети, равном $U_3 = 100 \text{ В}$.

140. Для накала нити одного из типов электронной лампы требуется напряжение 3,8 В, причём по нити идёт ток 0,65 А. Вследствие испарения материала нити диаметр её уменьшается на 10%. Какое напряжение необходимо для поддержания прежней температуры накала? Какой ток течёт при этом по цепи?

141. Свинцовая проволока диаметром $d_1 = 1 \text{ мм}$ в плавком предохранителе расплавляется при длительном токе не менее $I_1 = 8 \text{ А}$. Определить при каком токе I_2 расплавится проволока диаметром $d_2 = 2 \text{ мм}$. Считать проволоку достаточно длинной (для того, чтобы можно было пренебречь охлаждением у её зажимов). Считать, что потери теплоты в окружающее пространство прямо пропорциональны площади поверхности проволоки.

142. К концам свинцовой проволоки длиной $\ell = 5 \text{ см}$ и диаметром $d = 0,2 \text{ мм}$ прикладывается напряжение $U = 120 \text{ В}$. Какой промежуток времени t пройдёт до того момента, как проволока начнёт плавиться? Температура плавления свинца $t = 327 \text{ }^\circ\text{С}$. Начальная температура проволоки равна $18 \text{ }^\circ\text{С}$. Потерей

теплоты в пространство и изменением теплоёмкости свинца вследствие нагревания можно пренебречь.

143. Через металлический стержень, в котором поддерживается постоянный градиент температуры $\Delta T/\Delta \ell = -0,005$ К/м, за некоторый промежуток времени прошло количество теплоты $Q = 6 \cdot 10^{-6}$ Дж. Какой заряд пройдёт через стержень за то же время, если между его концами поддерживать градиент потенциала $d\phi/d\ell = 0,005$ В/м? Температура стержня равна 18°C .

144. Нагреватель кипятильника состоит из четырёх секций, каждая из которых имеет сопротивление $R_1 = 1$ Ом. Нагреватель питают от аккумуляторной батареи с ЭДС $E = 8$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом. Как нужно включить элементы нагревателя, чтобы вода в кипятильнике нагрелась быстрее? Какова при этом мощность, расходуемая аккумулятором?

145. Какой ток пойдёт по проводящим проводам при коротком замыкании, если на двух электроплитках с сопротивлениями $R_1 = 200$ Ом и $R_2 = 500$ Ом выделяется при поочерёдном включении одинаковая мощность $N = 350$ Вт.

146. Какая мощность выделяется в единице объема проводника длиной $\ell = 0,2$ м, если на его концах поддерживается разность потенциалов $U = 2$ В?

147. Из нихромового провода длиной ℓ нужно сделать n одинаковых нагревателей так, чтобы они имели общую максимальную мощность. Используется источник тока с электродвижущей силой E и внутренним сопротивлением r . Определить число нагревателей.

148. В старой аккумуляторной батарее, состоящей из 6 последовательно соединённых банок с внутренними сопротивлениями $r = 0,2$ Ом, внутреннее сопротивление одной из банок резко возросло до $10r$. Считая ЭДС всех банок одинаковыми, определить при каких сопротивлениях нагрузки мощность, выделяемая на нагрузке, не изменится при коротком замыкании повреждённой банки.

149. Поток тепла от спирали электроплитки линейно зависит от разности температур спирали и воздуха: $N = (T - T_0)$. Сопротивление спирали тоже линейно зависит от этой разности: $R = R_0 \cdot [1 + a \cdot (T - T_0)]$, где R_0 — сопротивление спирали при комнатной температуре T_0 . До какой температуры нагреется спираль током силы I ?

150. В ртутном диффузионном насосе ежеминутно испаряется 100 г ртути. Чему должно быть равно сопротивление нагревателя насоса, если нагреватель включается в сеть напряжением $U = 127$ В? Удельную теплоту парообразования ртути принять равной $\lambda = 2,96 \cdot 10^5$ Дж/кг.

151. Сопротивление $R = 1,6$ Ом и два элемента, ЭДС, которых одинаковы и равны $3,5$ В, с внутренними сопротивлениями соответственно равными $r_1 = 0,7$ Ом и $r_2 = 1,2$ Ом, соединены параллельно. Определить силу тока в каждом из элементов и во всей цепи.

152. Два последовательно соединённых элемента с одинаковым ЭДС $E_1 = E_2 = 2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 1,5$ Ом замкнуты на

внешнее сопротивление $R=0,5$ Ом. Найти разность потенциалов U на зажимах каждого элемента.

153. Батарея с ЭДС $E=20$ В, амперметр и реостаты с сопротивлениями R_1 и R_2 соединены последовательно. При выведенном реостате R_1 амперметр показывает ток $I=8$ А, при введенном реостате R_1 – ток $I=5$ А. Найти сопротивления R_1 и R_2 реостатов и падения потенциала U_1 и U_2 на них, когда реостат R_1 полностью включен.

154. Напряжение на зажимах элемента в замкнутой цепи $U=2,1$ В. Сопротивления $R_1=5$ Ом, $R_2=6$ Ом соединены последовательно и подключены к зажимам элемента. Сопротивление $R_3=3$ Ом и амперметр подключены параллельно сопротивлению R_2 . Какой ток показывает амперметр?

155. Три сопротивления R_1 , $R_2=20$ Ом и $R_3=15$ Ом соединены параллельно. Последовательно к такому сопротивлению подключен амперметр. Через сопротивление R_2 течет ток $I_2=0,3$ А. Найти сопротивление R_1 .

156. Три сопротивления $R_1=R_3=40$ Ом и $R_2=80$ Ом соединены параллельно. Последовательно к такому соединению подключены сопротивление $R_4=34$ Ом и батарея с ЭДС $E=100$ В. Найти ток I_2 , текущий ток через сопротивление R_2 , и падение напряжения U_2 на нем.

157. Батарея с ЭДС $E=10$ В и внутренним сопротивлением $r=1$ Ом имеет КПД $\eta=0,8$. Последовательно к батарее подключены амперметр и сопротивления R_1 , R_2 , R_3 , R_4 . При этом сопротивления R_2 и R_3 соединены между собой параллельно. Падения потенциала на сопротивлениях R_1 и R_4 равны $U_1=4$ В и $U_4=2$ В. Какой ток показывает амперметр? Найти напряжение U_2 на сопротивлении R_2 .

158. ЭДС батареи $E=100$ В. Сопротивления $R_1=100$ Ом, $R_2=200$ Ом и $R_3=300$ Ом подключены к ней последовательно. Параллельно сопротивлениям R_2 и R_3 подключен вольтметр, сопротивление которого $R_v=2$ кОм. Какую разность потенциалов U показывает вольтметр?

159. Батарея с $E=50$ В, амперметр и сопротивления $R_1=50$ Ом, $R_2=75$ Ом соединены последовательно. Параллельно сопротивлениям R_1 и R_2 подключен вольтметр, сопротивление которого $R_v=500$ Ом. Найти показания амперметра и вольтметра.

160. Батарея с $E=100$ В, сопротивления $R_1=100$ Ом, $R_2=200$ Ом и амперметр соединены последовательно. Параллельно сопротивлению R_2 подключен вольтметр, сопротивление которого $R_v=2$ кОм. Какую разность потенциалов U показывает вольтметр?

161. Батарея с $E=110$ В и амперметр включены последовательно к параллельно соединенным сопротивлениям $R_1=400$ Ом, $R_2=600$ Ом и вольтметру, сопротивление которого $R_v=1$ кОм. Найти показания вольтметра и амперметра.

162. Элемент с $E_1=2,1$ В соединен последовательно с сопротивлением $R_3=10$ Ом. Параллельно этому соединению подключены: последовательно соединенные, элемент с $E_2=1,9$ В и сопротивление $R_2=10$ Ом; сопротивление $R_1=45$ Ом. Найти токи I_i во всех участках цепи.

163. Цепи, состоящие из последовательно соединенных E_1 и R_1 ; E_2 и R_2 ; E_3 и R_3 соединены параллельно. Токи I_1 , I_2 и I_3 , через соответствующие сопротивления, одинаково направлены. Падения напряжения на сопротивлениях R_1 , R_2 и R_3 равны $U_1=U_3=2$ В, $U_2=10$ В. Найти ЭДС E_2 и E_3 , если ЭДС $E_1=25$ В.

164. Параллельно сопротивлению $R_3=1,5$ кОм цепи, состоящей из последовательно включенных: батареи с $E_1=2$ В, амперметра с внутренним сопротивлением $R_a=0,5$ Ом и сопротивлений R_1 , R_3 , подключена цепь, состоящая из последовательно включенных: элемента с $E_2=3$ В и сопротивления R_2 . Падение напряжения на сопротивлении $R_2 - U_2=1$ В. Найти показание амперметра.

165. Цепи, состоящие из последовательно соединенных E_1 и R_1 ; E_2 и R_2 ; E_3 и R_3 соединены параллельно. Токи I_1 , I_2 и I_3 , через соответствующие сопротивления, одинаково направлены. Батареи имеют ЭДС $E_1=E_2=E_3=6$ В, сопротивления $R_1=20$ Ом, $R_2=12$ Ом. При коротком замыкании узла схемы, в котором соединяются сопротивления R_1 , R_2 и R_3 , с отрицательным зажимом батарей, через замыкающий провод течет ток $I=1,6$ А. Найти токи I_i во всех участках цепи и сопротивление R_3 .

166. Параллельно сопротивлению $R_3=40$ Ом цепи, состоящей из последовательно включенных: батареи с $E_1=100$ В, амперметра и сопротивлений $R_1=20$ Ом, R_3 , $R_4=30$ Ом (сопротивления R_1 и R_4 соединены между собой параллельно) подключена цепь, состоящая из последовательно включенных: элемента с $E_2=100$ В и сопротивления $R_2=10$ Ом. Найти показание амперметра.

167. Два одинаковых элемента с $E_1=E_2=2$ В и внутренними сопротивлениями $r_1=r_2=0,5$ Ом соединены одноименными полюсами. К другим полюсам элементов подключено сопротивление $R_2=1,5$ Ом. Кроме того, полюса элемента E_1 замкнуто на сопротивление $R_1=0,5$ Ом. Найти токи I_1 и I_2 , текущие через сопротивления R_1 и R_2 , а также ток I через элемент E_1 .

168. Параллельно сопротивлению $R_1=2$ Ом цепи, состоящей из последовательно включенных: батареи с $E_1=1,5$ В, сопротивлений R_1 , $R_2=2$ Ом подключена цепь, состоящая из последовательно включенных: элемента с $E_2=1,5$ В, амперметра и сопротивления $R_3=1$ Ом. Сопротивление амперметра $R_a=3$ Ом. Найти показание амперметра.

169. Параллельно вольтметру цепи, состоящей из последовательно включенных: батареи с $E_1=1,5$ В, с внутренним сопротивлением $0,5$ Ом, и сопротивления R_1 , подключена цепь, состоящая из последовательно включенных: элемента с $E_2=1,5$ В и сопротивления $R_2=2R_1$. Во сколько раз ток, текущий через вольтметр, больше тока текущего через сопротивление R_2 ?

170. К элементу, ЭДС которого $E=200$ В, подключены последовательно сопротивления $R_3=2$ кОм и $R_4=3$ кОм. К клеммам источника последовательно подключены два вольтметра. Сопротивления вольтметров $R_{v1}=3$ кОм и $R_{v2}=2$ кОм. С помощью ключа K , включенного между точками соединения вольтметров и сопротивлений, можно либо включать, либо выключать дополнительную цепь. Найти показания вольтметров V_1 и V_2 , если ключ K : а) разомкнут, б) замкнут. Задачу решить, применяя правила Кирхгофа.

171. Найти токи I_i в отдельных ветвях мостика Уитсона при условии, что через гальванометр идет ток $I_g=0$. ЭДС элемента $E=2$ В, сопротивления $R_1=30$ Ом, $R_2=45$ Ом и $R_3=200$ Ом.

172. В мостике Уитсона элементы имеют ЭДС $E_1=E_2=1,5$ В и внутренние сопротивления $r_1=r_2=0,5$ Ом, сопротивления $R_1=R_2=5$ Ом и $R_3=2$ Ом. Вместо гальванометра в цепь включен амперметр, сопротивление которого $R_a=1$ Ом. Определить показание амперметра.

173. Найти показания амперметра и вольтметра в схеме, состоящей из последовательно включенных: батареи с $E=80$ В, сопротивлений $R_1=200$ Ом, $R_2=400$ Ом и амперметра. Вольтметр, с внутренним сопротивлением $R_v=1000$ Ом, включен к минусовой клемме источника и точке соединения амперметра и сопротивления R_2 . Внутреннее сопротивление источника $r=10$ Ом.

174. Напряжение на зажимах элемента в замкнутой цепи $U=2,1$ В, сопротивления $R_1=7$ Ом, $R_2=5$ Ом, $R_3=4$ Ом. Элемент, сопротивления R_1 и R_2 соединены последовательно. Сопротивление R_3 и амперметр, включенные последовательно, присоединены параллельно сопротивлению R_2 . Какой ток I показывает амперметр?

175. Сопротивления $R_2=25$ Ом и $R_3=20$ Ом (см. условие задачи 174). Через сопротивление R_2 течёт ток $I_2=0,3$ А. Амперметр показывает ток $I=1$ А. Найти сопротивление R_1 .

176. Во сколько раз изменится удельная термоэлектронная эмиссия вольфрама, находящегося при температуре $T_1=2400$ К, если повысить температуру вольфрама на $\Delta T=100$ К?

177. Никелирование металлического изделия с поверхностью площадью 120 см² продолжалось 5 ч током 0,3 А. Валентность никеля равна 2. Определить толщину слоя никеля.

178. Определить теоретически возможный максимальный заряд, протекающий в цепи, состоящей из термопары медь-платина и некоторого сопротивления, при поглощении горячим контактом 10 Дж теплоты. Температура горячего контакта 400 °С, холодного – 0 °С. ТермоЭДС равна 0,8 мВ.

179. В разрядной трубке имеется смесь водорода и гелия. Какой длиной свободного ℓ должен обладать атомарный ион водорода, чтобы при соударении он мог вызвать возбуждение атомов гелия? Поле в трубке считать однородным, напряжённость поля $E=10,0$ В/см. Первый потенциал возбуждения гелия $\varphi_1=21,4$ В.

180. Между электродами двухэлектродной лампы (диода) включена батарея с ЭДС равной 10,0 В. Материалом катода является вольфрам, материалом анода-никель. Какую энергию W приобретают электроны на пути от катода к аноду? Скоростью, с которой электроны вылетают из катода можно пренебречь?

181. Какова работа выхода электронов из металла, если повышение его температуры от значения $T=2000$ К на $\Delta T=0,01$ К увеличивает ток насыщения

термоэлектронной эмиссии на 0,01%.

182. Определить диаметр шарика, который, имея тот же заряд, как и ион серебра, движется в слабом водном растворе соли серебра при наличии электрического поля с той же скоростью, как и ион серебра. Принять, что сопротивление среды при движении шарика определяется формулой Стокса и что вязкость раствора такова же, что и вязкость воды при 18 °С.

183. В атмосфере вблизи поверхности Земли образуется из-за радиоактивности почвы и космического излучения в среднем $\Delta n_0 = 5$ пар ионов за 1 с в 1 см² воздуха. Определить ток насыщения между плоскими электродами площадью $S = 100$ см², расположенными на расстоянии $\ell = 10$ см. Ионы считать однозарядными.

184. Какова концентрация одновалентных ионов в воздухе, если при напряжённости поля 34 В/м плотность тока $j = 2 \cdot 10^{-6}$ А/м²? Подвижности ионов $u^+ = 1,38 \cdot 10^{-4}$ м²/(с·В), $u^- = 1,91 \cdot 10^{-4}$ м²/(с·В).

185. Какую ускоряющую разность потенциалов должны пройти ионы водорода, чтобы вызвать ионизацию азота. Потенциал ионизации азота $\phi_N = 14,5$ В?

186. Найти закон убывания ионов в газе после прекращения действия ионизатора, если скорость их убывания пропорциональна как числу отрицательных n^- , так и числу положительных ионов n^+ в единице объёма, причём $n^- = n^+ = n$. В начальный момент после прекращения действия ионизатора $n = n_0$.

187. Через какой промежуток времени после прекращения действия ионизатора число пар ионов вследствие рекомбинации уменьшится втрое, если первоначальное число пар ионов в единице объёма составило $n_0 = 1,5 \cdot 10^{15}$ м⁻³? Коэффициент рекомбинации $\gamma = 1,67 \cdot 10^{-15}$ м³·с⁻¹.

188. Число пар ионов в 1 см³ воздуха при ионизации рентгеновскими лучами равно $n_0 = 10^6$ см⁻³. Через сколько времени от момента прекращения действия ионизатора, число пар ионов уменьшится до $n = 10^4$ см⁻³: а) если воздух чистый (коэффициент рекомбинации $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6}$ см³·с⁻¹; б) если воздух загрязнён пылью ($b = 10^{-2}$ с⁻¹)? Наличием других ионизаторов пренебречь.

189. Концентрация ионов, обуславливающих проводимость атмосферного воздуха, в среднем равна 700 см⁻³. Средняя величина напряжённости земного электрического поля равна 130 В/м. Вычислить плотность тока проводимости в атмосфере.

190. Можно считать, что столкнувшиеся ионы рекомбинируют. Во сколько раз увеличивается число столкновений ионов воздуха вследствие их взаимодействия по сравнению с незаряженными молекулами при температуре 17 °С. Диаметр молекул воздуха принять равным $d = 3 \cdot 10^{-8}$ см. Коэффициент рекомбинации $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-6}$ см³·с⁻¹.

191. Первоначальное число пар ионов в воздухе, ионизированном рентгеновскими лучами, $n_0 = 2 \cdot 10^6$ см⁻³. Через какой промежуток времени после прекращения действия излучения число пар ионов вследствие ионизации умень-

шится вдвое? Коэффициент ионизации $\gamma = 1,67 \cdot 10^{-6} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$.

192. Термопара медь-константан с сопротивлением $R_1 = 5 \text{ Ом}$ присоединена к гальванометру, сопротивление R_g которого равно 100 Ом . Один спай термопары погружен в тающий лёд, другой – в горячую жидкость. Сила тока I в цепи равна 37 мкА . Постоянная термопары $k = 43 \text{ мкВ/К}$. Определить температуру t жидкости.

193. Сила тока I в цепи, состоящей из термопары с сопротивлением $R_1 = 4 \text{ Ом}$ и гальванометра с сопротивлением $R_2 = 80 \text{ Ом}$, равна 26 мкА при разности температур Δt спаев, равной 50°C . Определить постоянную термопары.

194. Электролитическая ванна с раствором медного купороса присоединена к батарее аккумуляторов с ЭДС $\mathcal{E} = 4 \text{ В}$ и внутренним сопротивлением $r = 0,1 \text{ Ом}$. Определить массу m меди, выделившейся при электролизе за время $t = 10 \text{ мин}$, если ЭДС поляризации $E_p = 1,5 \text{ В}$ и сопротивление R раствора равно $0,5 \text{ Ом}$. Медь двухвалентна.

195. Сколько атомов двухвалентного металла выделится на 1 см^2 поверхности электрода за время $t = 5 \text{ мин}$ при плотности тока $j = 10 \text{ А/м}^2$.

196. Какой наименьшей скоростью $v_{\min}$ должен обладать электрон, чтобы ионизировать атом азота, если потенциал ионизации U_i азота равен $14,5 \text{ В}$.

197. Какой должна быть температура T атомарного водорода, чтобы средняя кинетическая энергия поступательного движения атомов была достаточной для ионизации путем соударений? Потенциал ионизации U_i атомарного водорода равен $13,6 \text{ В}$.

198. Найти сопротивление R трубки длиной $\ell = 84 \text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 5 \text{ мм}^2$, если она заполнена воздухом, ионизированным так, что в единице объема при равновесии находится $n = 10^{13} \text{ м}^{-3}$ однозарядных ионов каждого знака. Подвижности ионов $u_+ = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ и $u_- = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$.

199. Во сколько раз катод из торированного вольфрама при температуре $T = 1800 \text{ К}$ даёт большую удельную эмиссию, чем катод из чистого вольфрама при той же температуре? Эмиссионная постоянная для чистого вольфрама $B_1 = 0,6 \cdot 10^6 \text{ А}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$, (для торированного вольфрама $B_2 = 0,3 \cdot 10^7 \text{ А}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^2)$).

200. Площадь каждого электрода ионизационной камеры $S = 0,01 \text{ м}^2$, расстояние между ними $d = 6,2 \text{ см}$. Найти силу тока насыщения I_n в такой камере, если в единице объема в единицу времени образуется число однозарядных ионов каждого знака $N = 10^{15} \text{ м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Некоторые правила приближённых вычислений

Численные значения величин, с которыми приходится иметь дело при решении физических задач, как правило, являются приближёнными. Приближённые вычисления следует вести с соблюдением следующих правил.

• **При сложении и вычитании** приближённых чисел окончательный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых. Например, при сложении чисел

$$4,462 + 2,38 + 1,17273 + 1,0263 = 9,04093$$

следует сумму округлить до трех значащих цифр, т.е. принять её равной 9,04.

• **При умножении** необходимо округлять сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом таких цифр.

Например, вместо вычисления выражения

$$3,723 \cdot 2,4 \cdot 5,1846$$

следует вычислять выражение

$$3,7 \cdot 2,4 \cdot 5,2.$$

В окончательном результате следует оставлять такое же число значащих цифр, какое имеется в сомножителях, после их округления.

В промежуточных результатах допускается сохранение на одну значащую цифру больше.

• **При возведении в квадрат или в другую степень** следует в степени оставлять столько же значащих цифр, сколько их имеется в основании степени. Например,

$$1,32^2 \approx 1,74.$$

• **При извлечении корня любой степени** в результате нужно брать столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном выражении. Например,

$$\sqrt{1,17 \cdot 10^{-8}} \approx 1,08.$$

• **При вычислении сложных выражений** следует применять указанные правила в соответствии с видом производимых действий. Например,

$$\frac{(3,2 + 17,062) \cdot \sqrt{3,7}}{5,1 \cdot 2,007 \cdot 10^3}.$$

Сомножитель 5,1 имеет наименьшее число значащих цифр – две. Поэтому после округления результата до двух значащих цифр получаем

$$3,8 \cdot 10^{-3}.$$

При вычислениях рекомендуем пользоваться калькулятором с применением вышеуказанных правил.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Таблицы физических величин

Таблица П2.1

Основные физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Нормальное ускорение свободного падения	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Постоянная Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \cdot \text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Стандартный объем *	V_m	$22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Элементарный заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Скорость света в вакууме	c	$3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная закона смещения Вина	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Планка	h $h/(2\pi)$	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	R	$1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радиус Бора	a	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	ℓ	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	μ_b	$0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Энергия ионизации атома водорода	E_1	$2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$
Атомная единица массы	$a.e.m.$	$1,660 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$

* Молярный объем идеального газа при нормальных условиях.

Таблица П2.2

Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Земли	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Солнца	$6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$
Масса Солнца	$1,98 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
Радиус Луны	$1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$
Масса Луны	$7,33 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
Расст. от цент. Земли до цент. Солнца	$1,49 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Расст. от цент. Земли до цент. Луны	$3,84 \cdot 10^8 \text{ м}$

Таблица П2.3

Электрическое поле в атмосфере Земли

Высота, км	0	0,5	1,5	3	6	12
Напряженность, В/м	130	50	30	20	10	2,5

Примечания: 1. Величина заряда грозового облака равна 10-20 Кл (в отдельных случаях достигает 300 Кл). 2. Средняя поверхностная плотность заряда Земли равна $1,15 \cdot 10^{-9}$ Кл/м². Заряд всей Земли $5,7 \cdot 10^5$ Кл.

Таблица П2.4

Плотность жидкостей

Жидкость	Плотность, $\cdot 10^3$, кг/м ³	Жидкость	Плотность, $\cdot 10^3$, кг/м ³
Ацетон	0,80	Ртуть	13,6
Бензин (легк.)	0,70	Серная кис- та (концен- трированная)	1,83
Бензол	0,88	Сероуглерод	1,26
Вода (при 4°C)	1,00	Спирт (рек.)	0,83
Глицерин	1,26	Этиловый спирт	0,79
Дизельное топливо	1,00	Эфир	0,72
Керосин	0,80		
Молоко	1,03		
Морская вода	1,02		

Таблица П2.5

Плотность твердых тел

Твердое тело	Плотность, 10^3 , кг/м ³	Твердое тело	Плотность, 10^3 , кг/м ³
Алюминий	2,70	Лед	0,90
Барий	3,50	Литий	0,53
Бетон	2,20	Магний	1,74
Ванадий	6,02	Медь	8,93
Висмут	9,80	Медное литьё	8,70
Вольфрам	19,10	Никель	8,90
Гранит	2,80	Оконное стекло	2,50
Дедерон	1,10	Песчанник	2,40
Дуб	0,80	Платина	21,50
Дюралюминий	2,79	Плексиглас	1,20
Железо	7,88	Пробковая кора	0,15
Золото	19,30	Свинец	11,30
Инвар	8,70	Серебро	10,50
Иридий	22,40	Сосна	0,50
Каменный уголь	1,40	Титан	4,50
Кокс	0,60	Цезий	1,90
Латунь	8,60	Цинк	7,15

Таблица П2.6

Диэлектрическая проницаемость некоторых чистых жидкостей

Вещество	Температура °С						
	0	10	20	25	30	40	50
Ацетон	23,3	22,5	21,4	20,9	20,5	19,5	18,7
Бензол	-	2,30	2,29	2,27	2,26	2,25	2,22
Вода	87,83	83,86	80,08	78,25	76,47	73,02	69,73
Глицерин	-	-	56,2	-	-	-	-
Керосин	-	-	2,0	-	-	-	-
Четыреххлористый углерод	-	-	2,24	2,23	-	2,20	2,18
Этиловый спирт	27,88	26,41	25,00	24,25	23,52	22,16	20,87
Этиловый эфир	4,80	4,58	4,38	4,27	4,15	-	-

Примечание. Примеси в небольших количествах мало влияют на значение диэлектрической проницаемости.

Таблица П2.7

Диэлектрическая проницаемость газов (при 18 °С и нормальном давлении)

Вещество	ϵ	Вещество	ϵ
Азот	1,00061	Кислород	1,00055
Водород	1,00026	Пары воды	1,0078
Воздух	1,00059	Углекислый газ	1,00097
Гелий	1,00007		

Примечание. Диэлектрическая проницаемость газов уменьшается с повышением температуры и возрастает с увеличением давления

Таблица П2.8

Удельное сопротивление и температурный коэффициент сопротивления металлов

Металл	Удельное сопротивление при 20 °С, $\cdot 10^{-6}$ Ом·м	Температурный коэффициент при 20 °С
Алюминий	0,028	0,0049
Бронза фосфористая	0,015	0,0040
Вольфрам	0,055	0,0045
Железо	0,098	0,0062
Латунь	0,025-0,06	0,002-0,007
Медь	0,0175	0,0039
Молибден	0,057	0,0033
Никель	0,100	0,0050
Олово	0,115	0,0042
Ртуть	0,958	0,0009
Свинец	0,221	0,0041
Серебро	0,016	0,0036
Тантал	0,155	0,0031
Хром	0,027	-
Цинк	0,059	0,0035

Примечания. 1. Указанные в таблице значения являются средними. Их величина для различных образцов зависит от степени чистоты, термообработки и т.д.

2. Температурный коэффициент сопротивления чистых металлов близок к 0,00367 град⁻¹.

Таблица П2.9

Допустимые токи (А) в изолированных проводах при продолжительной работе

Сечение, $\cdot 10^{-6} \text{ м}^2$	1	1,5	2,5	4	6	10	16	20
Материал								
Медь	11	14	20	25	31	43	75	100
Алюминий	8	11	16	20	24	34	60	80
Железо			8	10	12	17	30	

Таблица П2.10

Удельное сопротивление электролитов (при 18 °С) для различных концентраций

Растворенное вещество	Концентрация, %	Плотность при 20 °С, $\cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$	Удельн. сопрот., $\cdot 10^{-2} \text{ Ом}\cdot\text{м}$	Темпер. коэфф., град^{-1}
Азотная кислота HNO_3	10	1,05	2,1	0,0145
	20	1,12	1,5	0,0137
	30	1,18	1,3	0,0139
	40	1,25	1,4	0,0150
Едкий натр NaOH	5	1,05	5,1	0,0201
	10	1,11	3,2	0,0217
	20	1,22	3,0	0,0299
	40	1,43	8,3	0,0648
Медный купорос CuSO_4	5	1,062	52,9	0,0216
	10	1,107	31,5	0,0218
	17,5	1,206	23,8	0,0236
Нашатырь NH_4Cl	5	1,011	10,9	0,0198
	10	1,029	5,6	0,0186
	20	1,057	3,8	0,0161
Поваренная соль NaCl	5	1,034	14,9	0,0217
	10	1,071	8,3	0,0214
	20	1,148	5,1	0,0716
Серная кислота H_2SO_4	5	1,032	4,8	0,0121
	20	1,14	1,5	0,0145
	30	1,22	1,4	0,0162
	40	1,30	1,5	0,0178
Соляная кислота HCl	5	1,023	2,5	0,0158
	20	1,1	1,3	0,0154
	40	1,2	1,9	-
Цинковый купорос	5	1,062	52,4	0,0225
	10	1,107	31,2	0,0223
	20	1,232	21,3	0,0243

Примечание. Удельное сопротивление электролитов с повышением температуры уменьшается (в отличие от металлов). Для других температур удельное сопротивление ρ_t может быть подсчитано по формуле: $\rho_t = \rho_{18}[1 - \alpha(t - 18)]$, где ρ_{18} — удельное сопротивление при 18 °С; ρ_t — удельное сопротивление при температуре t ; α — температурный коэффициент, указанный в таблице.

Таблица П2.11

Сплавы с высоким омическим сопротивлением

Сплавы (состав в %)	Удельное сопротивление при 20 °С, 10^{-6} Ом·м	Температурный коэффициент (0-100 °С)	Максимальная рабоч. температура °С
Константан(58,8 Cu, 40 Ni, 1,2 Mn)	0,44-0,52	0,00001	500
Манганин (85 Cu, 12 Mn, 3 Ni)	0,42-0,48	0,00003	100
Нейзильбер (65 Cu, 20 Zn, 15 Ni)	0,28-0,35	0,00004	150- 200
Никелин (54 Cu, 20 Zn, 26 Ni)	0,39-0,45	0,00002	150-200
Нихром (67,5 Ni, 15 Cr, 16 Fe, 1,5 Mn)	1,0-1,1	0,0002	1000
Реотан(84 Cu, 12 Mn, 4 Zn)	0,45-0,52	0,0004	150-200
Фехраль (80 Fe, 14Cr, 6Al)	1,1-1,3	0,0001	900

Примечание. Значение температурного коэффициента сопротивления для константана изменяется от - 0,00004 до +0,00001 в зависимости от образца. Минус при температурном коэффициенте означает, что с увеличением температуры сопротивление уменьшается.

Таблица П2.12

Подвижность ионов в водных растворах (при 18 °С)

Катионы	Подвижность $\text{м}^2/(\text{с}\cdot\text{В}), 10^{-4}$	Анионы	Подвижность $\text{м}^2/(\text{с}\cdot\text{В}), 10^{-4}$
H+	0,003263	ОН-	0,00180
K+	0,000669	Cl-	0,00068
Na+	0,000450	NO3-	0,00062
Ag+	0,00056	SO4--	0,00068
Zn++	0,00048	CO3—	0,00062
Fe+++	0,00046		

Примечания. 1. При повышении температуры на 1 °С подвижности ионов возрастают примерно на 2%.
2. Число плюсов и минусов у символов определяет число элементарных зарядов, переносимых одним ионом.

Таблица П2.13

Электрохимические эквиваленты

Ион	Число граммов в 1 грамм-эквиваленте	К, мг/к	Ион	Число граммов в 1 грамм-эквиваленте	К, мг/к
H+	1,008	0,0104	CO3--	30,0	0,3108
O--	8,0	0,0829	Cu++	31,8	0,3297
Al+++	9,0	0,0936	Zn++	32,7	0,3387
ОН-	17,0	0,1762	Cl-	35,5	0,3672
Fe+++	18,6	0,1930	SO4--	48,0	0,4975
Ca++	20,1	0,2077	NO3-	62,0	0,642
Na+	23,0	0,2388	Cu+	63,6	0,6590
Fe++	27,8	0,2895	Ag+	107,9	1,118

Примечание. Число плюсов или минусов у символов показывает число элементарных зарядов, переносимых одним ионом.

Таблица П2.14

Некоторые параметры электроизолирующих материалов

Материал	Диэлектричес. прониц.	Пробивная напряжён- ность, кВ/м	Плотность, кг/м ³	Удельное сопрот., Ом·м
Асбест	-	2	2,3-2,6	2
Бакелит	4-4,6	10-40	1,2	-
Берёза сухая	3-4	40-60	0,7	-
Битум	2,6- 3,3	6-15	1,2	-
Винипласт(П)	4,1	15	-	-
Воск пчелиный	2,8-2,9	20-35	0,96	$2 \cdot 10^4$ - $2 \cdot 10^9$
Гетинакс(П)	5-6,5	10-30	1,3	-
Канифоль	3,5	-	1,1	$5 \cdot 10^{10}$
Карболит(П)	-	10-14,5	1,2-1,3	-
Мрамор	8-10	6-10	2,7	$1 \cdot 10^4$
Парафин	2,2-2,3	20-30	0,4-0,9	$3 \cdot 10^{12}$
Плексиглас	3,0-3,6	18,5	1,2	-
Полистирол	2,2-2,8	25-50	1,05-1,65	$5 \cdot 10^9$ - $5 \cdot 10^{11}$
Полихлорвинил	3,1-3,5	50	1,38	-
Резина мягкая	2,6-3	15-25	1,7-2,0	$4 \cdot 10^7$
Слюда флогопит	4-5,5	60-125	2,5-2,7	10^7 - 10^{11}
Стекло	4-10	20-30	2,2-4,0	10^5 - 10^8
Текстолит	7	2-8	1,3-1,4	-
Ультрафарфор	6,3-7,5	15-30	2,6-2,9	$3 \cdot 10^8$
Фарфор электро- технический	6,5	20	2,4	$3 \cdot 10^8$
Фторопласт	2,5-2,7	-	2,14	$1,2 \cdot 10^{12}$
Целлулоид	3-4	30	-	$2 \cdot 10^4$
Шелк натуральный	-	-	-	-
Шеллак	4-5	-	-	-
Шифер	3,5	50	1,02	$1 \cdot 10^{10}$
Эбонит(КП)	6-7	5-14	2,6-2,9	$1 \cdot 10^2$
Янтарь	4-4,5	25	1,3	$1 \cdot 10^{12}$
	2,7-2,9	20-30	1,06-1,11	$1 \cdot 10^{12}$

Примечания: 1. Пробивная напряженность-это максимально допустимое значение напряженности; при напряженности больше допустимого значения диэлектрик пробивается.

2. Указанные в скобках буквы означают: П-пластмасса; К-- керамика; КП-каучуковая пластмасса.

3. Приведенные значения диэлектрической проницаемости относятся к температурам 18-20 °С. Диэлектрическая проницаемость твердых тел мало изменяется с температурой, за исключением сегнетоэлектриков.

Таблица П2.15

Пьезоэлектрические модули некоторых кристаллов

Кристалл	Пьезоэлектрический модуль $d_{11} \cdot 10^{12}$ Кл/Н	Кристалл	Пьезоэлектрический мо- дуль $d_{11} \cdot 10^{12}$ Кл/м
Кварц	20,7	Фосфат аммо- ния(ADP)	444
Поляризованная ке- рамика титаната ба- рия	2250	Фосфат ка- лия(KDP)	210
Сегнетова соль	7000	Цинковая обманка	29,4
Турмалин	17,34		

Примечание. Некоторые кристаллы имеют различные модули в зависимости от направления деформации; в этом случае приводятся наибольшие значения.

Таблица П2.16

Некоторые свойства сегнетоэлектрических кристаллов

Кристалл	Температура Кюри °К	Спонтанная поляризация (СГСЭ)	Диэлектрическая проницаемость
NaK(C ₄ H ₄ O ₆)·4H ₂ O (сегнетова соль)	297(верх.) 255(нижн.)	800	~9000
NaK(C ₄ H ₂ D ₂ O ₆)·4D ₂ O	308(верх.)	-	-
LiNH ₄ (C ₄ H ₄ O ₂)·H ₂ O	349(нижн.) 106	630	-
KH ₂ PO ₄ (дигидрофосфат калия)	123	16000	~10 ⁵
KD ₂ PO ₄	218	18000	-
KH ₂ AsO ₄	96,5	-	-
NH ₄ H ₂ PO ₄ (дигидрофосфат аммония)	~398	-	90
BaTiO ₃ (титанат бария)	391	48000	~10 ⁴
KNbO ₃ (ниобат калия)			
NaNbO ₃	708	78000	-
LiTiO ₃	913	-	-
	-	70000	-

Примечания. 1. Сегнетоэлектрики разбиты на три группы по особенностям их химических формул.

2. Для некоторых сегнетоэлектриков их свойства проявляются в определенной области температур. В этих случаях указываются верхнее и нижнее значения температуры Кюри.

3. Приведены максимальные значения диэлектрической проницаемости.

4. Символ D обозначает тяжелый водород (дейтерий). 5. Для пересчета значений спонтанной поляризации в систему СИ приведенные значения надо умножить на $3,3 \cdot 10^{-12}$.

Таблица П2.17

Абсолютные нормальные потенциалы некоторых металлов

Металл	Нормальный потенциал, В	Металл	Нормальный потенциал, В
Железо	-0,17	Ртуть	1,13
Кадмий	-0,13	Свинец	0,15
Марганец	-0,78	Серебро	1,07
Медь	0,61	Хром	0,29
Никель	0,04	Цинк	0,50

Таблица П2.18

Термоэлектродвижущая сила некоторых пар металлов (в милливольтгах)

Температура, °С	Платина-платина с 10% родия	Железо - -константан	Медь - -константан
-200	-	8	5,5
100	0,64	5	4
200	1,44	11	9
300	2,32	16	15
400	3,25	22	21
500	4,22	27	-
600	5,22	33	-
700	6,26	39	-
800	7,33	46	-
1000	9,57	58	-
1500	15,50	-	-

Примечание. Температура другого спая поддерживается при 0 °С.

Таблица П2.19

Температура перехода некоторых металлов, сплавов и соединений в сверхпроводящее состояние

Вещество	Температура перехода, °К	Вещество	Температура перехода, °К
Металлы		Сплавы	
Цирконий	0,3	Bi-Pt	0,16
Кадмий	0,6	Pb-Au	2,0-7,3
Цинк	0,8	Sn-Zn	3,7
Алюминий	1,2	Pb-Hg	4,1-7,3
Олово	3,7	Sn-Hg	4,2
Ртуть	4,1	Pb-Ag	5,8-7,3
Тантал	4,4	Pb-Sb	6,6
Свинец	7,3	Pb-Ca	7,0
Ниобий	9,2		
Соединения			
NiBi	4,2	Nb ₂ C	9,2
PbSe	5,0	NbC	10,1-10,5
SrBi ₂	5,5	NbN	15-16
NbB	6	V ₃ Si	17,1
MoC	7,6-8,3	Nb ₃ Sn	18

Примечания: 1. Имеется несколько сверхпроводящих сплавов с большим числом компонент: металл Розе (8,5 К), Ньютона (8,5 К), Вуда (8,2 К), Pb-As-Bi (9,0 К), Pb-As-Bi-Sb (9,0 К). 2. Сопротивление у соединений и сплавов при переходе к сверхпроводимости изменяется в значительном интервале температур (иногда около 2 К). Кроме того, температура перехода зависит от способа термической обработки сплава или соединения. В таких случаях в таблице указаны границы изменения температуры перехода.

Таблица П2.20

Подвижность электронов в металлах ($10^{-4} \text{ м}^2/(\text{с}\cdot\text{В})$)

Металл	Ag	Na	Be	Cu	Au	Li	Al	Cd	Zn
Подвижность	56	48	44	35	30	19	10	7,9	5,8

Примечание. Практически напряженность поля внутри металлов не превышает 0,001 В/см, а поэтому численные значения скоростей электронов будут значительно меньше указанных в таблице численных значений подвижностей.

Таблица П2.21

Подвижность ионов ($10^{-4} \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$) в газах (при 760 мм рт.ст. и 20 °С)

Газ	Подвижность положительных ионов	Подвижность отрицательных ионов	Газ	Подвижность положительных ионов	Подвижность отрицательных ионов
Азот	2,7	-	Гелий	16,0	-
Аргон	1,5	1,7	Кислород	1,3	1,8
Водород	6,3	8,1	Ртуть	220	-
Воздух, нас.пар. воды	1,4	2,1	(1 мм рт. ст.)		
Воздух сухой	1,4	1,9	Углекислый газ	0,8	0,8

Примечания. 1. В общем случае подвижность зависит от отношения напряженности электрического поля в газе E к давлению p . При небольших значениях E/p подвижность остается неизменной; при значениях упорядоченных скоростей ионов, сравнимых со скоростями их теплового движения, подвижность ионов изменяется.

2. Подвижность данного вида ионов изменяется обратно пропорционально плотности газа; при постоянной температуре подвижность изменяется обратно пропорционально давлению (в интервале давлений от 0,1 мм рт.ст. до 60 ат). От величины заряда иона подвижность зависит слабо.

3. Подвижность в сильной степени зависит от чистоты газа. Поэтому приведенные в таблице значения следует рассматривать как ориентировочные.

Таблица П2.22

Свойства важнейших полупроводников

Вещество	Температура плавления, °С	Ширина запрещенной зоны, эВ	Подвижность электронов, $10^{-4} \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$	Подвижность дырок, $\cdot 10^{-4}, \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$
B	2300	1,1	10	10
C-графит	-	0,1	-	-
C-алмаз		6-7	1800	1200
Si	1414	1,12	1900	500
Ge	958	0,75	3900	1900
Sn-серое	-	0,08	3000	-
S	113	2,4	-	-
Se-серый	220	2,3	-	-
Te	452	0,36	1700	1200
J	113,5	1,3	25	-
Ag ₂ Te	955	0,17	4000	-
HgTe	670	0,2	10000	100
B ₂ Te ₃	585	0,25	600	150
Mg ₂ Sn	778	0,36	200	150
PbSe	1065	0,5	1400	1400
ZnTe	1240	0,6	100	-
PbS	1114	1,2	650	800
AgBr	430	1,35	35	-
CdTe	1045	1,45	450	100
Cu ₂ O	1232	1,5-1,8	-	-
Al ₂ O ₃	2050	2,5	-	-
ZnO	1975	3,2	200	-

Примечание. Ширина запрещенной зоны для металлов имеет порядок 0,1 эВ, для изоляторов-свыше 10 эВ.

Таблица П2.23

Работа ионизации

Процесс ионизации	Работа ионизации, эВ	Процесс ионизации	Работа ионизации, эВ
He $\rightarrow$ He ⁺	24,5	H $\rightarrow$ H ⁺	13,5
Ne $\rightarrow$ Ne ⁺	21,5	O $\rightarrow$ O ⁺	13,5
N ₂ $\rightarrow$ N ₂ ⁺	15,8	H ₂ O $\rightarrow$ H ₂ O ⁺	13,2
Ar $\rightarrow$ Ar ⁺	15,7	Xe $\rightarrow$ Xe ⁺	12,8
H ₂ $\rightarrow$ H ₂ ⁺	15,4	O ₂ $\rightarrow$ O ₂ ⁺	12,5
N $\rightarrow$ N ⁺	14,5	Hg $\rightarrow$ Hg ⁺	10,4
CO ₂ $\rightarrow$ CO ₂ ⁺	14,4	Na $\rightarrow$ Na ⁺	5,1
Kr $\rightarrow$ Kr ⁺	13,9	K $\rightarrow$ K ⁺	4,3

Таблица П2.24**Эмиссионные постоянные некоторых металлов и полупроводников**

Элемент	Φ , эВ	A', A/(см ² ·град ²)	Элемент	Φ , эВ	A', A/(см ² ·град ²)
Алюминий	3,74	-	Олово	4,11	-
Барий	2,29	-	Платина	5,29	32
Вольфрам	4,50	60 – 100	Селен	4,72	-
Германий	4,56	-	Сурьма	2,35	-
Железо	4,36	26	Теллур	4,12	-
Кремний	4,10	-	Торий	3,41	70
Медь	4,47	65	Уран	3,74	-
Молибден	4,37	115	Хром	4,51	48
Никель	4,84	30	Цезий	1,89	160

Примечание. Работа выхода сильно зависит от чистоты поверхностей и от примесей. Приведенные данные относятся к чистым образцам.

КРАСНЫХ Павел Алексеевич
ПАУКОВ Владимир Митрофанович
ПОЛУНИН Вячеслав Михайлович
СЫЧЁВ Геннадий Тимофеевич

Ф И З И К А

Сборник контрольных заданий по электростатике и постоянному току
для студентов инженерно-технических специальностей

Редактор О.А.Петрова
Позиция плана N 23.98

Подписано в печать . Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.
Усл. печ. л. . Уч. – изд. л. . Тираж 250 экз. Заказ .
Курский государственный технический университет.
Издательско-полиграфический центр Курского государственного
технического университета. 305040, г. Курск, ул. 50 лет Октября, 94.